บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงสาเหตุของ MAI, แบบจำลองระบบของระบบ DS-CDMA ซึ่งสเปรดด้วยสเปรดดิงโค้ดแบบรหัสสั้น, การนำมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันเข้าไปใช้ในระบบ, วิธีการวัดค่าต่างๆ รวมทั้งความหมายของค่าต่างๆที่วัดขึ้นมา และทฤษฎีเกี่ยวกับเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ที่นำมาเปรียบเทียบกับเครื่องรับที่เสนอในวิทยานิพนธ์ ซึ่งเครื่องรับเหล่านั้นคือ ดีคอรีเลเตอร์, มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับซึ่งใช้ค่าน้ำหนักถ่วงคงที่และมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับชนิดปรับตัวเองโดยใช้เทรนนิ่งซีเควนซ์

2.1 สาเหตุของ MAI และสเปรดดิงโค้ด

MAI เป็นสัญญาณที่รบกวนกันระหว่างผู้ใช้ที่ใช้ความถี่คลื่นพาห์เดียวกันแต่ใช้สเปรดดิงโค้ดต่างกัน หรือมองเป็นสหสัมพันธ์ข้าม (cross-correlation) ระหว่างสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนก็ได้ สาเหตุหลักที่ก่อให้เกิด MAI คือการตั้งฉากอย่างไม่สมบูรณ์ของสเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้แต่ละคนที่ใช้คลื่นพาห์เดียวกันซึ่งก็หมายถึงมีสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัส ทำให้สัญญาณระหว่างผู้ใช้แต่ละคนสามารถรบกวนซึ่งกันและกันได้ สเปรดดิงโค้ดที่มีผู้เสนอขึ้นใช้กับระบบ CDMA แบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ [21]

1) **PN-sequence** (Pseudorandom Noise-sequence) เป็นลำดับไบนารีซึ่งมีคุณสมบัติคล้ายกับสัญญาณรบกวนซึ่งเป็นกระบวนการแบบสุ่ม รหัสประเภทนี้จะมีความไม่ตั้งฉากกันเสมอในชุดรหัส ไม่ว่าจะเป็นกรณีที่มีการเลื่อนของรหัส(กรณีส่งสัญญาณไม่พร้อมกัน)หรือไม่ ซึ่งรหัสที่จัดอยู่ในประเภทนี้ก็คือ m-sequence (Maximal-length sequence), Gold code และ Kasami sequence เป็นต้น

2) **Orthogonal code** เป็นรหัสซึ่งตั้งฉากอย่างสมบูรณ์หรือเรียกว่ามีสหสัมพันธ์ข้ามเป็นศูนย์เมื่อไม่มีการเลื่อนของรหัส แต่เมื่อมีการเลื่อนของรหัสจะมีสหสัมพันธ์ข้ามมากกว่า PN-sequence นอกจากนี้คุณสมบัติทางสหสัมพันธ์ตัวเอง (auto-correlation) ของรหัสเหล่านี้ยังไม่ดีอีกด้วย ตัวอย่างของรหัสที่จัดอยู่ในประเภทนี้ก็คือ Hadamard Walsh และ Variable-length orthogonal sequence เป็นต้น

สำหรับสเปรดดิงโค้ดที่ทำให้เกิด MAI ในระบบซิงโครนัสสำหรับช่องสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาวจะเป็นรหัสประเภท PN-sequence ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จะใช้การจำลองระบบโดยใช้สเปรดดิงโค้ดประเภท PN-sequence เท่านั้น

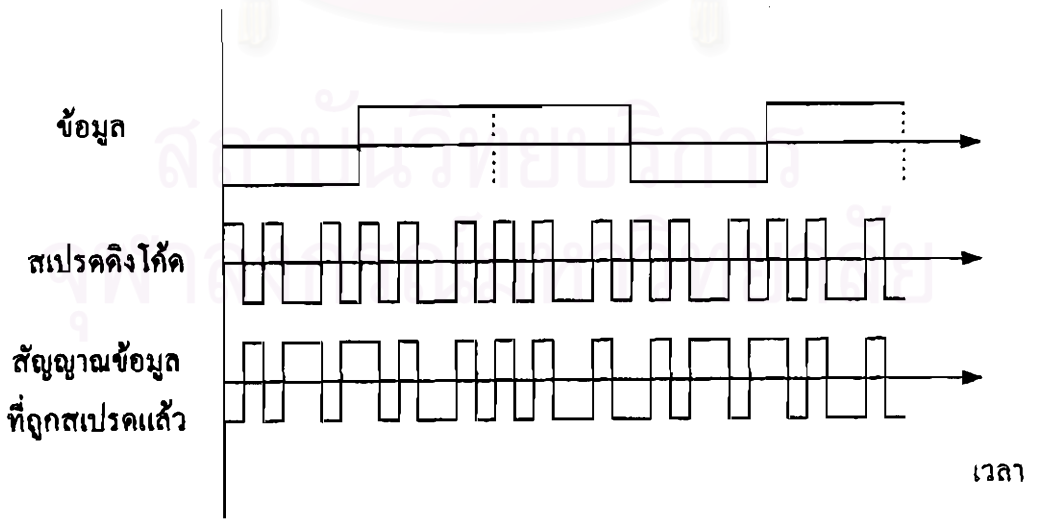
2.2 การส่งและการรับสัญญาณเบสแบนด์

2.2.1 ขั้นตอนการสเปรด

ขั้นตอนในการสร้างสัญญาณเบสแบนด์ของผู้ใช้แต่ละคนเพื่อส่งออกสำหรับ DS-CDMA จะเริ่มต้นด้วยการนำข้อมูลที่ต้องการส่งที่อยู่ในรูปของสัญญาณดิจิตอลซึ่งมีอัตราของบิตข้อมูลค่อนข้างต่ำมาคูณกับสเปรดดิงโค้ด ซึ่งมีอัตราของบิตข้อมูลที่สูงกว่ามาก ผลลัพธ์ที่ได้ คือ สัญญาณที่อัตราการส่งสูงกว่าข้อมูลที่ต้องการจะส่งมาก ด้วยเหตุนี้จึงเรียกว่าเกิดการแผ่ของสเปกตรัมเกิดขึ้น และจะเรียกขั้นตอนนี้ว่าขั้นตอนการสเปรดข้อมูล ดูรูปที่ 2.1 ประกอบ

2.2.2 ขั้นตอนการดีสเปรด

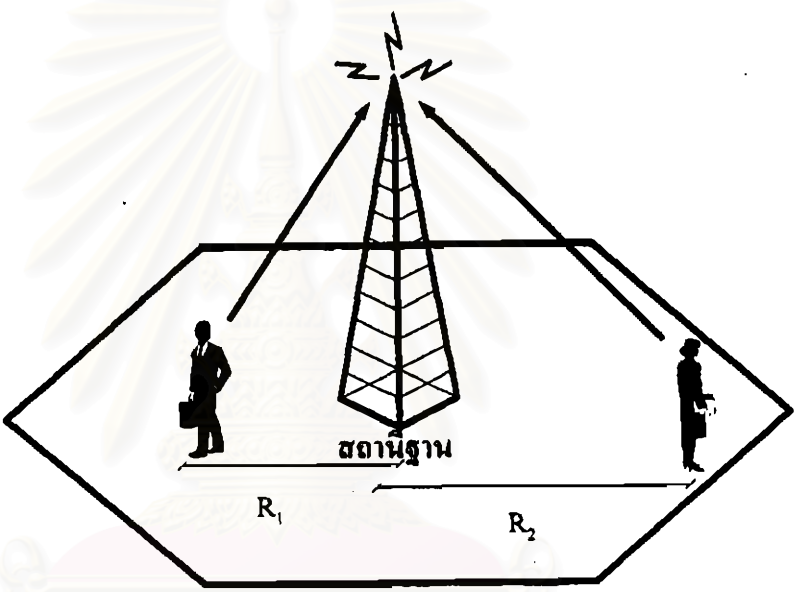
ที่ด้านรับจะหาข้อมูลที่ส่งมาจากสัญญาณที่รับได้โดยอาศัยวงจรคำนวณค่าสหสัมพันธ์ (correlator) วงจรคำนวณค่าสหสัมพันธ์จะทำหน้าที่คูณสัญญาณที่รับได้เข้ากับสเปรดดิงโค้ดตัวเดิมที่ใช้ในการสเปรดตอนส่งมา หลังจากนั้นก็หาค่าเฉลี่ยของสัญญาณทุกๆหนึ่งคาบของบิตข้อมูลที่ต้องการ ในที่สุดก็จะได้ข้อมูลกลับคืนมา ซึ่งขั้นตอนนี้จะเรียกว่าการดีสเปรดสัญญาณ และขั้นตอนการดีสเปรดนี้จะอยู่ในเครื่องรับแบบแมตช์ของผู้ใช้แต่ละคนซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป



รูปที่ 2.1 ตัวอย่างแสดงการสเปรดสัญญาณโดยคูณกับสเปรดดิงโค้ด

2.3 ปรากฏการณ์ใกล้-ไกล (Near-Far effect)

นอกจาก MAI ซึ่งเกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างสเปรดดิงโค้ดแล้วยังมีองค์ประกอบที่ทำให้การกวนกันระหว่างผู้ใช้เพิ่มขึ้นอีกก็คือปรากฏการณ์ใกล้-ไกล ปรากฏการณ์ใกล้-ไกลเป็นผลจากการที่ผู้ใช้อยู่ห่างจากสถานีฐานไม่เท่ากัน สัญญาณจากผู้ใช้ที่อยู่ใกล้สถานีฐานมากกว่าก็จะมาถึงสถานีฐานด้วยกำลังของสัญญาณแรงกว่า ซึ่งก็จะไปรบกวนสัญญาณจากผู้ใช้ที่อยู่ไกลจากสถานีฐานมากกว่าปกติ MAI จึงเพิ่มขึ้นทำให้เครื่องรับแบบแมตช์รับสัญญาณผิดพลาดได้ ส่งผลให้ระบบมีสมรรถนะเลวลง ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญมากอย่างหนึ่งของระบบ DS-CDMA ซึ่งวิธีที่ใช้กันทั่วไปในการแก้ไขปัญหานี้คือการควบคุมกำลังที่ไปถึงสถานีฐานของผู้ใช้ทุกคนให้เท่ากันซึ่งการควบคุมกำลังส่งที่เข้มงวดนี้จะส่งผลให้ระบบมีความซับซ้อนมาก



รูปที่ 2.2 ปรากฏการณ์ใกล้-ไกล

2.4 แบบจำลองระบบ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้พิจารณาระบบ DS-CDMA ในกรณีระบบเชื่อมโยงขาขึ้นสำหรับการส่งแบบซิงโครนัสสำหรับช่องสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาว เมื่อสัญญาณจากผู้ใช้แต่ละคนถูกสเปรดโดยสเปรดดิงโค้ดแบบรหัสสั้นหรือรหัสที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (time invariant spreading code)

2.4.1 รหัสสั้น (Short code หรือ time invariant spreading code)

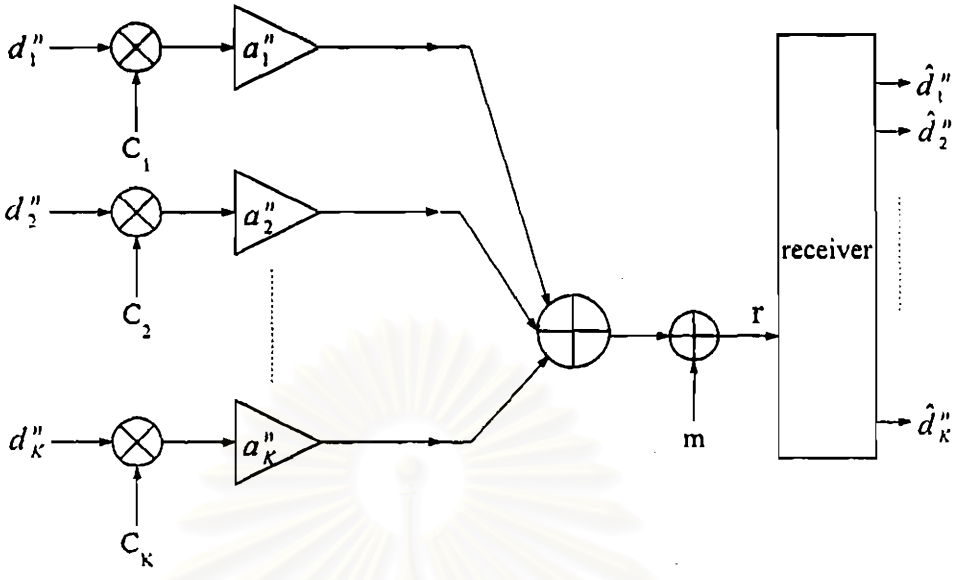
รหัสสั้น หมายถึง ใช้รหัสหนึ่งตัวในการสเปรดข้อมูลหนึ่งบิต และรหัสยาว (long code) หมายถึง ใช้รหัสหนึ่งตัวในการสเปรดข้อมูลหลายๆบิต(แต่ละบิตสเปรดด้วยส่วนย่อยที่แตกต่างกันของรหัสนั้น) หรืออาจมองว่าเป็นรหัสที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (time varying sperading code) ก็ได้ ซึ่งในระบบ DS-CDMA ในมาตรฐาน IS-95 ใช้รหัสยาวในการสเปรดสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคน แต่สำหรับระบบ DS-CDMA ในมาตรฐานยุคที่ 3 นั้นมีข้อเสนอเกี่ยวกับสเปรดดิงโค้ดทั้งรหัสสั้นและรหัสยาวในการสเปรดแยกผู้ใช้ [21] โดยรหัสสั้นนี้ถูกเสนอขึ้นมาเพื่อให้เครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์รุ่นใหม่ๆสามารถนำมาใช้ในทางปฏิบัติได้ เนื่องจากเกือบทั้งหมดของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันรุ่นใหม่ๆซึ่งมีความซับซ้อนมากขึ้นจะถูกพัฒนาโดยใช้สมมุติฐานว่าสเปรดด้วยรหัสสั้นทั้งสิ้น

และสำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบปรับตัวเองตามข้อมูลครั้งละบิตนั้นจะถูกออกแบบมาใช้เพื่อลดความซับซ้อนให้กับเครื่องรับในกรณีที่สเปรดด้วยรหัสสั้นเท่านั้น ตัวอย่างเช่น เครื่องรับที่มีการส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ทั้งหลาย [8, 12], ดีคอรีเลเตอร์แบบบอดใน [17] และ เครื่องรับแบบบอดชนิดเชิงเส้นใน [22] เป็นต้น ซึ่งสำหรับจุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์นี้ คือ สามารถหลีกเลี่ยงการส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์โดยยังคงใช้โครงสร้างเดียวกับเครื่องรับที่ส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ใน [12] ซึ่งใช้หลักการในการปรับตัวเองแบบอัตโนมัติตามบิตข้อมูลครั้งละบิต ดังนั้นระบบที่ใช้จึงเป็นระบบที่สเปรดด้วยสเปรดดิงโค้ดแบบรหัสสั้น

2.4.1.1 Gold code และรหัสแบบสุ่ม (random code)

สำหรับรหัสสั้นที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้รหัสประเภท Gold code (รายละเอียดอยู่ในภาคผนวก ก) และรหัสแบบสุ่มเท่านั้น โดยให้ Gold code เป็นตัวแทนของสเปรดดิงโค้ดที่มีคุณสมบัติที่ดี (มีค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสต่ำมาก) ซึ่งจะถูกนำไปใช้ในระบบ CDMA และให้รหัสแบบสุ่มซึ่งเป็นรหัสที่ถูกสร้างขึ้นโดยสุ่มมาอย่างอิสระเป็นตัวแทนของสเปรดดิงโค้ดที่มีคุณสมบัติไม่ค่อยดีหรือเป็นตัวแทนในกรณีที่ MAI ในระบบมากๆก็ได้ ทั้งนี้การที่มีการวิจัยผลของการสเปรดด้วยสเปรดดิงโค้ดแบบสุ่ม [8, 12] ทั้งๆที่ไม่มีการนำไปใช้จริงในระบบ CDMA ปัจจุบันนี้ เนื่องจากพิจารณาว่าระบบในอนาคตจะมีผู้ใช้ที่มีจำนวนมหาศาล การที่จะใช้สเปรดดิงโค้ดซึ่งมีคุณสมบัติที่ดีเท่านั้นจะเป็นไปได้ยาก เนื่องจากในความยาวรหัสค่าหนึ่งๆจะมีรหัสซึ่งมีค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสต่ำอยู่เพียงจำนวนหนึ่งเท่านั้น ดังนั้นถ้าระบบใช้รหัสสั้นในการสเปรดแล้วในอนาคตอาจจำเป็นต้องใช้รหัสที่มีค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างกันต่ำลง มิฉะนั้นอาจจะต้องทำการวางแผนในการใช้รหัส

2.4.2 แบบจำลองระบบด้านส่ง



รูปที่ 2.3 แบบจำลองระบบ

พิจารณาแบบจำลองการส่งแบบเบสแบนด์ในระบบ DS-CDMA ในกรณีระบบเชื่อมโยงขาขึ้นสำหรับการส่งแบบซิงโครนัสผ่านช่องสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาว ซึ่งมีผู้ใช้จำนวน K คน ตั้งสมมุติฐานว่าสัญญาณจากผู้ใช้แต่ละคนมาถึงโดยซิงโครนัสกันอย่างสมบูรณ์และที่ด้านรับรู้สเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้แต่ละคน ให้ d_k^i เป็นข้อมูลของผู้ใช้ลำดับที่ k บิตที่ i ซึ่งมีคาบสัญลักษณ์เป็น T_s ซึ่งมาถึงด้านรับด้วยกำลัง a_k^i เนื่องจากปรากฏการณ์ไกล้-ไกล และให้ผู้ใช้ลำดับที่ k มีสเปรดดิงโค้ด $c_k(t)$ ซึ่งมีความยาวเป็น L_c ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$c_k(t) = \sum_{i=0}^{L_c-1} c_k^i \cdot \chi(t - iT_c) \tag{2-1}$$

โดยที่ $\chi(t) = \begin{cases} 1 & if\ t \in [0, T_c] \\ 0 & otherwise \end{cases}$,

T_c เป็นคาบของชิฟ ($T_c = T_s / L_c$)

และ $c_k^i \in \{-1, +1\}$

สัญญาณที่ผ่านการสเปรดแล้วของผู้ใช้ลำดับที่ k จะสามารถเขียนได้เป็น

$$ss_k(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_k^i d_k^i \cdot c_k(t - iT_s) \tag{2-2}$$

สัญญาณรวมที่รับได้จะสามารถเขียนได้เป็น

$$r(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{K} a_k^i d_k^i \cdot c_k(t - iT_s) + m(t) \qquad (2\text{-}3)$$

โดยที่ $m(t)$ เป็นสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาวที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และค่าความแปรปรวนเป็น σ^2

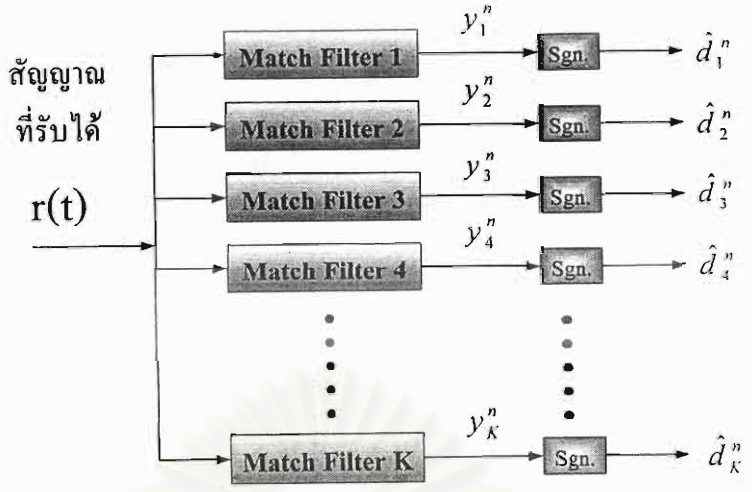
2.4.3 แบบจำลองระบบด้านรับ

สัญญาณที่รับได้จะถูกนำมาผ่านเครื่องรับแบบแมตช์ก่อนในขั้นแรกแล้วหลังจากนั้นจึงนำสัญญาณที่ได้ไปผ่านมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่สนใจ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ คือ มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบดีคอรีเลเตอร์, มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับชนิดน้ำหนักถ่วงคงที่และไม่คงที่ ซึ่งในกรณีไม่คงที่จะแยกเป็นสองแบบคือแบบใช้เทรนนิ่งซีเควนซ์ช่วยและแบบไม่ใช้ (แบบบอด)

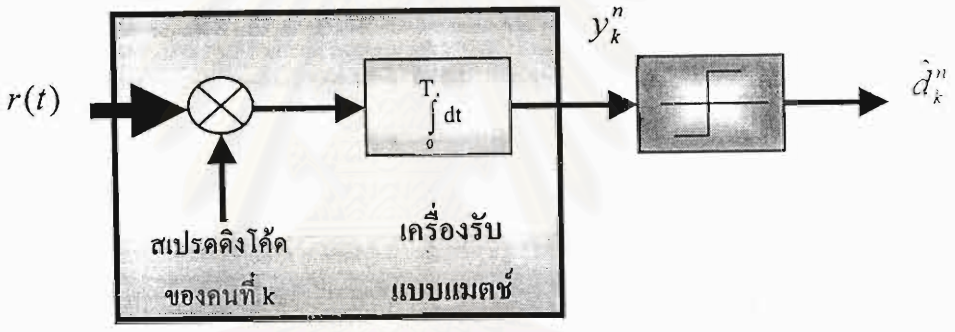
2.4.3.1 เครื่องรับแบบแมตช์ (Match Filter)

หน้าที่ของเครื่องรับในระบบ DS-CDMA คือทำหน้าที่แยกแยะผู้ใช้แต่ละคนออกจากกันให้ได้ ตามปกติแล้วเครื่องรับที่ใช้กันทั่วไปในระบบ DS-CDMA ยุคที่ 2 ก็คือ เครื่องรับแบบแมตช์ ดังรูปที่ 2.4.1 ซึ่งเครื่องรับนี้ก็ยังคงถูกใช้เป็นส่วนประกอบส่วนหนึ่งในการรับข้อมูลของระบบ DS-CDMA ในยุคที่ 3

เครื่องรับแบบแมตช์ของผู้ใช้แต่ละคนจะประกอบด้วยสเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้คนนั้นและวงจรอินทิเกรต ดังรูปที่ 2.4.2 สังเกตว่าเครื่องรับแบบแมตช์ของผู้ใช้แต่ละคนจะใช้สเปรดดิงโค้ดของตัวเองเท่านั้นในการแยกสัญญาณที่ต้องการออกมา เครื่องรับแบบแมตช์นี้ไม่ได้กำจัดสัญญาณแทรกสอด MAI ออกไปแต่จะคิดเหมือนกับว่ามันเป็นสัญญาณรบกวนซึ่งไม่สามารถกำจัดได้ หลังจากผ่านเครื่องรับแบบแมตช์แล้ว สัญญาณที่ได้จะถูกนำไปตัดสินว่าข้อมูลที่ผู้ใช้ส่งมาเป็นอะไรโดยผ่านวงจรตัดสินบิต ดังนั้นถ้าระบบมี MAI มากๆข้อมูลที่ได้จากเครื่องรับแบบแมตช์จะผิดพลาด เมื่อนำไปทำการตัดสินบิตระบบก็จะรับข้อมูลได้ผิดไป หรือกล่าวได้ว่าความสามารถของเครื่องรับแบบแมตช์ถูกจำกัดด้วย MAI



รูปที่ 2.4.1 การตรวจจับข้อมูลโดยใช้เครื่องรับแบบแมตช์ของระบบในยุคที่ 2



รูปที่ 2.4.2 เครื่องรับแบบแมตช์ของผู้ใช้ลำดับที่ k

2.4.3.2 ช่องสัญญาณแบบ AWGN ซึ่งใช้เครื่องรับแบบแมตช์

ในกรณีของช่องสัญญาณ AWGN ด้านรับจะนำสัญญาณที่รับได้ตามสมการ (2-3) ไปผ่านเครื่องรับแบบแมตช์จำนวน K เครื่อง โดยเครื่องรับแบบแมตช์สำหรับผู้ใช้ลำดับที่ k มีผลตอบเป็นสเปรดดิงโค้ดของตนเอง $c_k(t-nT_s)$ ถ้าให้ y_k^n เป็นสัญญาณออกจากเครื่องรับแบบแมตช์ของผู้ใช้ลำดับที่ k ที่เวลา nT_s จะสามารถเขียนเวกเตอร์ของสัญญาณออกจากเครื่องรับแบบแมตช์ของผู้ใช้ทุกคนที่เวลา nT_s ได้เป็น

$$Y_n = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{A}_n \cdot D_n + M_n \qquad (2\text{-}4)$$

$$Y_n = diag(\mathbf{\Gamma}) \cdot \mathbf{A}_n \cdot D_n + \overline{diag(\mathbf{\Gamma})} \cdot \mathbf{A}_n \cdot D_n + M_n \qquad (2\text{-}5)$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดยที่ $Y_n = [y_1^n \cdots y_K^n]^T$, $D_n = [d_1^n \cdots d_K^n]^T$,

$\mathbf{A}_n$ เป็นเมตริกซ์ที่มีสมาชิกเป็น 0 ยกเว้นในแนวทะแยงมุมเป็น $a_1^n \cdots a_K^n$

Γ เป็นเมตริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างสเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้ซึ่งมีขนาด $K \times K$ ดังนี้

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \|c_1\|^2 & \cdots & \langle c_K, c_1 \rangle \\ \vdots & & \vdots \\ \langle c_1, c_K \rangle & \cdots & \|c_K\|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \vdots \\ \Gamma_K \end{bmatrix} \tag{2-6}$$

โดยที่ $\langle c_i, c_j \rangle = \int_0^T c_i(t) c_j(t) dt$,

สัญญาณรบกวนที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตช์เขียนได้เป็น $M_n = [m_1^n \cdots m_K^n]^T$,
โดยที่

$$m_i^n = \int_{n\tau}^{(n+1)\tau} c_i (t - n\tau) m(t) dt \tag{2-7}$$

และสามารถเขียนเมตริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองของสัญญาณรบกวนนี้ได้เป็น $E(M_n M_n^T) = \Gamma \sigma^2$

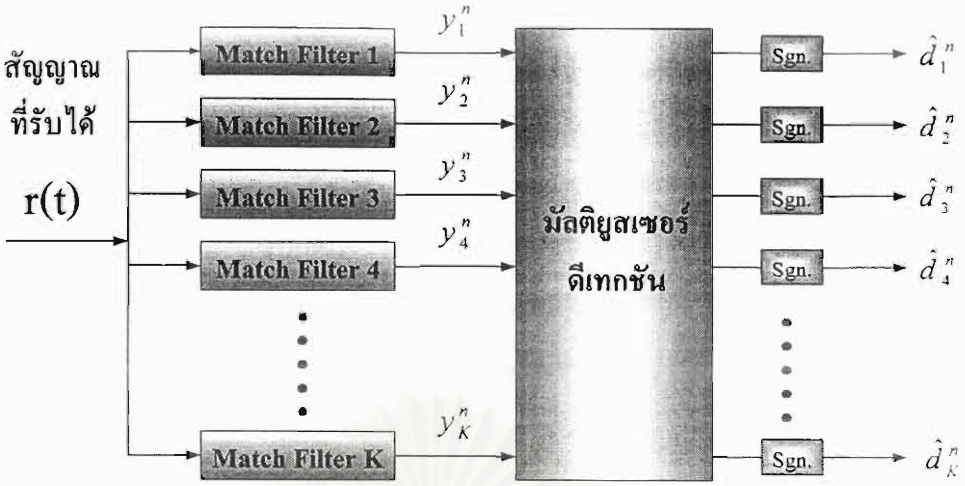
เมื่อให้ $diag(\Gamma)$ เป็นเมตริกซ์ซึ่งมีสมาชิกของเมตริกซ์ในแนวทะแยงมุมเป็นค่าเดียวกับสมาชิกของเมตริกซ์ Γ ส่วนสมาชิกอื่นๆเป็นศูนย์ และ $\overline{diag}(\Gamma)$ เป็นเมตริกซ์ซึ่งมีสมาชิกเหมือนกับเมตริกซ์ Γ ยกเว้นสมาชิกในแนวเส้นทะแยงมุมเป็นศูนย์ แล้วจะสังเกตได้ว่าเทอม $diag(\Gamma) \cdot \mathbf{A}_n \cdot D_n$ เป็นเทอมของข้อมูลที่ผู้ใช้ส่งมาส่วนเทอม $\overline{diag}(\Gamma) \cdot \mathbf{A}_n \cdot D_n$ เป็นเทอมของ MAI จากผู้ใช้คนอื่นๆที่มากวนนั่นเอง สำหรับเครื่องรับแบบแมตช์ สัญญาณ Y_n ที่ได้ตรงนี้จะถูกนำไปตัดสินบิต

$$\hat{D}_n = \text{sgn}(Y_n) \tag{2-8}$$

นั่นคือเครื่องรับแบบแมตช์นี้คิดเสมือนว่า MAI เป็นสัญญาณรบกวนดังนั้นเครื่องรับแบบนี้จะถูกจำกัดความสามารถด้วย MAI

2.4.3.3 การนำมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันเข้าไปในระบบ

ในกรณีที่มีการนำมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันมาใช้ที่ด้านรับ สัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตช์จะยังไม่ถูกส่งไปตัดสินบิต แต่จะถูกส่งไปเข้ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันก่อน หลังจากนั้นจึงทำการตัดสินบิต ดังรูปที่ 2.5 นอกจากนั้นในกรณีมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับนั้นจะต้องมีการนำสัญญาณออกของเครื่องรับแบบแมตช์จากผู้ใช้ทุกๆคนมาเรียงตามลำดับความแรงของสัญญาณก่อนที่จะถูกส่งเข้าไปสู่มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับพร้อมๆกันด้วย



รูปที่ 2.5 แสดงแบบจำลองด้านรับเมื่อใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่ด้านรับ

2.5 วิธีการวัดสมรรถนะและความหมายของตัววัดสมรรถนะต่างๆ

2.5.1 BER (Bit Error Rate) หรือ BEP (Bit Error Probability)

ตามปกติแล้วค่าที่แสดงถึงสมรรถนะของระบบที่สนใจจะถูกแสดงอยู่ในรูป Bit Error Rate (BER) หรือ Bit Error Probability (BEP) เมื่ออยู่ในสภาวะต่างๆ เช่น เมื่อ SNR เปลี่ยนไป หรือจำนวนผู้ใช้เปลี่ยนไป เป็นต้น ตามปกติแล้วค่า BER ของเครื่องรับแบบปรับตัวได้นั้นจะเริ่มนับเมื่อการปรับตัวเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว (steady state) ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้ปรับค่าน้ำหนักถ่วงของเครื่องรับชนิดปรับตัวได้แบบอาศัยเทรนนิ่งซีเควนซ์และแบบไม่อาศัยเทรนนิ่งซีเควนซ์ไป 2000 บิตเท่ากัน แล้วหลังจากนั้นจะหยุดการปรับค่าน้ำหนักถ่วงของเครื่องรับแล้วเริ่มนับค่า BER หลังจากนั้น ซึ่งค่า 2000 บิตนี้เป็นค่าเดียวกันกับที่ใช้ในบทความเกี่ยวกับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบปรับตัวเองโดยอัตโนมัติของ Schodorf [23] สำหรับค่าช่วงก้าวที่เลือกจะเลือกค่าช่วงก้าวที่ทำให้ค่า BER เฉลี่ยของระบบโดยรวมหลัง 2000 บิตนี้ดีที่สุดซึ่งจะให้ค่าน้ำหนักถ่วงลู่เข้าในช่วงประมาณ 2000 บิต

2.5.2 SNR (Signal to Noise Raito)

สำหรับค่า SNR ในวิทยานิพนธ์นี้จะหมายถึงค่า SNR ของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตช์ ซึ่งมีนิยามในหน่วย dB ดังนี้

$$SNR_k = 10\log(\frac{\Gamma_{k,k}a_k^{n^2}}{\sigma^2}) \qquad (2\text{-}9)$$

2.5.3 ความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกล

ความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกลเป็นตัวบอกถึงความทนทานของเครื่องรับนั้นต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกล สำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับซึ่งเป็นเครื่องรับแบบไม่เชิงเส้นนั้นการจะหาความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้ไกลในรูปของสมการจะมีความยุ่งยากมากต่างจากเครื่องรับแบบเชิงเส้น ดังนั้นปกติแล้วจะไม่มีการหาออกมาในรูปของสมการ แต่จะแสดงอยู่ในรูปกราฟของ BER ของผู้ใช้ที่มีกำลังต่ำที่สุดเมื่อ SNR ของผู้ใช้คนอื่นๆเพิ่มขึ้น มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่มีความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกลนั้นค่า BER ไม่ควรเพิ่มขึ้นเมื่อ SNR ของผู้ใช้คนอื่นๆ เพิ่มขึ้น

2.5.4 ขอบเขตผู้ใช้รายเดียว (single user bound)

ถ้าพิจารณาระบบจริงๆอย่างคร่าวๆโดยให้สัญญาณแทรกสอดในระบบเกิดจากสัญญาณของผู้ใช้ในระบบเท่านั้น จะสามารถแบ่งสัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้ในระบบนี้ออกเป็นสองประเภท คือสัญญาณแทรกสอดที่เกิดภายในเซลล์ (intracell interference) และสัญญาณแทรกสอดที่เกิดขึ้นระหว่างเซลล์ (intercell interference) [4] สำหรับสัญญาณแทรกสอดที่มาจากผู้ใช้ในเซลล์อื่นจะไม่สามารถกำจัดได้ด้วยมัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน ส่วนสัญญาณแทรกสอดซึ่งมาจากผู้ใช้ในเซลล์ที่มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันทำงานอยู่สามารถกำจัดได้โดยมัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน ดังนั้นสมรรถนะที่ดีที่สุดของระบบซึ่งใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันก็คือ สมรรถนะของระบบที่ไม่มีการรบกวนจาก MAI ในเซลล์ที่มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันทำงานอยู่ สำหรับวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาในกรณีเซลล์เดียวเท่านั้นจึงไม่มีผลจากการรบกวนของผู้ใช้จากเซลล์อื่นๆ

ถ้าหากระบบมีผู้ใช้รายที่ต้องการเท่านั้นที่ส่งข้อมูลอยู่ในเซลล์ เครื่องรับแบบแมตช์จะเป็นเครื่องรับที่ดีที่สุดแล้วในการรับสัญญาณ เนื่องจากในกรณีมีผู้ใช้คนเดียวไม่มี MAI เกิดขึ้น ดังนั้นเมื่อใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันในการกำจัด MAI สมรรถนะที่ได้จะไม่ดีไปกว่าสมรรถนะในกรณีที่ในระบบมีผู้ใช้รายที่ต้องการส่งข้อมูลอยู่เพียงคนเดียวและรับด้วยเครื่องรับแบบแมตช์ หรือกล่าวได้ว่าเป็นขอบเขตของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันซึ่งขอบเขตตรงนี้จะถูกเรียกว่าขอบเขตผู้ใช้รายเดียว (Single user bound)

2.6 ดีคอรีเลเตอร์และมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงหลักการของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบดีคอรีเลเตอร์ชนิดน้ำหนักถ่วงคงที่และมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับชนิดน้ำหนักถ่วงคงที่และชนิดปรับค่าน้ำหนักถ่วงด้วยอัลกอริทึม LMS (Least Mean Square algorithm) โดยมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบดีคอรีเลเตอร์เป็นมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่มีความสัมพันธ์ใกล้ชิดกับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ นั่นคือสามารถมองมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับเสมือนว่าเป็นเครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์บางส่วนได้ และในกรณีปกติแล้วมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับจะมีสมรรถนะไม่ด้อยกว่ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบดีคอรีเลเตอร์ ยกเว้นในกรณีที่มีการเรียงลำดับและประมาณค่าขนาดของสัญญาณผิดพลาดอย่างมาก ซึ่งเครื่องรับทั้ง 2 ชนิดนี้จะถูกวางอยู่หลังเครื่องรับแบบแมตช์ นั่นคือจะนำเอาสัญญาณที่ผ่านออกจากเครื่องรับแบบแมตช์ที่ยังไม่ได้ตัดสินบิตของผู้ใช้ทุกๆคนป้อนเข้าไปสู่เครื่องรับนั้นๆ

2.6.1 ดีคอรีเลเตอร์

เครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์ถูกเสนอขึ้นโดย Lupas [13] โดยมีผลตอบของเครื่องรับเป็นอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของสเปรดดิงโค้ด ดังสมการ (2-10)

$$T = \Gamma^{-1} \tag{2-10}$$

เครื่องรับดีคอรีเลเตอร์จะถูกวางอยู่หลังเครื่องรับแบบแมตช์ และจากหัวข้อก่อนหน้านี้พบว่าสัญญาณออกจากเครื่องรับแบบแมตช์ซึ่งยังไม่ได้ตัดสินบิตจะสามารถเขียนได้ตามสมการ (2-4) ดังนั้นสัญญาณออกจากดีคอรีเลเตอร์สามารถเขียนได้เป็น

$$Z_n = \Gamma^{-1}(\Gamma \cdot \mathbf{A}_n \cdot D_n + M_n) \tag{2-11}$$

$$Z_n = \mathbf{A}_n \cdot D_n + \Gamma^{-1} M_n \tag{2-12}$$

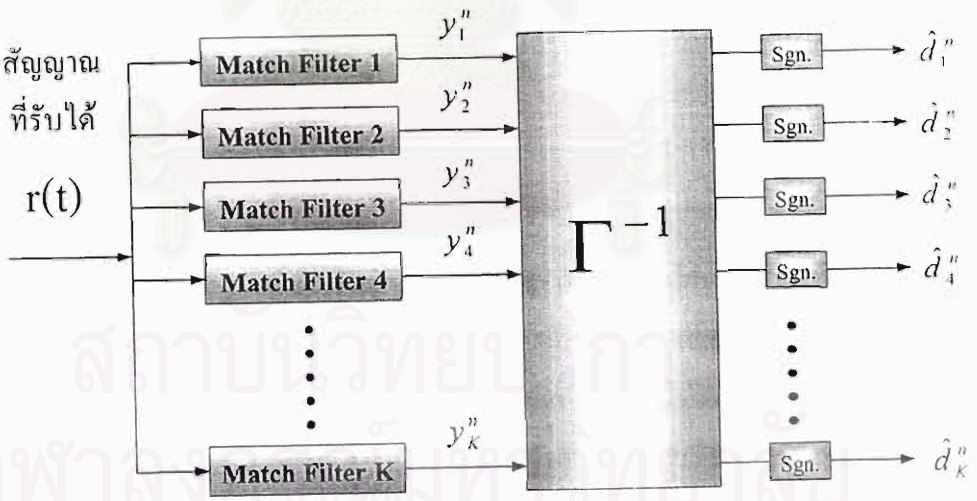
โดยที่ สัญญาณรบกวน $M'_n = \Gamma^{-1} M_n$ จะมีเมตริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองเป็น
$E(M'_n M'^{T}_n) = \Gamma^{-1}\sigma^2$
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้ลำดับที่ k จะตรวจจับสัญญาณผิดมีค่าเป็น

$$Pe_k\,(decorrelator) = Q\left(\sqrt{\frac{(a_k^n)^2}{(\Gamma^{-1})_{k,k}\,\sigma^2}}\right) \tag{2-13}$$

โดยที่ Q เป็นฟังก์ชันซึ่งมีนิยามเป็น $Q(x) = \frac{1}{2\pi}\int_x^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}}\,dy$

จากสมการ (2-12) จะพบว่าเครื่องรับแบบนี้จะสามารถกำจัด MAI ได้ทั้งหมด ดังนั้นจึงมีประสิทธิภาพดีเหนือเครื่องรับแบบแมตช์มาก แต่อย่างไรก็ตามสมรรถนะของเครื่องรับนี้จะไม่ดีนักในกรณีที่มีสัญญาณรบกวนสูงๆ เนื่องจากตัวดีคอรีเลเตอร์จะไปเพิ่มผลของสัญญาณรบกวน (ผลของพจน์สุดท้ายในสมการ (2-12)) นั่นคือ เครื่องรับแบบแมตช์มีกำลังออกของสัญญาณที่ต้องการเป็น $(\Gamma_{k,k}a_k^n)^2$ และถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนซึ่งมีกำลัง $\Gamma_{k,k}\sigma^2$ แต่ดีคอรีเลเตอร์มีกำลังออกของสัญญาณที่ต้องการเป็น $(a_k^n)^2$ และถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนซึ่งมีกำลัง $(\mathbf{\Gamma}^{-1})_{k,k}\sigma^2$ ซึ่งตามปกติแล้ว $(\mathbf{\Gamma}^{-1})_{k,k}$ จะมีค่ามากกว่า $\frac{1}{\Gamma_{k,k}}$ ดังนั้นเมื่อเทียบสัดส่วนของข้อมูลออกขนาดเท่ากัน สัญญาณรบกวนหลังผ่านดีคอรีเลเตอร์มีค่ามากกว่า หรืออาจกล่าวได้ว่าดีคอรีเลเตอร์มีคุณสมบัติเพิ่มสัญญาณรบกวน (enhance noise) ดังนั้นในกรณีที่สัญญาณรบกวนมีผลรุนแรงกว่า MAI อาจทำให้การใช้เครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์มีสมรรถนะด้อยกว่าเครื่องรับแบบแมตช์

แต่อย่างไรก็ตามเครื่องรับแบบนี้ก็มีข้อดีอย่างมากในเรื่องที่ไม่ต้องอาศัยค่าขนาดของสัญญาณในการคำนวณทำให้ไม่มีความผิดพลาดเนื่องจากการประมาณค่าขนาดของสัญญาณ สำหรับความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกลนั้นเครื่องรับแบบนี้ถือว่าเป็นเครื่องรับที่มีความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกลอย่างสมบูรณ์ นั่นคือกำลังของสัญญาณจากผู้ใช้คนอื่นๆจะไม่ส่งผลต่อสมรรถนะของผู้ใช้คนที่ต้องการเลย การตรวจจับข้อมูลโดยใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบดีคอรีเลเตอร์แสดงอยู่ในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 การตรวจจับสัญญาณโดยใช้ดีคอรีเลเตอร์

2.6.2 มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ

(Decorrelating Decision Feedback Multiuser Detection, DDFMD)

มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับถูกเสนอขึ้นโดย A. Duel-Hallen [19] วิธีการของเครื่องรับแบบนี้จะเริ่มจากการแยกเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของสเปรดดิงโค้ด Γ ออกเป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมบนคูณกับเมตริกซ์สามเหลี่ยมล่าง โดยที่เมตริกซ์สามเหลี่ยมบนจะเป็นทรานสโพสของเมตริกซ์สามเหลี่ยมล่าง ซึ่งสามารถแยกเมตริกซ์ Γ นี้โดยใช้ cholesky decomposition (ใช้นิยามตาม [19] สามารถดูรายละเอียดได้ในภาคผนวก ข) ในที่สุดจะได้เป็น

$$\Gamma = \mathbf{F}^T\mathbf{F} \tag{2-14}$$

เมตริกซ์ $\mathbf{F}$ ที่ได้จะเป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมล่าง และ $f_{i,j}$ เป็นสมาชิกที่ (i, j) ของเมตริกซ์ $\mathbf{F}$ โดยที่ i = 1, ..., K และ j = 1, ..., K หลังจากหาเมตริกซ์ $\mathbf{F}$ ได้แล้ว นำสัญญาณที่ได้จากเครื่องรับแบบแมตช์ไปผ่านวงจรกรองซึ่งมีผลตอบเป็น $(\mathbf{F}^T)^{-1}$ จะได้

$$Z_n = (\mathbf{F}^T)^{-1}Y_n = (\mathbf{F}^T)^{-1}(\mathbf{F}^T\mathbf{F}\cdot\mathbf{A}_n\cdot D_n + M_n) \tag{2-15}$$

$$Z_n = \mathbf{F}\cdot\mathbf{A}_n\cdot D_n + U_n \tag{2-16}$$

โดยที่ U_n จะเป็นสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาว และมีเมตริกซ์สหสัมพันธ์ตัวเองเป็น

$E(U_n U_n^T) = \sigma^2\mathbf{I}$

ดังนั้น อาจมองได้ว่าวงจรกรองป้อนไปข้างหน้านี้เป็น whitening filter นั่นเอง และเขียนส่วนประกอบที่ k ของ Z_n ได้เป็น

$$z_k^n = f_{k,k}a_k^n\cdot d_k^n + \sum_{i=1}^{k-1} f_{k,i}a_i^n d_i^n + u_k^n \tag{2-17}$$

จากสมการ (2-17) พจน์ $f_{k,k}a_k^n d_k^n$ คือพจน์ที่เป็นสัญญาณจากบิตข้อมูลของผู้ใช้คนที่ k จริงๆ และพจน์ $f_{k,i}a_i^n d_i^n$ คือพจน์ที่เป็น MAI จากบิตข้อมูลของผู้ใช้คนที่ i กวนคนที่ k ดังนั้นจะพบว่าหลังจากผ่านวงจรกรองซึ่งมีผลตอบ $(\mathbf{F}^T)^{-1}$ (ในที่นี้จะเรียกเป็นวงจรกรองป้อนไปข้างหน้า) แล้วจะมีแต่ผลการรบกวนของผู้ใช้ที่มีลำดับต่ำกว่ามันเท่านั้น นั่นคือมีแต่การรบกวนจากผู้ใช้คนที่ i < k เท่านั้น หมายความว่าวงจรกรอง $(\mathbf{F}^T)^{-1}$ ตัวนี้ทำหน้าที่กำจัด MAI จากผู้ใช้ที่มีลำดับสูงกว่าผู้ใช้ที่พิจารณาทั้งหมด ซึ่งก็จะพบว่ามีลักษณะคล้ายกับเครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์เพียงแต่กำจัด MAI ไปครึ่งเดียวเท่านั้น

หลังจากนั้นสัญญาณที่ออกจากวงจรกรอง $(\mathbf{F}^T)^{-1}$ จะเข้าไปสู่ส่วนป้อนกลับซึ่งทำหน้าที่กำจัด MAI จากคนที่มีลำดับต่ำกว่าโดยการหักล้าง โดยคำว่าป้อนกลับในที่นี้ไม่ได้หมายถึงการป้อน

กลับจริงๆซึ่งคือการป้อนกลับสัญญาณของผู้ใช้คนเดิมกลับไปหาคนเดิม หากแต่เป็นการป้อนสัญญาณจากผู้ใช้คนที่ตัดสินบิตไปแล้วไปหาผู้ใช้คนอื่นๆซึ่งยังไม่ได้ตัดสินบิตซึ่งจะได้กล่าวต่อไป นั่นคือการทำงานในส่วนป้อนกลับสามารถถูกจัดประเภทไว้ในประเภทหักล้างกันอย่างต่อเนื่องได้ (ไม่ใช่เครื่องรับแบบป้อนกลับจริงๆ) หรืออาจกล่าวได้ว่ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับนี้เป็นการผสมผสานระหว่างดีคอรีเลเตอร์บางส่วนและหักล้างกันอย่างต่อเนื่องบางส่วน

สำหรับการทำงานของส่วนป้อนกลับจะสามารถอธิบายได้โดยพิจารณาสมการ (2-17) ซึ่งจะสังเกตได้ว่าสัญญาณที่ผ่านวงจรกรองป้อนไปข้างหน้าออกมาของผู้ใช้คนแรก (k = 1) จะไม่มี MAI อยู่เลย ดังนั้นสัญญาณตรงนี้สามารถนำไปตัดสินให้เป็นบิตข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 ได้ทันที และเพราะว่าพจน์ $f_{2,1}a_1''d_1''$ เป็นพจน์ของ MAI จากผู้ใช้คนที่ 1 ที่ไปรบกวนผู้ใช้คนที่ 2 ดังนั้นสามารถนำบิตข้อมูลที่ตัดสินใจไปแล้วของผู้ใช้คนที่ 1 คือ $\hat{d}_1''$ ไปช่วยกำจัด MAI ให้ผู้ใช้คนที่ 2 ได้ โดยที่ต้องหน่วงเวลาสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 2 เพื่อรอให้ผู้ใช้คนที่ 1 ตัดสินบิตเสร็จก่อน แล้วหลังจากนั้นนำบิตของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ตัดสินเสร็จแล้ว คือ $\hat{d}_1''$ ไปคูณกับ $f_{2,1}$ ซึ่งเป็นสมาชิกของเมตริกซ์ **F** ที่หาได้ในตอนต้นและคูณกับค่าขนาดของสัญญาณ a_1'' ซึ่งประมาณได้ที่ด้านรับ โดยในที่นี้ถือว่าประมาณได้อย่างถูกต้อง นั่นคือ จะหักล้าง MAI $f_{2,1}a_1''d_1''$ ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่มีต่อผู้ใช้คนที่ 2 ด้วย $f_{2,1}a_1''\hat{d}_1''$ และถ้าถือว่าประมาณ $\hat{d}_1''$ ได้ถูกต้อง MAI ของผู้ใช้คนที่ 2 จะถูกหักล้างหมดไปจึงสามารถนำสัญญาณหลังหักล้างของผู้ใช้คนที่ 2 ไปตัดสินบิตได้ทันทีแล้วหลังจากนั้นบิตที่ตัดสินนี้ก็จะสามารถนำไปช่วยหักล้าง MAI ให้กับผู้ใช้คนอื่นๆซึ่งมีลำดับสูงกว่ามันได้เช่นเดียวกัน กระบวนการนี้สามารถใช้ไปเรื่อยๆ โดยสามารถเขียนกระบวนการตัดสินบิตข้อมูลของผู้ใช้คนที่ k ได้เป็น

$$\hat{d}_k'' = \mathrm{sgn}(z_k'' - \sum_{i=1}^{k-1} f_{k,i}a_i''\hat{d}_i'') \tag{2-18}$$

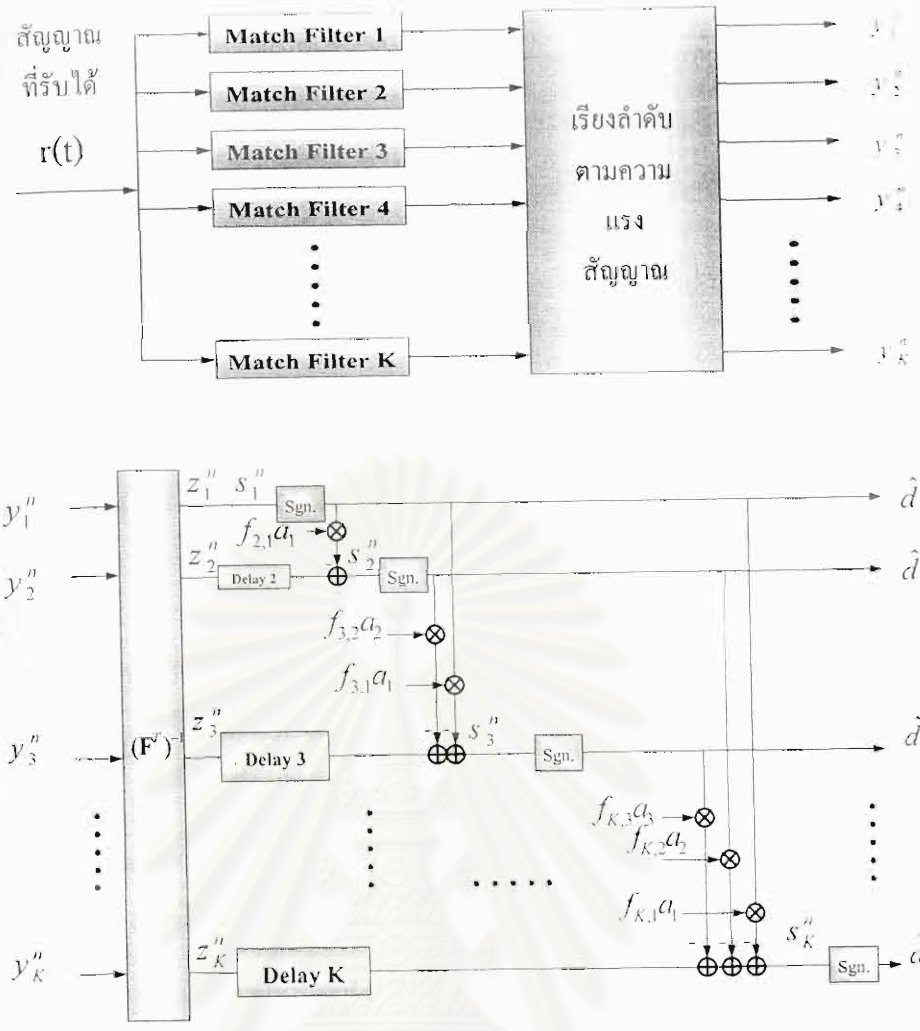
นิยามให้เมตริกซ์ **R** เป็น

$$\mathbf{R} = \overline{diag}(\mathbf{F}) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ f_{2,1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ f_{3,1} & f_{3,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ f_{K,1} & \cdots & \cdots & f_{K,K-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{2-19}$$

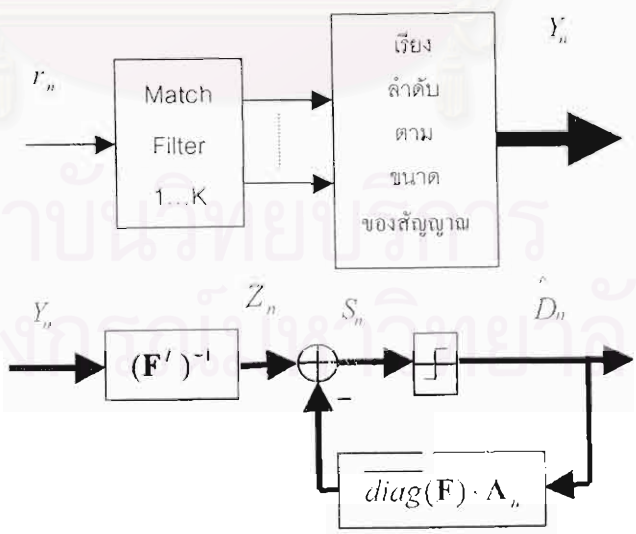
โดยที่ $f_{i,j}$ เป็นสมาชิกที่ (i,j) ของเมตริกซ์ **F**

จะสามารถเขียนกระบวนการตัดสินบิตได้เป็น

$$\hat{D}_n = \mathrm{sgn}(S_n) \tag{2-20}$$



รูปที่ 2.7.1 โครงสร้างของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ



รูปที่ 2.7.2 มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับเมื่อเขียนอยู่ในรูปบล็อกไดอะแกรมแบบป้อนกลับ

โดยที่

$$S_n = (Z_n - \mathbf{R} \cdot \mathbf{A}_n \cdot \hat{D}_n) = [s_1^n \cdots s_K^n]^T \qquad (2\text{-}21)$$

และสัญญาณรบกวนหลังผ่านออกจากมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับจะมีสหสัมพันธ์ตัวเองเป็น $E(U_n U_n^T) = \sigma^2 \mathbf{I}$

เครื่องรับมัลติยูสเซอร์แบบป้อนกลับนี้จะให้ผลดีก็ต่อเมื่อมีการเรียงลำดับพลังงานของผู้ใช้ด้วยคือ ควรทำการหักล้างผู้ใช้ที่มีกำลังสูงออกจากสัญญาณของผู้ใช้ที่มีกำลังต่ำกว่าเท่านั้น เนื่องจากบิตข้อมูลที่ตรวจจับได้จากสัญญาณของผู้ใช้ที่มีกำลังสูงจะเชื่อถือได้มากกว่า โดยในที่นี้สัญญาณออกจากเครื่องรับแบบแมตช์จะถูกนำมาเรียงตามลำดับกำลังที่มาถึงจากสูงไปต่ำแล้วจึงผ่านเข้าไปที่มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ บล็อกไดอะแกรมของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับแสดงอยู่ในรูปที่ 2.7.1 และ 2.7.2 ซึ่งในรูป 2.7.2 นั้นเส้นสัญญาณซึ่งเป็นเส้นหนาจะแทนสัญญาณ K สัญญาณซึ่งขนานกันอยู่

อาจพิจารณาได้ว่ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับเป็นมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบดีคอรีเลเตอร์บางส่วน(กำจัดความสัมพันธ์ของสัญญาณจากผู้ใช้ที่มีกำลังต่ำออกจากผู้ใช้ที่ต้องการ) และหักล้างอย่างต่อเนื่องบางส่วน(บิตข้อมูลที่ตรวจจับได้ของผู้ใช้ที่มีกำลังสูงถูกนำไปใช้ต่อในการหักล้างสัญญาณแทรกสอดให้กับผู้ใช้ที่มีกำลังต่ำกว่า)

สำหรับสมรรถนะของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับนี้จะดีกว่าหรือเท่ากับเครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์ในกรณีที่ประมาณค่าขนาดของสัญญาณที่มาถึงได้ถูกต้องหรือใกล้เคียง แต่อาจมีสมรรถนะด้อยกว่าในกรณีที่ประมาณค่าขนาดของสัญญาณที่มาถึงผิดพลาดไปมาก นอกจากนั้นการเรียงลำดับตามขนาดของสัญญาณเพื่อป้อนเข้าสู่มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับก็ยังมีความสำคัญอีกด้วย ถ้าหากเรียงลำดับผิดพลาดไป คือเรียงลำดับผู้ใช้ที่มีกำลังต่ำอยู่เหนือผู้ใช้ที่มีกำลังสูงจะทำให้ในส่วนของการป้อนกลับใช้ข้อมูลจากสัญญาณจากผู้ใช้ที่มีกำลังต่ำซึ่งเชื่อถือได้น้อยในการหักล้าง MAI ออกจากสัญญาณของผู้ใช้ที่มีกำลังสูงกว่าซึ่งเชื่อถือได้มากกว่าก็จะทำให้สมรรถนะของเครื่องรับแบบนี้ลดลง

นอกจากนั้นการที่มันมีคุณสมบัติเป็นดีคอรีเลเตอร์บางส่วนก็จะทำให้มันมีปัญหาคล้ายกับเครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์นั่นคือ แม้จะสามารถกำจัด MAI ได้ แต่ก็จะไปเพิ่มผลของสัญญาณรบกวน(พจน์สุดท้ายของสมการ (2-16)) นั่นคือ สัญญาณออกจากเครื่องรับแบบแมตช์มีกำลังของสัญญาณที่ต้องการเป็น $(\Gamma_{k,k} a_k'')^2$ และถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนซึ่งมีกำลัง $\Gamma_{k,k}\sigma^2$ แต่สัญญาณออกจากมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับมีกำลังของสัญญาณที่ต้องการเป็น $(f_{k,k} a_k'')^2$ และถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนซึ่งมีกำลัง σ^2 ตามปกติแล้ว $\frac{1}{(f_{k,k})^2}$ จะมีค่ามาก

กว่า $\frac{1}{\Gamma_{k,k}}$ (ยกเว้นผู้ใช้ในลำดับสุดท้ายจะมีค่าทั้งสองนี้เท่ากัน) ดังนั้นเมื่อเทียบสัดส่วนของข้อมูลออกขนาดเท่ากันสัญญาณรบกวนหลังผ่านมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับมีค่ามากกว่า ทำให้ในกรณีที่ผลของสัญญาณรบกวนมีผลมากกว่า MAI การใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับจะให้ผลไม่ดี จนบางครั้งอาจด้อยกว่าเครื่องรับแบบแมตช์ได้เช่นเดียวกับเครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์ แต่อย่างไรก็ตามมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับจะเพิ่มผลของสัญญาณรบกวนน้อยกว่าเครื่องรับแบบดีคอรีเลเตอร์ เนื่องจากปกติแล้ว $\frac{1}{(f_{k,k})^2}$ จะมีค่าน้อยกว่า $(\mathbf{\Gamma}^{-1})_{k,k}$ (ยกเว้นในผู้ใช้ลำดับแรกจะมีค่าทั้งสองนี้เท่ากัน) ซึ่งผลทั้งหมดนี้ได้แสดงดังตาราง 2.1.1 และ 2.1.2

ตารางที่ 2.1.1 กำลังออกของข้อมูลที่ต้องการและสัญญาณรบกวนที่ออกจากเครื่องรับต่างๆ

เครื่องรับ	กำลังออกของข้อมูลที่ต้องการ	กำลังออกของสัญญาณรบกวน
เครื่องรับแบบแมตช์	$(\Gamma_{k,k}a_k'')^2$	$\Gamma_{k,k}\sigma^2$
ดีคอรีเลเตอร์	$(a_k'')^2$	$(\mathbf{\Gamma}^{-1})_{k,k}\sigma^2$
มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ	$(f_{k,k}a_k'')^2$	σ^2

ตารางที่ 2.1.2 กำลังออกของข้อมูลที่ต้องการและสัญญาณรบกวนที่ออกจากเครื่องรับต่างๆ เมื่อเทียบที่สัดส่วนของข้อมูลออกเท่ากัน

เครื่องรับ	กำลังออกของข้อมูลที่ต้องการ	กำลังออกของสัญญาณรบกวน
เครื่องรับแบบแมตช์	$(a_k'')^2$	$\frac{1}{\Gamma_{k,k}}\sigma^2$
ดีคอรีเลเตอร์	$(a_k'')^2$	$(\mathbf{\Gamma}^{-1})_{k,k}\sigma^2$
มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ	$(a_k'')^2$	$\frac{1}{(f_{k,k})^2}\sigma^2$

โดยที่ $\frac{1}{\Gamma_{k,k}} \le \frac{1}{(f_{k,k})^2} \le (\mathbf{\Gamma}^{-1})_{k,k}$

2.6.2.1 สมรรถนะในกรณีอุดมคติ

เมื่อพิจารณาที่สภาวะอยู่ตัวกรณีอุดมคติ คือ มีสมมุติฐานว่าบิตข้อมูลที่ตรวจจับไปแล้วของผู้ใช้ลำดับก่อนหน้าผู้ใช้ที่พิจารณาถูกต้องทุกคนและทราบค่าขนาดของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนที่มาถึงด้านรับอย่างถูกต้อง ทำให้วงจรกรองป้อนกลับสามารถกำจัด MAI ให้กับผู้ใช้ที่พิจารณาได้หมด ภายใต้สมมุติฐานนี้จะพบว่าสัญญาณออกจากมัลติยูสเซอร์ดีเทคแบบป้อนกลับของผู้ใช้ลำดับที่ k จะมีค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดในการตรวจจับบิตข้อมูลเป็น [19]

$$Pe_k(DDFMD) = Q\left(\sqrt{\frac{(f_{k,k}a_k^n)^2}{\sigma^2}}\right) \tag{2-22}$$

ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับสมการ (2-13) ของดีคอรีเลเตอร์แล้วจะพบว่าค่า BER ของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับจะต่ำกว่าหรือเท่ากับค่า BER ของดีคอรีเลเตอร์เท่านั้น แต่อย่างไรก็ตามในกรณีนี้เป็นกรณีอุดมคติซึ่งตั้งสมมุติฐานว่าข้อมูลที่ตรวจจับได้ของผู้ใช้คนก่อนหน้านี้ถูกต้องและทราบค่าขนาดของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนที่มาถึงด้านรับอย่างถูกต้อง ดังนั้นในกรณีทั่วไปค่า BER จะสูงกว่าสมการนี้อย่างไรขึ้นกับว่าข้อมูลที่ตรวจจับได้ของผู้ใช้คนก่อนหน้านี้และค่าประมาณขนาดของสัญญาณที่มาถึงถูกต้องมากน้อยเพียงใด

2.6.3 มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับที่มีกระบวนการปรับอัตโนมัติโดยใช้อัลกอริทึม LMS

มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับเป็นมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่ได้รับความสนใจชนิดหนึ่ง โดยมีบทความต่างๆที่เกี่ยวข้องกับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับออกมาพอสมควร อย่างไรก็ตามมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับก็มีปัญหาที่สำคัญคือ ในระบบจริงช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา คือ มีการเข้ามาและหายไปของผู้ใช้ รวมทั้งมีการเปลี่ยนแปลงลำดับความแรงของผู้ใช้ตลอดเวลาทำให้ต้องทำการอินเวอร์สเมตริกซ์และหา cholesky decomposition เมตริกซ์ใหม่บ่อยๆทำให้ระบบมีความซับซ้อนอย่างมากโดยเฉพาะกรณีที่มีผู้ใช้จำนวนมากๆ นอกจากนี้การที่ต้องใช้ค่าขนาดของสัญญาณในการคำนวณส่วนของวงจรกรองป้อนกลับ ยังทำให้สมรรถนะของเครื่องรับนี้ขึ้นกับค่าประมาณขนาดของสัญญาณว่าแม่นยำมากน้อยเพียงไร ซึ่งถ้าต้องการให้แม่นยำมากก็ต้องใช้กระบวนการประมาณค่าขนาดสัญญาณที่ซับซ้อน

P. Seite [12] ได้เสนอให้เปลี่ยนจากการหา cholesky decomposition และอินเวอร์สเมตริกซ์ในการคำนวณวงจรกรองป้อนไปข้างหน้าและป้อนกลับ มาเป็นให้วงจรกรองทั้งสองเป็นวงจรกรองแบบปรับตัวได้ ซึ่งวงจรกรองแบบปรับตัวได้นี้เป็นวงจรกรองที่อาศัยกระบวนการทำซ้ำเพื่อปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองเองอย่างอัตโนมัติเพื่อให้ผลตอบสนองของวงจรกรองเข้าใกล้ผลตอบที่

ต้องการ และ P. Seite ได้ใช้กระบวนการการปรับอัตโนมัติโดยอัลกอริทึม LMS ในการปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองทั้งสอง ซึ่งมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับชนิดปรับตัวเองโดยอัตโนมัตินี้นอกจากจะทำให้สามารถหลีกเลี่ยงการคำนวณเมตริกซ์ที่ซับซ้อนแล้วยังสามารถหลีกเลี่ยงการนำค่าประมาณขนาดของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนซึ่งอาจมีข้อผิดพลาดมาใช้ในส่วนป้อนกลับได้อีกด้วย แต่อย่างไรก็ตามสิ่งที่ต้องสูญเสียไปในกรณีนี้คือการส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ ซึ่งผู้ใช้ทุกคนในระบบจำเป็นต้องทำการส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ทุกครั้งที่เกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้นในระบบ เช่น มีผู้ใช้เข้าหรือออกจากระบบ

2.6.3.1 วิธี Steepest descent

วิธีต่างๆ ถูกคิดค้นขึ้นมาเพื่อให้สามารถปรับน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองเข้าสู่ผลตอบที่ต้องการ ซึ่งหนึ่งในหลายวิธีนั้นก็มีวิธี steepest descent ซึ่งใช้การทำซ้ำหรือวิธีการปรับตัวเองในการเปลี่ยนแปลงค่าน้ำหนักถ่วงของวงจองกรองทีละเล็กทีละน้อยในทิศทางที่ลดค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาดในการประมาณมากที่สุดโดยจะปรับค่าน้ำหนักถ่วงดังนี้

$$W_{n+1} = W_n - \mu(\nabla J_n) \tag{2-23}$$

โดยที่ W_n เป็นเวกเตอร์ของน้ำหนักถ่วงของวงจรกรอง (tap weight vector) ที่เวลา n, μ เป็นค่าช่วงก้าว(learning rate parameter หรือ step-size), J_n เป็นค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาดที่เวลา n และเกรเดียนท์เวกเตอร์ ∇J_n เป็นเวกเตอร์ของค่าเกรเดียนท์ของค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาดที่เวลา n

2.6.3.2 อัลกอริทึม Least Mean Square (LMS)

Widrow และ Hoff ได้ประดิษฐ์อัลกอริทึม LMS ขึ้นมาเมื่อปีคศ.1960 อัลกอริทึม LMS นี้จะ ใช้ข้อมูลที่มีอยู่มาหาค่าเกรเดียนท์ที่ขณะเวลาใดๆ เพื่อนำมาประมาณค่าเกรเดียนท์จริงๆ ของวิธี steepest descent (ใช้เกรเดียนท์ที่ได้จากการประมาณแทนที่จะใช้เกรเดียนท์จริงๆแบบวิธี steepest descent ทำให้อัลกอริทึม LMS นี้จัดอยู่ในตระกูลวิธี stochastic gradient) อัลกอริทึม LMS จะใช้ค่าผลคูณของเวกเตอร์สัญญาณเข้ากับค่าความผิดพลาด $U_n e_n$ เป็นค่าประมาณของเกรเดียนท์เวกเตอร์ ∇J_n ใน วิธีของ steepest descent แต่อย่างไรก็ตามการประมาณเกรเดียนท์เวกเตอร์นี้ทำให้เกิดผลตามมา คือ ในการคำนวณแต่ละครั้งของน้ำหนักถ่วง W_n ของวงจรกรองเมื่อใช้อัลกอริทึม LMS จะได้รับผลจากเกรเดียนท์นอยส์ทำให้ W_n ที่คำนวณโดยอัลกอริทึม LMS จะมีการเคลื่อนไหวอย่าง

สุ่มรอบๆ ค่าต่ำสุดของพื้นผิวความผิดพลาด (ไม่ลู่เข้าสู่จุดต่ำสุดอย่างแท้จริง แต่ลู่เข้าในค่าเฉลี่ย)

สรุปได้ว่า อัลกอริทึม LMS ประกอบด้วยกระบวนการพื้นฐาน 2 กระบวนการ ดังนี้

1) ขบวนการกรอง (filtering process)

คำนวณผลตอบของวงจรกรองแบบทรานเวอรส์พร้อมทั้งค่าผิดพลาดในการประมาณ (estimation error) ตามสมการ (2-24) และ (2-25)

สัญญาณออกจากวงจรกรอง:

$$y_n = W_n^T U_n \tag{2-24}$$

ค่าผิดพลาด:

$$e_n = (y_n - d_n) \tag{2-25}$$

2) ขบวนการปรับค่าน้ำหนักถ่วง (adaptive process)

ทำการปรับน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองอย่างอัตโนมัติตามค่าผิดพลาดในการประมาณ ดังสมการ

$$W_{n+1} = W_n - \mu(U_n e_n) \tag{2-26}$$

โดยที่ U_n = เวกเตอร์สัญญาณเข้า, d_n = ผลตอบที่ต้องการ (desired response) และ e_n = ค่าผิดพลาดระหว่างข้อมูลที่ได้กับข้อมูลที่ต้องการ

2.6.3.3 การนำอัลกอริทึม LMS ไปใช้เพื่อปรับค่าน้ำหนักถ่วงให้กับวงจรกรองของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ

แทนที่จะทำการหา $(\mathbf{F}^T)^{-1}$ และ R นั้น P. Seite มองเมตริกซ์ป้อนไปข้างหน้าเป็นเหมือนกับเป็นวงจรกรองป้อนไปข้างหน้า K ชุด และมองเมตริกซ์ป้อนกลับเป็นวงจรกรองป้อนกลับจำนวน K ชุด น้ำหนักถ่วงชุดที่ k ของวงจรกรองป้อนไปข้างหน้าและป้อนกลับจะหาได้จากการลดค่า Mean Square Error (MSE) ซึ่งนิยามไว้เป็น

$$MSE(\Psi_k^n, \Phi_k^n) = E[(s_k^n - d_k^n)^2] \tag{2-27}$$

ใช้อัลกอริทึม LMS ในการปรับลดค่า MSE นี้ โดยเลือกใช้ค่าช่วงก้าวค่าเดียวกันทั้งหมดในการปรับค่าน้ำหนักถ่วงไปพร้อมๆกันทุกคน

เมื่อให้ Ψ_n แทนเมตริกซ์ของน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองป้อนไปข้างหน้าที่เวลา nT_s โดยที่แถวที่ k ของเมตริกซ์ Ψ_n แทนด้วย Ψ_k^n และสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นลักษณะเดียวกันสำหรับเมตริกซ์

Φ_n ซึ่งเป็นเมตริกซ์ป้อนกลับที่แทนแถวที่ k ของมันด้วย Φ_k^n จะสามารถเขียนการปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองป้อนไปข้างหน้าและป้อนกลับชุดที่ k ได้ตามสมการ (2-28) และ (2-29)

$$\Psi_k^{n+1} = \Psi_k^n - \mu(s_k^n - d_k^n)Y_k^{nT} \tag{2-28}$$

$$\Phi_k^{n+1} = \Phi_k^n + \mu(s_k^n - d_k^n)\hat{D}_{k-1}^{nT} \tag{2-29}$$

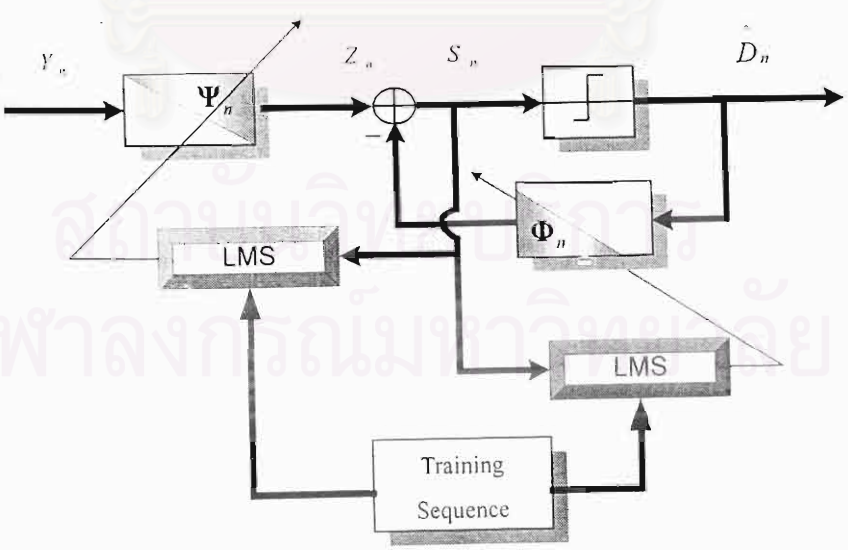
โดยที่ $\Psi_n = \begin{bmatrix} \psi_{1,1}^n & \cdots & \cdots & \cdots & \psi_{1,K}^n \\ 0 & \psi_{2,2}^n & \cdots & \cdots & \psi_{2,K}^n \\ 0 & 0 & \psi_{3,3}^n & \cdots & \psi_{3,K}^n \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \psi_{K,K}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_1^n \\ \Psi_2^n \\ \Psi_3^n \\ \vdots \\ \Psi_K^n \end{bmatrix}$,

$\Phi_n = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \phi_{2,1}^n & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \phi_{3,1}^n & \phi_{3,2}^n & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ \phi_{K,1}^n & \cdots & \cdots & \phi_{K,K-1}^n & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1^n \\ \Phi_2^n \\ \Phi_3^n \\ \vdots \\ \Phi_K^n \end{bmatrix}$,

$Y_k^n = [0 \cdots 0\ y_k^n \cdots y_K^n]^T$,

และ $\hat{D}_{k-1}^n = [\hat{d}_1^n \cdots \hat{d}_{k-1}^n\ 0 \cdots 0]^T$

บล็อกไดอะแกรมของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ ที่ใช้กระบวนการปรับอัตโนมัติโดยอัลกอริทึม LMS ได้แสดงอยู่ในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 บล็อกไดอะแกรมของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ
ที่ใช้กระบวนการปรับอัตโนมัติโดยอัลกอริทึม LMS

สำหรับสมรรถนะของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับแบบปรับตัวเองโดยใช้อัลกอริทึม LMS นี้จะมีประสิทธิภาพดีมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับว่าเลือกค่าช่วงก้าวค่ามากหรือค่าน้อย ถ้าเลือกค่าช่วงก้าวค่าสูงก็จะทำให้น้ำหนักถ่วงดู่เข้าเร็วทำให้สามารถส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ขนาดสั้นๆได้ แต่จะมีสมรรถนะที่ไม่ดีนัก และถ้าเลือกค่าช่วงก้าวค่าต่ำจะทำให้ค่าน้ำหนักถ่วงดู่เข้าช้าทำให้ต้องส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ซึ่งขนาดยาวขึ้นแต่ก็มีข้อดีคือจะให้สมรรถนะของเครื่องรับที่ดีกว่า ในการจำลองระบบในวิทยานิพนธ์นี้จะส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ทั้งหมด 2000 บิต แล้วจึงส่งข้อมูลจริงโดยเลือกค่าช่วงก้าวที่ทำให้ได้ค่า BER เฉลี่ยของระบบหลังการส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ดีที่สุด หรือกล่าวได้ว่าเป็นค่าช่วงก้าวที่ทำให้ค่า MSE ดู่เข้าในช่วงประมาณ 2000 บิต

ทั้งนี้การที่ใช้หลักการปรับลด MSE นั้นจะเสมือนมีการกำจัดผลของสัญญาณรบกวนออกไปด้วย คือ แทนจะดู่เข้าสู่ค่าเมตริกซ์ซึ่งได้จากการทำ cholesky decomposition ของเมตริกซ์ Γ จะกลายเป็นว่าจะดู่เข้าสู่ค่าเมตริกซ์ซึ่งได้จากการทำ cholesky decomposition ของเมตริกซ์ $(\Gamma + \sigma^2 \mathbf{A}^{-2})$ แทน [9] นั่นคือมีการประนีประนอมระหว่างค่าสัญญาณรบกวนที่ผ่านออกจากเครื่องรับและการกำจัด MAI ดังนั้นสัญญาณรบกวนที่ผ่านออกมาจะน้อยกว่ากรณีที่ไม่คิดผลของสัญญาณรบกวน ฉะนั้นสมรรถนะของเครื่องรับนี้เมื่ออยู่ในสภาวะที่มีสัญญาณรบกวนสูงๆจะดีกว่ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับของ A. Duel-Hallen ในหัวข้อที่ 6.6.2 และสามารถเรียกเครื่องรับในหัวข้อนี้เป็น MMSE Decision Feedback Multiuser Detector แทนที่จะเป็น Decorrelating Decision Feedback Multiuser Detector อย่างไรก็ตามสมรรถนะของเครื่องรับนี้เมื่อสัญญาณรบกวนต่ำๆจะเป็นเช่นเดียวกับสมรรถนะของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับในหัวข้อที่ 6.6.2 เนื่องจาก $\lim_{\sigma^2 \to 0} (\Gamma + \sigma^2 \mathbf{A}^{-2}) = \Gamma$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย