การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบถดถอยเชิงเส้นปัวส์ซง

นางสาว กานธนิกา ชุณหะวัต

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณชิยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1944-2

PARAMETER ESTIMATION FOR POISSON REGRESSION MODEL

Miss Kantanika Choonhawatt

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-1944-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบถดถอยเชิงเส้นปัวส์ซง
โดย	นางสาวกานธนิกา ชุณหะวัต
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิรัช อภิเมธีธำรง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร.อ.มานพ วราภักดิ์)

กานธนิกา ชุณหะวัต: การประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบถดถอยเชิงเส้นปัวส์ซง.
(PARAMETER ESTIMATION FOR POISSON REGRESSION MODEL)
อ.ที่ปรึกษา: รศ. ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา, จำนวนหน้า 70 หน้า.ISBN 974-17-1944-2.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษา วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซง 2 วิธีคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) และ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Square) ตัวแบบที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้เป็นตัวแบบที่มีฟังก์ชันเชื่อมโยง (Link Function) เป็นเอกลักษณ์ (Identity) โดยกำหนดให้ตัวแบบถดถอยมีตัวแปรอิสระ 1 , 2 และ 3 ตัวแปร ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation) ของตัวแปรอิสระมี 3 ระดับคือ ไม่มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อย และ มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก และกำหนดให้มีขนาดตัวอย่างเป็น 25 , 50 , 75 , 100 , 125 , 150 ,175 , 200 , 225 , 250 , 275 , 300 , 325 , 350 , 375 และ 400 ตามลำดับ ในการวิจัยครั้งนี้ทำการจำลองข้อมูลและสร้างตัวแบบถดถอย ด้วยโปรแกรม s-plus 2000 และทำการประมวลผล 500 รอบทั้งในการจำลองข้อมูลและการสร้างตัวแบบถดถอย โดยใช้เกณฑ์ ค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย (AMSE) เป็นเกณฑ์สำหรับวัดวิธีการประมาณ 2 วิธี

จากการวิจัยครั้งนี้ผลสรุปสุดท้ายได้ว่า ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซง ที่สร้างจากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก และวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ใกล้เคียงกันและให้ตัวแบบที่ดีใกล้เคียงกัน ในส่วนการพิจารณาตัวแบบปัวส์ซงจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่แตกต่างกัน 3 ระดับนั้นไม่สามารถระบุได้แน่ชัดว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ใดให้ตัวแบบดีกว่ากันในทั้ง 2 วิธีการสร้างตัวแบบ

ภาควิชา สถิติ	ลายมือชื่อนิสิต..
สาขาวิชา สถิติ	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา................................
ปีการศึกษา 2545	

4282168626 : MAJOR STATISTICS

KEY WORD : MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION / WEIGHTED LEAST SQUARE / AMSE

KANTANIKA CHOONHAWATT : PARAMETER ESTIMATION FOR POISSON REGRESSION MODEL .THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF SUPOL DURONGWATANA , Ph.D. , 70 pp.

ISBN 974-17-1944-2.

The objetive of this research to compare of two parameter-estimation methods.These two methods are Maximum Likelihood Estimation method (MLE) and Weighted Least Squares method (WLS) . The model in this research uses identity link function . In this study,the number of the independent variables is 1 , 2 and 3 .Sample size is 25 , 50 , 75 , 100 ,125 , 150 ,175 , 200 , 225 , 250 , 275 , 300 , 325 , 350 , 375 and 400 .There are three levels of correlation among independent variables in the study. Those are no correlation , low correlation and high correlation . The data in this research are generated through Monte Carlo simulation using program s-plus 2000.The simulation was run 500 times for each situation. The AMSE(Average Mean Square Error) is used as the evaluation criterior for both methods.

The conclusion is that Maximum Likelihood Estimation method and Weighted Least Squares method provided almost the same estimates and no one is better than the other significantly. At the different levels of correlation among independent variables ,it can not be concluded clearly which level gives the better estimates.

Department Statistics	Student's signature......................................
Filed of study Statistics	Advisor's signature......................................
Academic year 2002	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดีของรองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาที่กรุณาให้คำปรึกษา ตรวจสอบ แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อย่างดียิ่งจนกระทั่งสำเร็จเป็นวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณและสำนึกในพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี ในฐานะประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ นพรัตน์ รุ่งอุทัยศิริ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์ ในฐานะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบรูณ์ยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทให้ความรู้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งสำเร็จการศึกษา ท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา-มารดา น้องสาว น้องชายและเพื่อนๆทุกคนที่ช่วยเหลือผู้วิจัยในด้านต่างๆ ทั้งด้าน เงินทุน อุปกรณ์ กำลังใจ ตลอดจนคำปรึกษาต่างๆ จนสำเร็จการศึกษา ทั้งนี้ต้องขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่มอบทุนแก่ผู้วิจัยในการทำวิจัยมา ณ ที่นี้ด้วย

สารบัญ

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

ภาพประกอบ หน้า

สารบัญภาพ(ต่อ)

สารบัญภาพ(ต่อ)

บทที่1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

วิทยานิพนธ์เรื่องนี้เป็นการศึกษาตัวแบบถดถอย (Regression Analysis) ในตัวแบบถดถอยที่เป็นแบบเชิงเส้น (Linear Regression Model) การวิเคราะห์ความถดถอยเป็นการศึกษาถึงความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 กลุ่ม คือ ระหว่างตัวแปรอิสระ (Independent Variables) ซึ่งมีได้หลายตัวแปร กับตัวแปรอีกกลุ่มหนึ่งซึ่งมีได้ตัวเดียวคือตัวแปรตาม (Dependent Variale) ตัวแปรทั้งสองกลุ่มจะมีความสัมพันธ์กันจนสามารถเขียนออกมาในรูปของสมการของตัวแบบถดถอย (Regression Model) และสมการตัวแบบถดถอยนี้ จะสามารถเอาไปใช้ประโยชน์ คือใช้ในการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตามได้

แต่ในการศึกษานี้จะต้องเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น อันได้แก่ การจำกัดขอบเขตของการศึกษา ข้อจำกัดของข้อมูลที่ใช้วิเคราะห์ และวิธีการวิเคราะห์ เพื่อให้ข้อมูลนั้นน่าเชื่อถือ เนื่องจากวิธีการทางสถิติแต่ละวิธีมีข้อจำกัดในการใช้ว่าข้อมูลนั้นต้องเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น วิทยานิพนธ์เรื่องนี้ ทำการศึกษาตัวแบบถดถอยกรณีที่ตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซง ซึ่งก็คือตัวแบบถดถอยปัวส์ซง (Poisson Regression) แต่ตัวแปรอิสระไม่มีแจกแจงแบบใดๆ และเป็นค่าคงที่ ซึ่งมีค่าความคลาดเคลื่อนแจกแจงแบบปัวส์ซงเช่นกัน

การแจกแจงแบบปัวส์ซงนั้นเป็นการแจกแจงที่เกิดขึ้นในตัวแปรสุ่มของการทดลอง หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่งที่ต่อเนื่องกัน โดยหนึ่งหน่วยนั้น อาจเป็นวินาที นาที ชั่วโมง วัน สัปดาห์ เดือน หรือ ปี และหนึ่งหน่วยพื้นที่ อาจจะเป็นความยาว พื้นที่ ปริมาตร โดยข้อมูลที่ได้จากตัวแปรสุ่มนี้เป็นแบบไม่ต่อเนื่องกันชนิดหนึ่ง ตัวอย่างของตัวแปรตามที่มีการแจกแจงแบบปัวส์ซงพบอยู่ทั่วไปมีตัวอย่างดังเช่น อัตราการตายของประชากรด้วยโรคระบาดต่อปีในอำเภอหนึ่ง จำนวนคำที่พิมพ์ผิดต่อหนึ่งหน้าในหนังสือขนาดใหญ่ จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นต่อเดือนในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวนครั้งที่มีผู้โทรศัพท์เรียกใช้บริการ 17 ในแต่ละวัน เป็นต้น เหตุการณ์ที่เกิดมักจะไม่เกิดขึ้นบ่อยครั้งนักในชีวิตประจำวัน ตัวแปรสุ่มจะมีการแจกแจงแบบปัวส์ซงหรือไม่ต้องมีคุณสมบัติ 3 ข้อต่อไปนี้

1.เราสามารถแบ่งหนึ่งหน่วยเวลาหรือหนึ่งหน่วยพื้นที่นั้นให้สั้นมาก ๆ ได้ โดยมีความน่าจะเป็นของการเกิดความสำเร็จหนึ่งๆ ในช่วงเวลาสั้นนั้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับหนึ่งหน่วยเวลาหรือหนึ่งหน่วยพื้นที่นั้น นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะเกิดในช่วงระยะเวลาสั้นๆ t_i จะ

ประมาณได้ด้วย μt_i

2. จำนวนครั้งของการเกิดความสำเร็จในช่วงระยะเวลาสั้นๆ t_i จะไม่มีผลกระทบต่อการเกิดหรือไม่เกิดเหตุการณ์ในช่วงเวลาอื่น

3. ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความสำเร็จมากกว่าหนึ่งครั้งในช่วงระยะเวลาสั้นๆจะประมาณได้ด้วยศูนย์หรือน้อยมาก

ในหัวข้อนี้ เราจะมาศึกษาถึงการสร้างตัวแบบถดถอยของข้อมูลที่มีตัวแปรตามการแจกแจงแบบปัวส์ซง โดยวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares) ตัวแบบที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซงนี้ ค่าตัวแปรตามจะเป็นบวกเสมอเนื่องจากเป็นค่าของจำนวนครั้งที่เกิดของเหตุการณ์ใน1ช่วงระยะเวลาที่เรากำหนดให้ ผลลัพธ์ของตัวแบบถดถอยแบบปัวส์ซงนั้นมีค่านับได้(Y_i = 0,1,2,...) และมีฟังก์ชั่นการแจกแจง (Probablity Function) ดังนี้

$$f(Y_i) = \frac{\mu_i^{Y_i} \exp(-\mu_i)}{Y_i!} ; Y_i = 0,1,2,...$$

มีค่าเฉลี่ย (Mean) และ ค่าความแปรปรวน (Varaince) ของฟังก์ชั่นการแจกแจง ดังนี้

$$E(Y_i) = \mu_i$$
$$\sigma^2(Y_i) = \mu_i$$

จากสมการข้างต้นจะพบว่าค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของฟังก์ชั่นการแจกแจกค่าเท่ากัน ดังนั้นถ้าค่าเฉลี่ยของฟังก์ชั่นมีค่ามากความแปรปรวนของฟังก์ชั่นก็จะมากด้วย

ถ้าสิ่งที่เราสนใจศึกษามีมากกว่า 1 หน่วยเวลาหรือหน่วยพื้นที่ เราสามารถเขียนฟังก์ชั่นการแจกแจงในรูปนี้

$$f(Y_i) = \frac{(t_i \mu_i)^{Y_i} \exp(-t_i \mu_i)}{Y_i!} ; Y_i = 0,1,2,3....$$

เมื่อ t_i คือ จำนวนของหน่วยเวลาหรือหน่วยพื้นที่ของสิ่งที่เราสนใจศึกษาตัวแบบปัวส์ซงเขียนได้ดังนี้

$$Y_i = E(Y_i) + \varepsilon_i ; i = 1,2,3.....$$

และมีฟังก์ชั่นของค่าเฉลี่ยต่างๆดังนี้

$$\mu_i = \mu(X_i, \beta) = X_i^{'} \beta$$
$$\mu_i = \mu(X_i, \beta) = \exp(X_i^{'}, \beta)$$
$$\mu_i = \mu(X_i, \beta) = \log_e(X_i^{'}, \beta)$$

ฟังก์ชั่นของค่าเฉลี่ยที่เราสนใจศึกษาคือ

$$\mu_i = \mu(X_i, \beta) = X_i^{'} \beta$$

และเชื่อมโยงกับฟังก์ชันเชื่อมโยงเอกลักษณ์ (Identity)

$$g(\mu_i) = \mu_i = X^{'}_i \beta$$

จาก

$$Y_i = E(Y_i) + \varepsilon_i ; i = 1,2,3.....$$

และ

$$E(Y_i) = \mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... \beta_i x_i$$

$$VAR(Y_i) = \mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... \beta_i x_i$$

โดยที่

$$f(Y) = \frac{\mu^Y \exp(-\mu)}{Y!} ; Y = 0,1,2,...$$

จะได้ว่า

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... \beta_i x_i + \varepsilon_i$$

ซึ่งมีลักษณะเป็นตัวแบบถดถอยเชิงเส้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย (β) และค่าความแปรปรวน (Variance) ของตัวแบบที่สร้างโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum Likelihood Estimation) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก(Weighted Least Squares)

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบวิธีการสร้างตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซง ระหว่างวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก ว่าวิธีการใดดีกว่ากัน โดยเปรียบเทียบกันด้วยค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย(AMSE)

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 กำหนดตัวแปรอิสระตั้งแต่ 1 ตัวแปร ถึง 3 ตัวแปร

1.3.2 กำหนดขนาดตัวอย่างของตัวแบบที่มีจำนวนตัวแปรอิสระแต่ละตัวต่างๆกันดังกล่าว มีค่าดังนี้ 25 , 50 , 75 , 100 , 125 , 150 , 175 , 200 , 225 , 250, 275 , 300 , 325 , 350, 375 และ 400

1.3.3 กำหนดค่าของสัมประสิทธิ์ความถดถอย (β) ที่ทำให้ค่าของ μ_i มีค่าเป็นบวก จะกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเป็นดังนี้ β_0 = 0.8 , β_1 = 0.002 , β_2 = 0.00002 และ β_3 = 0.00002

1.3.4 กำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยกันเป็นดังนี้ คือ ไม่สัมพันธ์กันเลย สัมพันธ์กันเล็กน้อย และสัมพันธ์กันมาก

1.3.5 กำหนดการสุ่มตัวอย่างเพื่อหาค่าตัวแปรตาม 500 ครั้งและกำหนดการประมวลผลเพื่อสร้างตัวแบบถดถอย 500 รอบ

1.4 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรตาม (Dependent Variable) หมายถึง ตัวแปรที่ได้รับผลกระทบจากตัวแปรอิสระ

ตัวแปรอิสระ (Independent Variables) หมายถึง ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตาม โดยมีอิทธิพลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรตามเมื่อค่าของมันเปลี่ยนแปลงไป

1.5 สมมติฐานการวิจัย

การประมาณตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซงด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ให้ตัวแบบที่ดีกว่าการประมาณด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

1.6 ข้อตกลงเบื้องต้น

1.6.1 ตัวแบบที่เราสนใจศึกษามีฟังก์ชั่นเชื่อมโยงเป็นเอกลักษณ์

$$g(\mu_i) = \mu_i = \mu(X_i, \beta) = X_i^{'}\beta$$

1.6.2 ตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ไม่มีการแจกแจงใดๆ ค่าความคลาดเคลื่อนและตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบปัวส์ซง

1.6.3 พารามิเตอร์ที่ศึกษาคือ μ_i และ β โดยที่ μ_i คือค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของตัวแปรซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ เนื่องจากเป็นจำนวนครั้งที่เหตุการณ์ที่เราสนใจศึกษาจะเกิดในการแจกแจงแบบปัวส์ซง ซึ่งมีค่าไม่คงที่ และ

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots \beta_i x_i$$

1.7 วิธีดำเนินการวิจัย

1.7.1 ทำการกำหนดค่าของตัวแปรอิสระโดยกำหนดค่าให้เป็นค่าคงที่ ด้วยโปรแกรม S-PLUS 2000 โดยกำหนดให้มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์(correlation coefficient)ของตัวแปรอิสระ 3 ระดับคือ ไม่มี มีน้อย และมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก โดยกำหนดโดยทำให้เกิดลำดับต่างๆที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่างๆกัน กรณีไม่มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ จะกำหนดลำดับที่มีความสัมพันธ์กันระหว่างลำดับก่อน หลังจากนั้นจึงแปลงค่าตามหลังการตั้งฉาก(Orthogonal)ของเมทริกซ์ กรณีมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อยจะกำหนดลำดับที่มีของลำดับที่จะให้ค่าสัมพันธ์กันน้อยดังนี้เช่น ลำดับ $a_n = 0.5^n$ กับลำดับ $a_n = (-0.9)^n$ เพราะการที่ลำดับหลังมีค่าสัมประสิทธิ์เป็นลบจะทำให้ค่าต่างทิศทางกันในลำดับเดียวซึ่งจะทำให้สัมพันธ์กับลำดับแรกน้อยเพราะลำดับแรกมีทิศทางเดียวกันตลอดทั้งลำดับ กรณีมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมากจะกำหนดลำดับที่สัมพันธ์กันมากเช่น ลำดับ $a_n = 0.5^n$ กับลำดับ $a_n = 0.9^n$ เพราะการที่ลำดับหลังมีค่าสัมประสิทธิ์เหมือนกับลำดับแรกจะทำให้สัมพันธ์กับลำดับแรกมากเพราะทั้งสองลำดับมีทิศทางเดียวกันตลอดทั้งลำดับ

1.7.2 การสร้างค่าตัวแปรตามที่มีการแจกแจงแบบปัวส์ซงด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป S-PLUS 2000

1.7.3 สร้างตัวแบบถดถอยด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และ กำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป S-PLUS 2000

1.7.4 ทำการเปรียบเทียบตัวแบบที่สร้างจากวิธีทั้งสองว่าวิธีใดดีกว่ากัน โดยการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย(AMSE) ของตัวแบบกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆทุกสถานการณ์และหาข้อสรุป

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.8.1 เพื่อให้สามารถสร้างตัวแบบถดถอยที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบปัวส์ซง และประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดได้

1.8.2 เพื่อให้สร้างตัวแบบถดถอยที่ตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบปัวส์ซงและประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักได้

1.8.3 เพื่อให้ทราบว่าวิธีการประมาณตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซงในตัวแบบที่มีขนาดตัวอย่างแตกต่างกันไป และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่แตกต่างกันไป ในสองวิธีการคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดกับ กับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด สองวิธีนี้วิธีใดดีกว่ากัน ด้อยกว่ากันในกรณีใดบ้างอย่างไร

1.8.4 เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานจริงที่เรื่องที่สนใจศึกษาเป็นการศึกษาตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซง

1.9 เกณฑ์การตัดสินใจ

ใช้การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย(AMSE)

$$AMSE = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{nm}; n = 1,2,3; m = 1,2,3,\ldots, 500$$

เมื่อnคือจำนวนสัมประสิทธิ์ความถดถอยและmคือจำนวนรอบการประมวลผล

บทที่2

ระเบียบวิธีการวิจัย

2.1 ข้อสมมติของสมการถดถอยปัวส์ซง

สำหรับงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาตัวแบบปัวส์ซง โดยใช้ฟังก์ชันเชื่อมโยงแบบเอกลักษณ์ (Identity)

$$g(\mu_i) = \mu_i = \mu(X_i, \beta) = X_i^{'} \beta$$

สมการถดถอยสามารถเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$G(X) = X \underset{\sim}{\beta}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & .x_{12}..... & x_{p1} \\ 1 & x_{21} & ... & x_{p2} \\ . & ...... & .... & ... \\ 1 & x_{1k} & .... & x_{pk} \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ .. \\ \beta_p \end{bmatrix}_{(p+1)\times 1}$$

เมื่อp+1คือจำนวนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย และkคือขนาดตัวอย่าง

2.2 ลอการทึมของฟังชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Log Likelihood Function)

วิธีการสร้างตัวแบบด้วยวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ทำได้โดยการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชั่นลำดับที่1ของสมการการแจกแจงของตัวแปรตามเทียบกับสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแบบ โดยที่ ฟังก์ชั่นภาวะน่าจะเป็นของตัวแบบถดถอยปัวส์ซงคือ

$$L(\beta_0, \beta_1, .., \beta_i)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} f(Y_i / \beta_0, \beta_1, .., \beta_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-(\beta_0 + \beta_1 x_1 +, .., \beta x_{i\,i})} (\beta_0 + \beta_1 x_1 + ..\beta_i x_i)^{Y_i}}{Y_i !}$$

$$l(\beta_0, \beta_1, .., \beta_i) = \ln L(\beta_0, \beta_1, .., \beta_i)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} (\beta_0 + \beta_1 x_1 +_i ..\beta_i x_i) + \sum_{i=1}^{n} Y_i \ln(\beta_0 + \beta_1 x_1 + .. + \beta_i x_i)_i + \sum_{i=1}^{n} \ln Y_i !$$

2.3 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย (β) ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation)

วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดนั้น มีจุดประสงค์เพื่อหาตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ทำให้ $l(\beta)$ มีค่ามากที่สุด โดยทำการหาอนุพันธ์(Differentiate) เทียบกับพารามิเตอร์ $\beta_0, \beta_1, \beta_3, ...\beta_p$ แล้วให้ผลลัพธ์เท่ากับศูนย์ จะได้สมการเชิงเส้น p+1 สมการ ที่สามารถหาค่าของพารามิเตอร์ดังกล่าวได้จากการวนซ้ำ(Iteration) เนื่องจากสมการลอการิทึมของปัวส์ซงที่หาได้นั้นไม่สามารถแก้สมการหาค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยด้วยวิธการปกติได้

2.4 การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย (β) ในสมการถดถอยที่สร้างด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation)

ในงานวิจัยนี้หาค่าพารามิเตอร์ของวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดด้วยวิธีการ Newton – Raphson โดยขั้นแรกจะทำการหาเมทริกซ์ของอนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งได้ดังนี้

$$U(\beta) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_0} \\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_p} \end{bmatrix}$$

โดยมีขนาดของเมทริกซ์คือ (p+1)x1

หลังจากนั้นกำหนดเมทริกซ์ของอนุพันธ์ลำดับที่สองคือ

$$H(\beta) = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0{}^2}\right) & \left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1}\right) & .... & ... & \left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_p}\right) \\ (\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_0}\right) & ..... & ..... & .... & \left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_p}\right) \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & \\ \left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_p \partial \beta_0}\right) & .... & ... & .... & \left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_p{}^2}\right) \end{bmatrix}$$

จากนั้นทำการวนซ้ำตามสมการ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1} = \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r} - H^{-1}(\beta_r)U(\beta_r)$$

จนกว่า

$$\left| \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1} - \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r} \right| \langle 0.0000001$$

จากนั้นจึงยอมรับค่า $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1}$

ตัวแบบถดถอยที่เราสนใจศึกษามีสามตัวแบบคือ

1. $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$
2. $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$
3. $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$

2.4.1 ตัวแบบถดถอยที่หนึ่งคือ

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

ตัวแบบถดถอยนี้มีพารามิเตอร์คือ β_0 และ β_1

กำหนดให้ $\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$

และ

$$U(\beta) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_0} \\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_1} \end{bmatrix}$$

เมื่อ

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

เราจะหาค่าของพารามิเตอร์ทั้งสองโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ได้ดังนี้

$$L(\beta_0, \beta_1) = \prod_{i=1}^{\times n} \frac{e^{-(\beta_0 + \beta_1 x_i)} (\beta_0 + \beta_1 x_i)^{y_{\tilde{A}}}}{y!}$$

$$\ln L(\beta_0, \beta_1) = l(\beta_0, \beta_1) = -\sum_{i=1}^{n} (\beta_0 + \beta_1 x_i) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln(\beta_0 + \beta_1 x_i) - \sum_{i=1}^{n} \ln(y_i!)$$

$$\frac{\partial l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} = -n + \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{\beta_0 + \beta_1 x_i} = 0$$

$$\frac{\partial l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_i}{\beta_0 + \beta_1 x_i} = 0$$

และจะได้ว่า

$$H(\beta) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0^{\,2}} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} \\ \dfrac{\partial l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1^{\,2}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0^{\ 2}} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_1)^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_i)^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1^{\ 2}} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_i^{\ 2}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i})^2}$$

จากนั้นทำการวนซ้ำตามสมการ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1} = \underset{\sim}{\hat{\beta}}_r - H^{-1}(\beta_r) U(\beta_r)$$

จนกว่า

$$\left| \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1} - \underset{\sim}{\hat{\beta}}_r \right| \langle 0.0000001 \text{ จากนั้นจึงยอมรับค่า } \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1}$$

2.4.2 สำหรับตัวแบบถดถอยที่สอง ซึ่งมีสมการคือ

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$

ตัวแบบถดถอยนี้มีพารามิเตอร์คือ β_0, β_1 และ β_2 กำหนดเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

และเมทริกซ์

$$U(\beta)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial l(\beta)}{\partial\beta_0}\\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial\beta_1}\\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial\beta_2}\end{bmatrix}$$ โดยมีค่าต่างๆดังนี้

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$

$$L(\beta_0,\beta_1,\beta_2)=\prod_{i=1}^{n}\frac{e^{-(\beta+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i})}(\beta_0+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i})^{y_i}}{y_i!}$$

$$\ln L(\beta_0,\beta_1,\beta_2)=l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$$

$$=-\sum_{i=1}^{n}(\beta_0+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i})+\sum_{i=1}^{n}y_i\ln(\beta_0+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i})-\sum_{i=1}^{n}\ln(y_i!)$$

$$\frac{\partial l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial\beta_0}=-n+\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{(\beta_0+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i})}=0$$

$$\frac{\partial l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial\beta_1}=-\sum_{i=1}^{n}x_{1i}+\sum_{i=1}^{n-}\frac{x_{1i}y_i}{(\beta_0+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i})}=0$$

$$\frac{\partial l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial\beta_2}=-\sum_{i=1}^{n}x_{2i}+\sum_{i=1}^{n}\frac{x_{2i}y_i}{(\beta_0+\beta_1 x_{1i}+\beta_2 x_{2i})}=0$$

และกำหนดเมทริกซ์

$$H(\beta)=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0{}^2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_2}\\ \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1{}^2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1\partial\beta_2}\\ \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1\partial\beta_2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_2{}^2}\end{bmatrix}$$

ซึ่งมีค่าต่างๆดังแสดงได้ต่อไปนี้

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial \beta_0{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

จากนั้นทำการวนซ้ำตามสมการ

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1} = \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r} - H^{-1}(\beta_r)U(\beta_r)$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial \beta_1{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i} x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1,\beta_2)}{\partial \beta_2{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

จนกว่า

$$\left| \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1} - \underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r} \right| \langle 0.0000001$$

จากนั้นจึงยอมรับค่า $\underset{\sim}{\hat{\beta}}_{r+1}$

2.4.3 สำหรับตัวแบบถดถอยที่สาม ซึ่งมีสมการคือ

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$$

ตัวแบบถดถอยนี้มีพารามิเตอร์คือ $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ และ β_3

กำหนด

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}$$

และกำหนด

$$U(\beta) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_0} \\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_2} \\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_3} \end{bmatrix}$$ โดยมีค่าต่างๆดังนี้

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$$

$$L(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-(\beta + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})} (\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^{y_n}}{y_i !}$$

$$\ln L(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} (\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} y_i \ln(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i}) - \sum_{i=1}^{n} \ln(y_i !)$$

$$\frac{\partial l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0} = -n + \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})} = 0$$

$$\frac{\partial l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} x_{1i} + \sum_{i=1}^{n-} \frac{x_{1i} y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})} = 0$$

$$\frac{\partial l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} x_{2i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{x_{2i} y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})} = 0$$

$$\frac{\partial l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_3} = -\sum_{i=1}^{n} x_{3i} + \sum_{i=1}^{n} \frac{x_{3i} y_1}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})} = 0$$

จากนั้นกำหนด

$$H(\beta) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0{}^2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} \\ \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1{}^2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} \\ \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_2{}^2} \end{bmatrix}$$

โดยมีค่าต่างๆดังนี้

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta\ , \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_1{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i} x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_2{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_3{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{3i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0 \partial \beta_3} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{3i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_1 \partial \beta_3} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i} x_{3i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_2 \partial \beta_3} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i} x_{3i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

จากนั้นทำการวนซ้ำตามสมการ

$$\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{r+1} = \hat{\underset{\sim}{\beta}}_{r} - H^{-1}(\beta_r)U(\beta_r)$$

จนกว่า

$$\left|\hat{\underset{\sim}{\beta}}_{r+1} - \hat{\underset{\sim}{\beta}}_{r}\right| \langle 0.0000001 \text{ จากนั้นจึงยอมรับค่า } \hat{\underset{\sim}{\beta}}_{r+1}$$

2.5 การคำนวณค่าความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย โดยใช้แนวคิดของทฤษฎีอะซิมโตติค (Asymtotic)

ทฤษฎีอะซิมโตติคเป็นการหาค่าความแปรปรวนของพารามิเตอร์ มีทฤษฎีที่เกี่ยวของดังนี้ ทฤษฎีบท ให้ $y_1, y_2, y_3, \ldots \sim f(y_i / \theta)$ และให้ $I(\theta) = -E\left[\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\ln f(y/\theta)\right]$ เป็นข้อสนเทศของฟิชเชอร์ (Fisher Information) สำหรับภายใต้เงื่อนไขทั่วไปสำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ มีการแจกแจงปกติที่ค่า θ เฉลี่ยและความแปรปรวนคือ I^{-1}

$$\hat{\theta} \sim N(\theta, I^{-1})$$

จากทฤษฎีข้างต้นที่กล่าวมาแล้วสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับสมการถดถอยปัวส์ซงที่ใช้ฟังก์ชั่นเชื่อมโยงแบบเอกลักษณ์ จะได้ว่า $\hat{\beta}$ เป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ β มีการแจกแจงปกติที่ค่าเฉลี่ย β และ ความแปรปรวน I^{-1} เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ และสามารถหาเมทริกซ์ข้อสนเทศ ได้ดังนี้

$$I_{(p+1)\times(p+1)}(\beta) = (I_{ij}(\underset{\sim}{\beta}))$$

$$= -\left(E\left[\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_i}\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_j}\right]\right)^{-1}$$

$$= -E\left[\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_i \partial \beta_j}\right]^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} -E\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0{}^2}\right) & -E\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1}\right) & .... & ... & -E\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_p}\right) \\ -E(\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_0}\right) & ..... & ..... & .... & -E\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_p}\right) \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & \\ -E\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_p \partial \beta_0}\right) & .... & ... & .... & -E\left(\dfrac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_p{}^2}\right) \end{bmatrix}^{-1}$$

2.6 การหาค่าความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแบบถดถอยที่สร้างด้วยวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

2.6.1 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i$

ดังนั้นจะได้เมทริกซ์ของความแปรปรวนดังนี้

$$VAR(\beta_i, \beta_j) = -E\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0{}^2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} \\ \dfrac{\partial l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1{}^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

จากลอการิทึมฟังก์ชันของตัวแบบถดถอย

$$l(\beta_0,\beta_1)=\log L(y_1;\beta_0,\beta_1)=\prod_{i=1}^{n}\frac{e^{-(\beta_0+\beta_1x_i)}(\beta_0+\beta_1x_i)^{y_i}}{y_i!}$$

โดยที่

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1)}{\partial\beta_0^{\ 2}}=-\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{(\beta_0+\beta_1x_1)^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1)}{\partial\beta_0\partial\beta_1}=-\sum_{i=1}^{n}\frac{y_ix_i}{(\beta_0+\beta_1x_i)^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0,\beta_1)}{\partial\beta_1^{\ 2}}=-\sum_{i=1}^{n}\frac{y_ix_i^{\ 2}}{(\beta_0+\beta_1x_{1i})^2}$$

2.6.2 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1=\beta_0+\beta_1x_{1i}+\beta_2x_{2i}+\varepsilon_i$

จะได้เมทริกซ์ความแปรปรวนคือ

$$VAR(\beta_i,\beta_j)=-E\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0^{\ 2}} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_2}\\ \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1^{\ 2}} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1\partial\beta_2}\\ \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1\partial\beta_2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_2^{\ 2}}\end{bmatrix}^{-1}$$

มีลอการิทึมฟังก์ชันดังนี้

$$l(\beta_i)=\log L(y;\beta_0,\beta_1,\beta_2)=\prod_{i=1}^{n}\frac{e^{-(\beta_0+\beta_1x_i+\beta_{22}x_{2i})}(\beta_0+\beta_1x_{1i}+\beta_2x_{2i})^{y_i}}{y_i!}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_0{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i} x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2)}{\partial \beta_2{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})^2}$$

2.6.3 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$ จะได้เมทริกซ์ความแปรปรวนดังนี้

$$VAR(\beta_i, \beta_j) = -E\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l(\beta_1)}{\partial \beta_0{}^2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} & \frac{\partial^2 l(\beta_3)}{\partial \beta_0 \partial \beta_3} \\ \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1{}^2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_3} \\ \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_2{}^2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_2 \partial \beta_3} \\ \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_3} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_3} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_2 \partial \beta_3} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_3{}^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

โดยมีฟังก์ชันต่างๆดังนี้

$$l(\beta_i) = \log L(y; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$$
$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-(\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})} (\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^{y_i}}{y_i!}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta\ , \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_0 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_1{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{1i} x_{2i}}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

$$\frac{\partial^2 l(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)}{\partial \beta_2{}^2} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i x_{2i}{}^2}{(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})^2}$$

2.7 การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย (β) สำหรับการสร้างตัวแบบกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Squares)

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยสำหรับวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก ทำได้ดังนี้ กำหนดเมทริกซ์ 3 เมทริกซ์ ได้แก่เมทริกซ์ X เมทริกซ์ Vและเมทริกซ์ Y และนำเมทริกซ์ดังกล่าวไปหาคเมทริกว์ของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยได้ดังนี้

$$\underset{\sim}{\beta} = \left(x'v^{-1}x\right)^{-1} x'v^{-1}y$$

โดยมีค่าเมทริกซ์ต่างๆดังนี้

$$
x = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & . & x_{p1} \\ 1 & x_{12} & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & . & x_{pn} \end{bmatrix}
$$

$$
v^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & w_2 & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & w_n \end{bmatrix} \qquad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix}
$$

และการหาค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยหาได้ดังนี้

$$
\underset{\sim}{\beta} = \left(x'v^{-1}x\right)^{-1} x'v^{-1}y
$$

$$
= \begin{bmatrix} \sum w_i & \sum w_i x_{1i} & . & . & \sum w_1 x_{pi} \\ \sum w_i x_{1i} & \sum w_i x_{1i} x_{2i} & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \sum w_i x_{pi} & . & . & . & \sum w_i x_{pi}^{2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum w_i y_i \\ \sum w_i x_{1i} y_i \\ . \\ . \\ \sum w_i x_{pi} y_i \end{bmatrix}
$$

2.7.1 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i$

จะได้สมการเมทริกซ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\beta_0\\ \beta_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n} w_i & \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_i & \sum_{i=1}^{n} w_i x_i^{\,2}\end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n} w_i y_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_i y_i\end{bmatrix}$$

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของความถดถอยจากเมทริกซ์ดังกล่าว

2.7.2 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i+}\varepsilon_i$

จะได้เมทริกซ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\beta_0\\ \beta_1\\ \beta_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n} w_i & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i}^{\,2} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} x_{2i} \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i}^{\,2}\end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n} w_i y_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} y_i\end{bmatrix}$$

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของความถดถอยจากเมทริกซ์ดังกล่าว

2.7.3 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_{3i} + \varepsilon_i$

จะได้เมทริกซ์ดังนี้

$$\begin{bmatrix}\beta_0\\ \beta_1\\ \beta_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n} w_i & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{3i} \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i}^{\,2} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} x_{3i} \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} x_{2i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i}^{\,2} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} x_{3i} \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{3i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} x_{3i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} x_{3i} & \sum_{i=1}^{n} w_i x_{3i}^{\,2}\end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{n} w_i y_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{1i} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{2i} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_{3i} y_i\end{bmatrix}$$

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของความถดถอยจากเมทริกซ์ดังกล่าว

2.8 การหาค่าความแปรปรวนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

การหาความแปรปรวนของวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดหาได้ดังนี้

$$V(\beta) = (x'v^{-1}x)^{-1}\sigma^2$$

กำหนดให้

$$x = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & . & x_{p1} \\ 1 & x_{12} & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & . & x_{pn} \end{bmatrix}$$

$$v^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & w_2 & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & w_n \end{bmatrix}$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(y_i - \overline{y}\right)^2}{n}$$

จะได้ว่า

$$V(\underset{\sim}{\beta}) = \begin{bmatrix} \sum w_i & \sum w_i x_{1i} & . & . & \sum w_1 x_{pi} \\ \sum w_i x_{1i} & \sum w_i x_{1i} x_{2i} & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \sum w_i x_{pi} & . & . & . & \sum w_i x_{pi}^2 \end{bmatrix}^{-1} \sigma^2$$

2.8.1 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \varepsilon_i$

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \sum w_i & \sum w_i x_i \\ \sum w_i x_i & \sum w_i x_i^{\,2} \end{bmatrix}^{-1} \sigma^2$$

จะได้ค่าความแปรปรวนที่เราต้องการ

2.8.2 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i+} \varepsilon_i$

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \sum w_i & \sum w_i x_{1i} & \sum w_i x_{21} \\ \sum w_i x_{1i} & \sum w_i x_{1i}^{\,2} & \sum w_i x_{1i} x_{21} \\ \sum w_i x_{2i} & \sum w_i x_{1i} x_{2i} & \sum w_i x_{2i} \end{bmatrix}^{-1} \sigma^2$$

จากนั้นจะได้ค่าความแปรปรวนที่เราต้องการ

2.8.3 สำหรับตัวแบบถดถอย $y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_{3i} + \varepsilon_i$

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \sum w_i & \sum w_i x_{1i} & \sum w_i x_{2i} & \sum w_i x_{3i} \\ \sum w_i x_{1i} & \sum w_i x_{1i}^{\,2} & \sum w_i x_{1i} x_{2i} & \sum w_i x_{1i} x_{2i} \\ \sum w_i x_{21} & \sum w_i x_{1i} x_{2i} & \sum w_i x_{2i}^{\,2} & \sum w_i x_{2i} x_{3i} \\ \sum w_i x_{3i} & \sum w_i x_{1i} x_{3i} & \sum w_i x_{2i} x_{3i} & \sum w_i x_{3i}^{\,2} \end{bmatrix}^{-1} \sigma^2$$

จากนั้นจะได้ค่าความแปรปรวนที่เราต้องการ

2.9 เกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบตัวแบบถดถอย

ใช้การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย(AMSE)

$$AMSE = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{nm}; n = 1,2,3; m = 1,2,3,..., 500$$

เมื่อ n คือจำนวนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่มีในสมการและ m คือจำนวนรอบการประมวลผล

บทที่3

วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยนี้ เป็นการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบตัวแบบถดถอยปัวส์ซง (Poisson Model Regression) ที่เกิดจากการสร้างตัวแบบสองวิธี คือ วิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) กับ วิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก(Weighted Least Squares) โดยที่ตัวแบบนี้จะมีตัวแปรตาม y_i แจกแจงแบบปัวส์ซงด้วยพารามิเตอร์ n และ μ_i ในการเปรียบเทียบวิธีการสร้างตัวแบบปัวส์ซง นี้ จะใช้เฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย(AMSE) สำหรับข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นข้อมูลที่มาใช้จากการจำลองสุ่ม (Simulation) ให้มีสถานการณ์ตามที่กำหนด ด้วยโปรแกรม s-plus2000กับเครื่อง pc

3.1 แผนการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ต่างๆไว้ดังนี้

3.1.1 กำหนดตัวแปรอิสระตั้งแต่ 1 ตัวแปร ถึง 3 ตัวแปรในแต่ละตัวแบบ

3.1.2 กำหนดขนาดตัวอย่างตัวแบบที่มีจำนวนตัวแปรอิสระแต่ละตัวต่างๆกันดังกล่าว เป็นค่าดังนี้ 25 , 50 , 75, 100 , 125 , 150 , 175 , 200 , 225 , 250 , 275 , 300 , 325 , 350 , 375 และ 400

3.1.3 กำหนดค่าของสัมประสิทธิ์ความถดถอย (β) ที่ทำให้ค่าของ μ_i มีค่าเป็นบวก จะกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยเป็นดังนี้ β_0 = 0.8 , β_1 = 0.002 , β_2 = 0.00002 และ β_3 =0.00002

3.1.4 กำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระด้วยกันเป็นดังนี้ คือ ไม่สัมพันธ์กันเลย สัมพันธ์กันเล็กน้อย และสัมพันธ์กันมากมีค่าความสัมพันธ์

3.1.5 กำหนดประมวลผลเพื่อการสุ่มตัวอย่างเพื่อหาค่าตัวแปรตาม 500 ครั้ง

3.16 กำหนดประมวลผลในแต่ละสถานการณ์เป็น 500 ครั้ง

3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

มีขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยดังนี้

3.2.1 การสร้างข้อมูลตัวแปรอิสระ x

3.2.2 การสร้างข้อมูลตัวแปรตาม y

3.2.3 การสร้างตัวแบบด้วยวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

3.2.4 การสร้างตัวแบบด้วยวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยใช้ข้อมูลชุดเดียวกับที่ใช้ในวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

3.2.5 คำนวณหาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย

3.2.6 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยตัวแบบที่สร้างจากทั้งสองกรณี ว่าตัวแบบใดให้ค่านี้ต่ำกว่ากัน แล้วสรุปผลในรูปของตารางและกราฟในแต่ละกรณี ตัวแบบที่สร้างด้วยวิธีการใดให้ค่าดังกล่าวต่ำกว่าแสดงว่าวิธีการนั้นสร้างตัวแบบได้ดีกว่า

3.3 การสร้างข้อมูลตัวแปรอิสระx

กำหนดค่า x เป็นค่าคงที่ โดยทำให้อยู่ในรูปของลำดับ และไม่มีค่าใดเลยที่ซ้ำกัน โดยใช้โปรแกรม s-plus2000 คำสั่งซีเคว็นซ์ (Squence) โดยค่า x จะถูกกำหนดในตัวแบบ 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบที่ 1 มีตัวแปร x 1 ตัว ตัวแบบที่ 2 มีตัวแปร x 2ตัว และตัวแบบที่ 3 มีตัวแปร x 3ตัว แต่ละตัวแบบจะแต่ละตัวแบบจะมีจำนวนของขนาดตัวอย่างเท่ากับ 25 , 50 , 75 ,100 , 125 , 150 ,175 , 200 , 225 , 250 , 275 , 300 , 325 , 350 , 375 และ 400 และมีการกำหนดให้ตัวแปร x ดังกล่าวมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แตกต่างกัน 3 แบบคือ ไม่มีความสัมพันธ์เลยค่ามีค่าเท่ากับ 0 หรือ ใกล้เคียงค่า 0 มาก กำหนดโดยใช้หลักการตั้งฉาก (Orthogonal) ของเมทริกซ์กำหนดค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ให้มีค่าความสัมพันธ์น้อย และมีค่าความสัมพันธ์มาก

ส่วนการหาเมทริกซ์ของตัวแปรอิสระ x ที่มีค่าตัวแปรอิสระแต่ละหลักตั้งฉากกัน หาได้ดังนี้ กำหนดเมทริกซ์เริ่มแรกเพื่อนำไปใช้ โดยกำหนดให้เป็นเมทริกซ์ที่ตัวแปรอิสระแต่ละหลักยังไม่ตั้งฉากกัน

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 2 & 4 & \ldots & .. \\ 1 & 3 & 9 & \ldots & .. \\ .... & .... & & .. & .. \\ 1 & n & n^2 & .. & n^n \end{bmatrix}$$

กำหนดให้แต่ละหลักของเมทริกซ์แทนด้วยสัญลักษณ์zดังนี้

$$\mathrm{x} = \begin{bmatrix} 1 & \mathrm{z}_1 & \mathrm{z}_2 & .... & \mathrm{z}_\mathrm{n} \end{bmatrix}$$

จะได้ค่าใหม่ของแต่ละหลักของเมทริกซ์ใหม่ที่ตั้งฉากกันดังนี้

$$\left[z_i{}'\right] = \left[z_i\right] - \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \ldots & z_{i-1} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & z_1 & \ldots & z_{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z_1 \\ .. \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ z_1 \\ \ldots \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \left[z_i\right]' \left[z_i\right]$$

โดยที่ $\left|\mathrm{z}_\mathrm{i}{}'\right|$ คือหลักของตัวแปร x หลักที่ i ที่ได้ใหม่และจะตั้งฉากกับหลักอื่นๆที่หาได้ใหม่จากวิธีการเดียวกัน

สำหรับการสร้างข้อมูลตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันน้อยนั้นทำโดยสร้างลำดับที่มีความสัมพันธ์กันน้อย ในตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ2ตัวแปรนั้นทำดังนี้

X1=(0.5)^n

X2=(-0.9)^n

ลำดับจะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กันน้อยคือไม่เกิน0.5 หรือถ้าติดลบก็ไม่น้อยกว่า-0.5 เพราะลำดับ(-0.9)^n จะมีเครื่องหมายบวกและลบ ต่างกับลำดับ0.5^nที่มีแต่เครื่องหมายบวก

ส่วนตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ3ตัวแปรเราจะกำหนดลำดับต่างๆดังนี้

X1=0.5^n

X2=(-0.9)^n

X3=(-1)^n+1.5^n

ลำดับที่ได้ก็จะสัมพันธ์กันน้อยเช่นเดียวกัน

ส่วนการกำหนดให้มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมากเราจะกำนดให้มีค่าตั้ง 0.6ขึ้นไป ในตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปรเรากำหนดลำดับดังนี้

X1=0.5^n

X2=0.9^n

และในตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปรเรากำหนดลำดับดังนี้

X1=0.5^n

X2=0.9^n

X3=0.6^n

ตัวแบบที่ได้จะมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก คือประมาณ0.9 เพราะค่าของลำดับมีเครื่องหมายบวกเหมือนกันทุกพจน์

3.4 การสร้างข้อมูลตัวแปรตาม y

การสร้างข้อมูลตัวแปรตาม y ทำได้ด้วยการสุ่มตัวอย่างค่า y ด้วยโปรแกรม s-plus โดยใช้คำสั่งของการแจกแจงแบบปัวส์ซงจำนวน 500 รอบ และคำสั่งที่ใช้คือ rpois ค่าพารามิเตอร์แลมด้า (μ_i) ที่ใช้คำนวณได้มาจากค่าของ x ข้างต้นกับค่าของพารามิเตอร์เบต้า (β) ที่กำหนดไว้แต่แรก โดยที่ $\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... \beta_i x_i ; i = 1,2,3$ เมื่อมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ n และมีพารามิเตอร์ p+1 ค่า

3.5 การสร้างตัวแบบด้วยวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

ทำได้โดยใช้คำสั่ง lsfit โดยกำหนดลักษณะของตัวแบบคือ y ที่มีตัวแปรอิสระx 1 ตัวแปร 2 ตัวแปร และ 3 ตัวแปร ดังที่ได้กำหนดไว้ หลังจากนั้นกำหนดค่าถ่วงน้ำหนักด้วยตัวแปรตาม y และการสร้างตัวแบบจะประมวลผล 500 รอบ เครื่องจะประมวลผลการหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่1 (First Partial Derivative) ของสมการของตัวแบบ จากนั้นจะได้ค่าพารามิเตอร์เบต้า และหาค่าอนุพันธ์ย่อยอันดับที่2 (Second Partial Derivative) ตามหลักการของวิธีทฤษฎีอะซิมโตติค (Asymtotic Theory) ได้ค่าความแปรปรวนแล้ว จากนั้นจะหาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยทั้งหมด ค่าความแปรปรวนของตัวแบบมีเมทริกซ์ดังนี้

$$VAR(\beta_i, \beta_j) = -E \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l(\beta_1)}{\partial \beta_0{}^2} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & ...... & \frac{\partial^2 l(\beta_3)}{\partial \beta_0 \partial \beta_3} \\ \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & .... & .... & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_3} \\ .... & ...... & .... & .... \\ \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} & & \frac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial \beta_p{}^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

3.6 การสร้างตัวแบบด้วยวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

การสร้างตัวแบบถดถอยด้วยวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดทำได้โดยการใช้โปรแกรม s-plus โดยใช้คำสั่ง glim โดยกำหนดตัวเมทริกซ์ x และเมทริกซ์ y กำหนดการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเป็นแบบปัวส์ซง และกำหนดค่าฟังก์ชั่นเชื่อมโยง (Link) เป็นเอกลักษณ์ (identity) และกำหนดค่าความคลาดเคลื่อนเป็นดีเวียนซ์ การสร้างตัวแบบจะประมวลผล 500 รอบ เครื่องจะประมวลผลการหาอนุพันธ์ย่อยอันดับที่1 (First Partial Derivative) ของสมการฟังก์ชันความน่าจะเป็นสูงสุด จากนั้นหาค่าพารามิเตอร์เบต้า โดยการใช้วิธีการวนซ้ำ (Iteration) ที่ใช้ค่าตั้งต้นด้วยค่าพารามิเตอร์เบต้าที่ได้จากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุด(Ordinary Least Squares) และหาค่าอนุพันธ์ย่อยอันดับที่2 (Second Partial Derivative) ตามหลักการของวิธีอะซิมโตติค (Asymtotic Theory) ได้ค่าความแปรปรวนแล้ว จากนั้นก็จะได้ค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย และหาความแปรปรวนของตัวแบบได้จาก

เมทริกซ์ต่อไปนี้

$$VAR(\beta_i, \beta_j) = -E\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 l(\beta_1)}{\partial {\beta_0}^2} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \cdots\cdots & \dfrac{\partial^2 l(\beta_3)}{\partial\beta_0\partial\beta_3} \\ \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \cdots\cdots\cdot & \cdots\cdots\cdot & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1\partial\beta_3} \\ \cdots\cdots\cdot & \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdot & \cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_0\partial\beta_p} & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial\beta_1\partial\beta_p} & & \dfrac{\partial^2 l(\beta_i)}{\partial {\beta_p}^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

3.7คำนวณหาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย

คำนวณหาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากการประมวลผลทั้ง 500รอบของตัวแบบที่สร้างมาจากทั้ง 2 วิธีนั้น

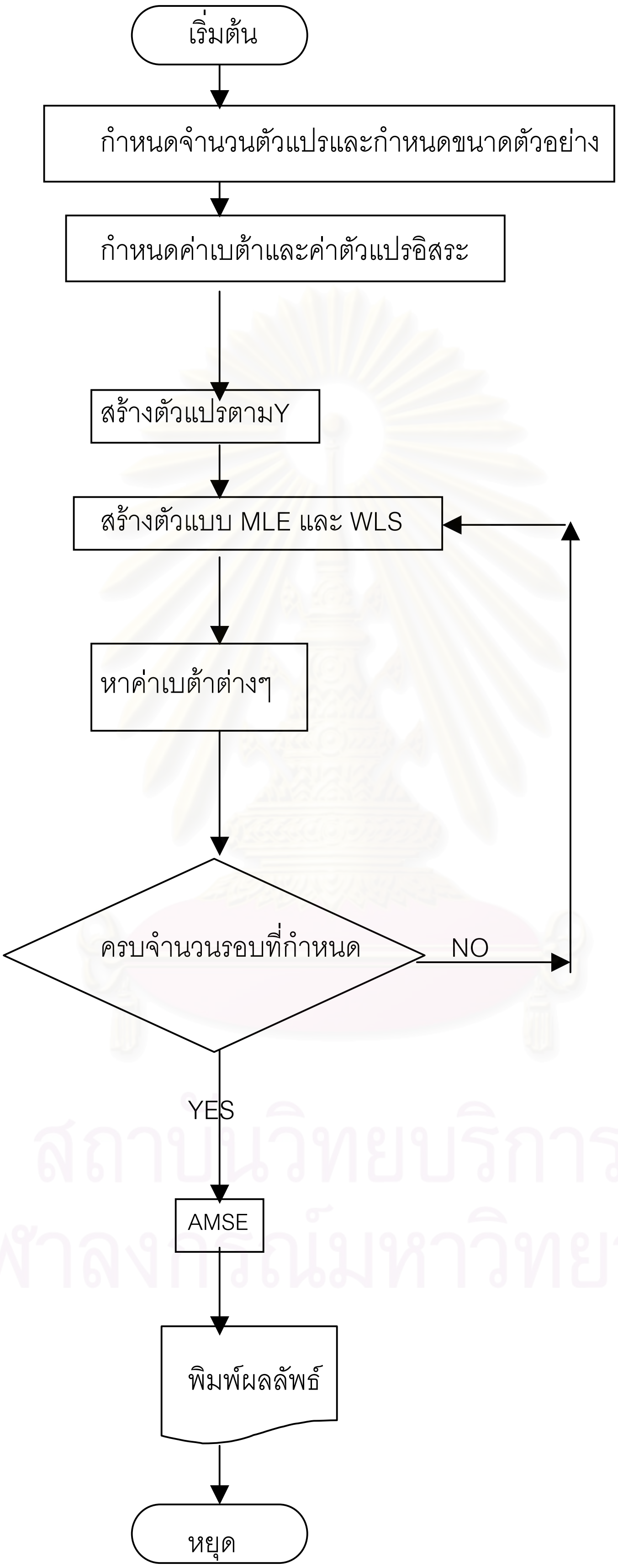
$$AMSE = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \frac{(\hat{\beta}_{ij} - \beta_{ij})^2}{nm}; n = 1,2,3; m = 1,2,3,..., 500$$

เมื่อ n คือจำนวนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่มีในสมการและmคือจำนวนรอบการประมวลผล

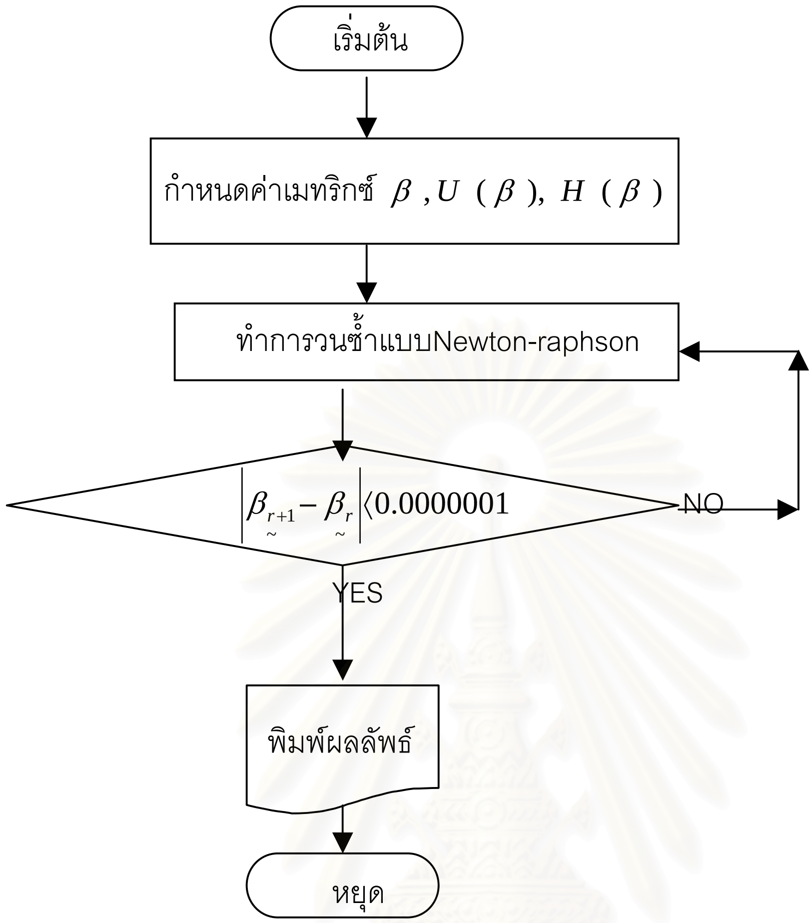
3.8ทำการเปรียบเทียบตัวแบบด้วยค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย

ทำการเปรียบเทียบตัวแบบทุกกรณีจากการสร้างตัวแบบทั้งสองกรณี ถ้าตัวแบบใดมีค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยน้อยกว่าตัวแบบนั้นจะเป็นตัวแบบที่เหมาะสมกว่า

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมมีดังนี้



ขั้นตอนการหาค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยมีดังนี้



บทที่ 4

การวิเคราะห์ผล

วิทยานิพนธ์เรื่องการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซงนี้ เป็นการทดลองเพื่อศึกษาเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆของตัวแบบถดถอย คือค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอย ค่าความแปรปรวน(Variance) และเพื่อทำการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ถ้าหากค่าดังกล่าวของวิธีการสร้างจากตัวแบบใดมีค่าน้อยกว่า แสดงว่าตัวแบบที่สร้างด้วยวิธีการนั้นจะดีกว่าอีกวิธีการหนึ่ง

การศึกษาในเรื่องนี้ตัวแบบถดถอยแบบปัวส์ซงจะมีการแจกแจงของตัวแปรตาม (y) เป็นแบบปัวส์ซง ส่วนตัวแปรอิสระ (x) นั้น เป็นค่าคงที่ไม่มีการแจกแจงใดๆ และค่าความคลาดเคลื่อน (error) นั้น มีการแจกแจงเช่นเดียวกับตัวแปรตาม คือมีการแจกแจงแบบปัวส์ซง สมการของตัวแบบถดถอยจะเกิดจากผลบวกของค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยคูณกับตัวแปรอิระ ซึ่งได้ผลเป็นค่าคงที่ บวกกับค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปัวส์ซงนั้น ได้เป็นค่าของตัวแปรตามซึ่งทำให้ตัวแปรตามนั้นแจกแจงแบบปัวส์ซงด้วยตามหลักของผลบวก

สมการตัวแบบถดถอย สำหรับตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ 1, 2 และ 3 ตัวแปรตามลำดับ เป็น

$$1.y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$
$$2.y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i$$
$$3.y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$$

ดังนี้

งานวิจัยมีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1.ตัวแบบที่เราสนใจศึกษามีลิงค์เป็นไอเดนติตี้

$$g(\mu_i) = \mu_i = \mu(X_i, \beta) = X_i' \beta$$

2.ตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ไม่มีการแจกแจงใดๆ ค่าความคลาดเคลื่อนและตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบปัวส์ซง

3. พารามิเตอร์ที่ศึกษาคือ μ_i และ β โดยที่ μ_i คือค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของตัวแปรซึ่งมีค่าเป็นบวกเสมอ เนื่องจากเป็นจำนวนครั้งที่เหตุการณ์ที่เราสนใจศึกษาจะเกิดในการแจกแจงแบบปัวซงค์มีค่าไม่คงที่

การวิจัยนี้แบ่งระดับของขนาดตัวอย่างออกเป็น16ระดับ คือ 25, 50, 75, 100, 125 , 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, 325, 350, 375 และ 400 เพื่อตรวจสอบดูว่าขนาดตัวอย่างมีผลต่อการสร้างตัวแบบเช่นใด และแบ่งจำนวนของตัวแปรอิสระเป็น 3 ระดับคือ 1 ตัวแปร 2 ตัวแปร และ 3 ตัวแปรโดยมีขนาดตัวอย่างแต่ละกรณี 16 ระดับดังกล่าวมา จากนั้นแบ่งค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร และ 3 ตัวแปรออกเป็นสามระดับ คือ ไม่มีความสัมพันธ์กันเลย สัมพันธ์กันน้อย และ สัมพันธ์กันมาก

กรณีที่ศึกษามีดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ตัวแปรอิสระ 1 ตัวแปร

กรณีที่ 2 ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร ไม่มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

กรณีที่ 3 ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อย

กรณีที่ 4 ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก

กรณีที่ 5 ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร ไม่มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

กรณีที่ 6 ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อย

กรณีที่ 7 ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก

โดยแต่ละกรณีเราจะทำการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ว่าตัวแบบใดให้ค่าดังกล่าวน้อยกว่ากัน วิธีการสร้างตัวแบบของค่านั้นๆจะเป็นวิธีการสร้างตัวแบบที่ดีกว่าของการสร้างตัวแบบถดถอยปัวส์ซง และเปรียบเทียบค่าดังกล่าวที่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ต่างกัน 3 ระดับดังกล่าวด้วย ในกรณีตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ 2 และ 3 ตัวแปร

จากนั้นเราจะมาทำการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากกรณีต่างๆที่กล่าวมา โดยเปรียบเทียบระหว่างสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้จากวิธีการสร้างตัวแบบถดถอยแบบกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก และค่าที่ได้จากวิธีการสร้างตัวแบบถดถอยแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จากนั้นจึงเปรียบเทียบค่าดังกล่าวตามค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ ของตัวแบบที่มีตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปรกับ 3 ตัวแปรที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ 3 ระดับดังกล่าวว่าให้ค่านี้แตกต่างกันหรือไม่

การทดลองเพื่อหาค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ใช้โปรแกรม s-plus2000 เพื่อหาค่าดังกล่าวของตัวแบบต่างๆกำหนดเป็นจำนวนรอบการประมวลผลโปรแกรม 500 รอบ โดยทำการสร้างค่าตัวแปรอิสระจากการสร้างอนุกรมจาก

นั้นก็หาค่าพารามิเตอร์แลมด้า หรือค่าที่เป็นทั้งเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน ของตัวแปรตามที่แจกแจงแบบปัวส์ซงนั่นเอง จากนั้นจะนำค่าแลมด้านั้นไปสุ่มตัวอย่างหาค่าตัวแปรตาม แล้วจึงนำค่าตัวแปรอิสระและตัวแปรตามที่ได้ไปสร้างตัวแบบถดถอยปัวส์ซงที่สร้างจากวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และตัวแบบถดถอยปัวส์ซงที่สร้างจากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก โดยใช้คำสั่งเฉพาะของโปรแกรมในการประมวลผลทั้งหมด สุดท้ายจะได้ค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย เพื่อนำมาเปรียบเทียบกัน

4.1 ผลการวิเคราะห์

ผลการทดลองมีสัญลักษณ์แทนเส้นกราฟแต่ละเส้นดังนี้ต่างๆดังนี้

WLS หมายถึง ตัวแบบที่สร้างจากกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

MLE หมายถึง ตัวแบบที่สร้างจากภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

ไม่มี หมายถึงไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ หรือมีแต่น้อยมาก

น้อย หมายถึง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อย โดยค่ามีค่าประมาณ0.01-0.45(อาจเป็นค่าติดลบที่อยู่ระหว่าง-0.45ถึง -0.01)

มาก หมายถึง มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก โดยค่ามีค่าประมาณ0.6-0.9

wb0 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่1 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

wb1 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่2 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

wb2 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่3 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

wb3 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่4 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

mb0 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่1 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

mb1 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่2 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

mb2 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่3 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

mb3 หมายถึงค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์ถดถอยตัวที่4 ของตัวแบบที่สร้างจากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

amse หมายถึงค่าเฉลี่ยเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย

ตารางที่ 4.1.1 กรณีที่ 1 ตัวแปรอิสระ 1 ตัวแปร

n	wbo	wb1	amse	mb0	mb1	amse
25	0.79519	0.00215	1.16E-05	0.777968	0.004082	0.000245
50	0.797033	0.002066	4.4E-06	0.792902	0.001927	2.52E-05
75	0.803815	0.001951	7.28E-06	0.799896	0.001986	5.51E-09
100	0.794413	0.00212	1.56E-05	0.806099	0.001967	1.86E-05
125	0.792637	0.001975	2.71E-05	0.796574	0.001994	5.87E-06
150	0.804517	0.002019	1.02E-05	0.802123	0.001981	2.25E-06
175	0.796022	0.002059	7.91E-06	0.795314	0.002026	1.1E-05
200	0.80047	0.002011	1.11E-07	0.786109	0.002081	9.65E-05
225	0.796367	0.002011	6.6E-06	0.802931	0.001921	4.3E-06
250	0.800724	0.001981	2.62E-07	0.80083	0.001981	3.45E-07
275	0.806977	0.001961	2.43E-05	0.806977	0.001961	2.43E-05
300	0.813151	0.001921	8.65E-05	0.796657	0.002022	5.59E-06
325	0.808561	0.00196	3.66E-05	0.812899	0.001918	8.32E-05
350	0.80774	0.001969	3E-05	0.805663	0.001993	1.6E-05
375	0.800214	0.002005	2.29E-08	0.795262	0.002015	1.12E-05
400	0.80934	0.001949	4.36E-05	0.795545	0.002015	9.92E-06

จากตาราง 4.1.1 สามารถแสดงเป็นกราฟของความสัมพันธ์ของ 4.1.1.1-4.1.1.3

ตารางที่ 4.1.2 กรณีที่ 2 ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร ไม่มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

n	wb0	wb1	wb2	amse	mbo	mb1	mb2	amse
25	0.801009	0.001253369	3.8863E-05	5.25E-07	0.79896	-0.001174699	7.67132E-05	3.72E-06
50	0.815783	4.59603E-05	4.10874E-05	8.43E-05	0.7948	-0.00062981	-5.4963E-05	1.13E-05
75	0.810104	8.2139E-05	2.10012E-05	3.53E-05	0.80744	-4.40441E-05	8.48E-06	1.98E-05
100	0.820512	8.97668E-05	5.12E-06	0.000141	8.07E-01	-2.59E-05	5.80E-06	1.77E-05
125	0.797184	0.001937245	2.25418E-05	2.64E-06	0.805232	0.002228788	1.60169E-05	9.14E-06
150	0.793434	0.002146357	2.05561E-05	1.44E-05	0.7976	0.002111285	1.96183E-05	1.92E-06
175	0.803144	0.00207104	2.36085E-05	3.3E-06	0.8015886	0.002026235	2.12345E-05	8.41E-07
200	0.800003	0.002043087	1.9568E-05	6.22E-10	0.79705	0.002009259	1.99204E-05	2.9E-06
225	0.801505	0.00199594	1.96799E-05	7.55E-07	0.8006578	0.001935245	2.0107E-05	1.46E-07
250	0.799536	0.001966439	1.95098E-05	7.21E-08	0.797072	0.002018874	2.04182E-05	2.86E-06
275	0.804106	0.002008328	1.97768E-05	5.62E-06	0.8051345	0.002063156	2.06558E-05	8.79E-06
300	0.800052	0.001969894	2.02651E-05	1.2E-09	0.8036733	0.002024536	1.99815E-05	4.5E-06
325	0.802722	0.002024282	2.02576E-05	2.47E-06	0.7987877	0.00200208	2.01083E-05	4.9E-07
350	0.80115	0.002008808	2.00795E-05	4.41E-07	0.7969886	0.002022553	2.02468E-05	3.02E-06
375	0.799893	0.002041482	2.00483E-05	4.39E-09	0.7977334	0.00199479	1.98699E-05	1.71E-06
400	0.798044	0.001959672	1.97654E-05	1.28E-06	0.801795	0.002011088	2.02005E-05	1.07E-06

จากตาราง 4.1.2 จะได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ 4.1.2.1-4.1.2.4

ตาราง 4.1.3 กรณีที่ 3 ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อย

n	wb0	wb1	wb2	amse	mb0	mb1	mb2	amse
25	0.795956	-0.11041	-0.01285	0.004273	0.79237	-0.06355	-0.05969	0.00264
50	0.803174	-0.08619	-0.02392	0.002787	0.793983	0.038226	0.011379	0.000493
75	0.801327	0.057556	-0.00173	0.00103	0.800366	0.115827	-0.0227	0.004491
100	0.803136	0.008809	0.009061	4.6E-05	0.797289	-0.03548	0.020234	0.000607
125	0.799834	-0.00864	-0.00902	6.5E-05	0.799695	0.107397	0.006902	0.003719
150	0.796317	-0.07691	-0.00332	0.002084	0.804378	0.047086	0.008112	0.000706
175	0.793816	-0.10305	-0.00462	0.003698	0.800002	-0.03029	0.004502	0.000354
200	0.805244	-0.01127	-0.00362	7.23E-05	0.798303	-0.0075	0.00643	4.47E-05
225	0.798383	0.098845	0.014146	0.003194	0.798846	-0.04087	0.007222	0.00063
250	0.80194	0.101902	0.012997	0.003384	0.796826	-0.00269	-0.0129	6.63E-05
275	0.797665	-0.07022	-0.01826	0.001852	0.798193	0.031137	0.009075	0.000311
300	0.80151	0.007482	-0.00334	1.45E-05	0.799166	0.117994	-0.02132	0.004637
325	0.801133	0.041892	-0.00977	0.000563	0.804935	0.036419	-0.01614	0.00049
350	0.799147	-0.0167	-0.02313	0.000295	0.799882	-0.04975	0.001706	0.000894
375	0.799106	-0.01635	-0.01623	0.000201	0.800775	0.032098	0.010232	0.000337
400	0.797522	-0.02121	-0.03109	0.000504	0.799015	-0.06723	0.01396	0.001663

จากตาราง 4.1.3 สามารถแสดงกราฟของความสัมพันธ์ 4.1.3.1-4.1.3.4

ตาราง 4.1.4 กรณีที่ 4 ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก

n	wb0	wb1	wb2	amse	mb0	mb1	mb2	amse
25	0.824387	0.075485	-0.09009	0.004705	0.815754	-0.02165	-0.00433	0.000275
50	0.803407	0.060523	0.00754	0.001164	0.799141	-0.09758	-0.00965	0.003337
75	0.797074	-0.15652	0.023292	0.00856	0.804196	0.031764	-0.02229	0.000467
100	0.808157	-0.09298	-0.00077	0.003029	0.79393	0.0713	-0.00892	0.00164
125	0.797338	0.063964	0.010018	0.001316	0.798377	-0.01081	-0.0147	0.000128
150	0.795953	0.055271	-0.01937	0.001077	0.798602	0.160092	-0.06848	0.009896
175	0.802217	0.149571	-0.02546	0.007477	0.792985	0.093091	-0.00172	0.002783
200	0.795262	0.14675	0.00652	0.007006	0.797878	0.050479	-0.03889	0.00129
225	0.796677	-0.06559	0.02906	0.001808	0.802525	0.001558	0.018026	0.00011
250	0.796189	-0.08757	0.037814	0.003155	0.804129	0.023415	-0.00951	0.000189
275	0.798451	-0.15603	0.060296	0.009536	0.801536	0.020381	0.014595	0.000184
300	0.800828	0.140646	-0.02939	0.006696	0.798158	0.019199	0.004602	0.000107
325	0.802292	-0.09198	0.040356	0.003488	0.8042	-0.01628	-0.00987	0.00015
350	0.797398	-0.13036	0.040106	0.006378	0.800972	0.191508	-0.00287	0.011974
375	0.802291	-0.12575	-0.01924	0.005565	0.802712	0.092544	-0.02018	0.002871
400	0.799522	0.054338	0.020172	0.001049	0.801547	0.05828	0.018754	0.001174

จากตาราง 4.1.4 เราสามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ 4.1.4.1-4.1.4.6

ตาราง 4.1.5 กรณีที่ 5 ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร ไม่มีความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

n	wb0	wb1	wb2	wb3	amse	mb0	mb1	mb2	mb3	amse
25	0.801168	0.001435	-5.8E-06	4.7E-05	0.000141	0.80688	-0.00028	0.000142	5.64E-06	1.31E-05
50	0.785634	0.00193	2.78E-05	1.63E-06	0.002532	0.80192	0.00166	1.13E-05	2.61E-06	9.51E-07
75	0.796035	0.00193	1.81E-05	2.39E-07	0.000226	0.797973	0.001747	1.33E-05	3.19E-07	1.04E-06
100	0.807164	0.001965	1.87E-05	2.94E-08	0.001214	0.8022	0.001946	1.69E-05	-7.2E-08	1.21E-06
125	0.799743	0.001793	1.95E-05	-5.5E-08	4.18E-05	0.798688	0.001944	1.56E-05	1.53E-07	4.31E-07
150	0.802537	0.001964	1.53E-05	-2.1E-08	0.006251	0.793987	0.001916	2.1E-05	-1.1E-08	9.04E-06
175	0.807008	0.002007	2.03E-05	-2.1E-08	0.002088	0.800537	0.00208	2.24E-05	2.75E-08	7.38E-08
200	0.802731	0.001995	2.07E-05	1.28E-08	0.00059	0.80093	0.002086	1.93E-05	4.46E-09	2.18E-07
225	0.80286	0.001902	1.96E-05	-1.6E-08	2.98E-06	0.796711	0.002002	2.07E-05	1.06E-08	2.7E-06
250	0.796372	0.002055	2.07E-05	1.22E-08	0.000119	0.800872	0.002028	2.04E-05	-9.4E-10	1.9E-07
275	0.799894	0.002002	1.94E-05	-6.7E-09	8.55E-05	0.800087	0.002032	2E-05	-4.8E-09	2.25E-09
300	0.800622	0.00203	1.98E-05	-5.7E-09	7.51E-05	0.80094	0.002035	1.95E-05	-1.3E-08	2.21E-07
325	0.801779	0.002006	2.01E-05	-5.1E-09	8.53E-05	0.799926	0.001985	2.01E-05	2.03E-09	1.53E-09
350	0.799785	0.00202	2.06E-05	-1.1E-09	0.008979	0.798554	0.002006	1.98E-05	1.23E-09	5.23E-07
375	0.801498	0.001957	1.98E-05	9.1E-10	0.002051	0.794331	0.001968	2.01E-05	1.38E-09	8.03E-06
400	0.799665	0.001985	1.99E-05	1.19E-09	0.000793	0.79943	0.001989	1.97E-05	8.43E-10	8.14E-08

จากตาราง 4.1.5 สามารถแสดงกราฟของความสัมพันธ์ 4.1.5.1-4.1.5.5

ตาราง 4.1.6 กรณีที่ 6 ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อย

n	wb0	wb1	wb2	wb3	amse	mb0	mb1	mb2	mb3	amse
25	0.794093	-0.00843	-0.01294	-1.4E-06	7.79E-05	0.800668	-0.03544	-0.01844	4.41E-07	0.000436
50	0.792754	0.009782	0.005822	3.6E-11	3.67E-05	0.798188	-0.02226	-0.02117	-4.8E-12	0.00026
75	0.792754	0.009782	0.005822	3.6E-11	3.67E-05	0.798188	-0.02226	-0.02117	-4.8E-12	0.00026
100	0.796933	0.079569	-0.00939	5.23E-20	0.001529	0.802995	0.03732	-0.0066	1.97E-20	0.000325
125	0.799841	0.00864	-0.01373	5.95E-25	5.83E-05	0.802735	0.078949	-0.00785	1.61E-24	0.001498
150	0.803017	-0.06797	-0.01841	-6.3E-29	0.001311	0.801524	0.014959	-0.03092	-5.5E-30	0.000282
175	0.797273	-0.13405	0.000867	6.87E-33	0.004629	0.803053	-0.07565	-0.02245	-4.7E-34	0.001636
200	0.799396	-0.07434	-0.03614	2.08E-37	0.001784	0.797822	-0.04166	-0.03163	4.92E-38	0.000728
225	0.799398	0.079848	-0.02381	-1.7E-42	0.001657	0.795095	0.021752	-0.00909	-3.9E-42	0.000124
250	0.801083	0.070412	0.048854	-3.8E-46	0.001767	0.803287	0.106521	-0.0007	2.39E-46	0.002734
275	0.798095	0.045111	0.020847	2.01E-50	0.000574	0.799786	0.028456	0.029521	9.07E-51	0.000393
300	0.798919	0.015345	-0.02846	4.78E-55	0.000248	0.802525	-0.06947	-9E-05	-4.1E-55	0.001279
325	0.800369	-0.04271	0.009349	6.56E-60	0.000522	0.800022	-0.01539	-0.01548	3.24E-59	0.000136
350	0.798087	0.018594	-0.0563	1.99E-64	0.000863	0.80025	0.024445	-0.00318	-1E-64	0.000129
375	0.801633	-0.02065	-0.01498	-4.1E-68	0.000185	0.796252	0.090286	-0.00099	7.69E-69	0.001952
400	0.799816	-0.09787	0.048747	-9E-74	0.003087	0.801254	0.030331	0.047108	-1.1E-72	0.000755

จากตารางที่ 4.1.6 สามารถแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ 4.1.6.1-4.1.6.5

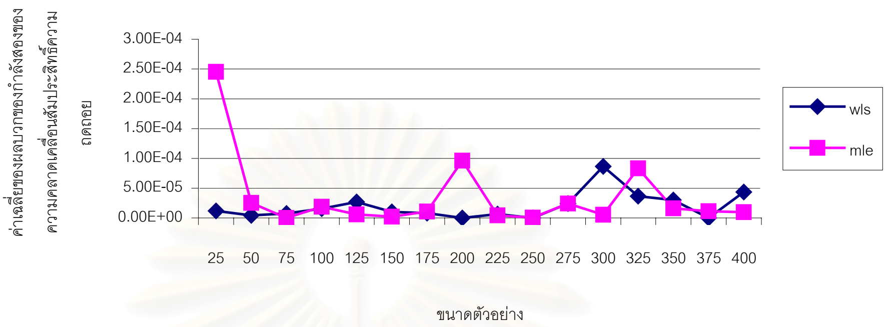
ตาราง 4.1.7 กรณีที่ 7 ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมาก

n	wb0	wb1	wb2	wb3	amse	mb0	mb1	mb2	mb3	amse
25	0.806074	-0.25449	-0.01951	0.225917	0.029309	0.825035	0.270695	-0.06615	-0.02484	0.019455
50	0.804782	-0.03914	-0.048	0.108069	0.003924	0.795557	-0.18095	0.061515	0.054986	0.010073
75	0.803982	-0.03914	-0.0118	0.061978	0.001422	0.800256	0.271388	0.033298	-0.22722	0.031329
100	0.801065	-0.07739	-0.02158	0.130614	0.005956	0.80363	-0.18654	-0.02653	0.143264	0.014196
125	0.795496	0.255631	0.110933	-0.3808	0.055419	0.797978	0.154268	0.025839	-0.10462	0.008701
150	0.801533	0.180832	-0.00405	-0.14521	0.013273	0.800695	-0.40865	-0.06057	0.334934	0.071118
175	0.801582	0.250566	0.089597	-0.30678	0.040984	0.794702	-0.28985	-0.03502	0.22634	0.034413
200	0.795152	0.324537	0.053473	-0.27346	0.045426	0.798027	-0.13993	0.007799	0.109895	0.00807
225	0.808346	0.007487	-0.05176	0.10633	0.003521	0.803488	-0.18527	-0.01718	0.081876	0.01052
250	0.796913	-0.00016	0.037631	-0.01112	0.000388	0.798961	0.143846	0.062557	-0.15299	0.011861
275	0.80087	0.253406	0.04414	-0.23541	0.030145	0.803761	-0.33256	-0.02351	0.249331	0.043664
300	0.798487	0.011237	-0.03493	0.079077	0.00189	0.801309	0.208863	-0.03378	0.004488	0.010989
325	0.799578	-0.00686	0.019803	-0.0246	0.000269	0.800738	0.039442	-0.07122	0.115566	0.004957
350	0.798854	-0.17277	-0.05161	0.155245	0.014327	0.802826	-0.16865	-0.04278	0.199107	0.017649
375	0.800108	0.255905	-0.05055	0.018074	0.016838	0.800443	-0.5059	-0.01634	0.290094	0.085593
400	0.798548	-0.63301	-0.04705	0.454379	0.152974	0.800213	-0.07213	0.041918	-0.01303	0.001855

จากตาราง 4.1.7 สามารถแสดงกราฟของความสัมพันธ์ 4.1.7.1-4.1.7.7

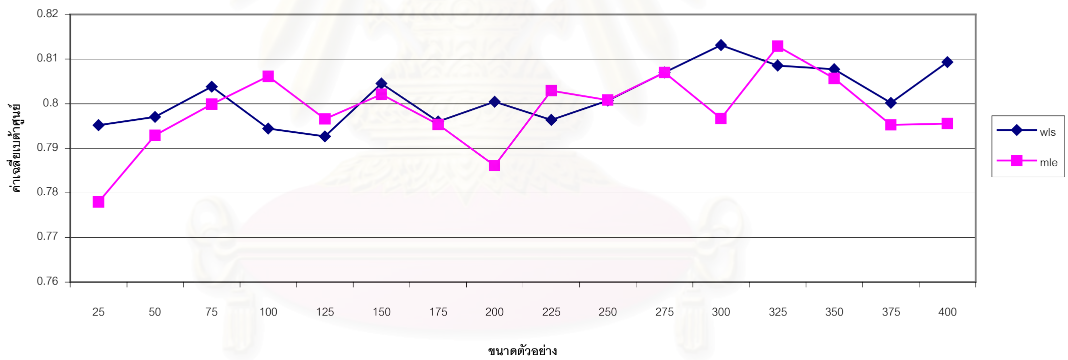
รูปที่4.1.1.1

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของกรณีที่



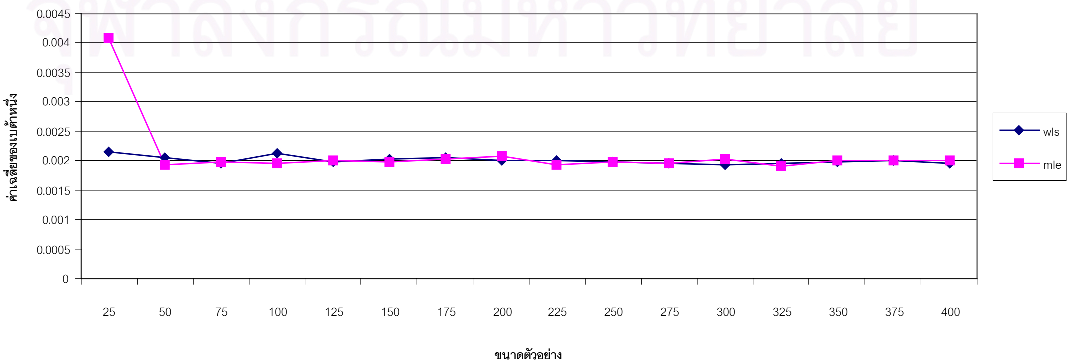
รูปที่ 4.1.1.2

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์ของกรณีที่ 1



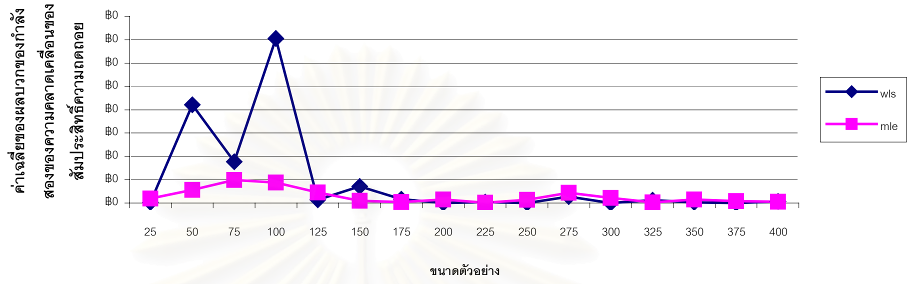
รูปที่ 4.1.1.3

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของกรณีที่ 1



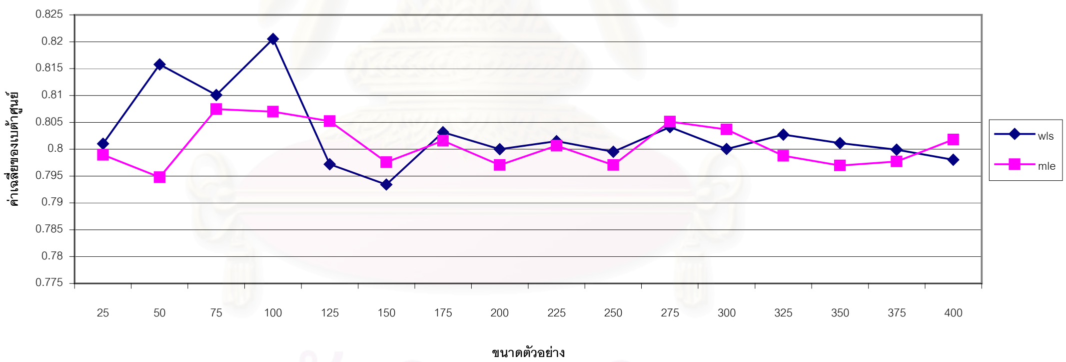
รูปที่4.1.2.1

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของกรณีที่2



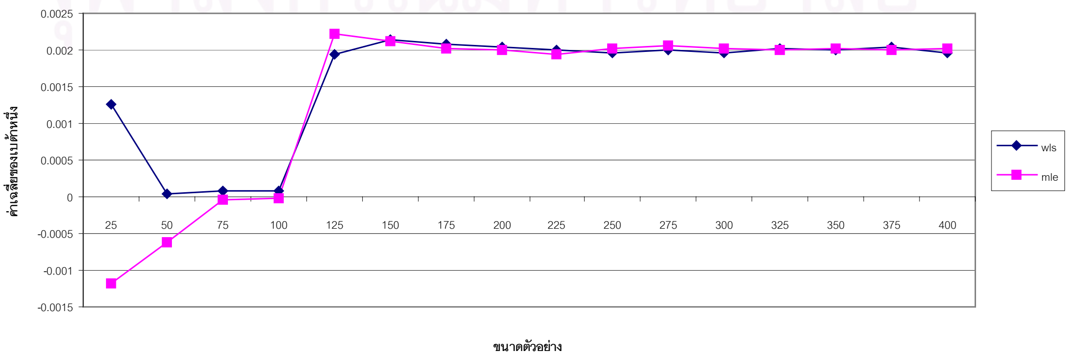
รูปที่ 4.1.2.2

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์ของกรณีที่ 2



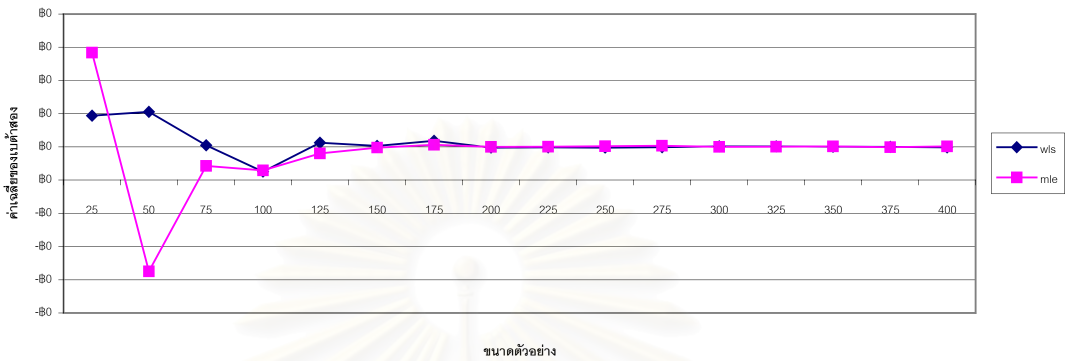
รูปที่ 4.1.2.3

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของกรณีที่ 2



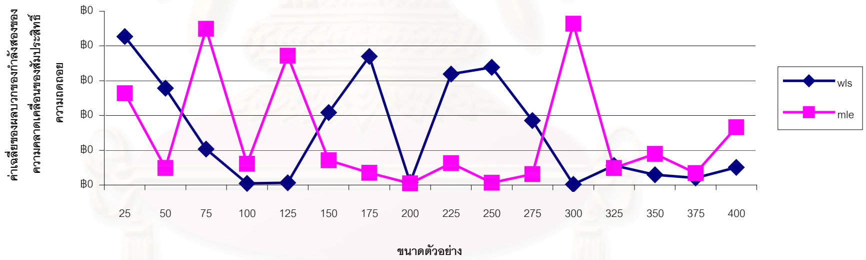
รูปที่ 4.1.2.4

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสองของกรณีที่ 2



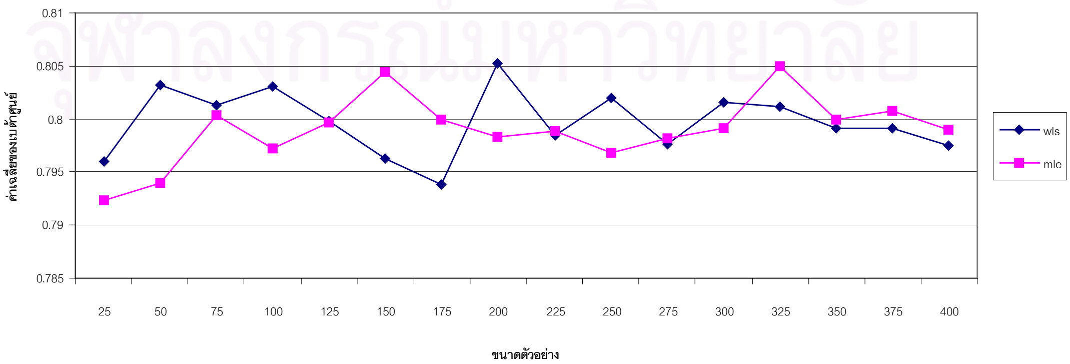
รูปที่4.1.3.1

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ของกรณีที่3



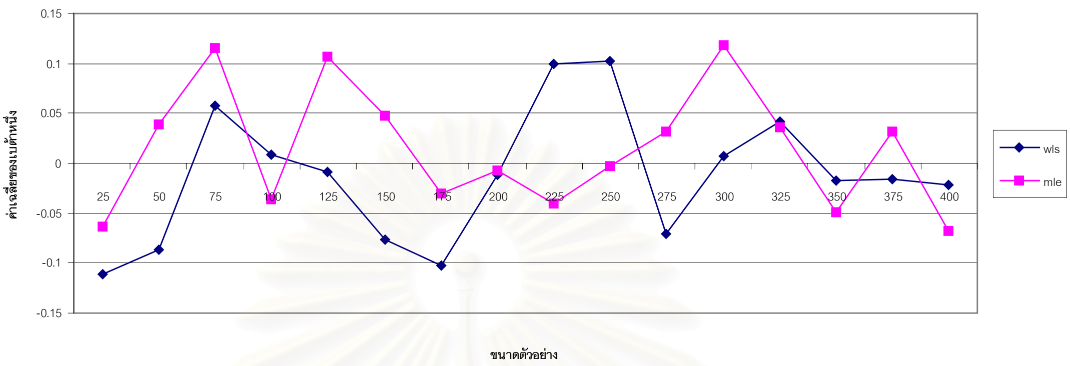
รูปที่ 4.1.3.2

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์ของกรณีที่ 3



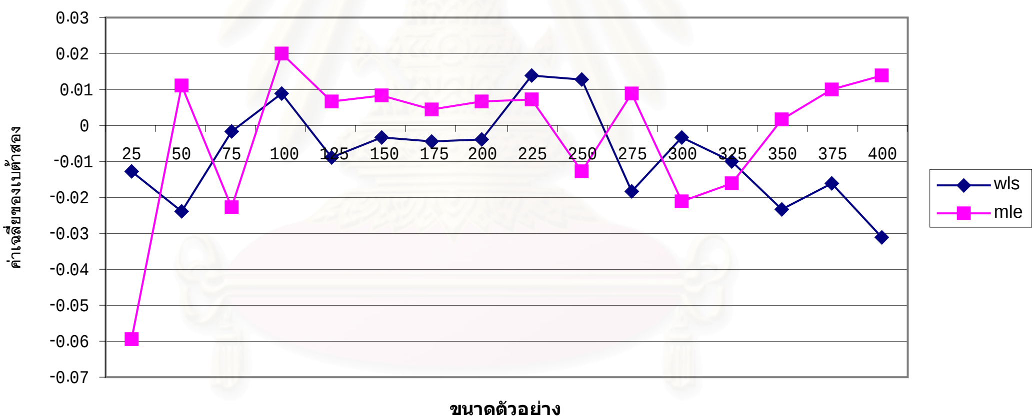
รูปที่ 4.1.3.3

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของกรณีที่ 3



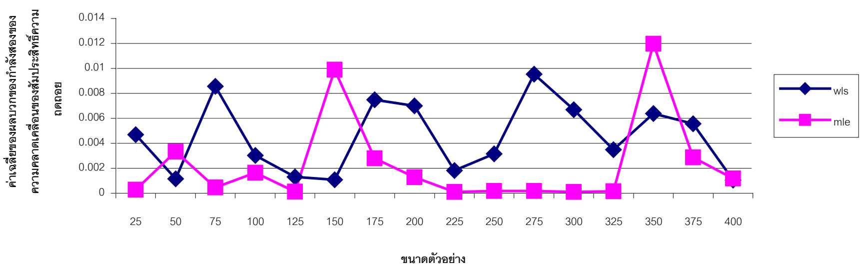
รูปที่ 4.1.3.4

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสองของกรณีที่ 3



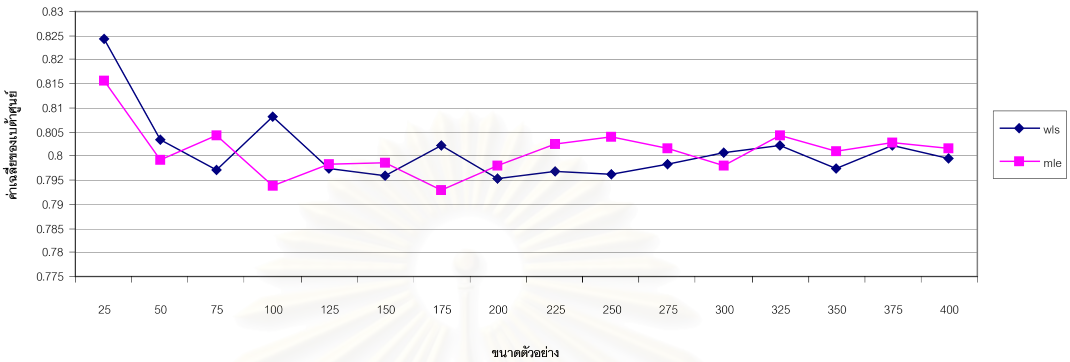
รูปที่4.1.4.1

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ของกรณีที่4



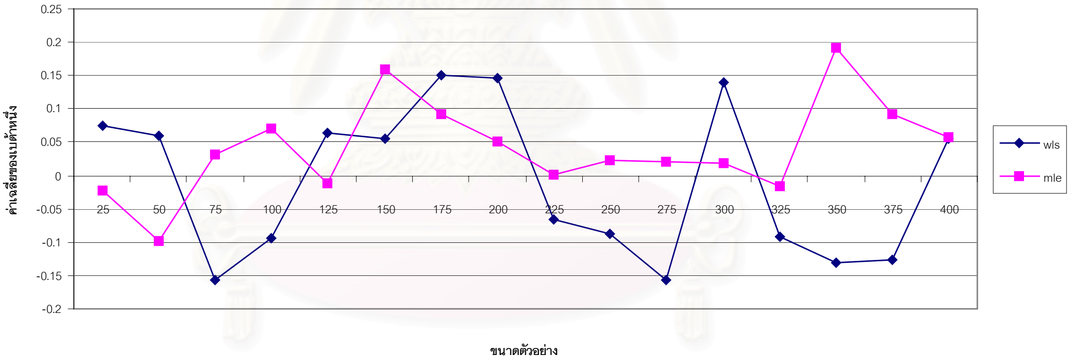
รูปที่ 4.1.4.2

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์ของกรณีที่ 4



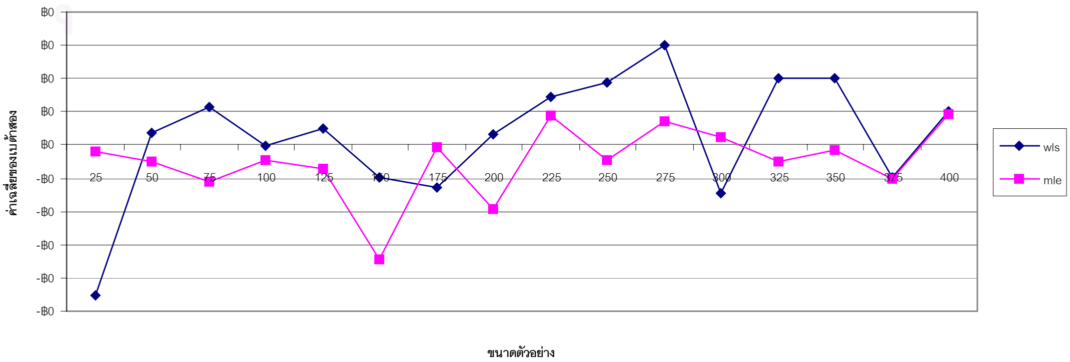
รูปที่ 4.1.4.3

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของกรณีที่ 4



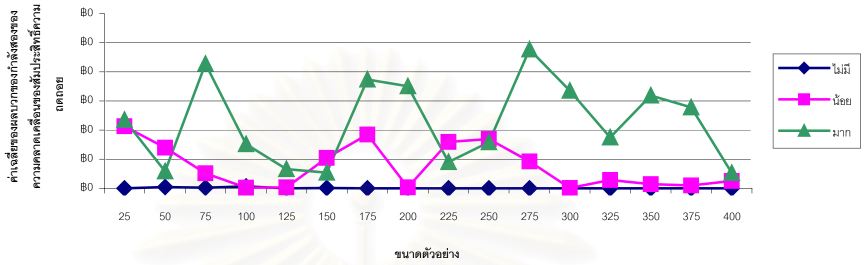
รูปที่ 4.1.4.4

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสองของกรณีที่ 4



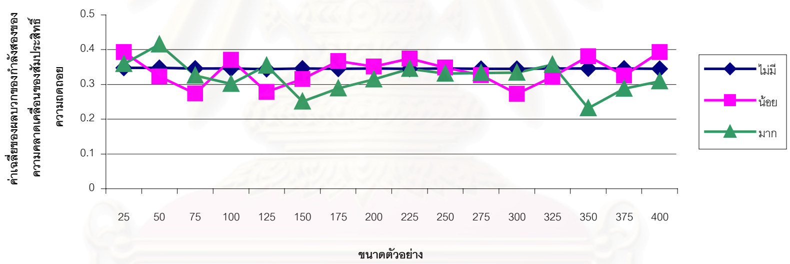
รูปที่ 4.1.4.5

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย
จากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักที่มีตัวแปรอิสระ 2ตัวแปร



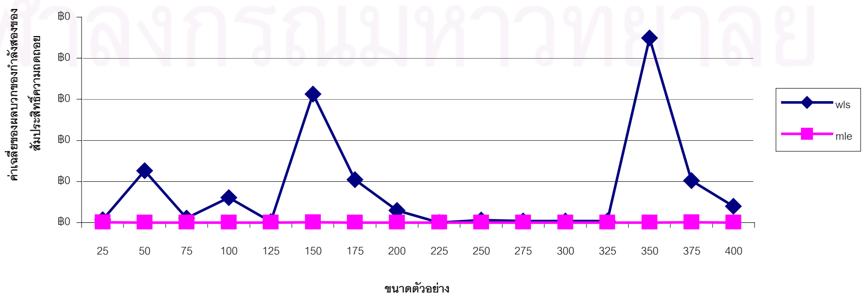
รูปที่ 4.1.4.6

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์
ความถดถอยที่ได้จากวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดที่มีตัวแปรอิสระ2ตัวแปร



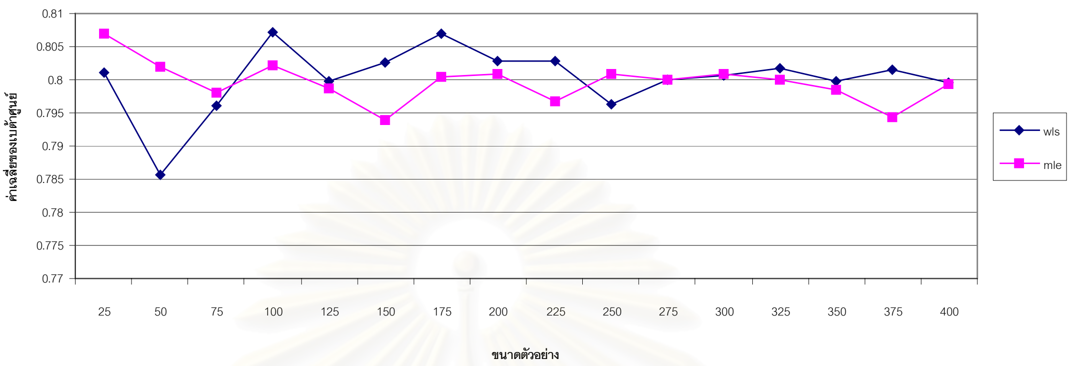
รูปที่ 4.1.5.1

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของกรณีที่5



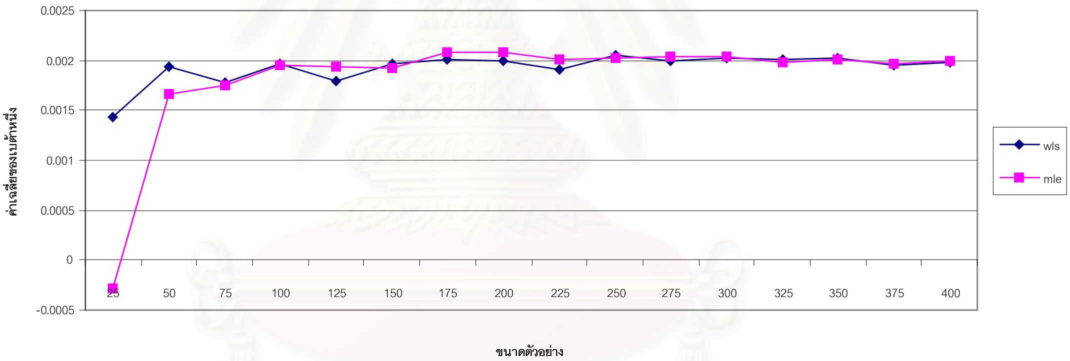
รูปที่ 4.1.5.2

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์ของกรณีที่ 5



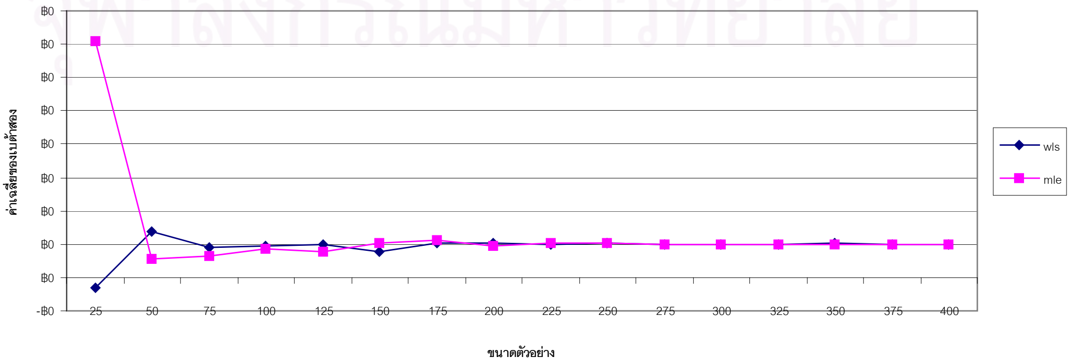
รูปที่ 4.1.5.3

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของกรณีที่ 5



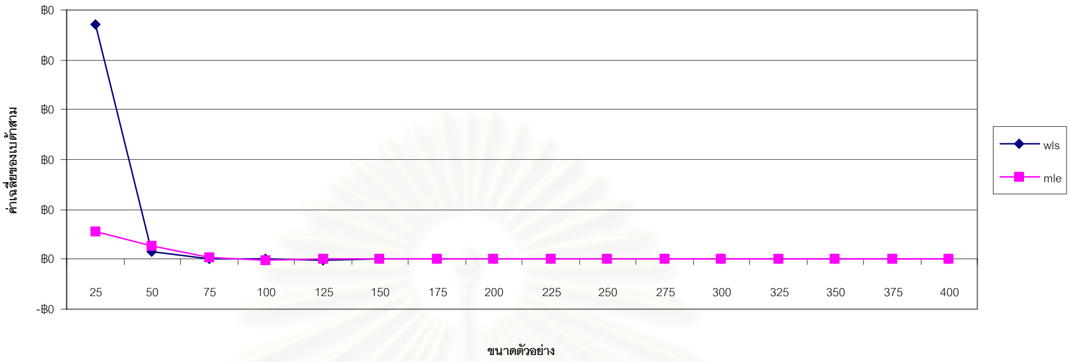
รูปที่ 4.1.5.4

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสองของกรณีที่ 5



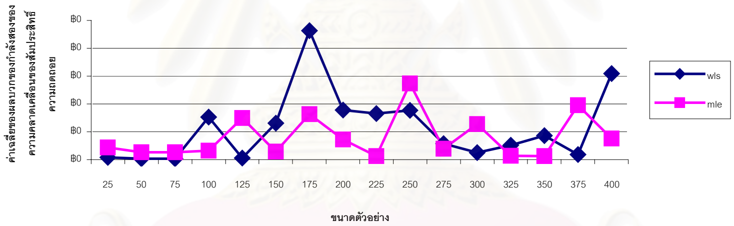
รูปที่ 4.1.5.5

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสามของกรณีที่ 5



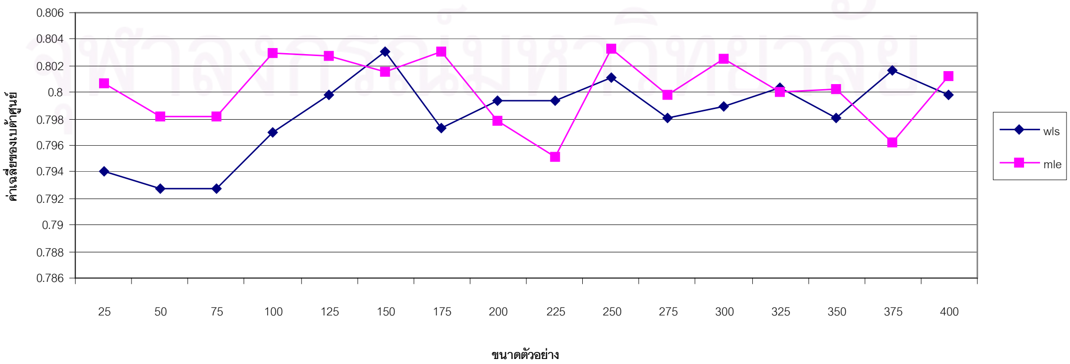
รูปที่ 4.1.6.1

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ของกรณีที่6



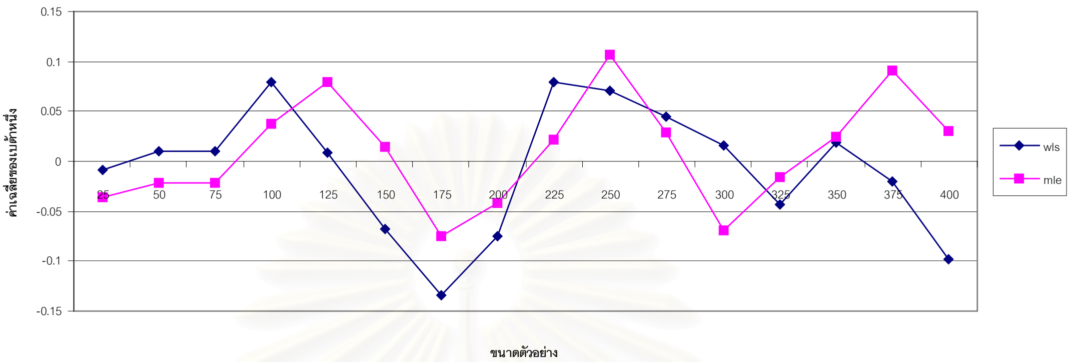
รูปที่ 4.1.6.2

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์ของกรณีที่ 6



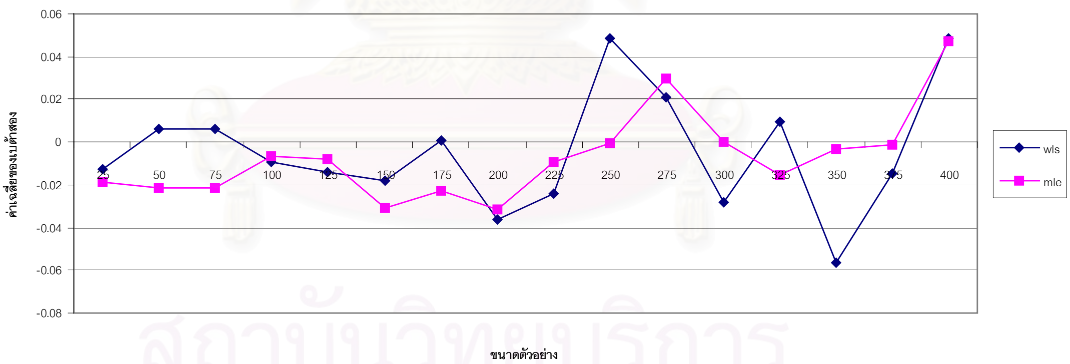
รูปที่ 4.1.6.3

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของกรณีที่ 6



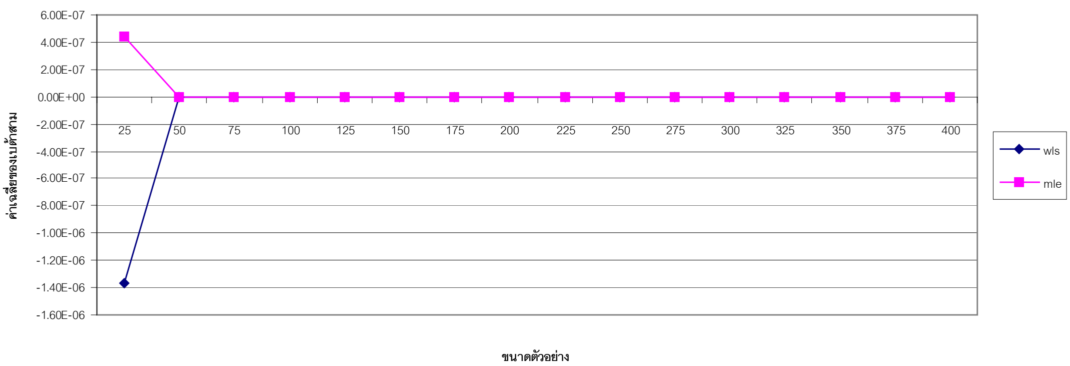
รูปที่ 4.1.6.4

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสองของกรณีที่ 6



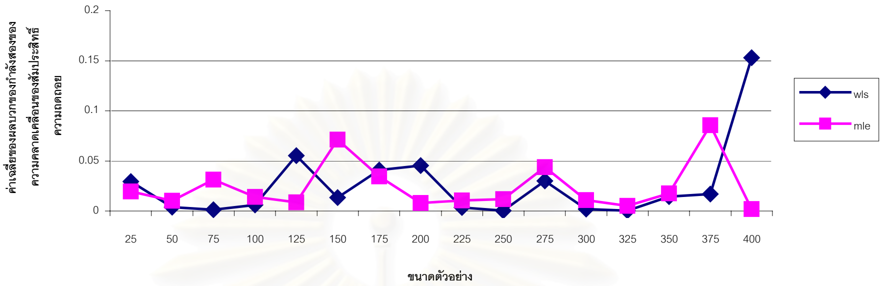
รูปที่ 4.1.6.5

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสามของกรณีที่ 6



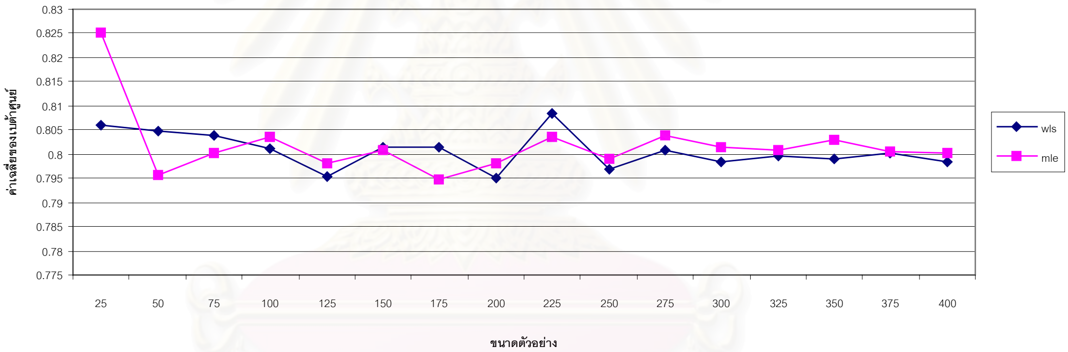
รูปที่ 4.1.7.1

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของกรณีที่7



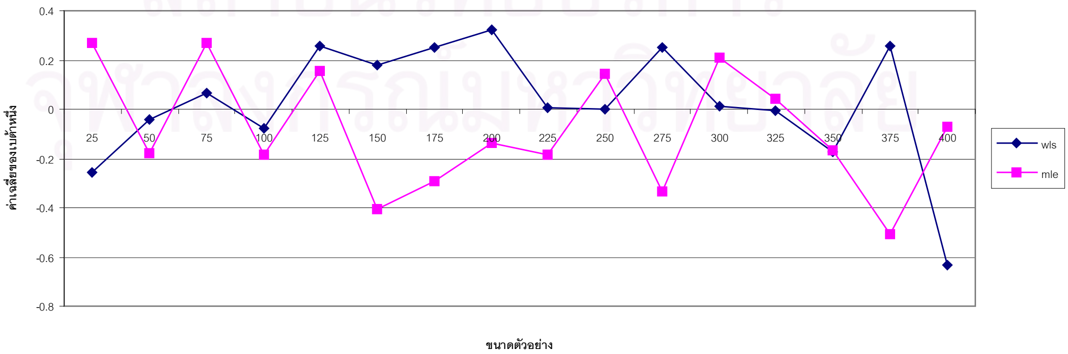
รูปที่ 4.1.7.2

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์ของกรณีที่ 7



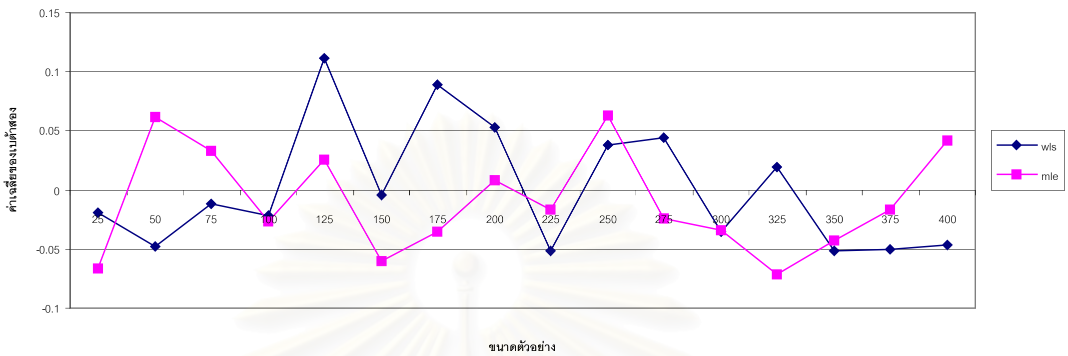
รูปที่ 4.1.7.3

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของกรณีที่ 7



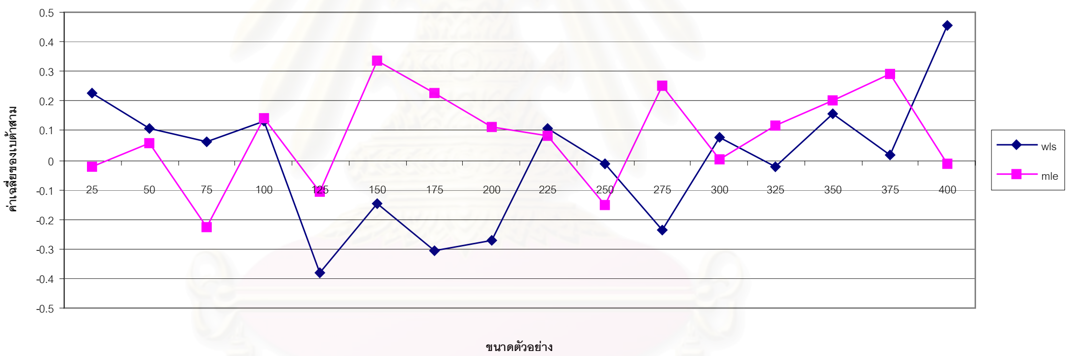
รูปที่ 4.1.7.4

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสองของกรณีที่ 7



รูปที่ 4.1.7.5

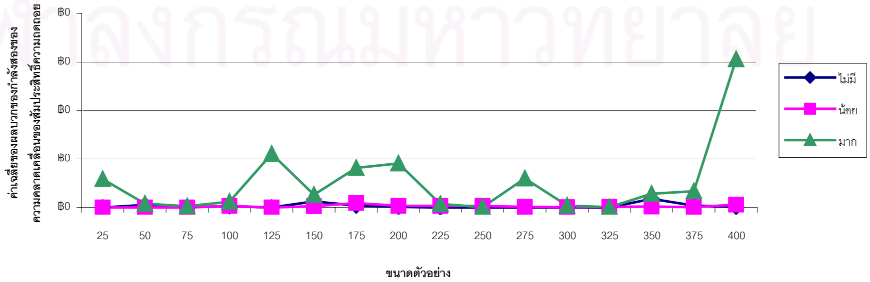
เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของเบต้าสามของกรณีที่ 7



รูปที่ 4.1.7.6

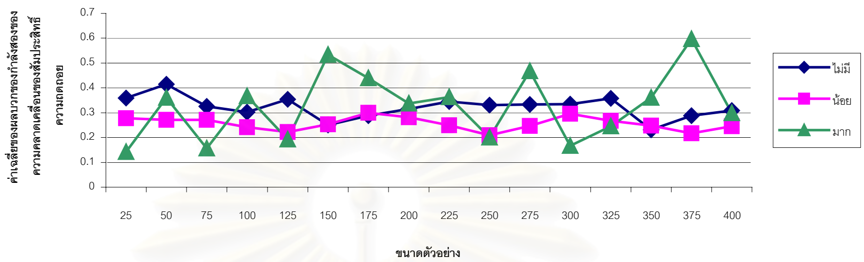
เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของวิธีการกำลั

สองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักที่มีตัวแปรอิสระ3ตัวแปร



รูปที่ 4.1.7.7

เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย ของวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดที่มีตัวแปรอิสระ3ตัวแปร



4.1.1 ผลการวิเคราะห์ตารางที่ 4.1.1

จากรูปที่4.1.1.1 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีการใกล้เคียงกันเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้น ไม่มีค่าใดมากหรือน้อยกว่ากันจนเห็นได้ชัดเจน แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดน้อยค่าที่ได้จากวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดจะมากกว่าวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักมาก

จากรูปที่ 4.1.1.2 พบว่าค่าเฉลี่ยของเบต้าศูนย์จากทั้งสองวิธีจะใกล้เคียงกัน

จากรูปที่ 4.1.1.3 พบว่าค่าเฉลี่ยของเบต้าหนึ่งของทั้งสองวิธีทับกันเมื่อขนาดตัวอย่างมากขึ้นเรื่อยๆ

4.1.2 ผลการวิเคราะห์ตารางที่ 4.1.2

จากรูปที่ 4.1.2.1 เมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าน้อยๆค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้จากทั้งสองวิธีแตกต่างกันมากโดยค่าที่ได้จากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักจะมากกว่าอย่างมาก แต่พบว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มมากขึ้นค่าจากทั้งสองวิธีการใกล้เคียงกัน ไม่มีค่าใดมากหรือน้อยกว่ากันจนเห็นได้ชัดเจน

จากรูปที่ 4.1.2.2 พบว่าค่าเบต้าศูนย์ของทั้งสองวิธีการจะใกล้เคียงกันมากขึ้นเรื่อยๆตามค่าขนาดตัวอย่างที่มากขึ้น และเพิ่มและลดไปในทิศทางเดียวกัน

จากรูปที่ 4.1.2.3 พบว่าค่าเบต้าหนึ่งของทั้งสองวิธีจะใกล้เคียงกันมากขึ้นเรื่อยๆจนทับกันตามขนาดตัวอย่างที่เพิ่มมากขึ้น

จากรูปที่ 4.1.2.4 พบว่าค่าเบต้าสองของสองวิธีจะใกล้เคียงกันมากขึ้นเรื่อยๆจนทับกันตามขนาดตัวอย่างที่เพิ่มมากขึ้น

4.1.3 ผลการวิเคราะห์ตารางที่ 4.1.3

จากรูปที่ 4.1.3.1 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีการจะสลับกันมากกว่าและน้อยกว่า ไม่มีค่าใดมากหรือน้อยกว่ากันจนเห็นได้ชัดเจน

จากรูปที่ 4.1.3.2 พบว่าค่าเบต้าศูนย์ของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกัน

จากรูปที่ 4.1.3.3 พบว่าค่าเบต้าหนึ่งของทั้งสองวิธีแตกต่างกันเล็กน้อย

จากรูปที่ 4.1.3.4 พบว่าค่าเบต้าสองของทั้งสองวิธีแตกต่างกันเล็กน้อย

4.1.4 ผลการวิเคราะห์ตารางที่ 4.1.4 และผลสรุปกรณีที่ 2-กรณีที่ 4

จากรูปที่ 4.1.4.1 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีการจะมากกว่าและน้อยกว่าสลับกัน ไม่มีค่าใดมากหรือน้อยกว่ากันจนเห็นได้ชัดเจน

จากรูปที่ 4.1.4.2 พบว่าค่าเบต้าศูนย์ของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และเพิ่มขึ้นลงไปในทิศทางเดียวกัน

จากรูปที่ 4.1.4.3 พบว่าค่าเบต้าหนึ่งของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกัน

จากรูปที่ 4.1.4.4 พบว่าค่าเบต้าสองของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกัน

จากรูปที่ 4.1.4.5 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่ได้จากทั้ง3ระดับความสัมพันธ์แตกต่างกันมาก โดยที่ถ้ามีระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมากจะให้ค่านี้มาก และถ้ามีระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระน้อยจะให้ค่านี้น้อย

จากรูปที่ 4.1.5.6 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้จากระดับความสัมพันธ์ทั้ง3 ไม่แตกต่างกัน

4.1.5 ผลการวิเคราะห์ตารางที่ 4.1.5

จากรูปที่ 4.1.5.1 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ได้จากวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดน้อยกว่าค่าที่ได้จากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

จากรูปที่ 4.1.5.2 พบว่าค่าเบต้าศูนย์ของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และเพิ่มขึ้นลงไปในทิศทางเดียวกัน

จากรูปที่ 4.1.5.3 พบว่าค่าเบต้าหนึ่งของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และค่อยๆทับกันเมื่อขนาดตัวอย่างสูงขึ้น

จากรูปที่ 4.1.5.4 พบว่าค่าเบต้าสองของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และค่อยๆทับกันเมื่อขนาดตัวอย่างสูงขึ้น

จากรูปที่ 4.1.5.5 พบว่าค่าเบต้าสามของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และค่อยๆทับกันเมื่อขนาดตัวอย่างสูงขึ้น

4.1.6 ผลการวิเคราะห์ตารางที่ 4.1.6

จากรูปที่ 4.1.6.1 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีการใกล้เคียงกัน ไม่มีค่าใดมากหรือน้อยกว่ากันจนเห็นได้ชัดเจน

จากรูปที่ 4.1.6.2 พบว่าค่าเบต้าศูนย์ของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และเพิ่มขึ้นลงไปในทิศทางเดียวกัน

จากรูปที่ 4.1.6.3 พบว่าค่าเบต้าหนึ่งของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และเพิ่มขึ้นลงไปในทิศทางเดียวกัน

จากรูปที่ 4.1.6.4 พบว่าค่าเบต้าสองของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และเพิ่มขึ้นลงไปในทิศทางเดียวกัน

จากรูปที่ 4.1.6.5 พบว่าค่าเบต้าสามของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และเพิ่มขึ้นลงไปในทิศทางเดียวกัน

4.1.7 ผลการวิเคราะห์ตารางที่ 4.1.7และผลสรุปกรณีที่ 5-กรณีที่ 7

จากรูปที่ 4.1.7.1 พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีการใกล้เคียงกัน ไม่มีค่าใดมากหรือน้อยกว่ากันจนเห็นได้ชัดเจน

จากรูปที่ 4.1.7.2 พบว่าค่าเบต้าศูนย์ของทั้งสองวิธีใกล้เคียงกันมาก และเพิ่มขึ้นลงไปในทิศทางเดียวกัน

จากรูปที่ 4.1.7.3 พบว่าค่าเบต้าหนึ่งของทั้งสองวิธีแตกต่างกันเล็กน้อย

จากรูปที่ 4.1.7.4 พบว่าค่าเบต้าสองของทั้งสองวิธีแตกต่างกันเล็กน้อย

จากรูปที่ 4.1.7.5 พบว่าค่าเบต้าสามของทั้งสองวิธีแตกต่างกันเล็กน้อย

จากรูปที่ 4.1.7.6 พบว่าที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมากจะให้ค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยน้อยกว่าที่ระดับความสัมพันธ์น้อยและไม่มีระดับความสัมพันธ์ แต่ที่เมื่อเปรียบเทียบระหว่างระดับความสัมพันธ์น้อยกับไม่มีระดับความสัมพันธ์พบว่าให้ค่านี้ไม่แตกต่างกัน

จากรูปที่ 4.1.7.7 พบว่าทั้ง3ระดับความสัมพันธ์ให้ค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยใกล้เคียงกัน

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้เป็นการเปรียบเทียบตัวแบบที่สร้างจากวิธีการประมาณโดยภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum likelihood estimation) กับ วิธีการประมาณโดยกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted least Squares) โดยกำหนดให้ใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่เหมาะสมคือเป็นค่าที่ทำให้พารามิเตอร์แลมด้าเป็นบวก ด้วยขนาดตัวอย่าง 25 , 50 , 75 , 100 , 125 , 150 , 175 , 200 , 225 , 250 , 275 , 300 , 325 , 350 , 375 และ 400 และกำหนดให้มีตัวแปรอิสระ 1 ตัวแปร 2 ตัวแปร และ 3 ตัวแปร มีเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ คือค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอย

การวิจัยนี้ทำการสร้างตัวแบบโดยการใช้โปรแกรม s-plus2000 และ กำหนดจำนวนรอบการสุ่มตัวอย่างและการประมวลผลเท่ากับ 500 รอบ จากนั้นจึงใช้โปรแกรมที่เขียนเพื่อสร้างตัวแบบนั้น โดยโปรแกรมจะให้ ค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแบบทั้งสองชนิด จากนั้นเราจึงนำค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยมาเปรียบเทียบกันถ้าค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแบบใดน้อยกว่าก็ย่อมแสดงว่าตัวแบบนั้นใช้ได้ดีกว่า บทสรุปมีดังนี้

5.1สรุปผลการวิจัย

จากผลการวิจัยพบว่าตัวแบบที่สร้างจากสองวิธีการโดยจะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ใกล้เคียงกันเป็นส่วนใหญ่ บางครั้งก็แตกต่างกันบ้างแต่ไม่มากนัก

ส่วนการผลการวิจัยเมื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากวิธีการภาวะน่าเป็นสูงสุดกับวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก พบว่าค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากทั้งสองวิธีการใกล้เคียงกัน ไม่มีค่าใดมากหรือน้อยกว่ากันจนเห็นได้ชัดเจนในเกือบทุกๆกรณี

ส่วนผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปรและ 3 ตัวแปรใน 3 ระดับ คือ ไม่สัมพันธ์กันเลย สัมพันธ์กันน้อย และ สัมพันธ์กันมาก พบว่าที่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมากจะให้ค่าเฉลี่ย

ของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยน้อยกว่าที่ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์น้อยและไม่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ แต่ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์น้อยกับไม่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ไม่มีความแตกต่างของค่านี้อย่างชัดเจน

ส่วนผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าเฉลี่ยของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์ความถดถอยจากวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดกับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปรและ 3 ตัวแปรใน 3 ระดับ คือ ไม่สัมพันธ์กันเลย สัมพันธ์กันน้อย และ สัมพันธ์กันมาก พบว่าให้ค่าดังกล่าวไม่แตกต่างกัน ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่แตกต่างกันไม่ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแบบถดถอยที่สร้างจากวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแตกต่างกัน

ดังนั้นจากการวิจัยครั้งนี้จึงได้ผลสรุปสุดท้ายว่า ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยของตัวแบบถดถอยที่มีตัวแปรตามแจกแจงแบบปัวส์ซง ที่สร้างจากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก และวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดนั้น ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยที่ใกล้เคียงกันและให้ตัวแบบที่ดีพอๆกันใน แต่เมื่อดูในค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่แตกต่างกันจะพบว่าในวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักและในวิธีการภาวะน่าจะเป็นสูงสุดให้ตัวแบบที่ดีพอๆกัน

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ทรงศิริ แต้สมบัติ. *การวิเคราะห์ความถดถอย.* พิมพ์ครั้งที่1. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2541

ธีรพร วีระถาวร. *การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง : โครงสร้างและความหมาย.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

วีนัส พีชวนิชย์. *ทฤษฎีความน่าจะเป็นและการประยุกต์.* พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์และทำปกเจริญผล, 2535.

ภาษาอังกฤษ

Norman R. Draper, Harry Smith. *Applied Regression Analysis.* Third Edition. USA : 1998.

ภาคผนวก

```
k_25
 {x_function(k)
   {x_array(, dim = c(k, 1))
      x_(0.5)^seq(k)
      x}
   x(k)}
   {h_function(k)
   {h_array(, dim = c(k, 1))
      {h_400 + 1*x(k)
      }
      h}
   h(k)}
{y_function(k)
   {  y_array(, dim = c(k, 1))
      for(i in 1:500) {
         y_rpois(k, h(k))
      }
      y}
   y(k)}
m_500
 for(i in 1:500)
sum0_0
sum1_0
sum2_0
fit_lsfit(x(k), y(k), intercept = T, wt = 1/y(k)^2)
covar_summary(fit)$cov.unscaled
sum0_sum0 + covar
sum1_sum1 + fit$coef

meancov_(sum0)/m
meanbeta_(sum1)/m
meancov
meanbeta
 {z_function(k)
   {z_array(, dim = c(k, 1))
      z_sum(sum(0.8-meanbeta[1])^2+sum(0.002-meanbeta[2])^2)
      z}
   z(k)}
m_500
 for(i in 1:500)
sum0_0
sum1_0
sum2_0

fit_glim(x(k), y(k), intercept = T, error = "poisson", link= "identity")
covar_summary(fit)$cov.unscaled
sum0_sum0 + covar
sum1_sum1 + fit$coef

meancov_(sum0)/m
meanbeta_(sum1)/m

meancov
meanbeta
{z_function(k)
   {z_array(, dim = c(k, 1))
      z_sum(sum(0.8-meanbeta[1])^2+sum(0.002-meanbeta[2])^2)
      z}
   z(k)}
```

```
k_25
 {x_function(k)
   {x_array(, dim = c(k, 1))
      x1_(0.5)^seq(k)
      x2_(0.9)^seq(k)
      x_cbind(x1,x2)
      x}
   x(k)}
   {x1_function(k)
   {x1_array(, dim = c(k, 1))
      x1_(0.5)^seq(k)
   x1}
   x1(k)}
   {x2_function(k)
   {x2_array(, dim = c(k, 1))
      x2_(0.9)^seq(k)
      x2}
   x2(k)}
   {h_function(k)
   {h_array(, dim = c(k, 1))
      {h_400 + 1*x1(k)+0.01*x2(k)
      }
      h}
   h(k)}
{y_function(k)
   {  y_array(, dim = c(k, 1))
      for(i in 1:500) {
         y_rpois(k, h(k))
      }
      y}
   y(k)}
m_500
 for(i in 1:500)
sum0_0
sum1_0
sum2_0
fit_lsfit(x(k), y(k), intercept = T, wt = 1/y(k)^2)
covar_summary(fit)$cov.unscaled
sum0_sum0 + covar
sum1_sum1 + fit$coef

meancov_(sum0)/m
meanbeta_(sum1)/m
meancov
meanbeta
 {z_function(k)
   {z_array(, dim = c(k, 1))
      z_sum(sum(0.8-meanbeta[1])^2+sum(0.002-meanbeta[2])^2+sum(0.00002-
   meanbeta[3]))
      z}
   z(k)}
m_500
```

```
 for(i in 1:500)
sum0_0
sum1_0
sum2_0

fit_glim(x(k), y(k), intercept = T, error = "poisson", link= "identity")
covar_summary(fit)$cov.unscaled
sum0_sum0 + covar
sum1_sum1 + fit$coef

meancov_(sum0)/m
meanbeta_(sum1)/m

meancov
meanbeta
{z_function(k)
    {z_array(, dim = c(k, 1))
        z_sum(sum(0.8-meanbeta[1])^2+sum(0.002-meanbeta[2])^2+sum(0.00002-
    meanbeta[3]))
        z}
    z(k)}
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาว กานธนิกา ชุณหะวัต เกิดที่กรุงเทพเมื่อวันที่ 17มีนาคม พ.ศ.2515 จบศึกษาระดับมัธยมต้นที่โรงเรียนผดุงดรุณี และระดับมัธยมปลายที่โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพญาไท จากนั้นจึงจบการศึกษาระดับปริญญาตรีจากคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี ภาควิชาสถิติ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษาที่คณะและภาควิชาเดียวกันนี้ในปีถัดมา