

การออกแบบและควบคุมหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้เชื่อมต่อทรงกลมแบบขนาน



นายธนโชติ ชีพสุมล

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

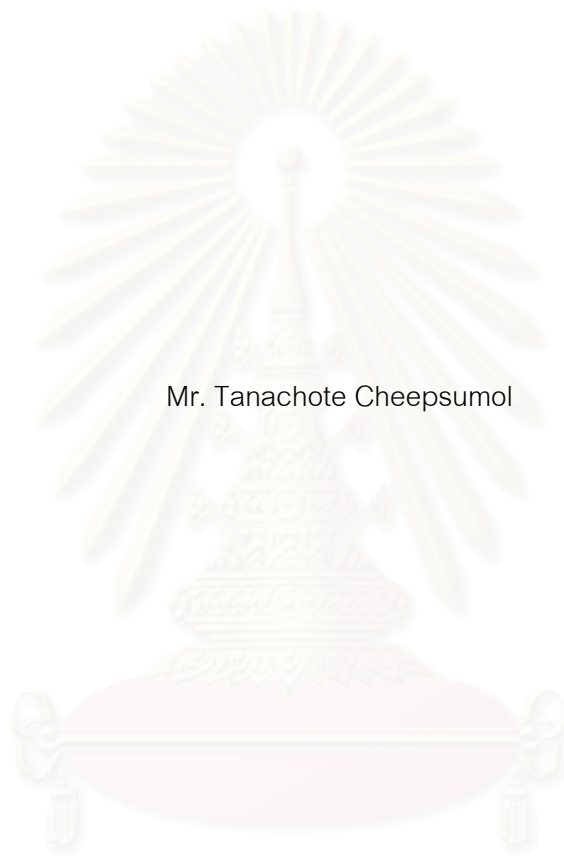
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-5698-4

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

DESIGN AND CONTROL OF COBOTS USING PARALLEL SPHERICAL JOINTS



Mr. Tanachote Cheepsumol

สถาบันวิทยบริการ

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2003

ISBN 974-17-5698-4

ธนโชติ ซีพสุมล การออกแบบและควบคุมหุ่นยนต์โคบอทที่ใช้ข้อต่อทรงกลมแบบขนาน. (DESIGN AND CONTROL OF COBOTS USING PARALLEL SPHERICAL JOINTS) อ. ที่ปรึกษา : อ.ดร. วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ , 101 หน้า. ISBN 974-17-5698-4.

วิทยานิพนธ์นี้ เสนองงานวิจัยเกี่ยวกับการศึกษา พัฒนาหุ่นยนต์โคบอททั้งแบบอนุกรมและแบบขนาน โดยการศึกษาในแบบอนุกรมเป็นการศึกษาและวิเคราะห์โดยใช้หุ่นยนต์โคบอทแบบแขนกล 3 มิติ และ การศึกษาในแบบขนานจะเป็นการศึกษาและวิเคราะห์กับหุ่นยนต์โคบอทแบบแขนกล 2 มิติ

การศึกษาวิจัยเกี่ยวกับหุ่นยนต์โคบอทในวิทยานิพนธ์ชิ้นนี้เป็นการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการต่อเชื่อมซีวีที (CVT : *Continuous Variable Transmission*) เข้ากับหุ่นยนต์โคบอททั้งในแบบอนุกรมและแบบขนาน การวิเคราะห์จลศาสตร์การเคลื่อนที่ของโคบอททั้งในแบบอนุกรมและแบบขนานโดยมีการประยุกต์ใช้กับตัวอย่าง ซึ่งสามารถนำไปใช้งานจริงและศึกษา วิเคราะห์วิธีการควบคุมการเคลื่อนที่ของโคบอทและทำการจำลองผล ในคอมพิวเตอร์ นอกจากนี้ยังทำการเสนอแนวทางเบื้องต้นในการใส่กำลังให้กับหุ่นยนต์โคบอทแบบขนานอีกด้วย

จากการศึกษาวิจัยในวิทยานิพนธ์ชิ้นนี้ทำให้สามารถนำผลดังกล่าวไปใช้ประยุกต์ในการสร้างโคบอทจริงเพื่อนำไปสู่การใช้ประโยชน์และการพัฒนาต่อไป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล.....

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล.....

ปีการศึกษา2546.....

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

4370316221 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: COBOT/CVT

TANACHOTE CHEEPSUMOL: DESIGN AND CONTROL OF COBOTS USING PARALLEL SPHERICAL JOINTS. THESIS ADVISOR : WITTAYA WANNASUPHOPRASIT, Ph.D., 101 pp. ISBN 974-17-5698-4

This thesis presents a study and development of Cobots (Collaborative Robots) in serial and parallel configurations. In the serial configuration, a serial link 3D Cobot is choosed as an example to study and develop. For the parallel configuration, we analyzed 2D five bar linkage Cobot .

One aim of this thesis is to study CVT network connecting to Cobots in both serial and parallel configurations. Kinematics of Cobots in both configurations are presented. In addition, we study and analyze Cobot control algorithm to control the end effectors to follow the design path and simulate control results in a computer. Finally, this thesis suggests an approach to input power to Cobot.

From the studying and developing in this thesis ,we can use this result to further design and develop Cobots practically.



DepartmentMechanical Engineering.....

Field of studyMechanical Engineering.....

Academic year2003.....

Student's signature

Advisor's signature

Co-advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ อ.ดร.วิทยา วัฒนธ
สุโกประสิทธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้คอยให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่างๆ
ช่วยเหลือในส่วนที่ติดขัดจนถึงวินาทีสุดท้าย และให้กำลังใจเมื่อตัวผู้เขียนรู้สึกท้อแท้ นอกจากนี้
สละความรู้จากการทำวิทยานิพนธ์แล้ว ผู้เขียนยังได้รับแบบอย่างที่ดีจากท่านอาจารย์อีกหลาย
อย่างด้วย เมื่อครั้งที่ผู้เขียนประสบปัญหาจนแทบจะถอดใจก็มีแต่ท่านอาจารย์เท่านั้นที่เชื่อว่า
ผู้เขียนจะทำได้สำเร็จ ซึ่งจุดในจุดนี้ทำให้ผู้เขียนได้เรียนรู้หลายสิ่งหลายอย่างด้วยกัน

นอกจากนี้ผู้เขียนก็ขอขอบคุณ เพื่อนๆที่ห้องวิจัยทุกคนที่ไม่เคยปฏิเสธความช่วยเหลือต่อ
ผู้เขียนในเวลาลำบาก ทั้งยังให้กำลังใจและยินดีเมื่อผู้เขียนสำเร็จการศึกษา ขอขอบคุณความ
ช่วยเหลือและกำลังใจจากครอบครัวทุกท่าน รวมถึงเพื่อนๆท่านอื่นๆที่เสนอความช่วยเหลือมาให้
แม้จะไม่มีความรู้เกี่ยวกับงานของผู้เขียนเลย ทุกสิ่งทุกอย่างเหล่านี้เป็นสิ่งล้ำค่าจนให้ผู้เขียนสำเร็จ
การศึกษาได้ด้วยดี



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ.....	ฎ
บทที่	
1. บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.4 ประโยชน์ที่จะได้รับ.....	2
1.5 ขั้นตอนการวิจัย.....	2
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 ทฤษฎีเบื้องต้นของหุ่นยนต์โคบอท.....	4
2.2 งานวิจัยทางด้านหุ่นยนต์โคบอท.....	7
2.3 ลักษณะทั่วไปของอุปกรณ์ปรับเปลี่ยนอัตราทดแบบต่อเนื่อง (CVT).....	7
3. การต่อเชื่อม CVT.....	11
3.1 การต่อเชื่อมแบบอนุกรม.....	11
3.2 การต่อเชื่อมแบบขนาน.....	13
3.3 3.3 โคบอทแบบใส่กำลัง	15
4. จลนศาสตร์ของโคบอทแบบอนุกรม.....	17
4.1 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแขนกล.....	17
4.1.1 จลนศาสตร์ไปข้างหน้าของแขนกล.....	19
4.1.2 จลนศาสตร์ย้อนกลับของแขนกล.....	20
4.2 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอท.....	24

	หน้า
4.2.1 ปฏิภูมิตำแหน่งปลาย.....	25
4.2.2 ปฏิภูมิจอยท์.....	26
4.2.3 ปฏิภูมิการจับคู่.....	39
4.2.4 ปฏิภูมิของมุมปรับอัตราทด.....	41
5. จลนศาสตร์ของโคบอทแบบขนาน.....	44
5.1 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแขนกล.....	44
5.1.1 เรขาคณิตวิเคราะห์.....	45
5.1.2 สมการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า.....	48
5.1.3 สมการเคลื่อนที่ไปแบบผกผัน.....	49
5.2 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอท.....	50
5.2.1 ปฏิภูมิตำแหน่งปลาย.....	51
5.2.2 ปฏิภูมิจอยท์.....	51
5.2.3 ปฏิภูมิการจับคู่.....	58
5.2.4 ปฏิภูมิของมุมปรับอัตราทด.....	59
5.3 การเลือกอัตราทดให้เป็นค่าเดียวกัน.....	61
6. การควบคุมและการจำลองการควบคุม.....	63
6.1 ทฤษฎีการควบคุม.....	63
6.2 การจำลองผลการทดลองของหุ่นยนต์โคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ.....	68
6.3 การจำลองผลการทดลองของหุ่นยนต์โคบอทแบบขนาน 2 มิติ.....	73
7. บทสรุปและงานวิจัยในอนาคต.....	79
7.1 บทสรุป.....	79
7.2 งานวิจัยในอนาคต.....	79
7.2.1 ทฤษฎีการใส่กำลัง.....	80
รายการอ้างอิง.....	83
ภาคผนวก.....	85
ก. บทความวิจัย.....	86

	หน้า
ด.1 การประชุมวิชาการเครือข่ายเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15.....	86
ด.2 การประชุมวิชาการเครือข่ายเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 17.....	91
ด.3 JSAE Annual Congress.....	97
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	101



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 4.1	
ค่าพารามิเตอร์ของพารามิเตอร์ของเดนาวิท-ฮาเทนเบิร์กของแขนกล ตัวอย่างแบบทรีอาร์.....	5



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 2.1	เปรียบเทียบการทำงานของหุ่นยนต์โคบอทกับการวาดเส้นตรงโดย ไม้บรรทัด.....	4
รูปที่ 2.2	หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดียว.....	5
รูปที่ 2.3	การทำงานของหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดียว.....	6
รูปที่ 2.4	โคบอทแบบสกูตเตอร์.....	7
รูปที่ 2.5	ซีวีทีแบบล้อ.....	8
รูปที่ 2.6	ซีวีทีแบบทรงกลม.....	9
รูปที่ 2.7	โครงสร้างของซีวีทีแบบทรงกลม.....	9
รูปที่ 2.8	ความสัมพันธ์ระหว่างมุมปรับอัตราทดกับอัตราส่วนของความเร็วเชิงมุม	10
รูปที่ 3.1	การต่อโครงข่ายของซีวีทีแบบอนุกรมในกรณีหุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์...	11
รูปที่ 3.2	ตัวอย่างการต่อซีวีที 2 ตัวเข้ากับแขนกล 3 ข้อต่อแบบอนุกรม.....	12
รูปที่ 3.3	การต่อโครงข่ายของซีวีทีแบบขนานในกรณีหุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์.....	14
รูปที่ 3.4	ตัวอย่างการต่อซีวีที 3 ตัวเข้ากับแขนกล 3 ข้อต่อแบบขนาน.....	14
รูปที่ 3.5	การใส่กำลังในกรณีหุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์.....	15
รูปที่ 4.1	ลักษณะของแขนกลแบบทริอาร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์.....	18
รูปที่ 4.2	การตั้งแกนต่างๆบนโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ.....	18
รูปที่ 4.3	แผนผังการเปลี่ยนกรอบการทำงานของโคบอท.....	25
รูปที่ 4.4	การเคลื่อนที่ในปริภูมิตำแหน่งปลาย.....	26
รูปที่ 4.5	การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์.....	28
รูปที่ 4.6	การแปลงการเคลื่อนที่จากปริภูมิตำแหน่งปลายไปเป็นการเคลื่อนที่ ในปริภูมิจอยท์.....	29
รูปที่ 4.7	การเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่และการแปลงการเคลื่อนที่จาก ปริภูมิจอยท์.....	40
รูปที่ 4.8	การหามุม β_i	42
รูปที่ 5.1	โคบอทแบบขนาน 2 มิติ.....	45
รูปที่ 5.2	แบบจำลองของโคบอท 2 มิติ.....	45
รูปที่ 5.3	แบบจำลองแขนกลเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่ามุมต่างๆ.....	46
รูปที่ 5.4	สามเหลี่ยม ABE ที่สร้างเพื่อใช้ในการคำนวณ.....	46
รูปที่ 5.5	สามเหลี่ยม BED ที่สร้างเพื่อใช้ในการคำนวณ.....	47
รูปที่ 5.6	สามเหลี่ยม BCD ที่สร้างเพื่อใช้ในการคำนวณ.....	47
รูปที่ 5.7	แบบจำลองแขนกลเพื่อใช้ในการคำนวณสมการไปข้างหน้า.....	48

		หน้า
รูปที่ 5.8	การเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่ของโคบอทแบบขนาน 2 มิติ.....	60
รูปที่ 5.9	การสร้างอัตราทดของซีวีทีแต่ละตัวโดยการปรับค่ามุม Phi (Φ) การวิเคราะห์ในส่วนนี้จะกำหนดให้ค่ามุม Phi ทั้ง 2 ค่ามีค่าเท่ากัน.....	61
รูปที่ 6.1	เส้นทางการเดินของโคบอท.....	63
รูปที่ 6.2	บล็อกไดอะแกรมในการควบคุมโคบอท.....	67
รูปที่ 6.3	แผนผังการควบคุม.....	68
รูปที่ 6.4	ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการควบคุมปลายแขน โคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ.....	71
รูปที่ 6.5	การเคลื่อนเข้าหาเส้นเฮลิคซ์ของโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ.....	71
รูปที่ 6.6	การเคลื่อนที่ของจอยท์ของโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ แต่ละจอยท์ เมื่อกำหนดให้ $I_1 = I_2 = 2$	72
รูปที่ 6.7	มุมปรับอัตราทดของซีวีที 1 และ 2 ที่ใช้ในการควบคุมโคบอท แบบอนุกรม 3 มิติ.....	72
รูปที่ 6.8	ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการควบคุมปลายแขนโคบอท แบบขนาน 2 มิติ.....	75
รูปที่ 6.9	เส้นทางการเดินของโคบอทแบบขนาน 2 มิติ.....	76
รูปที่ 6.10	การเคลื่อนที่ของจอยท์ของโคบอทแบบขนาน 2 มิติแต่ละจอยท์.....	77
รูปที่ 6.11	การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์ของโคบอทแบบขนาน 2 มิติ.....	77
รูปที่ 6.12	มุมที่ซีวีทีต้องกวาดไปสำหรับโคบอทแบบขนาน 2 มิติ.....	78
รูปที่ 7.1	ทิศทางแรงตามแนวขนานและตั้งฉากกับการเคลื่อนที่.....	80

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มา

มนุษย์มีความสามารถในการทำงานต่างๆ เช่นการใช้ประสาทสัมผัสทั้ง 5 การตัดสินใจ ในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้ดี แต่ในขณะเดียวกันมนุษย์ก็มีขีดจำกัดในการทำงานเช่น ไม่สามารถรับภาระมากๆหรือในงานที่ต้องการความแม่นยำสูง มนุษย์ก็ไม่สามารถทำได้ดีเช่นกัน ด้วยเหตุนี้หุ่นยนต์อุตสาหกรรมจึงได้เข้ามามีบทบาทในการผลิตมากขึ้น อย่างไรก็ตามหุ่นยนต์ อุตสาหกรรมก็มีข้อจำกัดเพราะต้องรู้ตำแหน่งที่แน่นอนของชิ้นงานและต้องใช้อุปกรณ์ตรวจจับ (Sensor) จำนวนมากรวมทั้งอุปกรณ์สำหรับจับยึดชิ้นงาน (Jigs and Fixture) ซึ่งมีราคาสูง ดังนั้นจึงได้เกิดแนวความคิดที่จะรวมเอาความสามารถของทั้งมนุษย์และหุ่นยนต์อุตสาหกรรม เข้าไว้ด้วยกัน โดยการให้มนุษย์ทำงานร่วมกับหุ่นยนต์ เช่นการใช้หุ่นยนต์ช่วยในการผ่าตัดหรือ การช่วยประกอบรถยนต์

แนวความคิดดังกล่าวจึงเป็นที่มาของหุ่นยนต์โคบอท (Cobot: Collaborative Robot) หุ่นยนต์โคบอทคือหุ่นยนต์ที่ถูกออกแบบมาเพื่อทำงานร่วมกับมนุษย์โดยตรง เนื่องจากหุ่นยนต์โค บอท ทำงานในระบบพาสซีฟ (passive system) กล่าวคือจะไม่สร้างแรงโดยตรงต่อมนุษย์ แต่จะ ทำได้เพียงเปลี่ยนทิศทางแรงเท่านั้น ดังนั้นหุ่นยนต์โคบอทจึงสามารถทำงานในพื้นที่ทำงาน (work space) เดียวกับมนุษย์ได้อย่างปลอดภัย

วิธีหนึ่งที่หุ่นยนต์โคบอทสามารถช่วยการทำงานของมนุษย์ได้คือการสร้างกำแพงเสมือน (Virtual Surface) ซึ่งเป็นการจำลองพื้นผิวให้มนุษย์รู้สึกเหมือนว่ามีกำแพงอยู่ข้างหน้าทั้งที่ ไม่มี ทำให้มนุษย์สามารถไกลไปตามกำแพงได้ ประโยชน์ที่เห็นได้ชัดของกำแพงเสมือนก็เช่น การ สร้างพื้นผิวเสมือนรูปกรวยในการประกอบชิ้นงาน ทำให้มนุษย์สามารถผลักชิ้นงานไปตามพื้นผิว ทรงกรวยได้อย่างรวดเร็วและยังป้องกันการกระทบกันของชิ้นงานอีกด้วย

การจำลองกำแพงเสมือนของหุ่นยนต์โคบอทไม่ได้ใช้อุปกรณ์ต้นกำลัง (Actuators) เช่นเดียวกับหุ่นยนต์ทั่วไป แต่ใช้ซีวีที (CVT :Continuous Variable Transmission) ซีวีทีคือ อุปกรณ์ทดกำลังที่สามารถปรับอัตราทดของความเร็วขาเข้าและความเร็วขาออกได้อย่างต่อเนื่อง หุ่นยนต์โคบอทใช้ซีวีทีในการกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างข้อต่อของหุ่นยนต์เองโดยจะเป็นการ สร้างข้อบังคับแบบนอนโฮโลโนมิก (Nonholonomic Constraints) ด้วยเหตุนี้จึงสามารถสร้าง

กำแพงเสมือนที่มีความราบเรียบและไม่สูญเสียพลังงานในการเคลื่อนที่ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการประยุกต์ใช้งานทางอุตสาหกรรม

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ศึกษางานวิจัยด้านโคบอทและที่เกี่ยวข้อง การเชื่อมต่อของข้อต่อโคบอท (ซีวีที) จลนศาสตร์ของโคบอทแบบอนุกรม และแบบขนานการรวมทั้งควบคุม และการจำลองพฤติกรรมของหุ่นยนต์โคบอท

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อทำการศึกษาการเชื่อมต่อของซีวีทีในรูปแบบอนุกรมและขนาน
2. เพื่อทำการศึกษาและนำเสนอจลนศาสตร์ของโคบอทแบบอนุกรมและขนาน

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาการเชื่อมต่อของซีวีทีในรูปแบบอนุกรมและแบบขนาน
2. นำเสนอจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ
3. นำเสนอจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทแบบขนาน 2 มิติ
4. นำเสนอระบบควบคุมและจำลองพฤติกรรมของโคบอทแบบขนาน

1.4 ประโยชน์ที่จะได้รับ

1. เป็นพื้นฐานการออกแบบระบบควบคุมหุ่นยนต์โคบอทที่พัฒนาแนวคิดในการควบคุมหุ่นยนต์โคบอท
2. เป็นแนวทางในการออกแบบหุ่นยนต์แบบโคบอทเพื่อนำไปประยุกต์ใช้งานในอุตสาหกรรมต่อไป

1.5 ขั้นตอนการวิจัย

1. ศึกษางานวิจัยที่ผ่านมา เพื่อเป็นประโยชน์ในการออกแบบและควบคุม
2. ทำการศึกษาการเชื่อมต่อซีวีทีในหุ่นยนต์โคบอท
3. เขียนจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ
4. เขียนจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์โคบอทแบบขนาน 2 มิติ

5. จำลองระบบควบคุม จำลองพฤติกรรมของหุ่นยนต์โคบอททั้งสองรูปแบบในคอมพิวเตอร์



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีเบื้องต้นของหุ่นยนต์โคบอท

หุ่นยนต์โคบอทคือแนวคิดที่ออกแบบมาให้มนุษย์สามารถทำงานร่วมกับหุ่นยนต์ในพื้นที่ทำงาน (workspace) เดียวกันได้ หุ่นยนต์โคบอทแตกต่างกับหุ่นยนต์หรืออุปกรณ์แฮปติคอินเทอร์เฟซ (Haptic Interface) ทัวไปตรงที่หุ่นยนต์โคบอทจะไม่สร้างแรงมาบังคับการเคลื่อนที่ของผู้ใช้งาน แต่จะทำเพียงเปลี่ยนทิศทางแรงของผู้ใช้งาน ส่วนการเคลื่อนที่ผู้ใช้งานจะเป็นผู้กำหนดขึ้นมาเอง การทำงานของหุ่นยนต์โคบอทจึงเป็นการทำงานในระบบแพสซีฟ (Passive) ซึ่งจะปลอดภัยต่อผู้ใช้ในการทำงานร่วมกับหุ่นยนต์โคบอท การทำงานดังกล่าวคล้ายกับการใช้ไม้บรรทัดวาดเส้นตรง โดยหุ่นยนต์โคบอททำหน้าที่เสมือนไม้บรรทัดส่วนผู้ที่ลงมือวาดคือผู้ใช้งาน



รูปที่ 2.1 เปรียบเทียบการทำงานของหุ่นยนต์โคบอทกับการวาดเส้นตรงโดยไม้บรรทัด

ในการทำงานของหุ่นยนต์โคบอทจะไม่ได้ใช้มอเตอร์หรืออุปกรณ์ต้นกำลัง (actuators) เพื่อส่งกำลังให้กับจอยท์ (joints) แต่หุ่นยนต์โคบอทจะใช้ซีวีที (CVTs : Continuous Variable Transmission) ในการควบคุมความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วของแต่ละจอยท์ ทำให้สามารถควบคุมทิศทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทได้ อุปกรณ์ซีวีทีนี้จะสร้างข้อบังคับแบบนอนโฮโลโนมิก (nonholonomic constraints) ให้กับหุ่นยนต์โคบอททำให้ไม่ว่าหุ่นยนต์โคบอทจะมีจำนวนมิติการทำงาน (task space) เท่าไรก็ตาม หุ่นยนต์โคบอทจะมีเพียง 1 องศาอิสระ (Degree of Freedom) เท่านั้น

อุปกรณ์แฮปติคอินเทอร์เฟซโดยทั่วไปสามารถสร้างสภาวะจำลอง (virtual environment) ต่างๆ ได้โดยใช้คอมพิวเตอร์ควบคุม ยกตัวอย่างเช่น การสร้างพื้นผิวหรือกำแพงจำลอง (virtual surfaces, virtual walls) ในขณะที่มนุษย์เคลื่อนจับตำแหน่งปลาย (end

effector) ของอุปกรณ์แอสติคอินเทอร์เฟซไปชนหรือผ่านเข้าไปในกำแพงจำลอง คอมพิวเตอร์จะสั่งให้มอเตอร์ใช้แรงผลักดันด้านต้นให้ตำแหน่งปลายออกนอกกำแพง ถ้าเราต้องการจำลองกำแพงเสมือน ให้เหมือนกำแพงจริงแล้ว กำแพงจำลองต้องมีความแข็ง (stiffness) สูงมาก มอเตอร์ที่ใช้ต้องมีขนาดใหญ่เพื่อที่จะขับแรงต้านได้เพียงพอและต้องใช้เกน (gain) ในการควบคุมสูงทำให้เกิดสภาวะไม่เสถียร (instability) ได้ง่าย ในขณะที่หุ่นยนต์โคบอทไม่ได้ใช้มอเตอร์ขับเคลื่อนโดยตรง แต่ใช้ในชีวิตที่เท่านั้น ทำให้ไม่ต้องใช้มอเตอร์ที่มีขนาดใหญ่มาก จึงไม่เกิดปัญหาดังกล่าว

การทำงานของ หุ่นยนต์โคบอทจะมามีการทำงาน 2 ลักษณะคือ

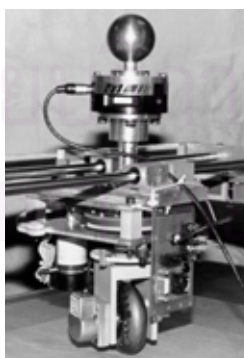
1) การทำงานแบบอิสระ (Virtual Caster)

การทำงานในลักษณะนี้ ผู้ใช้จะรู้สึกเหมือนกับสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ หุ่นยนต์โคบอทจะเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทให้เป็นไปตามการเคลื่อนที่ของผู้ใช้

2) การทำงานแบบบังคับ (Virtual Wall)

ในการทำงานลักษณะนี้หุ่นยนต์โคบอทจะสร้างกำแพงเสมือนขึ้นมา เมื่อผู้ใช้เคลื่อนที่เข้าหากำแพงเสมือน ผู้ใช้จะไม่สามารถเคลื่อนหุ่นยนต์โคบอทให้ทะลุกำแพงได้ แต่จะไกลไปตามกำแพง ถ้าผู้ใช้ออกแรงให้หุ่นยนต์โคบอทเคลื่อนเข้าหากำแพงเสมือน หุ่นยนต์โคบอทจะต้านแรงนั้นไว้ ถ้าเคลื่อนไกลไปตามกำแพงหุ่นยนต์โคบอทจะไม่ต้านแรง และถ้าเคลื่อนออกจากกำแพงหุ่นยนต์โคบอทจะกลับไปทำงานในแบบอิสระ

เพื่อให้เข้าใจการทำงานของหุ่นยนต์โคบอทได้ดีขึ้น จะขอยกตัวอย่างการทำงานของ หุ่นยนต์โคบอทที่ง่ายที่สุดนั่นคือหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดียว (Unicycle Cobot) ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดียว

จากรูปเป็นหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดียว ซึ่งมีลักษณะคือเป็นหุ่นยนต์ล้อเดียวเคลื่อนที่ในระนาบ $x-y$ โดยรางนำทาง แกนของล้อหุ่นยนต์โคบอทจะตั้งตรงอยู่

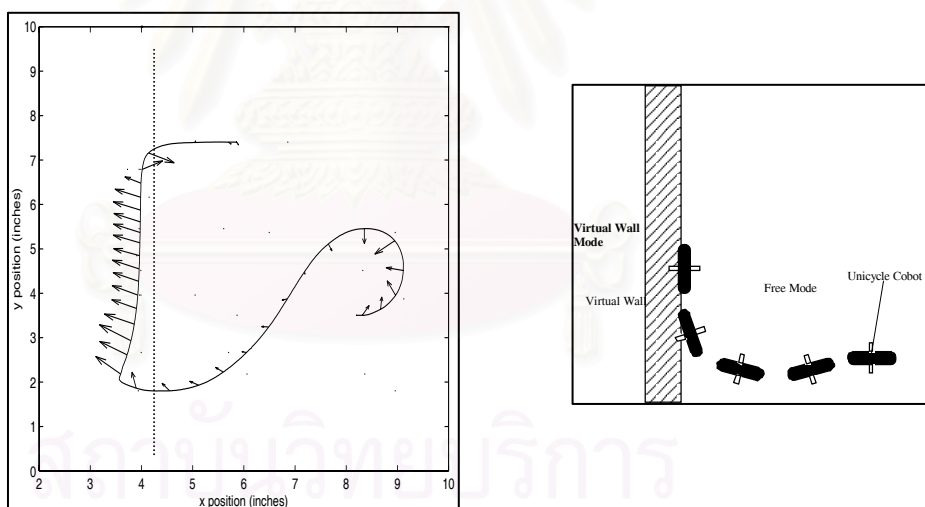
ตลอดเวลา มอเตอร์ของหุ่นยนต์โคบอทจะไม่สามารถขับเคลื่อนหุ่นยนต์โคบอทได้ จะทำได้เพียงเปลี่ยนทิศทางของล้อเท่านั้น ที่มีจับของหุ่นยนต์โคบอทจะมีอุปกรณ์ตรวจรู้แรง (Force Sensor) ติดอยู่เพื่อวัดแรงในแนวแกน x-y ทำให้หุ่นยนต์โคบอท สามารถวัดขนาดและทิศทางของแรงรวมที่กระทำต่อหุ่นยนต์โคบอทได้ หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวสามารถทำงานทั้ง 2 ลักษณะได้ดังนี้คือ

1) การทำงานแบบอิสระ (Virtual Caster)

หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวสามารถทำงานแบบอิสระได้โดยการหมุนแกนของล้อให้เป็นไปตามทิศทางแรงของผู้ใช้ ซึ่งสามารถหาได้จากอุปกรณ์ตรวจรู้แรง

2) การทำงานแบบบังคับ (Virtual Wall)

เมื่อผู้ใช้ออกแรงเคลื่อนเข้าหากำแพงเสมือน (ซึ่งสามารถหาได้จากอุปกรณ์ตรวจรู้แรง) หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวจะหมุนล้อให้มีทิศทางสัมผัสกับกำแพงเสมือน ทำให้ผู้ใช้เสมือนว่าเคลื่อนที่ไกลไปตามกำแพง แต่ถ้าผู้ใช้เคลื่อนที่ออกจากกำแพง หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวก็จะกลับไปทำงานในแบบอิสระการทำงานของ หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวสามารถจำลองได้ดังรูปที่ 2.3



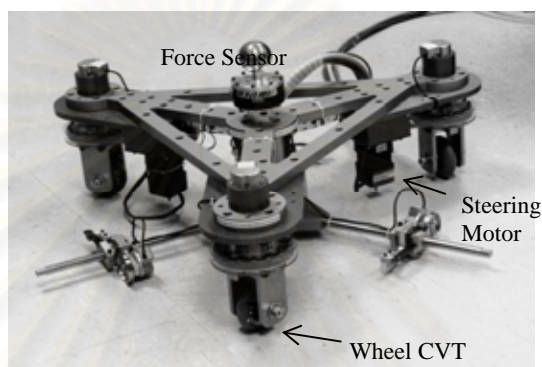
รูปที่ 2.3 การทำงานของหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยว

ในรูปที่ 2.3 รูปซ้ายแสดงการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยว ลูกศรในรูปแสดงแรงที่ผู้ใช้กระทำ สมมติให้กำแพงเสมือนอยู่ที่ตำแหน่ง $x = 4$ จะเห็นได้ว่าการทำงานแบบอิสระหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวจะเคลื่อนที่ตามแรงของผู้ใช้ แต่เมื่อไปชนกำแพงเสมือนหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวจะต้านแรงไว้ รูปขวาแสดงทิศทางของล้อของหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยว

2.2 งานวิจัยทางด้านหุ่นยนต์โคบอท

แนวความคิดของหุ่นยนต์โคบอทได้เริ่มพัฒนาขึ้นตั้งแต่ปี ค.ศ.1995 โดยเริ่มจาก หุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยว จากนั้น Wannasuphoprasit[9] ได้พัฒนาหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวมาเป็นโคบอทแบบสกูตเตอร์ (Scooter Cobot)[11] เพื่อกำจัดปัญหาซิงกูลาริตี (singularity) ที่เกิดขึ้นกับ หุ่นยนต์โคบอท

ปัจจุบันงานวิจัยในด้านนี้ได้รับการพัฒนาทั้งในด้านการออกแบบ เช่น หุ่นยนต์โคบอทแบบตรีดีพี (3DP) ของ สิริศักดิ์ ศิริเกษมสุข ที่อาศัยการเปลี่ยนแกนหมุนของลูกทรงกลมมาเป็นแนวคิดในการออกแบบ นอกจากนี้ยังมีการพัฒนาในด้านการทดลองอีกด้วย



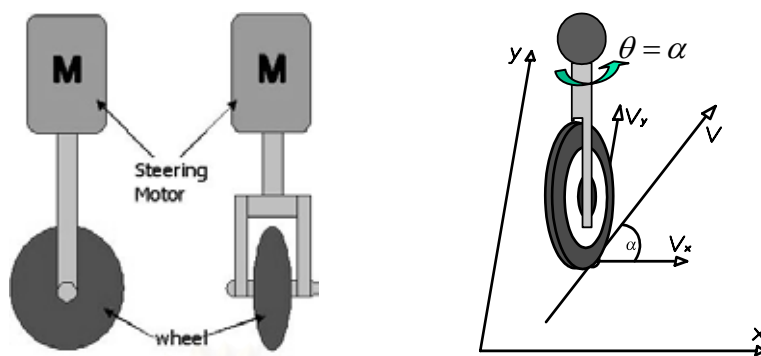
รูป 2.4 โคบอทแบบสกูตเตอร์

2.3 ลักษณะทั่วไปของอุปกรณ์ปรับเปลี่ยนอัตราทดแบบต่อเนื่อง (CVT)

ซีวีทีคืออุปกรณ์ส่งถ่ายกำลังที่สามารถปรับเปลี่ยนอัตราทดได้อย่างต่อเนื่อง ในการทำงานของหุ่นยนต์โคบอท ซีวีทีจะทำหน้าที่สร้าง สร้างข้อบังคับแบบนอนไฮโดรโนมิกขึ้นมาเพื่อบังคับให้หุ่นยนต์โคบอทมีองศาอิสระเหลือเพียง 1 เท่านั้น ซีวีทีที่มีการออกแบบและจัดสร้างไว้หลายแบบ เช่น ซีวีทีแบบโคน (Cone Friction CVT) ,ซีวีทีแบบสายพานวี (V-belt CVT) หรือซีวีทีแบบไม่มีสายพาน (Beltless CVT) ซึ่งแต่ละแบบล้วนมีข้อดีข้อเสียในตัวอยู่ ซีวีทีที่ใช้ในงานหุ่นยนต์โคบอทจะต้องสามารถเปลี่ยนอัตราทดได้ไม่จำกัด ในปัจจุบันนี้มีอยู่ด้วยกัน 2 ชนิดคือ

1) ซีวีทีแบบล้อ (Wheel CVT)

ล้อนั้นสามารถทำหน้าที่เป็นซีวีทีได้โดยการปรับเปลี่ยนมุมของล้อ



รูปที่ 2.5 ซี่วี่ที่แบบล้อ

รูปที่ 2.5 แสดงซี่วี่ที่แบบล้อ รูปซ้ายแสดงถึงโครงสร้างของซี่วี่ที่ ล้อจะมีมอเตอร์ติดอยู่ที่แกนหมุนทำให้ปรับเปลี่ยนมุมล้อได้ตลอด รูปขวาแสดงการปรับเปลี่ยนอัตราส่วนระหว่างความเร็วในแนวแกน x และ y เมื่อหมุนล้อไปด้วยมุม θ เทียบกับแกน x จะได้ว่าอัตราส่วนระหว่างความเร็วในแนวแกน x และ y คือ

$$\frac{v_y}{v_x} = \tan \theta \quad (2.1)$$

เมื่อ V_x คือความเร็วในแนวแกน x

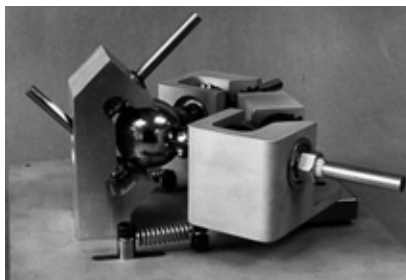
V_y คือความเร็วในแนวแกน y

θ คือมุมที่วัดจากแกน x ไปที่แนวล้อ

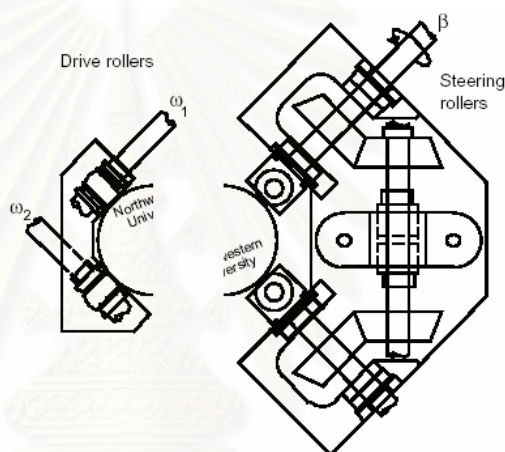
ซี่วี่ที่แบบล้อนี้ได้ถูกนำมาใช้ในหุ่นยนต์โคบอทแบบล้อเดี่ยวและโคบอทแบบสกูเตอร์โดย Wannasupoprasit

2) ซี่วี่ที่แบบทรงกลม (Spherical CVT)

ซี่วี่ที่ชนิดนี้คิดค้นขึ้นมาโดย Moore[12] เพื่อใช้ในการปรับเปลี่ยนอัตราส่วนของความเร็วเชิงมุมในจอยท์แบบหมุน (Revolute Joints) ซี่วี่ที่แบบทรงกลมมีลักษณะดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ซวีวีที่แบบทรงกลม



รูปที่ 2.7 โครงสร้างของสวีวีที่แบบทรงกลม

สวีวีที่แบบทรงกลมมีโครงสร้างและการทำงานดังนี้คือ สวีวีที่แบบทรงกลมมีส่วนประกอบหลักที่สำคัญคือล้อขับ (Drive Rollers) เพื่อถ่ายทอดกำลังให้กับจอยที่ทั้ง 2 ที่ถูกขับเคลื่อนด้วยสวีวีที่ ลูกกลมตรงกลางเพื่อเป็นตัวกลางในการส่งถ่ายกำลัง และล้อปรับอัตราทด (Steering Rollers) เพื่อปรับอัตราส่วนของความเร็วเชิงมุม โดยที่อัตราส่วนของความเร็วเชิงมุมที่ต่อเข้ากับสวีวีที่ มีความสัมพันธ์กับมุมที่ล้อปรับอัตราทดหมุนไป θ ดังนี้คือ

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta}{\sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta} \quad (2.2)$$

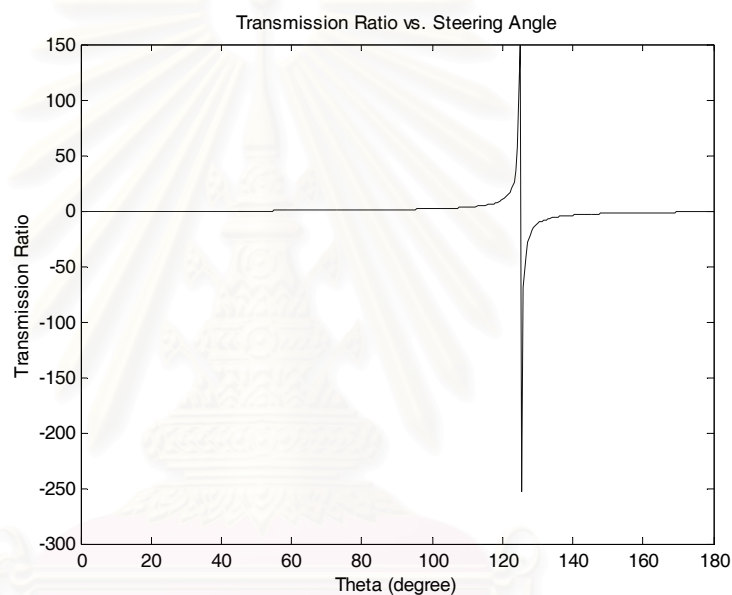
เมื่อ ω_1 คือความเร็วเชิงมุมขาออกของสวีวีที่

ω_2 คือความเร็วเชิงมุมขาเข้าของสวีวีที่

θ คือมุมที่บิดไปของล้อปรับอัตราทด

หนึ่งในชีวิตที่แบบทรงกลม 1 ตัวนั้นจะมีล้อปรับอัตราทดอยู่ 2 ล้อ โดยที่แต่ละล้อ จะหมุนไปด้วยมุมเดียวกันโดยการบังคับของกลไก

ทั้งล้อขับและล้อปรับอัตราทดจะสัมผัสกับลูกกลมตรงกลาง โดยมีการวางตัวใน ลักษณะที่สมดุลง่ายทรงเหลี่ยม 4 หน้า (Tetrahedral) ทำให้ลูกกลมอยู่กับที่ ทำให้มี แกนหมุนผ่านจุดศูนย์กลางลูก เมื่อหมุนล้อปรับอัตราทดไปแกนหมุนก็จะเปลี่ยน โดย การจัดวางตำแหน่งทำให้แกนหมุนอยู่ในระนาบระหว่างล้อขับทั้ง 2 พอดี เมื่อเปลี่ยน แกนหมุนโดยการปรับมุมของล้อปรับอัตราทอก็จะทำให้อัตราส่วนของความเร็วเชิงมุมที่ ต่อเข้ากับชีวิตที่เปลี่ยนไปดังรูป



รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมปรับอัตราทอดกับอัตราส่วนของความเร็ว

เชิงมุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

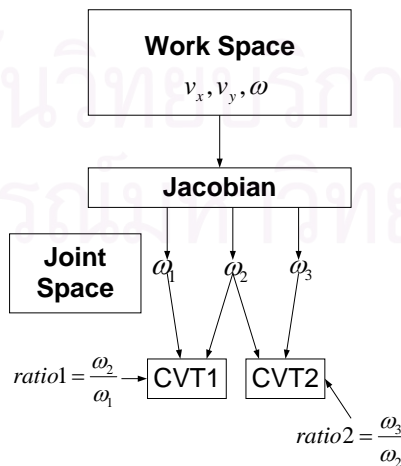
บทที่ 3

การต่อเชื่อมซีวีที

การทำงานของซีวีทีที่นั้นเป็นการควบคุมอัตราตระหว่างความเร็ว 2 แกน ในกรณีที่ต้องการควบคุมอัตราตของความเร็วมากกว่า 2 แกนขึ้นไปนั้นจำเป็นต้องใช้ซีวีทีมากกว่า 1 ตัว ดังนั้นในการทำงานดังกล่าวจึงต้องอาศัยการเชื่อมโยงโครงข่ายของซีวีทีในการทำงาน การเชื่อมโยงโครงข่ายนั้นอาจทำได้โดยการเชื่อมโยงซีวีทีแต่ละตัวเข้ากับความเร็วที่ต้องการควบคุมอัตราตที่ละคู่ๆไปซึ่งก็เป็นแนวคิดของการต่อเชื่อมโครงข่ายแบบอนุกรม หรืออาจทำได้โดยการเชื่อมโยงซีวีทีทุกตัวเข้ากับแกนหมุนร่วมอีกตัว ทำให้เกิดการควบคุมอัตราตระหว่างความเร็วทุกตัวกับความเร็วของแกนหมุนอีกตัวได้ เมื่อควบคุมอัตราตดังกล่าวได้ก็จะสามารถควบคุมอัตราตระหว่างความเร็วทุกความเร็วได้โดยปริยาย การเชื่อมโยงดังกล่าวเป็นแนวคิดของการต่อเชื่อมโครงข่ายแบบขนาน การเชื่อมโยงโครงข่ายของซีวีทีทั้งแบบอนุกรม และแบบขนาน มีรายละเอียดดังนี้จะอธิบายในหัวข้อถัดไป

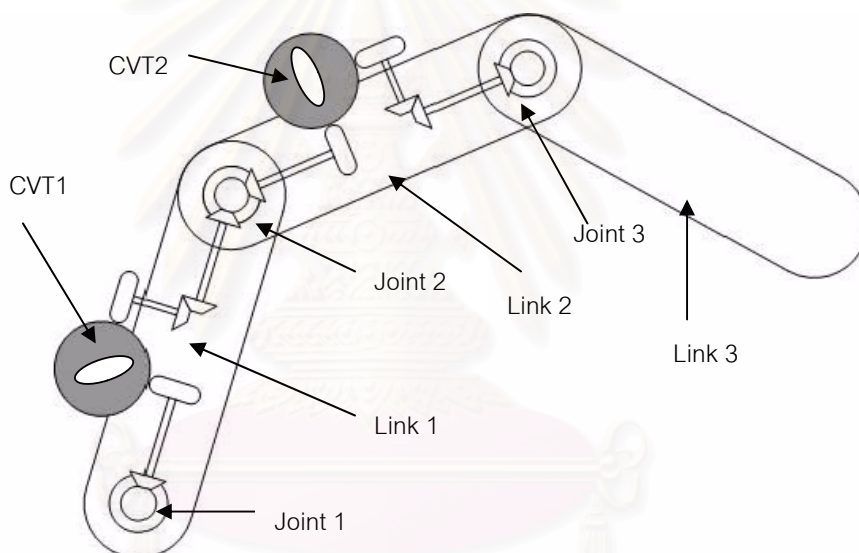
3.1 การต่อเชื่อมแบบอนุกรม

การต่อแบบนี้ จะเชื่อมจอยท์เข้ากับซีวีทีแต่ละตัว ทีละคู่จนได้อัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของทุกจอยท์ดังนั้นถ้าหุ่นยนต์โคบอทมีอยู่ n จอยท์ จะต้องใช้ซีวีทีทั้งสิ้น $n-1$ ตัว พิจารณาตัวอย่างของโครงข่ายซีวีทีดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การต่อโครงข่ายของซีวีทีแบบอนุกรมในกรณีหุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์

จากรูปที่ 3.1 เป็นตัวอย่างการต่อโครงข่ายซีวีทีที่แบบอนุกรมของหุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์ โดยความเร็วที่ตำแหน่งปลายของโคบอทในแนว x, y และความเร็วเชิงมุมที่ปลายแขนคือ v_x, v_y และ ω ตามลำดับ ความเร็วเชิงมุมของข้อต่อทั้ง 3 คือ ω_1, ω_2 และ ω_3 ตามลำดับ ซีวีทีตัวแรก ต่อเข้ากับจอยท์ 1 และ 2 ซีวีทีที่อีกตัวต่อเข้ากับจอยท์ 2 และ 3 ทำให้สามารถหาอัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมระหว่างจอยท์ 1 และ จอยท์ 2 และระหว่างจอยท์ 2 และ จอยท์ 3 ทำให้ได้อัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของจอยท์s ทั้ง 3 ได้ เมื่อความเร็วเชิงมุมทั้ง 3 ผ่านจาโคเบียน (Jacobian) ก็จะสามารถควบคุมความสัมพันธ์ระหว่าง v_x, v_y และ ω ทำให้สามารถควบคุมทางเดินของหุ่นยนต์โคบอทได้ และในทางกลับกันถ้าต้องการความสัมพันธ์ระหว่าง v_x, v_y และ ω ก็สามารถส่งผ่านค่าดังกล่าวผ่านจาโคเบียนผกผัน (Jacobian Inverse) เพื่อให้ได้อัตราส่วนระหว่าง ω_1, ω_2 และ ω_3 ได้



รูปที่ 3.2 ตัวอย่างการต่อซีวีที 2 ตัวเข้ากับแขนกล 3 ข้อต่อแบบอนุกรม

รูปที่ 3.2 แสดงตัวอย่างการต่อซีวีที 2 ตัวแบบอนุกรมเข้ากับโคบอท 3 จอยท์ ให้เห็นจริง แกนหมุนของจอยท์ 1 ต่อผ่านเฟืองทดเข้ากับซีวีทีตัวแรก แกนหมุนของจอยท์ 2 ต่อผ่านเฟืองทดเข้ากับซีวีที 2 ตัว เมื่อต่อเข้าซีวีทีตัวแรกจะทำให้ควบคุมอัตราทดของความเร็วเชิงมุมของจอยท์ 1 และจอยท์ 2 ได้ จากซีวีทีตัวแรก ส่วนซีวีทีอีกตัวต่อเข้ากับจอยท์ 2 และ จอยท์ 3 ทำให้ควบคุมอัตราทดของความเร็วเชิงมุมของจอยท์ 2 และ จอยท์ 3 ได้ซึ่งจากหลักการที่ได้กล่าวไปแล้วจะทำให้สามารถควบคุมเส้นทางการเดินของโคบอทในรูป 3.2 ได้

3.2 การต่อเชื่อมแบบขนาน

การต่อแบบขนานนี้จะมีเพลากลาง (Common shaft) อยู่และต่อซีวีทีที่ทุกตัวเข้ากับ เพลา กลางด้านหนึ่ง และเข้ากับจอยท์แต่ละจอยท์ อีกด้านหนึ่ง นั่นคือแทนที่จะต่อซีวีทีให้แต่ละจอยท์ สร้างความสัมพันธ์ระหว่างกัน ก็ต่อซีวีทีให้สร้างความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมของแต่ละ จอยท์กับความเร็วเชิงมุมของเพลากลางซึ่งถ้าไม่ได้ใส่กำลังเข้าไปความเร็วเชิงมุมของเพลากลาง ก็จะเป็นผลมาจากความเร็วเชิงมุมของทุกๆจอยท์นั่นเอง ในการต่อแบบนี้ถ้าหุ่นยนต์โคบอทมี n จอยท์จะต้องมีจำนวนซีวีทีทั้งสิ้น n ซีวีที ซึ่งจะมีซีวีทีที่เกินความจำเป็นมา 1 ตัว เหตุผลที่ ออกแบบวิธีต่อวิธีนี้ก็เพื่อป้องกันไม่ให้อัตราทดที่ซีวีทีสร้างขึ้นมีค่ามากเกินไป[6] เช่นในกรณี หุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์ ถ้าอัตราเร็วเชิงมุมของจอยท์ 2 มีค่าน้อยมากจนเกือบเป็นศูนย์ จะได้ว่า ซีวีที 2 ซึ่งให้ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมของจอยท์ 3 และจอยท์ 2 จะต้องมีค่าเป็น อนันต์

$$\omega_2 \rightarrow 0 \dots T_2 = \frac{\omega_3}{\omega_2} \rightarrow \infty \quad (3.1)$$

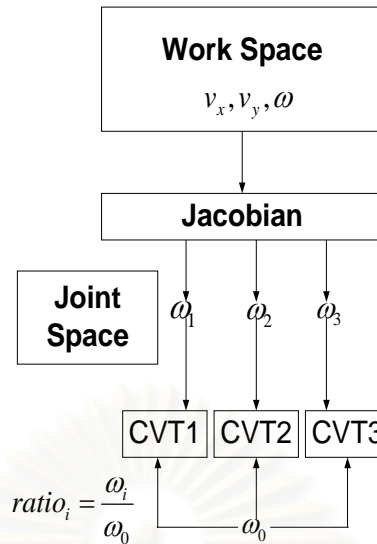
ในกรณีที่มีเพลากลางจะได้ว่าความเร็วของเพลากลางคือ

$$\omega_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i}{\sum_{i=1}^n T_i} \quad (3.2)$$

เมื่อ ω_0 คือความเร็วเชิงมุมของเพลากลาง
 ω_i คือความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อที่ต่อเข้ากับซีวีทีแต่ละตัว
 T_i คืออัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อกับ
 ความเร็วเชิงมุมของเพลากลาง

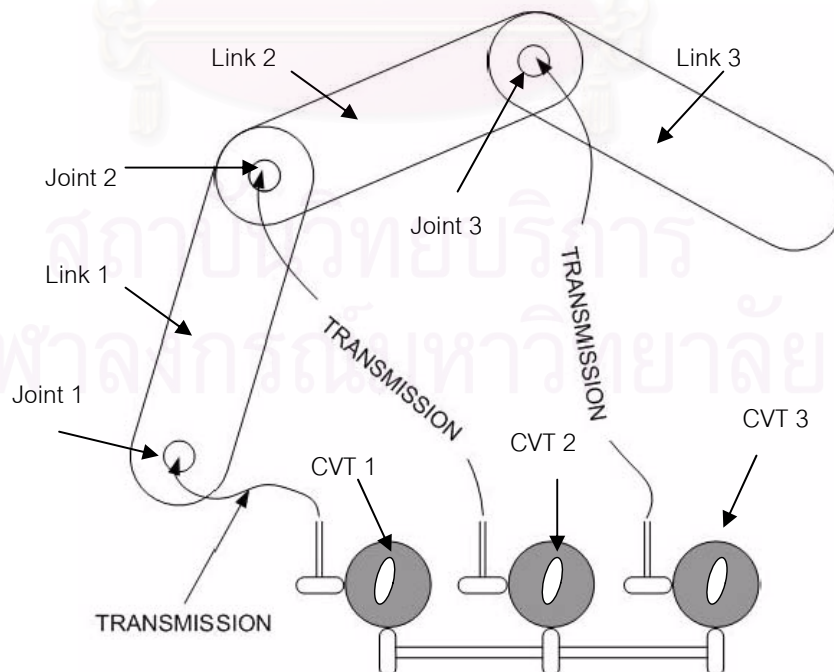
จากสมการ (3.2) จะเห็นได้ว่าค่า ω_0 ซึ่งเป็นตัวหารในการหาอัตราทดจะไม่เป็น 0 ถ้า จอยท์ทั้งหลายมีความเร็ว ดังนั้นอัตราทดที่ซีวีทีแต่ละตัวสร้างขึ้นจึงจะไม่มีค่าเข้าใกล้อนันต์

ตัวอย่างโครงข่ายของซีวีทีแบบขนานในกรณีหุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์แสดงดังรูป ที่ 3.3



รูปที่ 3.3 การต่อโครงข่ายของซีวีทีที่แบบขนานในกรณีหุ่นยนต์โคบอท 3 จอยท์

ดังเช่นในกรณีของการต่อแบบอนุกรม หลักการควบคุมทางเดินและการส่งผ่านค่าพารามิเตอร์ผ่านจาโคเบียนก็เป็นเช่นเดียวกัน แต่ในกรณีการต่อแบบขนานนี้ความเร็วเชิงมุมของจอยท์ทั้ง 3 จะส่งผ่านเข้ากับซีวีทีแต่ละตัวโดยไม่ต้องจับกันเป็นคู่ๆก่อน จากนั้นเมื่อซีวีทีแต่ละตัวสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมของแต่ละจอยท์กับความเร็วเชิงมุมของเพลากลาง ซึ่งความเร็วเชิงมุมของเพลากลางก็เป็นผลมาจากความเร็วเชิงมุมของทุกจอยท์ ดังสมการ (3.2) ก็จะทำให้สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมของทุกจอยท์ได้



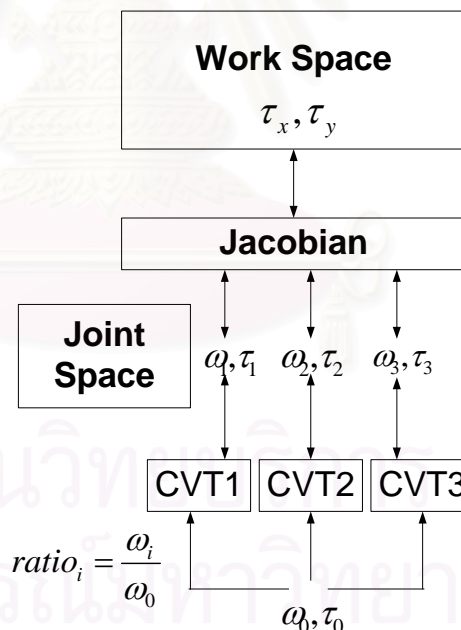
รูปที่ 3.4 ตัวอย่างการต่อซีวีที 3 ตัวเข้ากับแขนกล 3 ข้อต่อแบบขนาน

รูปที่ 3.4 แสดงตัวอย่างการต่อซีวีทีที่แบบขนานจริง การออกแบบก่อนข้างจะมีความซับซ้อนมากกว่าแบบอนุกรม ซีวีทีทั้ง 3 จะไม่สามารถเคลื่อนที่ไปกับแขนกลได้ มิฉะนั้นก็ต้องออกแบบระบบส่งกำลัง (Transmission) ของซีวีทีกับเพลากลางเป็นแบบพิเศษ จากรูปที่ 3.4 เมื่อซีวีทีไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ทำให้ไม่สามารถใช้เฟืองทดส่งกำลังได้ จึงต้องอาศัยระบบส่งกำลังที่สามารถทำให้แขนกลเคลื่อนที่ไปได้ซึ่งอาจจะเป็นการใช้สายเคเบิลเป็นต้น

นอกจากนี้การต่อแบบขนานจะทำให้สามารถใส่กำลัง (Power) เข้าไปได้อีก ดังจะอธิบายในหัวข้อถัดไป

3.3 โคบอลแบบใส่กำลัง (Power Cobot)

ในการต่อแบบขนานถ้าเราใส่กำลังให้กับเพลากลางจะทำให้มีกำลังเกิดขึ้นที่ตำแหน่งปลายของหุ่นยนต์โคบอล แต่ทิศทางการเคลื่อนที่ยังคงควบคุมเหมือนเดิม ตัวอย่างของการต่อโครงข่ายในกรณีโคบอลแบบใส่กำลัง 3 จอยท์แสดงดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 การใส่กำลังในกรณีหุ่นยนต์โคบอล 3 จอยท์

ในกรณีนี้นอกจากจะต้องส่งผ่านความเร็วแล้วยังต้องส่งผ่านค่าแรงบิดที่ปลายแขนทั้งในแนวแกน x และ y คือ τ_x และ τ_y ตามลำดับ ส่งผ่านกับค่าแรงบิดที่จอยท์ทั้ง 3 และแรงบิดที่เพลากลางคือ τ_1 τ_2 τ_3 และ τ_0 ตามลำดับ การส่งผ่านค่าแรงบิดทั้ง 2 กรอบการทำงานทำได้โดยการส่งผ่านจาโคเบียนผกผัน เมื่อต้องการให้เกิดกำลังที่ปลายแขนของหุ่นยนต์โคบอลก็ทำได้

โดยใส่แรงบิดให้กับเพลากลางและผ่านจาโคเบียนผกผันกำลังที่ได้นี้จะเป็นกำลังที่เกิดขึ้นในทิศทางเคลื่อนที่ของโคบอทเท่านั้น ซึ่งการควบคุมทิศทางก็ทำได้เช่นเดิม การที่กำลังที่เกิดขึ้นเกิดในทิศทางเคลื่อนที่เท่านั้นทำให้เกิดความปลอดภัยในการทำงาน



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

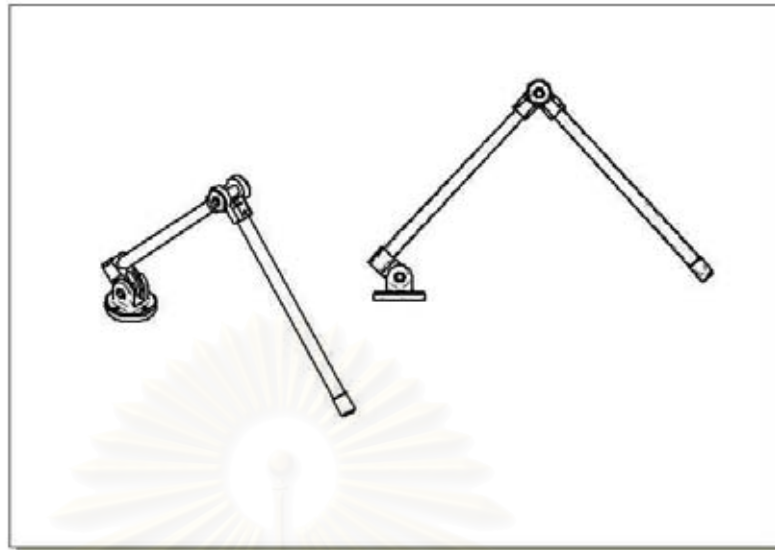
จลนศาสตร์ของโคบอทแบบอนุกรม

ในการวิเคราะห์จลศาสตร์การเคลื่อนที่นั้นแบ่งเป็น 2 ประเภทคือการวิเคราะห์จลศาสตร์การเคลื่อนที่ของแขนกลและการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอท การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแขนกลแบ่งเป็นการวิเคราะห์สมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (Forward Kinematics) และสมการการเคลื่อนที่แบบย้อนกลับ (Inverse Kinematics) การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ดังกล่าวเป็นการวิเคราะห์เพื่อหาตำแหน่งของแขนกลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์จลศาสตร์การเคลื่อนที่ของโคบอทต่อไป การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทนั้นจะไม่วิเคราะห์เพียงแค่ตำแหน่ง แต่จะเป็นการวิเคราะห์ในมิติการเคลื่อนที่อื่นๆด้วยได้แก่ ความเร็วทั้งขนาดและทิศทาง ความโค้ง เวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ และระยะทางที่โคบอทเคลื่อนที่ไป การวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวจะใช้ในการแปลงกรอบการทำงานของโคบอทและควบคุมโคบอทต่อไป ในบทนี้จะเป็นการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ทั้งของแขนกลและของโคบอทที่ใช้การต่อเชื่อมซีวีทีแบบอนุกรม แขนกลที่ใช้เป็นตัวช่วยในการวิเคราะห์นั้นเป็นแขนกลอย่างง่ายคือเป็นแขนกลแบบทรีอาร์ (3R) เพื่อให้เห็นการเชื่อมโยงได้ชัดเจนมากขึ้น

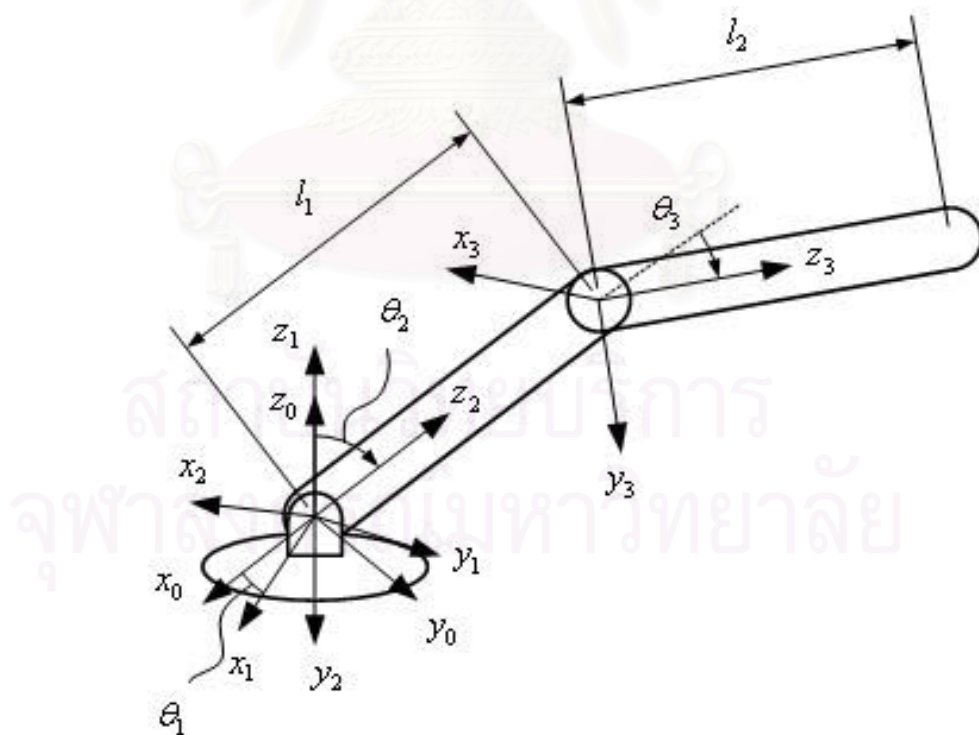
4.1 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแขนกล

แขนกลที่ใช้ในการวิเคราะห์เบื้องต้นนั้นมีลักษณะเป็นแขนกลแบบทรีอาร์ (3R:3 Revolute Joints) ซึ่งแต่ละจอยท์จะต่อเข้ากับซีวีทีทั้งในแบบอนุกรมและแบบขนาน แขนกลที่ออกแบบไว้มีลักษณะดังรูปที่ 4.1

แกนหมุนของข้อต่อที่ 1 จะตั้งฉากกับพื้น แกนหมุนของข้อต่อที่ 2 และ 3 จะขนานกับพื้น ดังรูปที่ 4.1 ทำให้ปลายแขนของโคบอทสามารถกวาดไปได้ในปริภูมิ 3 มิติ เพื่อความสะดวกในการคำนวณจะแทนความยาวของแขนท่อนที่ 1 (ระหว่างข้อต่อที่ 2 และข้อต่อที่ 3) เป็น L_1 และแทนความยาวของแขนท่อนที่ 2 (ระหว่างข้อต่อที่ 3 ถึงปลายแขนโคบอท) เป็น L_2 การคำนวณค่า พารามิเตอร์ต่างๆ ทำได้ดังนี้



รูปที่ 4.1 ลักษณะของแขนกลแบบทรีอาร์ทที่ใช้ในการวิเคราะห์



รูปที่ 4.2 การตั้งแกนต่างๆบนโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ

4.1.1 จลนศาสตร์ไปข้างหน้าของแขนกล

จากแขนกลดังรูป สามารถหาพารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาเทนเบิร์ก (Denavit-Hatenberg Parameter) [14] ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าพารามิเตอร์ของพารามิเตอร์ของเดนาวิต-ฮาเทนเบิร์กของแขนกลตัวอย่างแบบทรีอาร์

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	-90°	0	0	θ_2
3	0	l_1	0	θ_3
4	-90°	0	l_2	0

หาเมตริกซ์แปลงรูป (Transformation Matrix) ของแต่ละแขน (link) ได้ดังนี้

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & l_1 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

เมื่อ j_iT คือเมตริกซ์แปลงรูปจากกรอบที่ i ไปกรอบที่ j

s_i คือ $\sin(\theta_i)$

c_i คือ $\cos(\theta_i)$

$$s_{ij} \quad \text{คือ} \quad \sin(\theta_i + \theta_j)$$

$$c_i \quad \text{คือ} \quad \cos(\theta_i + \theta_j)$$

สามารถหาเมตริกซ์แปลงรูปของแขนกลได้ดังนี้

$${}^1_3T = {}^1_2T {}^2_3T = \begin{bmatrix} c_{23} & -s_{23} & 0 & l_1 c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_{23} & -c_{23} & 0 & -l_1 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$${}^1_4T = {}^1_3T {}^3_4T = \begin{bmatrix} c_{23} & 0 & -s_{23} & -s_{23}l_2 + c_2l_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -s_{23} & 0 & -c_{23} & -c_{23}l_2 - s_2l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$${}^0_4T = {}^0_1T {}^1_4T = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & s_1 & -c_1 s_{23} & c_1 (-s_{23}l_2 + c_2l_1) \\ s_1 c_{23} & -c_1 & -s_1 s_{23} & s_1 (-s_{23}l_2 + c_2l_1) \\ -s_{23} & 0 & -c_{23} & -c_{23}l_2 - s_2l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

โดยเมตริกซ์แปลงรูปจากกรอบที่ฐาน (กรอบที่ 0) ไปยังกรอบที่ปลายแขน (กรอบที่ 4) สามารถหาจลนศาสตร์การเคลื่อนที่ไปข้างหน้าได้ดังนี้

$$p_x = c_1 (-s_{23}l_2 + c_2l_1)$$

$$p_y = s_1 (-s_{23}l_2 + c_2l_1) \quad (4.9)$$

$$p_z = -c_{23}l_2 - s_2l_1$$

เมื่อ p_x คือตำแหน่งที่ปลายแขนวัดตามแนวแกน x

p_y คือตำแหน่งที่ปลายแขนวัดตามแนวแกน y

p_z คือตำแหน่งที่ปลายแขนวัดตามแนวแกน z

4.1.2 จลนศาสตร์ย้อนกลับของแขนกล

จากจลนศาสตร์ไปข้างหน้าของแขนกลและเมตริกซ์แปลงรูปที่ได้วิเคราะห์ไว้ สามารถหาจลนศาสตร์ย้อนกลับของแขนกลได้ดังต่อไปนี้

คำนวณหา 4_1T ได้ดังนี้

$${}^1_4T = {}^0_1T^{-1} {}^0_4T = \begin{bmatrix} c_{23} & 0 & -s_{23} & -s_{23}l_2 + c_2l_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -s_{23} & 0 & -c_{23} & -c_{23}l_2 - s_2l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

เมื่อ ${}^j_iT^{-1}$ คือเมตริกซ์ผกผัน (Inverse Matrix) ของ j_iT

จากสมาชิก (2,4) ของ 1_4T จะได้ว่า

$$-s_1p_x + c_1p_y = 0 \quad (4.11)$$

จากสมการ (4.11) จะได้ว่า

$$\theta_1 = A \tan 2(p_y, p_x) \quad (4.12)$$

จากสมาชิก (1,4) และ (3,4) ของ 1_4T จะได้ว่า

$$c_1p_x + s_1p_y = -s_{23}l_2 + c_2l_1 \quad (4.13)$$

$$p_z = -c_{23}l_2 - s_2l_1 \quad (4.14)$$

นำสมการ (4.11)²+(4.13)²+(4.14)² จะได้ว่า

$$s_3 = \frac{l_1^2 + l_2^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2}{2l_1l_2} = K \quad (4.15)$$

$$c_3 = \sqrt{1 - K^2} \quad (4.16)$$

จากสมการ (4.15) และ (4.16) สามารถหา θ_3 ได้ดังนี้

$$\theta_3 = A \tan 2(K, \sqrt{1 - K^2}) \quad (4.17)$$

เมื่อ K เป็นตัวแปรที่สร้างขึ้นมาเพื่อความสะดวกในการคำนวณโดยมีค่าดังสมการ (4.15)

จาก ${}^0_3T^{-1} {}^0_4T = {}^4_3T$ โดยที่

$${}^0_3T^{-1} = \begin{bmatrix} c_1c_{23} & s_1c_{23} & -s_{23} & -l_1c_3 \\ -c_1s_{23} & -s_1s_{23} & -c_{23} & l_1s_3 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

จากสมาชิก (1,4) และ (2,4) ของ 4_3T จะได้ว่า

$$c_1c_{23}p_x + s_1c_{23}p_y - s_{23}p_z - l_1c_3 = 0 \quad (4.19)$$

$$-c_1s_{23}p_x - s_1s_{23}p_y - c_{23}p_z - l_1s_3 = l_2 \quad (4.20)$$

จากสมการ (4.19) และ (4.20) จะได้ว่า

$$s_{23} = \frac{-l_1c_3p_z + (c_1p_x + s_1p_y)(l_1s_3 - l_2)}{p_z^2 + (c_1p_x + s_1p_y)^2} \quad (4.21)$$

$$c_{23} = \frac{(l_1s_3 - l_2)p_z + l_1c_3(c_1p_x + s_1p_y)}{p_z^2 + (c_1p_x + s_1p_y)^2} \quad (4.22)$$

แทนค่า $s_3 = K$ $c_3 = \sqrt{1-K^2}$ $s_1 = \frac{p_y}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}$ $c_1 = \frac{p_x}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}$ ลงใน

สมการ (4.21) และ (4.22) จะได้ว่า

$$s_{23} = \frac{-l_1p_z\sqrt{1-K^2} + \sqrt{p_x^2 + p_y^2}(l_1K - l_2)}{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \quad (4.24)$$

$$c_{23} = \frac{(l_1K - l_2)p_z + l_1\sqrt{(1-K^2)(p_x^2 + p_y^2)}}{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \quad (4.25)$$

สามารถหาค่าของ $\theta_2 + \theta_3$ ได้ดังนี้

$$\theta_{23} = A \tan 2 \left(\frac{-l_1p_x\sqrt{1-K^2} + \sqrt{p_x^2 + p_y^2}(l_1K - l_2)}{(l_1K - l_2)p_x + l_1\sqrt{(1-K^2)(p_x^2 + p_y^2)}} \right) \quad (4.26)$$

และสามารถหาค่า θ_2 ได้ดังนี้

$$\theta_2 = \theta_{23} - \theta_3 \quad (4.27)$$

หรือสามารถหา θ_2 ได้จากสมาชิก (1,4) และ (3,4) ของ 4T_0 คือ

$$p_x = c_1(-s_{23}l_2 + c_2l_1) \quad (4.28)$$

$$p_z = -c_{23}l_2 - s_2l_1 \quad (4.29)$$

จัดรูปสมการ (4.28) จะได้ว่า

$$(-s_{23}l_2 + c_2l_1) = \frac{p_x}{c_1} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = r \quad (4.30)$$

เมื่อ r เป็นตัวแปรที่สร้างขึ้นมาเพื่อความสะดวกในการคำนวณโดยมีค่าดังสมการ (4.30)

กระจาย $s_{23} = s_2c_3 + c_2s_3$ และ $c_{23} = c_2c_3 - s_2s_3$ ในสมการ (4.29) และ (4.30) จะได้

$$\begin{aligned} -l_2(s_2c_3 + c_2s_3) + l_1c_2 &= r \\ -l_2(c_2c_3 - s_2s_3) - l_1s_2 &= p_z \end{aligned} \quad (4.31)$$

จัดรูปสมการ (4.31) ให้อยู่ในรูปเมตริกซ์จะได้

$$\begin{bmatrix} -l_2c_3 & l_1 - l_2s_3 \\ -l_1 + l_2s_3 & -l_2c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_2 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ p_z \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

แก้สมการ (4.32) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} s_2 &= \frac{-l_2c_3r - p_z(l_1 - l_2s_3)}{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2s_3} \\ c_2 &= \frac{-l_2c_3p_z + r(l_1 - l_2s_3)}{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2s_3} \end{aligned} \quad (4.33)$$

จากสมการ (4.33) สามารถหาค่า θ_2 ได้ดังนี้

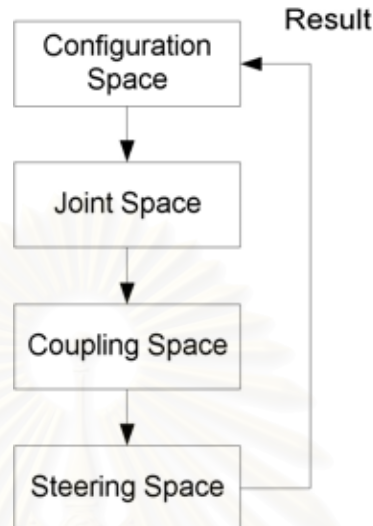
$$\theta_2 = A \tan 2 \left(\frac{l_2 c_3 r + p_z (l_1 - l_2 s_3)}{l_2 c_3 p_z - r (l_1 - l_2 s_3)} \right) \quad (4.34)$$

4.2 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอท

การทำงานของโคบอทนั้นจะไม่ใช้การบังคับอุปกรณ์ต้นกำลังเพื่อให้เกิดการทำงานโดยตรง แต่จะเป็นการทำงานโดยการสร้างข้อบังคับแบบอนโฮโลโนมิก เพื่อบังคับทางเดินของโคบอท กล่าวคือโคบอทจะไม่ได้บังคับตำแหน่งที่ปลายแขน แต่จะบังคับทิศทางของการเคลื่อนที่ของปลายแขน ดังนั้นการหาเพียงค่าจลนศาสตร์แบบไปข้างหน้าและย้อนกลับของแขนกลดังกล่าวเช่นการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ทั่วไปจึงไม่เพียงพอสำหรับการหาข้อมูลในการควบคุม การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทจึงต้องวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์อื่นๆอีกดังจะได้วิเคราะห์ต่อไป

ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ทั่วไปนั้นจะต้องมีการแปลงรูป (Mapping) จากรูปแบบการเคลื่อนที่แบบหนึ่งไปสู่อีกแบบหนึ่งเช่นในหุ่นยนต์อุตสาหกรรมแบบอาร์ทิคูลเลท (Articulate) จะมีการแปลงกลับไปกลับมาระหว่างกรอบการเคลื่อนที่ที่ปลายแขนซึ่งอาจจะวัดออกมาเป็นพิกัดในแนวแกน XYZ กับกรอบการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อซึ่งจะวัดออกมาเป็นค่ามุม ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากในการทำงานจริง ค่าตัวแปรที่วัดจากกรอบการทำงานแต่ละกรอบอาจจะเป็นคนละตัวกันจึงต้องมีการแปลงค่าตัวแปร ในโคบอทเองก็เช่นกัน การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทจะต้องมีการแปลงรูประหว่างกรอบการทำงานแต่ละกรอบเพื่อนำค่าที่ได้ไปใช้ควบคุมต่อไป กรอบการเคลื่อนที่ของโคบอทโดยทั่วไปจะแบ่งเป็น 4 ประเภทด้วยกัน คือ ปริภูมิตำแหน่งปลาย (Configuration Space : C_T) บอกถึงการเคลื่อนที่ของตำแหน่งปลายของโคบอท ปริภูมิจอยท์ (Joint Space : C_j) บอกถึงการเคลื่อนที่ของข้อต่อของโคบอท ปริภูมิการจับคู่ (Coupling Space : Σ_i) บอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ของแต่ละข้อต่อซึ่งสร้างความสัมพันธ์กันโดยผ่านกลไกของซีวีทีและ ปริภูมิของมุมปรับอัตราทด (Steering Space : Φ) บอกถึงมุมที่ซีวีทีต้องหมุนปรับไปซึ่งก็คือค่าสัญญาณของอุปกรณ์ต้นกำลัง ที่เราต้องควบคุมลำดับการแปลงรูป จะเริ่มต้นจากการหาการเคลื่อนที่ในปริภูมิตำแหน่งปลายจากนั้นแปลงไปเป็นการเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์จากนั้นทำการจับคู่การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์ที่ละคู่ทุกคู่ซึ่งก็จะได้เป็นการเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่เมื่อได้การเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่แล้วก็สามารถทำการ

คำนวณมุมที่ซิริวี่ที่ต้องหมุนปรับไปซึ่งก็คือปริภูมิของมุมปรับอัตราทดนั่นเอง ลำดับการแปลงรูปเป็นดังรูปที่ 4.3 ส่วนรายละเอียดของการเคลื่อนที่แต่ละกรอบต่างๆจะได้อธิบายถัดไป



รูปที่ 4.3 แผนผังการเปลี่ยนกรอบการทำงานของโคบอท

4.2.1 ปริภูมิตำแหน่งปลาย (Configuration Space : C_T)

กรอบการเคลื่อนที่นี้จะเป็นการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งปลายซึ่งในกรณีของแขนกลที่นำมาวิเคราะห์นี้จะเป็นการเคลื่อนที่ในระบบคาร์ทีเซียนกล่าวคือสามารถนิยามเวกเตอร์ตำแหน่งได้ดังนี้

$$\vec{R} = [p_x \quad p_y \quad p_z]^T \quad (4.35)$$

เมื่อ \vec{R} คือเวกเตอร์ที่ระบุตำแหน่งที่ปลายแขน

$[A]^T$ คือทรานสโพสเมตริกซ์ (Matrix Transpose) $[A]$

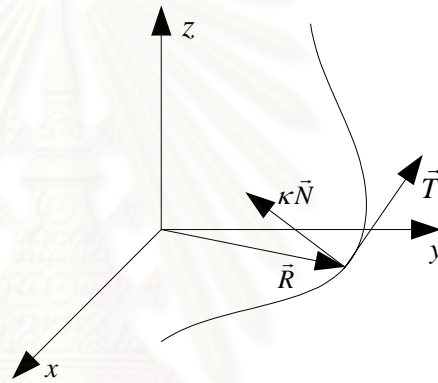
ดังที่ได้กล่าวไปแล้ว สำหรับโคบอทการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ที่สำคัญคือการวิเคราะห์หาทิศทางของการเคลื่อนที่ ดังนั้นในการวิเคราะห์จึงต้องทำการวิเคราะห์หาเวกเตอร์สัมผัสกับการเคลื่อนที่ \vec{T} และเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ $\kappa\vec{N}$ (เคอร์เวเจอร์เวกเตอร์) ซึ่งหาได้จาก

$$\vec{T} = \frac{d\vec{R}}{ds} \quad (4.36)$$

$$\kappa \vec{N} = \frac{d\vec{T}}{ds} \quad (4.37)$$

- เมื่อ s คือระยะทางที่ปลายแขนเคลื่อนที่ไป
 κ คือความโค้งของการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นค่าผกผันกับรัศมีความโค้งของการเคลื่อนที่
 \vec{N} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่

การเคลื่อนที่ในปริภูมิตำแหน่งปลายของแขนกลที่นำมาวิเคราะห์นี้เป็นไปดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 การเคลื่อนที่ในปริภูมิตำแหน่งปลาย

เมื่อสามารถหาเวกเตอร์ดังกล่าวได้แล้วก็จะทำให้ทราบทิศทางการเคลื่อนที่ซึ่งจะทำให้สามารถควบคุมทิศทางการเคลื่อนที่ได้

4.2.2 ปริภูมิจอยท์ (Joint Space : C_J)

โดยโครงสร้างของโคบอทที่ออกแบบไว้ต่าง ๆ นั้นอาจจะทำให้การเคลื่อนที่ของจอยท์ของโคบอทเป็นการเคลื่อนที่คนละแบบกับการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งปลาย ดังเช่นในกรณีตัวอย่างที่นำมาวิเคราะห์นี้การเคลื่อนที่ของจอยท์จะเป็นการเคลื่อนที่ของข้อต่อแต่ละข้อต่อของแขนกล การควบคุมการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลังเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งปลายจึงต้องบังคับการเคลื่อนที่ผ่านทางจอยท์ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องวิเคราะห์หาการเคลื่อนที่ของจอยท์เพื่อส่งผ่านค่าพารามิเตอร์เพื่อใช้ควบคุมต่อไป ใน

กรณีตัวอย่างโคบอทที่นำมาวิเคราะห์นี้สามารถหาเวกเตอร์ตำแหน่งของข้อต่อ \vec{q} ได้ดังนี้

$$\vec{q} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T \quad (4.38)$$

โดยมีความสัมพันธ์กับเวกเตอร์การเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งปลาย \vec{R} ดังนี้

$$\vec{q} = L(\vec{R}) \quad (4.39)$$

เมื่อ L คือจลนศาสตร์แบบผกผันดังที่ทำการวิเคราะห์ในหัวข้อ 4.1.2 ซึ่งในกรณีโคบอทที่นำมาวิเคราะห์ สามารถหาสมการผกผันได้จากสมการ (4.12) (4.34) และ (4.17) ดังนี้

$$\begin{aligned} \theta_1 &= A \tan 2(p_y, p_x) \\ \theta_2 &= A \tan 2 \left(\frac{l_2 c_3 r + p_z (l_1 - l_2 s_3)}{l_2 c_3 p_z - r (l_1 - l_2 s_3)} \right) \\ \theta_3 &= A \tan 2(K, \sqrt{1 - K^2}) \end{aligned}$$

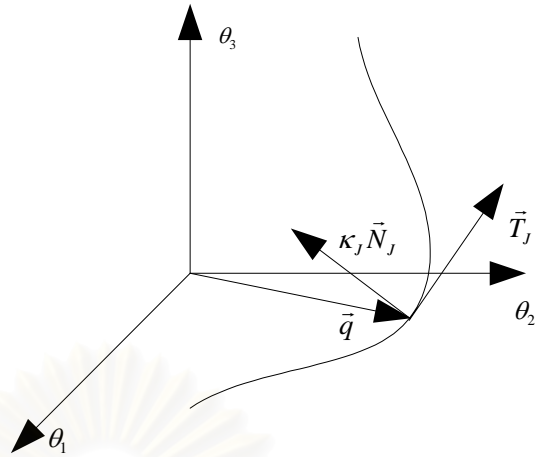
เพื่อให้ส่งผ่านค่าพารามิเตอร์ในการเคลื่อนที่ได้จะต้องทำการวิเคราะห์หาการเคลื่อนที่ของจอยท์ซึ่งก็คือเวกเตอร์สัมผัสกับทิศทางการเคลื่อนที่ \vec{T}_j และเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่คือ $\kappa_j \vec{N}_j$ มีนิยามดังนี้

$$\vec{T}_j = \frac{d\vec{q}}{ds_j} \quad (4.40)$$

$$\kappa_j \vec{N}_j = \frac{d\vec{T}_j}{ds_j} \quad (4.41)$$

โดยที่ s_j คือระยะทางการเคลื่อนที่ที่วัดได้ในกรอบการเคลื่อนที่ของปริภูมิจอยท์

การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์ของแขนกลที่นำมาวิเคราะห์นี้เป็นไปดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์

สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์กับเวกเตอร์การเคลื่อนที่ในปริภูมิตำแหน่งปลายได้ดังนี้

$$\vec{T}_J = \frac{J\vec{T}}{|J\vec{T}|} \quad (4.42)$$

โดยที่ J คือจาโคเบียนเมตริกซ์ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ที่ปลายแขนกับการเคลื่อนที่ของจอยท์

สามารถคำนวณหาค่าของ J ได้ดังนี้

$$J = \frac{\partial L}{\partial \vec{R}} \quad (4.43)$$

และสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ความโค้งได้ดังนี้

$$\kappa_J \vec{N}_J = \frac{[\mathbf{I} - \vec{T}_J \vec{T}_J^T]}{|J\vec{T}|^2} [\vec{T}^T H_i \vec{T} + J \kappa \vec{N}] \quad (4.44)$$

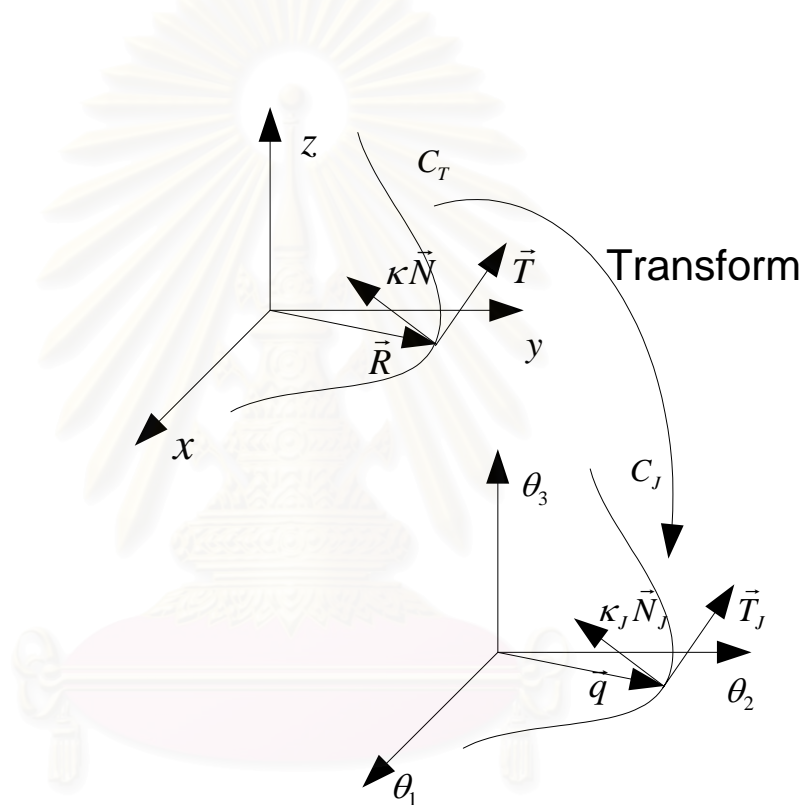
โดยที่ H_i คือเฮเซียนเมตริกซ์ (Hessian Matrix) ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งปลายกับการเคลื่อนที่ของจอยท์

สามารถคำนวณหาค่าของ H_i ได้ดังนี้

$$H_i = \frac{\partial J_{(i,k)}}{\partial \bar{R}} \quad (4.45)$$

เมื่อ i ในสมการ (4.45) บอกถึงลำดับที่ของตัวแปรในปริภูมิจอยท์
 k ในสมการ (4.45) บอกถึงลำดับที่ของตัวแปรในปริภูมิตำแหน่งปลาย

การแปลงการเคลื่อนที่จากปริภูมิตำแหน่งปลายไปเป็นปริภูมิจอยท์ของแขนกล
 ที่นำมาวิเคราะห์เป็นไปดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 การแปลงการเคลื่อนที่จากปริภูมิตำแหน่งปลายไปเป็นการเคลื่อนที่ใน
 ปริภูมิจอยท์

ในกรณีของโคบอทที่นำมาวิเคราะห์นี้ สามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ
 ใน ปริภูมิจอยท์ ได้ดังนี้

ทำการหาจาโคเบียนเมตริกซ์และเฮเซียนเมตริกซ์ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial x} & \frac{\partial \theta_1}{\partial y} & \frac{\partial \theta_1}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial x} & \frac{\partial \theta_2}{\partial y} & \frac{\partial \theta_2}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta_3}{\partial x} & \frac{\partial \theta_3}{\partial y} & \frac{\partial \theta_3}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

สมการ (4.50) ถึง (4.104) ด้านล่างนี้เป็นรายละเอียดของการหาสมาชิกของ
สมการ (4.47) (4.48) และ (4.49) ดังนี้

แทนค่า $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ เพื่อหาค่าเมตริกซ์ดังกล่าวได้ดังต่อไปนี้

ทำการคำนวณจาก θ_1

$$\text{จาก } \left(\tan^{-1} \left(\frac{u}{v} \right) \right)' = \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{u}{v} \right)^2} \right] \left[\frac{vu' - uv'}{v^2} \right] = \frac{vu' - uv'}{u^2 + v^2} \quad \text{จะได้ว่า}$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \frac{0(x) - 1(y)}{x^2 + y^2} = -\frac{y}{x^2 + y^2} = -\frac{y}{r^2} \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial y} = \frac{1(x) - 0(y)}{x^2 + y^2} = \frac{x}{x^2 + y^2} = \frac{x}{r^2} \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial z} = 0 \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} = -\frac{0(r^2) - y(2x)}{r^4} = \frac{2xy}{r^4} \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} = \frac{0(r^2) - x(2y)}{r^4} = -\frac{2xy}{r^4} \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial x} = -\frac{1(r^2) - y(2y)}{r^4} = \frac{y^2 - x^2}{r^4} \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z \partial y} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial^2 z} = 0 \quad (4.56)$$

จะได้ว่า

$$J_{1(i)} = \begin{bmatrix} -\frac{y}{r^2} & \frac{x}{r^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

โดยที่ $A_{(i)}$ คือสมาชิกในแถวที่ i ของเมตริกซ์ A

$$H_1 = \frac{1}{r^4} \begin{bmatrix} 2xy & y^2 - x^2 & 0 \\ y^2 - x^2 & -2xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

ทำการคำนวณจาก θ_2

คำนวณหาค่า θ_2 ได้จาก

$$\theta_2 = A \tan 2 \begin{pmatrix} l_2 c_3 r + p_z (l_1 - l_2 s_3) \\ , l_2 c_3 p_z - r (l_1 - l_2 s_3) \end{pmatrix}$$

หรือ

$$\theta_2 = A \tan 2 \begin{pmatrix} l_2 \sqrt{1 - K^2} r + z (l_1 - l_2 K) \\ , l_2 \sqrt{1 - K^2} z - r (l_1 - l_2 K) \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

โดยที่

$$K = \frac{l_1^2 + l_2^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2}{2l_1l_2} \quad (4.60)$$

จากสมการ (4.59) กำหนดให้

$$U = l_2\sqrt{1-K^2}r + z(l_1 - l_2K) \quad (4.61)$$

$$V = l_2\sqrt{1-K^2}z - r(l_1 - l_2K) \quad (4.62)$$

โดยที่ U และ V เป็นตัวแปรที่สร้างขึ้นมาเพื่อความสะดวกในการคำนวณ

จะได้ว่า

$$\frac{\partial U}{\partial x} = l_2 \frac{x}{r} \sqrt{1-K^2} + \frac{rxK}{l_1\sqrt{1-K^2}} + \frac{xz}{l_1} \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = l_2 \frac{y}{r} \sqrt{1-K^2} + \frac{ryK}{l_1\sqrt{1-K^2}} + \frac{yz}{l_1} \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{rzK}{l_1\sqrt{1-K^2}} + l_1 - l_2K + \frac{z^2}{l_1} \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{xzK}{l_1\sqrt{1-K^2}} - \frac{x}{r}(l_1 - l_2K) - \frac{xr}{l_1} \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{yzK}{l_1\sqrt{1-K^2}} - \frac{y}{r}(l_1 - l_2K) - \frac{yr}{l_1} \quad (4.67)$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = l_2\sqrt{1-K^2} + \frac{z^2K}{l_1\sqrt{1-K^2}} - \frac{zr}{l_1} \quad (4.68)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \left(\begin{aligned} & \frac{l_2 \sqrt{1-K^2}}{r} - \frac{l_2 x^2 \sqrt{1-K^2}}{r^2} \\ & + \frac{2x^2 K}{l_1 r \sqrt{1-K^2}} + \frac{rK}{l_1 \sqrt{1-K^2}} \\ & - \frac{rx^2}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} - \frac{rx^2 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} \\ & + \frac{z}{l_1} \end{aligned} \right) \quad (4.69)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \left(\begin{aligned} & \frac{l_2 \sqrt{1-K^2}}{r} - \frac{l_2 y^2 \sqrt{1-K^2}}{r^2} \\ & + \frac{2y^2 K}{l_1 r \sqrt{1-K^2}} + \frac{rK}{l_1 \sqrt{1-K^2}} \\ & - \frac{ry^2}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} - \frac{ry^2 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} \\ & + \frac{z}{l_1} \end{aligned} \right) \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \left(\begin{aligned} & \frac{rK}{l_1 \sqrt{1-K^2}} - \frac{rz^2}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ & - \frac{rz^2 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3z}{l_1} \end{aligned} \right) \quad (4.71)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \left(\begin{array}{l} \frac{zK}{l_1\sqrt{1-K^2}} - \frac{zx^2}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ - \frac{zx^2 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{r} (l_1 - l_2 K) \\ + \frac{x^2}{r^3} (l_1 - l_2 K) - \frac{x^2}{l_1 r} - \frac{r}{l_1} - \frac{x^2}{l_1} \end{array} \right) \quad (4.72)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \left(\begin{array}{l} \frac{zK}{l_1\sqrt{1-K^2}} - \frac{zy^2}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ - \frac{zy^2 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{r} (l_1 - l_2 K) \\ + \frac{y^2}{r^3} (l_1 - l_2 K) - \frac{y^2}{l_1 r} - \frac{r}{l_1} - \frac{x^2}{l_1} \end{array} \right) \quad (4.73)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \left(\begin{array}{l} \frac{3zK}{l_1\sqrt{1-K^2}} - \frac{z^3}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ - \frac{z^3 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{r}{l_1} \end{array} \right) \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} = \left(\begin{array}{l} - \frac{l_2 xy \sqrt{1-K^2}}{r^3} + \frac{2xyK}{l_1 r \sqrt{1-K^2}} \\ - \frac{xyr}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} - \frac{xyrK^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right) \quad (4.75)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} = \left(\begin{array}{l} - \frac{xzK}{l_1 r \sqrt{1-K^2}} - \frac{xzr}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ - \frac{xzrK^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{x}{l_1} \end{array} \right) \quad (4.76)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} = \left(\begin{array}{cc} -\frac{yzK}{l_1 r \sqrt{1-K^2}} - \frac{yzr}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ -\frac{yzrK^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{y}{l_1} \end{array} \right) \quad (4.77)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} = \left(\begin{array}{cc} -\frac{xyz}{l_1 \sqrt{1-K^2}} - \frac{xyzK^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} \\ + \frac{xy(l_1 - l_2 K)}{r^3} - \frac{2xy}{rl_1} \end{array} \right) \quad (4.78)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x} = \left(\begin{array}{cc} \frac{xK}{l_1 \sqrt{1-K^2}} - \frac{xz^2}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ -\frac{xz^2 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{xz}{rl_1} \end{array} \right) \quad (4.79)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} = \left(\begin{array}{cc} \frac{yK}{l_1 \sqrt{1-K^2}} - \frac{yz^2}{l_1^2 l_2 \sqrt{1-K^2}} \\ -\frac{yz^2 K^2}{l_1^2 l_2 (1-K^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{yz}{rl_1} \end{array} \right) \quad (4.80)$$

จากสมการ (4.61) ถึง (4.78) สามารถคำนวณเพื่อหาค่าจาโคเบียนและเฮเซียน
ได้ดังนี้

$$J_{(21)} = \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = \frac{V \frac{\partial U}{\partial x} - U \frac{\partial V}{\partial x}}{U^2 + V^2} \quad (4.81)$$

$$J_{(22)} = \frac{\partial \theta_2}{\partial y} = \frac{V \frac{\partial U}{\partial y} - U \frac{\partial V}{\partial y}}{U^2 + V^2} \quad (4.82)$$

$$J_{(23)} = \frac{\partial \theta_2}{\partial z} = \frac{V \frac{\partial U}{\partial z} - U \frac{\partial V}{\partial z}}{U^2 + V^2} \quad (4.83)$$

$$H_{2(11)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} = \frac{\left((U^2 + V^2) \left(V \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) - 2 \left(V \frac{\partial U}{\partial x} - U \frac{\partial V}{\partial x} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.84)$$

$$H_{2(22)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} = \frac{\left(\begin{array}{c} (U^2 + V^2) \left(V \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - U \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \\ -2 \left(V \frac{\partial U}{\partial y} - U \frac{\partial V}{\partial y} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial y} + V \frac{\partial V}{\partial y} \right) \end{array} \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.85)$$

$$H_{2(33)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2} = \frac{\left(\begin{array}{c} (U^2 + V^2) \left(V \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - U \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \\ -2 \left(V \frac{\partial U}{\partial z} - U \frac{\partial V}{\partial z} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial V}{\partial z} \right) \end{array} \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.86)$$

$$H_{2(12)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial y} = \frac{\left(\begin{array}{c} (U^2 + V^2) \left(\begin{array}{c} \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \\ -\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} - U \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \end{array} \right) \\ -2 \left(V \frac{\partial U}{\partial x} - U \frac{\partial V}{\partial x} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial y} + V \frac{\partial V}{\partial y} \right) \end{array} \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.87)$$

$$H_{2(13)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial z} = \frac{\left(\begin{array}{c} (U^2 + V^2) \left(\begin{array}{c} \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \\ -\frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial x} - U \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \end{array} \right) \\ -2 \left(V \frac{\partial U}{\partial x} - U \frac{\partial V}{\partial x} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial V}{\partial z} \right) \end{array} \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.88)$$

$$H_{2(21)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial x} = \frac{\left(\begin{array}{c} (U^2 + V^2) \left(\begin{array}{c} \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial y} + V \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} \\ -\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - U \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \end{array} \right) \\ -2 \left(V \frac{\partial U}{\partial y} - U \frac{\partial V}{\partial y} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) \end{array} \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.89)$$

$$H_{2(23)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial z} = \frac{\left(\begin{array}{c} (U^2 + V^2) \left(\begin{array}{c} \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial y} + V \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \\ -\frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial y} - U \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} \end{array} \right) \\ -2 \left(V \frac{\partial U}{\partial y} - U \frac{\partial V}{\partial y} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial V}{\partial z} \right) \end{array} \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.90)$$

$$H_{2(31)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z \partial x} = \frac{\left((U^2 + V^2) \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} \\ -\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial z} - U \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x} \end{pmatrix} - 2 \left(V \frac{\partial U}{\partial z} - U \frac{\partial V}{\partial z} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.91)$$

$$H_{2(32)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z \partial y} = \frac{\left((U^2 + V^2) \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} \\ -\frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial z} - U \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} \end{pmatrix} - 2 \left(V \frac{\partial U}{\partial z} - U \frac{\partial V}{\partial z} \right) \left(U \frac{\partial U}{\partial y} + V \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right)}{(U^2 + V^2)^2} \quad (4.92)$$

โดยที่ $A_{(ij)}$ คือสมาชิกในแถวที่ i หลักที่ j ของเมตริกซ์ A

จัดรูปแต่ละสมาชิกของ H_2 ให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$H_2 = \begin{bmatrix} H_{12(11)} & H_{12(12)} & H_{12(13)} \\ H_{12(21)} & H_{12(22)} & H_{12(23)} \\ H_{12(31)} & H_{12(32)} & H_{12(33)} \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

ทำการคำนวณจาก θ_2

จาก

$$\theta_3 = A \tan 2(K, \sqrt{1-K^2})$$

แทนค่าจะได้ว่า

$$J_{(31)} = \frac{\partial \theta_3}{\partial x} = -\frac{1}{l_1 l_2} \frac{x}{\sqrt{1-K^2}} \quad (4.94)$$

$$J_{(32)} = \frac{\partial \theta_3}{\partial y} = -\frac{1}{l_1 l_2} \frac{y}{\sqrt{1-K^2}} \quad (4.95)$$

$$J_{(33)} = \frac{\partial \theta_3}{\partial z} = -\frac{1}{l_1 l_2} \frac{z}{\sqrt{1-K^2}} \quad (4.96)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x^2} = \frac{1}{l_1 l_2 (1 - K^2)^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{x^2}{l_1 l_2} - 1 + K^2 \right] \quad (4.97)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y^2} = \frac{1}{l_1 l_2 (1 - K^2)^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{y^2}{l_1 l_2} - 1 + K^2 \right] \quad (4.98)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z^2} = \frac{1}{l_1 l_2 (1 - K^2)^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{z^2}{l_1 l_2} - 1 + K^2 \right] \quad (4.99)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y \partial x} = \frac{xyK}{(l_1 l_2)^2 (1 - K^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.100)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_3}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z \partial x} = \frac{xzK}{(l_1 l_2)^2 (1 - K^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.101)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_3}{\partial z \partial y} = \frac{\partial^2 \theta_3}{\partial y \partial z} = \frac{yzK}{(l_1 l_2)^2 (1 - K^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.102)$$

คำนวณหา H_3 ได้ดังนี้

$$H_3 = \frac{1}{l_1 l_2 (1 - K^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{bmatrix} \frac{x^2}{l_1 l_2} - 1 + K^2 & \frac{xyK}{l_1 l_2} & \frac{xzK}{l_1 l_2} \\ \frac{xyK}{l_1 l_2} & \frac{y^2}{l_1 l_2} - 1 + K^2 & \frac{yzK}{l_1 l_2} \\ \frac{xzK}{l_1 l_2} & \frac{yzK}{l_1 l_2} & \frac{z^2}{l_1 l_2} - 1 + K^2 \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

และสามารถหาจาโคเบียนเมตริกซ์ได้จาก

$$J = \begin{bmatrix} J_{(11)} & J_{(12)} & J_{(13)} \\ J_{(21)} & J_{(22)} & J_{(23)} \\ J_{(31)} & J_{(32)} & J_{(33)} \end{bmatrix} \quad (4.104)$$

4.2.3 ปริภูมิการจับคู่ (Coupling Space : Σ_i)

การทำงานของซีวีทีที่นั้นจะเป็นการควบคุมอัตราทระหว่างความเร็วของจอยท์ 1 คู่ ดังนั้นการส่งผ่านค่าพารามิเตอร์จากปริภูมิจอยท์เพื่อใช้ควบคุมการทำงานของซีวีที นั้นจึงต้องส่งผ่านค่าพารามิเตอร์จากปริภูมิจอยท์มาเป็นคู่ๆ ดังนั้นกรอบการทำงานนี้จึง เป็นการแปลงการเคลื่อนที่จากปริภูมิจอยท์ให้มาเป็นคู่ โดยแต่ละคู่ก็จะเป็น ค่าพารามิเตอร์ที่ส่งผ่านไปสู่อีวีทีแต่ละตัวนั่นเอง สามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ ระหว่างปริภูมิจอยท์และปริภูมิการจับคู่ได้ดังต่อไปนี้

ความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ตำแหน่งในปริภูมิจอยท์คือ \vec{q} และเวกเตอร์ ตำแหน่งใน Σ_i คือ \vec{r}_i เป็นดังนี้

$$\vec{r}_i = M_i(\vec{q}) \quad (4.105)$$

โดยที่ i ซึ่งเป็นดรรชนี (Index) ของเวกเตอร์ \vec{r}_i คือเป็นลำดับที่ของซีวีทีที่ใช้ ควบคุมความเร็วของจอยท์คู่่นั้น M_i เป็นเมตริกซ์เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิ จอยท์และปริภูมิการจับคู่

ในกรณีนี้กำหนดให้ซีวีทีตัวแรกต่อเข้ากับจอยท์ 1 และจอยท์ 2 ซีวีทีตัวที่ 2 ต่อ เข้ากับจอยท์ 2 และจอยท์ 3 จะได้ว่า

$$M_1 = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (4.107)$$

วิเคราะห์หาการเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่ ซึ่งก็คือเวกเตอร์สัมพันธ์กับทิศ ทางการเคลื่อนที่ \vec{t}_i และมีเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่คือ $\kappa_i \vec{n}_i$ ซึ่งสัมพันธ์กับ เวกเตอร์การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์ได้ดังนี้

$$\vec{t}_i = \frac{D_i \vec{T}_J}{|D_i \vec{T}_J|} \quad (4.108)$$

เมื่อ D_i คือเมตริกซ์แปลงรูปจากปริภูมิจอยท์ไปยังปริภูมิการจับคู่

โดยที่สามารถหาค่า D_i ได้จาก

$$D_i = \frac{\partial M_i}{\partial \vec{q}} \quad (4.109)$$

และ

$$\kappa_i \vec{n}_i = \frac{[\mathbf{I} - \vec{t}_i \vec{t}_i^T]}{|D\vec{T}_J|^2} [D_i \kappa_J \vec{N}_J] \quad (4.110)$$

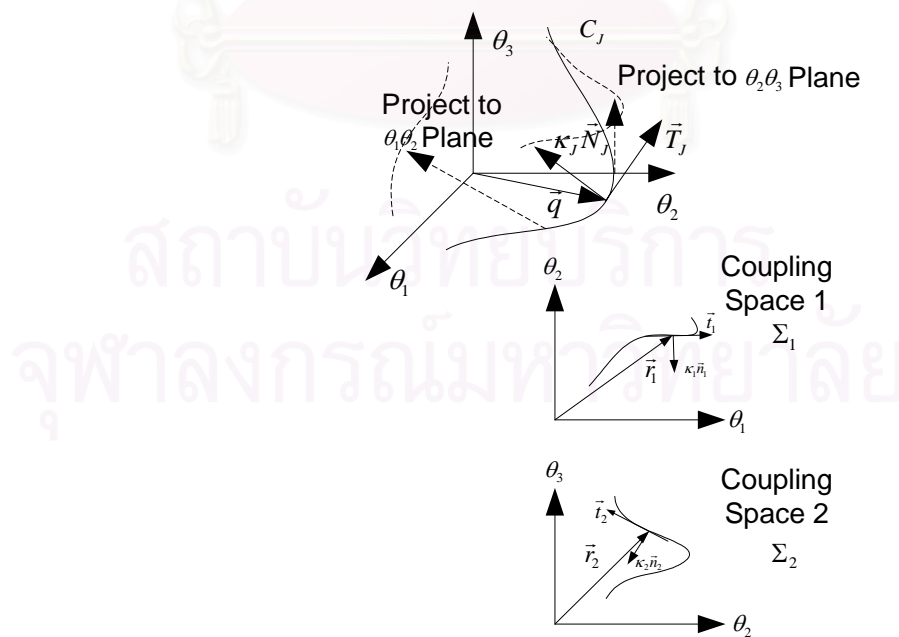
เมื่อ \mathbf{I} คือเมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)

ในกรณีนี้สามารถหาเมตริกซ์แปลงรูปได้ดังนี้

$$D_1 = \frac{\partial M_1}{\partial q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

$$D_2 = \frac{\partial M_2}{\partial q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.112)$$

การแปลงรูปจากปริภูมิฉายที่ไปเป็นการเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่และการเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่ ของแขนกลที่นำมาวิเคราะห์นี้แสดงได้ดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 การเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่และการแปลงการเคลื่อนที่จากปริภูมิฉายที่

4.2.4 ปริภูมิของมุมปรับอัตราทด (Steering Space : Φ_i)

ค่าของปริภูมิของมุมปรับอัตราทอดก็คือปริภูมิการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลังนั่นเอง จากการแปลงรูปที่กล่าวมาจากปริภูมิตำแหน่งปลายมาถึงปริภูมิของมุมปรับอัตราทอดนี้ทำให้เราสามารถทราบได้ว่าต้องสั่งอุปกรณ์ต้นกำลังอย่างไรจึงจะได้การเคลื่อนที่ที่ต้องการ

มุมที่ซีวีทีแต่ละตัวหมุนปรับไป จะขึ้นอยู่กับลักษณะโครงสร้างของซีวีที ในกรณีของเราเป็นซีวีทีแบบทรงกลมจะได้รับความสัมพันธ์ระหว่างอัตราทอดกับมุมปรับอัตราทอดดังนี้

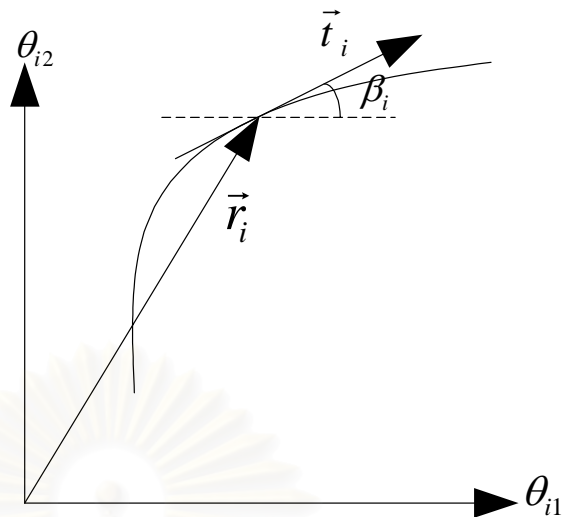
$$\text{Tr}(\Phi) = \frac{\omega_{i2}}{\omega_{i1}} = \frac{\sin(\Phi) - \sqrt{2} \cos(\Phi)}{\sin(\Phi) + \sqrt{2} \cos(\Phi)} \quad (4.113)$$

เมื่อ	Tr	คืออัตราทอดที่ซีวีทีสร้างขึ้น
	ω_{i1}	คือความเร็วเชิงมุมของจอยท์ที่ต่อเข้ากับซีวีทีทางด้านขาเข้า
	ω_{i2}	คือความเร็วเชิงมุมของจอยท์ที่ต่อเข้ากับซีวีทีทางด้านขาออก
	Φ	คือมุมที่ซีวีทีต้องปรับหมุนไปเพื่อให้ได้อัตราทอดที่ต้องการ

สามารถหาค่ามุมปรับอัตราทอดจากพารามิเตอร์ในปริภูมิการจับคู่ได้ดังนี้ กำหนดให้ β_i เป็นมุมที่ \vec{t}_i ทำกับแกน θ_{i1} ดังรูปที่ 4.8 ใน Σ_i จะได้ว่า

$$\beta_i = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{i2}}{\omega_{i1}} \right) = \tan^{-1} (\text{Tr}_i(\Phi_i)) \quad (4.114)$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 4.8 การหามุม β_i

จากความสัมพันธ์ดังกล่าวจะได้ว่าเวกเตอร์ ซึ่งขนาด 1 หน่วยและมีทิศทางไปตามมุม β_i จะมีรูปแบบดังนี้

$$\vec{t}_i = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\Phi_i) - \sqrt{2} \cos(\Phi_i)}{\sqrt{(2 + 2 \cos^2(\Phi_i))}} \\ \frac{\sin(\Phi_i) + \sqrt{2} \cos(\Phi_i)}{\sqrt{(2 + 2 \cos^2(\Phi_i))}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{i1} \\ t_{i2} \end{bmatrix} \quad (4.115)$$

จากสมการ(4.113) สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง \vec{t}_i และ Φ_i ของแต่ละซี่วีที่ได้ดังนี้

$$\sin(\Phi_i) - \sqrt{2} \cos(\Phi_i) = t_{i1} \sqrt{2 + 2 \cos^2(\Phi_i)} \quad (4.116)$$

$$\sin(\Phi_i) + \sqrt{2} \cos(\Phi_i) = t_{i2} \sqrt{2 + 2 \cos^2(\Phi_i)} \quad (4.117)$$

นำสมการ (4.116)+(4.117) จะได้ว่า

$$2 \sin(\Phi_i) = (t_{i1} + t_{i2}) \sqrt{2 + 2 \cos^2(\Phi_i)} \quad (4.118)$$

นำสมการ (4.117)-(4.116) จะได้ว่า

$$2\sqrt{2} \cos(\Phi_i) = (t_{i2} - t_{i1}) \sqrt{2 + 2 \cos^2(\Phi_i)} \quad (4.119)$$

นำสมการ (4.118)/(4.119) จะได้ว่า

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \tan(\Phi_i) = \frac{t_{i2} + t_{i1}}{t_{i2} - t_{i1}} \quad (4.120)$$

จากสมการ (4.120) จะได้ว่า

$$\Phi_i = \tan^{-1} \left(\sqrt{2} \frac{t_{i2} + t_{i1}}{t_{i2} - t_{i1}} \right) \quad (4.121)$$

ใช้สำหรับการกำหนดตำแหน่งเชิงมุมของซี่วีที่แบบทรงกลม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

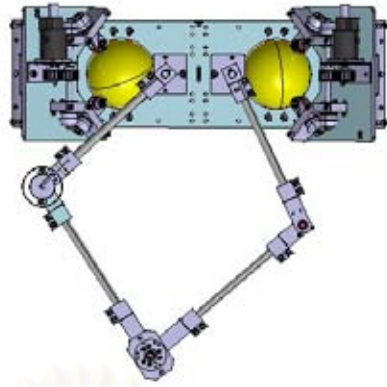
บทที่ 5

จลนศาสตร์ของโคบอทแบบขนาน

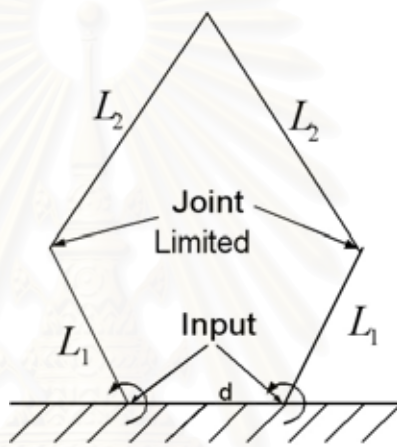
วิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทแบบขนานนั้นจะมีการวิเคราะห์โดยส่วนใหญ่คล้ายกับกรณีการต่อแบบอนุกรม กล่าวคือจะต้องมีการวิเคราะห์ทั้งจลศาสตร์การเคลื่อนที่ของตัว ควบคุมการเคลื่อนที่ของโคบอทนั้นก็จะต้องมีการแปลงรูปจากกรอบการทำงานต่างๆ เพื่อให้สามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของโคบอทได้จากการควบคุมการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลัง กรอบการทำงานในกรณีการต่อแบบขนานนี้มี 4 ประเภทเช่นเดียวกับในกรณีอนุกรมและมีรูปแบบการเคลื่อนที่ในลักษณะเดียวกัน จะมีแตกต่างกันในรายละเอียดเฉพาะในกรอบของปริภูมิของมุมปรับอัตราทด แต่อย่างไรก็ตามความแตกต่างดังกล่าวนั้นก็จะมีผลโดยตรงต่อการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลัง ในกรณีการต่อแบบขนานนี้จะสามารถเลือกรูปแบบการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลังได้หลายรูปแบบดังจะได้กล่าวถึงต่อไป สำหรับโคบอทที่ใช้เป็นตัวอย่งในการวิเคราะห์ในบทนี้เป็นโคบอท 2 มิติ มีลักษณะเป็นรูปห้าเหลี่ยม (Pentagraph) ซึ่งจะทำการอธิบายต่อไป

5.1 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแขนกล

ตัวอย่างโคบอทที่ใช้ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทแบบขนานนี้จะเป็นโคบอทแบบ 2 มิติ ลักษณะภายนอกของโคบอทดังกล่าวจะเป็นแขนกลแบบห้าแขน (5 Bars) ที่มีการต่อกันของกลไกแบบขนาน โดยจุดที่ยึดทั้งสองของโคบอทจะต่อตรงกับเพลาขาออก (Output Shaft) ของ ซีวีที ที่วางอยู่ด้านล่างสุดดังแสดงในรูปที่ 5.2 โคบอทลักษณะของโคบอทดังกล่าวมีลักษณะดังรูปที่ 5.1 การออกแบบในลักษณะนี้มีข้อดีว่าการออกแบบให้เป็นกลไกแบบแขนกล (Serial Link) คือ ไม่ต้องติดตั้งซีวีทีเข้าไปในแขนโดยตรง แต่ตั้งไว้ตรงฐานจะทำให้กลไกที่ได้มีน้ำหนักเบา ทำให้สะดวกในการทดลองเกี่ยวกับพลวัต



รูปที่ 5.1 โคบอทแบบขนาน 2 มิติ

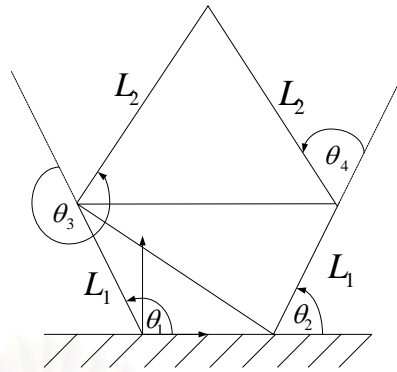


รูปที่ 5.2 แบบจำลองของโคบอท 2 มิติ

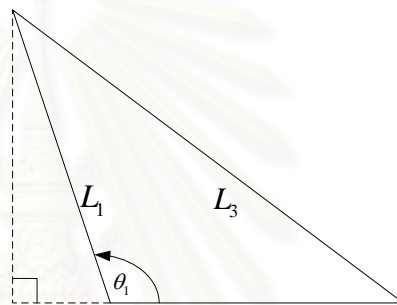
การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทนี้สามารถทำได้ดังนี้

5.1.1 เรขาคณิตวิเคราะห์

ในส่วนนี้จะเป็นการวิเคราะห์หาค่ามุมต่างๆของแขนกลก่อนเพื่อใช้ค่ามุมที่ได้ในการหาสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าต่อไป การวิเคราะห์ในขั้นแรกจะสมมติให้แขนกลวางตัวเป็นลักษณะห้าเหลี่ยมดังรูปที่ 5.3 เพื่อให้ง่ายแก่การวิเคราะห์โดยจะนำตรีโกณมิติมาประยุกต์ใช้ซึ่งก็จะช่วยให้ค่าต่างๆที่คำนวณได้เป็นจริงกับแขนกลทุกรูปทรงที่ยับไป นอกเหนือจากรูปทรงห้าเหลี่ยมที่ใช้ในการคำนวณ การคำนวณจะติดค่าความยาวต่างๆเป็นตัวแปรไว้เพื่อให้สะดวกต่อการคำนวณ โดยค่าความยาว L_1 , L_2 และ d เป็นค่าคงที่ซึ่งได้จากการออกแบบ



รูปที่ 5.3 แบบจำลองแขนกลเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่ามุมต่างๆ



รูปที่ 5.4 สามเหลี่ยม ABE ที่สร้างเพื่อใช้ในการคำนวณ

การคำนวณทำได้ดังนี้

สมมติมุมต่างๆแทนด้วยอักษร A B C D E ดังรูปที่ 5.3 พิจารณาสามเหลี่ยม ABE ดังรูปที่ 5.4 จะได้ว่าค่ามุมต่างๆสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\hat{AEB} = A \tan 2 \left(\frac{L_1 \sin(\theta_1)}{d - L_1 \cos(\theta_1)} \right) \quad (5.1)$$

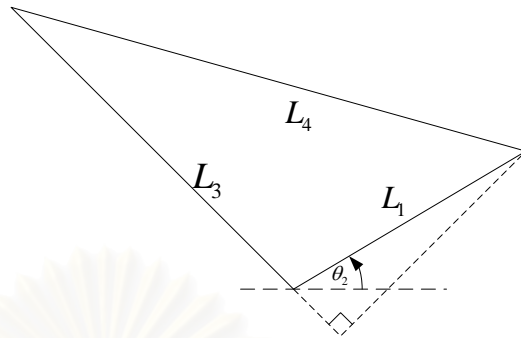
$$\hat{ABE} = 180 - \theta_1 - A \tan 2 \left(\frac{L_1 \sin(\theta_1)}{d - L_1 \cos(\theta_1)} \right) \quad (5.2)$$

และสามารถคำนวณค่าระยะทาง L_3 ได้ดังนี้

$$L_3 = d \cos(\hat{AEB}) + L_1 \cos(\hat{ABE}) \quad (5.3)$$

B

เมื่อได้ค่า L_3 แล้ว พิจารณาสามเหลี่ยม BED สามารถคำนวณค่ามุมต่างๆได้
ดังนี้



รูปที่ 5.5 สามเหลี่ยม BED ที่สร้างเพื่อใช้ในการคำนวณ

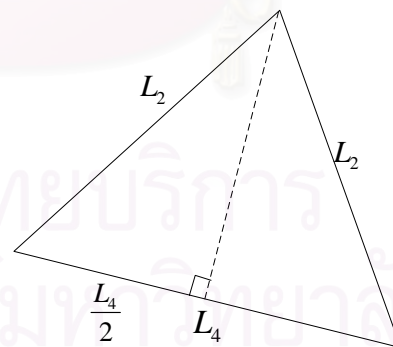
B

$$\hat{E}BD = A \tan 2 \left(\frac{L_1 \sin(\theta_1)}{L_3 + L_1 \cos(\theta_2 + \hat{A}BE)} \right) \quad (5.4)$$

$$\hat{E}DB = \theta_2 + \hat{A}EB - \hat{E}BD \quad (5.5)$$

และสามารถคำนวณค่าระยะทาง L_4 ได้ดังนี้

$$L_4 = L_1 \cos(\hat{E}DB) + L_3 \cos(\hat{E}BD) \quad (5.6)$$



รูปที่ 5.6 สามเหลี่ยม BCD ที่สร้างเพื่อใช้ในการคำนวณ

เมื่อได้ค่า L_4 แล้ว พิจารณาสามเหลี่ยม BCD สามารถคำนวณค่ามุมต่างๆได้
ดังนี้

$$\hat{D}BC = A \cos \left(\frac{L_4}{2L_2} \right) \quad (5.7)$$

$$\hat{BCD} = 180 - 2\hat{B}C \quad (5.8)$$

ดังนั้นจะได้ว่าค่ามุม ABC และมุม EDC สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\hat{ABC} = \hat{ABE} + \hat{EBD} + \hat{DBC} = \hat{ABC}(\theta_1, \theta_2) \quad (5.9)$$

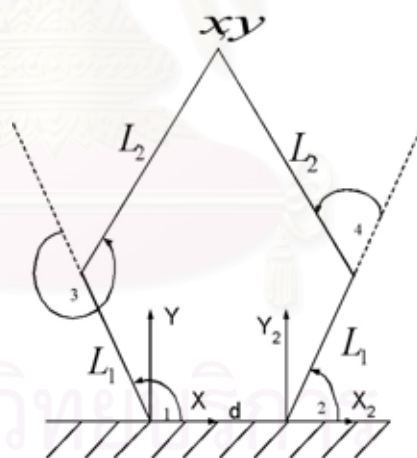
$$\hat{EDC} = \hat{EDB} + \hat{DBC} = \hat{EDC}(\theta_1, \theta_2) \quad (5.10)$$

ซึ่งจะทำให้เราได้ว่าจากค่าตัวแปรต้นคือ θ_1 และ θ_2 จะสามารถคำนวณค่ามุม θ_3 และ θ_4 ได้ดังนี้

$$\theta_3 = 180 + \hat{ABC}(\theta_1, \theta_2) \quad (5.11)$$

$$\theta_4 = 180 - \hat{EDC} \quad (5.12)$$

5.1.2 สมการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า



รูปที่ 5.7 แบบจำลองแขนกลเพื่อใช้ในการคำนวณสมการไปข้างหน้า

เมื่อสามารถวิเคราะห์หาค่ามุมต่างๆของแขนกลได้แล้ว เราก็สามารถคำนวณตำแหน่งที่ปลายแขนของแขนกลได้ การวิเคราะห์สามารถทำได้โดยการวิเคราะห์เสมือนว่าแขนกลที่ใช้นั้น เป็นแขนกลแบบแขนกล 2 ซุดต่อกัน ซุดแรกจะเป็นแขนกล 2 ซ้อต่อโดยมุมของข้อต่อแต่ละอันคือ θ_1 และ θ_3 ส่วนซุดที่ 2 จะเป็นแขนกล 2 ซ้อต่อโดยมุมของข้อต่อแต่ละอันคือ θ_2 และ θ_4 การคำนวณระยะทางของปลายแขนสามารถทำได้โดยการคำนวณจากซุดไหนก็ได้ จากรูปที่ 5.7 ตำแหน่งปลายแขน (x, y) จะเป็น

ตำแหน่งที่คิดสัมพันธ์กับแขนกลชุดแรก โดยตำแหน่งปลายแขนที่คิดสัมพันธ์กับแขนกลชุดที่ 2 (x_2, y_2) จะมีความสัมพันธ์กับชุดแรกดังนี้

$$x_2 = x - d \quad (5.13)$$

$$y_2 = y \quad (5.14)$$

จากมุมที่คำนวณได้สามารถคำนวณหาตำแหน่งปลายแขนทั้งจากการคิดสัมพันธ์กับทั้ง 2 ชุดได้โดยใช้วิธีการทางหุ่นยนต์ (Robotics)[14] ได้ผลดังนี้

$$x = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_3) \quad (5.15)$$

$$y = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_3) \quad (5.16)$$

$$x_2 = L_1 \cos(\theta_2) + L_2 \cos(\theta_2 + \theta_4) \quad (5.17)$$

$$y_2 = L_1 \sin(\theta_2) + L_2 \sin(\theta_2 + \theta_4) \quad (5.18)$$

5.1.3 สมการเคลื่อนที่แบบผกผัน (Inverse Kinematics)

จากสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า เราสามารถคำนวณค่าสมการการเคลื่อนที่แบบผกผันได้ดังนี้

ค่าผกผันของ θ_3 หาได้ดังนี้

$$\cos(\theta_3) = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \quad (5.19)$$

$$\sin(\theta_3) = -\sqrt{1 - \cos^2(\theta_3)} \quad (5.20)$$

$$\theta_3 = A \tan 2(\sin(\theta_3), \cos(\theta_3)) \quad (5.21)$$

และจะได้ว่าค่าผกผันของ θ_1 คือ

$$\theta_1 = A \tan 2 \left(\frac{L_1 y + L_2 \cos(\theta_3) y - L_2 \sin(\theta_3) x}{L_1 x + L_2 \cos(\theta_3) x + L_2 \sin(\theta_3) y} \right) \quad (5.22)$$

ค่าผกผันของ θ_4 หาได้ดังนี้

$$\cos(\theta_4) = \frac{(x-d)^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \quad (5.23)$$

$$\sin(\theta_4) = \sqrt{1 - \cos^2(\theta_4)} \quad (5.24)$$

$$\theta_4 = A \tan 2(\sin(\theta_4), \cos(\theta_4)) \quad (5.25)$$

และจะได้ว่าค่าผกผันของ θ_2 คือ

$$\theta_2 = A \tan 2 \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} L_1 y + L_2 \cos(\theta_4) y \\ -L_2 \sin(\theta_4)(x-d) \end{array} \right), \\ \left(\begin{array}{l} L_1(x-d) + L_2 \cos(\theta_4)(x-d) \\ +L_2 \sin(\theta_4) y \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (5.26)$$

5.2 การวิเคราะห์จลศาสตร์การเคลื่อนที่ของโคบอท

ดังที่ได้กล่าวไปแล้ว การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทแบบขนานจะมีหลักการวิเคราะห์คล้ายกับการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของโคบอทแบบอนุกรม กล่าวคือจะมีการวิเคราะห์หาจลนศาสตร์แบบไปข้างหน้าและย้อนกลับของตัวครูกฎที่นำมาสร้างเป็นโคบอท มีการแปลงรูปจากกรอบการทำงานต่างๆ กรอบการทำงานในกรณีแบบขนานนี้ก็มี 4 ประเภทเช่นเดียวกับกรณีแบบอนุกรมคือ ปริภูมิตำแหน่งปลาย (Configuration Space : C_T) บอกถึงการเคลื่อนที่ของปลายแขนของโคบอท ปริภูมิจอยท์ (Joint Space : C_j) บอกถึงการเคลื่อนที่ของข้อต่อของโคบอท ปริภูมิการจับคู่ (Coupling Space : Σ_i) บอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ของข้อต่อแต่ละคู่ซึ่งสร้างความสัมพันธ์กันโดยผ่านกลไกของซีวีที และ ปริภูมิของมุมปรับอัตราทด (Steering Space : Φ) บอกถึงมุมที่ซีวีทีต้องหมุนปรับไป แต่ในรายละเอียดของปริภูมิของมุมปรับอัตราทด จะมีความแตกต่างกัน รายละเอียดดังกล่าวเป็นดังนี้

5.2.1 ปริภูมิตำแหน่งปลาย (Configuration Space : C_T)

เช่นเดียวกับที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อ 4.2.1 กรอบการเคลื่อนที่นี้จะเป็นการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ที่ปลายแขน โดยตำแหน่งที่ปลายแขนของโคบอทที่ใช้วิเคราะห์ในบทนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\bar{R} = [x \quad y]^T \quad (5.27)$$

เมื่อ \bar{R} คือเวกเตอร์ที่ระบุตำแหน่งที่ปลายแขน

และเวกเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่คือ เวกเตอร์สัมผัสกับการเคลื่อนที่ \bar{T} และเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ $\kappa\bar{N}$ หาได้ดังเช่นสมการ (4.36) และ (4.37) คือ

$$\bar{T} = \frac{d\bar{R}}{ds}$$

$$\kappa\bar{N} = \frac{d\bar{T}}{ds}$$

5.2.2 ปริภูมิจอยท์ (Joint Space : C_J)

เช่นเดียวกับที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อ 4.2.2 กรอบการเคลื่อนที่นี้จะเป็นการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของจอยท์ โดยเวกเตอร์ตำแหน่งของข้อต่อของโคบอทที่ใช้วิเคราะห์ในบทนี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\bar{q} = [\theta_1 \quad \theta_2]^T \quad (5.28)$$

และ \bar{q} มีความสัมพันธ์กับเวกเตอร์การเคลื่อนที่ที่ปลายแขน \bar{R} ดังนี้

$$\bar{q} = L(\bar{R})$$

เมื่อ L คือจลนศาสตร์แบบผกผันดังที่ทำการวิเคราะห์ในหัวข้อ 5.1.3

สามารถหาเวกเตอร์การเคลื่อนที่ใน C_j ได้จากสมการ (4.40) และ (4.41) เพื่อหาเวกเตอร์สัมผัสกับทิศทางการเคลื่อนที่ \vec{T}_j และเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่คือ $\kappa_j \vec{N}_j$ ได้ดังนี้

$$\vec{T}_j = \frac{d\vec{q}}{ds_j}$$

$$\kappa_j \vec{N}_j = \frac{d\vec{T}_j}{ds_j}$$

โดยที่ s_j คือระยะทางการเคลื่อนที่ที่วัดได้ในกรอบการเคลื่อนที่ของปริภูมิจอยท์

สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์กับเวกเตอร์การเคลื่อนที่ในปริภูมิตำแหน่งปลายได้จากสมการ (4.42) และ (4.44) ดังนี้

$$\vec{T}_j = \frac{J\vec{T}}{|J\vec{T}|}$$

$$\kappa_j \vec{N}_j = \frac{[I - \vec{T}_j \vec{T}_j^T]}{|J\vec{T}|^2} [\vec{T}^T H_i \vec{T} + J \kappa \vec{N}]$$

โดยการแทนค่า θ_1 และ θ_2 สามารถคำนวณหาจาโคเบียนเมตริกซ์และเฮเซียนเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial x} & \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial x} & \frac{\partial \theta_2}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

สมการ (5.29) ถึง (5.72) ด้านล่างนี้เป็นรายละเอียดการหาสมาชิกของสมการ (5.29) (5.30) และ (5.31) ดังนี้

จากสมการ (5.22) และ (5.26) กำหนดให้

$$U_1 = L_1 y + L_2 K_1 y + L_2 \sqrt{1 - K_1^2} x \quad (5.32)$$

$$V_1 = L_1 x + L_2 K_1 x - L_2 \sqrt{1 - K_1^2} y \quad (5.33)$$

$$U_2 = L_1 y + L_2 K_2 y - L_2 \sqrt{1 - K_2^2} (x - d) \quad (5.34)$$

$$V_2 = L_1 (x - d) + L_2 K_2 (x - d) + L_2 \sqrt{1 - K_2^2} y \quad (5.35)$$

โดยที่

$$K_1 = \cos(\theta_3) = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1 L_2} \quad (5.36)$$

$$K_2 = \cos(\theta_4) = \frac{(x - d)^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1 L_2} \quad (5.37)$$

จะได้ว่า

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{xy}{L_1} + L_2 \sqrt{1 - K_1^2} - \frac{K_1 x^2}{L_1 \sqrt{1 - K_1^2}} \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial y} = L_1 + L_2 K_1 + \frac{y^2}{L_1} - \frac{K_1 xy}{L_1 \sqrt{1 - K_1^2}} \quad (5.39)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial x} = L_1 + L_2 K_1 + \frac{x^2}{L_1} + \frac{K_1 xy}{L_1 \sqrt{1 - K_1^2}} \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial y} = \frac{xy}{L_1} + L_2 \sqrt{1 - K_1^2} + \frac{K_1 y^2}{L_1 \sqrt{1 - K_1^2}} \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} = \left(\begin{array}{l} \frac{y}{L_1} - 3 \frac{K_1 x}{L_1 \sqrt{1-K_1^2}} - \frac{x^3}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_1^2}} \\ - \frac{K_1^2 x^3}{L_1^2 L_2 (1-K_1^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right) \quad (5.42)$$

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} = \left(\begin{array}{l} 3 \frac{y}{L_1} - \frac{K_1 x}{L_1 \sqrt{1-K_1^2}} - \frac{xy^2}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_1^2}} \\ - \frac{K_1^2 xy^2}{L_1^2 L_2 (1-K_1^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right) \quad (5.43)$$

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} = \left(\begin{array}{l} 3 \frac{x}{L_1} + \frac{K_1 y}{L_1 \sqrt{1-K_1^2}} + \frac{x^2 y}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_1^2}} \\ + \frac{K_1^2 x^2 y}{L_1^2 L_2 (1-K_1^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right) \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} = \left(\begin{array}{l} \frac{x}{L_1} + \frac{K_1 y}{L_1 \sqrt{1-K_1^2}} + \frac{y^3}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_1^2}} \\ + \frac{K_1^2 y^3}{L_1^2 L_2 (1-K_1^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right) \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U_1}{\partial y \partial x} = \left(\begin{array}{l} \frac{x}{L_1} - \frac{K_1 y}{L_1 \sqrt{1-K_1^2}} - \frac{x^2 y}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_1^2}} \\ - \frac{K_1^2 x^2 y}{L_1^2 L_2 (1-K_1^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right) \quad (5.46)$$

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V_1}{\partial y \partial x} = \left(\begin{array}{l} \frac{y}{L_1} + \frac{K_1 x}{L_1 \sqrt{1-K_1^2}} + \frac{xy^2}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_1^2}} \\ + \frac{K_1^2 xy^2}{L_1^2 L_2 (1-K_1^2)^{\frac{3}{2}}} \end{array} \right) \quad (5.47)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial x} = \frac{(x-d)y}{L_1} - L_2 \sqrt{1-K_2^2} + \frac{K_2 x^2}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} \quad (5.48)$$

$$\frac{\partial U_2}{\partial y} = L_1 + L_2 K_2 + \frac{y^2}{L_1} + \frac{K_2 (x-d)y}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} \quad (5.49)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial x} = L_1 + L_2 K_2 + \frac{(x-d)^2}{L_1} - \frac{K_2 (x-d)y}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial y} = \frac{(x-d)y}{L_1} + L_2 \sqrt{1-K_2^2} - \frac{K_2 y^2}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} \quad (5.51)$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} = \left(\begin{aligned} & \frac{y}{L_1} + 3 \frac{K_2(x-d)}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} + \frac{(x-d)^3}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_2^2}} \\ & + \frac{K_2^2(x-d)^3}{L_1^2 L_2 (1-K_2^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right) \quad (5.52)$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} = \left(\begin{aligned} & 3 \frac{y}{L_1} + \frac{K_2(x-d)}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} + \frac{(x-d)y^2}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_2^2}} \\ & + \frac{K_2^2(x-d)y^2}{L_1^2 L_2 (1-K_2^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right) \quad (5.53)$$

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial x^2} = \left(\begin{aligned} & 3 \frac{(x-d)}{L_1} - \frac{K_2 y}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} - \frac{(x-d)^2 y}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_2^2}} \\ & - \frac{K_2^2(x-d)^2 y}{L_1^2 L_2 (1-K_2^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right) \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial y^2} = \left(\begin{aligned} & \frac{x-d}{L_1} - 3 \frac{K_2 y}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} - \frac{y^3}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_2^2}} \\ & - \frac{K_2^2 y^3}{L_1^2 L_2 (1-K_2^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right) \quad (5.55)$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U_2}{\partial y \partial x} = \left(\begin{aligned} & \frac{x-d}{L_1} + \frac{K_2 y}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} + \frac{(x-d)^2 y}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_2^2}} \\ & + \frac{K_2^2(x-d)^2 y}{L_1^2 L_2 (1-K_2^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right) \quad (5.56)$$

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 V_2}{\partial y \partial x} = \left(\begin{aligned} & \frac{y}{L_1} - \frac{K_2(x-d)}{L_1 \sqrt{1-K_2^2}} - \frac{(x-d)y^2}{L_1^2 L_2 \sqrt{1-K_2^2}} \\ & - \frac{K_2^2(x-d)y^2}{L_1^2 L_2 (1-K_2^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right) \quad (5.57)$$

แทนค่าจะได้ว่า

$$J_{(11)} = \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = \frac{V_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} - U_1 \frac{\partial V_1}{\partial x}}{U_1^2 + V_1^2} \quad (5.58)$$

$$J_{(12)} = \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = \frac{V_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} - U_1 \frac{\partial V_1}{\partial y}}{U_1^2 + V_1^2} \quad (5.59)$$

$$J_{(21)} = \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = \frac{V_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} - U_2 \frac{\partial V_2}{\partial x}}{U_2^2 + V_2^2} \quad (5.60)$$

$$J_{(22)} = \frac{\partial \theta_2}{\partial y} = \frac{V_2 \frac{\partial U_2}{\partial y} - U_2 \frac{\partial V_2}{\partial y}}{U_2^2 + V_2^2} \quad (5.61)$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} J_{(11)} & J_{(12)} \\ J_{(21)} & J_{(22)} \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

$$H_{1(11)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} = \frac{\left((U_1^2 + V_1^2) \left(V_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} - U_1 \frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} \right) - 2 \begin{pmatrix} V_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \\ -U_1 \frac{\partial V_1}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \\ +V_1 \frac{\partial V_1}{\partial x} \end{pmatrix} \right)}{(U_1^2 + V_1^2)^2} \quad (5.63)$$

$$H_{1(22)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} = \frac{\left((U_1^2 + V_1^2) \left(V_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} - U_1 \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} \right) - 2 \begin{pmatrix} V_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} \\ -U_1 \frac{\partial V_1}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} \\ +V_1 \frac{\partial V_1}{\partial y} \end{pmatrix} \right)}{(U_1^2 + V_1^2)^2} \quad (5.64)$$

$$H_{1(12)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x \partial y} = \frac{\left((U_1^2 + V_1^2) \left(\frac{\partial V_1}{\partial y} \frac{\partial U_1}{\partial x} + V_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x \partial y} - \frac{\partial U_1}{\partial y} \frac{\partial V_1}{\partial x} - U_1 \frac{\partial^2 V_1}{\partial x \partial y} \right) - 2 \begin{pmatrix} V_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \\ -U_1 \frac{\partial V_1}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} \\ +V_1 \frac{\partial V_1}{\partial y} \end{pmatrix} \right)}{(U_1^2 + V_1^2)^2} \quad (5.65)$$

$$H_{1(21)} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y \partial x} = \frac{\left((U_1^2 + V_1^2) \begin{pmatrix} \frac{\partial V_1}{\partial x} \frac{\partial U_1}{\partial y} + V_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial y \partial x} \\ -\frac{\partial U_1}{\partial x} \frac{\partial V_1}{\partial y} - U_1 \frac{\partial^2 V_1}{\partial y \partial x} \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} V_1 \frac{\partial U_1}{\partial y} \\ -U_1 \frac{\partial V_1}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \\ +V_1 \frac{\partial V_1}{\partial x} \end{pmatrix} \right)}{(U_1^2 + V_1^2)^2} \quad (5.66)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} H_{1(11)} & H_{1(12)} \\ H_{1(21)} & H_{1(22)} \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

$$H_{2(11)} = \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} = \frac{\left((U_2^2 + V_2^2) \begin{pmatrix} V_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} - U_2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial x^2} \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} V_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \\ -U_2 \frac{\partial V_2}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \\ +V_2 \frac{\partial V_2}{\partial x} \end{pmatrix} \right)}{(U_2^2 + V_2^2)^2} \quad (5.68)$$

$$H_{2(22)} = \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} = \frac{\left((U_2^2 + V_2^2) \begin{pmatrix} V_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} - U_2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial y^2} \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} V_2 \frac{\partial U_2}{\partial y} \\ -U_2 \frac{\partial V_2}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \frac{\partial U_2}{\partial y} \\ +V_2 \frac{\partial V_2}{\partial y} \end{pmatrix} \right)}{(U_2^2 + V_2^2)^2} \quad (5.69)$$

$$H_{2(12)} = \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x \partial y} = \frac{\left((U_2^2 + V_2^2) \begin{pmatrix} \frac{\partial V_2}{\partial y} \frac{\partial U_2}{\partial x} + V_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial x \partial y} \\ -\frac{\partial U_2}{\partial y} \frac{\partial V_2}{\partial x} - U_2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} V_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \\ -U_2 \frac{\partial V_2}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \frac{\partial U_2}{\partial y} \\ +V_2 \frac{\partial V_2}{\partial y} \end{pmatrix} \right)}{(U_2^2 + V_2^2)^2} \quad (5.70)$$

$$H_{2(21)} = \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y \partial x} = \frac{\left((U_2^2 + V_2^2) \begin{pmatrix} \frac{\partial V_2}{\partial x} \frac{\partial U_2}{\partial y} + V_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial y \partial x} \\ -\frac{\partial U_2}{\partial x} \frac{\partial V_2}{\partial y} - U_2 \frac{\partial^2 V_2}{\partial y \partial x} \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} V_2 \frac{\partial U_2}{\partial y} \\ -U_2 \frac{\partial V_2}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \frac{\partial U_2}{\partial x} \\ +V_2 \frac{\partial V_2}{\partial x} \end{pmatrix} \right)}{(U_2^2 + V_2^2)^2} \quad (5.71)$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} H_{2(11)} & H_{2(12)} \\ H_{2(21)} & H_{2(22)} \end{bmatrix} \quad (5.72)$$

โดยที่ $A_{(ij)}$ คือสมาชิกในแถวที่ i หลักที่ j ของเมตริกซ์ A

5.2.3 ปริภูมิการจับคู่ (Coupling Space : Σ_i)

ดังเช่นในกรณีการต่อแบบอนุกรม ปริภูมิการจับคู่ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจอยท์ที่ละคู่ ในกรณีการต่อแบบขนานนี้ก็จะได้ว่าเวกเตอร์ที่ระบุตำแหน่งในปริภูมิการจับคู่เป็นดังสมการ (4.105) คือ

$$r_i = M_i(q)$$

เมื่อ M_i เป็นเมตริกซ์ที่ให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจอยท์เป็นคู่ๆ

ในกรณีตัวอย่างนี้ซึ่งมีจอยท์อยู่ 2 ตัวคือ θ_1 และ θ_2 จะได้ว่า

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

และดังเช่นในกรณีการต่อแบบอนุกรม ปริภูมิการจับคู่จะมีเวกเตอร์สัมพันธ์กับทิศทางการเคลื่อนที่ \vec{r}_i และเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่คือ $\kappa_i \vec{n}_i$ ซึ่งสัมพันธ์กับเวกเตอร์ในปริภูมิจอยท์เหมือนในกรณีการต่อแบบอนุกรมดังนี้

$$\vec{t}_i = \frac{D_i \vec{T}_J}{|D_i \vec{T}_J|}$$

$$\kappa_i \vec{n}_i = \frac{[\mathbf{I} - \vec{t}_i \vec{t}_i^T]}{|D_i \vec{T}_J|^2} [D_i \kappa_J \vec{N}_J]$$

โดยที่

$$D_i = \frac{\partial M_i}{\partial \vec{q}}$$

ในกรณีตัวอย่างนี้ซึ่งมีจอยท์อยู่ 2 ตัวคือ θ_1 และ θ_2 จะสามารถหาเมตริกซ์ D ได้ดังนี้

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

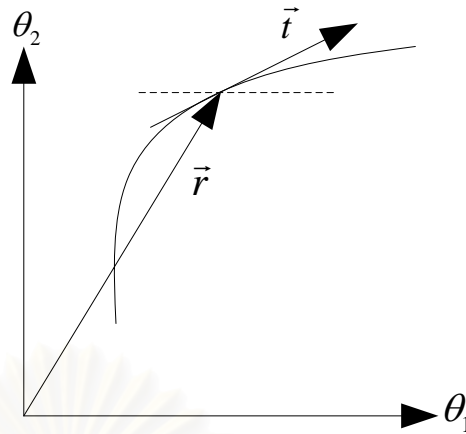
แต่สำหรับโคบอทที่เราวิเคราะห์ในบทนี้มีเพียง 2 จอยท์ซึ่งก็คือ θ_1 และ θ_2 ดังนั้นจึงไม่มีความจำเป็นที่จะต้องจับคู่การเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์อีกต่อไป เพราะมีความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจอยท์อยู่เพียงคู่เดียว ดังนั้นจึงได้ว่าในที่นี้ปริภูมิจอยท์ของเราจึงเป็นปริภูมิการจับคู่ไปในตัวนั่นเอง

5.2.4 ปริภูมิของมุมปรับอัตราทด (Steering Space : Φ_i)

การเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่ในกรณีตัวอย่างเป็นดังรูปที่ 5.8 เวกเตอร์สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ \vec{t} สามารถเขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\vec{t}_i = [t_{i1} \quad t_{i2}]^T \quad (5.75)$$

โดยที่ t_{i1} คือสมาชิกตัวแรกของเวกเตอร์ \vec{t}_i
 t_{i2} คือสมาชิกตัวที่ 2 ของเวกเตอร์ \vec{t}_i



รูปที่ 5.8 การเคลื่อนที่ในปริภูมิการจับคู่ของโคบอทแบบขนาน 2 มิติ

ดังเช่นในแบบอนุกรมจะได้ว่าอัตราทระหว่างความเร็วของจอยท์แต่ละคู่เป็น
ดังนี้

$$Tr_i = \frac{t_{i2}}{t_{i1}} \quad (5.76)$$

เมื่อ Tr_i คืออัตราทระหว่างความเร็วของจอยท์แต่ละคู่

จากค่าอัตราทที่ได้จากสมการ (5.74) ทำให้เราทราบความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจอยท์แต่ละคู่ แต่ในกรณีโคบอทแบบขนานนี้ความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่สามารถนำไปสู่การคำนวณค่ามุมปรับอัตราทของซีวีทีแต่ละตัวได้เนื่องจากซีวีทีแต่ละตัวไม่ได้ให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจอยท์แต่ละคู่ แต่จะให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของแต่ละจอยท์กับความเร็วของเพลากลางดังสมการ (5.75)

$$Tr_{ci} = \frac{\omega_i}{\omega_0} \quad (5.77)$$

เมื่อ Tr_{ci} คืออัตราทระหว่างความเร็วของจอยท์ที่ i กับความเร็วของเพลากลาง

ω_i คือความเร็วของจอยท์ที่ i

ω_0 คือความเร็วของเพลากลาง

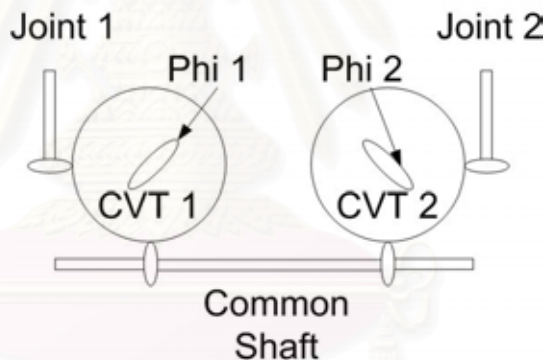
ในกรณีที่มีซีวีทีอยู่จำนวน n ตัว จะได้ว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของแต่ละจอยท์กับความเร็วของเพลากลางทั้งสิ้นอยู่ n ความสัมพันธ์ แต่จำนวนความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของจอยท์แต่ละคู่มีทั้งสิ้น $n-1$ ความสัมพันธ์ ดังนั้นการ

จะหาค่าอัตราทดของซีวีทีที่ Tr_{ci} จากอัตราทดระหว่างจอยท์แต่ละคู่ Tr_i จึงยังไม่สามารถทำได้เนื่องจากจำนวนสมการไม่เพียงพอ ดังนั้นจึงต้องมีวิธีการสำหรับการหาค่าอัตราทดของซีวีทีที่เพิ่มเติมเช่น การกำหนดให้อัตราทดของซีวีที 2 ตัวมีค่าเท่ากันดังเช่นที่จะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป ก็ทำให้สามารถหาผลเฉลยของค่าอัตราทดของซีวีทีทุกค่าได้ และเมื่อทราบค่าอัตราทดของซีวีทีทุกค่าแล้วก็สามารถหาค่ามุมปรับอัตราทดของซีวีทีแต่ละตัวได้ดังนี้

$$Tr_{ci} = \frac{\tan \Phi_i - \sqrt{2}}{\tan \Phi_i + \sqrt{2}} \quad (5.78)$$

$$\Phi_i = A \tan \left(\sqrt{2} \frac{1 + Tr_{ci}}{1 - Tr_{ci}} \right) \quad (5.79)$$

5.3 การเลือกอัตราทดให้เป็นค่าเดียวกัน (Common Transmission Ratio)



รูปที่ 5.9 การสร้างอัตราทดของซีวีทีแต่ละตัวโดยการปรับค่ามุม Φ (Φ) การวิเคราะห์ในส่วนนี้จะกำหนดให้ค่ามุม Φ ทั้ง 2 ค่ามีค่าเท่ากัน

ดังที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่แล้ว วิธีการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลังซึ่งก็คือการหมุนของมุมปรับอัตราทดทุกตัวสามารถทำได้หลายวิธีการ ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้เลือกใช้วิธีการทำให้ค่ามุมปรับอัตราทดของซีวีที 2 ตัวเป็นค่าเดียวกัน วิธีการนี้จะมีข้อดีคือทำให้เราสามารถประหยัดจำนวนอุปกรณ์ต้นกำลังลงได้ 1 ตัว สำหรับโคบอทที่ใช้ในการวิเคราะห์ในบทนี้ เป็นโคบอทที่มี 2 ข้อต่อ ดังนั้นจำนวนซีวีทีที่ใช้ในการต่อแบบขนานคือ 2 ตัว โดยวิธีการของเราจะได้ว่าจำนวนอุปกรณ์ต้นกำลังที่ใช้คือตัวเดียวเท่านั้น

แต่ในขณะที่เดียวกันการลดจำนวนของอุปกรณ์ต้นกำลัง ก็มีข้อเสียอยู่บ้างคือในกรณีที่มีการเลื่อนไหลล้นปรับอัตราทดนั้นจะทำให้อัตราทดของซีวีที่ทั้ง 2 ตัวมีค่าไม่เท่ากันจริงดังในทฤษฎี ดังนั้นการเลือกวิธีการนี้จึงต้องระวังตรงจุดนี้ด้วย

ในกรณีโคบอทตัวอย่างที่จะนำมาวิเคราะห์นี้ โดยการเลือกให้ค่ามุมปรับอัตราทดของซีวีที่ 2 ตัวเป็นค่าเดียวกันเราสามารถหาผลเฉลยสำหรับค่ามุมปรับอัตราทดได้ดังนี้

หาค่าอัตราทดรวมได้ดังนี้

$$Tr = Tr_{c1} \times Tr_{c2} \quad (5.80)$$

เมื่อ Tr เป็นอัตราทดรวมของระบบซึ่งก็คืออัตราทดระหว่างจอยท์ 1 และจอยท์ 2 นั้นเอง

Tr_{c1} เป็นอัตราทดระหว่างความเร็วของจอยท์ 1 และความเร็วของเพลากลาง หรือก็คืออัตราทดที่ซีวีที่ตัวที่ 1 ปรับได้

Tr_{c2} เป็นอัตราทดระหว่างความเร็วของเพลากลางและความเร็วของจอยท์ 2 หรือก็คืออัตราทดที่ซีวีที่ ตัวที่ 2 ปรับได้

ในกรณีนี้ ค่า $Tr_{c1} = Tr_{c2}$ แทนค่าในสมการ (5.16) จะได้ว่า

$$Tr_{c1} = Tr_{c2} = \text{sign}(Tr) \sqrt{|Tr|} \quad (5.81)$$

เมื่อ $\text{sign}(x)$ คือเครื่องหมายของ x

และเมื่อหาค่าอัตราทดของซีวีที่แต่ละตัวแล้ว นำค่าที่ได้ไปแทนค่าลงในสมการ (5.77) ก็จะทำให้เราได้ค่ามุมปรับอัตราทดที่ต้องการได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

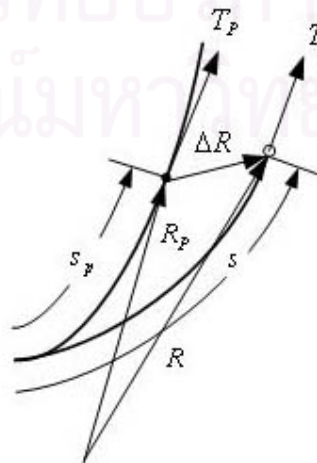
บทที่ 6

การควบคุมและการจำลองการควบคุม

การควบคุมโคบอทนั้นแตกต่างจากการควบคุมหุ่นยนต์ทั่วไป กล่าวคือนอกจากจะต้องทำการควบคุมตำแหน่งแล้ว ยังต้องควบคุมให้ทิศทางการเคลื่อนที่ของโคบอทหันไปตามเส้นทางที่กำหนดไว้ ณ ตำแหน่งที่กำหนดอีกด้วย ดังนั้นตัวแปรต้นที่ใช้ในการควบคุมจึงไม่ใช่เวลา แต่เป็นตำแหน่งของโคบอท การควบคุมโคบอทจะใช้วิธีการควบคุมแบบให้เคลื่อนตามเส้นทาง (Path Following Control) คือการกำหนดเส้นทางที่ต้องการจะให้โคบอทวิ่งตาม แล้วจึงควบคุมให้โคบอทวิ่งเข้าสู่เส้นทางนั้น การควบคุมจะอยู่ในพื้นฐานของวิธีการป้อนกลับให้เป็นเชิงเส้น (Feedback Linearization) และการแปลงการเคลื่อนที่ (Curvature Transformation) ดังจะได้อธิบายต่อไป

6.1 ทฤษฎีการควบคุม

กำหนดให้เส้นทางที่โคบอทต้องเดินไปคือ S_p โดยที่ตำแหน่งของโคบอทจริงเดินอยู่บนเส้นทาง S ดังรูปที่ 6.1 วิธีการควบคุมทางเดินของโคบอทก็คือต้องปรับทิศทางการเดินของโคบอทจริงให้หันเข้าหาเส้นทางที่ต้องการ และเมื่อโคบอทวิ่งเข้าสู่เส้นทางที่ต้องการแล้วจึงทำการควบคุมทิศทางการเคลื่อนที่ให้เป็นไปตามเส้นทางที่ต้องการ วิธีการดังกล่าวสามารถทำได้โดยการปรับให้เวกเตอร์ \vec{T} มีทิศทางพุ่งเข้าหา S_p จากนั้นเมื่อโคบอทเคลื่อนที่อยู่บน S_p แล้ว ก็ทำการปรับเวกเตอร์ \vec{T} ให้เป็นไปตามเวกเตอร์ \vec{T}_p ก็จะทำให้โคบอทเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่ต้องการ



รูปที่ 6.1 เส้นทางการเดินทางของโคบอท

การปรับทิศทางของเวกเตอร์ \vec{T} ในทางปฏิบัติก็สามารถทำได้โดยการปรับอัตราทดของวิธีที่โดยการแปลงรูประหว่างปริภูมิตำแหน่งปลายและปริภูมิของค่ามุมปรับอัตราทอก็จะได้ค่ามุมปรับอัตราทดที่ทำให้ได้ค่าเวกเตอร์ \vec{T} ที่ต้องการได้ จุดประสงค์หลักในการควบคุมก็คือการคำนวณหาค่าเวกเตอร์ \vec{T} ออกมานั่นเอง แต่เพื่อให้การควบคุมมีความราบเรียบในลำดับของอนุกรม จึงควรคำนวณหาค่าอนุพันธ์ของค่าเวกเตอร์ \vec{T} ออกมาด้วยซึ่งก็คือค่าเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ $\kappa\vec{N}$ (Curvature Vector) นั่นเอง นอกจากการคำนวณหาค่าเวกเตอร์ $\kappa\vec{N}$ แล้วก็ต้องคำนวณหาตำแหน่งบนเส้นทางที่ต้องการที่จะให้โคบอทเคลื่อนที่เข้าหาด้วยเพื่อให้โคบอทสามารถเคลื่อนเข้าสู่เส้นทางที่ต้องการได้อย่างราบเรียบ การคำนวณหาตำแหน่งดังกล่าวสามารถหาได้โดยการคำนวณหาค่าระยะทางบนเส้นทางที่ต้องการ s_p และกำหนดจุดเริ่มต้นบนเส้นทาง เมื่อวัดจากจุดเริ่มต้นไปตามเส้นทางที่ต้องการเป็นระยะ s_p แล้วก็จะได้ตำแหน่งที่โคบอทควรจะเคลื่อนที่เข้าไปนั่นเอง

ดังนั้นในการคำนวณจึงจำเป็นต้องคำนวณค่าเวกเตอร์ $\kappa\vec{N}$ และระยะ s_p ออกมาให้ได้ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้วิธีป้อนกลับให้เป็นเชิงเส้น (Feedback Linearization) ดังนี้

จากรูปที่ 6.1 กำหนดให้เวกเตอร์จากจุดกำเนิดถึงทางเดินของโคบอทคือ $\vec{R}(s)$ อยู่บนเส้นทาง S โดยที่มีเวกเตอร์สัมผัสและตั้งฉากกับทิศทางเคลื่อนที่คือ $\vec{T}(s)$ และ $\kappa\vec{N}(s)$ ตามลำดับ เวกเตอร์จากจุดกำเนิดถึงทางเดินที่ออกแบบไว้คือ $\vec{R}_p(s_p)$ อยู่บนเส้นทาง S_p โดยที่มีเวกเตอร์สัมผัสและตั้งฉากกับทิศทางเคลื่อนที่ที่ออกแบบไว้คือ $\vec{T}_p(s_p)$ และ $\kappa_p\vec{N}_p(s_p)$ ตามลำดับ เมื่อ s คือระยะทางโคบอทเคลื่อนที่ไป s_p คือระยะทางบนเส้นทางที่ออกแบบไว้ ดังนั้นสามารถหาความผิดพลาดของตำแหน่งของโคบอทได้ดังนี้

$$\Delta\vec{R} = \vec{R}(s) - \vec{R}_p(s_p) \quad (6.1)$$

เมื่อ $\Delta\vec{R}$ คือเวกเตอร์ความผิดพลาดของตำแหน่ง

$\vec{R}(s)$ คือเวกเตอร์ตำแหน่งจริงที่โคบอทเคลื่อนที่อยู่

$\vec{R}_p(s_p)$ คือเวกเตอร์ตำแหน่งที่ต้องการให้โคบอทเคลื่อนที่ไป

s คือระยะที่โคบอทเคลื่อนที่ไปจริง

s_p คือระยะบนเส้นทางที่โคบอทต้องการจะไป

เป้าหมายการควบคุมของเราคือทำให้ $\Delta\vec{R}$ เข้าสู่ค่า 0 เนื่องจากสัญญาณการควบคุมของเราคือ $\kappa\vec{N}$ และ s_p ซึ่งยังไม่ปรากฏในสมการ (6.1) นี้ ดังนั้นจึงต้องทำการหาอนุพันธ์เทียบกับ s ให้กับสมการ (6.1) จนกว่าจะมีพจน์ของ $\kappa\vec{N}$ และ s_p ปรากฏออกมาดังนี้

$$\Delta \vec{R}' = \frac{d\Delta \vec{R}}{ds} = \vec{T}(s) - \vec{T}_p(s_p)s'_p \quad (6.2)$$

$$\Delta \vec{R}'' = \frac{d^2\Delta \vec{R}}{ds^2} = \kappa \vec{N} - s_p'' \vec{T}_p(s_p) - (s'_p)^2 \kappa_p \vec{N}_p(s_p) \quad (6.3)$$

โดยที่ A' คืออนุพันธ์ของ A เทียบกับ s

จากสมการ (6.3) จะได้ว่าเมื่อทำการหาอนุพันธ์ 2 ครั้งจะได้พจน์ของสัญญาณควบคุมปรากฏออกมา ดังนั้นสามารถจัดรูปแบบให้อยู่ในรูปปริภูมิสถานะ (State Space) ซึ่งก็คือ

$$X' = f(X, u) \quad (6.4)$$

โดยที่ X คือตัวแปรสถานะ

u คือสัญญาณควบคุม

จากระบบของเราสามารถจัดรูปให้เป็นไปดังสมการ (6.4) ได้ดังนี้

$$x = \begin{bmatrix} \vec{R}(s) - \vec{R}_p(s_p) \\ \vec{R}'(s) - \vec{R}'_p(s_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \vec{R} \\ \Delta \vec{R}' \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

เมื่อ x คือเวกเตอร์สถานะของระบบ

โดยที่พลวัตของระบบจากสมการ (6.4) เป็นดังนี้

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial s} = \begin{bmatrix} \vec{T}(s) - \vec{T}_p(s_p)s'_p \\ \kappa \vec{N} - s_p'' \vec{T}_p(s_p) - (s'_p)^2 \kappa_p \vec{N}_p(s_p) \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

โดยที่ s'_p และ s''_p เป็นอนุพันธ์ลำดับที่ 1 และ 2 ของ s_p เมื่อเทียบกับ s

และเป้าหมายในการควบคุมคือต้องการให้ความผิดพลาดของตำแหน่งเป็น 0 ดังนั้นเอาต์พุต (Output) ของระบบคือ

$$y = \Delta \vec{R} \quad (6.7)$$

เมื่อ y คือเวกเตอร์เอาต์พุตของระบบควบคุม

ทำการออกแบบคอนโทรลเลอร์ (Control Law) U ของระบบเพื่อให้สามารถคำนวณหาสัญญาณควบคุม $\kappa\vec{N}$ และ s_p ออกมา ซึ่งสามารถทำได้โดยสมมติว่าหาค่า $\kappa\vec{N}$ และ s_p ได้ โดยการแตกค่า คอนโทรลเลอร์ ออกไปตามแนวขนานและตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

แตกคอนโทรลเลอร์ในแนวขนานกับการเคลื่อนที่

$$s_p'' = \vec{T}^T U \quad (6.8)$$

แตกคอนโทรลเลอร์ในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่

$$\kappa\vec{N} = (\mathbf{I} - \vec{T}\vec{T}^T)U \quad (6.9)$$

เมื่อ U คือคอนโทรลเลอร์ของระบบ

แทนค่าสมการ (6.8) และ (6.9) ลงในสมการ (6.3) จะสามารถจัดรูปได้ว่า

$$\Delta\vec{R}'' = y'' = mU + b \quad (6.10)$$

โดยที่

$$m = (\mathbf{I} - \vec{T}\vec{T}^T - \vec{T}_p\vec{T}_p^T) \quad (6.11)$$

$$b = -(s_p'')^2 \kappa_p \vec{N}_p \quad (6.12)$$

โดยการกำหนดให้คอนโทรลเลอร์เป็นดังนี้

$$U = m^{-1}[v - b] \quad (6.13)$$

แทนค่าสมการ (6.13) ลงในสมการ (6.10) จะได้ว่า

$$y'' = v \quad (6.14)$$

สมการ (6.13) เป็นการทำให้ระบบไม่เชิงเส้นของเรากลายเป็นระบบเชิงเส้นดังสมการ (6.14) โดยการกำหนดให้ v มีรูปแบบดังนี้

$$v = -2\lambda\Delta R' - \lambda^2\Delta R \quad (6.15)$$

จะทำให้ผลตอบสนองของเอาต์พุตของระบบ y มีการตอบสนองแบบคริติคัลแดมปี (Critical Damped) ซึ่งจะทำให้ค่า y ซึ่งก็คือค่าความผิดพลาดของตำแหน่งสามารถวิ่งเข้าสู่ค่า 0 ได้โดยเร็ว และไม่มีโอเวอร์ชูต (Overshoot) ของระบบได้

ทำการเลือกค่า λ ให้มีค่าเท่ากับ 20 ซึ่งเป็นค่าที่ไม่มากเกินไปแต่ให้ผลตอบสนองที่เร็วมากจะได้ว่า

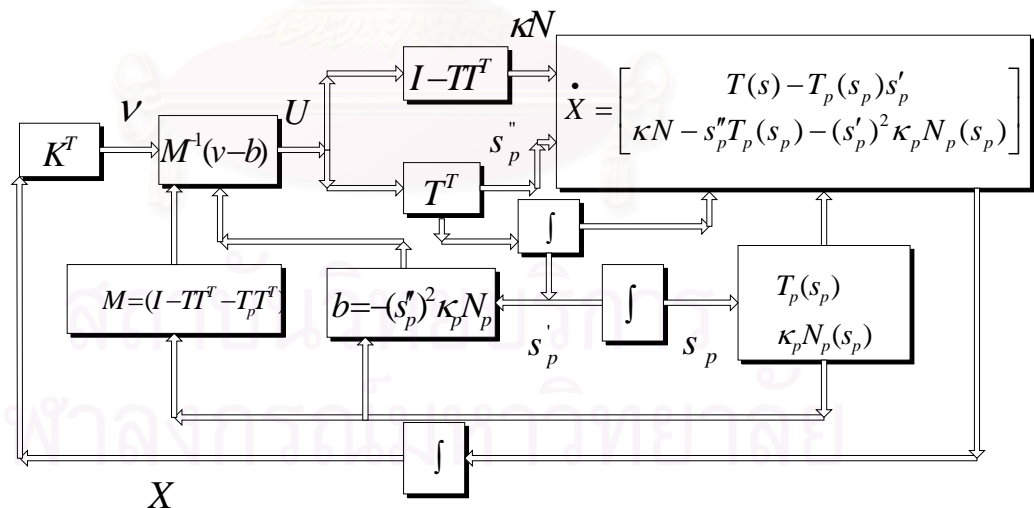
$$v = -40\Delta R' - 400\Delta R \quad (6.16)$$

จะทำให้ผลตอบสนองของค่าผิดพลาดของตำแหน่งเป็นดังนี้

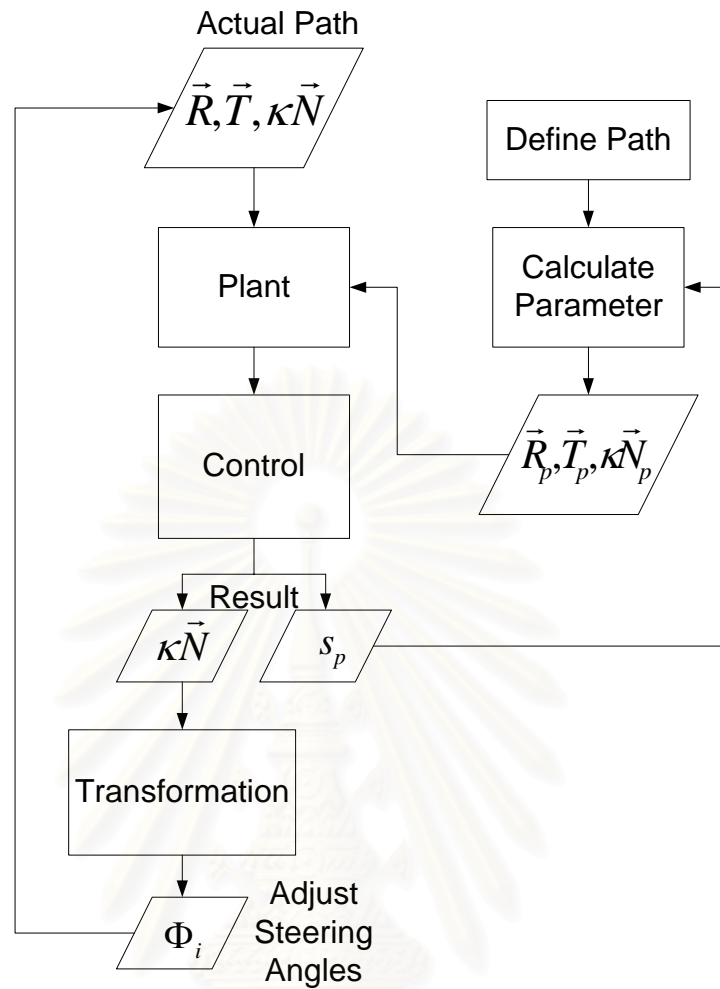
$$\Delta R'' + 40\Delta R' + 400\Delta R = 0 \quad (6.17)$$

วิธีการควบคุมที่ได้กล่าวมาแล้วสามารถเขียนเป็นแผนภูมิการควบคุมได้ดังรูปที่ 6.2 และ

6.3



รูปที่ 6.2 บล็อกไดอะแกรมในการควบคุมโคบอท[7]



รูปที่ 6.3 แผนผังการควบคุม

6.2 การจำลองผลการทดลองของหุ่นยนต์โคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ

จากทฤษฎีการควบคุมในหัวข้อที่แล้ว สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับหุ่นยนต์โคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ ซึ่งเป็นตัวอย่างในการวิเคราะห์หีโนบทที่ 4 โดยกำหนดให้โคบอทวิ่งเข้าเส้นเฮลิคซ์ (Helical) และอาศัยผลการแปลงรูปซึ่งได้วิเคราะห์หีโนบทที่ 4 จะได้ผลดังนี้

กำหนดเส้นทางที่เราต้องการให้โคบอทวิ่งเข้าหาคือเส้นเฮลิคซ์ดังสมการต่อไปนี้คือ

$$\vec{R}_p(t) = 0.5(\sin t, \cos t, t) \quad (6.18)$$

เมื่อ t คือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

เส้นทางที่ต้องการนี้มีรวมผลของความเร็วเข้าไปด้วย ในการควบคุมจะไม่สามารถควบคุมในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเวลาได้ เนื่องจากความเร็วในการเคลื่อนที่จะกำหนดมาจากผู้ใช้งาน ดังนั้นการควบคุมจึงต้องทำให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของระยะทาง ซึ่งจะได้ดังนี้

$$s_p = \int_0^t \|\vec{R}'_p\| dt = \int_0^t \frac{\sqrt{2}}{2} dt = \frac{\sqrt{2}}{2} t \quad (6.19)$$

$$t = \sqrt{2} s_p \quad (6.20)$$

แทนค่า t จะได้ว่า

$$\vec{R}_p(s_p) = 0.5(\sin \sqrt{2} s_p, \cos \sqrt{2} s_p, \sqrt{2} s_p) \quad (6.21)$$

$$\vec{T}_p = 0.5\sqrt{2}(\cos \sqrt{2} s_p, -\sin \sqrt{2} s_p, 1) \quad (6.22)$$

$$\kappa_p \vec{N}_p = (-\sin \sqrt{2} s_p, -\cos \sqrt{2} s_p, 0) \quad (6.23)$$

ให้ $\vec{R}(s)$ เริ่มต้นที่ $[0 \ 1 \ 0]^T$ และมีทิศทางไปทางลบของแกน x ดังนั้น
 $\vec{T}(0) = [-1 \ 0 \ 0]^T$
 จะได้ว่า

$$\Delta R(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0.5 \begin{bmatrix} \sin 0 \\ \cos 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

กำหนดสภาวะเริ่มต้นโดยให้ $s_p(0) = s'_p(0) = 0$ จะได้

$$\Delta R'(0) = T(0) - T_p(s_p(0))s'_p(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

จากการออกแบบระบบควบคุมในหัวข้อ 6.1 จะได้ผลตอบสนองของค่าผิดพลาดของตำแหน่งดังนี้

$$\Delta R'' + 40\Delta R' + 400\Delta R = 0 \quad (6.26)$$

กำหนดให้ p คือตัวแปรลาปลาซ (Laplace Variable) เพื่อไม่ให้สับสนกับ s ซึ่งในที่นี้ แทนระยะทางที่โคบอทเคลื่อนที่ไป ทำการหาค่าลาปลาซให้กับสมการ (6.26) จะได้ว่า

$$\Delta R(p) = \frac{p\Delta R(0) + \Delta R'(0) + 40\Delta R(0)}{p^2 + 40p + 400} \quad (6.27)$$

แทนค่าสภาวะเริ่มต้นจากสมการ (6.24) และ (6.25) จะได้ว่า

$$\Delta R = \frac{1}{p^2 + 40p + 400} \begin{bmatrix} -1 \\ 0.5(p + 40) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

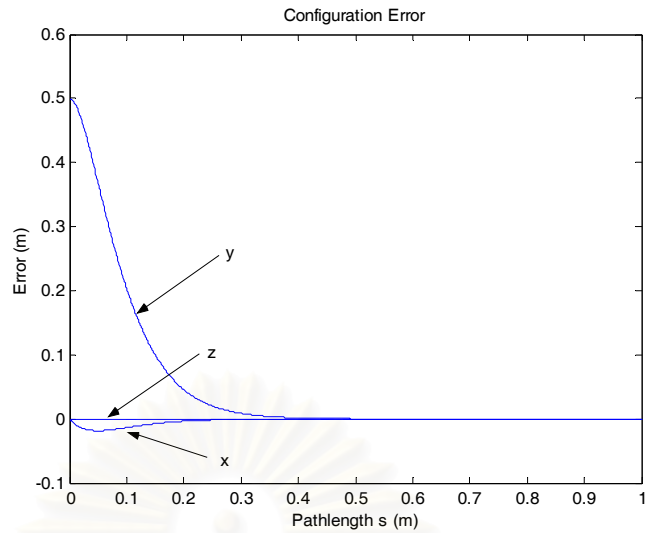
$$\Delta R = \begin{bmatrix} -se^{-20s} \\ 10se^{-20s} + \frac{1}{2}e^{-20s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

$$\Delta R' = \begin{bmatrix} 20se^{-20s} - e^{-20s} \\ -200se^{-20s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

ทำการจำลองการควบคุมได้ผลดังต่อไปนี้

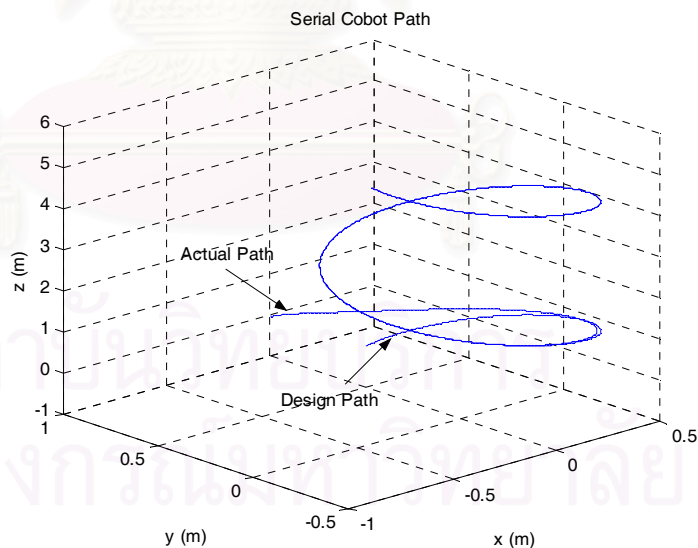
ในการควบคุมนี้สมมติให้ค่าความยาวของแขนกล $l_1 = l_2 = 2$ ผลของค่าผิดพลาดของตำแหน่งเป็นไปตามรูปที่ 6.3 จากรูปจะเห็นได้ว่าไม่มีความผิดพลาดในแนวแกน z เนื่องจากจุดเริ่มต้นของโคบอทไม่มีความผิดพลาดในแนวแกน z อยู่แล้ว ค่าความผิดพลาดจึงมีค่าเป็น 0 ตั้งแต่ต้น ส่วนค่าผิดพลาดในแนวแกน x และ y นั้นจะเห็นได้ว่าการตอบสนองเข้าสู่ค่า 0 ได้เร็ว และยังไม่มีความโอเวอร์ชูตเกิดขึ้นด้วย ที่เป็นเช่นนั้นก็เนื่องมาจากการออกแบบค่า v ในสมการ (6.16) นั้นเอง

ในส่วนของเส้นทางเดินของโคบอทจริงนั้นสามารถดูได้จากรูปที่ 6.4 ในรูปที่ 6.5 แสดงการเคลื่อนที่ของจอยท์แต่ละจอยท์และในรูปที่ 6.6 ได้แสดงมุมที่ซีวีที่ ต้องกวาดไปซึ่งก็คือการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลังนั่นเอง



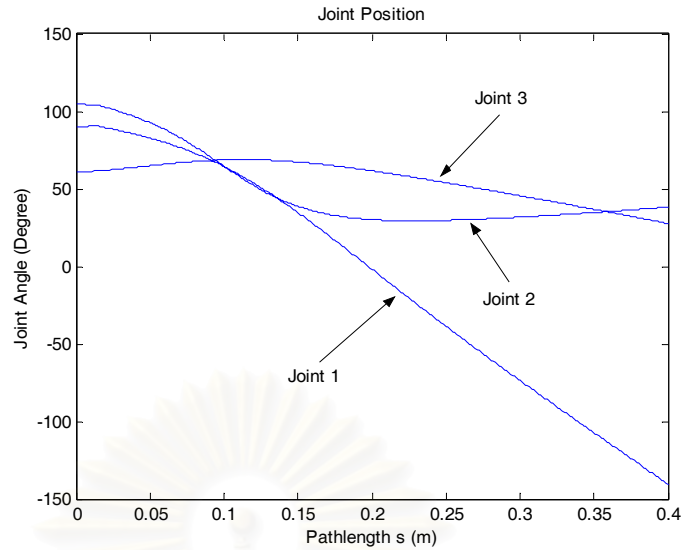
รูปที่ 6.4 ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการควบคุมปลายแขนโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ

รูปที่ 6.4 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น ความคลาดเคลื่อนในแนวแกน x เข้าสู่ค่า 0 เมื่อเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง 0.25 เมตรและมีค่าสูงสุดประมาณ 0.02 เมตร ส่วนในแนวแกน y เข้าสู่ค่า 0 เมื่อเคลื่อนที่ได้ระยะทาง 0.4 เมตรโดยมีความผิดพลาดเริ่มต้น 0.5 เมตรและเป็นค่าสูงสุด



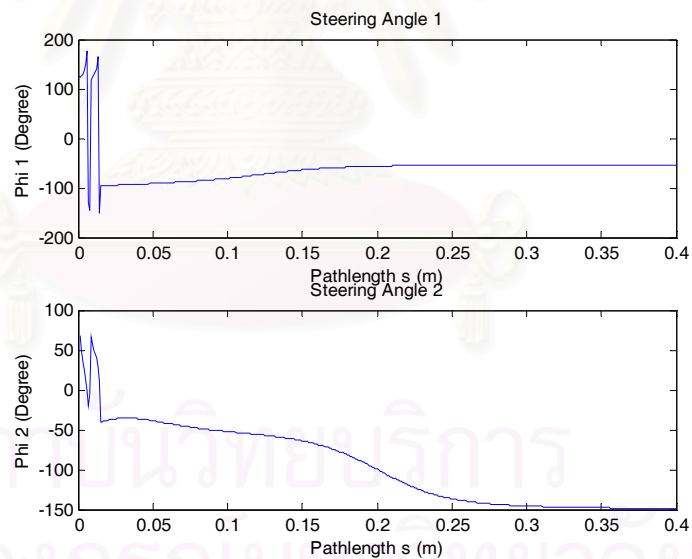
รูปที่ 6.5 การเคลื่อนที่เข้าหาเส้นเฮลิคซ์ของโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ

รูปที่ 6.5 แสดงการเคลื่อนที่เข้าหาเส้นเฮลิคซ์ของโคบอท โคบอทเริ่มต้นที่ตำแหน่ง $[0 \ 1 \ 0]^T$ จากนั้นจึงค่อยๆ เปลี่ยนทิศทางเข้าสู่เส้นเฮลิคซ์โดยประมาณที่ตำแหน่ง $[0.5 \ 0 \ 0.8]^T$



รูปที่ 6.6 การเคลื่อนที่ของข้อต่อของโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ แต่ละข้อต่อเมื่อ กำหนดให้ $l_1 = l_2 = 2$

รูปที่ 6.6 แสดงการเคลื่อนที่ของข้อต่อทั้ง 3 ของโคบอทเพื่อให้เกิดการเคลื่อนที่ที่ ตำแหน่งปลายดังรูปที่ 6.5



รูปที่ 6.7 มุมปรับอัตราทดของซีวีที่ 1 และ 2 ที่ใช้ในการควบคุมโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติ รูปบนซีวีที่ 1 รูปล่างซีวีที่ 2

รูปที่ 6.7 แสดงมุมที่ซีวีที่ต้องหมุนปรับไปเพื่อให้โคบอทเคลื่อนไปตำแหน่งที่ต้องการโดย รูปบนเป็นมุมปรับอัตราทดระหว่างข้อต่อ 1 และ 2 รูปล่างเป็นมุมปรับอัตราทดระหว่างข้อต่อ 2 และ 3 ซีวีที่ตัวแรกมีการปรับมุมระหว่าง -150 ถึง 150 องศา ส่วนตัวที่ 2 เคลื่อนระหว่าง -150 ถึง 50 องศา

6.3 การจำลองผลการทดลองของหุ่นยนต์โคบอทแบบขนาน 2 มิติ

เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ผ่านมา ในหัวข้อนี้จะทำการจำลองผลการทดลองให้กับหุ่นยนต์โคบอทแบบขนาน 2 มิติ ที่ใช้เป็นตัวอย่างในการวิเคราะห์หีบที่ 5 โดยนำผลการวิเคราะห์การแปลงรูปและการเลือกตำแหน่งอุปกรณ์ต้นกำลังจากบทที่ 5 จะได้ผลการจำลองภาพดังนี้

กำหนดให้เส้นทางที่เราต้องการให้โคบอทวิ่งเข้าหาคือเส้นวงกลมดังสมการต่อไปนี้คือ

$$\vec{R}_p(t) = (A \cos t + d_1, A \sin t + d_2) \quad (6.31)$$

เมื่อ t คือเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่

เช่นเดียวกับการวิเคราะห์ในหัวข้อที่แล้ว เส้นทางที่ต้องการนี้มีรวมผลของความเร็วเข้าไปด้วย ในการควบคุมจะไม่สามารถควบคุมในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเวลาได้ เนื่องจากความเร็วในการเคลื่อนที่จะกำหนดมาจากผู้ใช้งาน ดังนั้นการควบคุมจึงต้องทำให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของระยะทางซึ่งจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{R}'_p &= A(-\sin(t), \cos(t)) \\ s_p &= \int_0^t \|\vec{R}'_p\| dt = \int_0^t A dt = At \end{aligned} \quad (6.32)$$

$$t = \frac{s_p}{A} \quad (6.33)$$

แทนค่า t จะได้ว่า

$$\vec{R}_p(s_p) = \left(A \cos\left(\frac{s_p}{A}\right) + d_1, A \sin\left(\frac{s_p}{A}\right) + d_2 \right) \quad (6.34)$$

$$\vec{T}_p = \left(-\sin\left(\frac{s_p}{A}\right), \cos\left(\frac{s_p}{A}\right) \right) \quad (6.35)$$

$$\kappa_p \vec{N}_p = \frac{1}{A} \left(-\cos\left(\frac{s_p}{A}\right), -\sin\left(\frac{s_p}{A}\right) \right) \quad (6.36)$$

กำหนดให้ $A=0.1$ $d_1=0.05$ $d_2=0.15$ $\bar{R}(s)$ เริ่มต้นที่ $[0.2 \ 0.1]^T$ และมี

$$\bar{T}(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}^T$$

จะได้ว่า

$$\Delta R(0) = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 \cos(0) + 0.05 \\ 0.1 \sin(0) + 0.15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.05 \\ -0.05 \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

กำหนดสภาวะเริ่มต้นโดยให้ $s_p(0) = s_p'(0) = 0$ จะได้

$$\Delta R'(0) = T(0) - T_p(s_p(0))s_p'(0) = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

จากการออกแบบระบบควบคุมในหัวข้อ 6.1 จะได้ผลตอบสนองของค่าผิดพลาดของตำแหน่งดังเช่นสมการ (6.26) คือ

$$\Delta R'' + 40\Delta R' + 400\Delta R = 0$$

และเช่นเดิม กำหนดให้ p คือตัวแปรลาปลาซจะได้ว่า

$$\Delta R(p) = \frac{p\Delta R(0) + \Delta R'(0) + 40\Delta R(0)}{p^2 + 40p + 400} \quad (6.39)$$

แทนค่าสภาวะเริ่มต้นจากสมการ (6.37) และ (6.38) จะได้ว่า

$$\Delta R = \frac{1}{p^2 + 40p + 400} \begin{bmatrix} 0.05p + 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -0.05p - 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

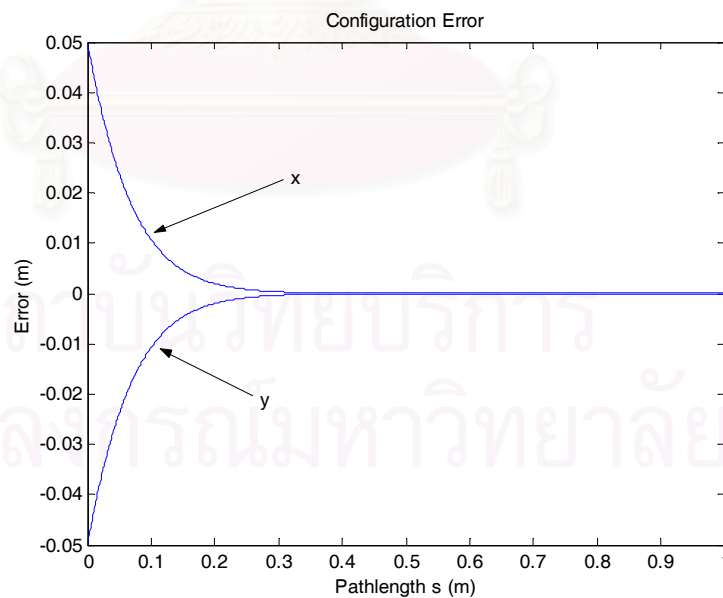
$$\Delta R = \begin{bmatrix} -\frac{1}{20} e^{-20s} (-20s + 10\sqrt{2}s - 1) \\ \frac{1}{20} e^{-20s} (-20s + 10\sqrt{2}s - 1) \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

$$\Delta R' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} e^{-20s} (-40s + 20\sqrt{2}s - \sqrt{2}) \\ -\frac{1}{2} e^{-20s} (-40s + 20\sqrt{2}s - \sqrt{2}) \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

ทำการจำลองการควบคุมได้ผลดังต่อไปนี้

ในการควบคุมนี้สมมติให้ค่าพารามิเตอร์ของแขนกลคือความยาวของแขนกล L_1 และ L_2 รวมทั้งค่าระยะห่างระหว่างจอยท์ 1 และจอยท์ 2 คือค่า d เป็นไปตามการออกแบบจริงทั้งหมดคือ $L_1 = 0.25$ $L_2 = 0.3$ และ $d = 0.1$ ผลของค่าผิดพลาดของตำแหน่งเป็นไปดังรูปที่ 6.7 จากรูปจะเห็นได้ว่าค่าผิดพลาดในแนวแกน x และ y นั้นมีการตอบสนองเข้าสู่ค่า 0 ได้เร็วและยังไม่มีค่าโอเวอร์ชูตเกิดขึ้นด้วย ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากการออกแบบค่า v ในสมการ (6.16) นั้นเอง

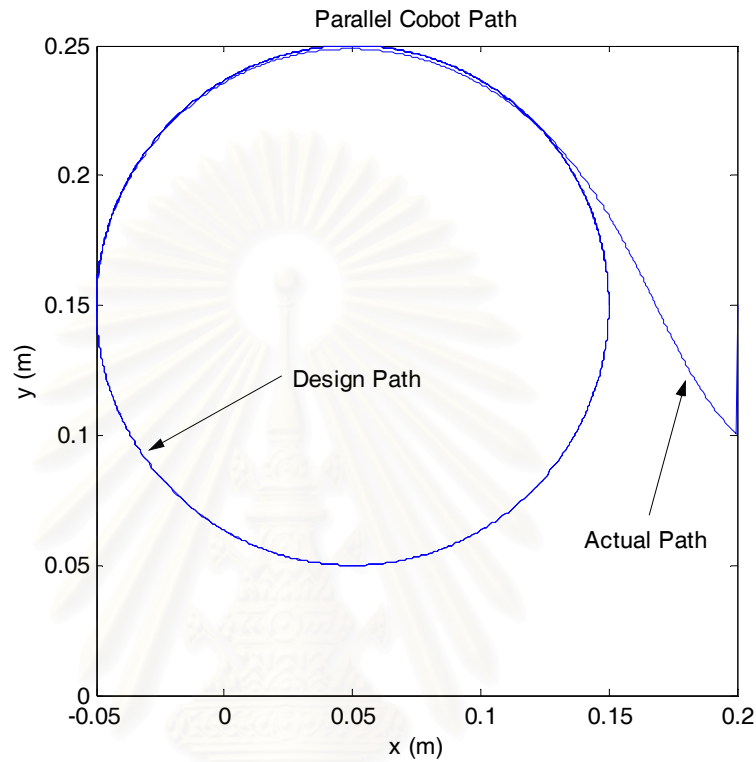
ในส่วนของเส้นทางการเดินของโคบอทจริงนั้นสามารถดูได้จากรูปที่ 6.8 ในรูปที่ 6.9 แสดงการเคลื่อนที่ของจอยท์แต่ละจอยท์รูปที่ 6.10 แสดงการเคลื่อนที่ในปริภูมิจอยท์และในรูปที่ 6.11 ได้แสดงมุมที่ซีวีที่ต้องกวาดไปซึ่งก็คือการทำงานของอุปกรณ์ต้นกำลังนั่นเอง



รูปที่ 6.8 ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการควบคุมปลายแขนโคบอทแบบขนาน 2

มิติ

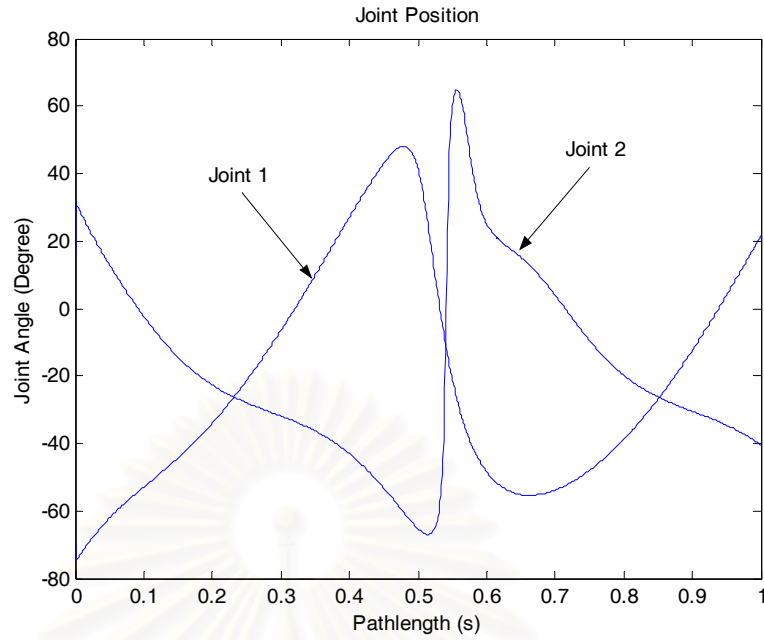
รูปที่ 6.8 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นทั้งในแนวแกน x และ y ค่าผิดพลาดในแนวแกน x เริ่มที่ 0.05 เมตรและเป็นค่าสูงสุด ค่าผิดพลาดในแนวแกน y เริ่มที่ -0.05 เมตรและมีขนาดสูงสุด ค่าผิดพลาดทั้ง 2 เข้าสู่ค่า 0 เมื่อเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทางประมาณ 0.3 เมตร



รูปที่ 6.9 เส้นทางเดินของโคบอทแบบขนาน 2 มิติ

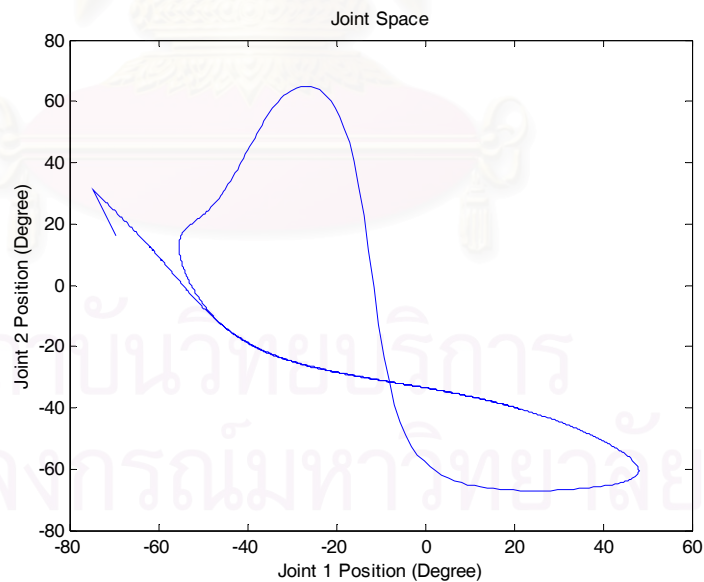
รูปที่ 6.9 แสดงเส้นทางเดินของโคบอทโดยโคบอทเริ่มต้นที่ตำแหน่ง $[0.2 \ 0.1]^T$ จากนั้นโคบอทจึงเคลื่อนเข้าหาเส้นวงกลมที่ตำแหน่งโดยประมาณที่ $[0.05 \ 0.25]^T$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



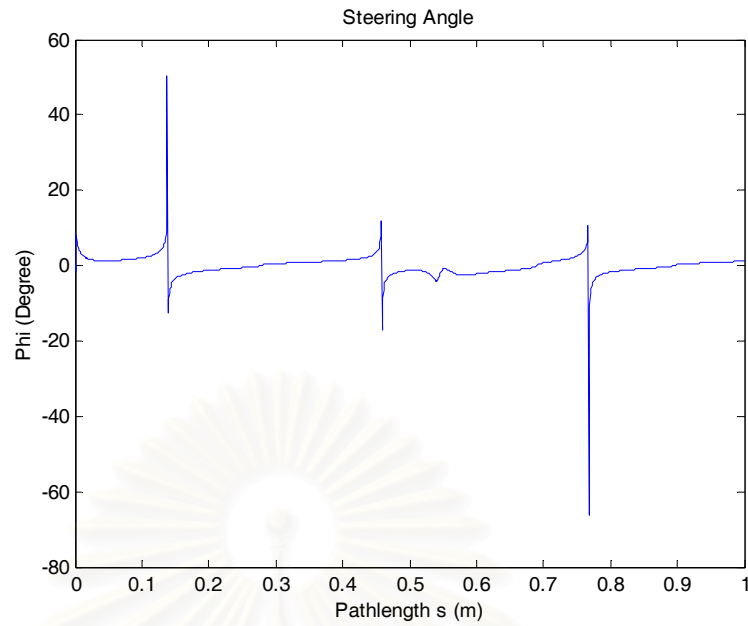
รูปที่ 6.10 การเคลื่อนที่ของข้อต่อของโคบอทแบบขนาน 2 มิติแต่ละข้อต่อ

รูปที่ 6.10 แสดงการเคลื่อนที่ของข้อต่อทั้ง 2 ของโคบอท ข้อต่อทั้ง 2 เคลื่อนที่อยู่ในตำแหน่งระหว่าง -80 องศาถึง 80 องศา



รูปที่ 6.11 การเคลื่อนที่ในปริภูมิข้อต่อของโคบอทแบบขนาน 2 มิติ

รูปที่ 6.11 แสดงการเคลื่อนที่ในปริภูมิข้อต่อโดยมีจุดเริ่มต้นที่ตำแหน่ง $[-70 \ 20]^T$ องศาโดยประมาณ จากนั้นการเคลื่อนที่ในปริภูมิข้อต่อจะเป็นการเคลื่อนที่แบบวนซ้ำตำแหน่งเดิมไปเรื่อยๆ



รูปที่ 6.12 มุมที่ชี้วีที่ต้งกวาดไปสำหรับโคบอทแบบขนาน 2 มิติ

รูปที่ 6.12 แสดงมุมที่ชี้วีที่ต้งกวาดไป มุมที่ต้งกวาดไปมีค่าระหว่าง -80 ถึง 60 องศา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 7

บทสรุปและงานวิจัยในอนาคต

7.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ชิ้นนี้จัดทำขึ้นเพื่อศึกษา พัฒนาแนวความคิดและนำเสนอการวิเคราะห์และการจำลองของหุ่นยนต์โคบอทในรูปแบบอนุกรมและขนาน ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอเกี่ยวกับ จลนศาสตร์ของโคบอทซึ่งแบ่งเป็น 2 ส่วนหลักคือ จลนศาสตร์ของกลไกแขนกล (ซึ่งใช้หลักการเดียวกันกับจลนศาสตร์ของหุ่นยนต์ทั่วไป) และจลนศาสตร์ของโคบอทซึ่งแตกต่างโดยวิเคราะห์บนพื้นฐานของพารามิเตอร์ของความยาวของเส้นทางเดิน (Path Length Parameter) ผู้วิจัยได้วิเคราะห์จลนศาสตร์แบบไปข้างหน้าและย้อนกลับของตัวกลไกของครุภัณฑ์ (Hardware Mechanism) แบบแขนกล 3 มิติและแบบขนาน 2 มิติ และนำเสนอการแปลงรูปไปสู่กรอบการทำงานต่างคือ ปริภูมิตำแหน่งปลาย, ปริภูมิจอยท์, ปริภูมิการจับคู่ และ ปริภูมิของมุมปรับอัตราทด เพื่อส่งผ่านค่าพารามิเตอร์ต่างๆไปใช้ในการควบคุม จลนศาสตร์ของโคบอทที่นำเสนอมีทั้งแบบอนุกรมและแบบขนาน โดยในงานชิ้นนี้มุ่งเน้นไปในการพัฒนาแบบขนานซึ่งอาศัยแนวคิดของแบบอนุกรมเป็นพื้นฐาน นอกจากนี้ยังได้เสนอแนวความคิดในการควบคุมเส้นทางเดินของโคบอทซึ่งต้องควบคุมทิศทางเดินให้สัมพันธ์กับตำแหน่งของโคบอท สำหรับโคบอทแบบอนุกรม 3 มิติได้นำเสนอระบบควบคุมซึ่งใช้อุปกรณ์ต้นกำลังจำนวน 2 ตัว ปรับอัตราทดของซีวีทีทั้ง 2 ตัว ในส่วนการควบคุมหุ่นยนต์โคบอทแบบขนาน 2 มิติได้นำเสนอแนะการเลือกใช้อุปกรณ์ต้นกำลังตัวเดียวปรับอัตราทดของซีวีทีทั้ง 2 ตัว

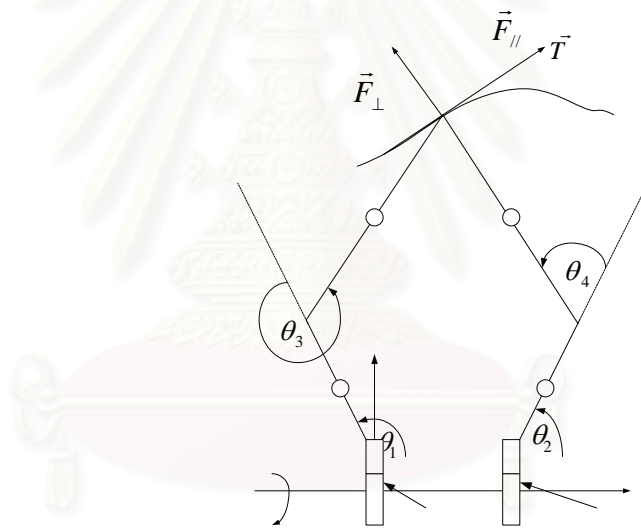
7.2 งานวิจัยในอนาคต

การพัฒนางานวิจัยชิ้นนี้ในอนาคตสามารถทำได้หลายวิธีการ ประการแรกคือการทดลองผลกับหุ่นยนต์โคบอทจริงเพื่อนำผลที่ได้มาพัฒนาโคบอทต่อไป ข้อดีของโคบอทแบบขนานคือความสามารถในการเพิ่มกำลัง ดังนั้นงานวิจัยต่อเนื่องเกี่ยวข้องกับการพัฒนาการใส่กำลังเพื่อชดเชยพลวัตของระบบในส่วนต่างๆอีก และในส่วนของการทำงานผลเฉลยมุมปรับอัตราทอก็ยังสามารถดัดแปลงวิธีการเพื่อให้ได้ประโยชน์ในแง่อื่นๆอีกด้วย

ในส่วนของการส่งกำลังกำลังนั้นได้ทำการศึกษาทฤษฎีการส่งกำลังเบื้องต้นดังกล่าวถึงในหัวข้อย่อยถัดไป

7.2.1 ทฤษฎีการใส่กำลัง

ในการทำงานของโคบอทนั้นถ้ามีแรงมากกระทำต่อโคบอทที่ปลายแขน แรงในส่วนที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่จะถูกขจัดไปโดยตัวกลไกของโคบอทเอง จะคงเหลือก็แต่แรงในแนวที่ขนานกับการเคลื่อนที่ แรงในส่วนนี้โคบอทแบบขนานสามารถรองรับได้จากการใส่กำลังให้กับเพลากลาง โดยจะหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายนอกที่กระทำปลายแขนโคบอทกับแรงบิดที่เพลากลางได้ดังนี้



รูปที่ 7.1 ทิศทางแรงตามแนวขนานและตั้งฉากกับการเคลื่อนที่

สมมติว่าโคบอทถูกกระทำด้วยแรงภายนอกที่ปลายแขนในทิศทางขนานกับการเคลื่อนที่ $\vec{F}_{//}$ ดังรูปที่ 7.1 มีการใส่กำลังให้กับโคบอทโดยผ่านจอยท์ 1 และจอยท์ 2 ด้วยแรง τ_1 และ τ_2 ตามลำดับ โดยวิธีการงานเสมือน (Virtual Work) จะหาความสัมพันธ์ระหว่างแรง $\vec{F}_{//}$ และ แรง τ_1 τ_2 ได้ดังนี้

$$\vec{F}_{//} \cdot \delta \vec{R} = \vec{\tau}^T \cdot \delta \vec{q} \quad (7.1)$$

- โดยที่ $\vec{F}_{//}$ คือแรงภายนอกที่กระทำต่อโคบอทในแนวขนานกับการเคลื่อนที่
- \vec{R} คือเวกเตอร์การเคลื่อนที่ของปลายแขนโคบอท
- τ คือเวกเตอร์ของแรงบิดที่กระทำต่อจอยท์ของโคบอท
- \vec{q} คือเวกเตอร์การเคลื่อนที่ของจอยท์ของโคบอท

ในกรณีนี้ที่โคบอทขับเคลื่อนด้วยข้อต่อ 2 ข้อต่อคือจอยท์ 1 และจอยท์ 2 ดังรูปที่ 7.1 การเคลื่อนที่ของจอยท์ 1 และจอยท์ 2 คือ θ_1 และ θ_2 ตามลำดับ โดยแรงบิดที่กระทำต่อข้อต่อทั้ง 2 คือ τ_1 τ_2 และปลายแขนโคบอทเคลื่อนที่ไปตามระนาบ xy จะได้ว่า

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

กำหนดให้จาโคเบียนเมตริกซ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง \vec{R} และ \vec{q} ดังนี้

$$J = \frac{\partial \vec{q}}{\partial \vec{R}} \quad (7.5)$$

แทนค่าจาโคเบียนในสมการ (7.5) ลงในสมการ (7.1) จะได้ว่า

$$\vec{F}_{//} \bullet J \delta \vec{q} = \vec{\tau}^T \bullet \delta \vec{q} \quad (7.6)$$

จัดรูปสมการ (7.6) จะได้ว่า

$$\vec{F}_{//} J = \tau \quad (7.7)$$

โดยการส่งกำลังให้กับเพลากลางไปสู่จอยท์ทั้ง 2 โดยผ่านอัตราทดที่ซีวีทีทั้ง 2 ตัวสร้างขึ้นมา จะหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดที่เพลากลางกับแรงบิดที่กระทำต่อจอยท์ทั้ง 2 τ ได้ดังนี้

$$\tau_0 = [Tr_1 \quad Tr_2] \tau \quad (7.8)$$

โดยที่ τ_0 คือแรงบิดที่ใส่ให้กับเพลากลาง

Tr_1 คืออัตราทดระหว่างความเร็วของจอยท์ 1 และความเร็วของเพลากลางซึ่งเป็นอัตราทดที่ซีวีที 1 สร้างขึ้นมา

Tr_2 คืออัตราทดระหว่างความเร็วของจอยท์ 2 และความเร็วของเพลากลางซึ่งเป็นอัตราทดที่ซีวีที 2 สร้างขึ้นมา

จากสมการ (7.5) (7.7) และ (7.8) จะทำให้ทราบความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายนอกที่ขนานกับการเคลื่อนที่และแรงบิดที่ต้องใส่ให้กับ เพลากลาง ได้

ในอนาคตการวิเคราะห์การใส่กำลังดังกล่าวอาจครอบคลุมถึงการใส่กำลังเพื่อควบคุมแรงภายในซึ่งเกี่ยวข้องกับพลศาสตร์โดยตรงและรวมถึงการควบคุมและสร้างความรู้สึกเสมือนในการจำลองความเฉื่อย (Inertia) ของระบบ ซึ่งอาจทำได้โดยการควบคุมอัตราทด

รายการอ้างอิง

- [1] วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ ศิริศักดิ์ สิริเกษมสุข (2001). การออกแบบและควบคุม ISVT, การประชุมวิชาการเครือข่ายเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15, พศ. 2544
- [2] วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ ธนโชติ ชีพสุมล (2001). Cobot แบบแขนกล, การประชุมวิชาการเครือข่ายเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15, พศ. 2544
- [3] วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ ธนโชติ ชีพสุมล (2003). โคบอทแบบขนาน, การประชุมวิชาการเครือข่ายเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 17, พศ. 2546
- [4] W. Wannasuphoprasit and T. Cheepsumol (2004). Parallel CVT Mechanisms, JSAE Annual Congress, October 2004
- [5] W. Wannasuphoprasit ,M. A. Peshkin ,J. E. Colgate and R. B. Gillespie (1997). Cobot Control, Preceeding of the IEEE 1997 International Conference on Robotics and Automation, pp 539-544, Minneapolis
- [6] M. A. Peshkin ,J. E. Colgate ,W. Wannasuphoprasit ,C. Moore ,R. B. Gillespie ,J. Santos-Munne ,A.Lorenz and P. Akella (2001). Cobot architecture, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, Aug. 2001, pp. 377-390
- [7] M. A. Peshkin ,J. E. Colgate and R. B. Gillespie (2001). A General Framework for Cobot Control, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, Aug. 2001, pp. 391-401
- [8] C. Moore,M. A. Peshkin and J. E. Colgate (1999). Design of a 3R Cobot Using Continuously Variable Transmission, Preceeding of the IEEE 1999 International Conference on Robotics and Automation, Detroit MI.
- [9] W. Wannasuphoprasit ,M. A. Peshkin ,J. E. Colgate and R. B. Gillespie (1995). Cobot :Robots for Collaboration with Human Operators, Preceeding of the ASME Dynamics Systems and Control Division ,ASME , Vol 58 ,pp.433-439 , Atlanta
- [10] C. Moore,M. A. Peshkin and J. E. Colgate (2003). Cobot Implementation of Virtual Paths and 3-D Virtual Surfaces, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 19, April 2003, pp. 347-351

- [11] W. Wannasuphoprasit (1999). Cobots :Collaborative Robots, Ph.D. Dissertation ,
Northwestern University
- [12] C. Moore (1997). Avoid Continuously Variable Transmission for Serial Link Cobot
Architectures, Master's thesis, Department of Mechanical Engineering
,Northwestern University, March 1997
- [13] J. J. Slotine and W. Li. Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, 1991.
- [14] John J. Craig. Introuction to Robotics mechanics and control, Addison-Wesley,
1955.
- [15] Lorenzo Sciavicco & Bruno Siciliano. Modeling and Control of Robot
mainpulators, McGraw-Hill, 1996.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Cobot แบบแขนกล Serial-Link Cobot

วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ และ ธนโชติ ชีพสุมล

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กรุงเทพมหานคร 10330, โทร 0-2218-6610-1, โทรสาร 0-2252-8889, E-Mail : fmewwn@kankrow.eng.chula.ac.th

Witaya Wannasuphprasit and Tanachote Cheepsumol

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University

Bangkok 10330, Thailand, Tel : (662)0-2218-6610-1, Fax : 0-2252-8889

บทคัดย่อ

การทำงานของหุ่นยนต์ในปัจจุบันนี้ ส่วนใหญ่เป็นการทำงานโดยใช้ actuated joints กล่าวคือใน joints ของหุ่นยนต์ จะถูกขับเคลื่อนด้วย actuators ซึ่งส่งแรงหรือแรงบิดเพื่อให้แขนหุ่นยนต์อุตสาหกรรมเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการ โดยทั่วไปในระบบ active แบบนี้ต้องใช้ high gain servo loop control และนอกจากนั้น actuators ที่ใช้ต้องมีขนาดและกำลังมากพอ โดยเฉพาะหุ่นยนต์อุตสาหกรรม อย่างไรก็ตาม high gain servo เอื้อให้เกิด instability ได้ง่าย ถึงแม้ว่าจะมีความก้าวหน้าในงานวิจัยที่ทำให้ควบคุมหุ่นยนต์ ที่ high gain ปัญหาด้าน stability ก็ยังปรากฏอยู่ หุ่นยนต์หรือระบบ active ที่ไม่ stable นอกจากนี้ความผิดพลาดทาง software และ hardware ทำให้เกิดปัญหาด้านความปลอดภัย ด้วยเหตุผลนี้หุ่นยนต์อุตสาหกรรมจึงมีรั้วกันไม่ให้มนุษย์เข้าไปทำงานใน work space ของหุ่นยนต์ได้ อย่างไรก็ตาม ในการทำงานบางประเภท จำเป็นต้องใช้หุ่นยนต์มาช่วยร่วมกับการทำงานของมนุษย์ใน workspace เดียวกัน เช่น การใช้หุ่นยนต์ช่วยผ่าตัด หรือการใช้หุ่นยนต์ช่วยในการประกอบชิ้นงานที่มีขนาดใหญ่และน้ำหนักมาก อย่างไรก็ตามการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์กับหุ่นยนต์ความปลอดภัยเป็นสิ่งสำคัญ ในงานวิจัยนี้เป็นการพัฒนา a serial-link Cobot (Collaborative Robot) ที่สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ได้อย่างปลอดภัย Cobot ไม่ได้ใช้ servo actuated joints แบบหุ่นยนต์ทั่วไปแต่ใช้ servo steered joints ซึ่งเป็นแนวความคิดทางด้าน robotics แบบใหม่ที่คิดค้นและพัฒนาโดย Wannasuphprasit, Colgate, และ Peshkin [2,3,4,5] ด้วยการทำงานลักษณะนี้ทำให้ cobot นั้น intrinsically passive และปลอดภัย

คำสำคัญ -- ระบบ active , ระบบ passive, CVT:continuously variable transmission, Cobot: Collaborative Robot, Haptic

Abstract

Robots usually use servo-actuated joints to control their motion. Normally, the robots need high gain servo and sizable

actuators. While there has been significant progress made in the active manipulator that admit high gain, some problems inherent to the high gain controllers still exist, such as the trade-off between controller performance and stability robustness. Stability is not usually compatible with a high gain system. An unstable active manipulator is potentially an unsafe device. In addition to this problem, hardware or software failures may result in injury because human operator is in direct physical contact and share the same workspace with the device. However, in several applications, there are needs for human to work with a robot such as robot assist assembly, and robot assist surgery. Nevertheless, safety is the critical factor when human and robot share the workspace. In this research, we develop a *Serial-link Cobot, Collaborative Robot*. Unlike typical robots that use servo-actuated joints to generate *direct* force, cobots employ servo steering joints to *redirect* human operator force. This unique steering system makes cobots intrinsically stable and appropriate for safety critical task.

Keywords – active system , passive system, CVT:continuously variable transmission, Cobot: Collaborative Robot

1. บทนำ

มนุษย์มีความสามารถด้านการใช้สัมผัสทั้งห้า รวมทั้งความสามารถตัดสินใจในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้ดี ตัวอย่างเช่น การรับรู้จากการสัมผัส การหลบหลีกสิ่งกีดขวาง หรือการตัดสินใจผิดพลาดจากการสัมผัสต่างๆ แต่ในขณะเดียวกัน ความสามารถของมนุษย์ก็ยังมีขีดจำกัดอยู่เช่น มนุษย์ไม่มีความสามารถที่จะยกของหนักมากๆได้, มนุษย์ไม่สามารถทนต่อสภาวะบางอย่างเช่นความร้อนได้ และแม้แต่ในงานที่ต้องการความแม่นยำสูง มนุษย์ก็ไม่สามารถทำได้ดีนัก

ดังนั้นในทศวรรษที่ผ่านมางานวิจัยทางด้าน Human Robot Interaction จึงเป็นงานวิจัยที่เติบโตขึ้นไม่ว่าจะเป็น Haptic Interface หรือการทำงานร่วมกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพ เช่น หุ่นยนต์ที่ช่วยในการผ่าตัด หรือ Wannasuphprasit et al [2] พัฒนาหุ่นยนต์ช่วยในการประกอบรถยนต์ ทั้งนี้ก็เพื่อรวมข้อดีของมนุษย์กับหุ่นยนต์เข้าด้วยกัน

การทำงานลักษณะดังกล่าวทำให้ต้องตระหนักถึงการทำงานร่วมกันของมนุษย์และหุ่นยนต์ เมื่อมีการทำงานร่วมกัน หุ่นยนต์ก็จำเป็นต้องทำงานในระบบที่ความปลอดภัยต่อมนุษย์

แนวคิดดังกล่าวจึงเป็นที่มาของ Cobot: Collaborative Robot Cobots คือหุ่นยนต์ที่ทำงานร่วมกับมนุษย์ ที่ถูกออกแบบมาเพื่อทำงานกับมนุษย์โดยตรงใน workspace เดียวกัน. Cobot เป็นอุปกรณ์เชิง Robotics ที่มีพฤติกรรมเป็น intrinsically passive ทำให้มีความปลอดภัยเมื่อทำงานร่วมกับมนุษย์

คุณสมบัติเด่นประการหนึ่งของ Cobot คือการสร้างพื้นผิวเสมือนหรือ virtual surfaces: virtual surface คือพื้นผิวที่ถูกprogramขึ้นมาเพื่อให้มนุษย์ได้สัมผัสและรู้สึกเสมือนกับว่ามีกำแพงอยู่ ทั้งที่ไม่มีกำแพงจริงอยู่ยู่ที่นั้น virtual surfaces มีประโยชน์มาก ตัวอย่างของ virtual surfaces คือ การใช้ virtual funnel (พื้นผิวเสมือนทรงกรวย) ในการประกอบชิ้นงาน มนุษย์สามารถที่จะผลักชิ้นงานไปตามพื้นผิวทรงกรวยซึ่งจะนำไปสู่เป้าหมายได้อย่างรวดเร็วและยังป้องกันการกระทบกันของชิ้นงานได้ด้วย Cobot จะช่วยให้การประกอบแม่นยำขึ้นและใช้เวลาน้อยลง

ในการผ่าตัดก็ให้ผลเช่นเดียวกัน งานวิจัยชิ้นนี้ ในส่วนแรกเป็นการแนะนำ Unicycle Cobot ซึ่งเป็น Cobot ที่การทำงานที่ง่ายและมีล้อเดียว การทำงานของมันซึ่งมี 2 ลักษณะคือ แบบอิสระและแบบบังคับ จากนั้นก็จะนำเสนอ CVTs (Continuous Variable Transmission) ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เป็น steering mechanism ที่ควบคุมความสัมพันธ์ของ joints ของ Cobot นอกจากนั้นจะกล่าวถึงการออกแบบ CVTs และ Serial Link Cobot หรือ Cobot ชนิดแขนกล

CVTs ที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีขนาดเล็กและมีน้ำหนักเบาเหมาะสำหรับการประกอบใช้ใน Cobot ชนิดแขนกล (Serial Link Cobot) ส่วนการออกแบบ CVTs ที่มีขนาดและกำลังสูงดูรายละเอียดใน [1] ในตอนท้ายจะกล่าวถึงการหา Kinematics ของแขนกล

2. บทนำสู่ Cobot

2.1 Cobot คืออะไร

Cobot: Collaborative Robot คือหุ่นยนต์ที่ทำงานร่วมกับมนุษย์ ที่ถูกออกแบบมาเพื่อทำงานกับมนุษย์โดยตรงใน workspace เดียวกัน. Cobot เป็นอุปกรณ์เชิง Robotics ที่มีพฤติกรรมเป็น intrinsically passive ทำให้มีความปลอดภัยเมื่อทำงานร่วมกับมนุษย์ เหตุผลหลักที่ทำให้ Cobot แตกต่างกับ หุ่นยนต์และอุปกรณ์ Haptic ทั่วไปคือ Cobot ไม่ได้ใช้มอเตอร์หรือ actuators ขับและส่งกำลังผ่าน joints แต่ทว่า Cobot ใช้ CVTs: Continuous Variable Transmissions ในการควบคุมความสัมพันธ์ระหว่าง joints ของ Cobot. ไม่ว่าจะมีความ task

space dimensions เท่าไรก็ตาม Cobot มีแค่เพียง 1 Degree of Freedom เท่านั้น

อุปกรณ์ Haptic Interface โดนทั่วไปสามารถสร้างสภาวะจำลอง (virtual environment) ต่างๆ ได้โดยใช้คอมพิวเตอร์ควบคุม ยกตัวอย่างเช่นการสร้างพื้นผิวหรือกำแพงจำลอง (virtual surfaces, virtual walls) ในขณะที่มนุษย์เคลื่อนจับ end effector ของอุปกรณ์ Haptic ไปชนหรือผ่านเข้าไปในกำแพงจำลอง คอมพิวเตอร์จะสั่งให้มอเตอร์ใช้แรงผลักดันด้านในให้ end effector ออกนอกกำแพง ถ้าเราต้องการจำลองกำแพงเสมือน (virtual wall) ให้เหมือนกำแพงจริงแล้ว กำแพงจำลอง (virtual wall) ต้องมีความแข็งมาก (มี stiffness สูง) มอเตอร์ที่ใช้ต้องมีขนาดใหญ่เพื่อที่จะรับแรงต้านได้เพียงพอและต้องใช้ gain ในการควบคุมสูง ทำให้เกิดการเกิด instability

ในทางตรงกันข้าม ข้อแตกต่างของ Cobot กับอุปกรณ์ Haptic ทั่วไปคือ Cobot ไม่ได้ใช้แรงตรง (direct force) ขับดันการเคลื่อนที่ของมนุษย์ แต่ใช้การเปลี่ยนทิศทางของแรงที่กระทำโดยมนุษย์ (redirect applied force) ในทำงานระบบ passive นี้ทำให้ไม่เป็นอันตรายต่อผู้ใช้ ทำให้มนุษย์สามารถทำงานร่วมกับ Cobot ได้อย่างปลอดภัย

2.2 Unicycle Cobot

ตัวอย่างของ Cobot ที่จะยกมา ณ ที่นี้คือ Unicycle Cobot แบบล้อเดียวซึ่งได้ถูกพัฒนาโดย Wannasuphprasit และคณะ [3] มีลักษณะเป็นหุ่นยนต์ล้อเดียวเคลื่อนที่ในระนาบ XY เท่านั้น แกนของล้อ Cobot จะตั้งตรงอยู่ตลอดเวลา มอเตอร์ของ Unicycle Cobot ทำหน้าที่เพียงปรับเปลี่ยนทิศทางของล้อเท่านั้นไม่สามารถขับเคลื่อนได้ Unicycle Cobot มี Force Sensor ติดอยู่เพื่อวัดแรงของมนุษย์ ลักษณะของ Unicycle Cobot เป็นดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดง Unicycle Cobot ที่มา : จาก [3]

การทำงานของ Cobot ที่จำลองกำแพงเสมือน (virtual walls) แบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ

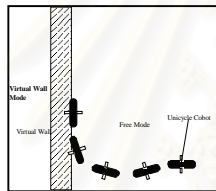
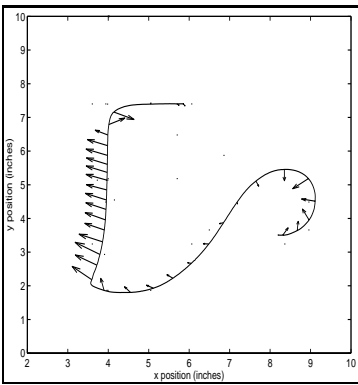
1.การทำงานแบบอิสระ (Virtual Caster)

การทำงานในลักษณะนี้ Cobot จะประพฤติตัวเหมือนกับล้อรถเข็น (Caster) ทั่วไป คือจะไม่บังคับเส้นทางการเดินของผู้ใช้ ผู้ใช้จึงสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ การทำงานในแบบนี้ทำได้โดยตัว Cobot จะวัดแรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของล้อ จากนั้นก็จะพยายามทำให้แรงนั้นเป็นศูนย์ซึ่งทำได้โดยการหมุนแกนเพลลาขับเพื่อเปลี่ยนทิศของล้อให้เป็นไปตามทิศทางที่ผู้ใช้ออกแรงกระทำ ทำให้แรงที่ส่งกลับไปยังผู้ใช้เป็นศูนย์ ผู้ใช้จึงรู้สึกเหมือนเคลื่อนที่ได้อิสระ

2.การทำงานแบบบังค้ำ (Virtual Wall)

เมื่อผู้ใช้เคลื่อนที่ไปชนกับกำแพงเสมือน (Virtual Wall) Unicycle Cobot จะทำการเปลี่ยนทิศทางของแรงและทิศทางการเคลื่อนที่ ให้ขนานกับกำแพงเสมือน โดยใช้วิธีการเปลี่ยนทิศทางของล้อให้สัมผัสกับกำแพงเสมือน ทำให้ผู้ใช้รู้สึกเหมือนการไหลไปตามกำแพง เมื่อผู้ใช้เคลื่อนที่เข้าหากำแพง Unicycle Cobot จะต้านการเคลื่อนที่ไว้ แต่ถ้าผู้ใช้ต้องการเคลื่อนที่ออกจากกำแพงเสมือน (วัดได้จากแรงที่ force sensor) Unicycle Cobot ก็จะกลับไปทำงานในแบบอิสระ

รูปที่ 2 แสดงการทำงานของ Unicycle Cobot ที่จำลอง virtual walls ที่ตำแหน่ง $x = 4$ จะเห็นจาก path ของการเคลื่อนที่ว่าเมื่ออยู่ใน free mode มนุษย์เคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ แต่เมื่อเคลื่อนชนกำแพง unicycle cobot จะเปลี่ยนทิศทางให้ขนานสัมผัสกับกำแพงใน virtual wall mode ในรูปยังได้แสดงทิศทางและขนาดของ แรงกระทำของผู้ใช้ (User's Applied Force) ที่วัดได้จาก force sensor



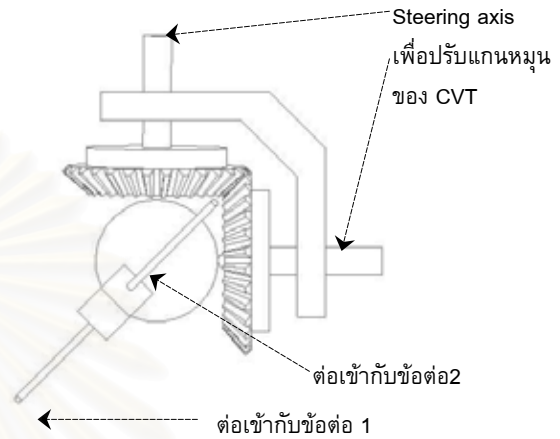
รูปที่ 2 แสดงการทำงานของ Unicycle Cobot ที่จำลอง virtual walls

3.การออกแบบ Cobot

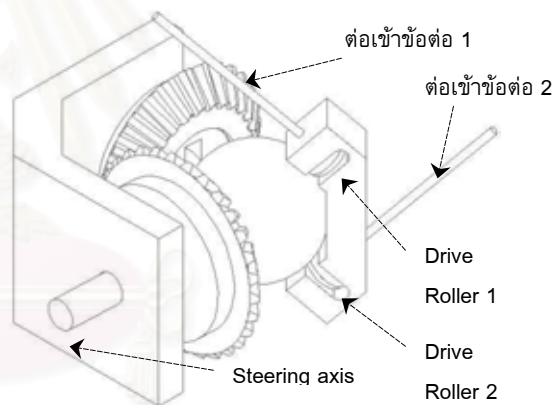
3.1 การออกแบบ CVT

CVT: Continuous Variable Transmission มีอยู่หลายชนิดด้วยกันดังที่ได้แสดงไว้ใน [1] อย่างไรก็ตามลักษณะของ CVT ที่เราออกแบบและจะนำไปใช้มีลักษณะที่คล้ายกับของ Moore [] CVTของ Mooreใช้ทรงกลมโลหะและลูกล้อโลหะเช่นกันทำให้ที่มี friction ต่ำ และส่งกำลังได้น้อย ส่วนของ วิทยา วันณณสุโกประสิทธิ์ และ ศิริศักดิ์ สิริเกษมสุข [1] นั้นมีการออกแบบนำลูกโบริ่งมาทำซึ่งจะทำให้ CVT ที่ได้มีขนาดใหญ่เกินไป กล่าวคือโครงสร้างของ CVT ซึ่งเป็นลูกโบริ่งนี้ มีเส้นผ่านศูนย์กลางถึง 8.5 " ขนาดดังกล่าวนี้ไม่สะดวกนักในการออกแบบให้ประกอบกับแขนกล เนื่องจากมีขนาดใหญ่และมีน้ำหนักมาก เพราะฉะนั้นจึงได้มีการออกแบบ CVT ที่ใช้ใน Serial-Link Cobot โดยเฉพาะ โดย CVT ที่ต้องการมีทรงกลมขนาดประมาณ 1.5-2 นิ้ว และมีน้ำหนักเบา ดังนั้นจึงเลี่ยงทรงกลมที่ทำจากโลหะเช่นเหล็ก จากการค้นหาของที่มีงานพบว่าลูกสนุกเกอร์เป็นทรงกลมที่มีความเที่ยงตรงสูง มีความเป็น homogeneous ของวัสดุและมีผิวเรียบ นอกจากนั้นยังหาได้ง่าย ลูกสนุกเกอร์มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 1/6 " จึงมีขนาดพอเหมาะกับการใช้งาน นอกจากนี้การใช้ CVT -ขนาดเล็กยังสามารถลด

ปัญหาในการออกแบบเฟืองดอกจอกที่มีมุมของแกนทำมุมกัน 45° อีกด้วย[1] เฟืองดอกจอกที่มีมุมของแกนทำมุมกัน 45° นี้หาได้ยากในประเทศไทย ดังนั้นการออกแบบจึงเปลี่ยนมาใช้เฟืองดอกจอกที่มีมุมของแกนทำมุมกัน 90° แทน การออกแบบในลักษณะนี้ทำให้มีความกะทัดรัดง่ายต่อการติดตั้งและประกอบใน serial link cobot.



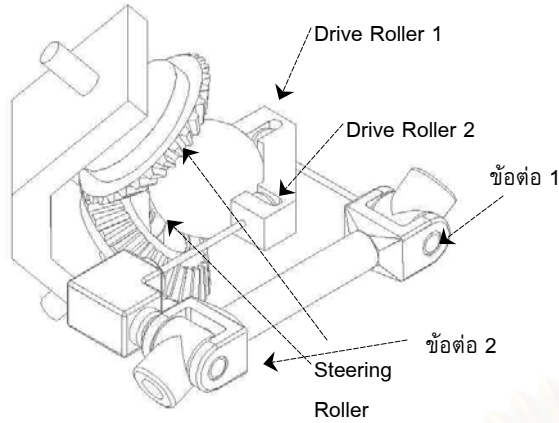
รูปที่ 3 CVT ใน top view



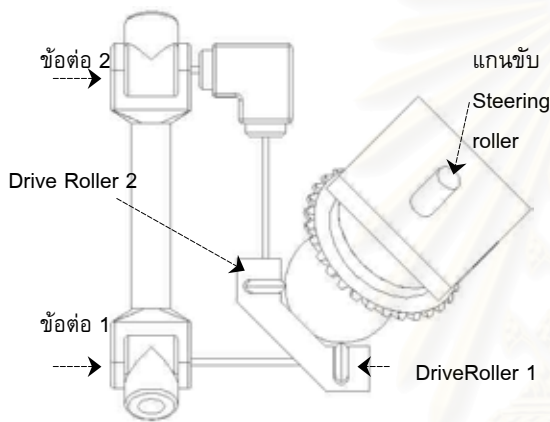
รูปที่ 4 แสดงส่วนประกอบของ CVT

3.2 การต่อ CVT เข้ากับ Cobot

Serial link Cobot ที่ออกแบบในที่นี้ มีลักษณะคือ เป็นแขนกล 2 ข้อต่อ ข้อต่อแต่ละข้อต่อจะถูกเชื่อมเข้ากับ CVT โดยผ่านระบบส่งกำลัง ดังรูป 5 ในการส่งผ่านการเคลื่อนที่เข้าไปยังข้อต่อแต่ละข้อต่อนั้น ข้อต่ออันหนึ่งจะถูกต่อกับเพลลาของ drive roller 1 และข้อต่ออีกอันหนึ่งจะถูกต่อกับเพลลาของ drive roller 2 การในลักษณะนี้คือการต่อแบบควบคุมความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมของข้อต่อทั้งสอง โดยที่อัตราส่วนของความเร็วเชิงมุมของข้อต่อทั้งสองสามารถปรับได้อย่างต่อเนื่อง โดเมนการหมุนเปลี่ยนมุมมองตาของ เพลลา Steering Axis



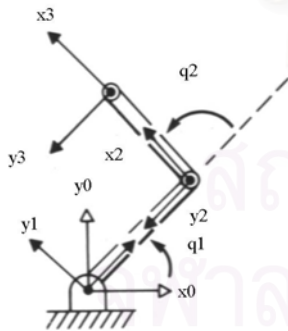
รูปที่ 5 แสดงการต่อ CVT เข้ากับแขนกล



รูปที่ 6 แสดงการต่อ CVT เข้ากับแขนกล (top view)

4. Kinematics ของ Cobot (Simple Model)

Cobot ที่ออกแบบไว้สามารถจำลองแบบได้ดังรูป



รูปที่ 6 แบบจำลองของแขนกล

จากแบบจำลองดังกล่าว สามารถหา Transformation Matrix ของปลายแขนหุ่นได้ดังนี้ [7]

$${}^0_3T = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & c_1l_1 + c_{12}l_2 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & s_1l_1 + s_{12}l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เมื่อ c_1, s_1 คือ $\sin(q_1), \cos(q_1)$ และ c_{12}, s_{12} คือ $\sin(q_1+q_2), \cos(q_1+q_2)$ ตามลำดับ

จะได้ว่าตำแหน่งที่ปลายแขน Cobot เมื่อวัดเทียบกับพิกัดของฐาน Cobot คือ

$$P = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1l_1 + c_{12}l_2 \\ s_1l_1 + s_{12}l_2 \end{bmatrix} \quad \dots(1)$$

ความเร็วเชิงเส้นของปลายแขนเทียบกับฐานคือ

$${}^0v_3 = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1s_1 \dot{q}_1 - l_2s_{12}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ l_1c_1 \dot{q}_1 + l_2c_{12}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots(2)$$

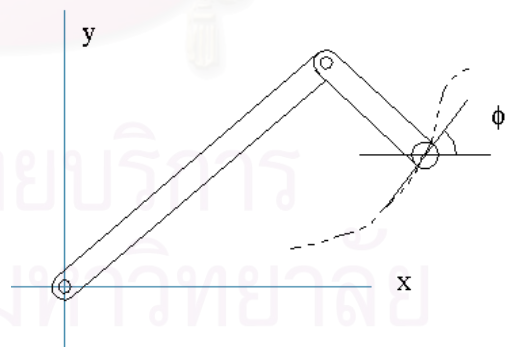
และจะได้ว่า Jacobian ของระบบคือ

$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1s_1 & -l_2s_{12} & -l_2s_{12} \\ l_1c_1 & l_2c_{12} & l_2c_{12} \end{bmatrix} \quad \dots(4)$$

... (3)

ซึ่งจะทำให้ทราบความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ปลายแขน และความเร็วเชิงมุมของข้อต่อได้

การควบคุมทางเดินของแขนกลนั้นไม่สามารถทำได้โดยการขยับข้อต่อโดยตรง เนื่องจากผู้ใช้เป็นผู้บังคับการเคลื่อนที่ของ Cobot สิ่งที่ Cobot ทำได้ก็คือการกำหนดทิศทางของแขนกล การทำงานของ Cobot เป็นไปดังภาพ

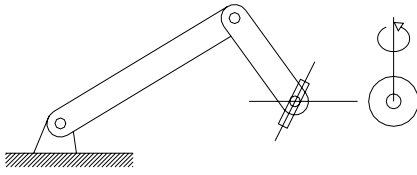


รูปที่ 7 แสดงทางเดินของปลายแขนและมุมที่ทำกับแกน X เส้นทางเดินของปลายแขนกลสามารถกำหนดความสัมพันธ์ได้คือ

$$\frac{v_y}{v_x} = \tan(\phi) \quad \dots(5)$$

สมมติว่ามีล้ออยู่ที่ปลายแขน ดูรูปที่ 8 การควบคุมเส้นทางสามารถทำได้โดยการปรับเปลี่ยนแกนหมุนของล้อให้สัมพันธ์ไปกับเส้นโค้ง นั้น

คือปรับให้มุมล้อทำมุม ϕ กับแกน x ทำให้ได้ความตั้งสมการข้างต้น ดังรูป



รูปที่ 8 แสดงทางเดินของปลายแขนที่มีล้อแบบ Unicycle Cobot และมุมที่ทำกับแกนระนาบ

เช่นเดียวกับกรณีที่มีล้อ ถ้าต้องการควบคุมเส้นทางของปลายแขน ก็ทำได้โดยการควบคุมความเร็วที่ปลายแขนให้เป็นอัตราส่วนที่ต้องการ อัตราส่วนความเร็วที่ปลายแขนสามารถผ่าน Jacobian ทำให้เป็นอัตราส่วนของอัตราเร็วเชิงมุมของทั้ง 2 ข้อต่อได้ ดังนั้น Cobot สามารถควบคุมทางเดินได้โดยการควบคุมอัตราส่วนของอัตราเร็วเชิงมุมของทั้ง 2 ข้อต่อผ่านตัว CVT

5.สรุป

งานวิจัยฉบับนี้นำเสนอ Cobots: Collaborative Robots รุ่นยนต์ที่ออกแบบให้ทำงานร่วมกับมนุษย์ได้อย่างปลอดภัย งานวิจัยฉบับนี้ได้กล่าวแนะนำการทำงานและหลักการของ Unicycle Cobot และกล่าวถึงการพัฒนา Cobot แบบแขนกลและได้ออกแบบ Cobot joint แบบ spherical CVT ที่มีน้ำหนักเบาและขนาดเล็กเพื่อใช้ประกอบและประยุกต์ใช้กับ Cobot แบบแขนกล ในปัจจุบันที่ทีมงานวิจัยกำลังดำเนินการพัฒนาสร้างต้นแบบและระบบการควบคุม Serial Link Cobot

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ ศุภพน จันทรพัฒน์ ในการวาดรูปประกอบ

เอกสารอ้างอิง

- [1] วิทยา วัฒนสุโขประสิทธิ์ และ ศิริศักดิ์ สิริเกษมสุข “ การออกแบบและควบคุม ISVT” ,การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15 พค.2544
- [2] Wannasuphprasit, W., Akella, P., Peshkin, M. A. and Colgate, J. E., (1998), "Cobots, A Novel Material Handling Technology," 98-WA/MH-2, Presented at the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Anaheim, California.
- [3] W. Wannasuphprasit, R.B. Gillespie, J.E. Colgate, M.A. Peshkin, "Cobot Control", Proceeding of the IEEE 1997 International Conference on Robotics & Automation, pp. 3571-3576, 1997.
- [4] Colgate, J.E., Peshkin, M.A. and Wannasuphprasit, W., (1996), "Nonholonomic Haptic Display," IEEE International

Conference on Robotics and Automation. Minneapolis, pp. 539-544.

- [5] M. Peshkin, J.E. Colgate, W. Wannasuphprasit, P. Akella, B. Gillespie, C. Moore, "Cobot architecture", to be published in the IEEE Transactions on Robotics and Automation.
- [6] C. Moore, "Continuously Variable Transmission for Serial Link Cobot Architectures", Master's thesis, Department of Mechanical Engineering, Northwestern University, March 1997.
- [7] John J.Craig, "Introduction to Robotics, Mechanics and control" 2nd Edition

หุ่นยนต์โคบอทแบบขนาน Parallel Cobot

วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ และ ธนโชติ ชีพสุมล
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
กรุงเทพมหานคร 10330, โทร 0-2218-6610-1, โทรสาร 0-2252-8889, E-Mail : fmewwn@kankrow.eng.chula.ac.th

Wittaya Wannasuphprasit and Tanachote Cheepsuam
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University
Bangkok 10330, Thailand, Tel (662)0-2218-6610-1, Fax : 0-2252-8889

บทคัดย่อ

โคบอท(Cobot) หรือ COlaborative roBOT เป็นแนวความคิดเชิงวิทยาการหุ่นยนต์ในการที่จะทำให้หุ่นยนต์สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ได้โดยปลอดภัย การทำงานของระบบหุ่นยนต์โดยทั่วไปจะเป็นการทำงานในระบบแอคทีฟ(Active System) เมื่อทำงานโดยตรงกับมนุษย์แล้วจะออกแรงกระทำกับผู้ใช้โดยตรงซึ่งจะทำให้เกิดอันตรายได้ โคบอทเป็นการทำงานในระบบพาสซีฟ(Passive System) การทำงานแบบนี้นอกจากจะทำให้เกิดความปลอดภัยในการทำงานแล้วยังนำความสามารถของทั้งมนุษย์และหุ่นยนต์มาใช้ร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพอีกด้วย การทำงานดังกล่าว โคบอทต้องใช้อุปกรณ์การส่งถ่ายกำลังที่ปรับอัตราส่วนได้อย่างต่อเนื่องหรือ ซี วี ที (CVT-Continuously Variable Transmission) โดยต่อพ่วง ซี วี ที เข้ากับข้อต่อของโคบอท การต่อพ่วง ซี วี ที นั้นมี 2 ลักษณะคือ การต่อพ่วงแบบอนุกรมและแบบขนาน การต่อพ่วงแบบขนานนั้นมีข้อดีคือ สามารถจัดปัญหา Singularity ของ ซี วี ที ได้ และยังสามารถใส่กำลังผ่านเข้าไปให้กับโคบอทได้อีกด้วย งานวิจัยฉบับนี้จะเป็นการศึกษาถึงการทำงานของโคบอทแบบขนาน โดยอธิบายถึงตัวอย่างโคบอทที่ออกแบบไว้ การเชื่อมต่อโคบอทแบบขนาน เสาขการทำงานของโคบอท ระบบควบคุมโคบอทซึ่งเป็นการควบคุมโดยให้อินพุทของระบบแปรตามตำแหน่งของโคบอทซึ่งต่างจากระบบควบคุมทั่วไปที่อินพุทของระบบแปรตามเวลาและการใส่กำลังให้กับโคบอท

Abstract

Cobot or Collaborative Robot is a novel robotics concept designed for directly and safely cooperates with human operator. A Cobot is a passive system. (Also can make it active if wanted). Unlike a conventional robot that requires power interact directly with human, Cobots utilize CVTs (continuous variable transmissions) impose nonholonomic constraints on their joints. There are two methods of connecting CVTs: parallel and serial connections. Parallel connection eliminate singularity and enable

power to transmit to the system. In this paper we describe a parallel cobot, CVT connection, cobot framework and powering the cobot.

1. บทนำ (Introduction)

การทำงานของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมในปัจจุบันนั้น เป็นการทำงานในระบบแอคทีฟ(Active System) กล่าวคือหุ่นยนต์จะมีการออกแรงกระทำที่ปลายแขน ระบบดังกล่าวอาจจะไม่ปลอดภัยสำหรับมนุษย์ในกรณีที่ต้องทำงานร่วมกับหุ่นยนต์ ความปลอดภัยในการทำงานของมนุษย์ร่วมกับหุ่นยนต์นี้เองที่เป็นที่มาของแนวความคิดเกี่ยวกับโคบอท แนวความคิดนี้ได้นำเอาข้อดีเปรียบของมนุษย์เช่น การแก้ปัญหาเฉพาะหน้า การรู้จักการใช้ประสาทสัมผัสทั้ง 5 และข้อดีเปรียบของหุ่นยนต์เช่น ความแม่นยำหรือ ความคงที่ในการทำงาน มาผสมผสานกัน

โคบอทจะทำงานในระบบพาสซีฟ(Passive System) กล่าวคือโคบอทจะไม่สร้างแรงกระทำโดยตรงต่อมนุษย์ แต่จะทำเพียงกำหนดทิศทางของมนุษย์ไปสู่เป้าหมาย เช่นถ้าต้องการให้เกิดการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง โคบอทก็จะการสร้างกำแพงเสมือน(Virtual wall) เป็นเส้นตรงขึ้นมา จะทำให้มนุษย์รู้สึกว่ามีกำแพงอยู่จริง จึงสามารถทำงานโดยการไถลไปตามกำแพงได้ ซึ่งจะทำให้เกิดทั้งความรวดเร็วและแม่นยำในการทำงาน

หลักการการทำงานของโคบอทคือ การเปลี่ยนทิศทางของแรงของผู้ใช้ให้เป็นไปตามเส้นทางที่โคบอทออกแบบไว้ การควบคุมทิศทางดังกล่าวสามารถทำได้โดยการควบคุมอัตราส่วนของความเร็วในแต่ละแกนของโคบอท การทำงานของโคบอทสามารถทำได้ 2 แบบคือ 1.แบบอิสระโคบอทจะยอมให้ผู้ใช้เคลื่อนโคบอทได้อย่างอิสระโดยการปรับเปลี่ยนการเคลื่อนที่ของโคบอทให้เป็นไปตามการเคลื่อนที่ของผู้ใช้ และ 2.แบบบังคับ โคบอทจะบังคับเส้นทางให้ผู้ใช้เคลื่อนที่ ถ้าผู้ใช้งานเคลื่อนที่ จะต้องเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่กำหนดไว้ หลักการทำงานโดยละเอียดสามารถดูได้ใน [1]

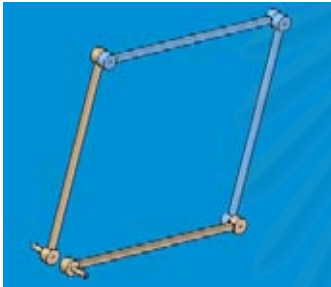
อุปกรณ์ที่ควบคุมอัตราส่วนความเร็วของโคบอทที่มีโครงสร้างแบบข้อต่อหมุนก็คือ CVT ตัว CVT จะทำหน้าที่ควบคุมอัตราส่วนความเร็ว

เชิงมุมของแต่ละข้อต่อ อัตราส่วนดังกล่าวสามารถแปลงเป็นอัตราส่วนของความเร็วเชิงเส้นที่ปลายแขนโคบอทได้ โดยจะกล่าวถึงรายละเอียดต่อไป สำหรับตัวอย่างและหลักการทํางานของ CVT นั้นสามารถหาดูได้ใน [2]

งานวิจัยชิ้นนี้ จะกล่าวถึงการเชื่อมต่อ CVT เข้ากับโคบอท โดยจะเน้นรายละเอียดในการเชื่อมต่อแบบขนาน การใส่กำลังให้กับโคบอท และการควบคุมโคบอทซึ่งต่างจากการควบคุมหุ่นยนต์ทั่วไป โดยที่การควบคุมโดยทั่วไป สัญญาณการควบคุมจะสัมพันธ์กับเวลา แต่การควบคุมโคบอทนั้น สัญญาณควบคุมจะสัมพันธ์กับตำแหน่งของโคบอท

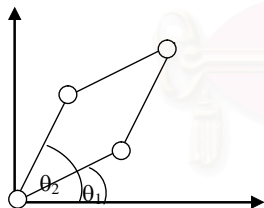
2. ลักษณะของโคบอทแบบขนาน

โคบอทที่ใช้ในงานวิจัยชิ้นนี้มีการออกแบบโดยมีลักษณะเป็น bar 4 bars โดยลักษณะการวางตัวของทั้ง 4 bar จะวางตัวเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังรูป



รูปที่ 1 ลักษณะของโคบอทที่ออกแบบไว้

การออกแบบดังกล่าวจะทำให้โคบอทสามารถเคลื่อนที่ได้ 2 มิติในระนาบตั้งฉากกับพื้นดิน



รูปที่ 2 Diagram ของหุ่น

สำหรับการออกแบบ CVT จะออกแบบโดยใช้หลักการเดียวกับ [2] แต่จะมีขนาดเล็กกว่า ลักษณะของ CVT ที่ออกแบบไว้เป็นไปดังรูป



รูปที่ 3 CVT ที่ออกแบบไว้เบื้องต้น

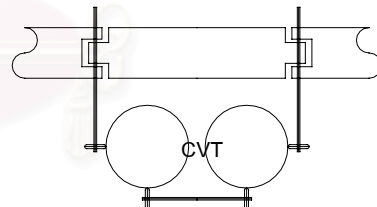
3. การเชื่อมต่อ CVT (CVT Connecting)

การต่อ CVT เข้ากับโคบอทนั้นสามารถทำได้ 2 ลักษณะคือ 1 .แบบอนุกรม และ 2. แบบขนาน การต่อแบบอนุกรมนั้นเป็นการเชื่อมต่อ CVT เข้ากับข้อต่อที่ต้องการควบคุมอัตราส่วนต่อกันโดยตรงการต่อแบบนี้ เครือข่ายการต่อทำโดยการต่อ CVT แต่ละตัว เข้ากับข้อต่อที่ละคู่จนได้อัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของทุกข้อต่อ ดังนั้นถ้าโคบอทมีข้อต่ออยู่ n ข้อ ก็จะต้องใช้ CVT ทั้งหมด n-1 ตัว ส่วนการต่อแบบขนานนั้นจะมีข้อต่อกลางอยู่ โดยการต่อเชื่อมโครงข่ายของ CVT นั้นจะเป็นการต่อเชื่อมระหว่างข้อต่อแต่ละตัวกับข้อต่อกลาง ความเร็วของข้อต่อกลาง ω_0 จะสัมพันธ์กับความเร็วของแต่ละข้อต่อ ω_i ดังสมการ

$$\omega_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i}{\sum_{i=1}^n T_i} \tag{1}$$

โดยที่ T_i คืออัตราส่วนความเร็วระหว่างข้อต่อแต่ละข้อกับข้อต่อกลางที่ CVT แต่ละตัวสร้างขึ้นมา

ในกรณีการต่อเครือข่ายแบบขนานนั้นจำนวน CVT ที่ใช้กับข้อต่อ n ข้อ จะมีจำนวน n จำนวน ซึ่งจะมากกว่าในกรณีการต่อแบบอนุกรมอยู่ 1 ตัว ข้อดีของการต่อเครือข่ายแบบขนานคือ เป็นการกำจัด singularities ของ CVT แต่ละตัว กล่าวคือในขณะที่ต้องการให้อัตราส่วนความเร็วของ 2 ข้อต่อเข้าใกล้อนันต์นั้น CVT ไม่สามารถสร้างอัตราส่วนขนาดดังกล่าวได้ การใช้ข้อต่อกลางจะไม่ทำให้เกิดอัตราส่วนดังกล่าว[4] จึงป้องกันการเกิดปัญหา singularity ได้ นอกจากนี้ข้อดีของการต่อเครือข่ายแบบขนานอีกอย่างคือทำให้ใส่กำลังให้กับโคบอทได้ง่าย



รูปที่ 4 การต่อ CVT 2 ตัวแบบขนาน

4. กรอบการทํางานของโคบอท (Cobot's Framework)

ในการควบคุมโคบอทนั้นจำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่ไปสู่สเปซต่างๆ สเปซที่เกี่ยวข้องกับการทํางานของโคบอทแบ่งได้เป็น 4 ประเภทคือ 1.Configuration space (C_T) บอกถึงตำแหน่งของปลายแขนโคบอท 2.Joint Space (C_J) บอกถึงตำแหน่งของแต่ละข้อต่อของโคบอท 3.Coupling Space (\sum_i)บอกถึงความสัมพันธ์ของตำแหน่งของข้อต่อ 2 ข้อต่อซึ่งค่าอนุพันธ์ของมันสัมพันธ์กันโดยผ่านกลไกของ CVT และ4.Steering Space (Φ)บอกถึงมุมที่ CVT ต้อง Steer ไป รายละเอียดของแต่ละ space เป็นดังนี้

4.1 Configuration Space (C_T)

เช่นเดียวกับระบบหุ่นยนต์ทั่วไป C_T ก็คือเซตของการเคลื่อนที่ของปลายแขนของโคบอทนั้นเอง โดยถ้าเป็นการเคลื่อนที่ของโคบอทที่ออกแบบไว้ 2 มิติ อาจแทนเวกเตอร์การเคลื่อนที่ได้โดยเวกเตอร์ $R = [x \ y]^T$ เวกเตอร์ที่สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ซึ่งบอกถึงทิศทางความเร็วของ R คือ \vec{T} และเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ซึ่งจะบอกถึงความโค้งของ R คือ $\kappa\vec{N}$ จะเห็นได้ว่าหลักการควบคุมโคบอทก็คือการควบคุมเวกเตอร์ \vec{T} ให้เป็นไปตามที่ออกแบบไว้นั่นเอง

4.2 Joint Space (C_J)

C_J คือเซตของการเคลื่อนที่ที่บอกลักษณะการเคลื่อนที่ของข้อต่อแต่ละข้อต่อซึ่งจะขึ้นอยู่กับลักษณะของตัวโคบอทเอง ถ้าเป็นโคบอทที่ออกแบบไว้จะได้ว่าเวกเตอร์การเคลื่อนที่ใน C_J คือ $q = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ ความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์การเคลื่อนที่ใน C_J, q กับ เวกเตอร์การเคลื่อนที่ใน C_T, R ดังนี้

$$q = L(R) \quad (2)$$

โดยที่ L ก็คือ Inverse Kinematics นั้นเอง

เวกเตอร์สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ใน C_J, \vec{T}_J และเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ใน $C_J, \kappa_J\vec{N}_J$ มีความสัมพันธ์กับ \vec{T} และ $\kappa\vec{N}$ ดังสมการ

$$T_J = \frac{JT}{|JT|} \quad (3)$$

$$\kappa_J N_J = \frac{[I - T_J T_J^T]}{|JT|^2} [T^T H_{ii} T + J \kappa N] \quad (4)$$

โดยที่ $J = \frac{\partial L}{\partial R}$ คือ Jacobian Matrix นั้นเอง และ

$H_{ii} = \frac{\partial J_{(i,k)}}{\partial R}$ คือ Hessian Matrix นั้นเอง

4.3 Coupling Space (Σ_i)

Σ_i เป็นเซตการทำงาน 2 มิติที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของข้อต่อ 2 ข้อต่อ นั่นคือเป็นการมอง C_J ให้เป็น 2 มิติที่ละคู่ นั่นเอง จะเห็นได้ว่า Σ_i เป็นเซตการทำงานที่ให้ค่าอัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของแต่ละข้อต่อเพื่อนำไปใช้ควบคุมการทำงานของ CVT นั้นเอง เวกเตอร์การเคลื่อนที่ใน Σ_i, r_i สามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์กับ q ได้ดังนี้

$$r_i = M_i(q) \quad (5)$$

โดยความสัมพันธ์ M ในที่นี้จะเพียงการเขียน q ให้เป็นคู่ๆ ออกมาทีละคู่ๆ นั่นเอง แต่ในกรณีที่การข้อต่อเข้ากับ CVT มีการทดรอบเกิดขึ้น จะต้องมีการอัตราทดคูณเข้ากับข้อต่อที่ทำการทดรอบด้วย

เวกเตอร์สัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ใน Σ_i, \vec{t}_i และเวกเตอร์ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ใน $\Sigma_i, \kappa_i\vec{n}_i$ มีความสัมพันธ์กับ \vec{T}_J และ $\kappa_J\vec{N}_J$ ดังสมการ

$$t_i = \frac{D_i T_J}{|D_i T_J|} \quad (6)$$

$$\kappa_i n_i = \frac{[I - t_i t_i^T]}{|D_i T_J|^2} [D_i \kappa_J N_J] \quad (7)$$

$$\text{โดยที่ } D_i = \frac{\partial M_i}{\partial q}$$

ในกรณีการต่อแบบขนานนั้นจะเห็นได้ว่าสมาชิกหนึ่งใน r_i จะเป็นตำแหน่งของข้อต่อกลางซึ่งดูเหมือนว่าจะไม่เป็นการจับคู่ระหว่างสมาชิกใน C_J แต่ถ้าดูจากสมการ (1) จะทำให้ทราบได้ว่าตำแหน่งของข้อต่อกลางนี้มีความสัมพันธ์กับผลรวมของตำแหน่งของข้อต่อทุกข้อต่อเอง

4.4 Steering Space (Φ)

Φ_i เป็นเซตการทำงาน 1 มิติที่บอกถึงตำแหน่งของมุมที่ CVT จะต้องปรับเพื่อให้การเคลื่อนที่ในเสปซต่างๆเป็นไปตามที่กำหนด ความสัมพันธ์ระหว่าง Φ_i กับ Σ_i จะขึ้นอยู่กับลักษณะของตัว CVT ในกรณีของ CVT แบบหมุนที่ใช้ในงานวิจัยนี้จะได้ว่าค่าอัตราส่วนความเร็วที่ CVT สร้างออกมา[4]คือ

$$T(\Phi) = \frac{\omega_{2i}}{\omega_{1i}} = \frac{\sin(\Phi) - \sqrt{2} \cos(\Phi)}{\sin(\Phi) + \sqrt{2} \cos(\Phi)} \quad (8)$$

จะได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่าง Φ_i กับ Σ_i หาได้ดังนี้

$$\vec{t}_i = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\Phi_i) - \sqrt{2} \cos(\Phi_i)}{\sqrt{(2 + 2\cos^2(\Phi_i))}} \\ \frac{\sin(\Phi_i) + \sqrt{2} \cos(\Phi_i)}{\sqrt{(2 + 2\cos^2(\Phi_i))}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1i} \\ t_{2i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

สำหรับการต่อแบบขนานนั้น จะเกิดปัญหาอยู่อย่างหนึ่งคือการที่ใช้ CVT เกินความจำเป็นมา 1 ตัว ซึ่งจะทำให้มีสมการ constraint เกินมา 1 สมการ วิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวทำได้โดยการกำหนดค่าอัตราส่วนของ CVT ขึ้นมา 1 ค่า จากนั้นก็จะสามารถทำการแก้สมการหาอัตราส่วนของ CVT ที่เหลือได้

เซตการทำงานที่ได้กล่าวถึงนี้เป็นเซตการทำงานสำหรับกรณีทั่วไป อย่างไรก็ตามอาจมีโคบอทบางลักษณะที่เซตการทำงานซ้ำกัน เช่นในกรณีที่โคบอทมีลักษณะเป็น x-y Table จะพบว่า C_J และ C_T เป็นเซตเดียวกัน การหาการเคลื่อนที่ในเสปซต่างๆจึงลดลง

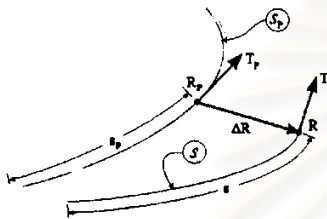
ในการแปลงจาก Φ ไปสู่ C_T จะเป็น Forward Kinematicธรรมดาซึ่งจะสามารถหาผลการแปลงในรูปทั่วไปได้ในกรณีที่โคบอทมี

ลักษณะโครงสร้างแบบอนุกรมเช่นโคบอทที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ดังนั้นในส่วนนี้จึงไม่ขอกล่าวถึงมากนัก

เมื่อหาการเคลื่อนที่ในสเปซการทำงานต่างๆได้แล้ว จะสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของโคบอท โดยการควบคุมการหมุนของมอเตอร์ของ CVT ได้

5.การควบคุมโคบอท (Cobot Control)

เนื่องจากระบบการทำงานของโคบอทเป็นแบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นการควบคุมจะใช้วิธี Input-Output Linearizations ในการควบคุม แต่ Parameters ที่ใช้ในการควบคุมจะขึ้นอยู่กับตำแหน่ง ไม่ขึ้นอยู่กับเวลา รายละเอียดในการควบคุมเป็นดังนี้



รูปที่ 5 เส้นทางเคลื่อนที่ของโคบอท:ที่มาจาก [3]

ในการควบคุมจะต้องมีเส้นทางที่กำหนดไว้ซึ่งก็คือ Sp ดังรูป เส้นทางเคลื่อนที่ของโคบอทคือ S ดังนั้นเป้าหมายการควบคุมก็คือทำให้ S ≡ Sp นั่นเอง

ในการเคลื่อนที่ขณะใดๆ โคบอทจะเคลื่อนที่อยู่บนเส้นทาง S เป็นระยะ s โดยมีเวกเตอร์สัมผัสและตั้งฉากคือ T̄ และ κN̄ ตามลำดับ ในเส้นทาง Sp เส้นทางที่สมมูลกับ s คือ sp ซึ่งไม่สามารถวัดได้ แต่จะหาได้จากสมการการควบคุม เมื่อทราบค่าของ sp ก็จะสามารถหาเวกเตอร์เคลื่อนที่สมมูลบน Sp, Rp และเวกเตอร์สัมผัสและตั้งฉาก T̄p และ κpN̄p ได้ เมื่อทราบเวกเตอร์เคลื่อนที่บน Sp ก็สามารปรับเวกเตอร์การเคลื่อนที่บน S ให้เคลื่อนเข้าหา Sp จน S ≡ Sp ได้ สมการการควบคุมเป็นดังนี้

กำหนดให้ State ของระบบคือ เวกเตอร์ความผิดพลาดของการเคลื่อนที่ ดังนี้

$$X = \begin{bmatrix} R(s) - R_p(s_p) \\ R'(s) - R'_p(s_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta R \\ \Delta R' \end{bmatrix} \quad (10)$$

และกำหนดให้ Output ของระบบคือความผิดพลาดของการเคลื่อนที่

$$Y = \Delta R \quad (11)$$

จะสามารถหาพลวัตของระบบได้ดังนี้

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} T(s) - T_p(s_p)s'_p \\ \kappa N - s''_p T_p(s_p) - (s'_p)^2 \kappa_p N_p(s_p) \end{bmatrix} \quad (12)$$

โดยวิธี Feedback Linearization จะได้ว่า Control Law ของระบบเป็นดังนี้

$$U = M^{-1}(v - b) \quad (13)$$

$$\text{โดยที่} \quad M = (I - TT^T - T_p T_p^T) \quad (14)$$

$$\text{และ} \quad b = -(s''_p)^2 \kappa_p N_p \quad (15)$$

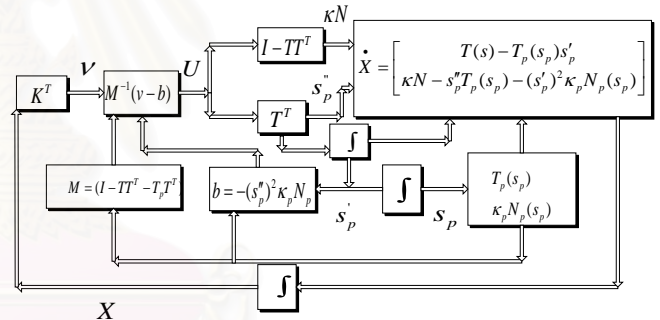
จะเห็นได้ว่า U ออกแบบมาเพื่อเปลี่ยนผลของความไม่เชิงเส้นของพลวัตให้เป็นเชิงเส้น จากนั้น V จึงทำหน้าที่ควบคุมระบบที่เปลี่ยนเป็นเชิงเส้นแล้วให้ Output หรือความผิดพลาดในการเคลื่อนที่เข้าสู่ 0 นั่นเอง

จาก Control Law ที่ออกแบบไว้จะได้ว่า U สามารถแยกเป็น 2 แนว คือแนวขนานกับ T̄ และแนวตั้งฉากกับ T̄ ได้ดังสมการ

$$\text{แนวขนาน} \quad s''_p = T^T U \quad (16)$$

$$\text{แนวตั้งฉาก} \quad \kappa N = (I - TT^T) U \quad (17)$$

จากสมการ (16) จะสามารถหา sp ได้ซึ่งจะทำให้หาค่าไปใช้ต่อได้ โดยสรุปแล้วสามารถเขียนเป็น Block Diagram สำหรับการควบคุมได้ดังนี้



รูปที่ 6 Block Diagram สำหรับการควบคุมโคบอท

6.การใส่กำลังให้กับโคบอท (Powering Cobot)

ในกรณีที่เป็นการต่อโครงข่ายแบบขนานนั้น จะสามารถใส่กำลังให้กับข้อต่อกลางได้ ขณะที่ไม่ได้ใส่กำลังนั้น ข้อต่อกลางจะหมุนอิสระโดยความเร็วของข้อต่อกลางคือ[5]

$$\omega_0 = \frac{T^T J(R)u}{T^T T} \quad (18)$$

โดยที่ u คือขนาดของความเร็วที่ปลายของโคบอทซึ่งเป็นความเร็วที่มนุษย์สร้างขึ้นมาเอง T̄ คือเวกเตอร์ของ Transmission ratio ของแต่ละ CVT หรือเท่ากับ [T1 T2]^T ในกรณีโคบอทในงานวิจัยนี้

ในกรณีที่ใส่กำลังให้กับข้อต่อกลางนั้น ข้อต่อกลางจะมีทั้งกำลังและความเร็วเกิดขึ้น ความเร็วนี้จะไม่ตรงกับความเร็วในสมการ (18) อีกต่อไป ซึ่งจะทำให้ความเร็วที่ปลายโคบอทนั้นไม่ใช่ความเร็วที่มนุษย์สร้างแต่จะมีความเร็วดังนี้

$$V_{xyz} = J^{-1}(R) \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \omega_0 \quad (19)$$

และแรงที่ปลายโคบอทจะไม่เป็นไปตามที่ผู้ใช้ออกแบบ แต่จะเป็นไปตามสมการดังนี้

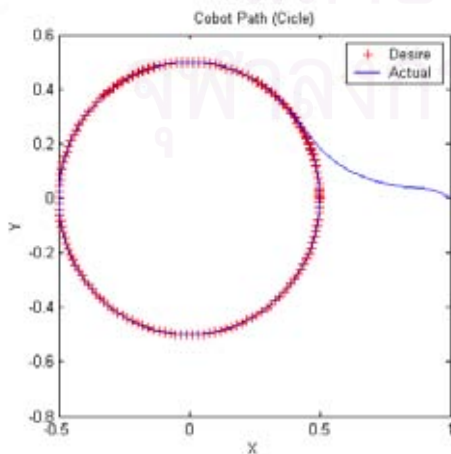
$$F_{xy} = J^T \begin{bmatrix} \frac{1}{T_1} \\ \frac{1}{T_2} \end{bmatrix} \tau_0 \quad (20)$$

F_{xy} คือแรงที่ปลายแขนของโคบอทและ τ_0 เป็นแรงบิดที่ข้อต่อกลางสร้างขึ้นมา

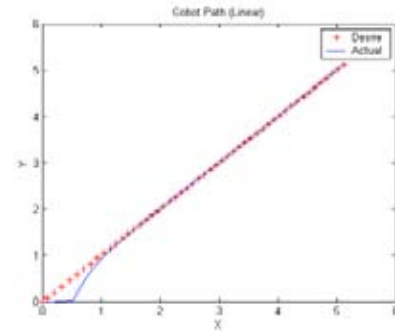
จะเห็นได้ว่าการใส่กำลังให้กับโคบอทในทิศทางเคลื่อนที่เท่านั้น แต่ในทิศทางตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ยังคงความเป็น *passive* อยู่ การใส่กำลังก็มีข้อดีคือสามารถเพิ่มแรงซึ่งจะช่วยเสริมการทำงานของมนุษย์ให้ไม่ต้องออกแรงมาก ช่วยลดความเสี่ยงความเสียหาย ความเร่งและความหน่วงทรงมวล นอกจากนี้ยังสามารถควบคุมความเร็วในการเคลื่อนที่ของโคบอทได้อีกด้วย งานวิจัยนี้ได้นำข้อได้เปรียบดังกล่าวมาใช้ในการชดเชยแรงโน้มถ่วงของระบบซึ่งจากแบบที่ออกแบบไว้จะเห็นได้ว่าโคบอทจะต้องมีการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง ดังนั้นผู้ใช้จะต้องรับภาระของแรงโน้มถ่วงจากน้ำหนักที่โคบอทรับไว้ การใส่กำลังจะทำให้ผู้ใช้สามารถเคลื่อนที่ได้ง่ายขึ้นโดยไม่ต้องคำนึงถึงผลของน้ำหนัก นอกจากนี้ในกรณีที่ไม่มีการเคลื่อนที่ โคบอทยังสามารถตั้งอยู่ในรูปแบบเดิมได้อีกด้วย

7. ผลการทดลอง (Simulating Result)

ในส่วนนี้จะเป็นการนำเสนอผลการทดลอง โดยการจำลองทางเดินของโคบอท 2 แบบ คือ วงกลมและเส้นตรงทำมุม 45 องศากับแนวระนาบ รูปที่ 7 และ 8 นำเสนอเส้นทางเดินของโคบอทแบบวงกลมและแบบเส้นตรงตามลำดับ โดยกำหนดให้มีความผิดพลาดของตำแหน่งในตอนเริ่มต้น จากนั้นจึงทำการควบคุมให้โคบอทวิ่งเข้าสู่เส้นทางที่ออกแบบไว้ จากรูปทั้ง 2 จะเห็นได้ว่าเส้นทางเดินของโคบอทซึ่งแสดงด้วยเส้นทึบจะวิ่งเข้าหาเส้นทางที่ออกแบบไว้ซึ่งแสดงเครื่องหมาย +

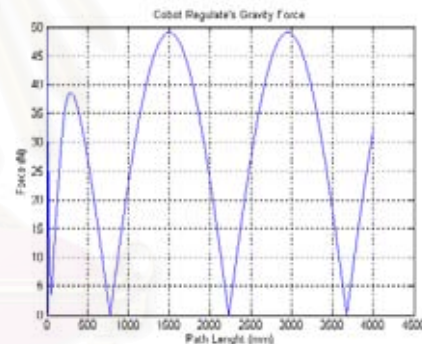


รูปที่ 7 เส้นทางเดินของโคบอทแบบวงกลม



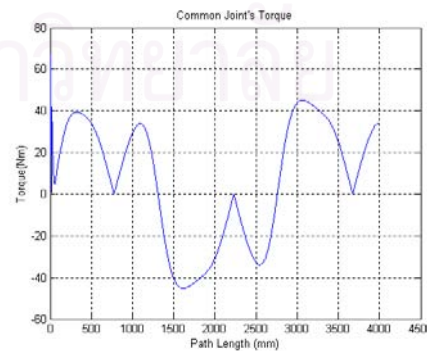
รูปที่ 8 เส้นทางเดินของโคบอทแบบเส้นตรง

ในการทำงานของโคบอทนั้น โคบอทจะต้านทานแรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ ในกรณีที่มีแรงกระทำในแนวขนานกับการเคลื่อนที่ มนุษย์จะต้องแบกรับภาระนั้นไว้ ดังเช่นในรูปที่ 9 แสดง ภาระที่มนุษย์ต้องรับไว้เนื่องจากน้ำหนัก โดยกำหนดให้ภาระดังกล่าวมีค่าสูงสุด 5 กิโลกรัมและการเคลื่อนที่เป็นแบบสวิตซ์ เส้นทางที่เคลื่อนที่เป็นดังรูปที่ 7 จะเห็นว่าเมื่อตำแหน่งของโคบอท อยู่ด้านบนสุดและล่างสุดของวงกลม มนุษย์จะไม่ต้องรับภาระจากแรงโน้มถ่วงเนื่องจากมีการเคลื่อนที่ตั้งฉากกับแรงโน้มถ่วง และในตำแหน่งอื่นๆ ภาระดังกล่าวจะมีค่าเปลี่ยนไปตามทิศทางเคลื่อนที่ดังแสดงในรูป



รูปที่ 9 แรงโน้มถ่วงที่มนุษย์ต้องรับภาระไว้ในกรณีการเคลื่อนที่แบบวงกลม

รูปที่ 10 แสดงค่าแรงบิดที่ข้อต่อกลางต้องกระทำเพื่อให้ภาระในรูปที่ 9 เป็นมีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 10 แรงบิดที่ข้อต่อกลางบิดเพื่อชดเชยแรงโน้มถ่วงที่มนุษย์ต้องรับภาระ

8.สรุป (Conclude)

งานวิจัยชิ้นนี้ได้กล่าวถึงการเชื่อมต่อ CVT เข้ากับโคบอท จำนวน CVT ที่ใช้ในการเชื่อมต่อทั้งในแบบขนาน การใส่กำลังให้กับโคบอท นอกจากนี้ยังได้อธิบายวิธีการควบคุมโคบอทซึ่งเป็นแบบไม่เชิงเส้นแปรตามค่าตำแหน่งไม่ใช่เวลาและในวงรอบการควบคุมยังต้องหาค่าความยาวของเส้นทางที่กำหนดไว้ s_p ไปพร้อมๆกันอีกด้วย โดยก่อนหน้านี้นี้ก็ได้กล่าวถึงการแปลงการเคลื่อนที่ไปสู่เลขต่างๆเพื่อที่จะสามารถควบคุมตำแหน่งมอเตอร์ของโคบอทให้ปลายโคบอทเคลื่อนที่ตามที่ต้องการได้

9.เอกสารอ้างอิง (Reference)

- [1] วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ และ ธนโชติ ชีพสุมล “ ,Cobot แบบแขนกล” ,การประชุมเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15 พค.2544
- [2] วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์ และ ศิริศักดิ์ สิริเกษมสุข“ ,การออกแบบและควบคุม ISVT” ,การประชุมเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15 พค.2544
- [3] R. B. Gillespie, .J.E. Colgate, M.A. Peshkin, “A General Framework for Cobot Control,” IEEE Trans. Robot. Automat., Vol.17, pp.391-401, Aug. 2001.
- [4] R. B. Gillespie, .J.E. Colgate, W. Wannasuphprasit, C. Moore, J. Santos-Munne, A. Lorenz, P. Akella, M.A. Peshkin, “Cobot architecture,” IEEE Trans. Robot. Automat., Vol.17, pp.377-391, Aug. 2001.
- [5] J.E. Colgate, C. Moore, M.A. Peshkin, “A Three Revolute Cobot Using CVTs in Parallel,” ASME Preceeding of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition
- [6] J. J. Slotine and W. Li ,”Applied Nonlinear Control” ,Prentice Hall ,1991

333 Parallel CVT Mechanisms*

Witaya Wannasuphprasit¹⁾, Thanachote Cheepsumol²⁾

CVTs are a class of transmissions that have been used extensively in several areas especially in automobile applications. This research work describes a mechanism utilizes two *Infinite Adjustable Variable Transmissions: IACVTs* connected together in parallel to provide redundant ratios of transmission. In addition, power can separately be added to or removed from the system if required. Simple bond graph models of single IACVTs and CVT network are presented. Applications and control issues are also discussed.

Keywords: CVTs, Transmission, Cobots, Collaborative Robot,

1. INTRODUCTION

CVTs or Continuous Variable Transmission is one of the key elements commonly used in automobile applications as well as on several power train systems. Currently, there are several commercial CVTs available. Most of them use friction principles and have limit range of ratios and operation, and in addition, they cannot perform positive and negative ratios without additional devices. For example in Fig 1, the ratio of a belt CVT varies by control input and output pulley diameters which have certain range due to geometry constraint.

The transmission ratio of CVTs used in this work is an infinitely adjustable that range from $-\infty$ to ∞ [1,2,4,5]. These CVTs firstly introduced as a components for a new class of robotic device called Cobots, *Collaborative Robots* [1].

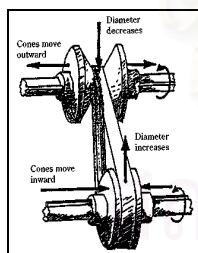


Figure 1: V-belt. Source from [10]

Unlike conventional applications of CVTs, this paper presents an ongoing work on a mechanical power system that used redundant CVTs.

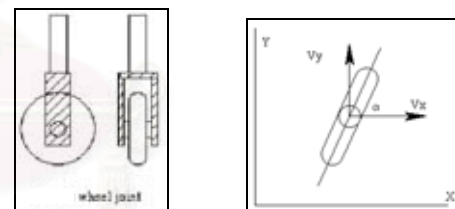
*Presented at 2004 JSAE Annual Congress

1), 2) Human Robotics Laboratory, Dept. of Mechanical Engineering, Chulalongkorn University
Bangkok 10330, Thailand
witaya.w@eng.chula.ac.th

This mechanical network requires numbers of CVTs equal to number of DOF of the mechanism. In our case, a two DOF mechanism prototype that connected with two parallel CVTs is being build and tested.

2. IACVTs : INFINITELY ADJUSTABLE CVTs

A simplest CVT is a mechanism that have been used for a long time is a wheel. Colgate, Peshkin and Wannasuphprasit [1] proposed a wheel joints as a CVTs to couple linear velocities. Refer to Fig 2, the ratio between V_y and V_x is $\tan(\alpha)$, where α is a steering angle of the wheel. The ratio is adjustable.



α (deg)	0	45	90	135
ratios	∞	1	0	-1

Figure 2: Wheel IACVT [1]

While wheel CVT is simple and easy to use, for application that required rotational motion, additional transmissions or different CVTs are needed. Moore and Peshkin [2,4], proposed a spherical IACVT that couple angular velocities of input and output shaft.

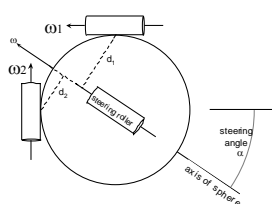


Figure 3: Spherical IACVT [1]

Refer the Fig 3, the sphere acts like a friction gear. The sphere is constrained in the center. Only movement that allowed is the rotation about so called an axis of rotation. The transmission ratio of input to output is ratio of d_1/d_2 . Given ϕ the steering angle. The details of work can be found in ref [4]. The effective transmission ratio T can be written as

$$T \equiv \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_2}{d_1} = \tan \left[\tan^{-1} \left(\frac{\tan \alpha}{\sqrt{2}} \right) - 45^\circ \right] \quad (1)$$

3. PARALLEL IACVTs

Most applications utilize one CVT to transmit and change ratio of flow/effort between input and output. This section describes mechanisms that use several CVTs coupling single input and multiple outputs.

3.1 Parallel wheel IACVTs

In recent years, several researchers proposed mechanisms using several wheel CVTs. In 1997 Wannasuphprasit [6] introduced *Scooter*, a passive mechanism that used three wheel CVTs commonly coupled to the ground. Scooter has planar workspace (x,y,θ). The direction of motions depends on the wheel steering angles. Path movement can be controlled by steering each wheel according to the control law. Scooter can be control in translation (x-y) and rotation (θ). Refer to Ref [6] for details of this work.

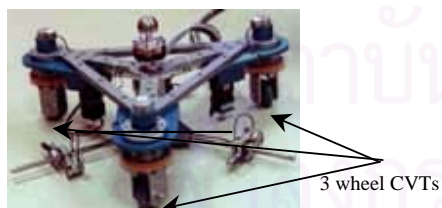


Figure 4: Scooter [6]

Another work introduced later last year was a 3D Passive Manipulator that used similar three wheel CVTs similar to Scooter. Rather than using ground (floor) as a common link, however, all three wheel CVTs are coupled directly to a sphere. Another key difference is all wheel CVTs are stationary, but the sphere moves. The sphere has three-rotation workspace (roll, pitch, yaw). The rotation axis of the sphere is determined by wheel

steering angles.

Since the sphere workspace has limited applications, here a manipulator mechanism is placed on top of the sphere and convert roll, pitch, and yaw sphere rotations to x, y, and z transnational workspace [8].



Figure 5: 3DP Manipulator

Parallel wheel IACVT mechanisms have several advantages. They are stiff and can handle reasonable load. One application of these devices is a guidance machine. In an automobile plant, an Industrial version of Scooter had developed and tested to guide human operator in heavy assembly job.

3.2 Powered Parallel Spherical IACVTs

Although parallel wheel IACVT mechanisms performed well and even tested in a real application [7], there are several shortcomings. First it is difficult to extend more than three wheel CVTs. Second there is no effective way to inject power to system. One solution is to power the wheel itself, but normally will required at least two powered wheels. Also this posts a challenge design problem on the wheel CVTs requiring quick response and continuous steering angle without joint limits.

To solve this problems, Moore [2], and Wannasuphprasit [7] used a parallel network of spherical CVTs that can add powered to the system.

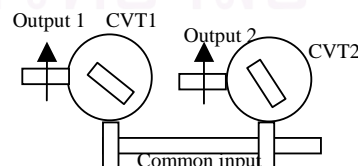


Figure 6: Parallel CVT Network. In this case two CVTs are used.

The system has one common input and multiple outputs. The number of CVTs required is equal to number of outputs. The inputs of each CVT are connected to the common link (common input) and the outputs of each CVTs are then independently controlled by its own transmission ratio. The great advantage of this arrangement is that the system requires only one power source regardless of numbers of outputs. The system is the most efficient because all power will transmit to the direction of motion. There were previous works and prototypes [2,7] on parallel spherical CVTs. However, several issues need to be addressed, for example, CVTs compliance effects, Internal Inertia effect of the transmission, gravitational compensation on the output, and various control issues.

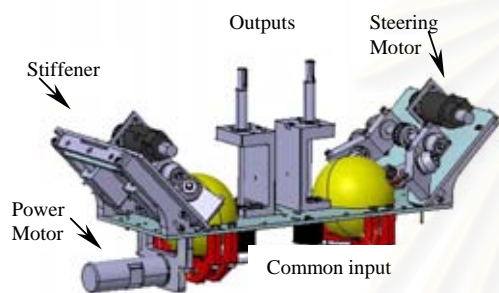
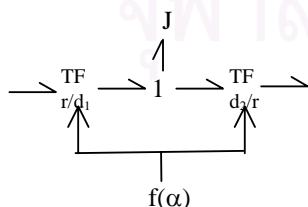


Figure 7: Parallel IACVT Test bed

To investigate and verify these challenges, we designed a parallel CVT test bed consisting of two spherical IACVTs [9]. The design is simple and symmetry. Both inputs of CVTs are connected together by a common shaft, which is attached with a power motor. The outputs are intentionally designed to open, so they can be used in several configurations. Each CVT is preloaded by springs inside stiffeners. The preload force can be easily adjusted.

3.3 Modeling

To have a better understanding of the Parallel IACVT characteristics, we model this mechanism. First single spherical CVT is modeled using bond graph. A simple bond graph is shown below.



Here, d_1 and d_2 are the distances from rolling axis of the sphere to input and output rollers (see Fig 3), r is the

roller radius, and J is the moment of inertia of the sphere ($J_{\text{sphere}} = 2mr^2 / 5$). The ratios of both transformers are adjustable and are function of steering angle α . From the bond graph above, it is easily to see that the overall transmission relations of effort and flow from input to output are:

$$e_{\text{output}} = m_1 m_2 e_{\text{input}} = \frac{d_2}{d_1} e_{\text{input}}$$

$$f_{\text{input}} = m_1 m_2 f_{\text{output}} = \frac{d_2}{d_1} f_{\text{output}}$$

For bond graphing our test bed, the inputs are connected together and have the same velocity. The motor inertia is included. Note that all friction and small pulley, shaft, and roller inertia, are neglected. Fig 8 shows the bond graph model of complete test bed system.

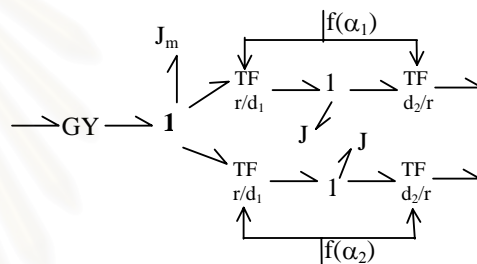


Figure 8: A Bond Graph Model of Parallel Spherical CVTs

3.4 Prototyping

According to the design details in last section, the test bed is constructed and assembled. The sphere is made of 4-inch acrylic. The steering rollers, input and output rollers are custom made from polyurethane. All frames and structures are made from aluminum. The pictures of the test bed prototype are displayed in Fig 9-10.



Figure 9: Top and Bottom Pictures of the Stiffener

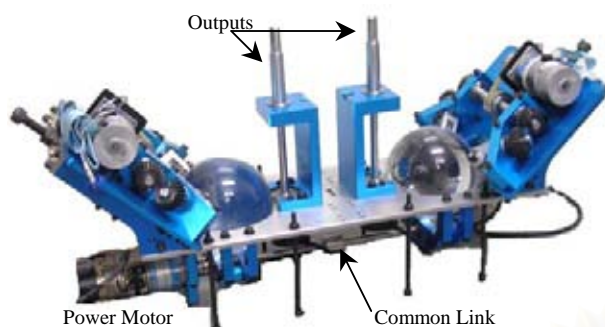


Figure 10: Isotropic Picture of the Parallel IACVT Prototype

4 SUMMARY

We described the parallel network of wheel CVTs and spherical CVTs. The spherical CVT network has advantage in expandability and flexibility of adding power to the system. This unique system requires only one power source regardless of numbers of outputs. The simple bond graph models of single spherical CVTs and parallel spherical CVT mechanism are proposed. In addition we designed and developed a test bed prototype to investigate characteristic and control aspects.

5 APPLICATIONS AND FUTURE WORK

Kinematics of these work have been analyzed in some certainS. The details can be found in Ref [2,5,6]. On-going work are modeling of this system in more details such as including slip of roller and sphere. Furthermore we are interested in dynamics behavior, inertia transparency, and apparent isotropic inertia of operation, and gravitational compensation control and for an attached mechanism.

Applications of these concepts are enormous. For examples, we can connect a close chain mechanism at the outputs of test bed and become a robotics manipulator. Other applications include multi DOF mechanisms such as all wheel drive vehicle.

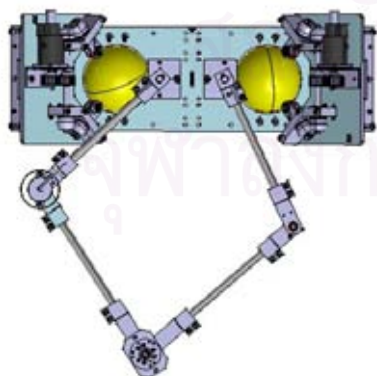


Figure 11: A manipulator prototype.

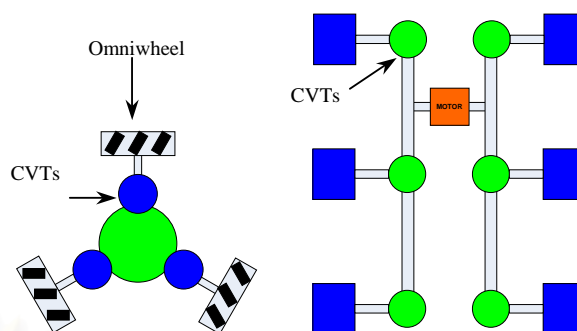


Figure 12: Illustrations of CVT network applications in mobile mechanism

Acknowledgement

Authors would like to acknowledge funding from, Faculty of Engineering and Grad Office of Chulalongkorn University. In addition we thank Mr. Panupong Taepeetekul, Mr Yongyut Kulsarawut, Panu Boonwattanapas, and Mr Sirisak Sirikasemsuk for their effort and help.

REFERENCES

- [1] Colgate, J. E., W. Wannasuphprasit and M. A. Peshkin, *Cobots: Robots for Collaboration with Human Operators*. 1996, International Mechanical Engineerin Congress and Exposition. Atlanta.
- [2] Carl A. Moore, Michael A. Peshkin, J. Edward Colgate, *Design of a 3R Cobot Using Continuously Variable Transmissions*, 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Detroit MI
- [3] Karnopp D. C., Margolis D.L., and Rosenberg R.C., *System Dynamics*, 3rd edition Wiley-Interscience.
- [4] M.A. Peshkin, J.E. Colgate, and C.A. Moore. *Passive Robots and Haptic Displays based on nonholonomic elements* , 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 551-556.
- [5] M.A. Peshkin, J.E. Colgate, C.A. Moore, W. Wannasuphoproisit, R.B. Gillespie, and P. Akella, *Cobot Architecture*, *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol.17,pp. 377-389, Aug. 2001.
- [6] Wannasuphoproisit, W., Gillespie, R. Brent, Colgate, J. E. and Peshkin, M. A., *Cobot Control*, 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, Vol. 4, pp. 3571-3576.
- [7] Wannasuphoproisit, W., Akella, P., Peshkin, M., Colgate, *Cobots: A Novel Material Handling Technology*, J.E. International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Anaheim, ASME 98-WA/MH-2, 1998.
- [8] Wannasuphoproisit, W., and Sirikasemsuk, S. *The design and development of 3DP cobotic manipulator*, *Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE2002)*. New Orleans, Louisiana, 2002, code IMECE2002-33839.
- [9] *Design of Parallel CVT Mechanism*, Senior Project 2003, Mechanical Engineering, Chulalongkorn University, Bangkok Thailand.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายธนโชติ ชีพสุมล เกิดเมื่อวันที่ 24 ตุลาคม พ.ศ.2521 ที่กรุงเทพมหานคร หลังจากจบมัธยมศึกษา ปีที่ 6 จาก โรงเรียน ปทุมคงคา ได้เข้าศึกษาต่อในคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และสำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2542 และได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีพ.ศ. 2543

ในระหว่างศึกษาระดับปริญญาโทนี้ ผู้เขียนได้เขียนบทความเข้าสู่การประชุมวิชาการระดับชาติ 2 บทความคือ “Cobot แบบแขนกล” ซึ่งตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการเครือข่ายเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15, พ.ศ. 2544 และ “โคบอทแบบขนาน” ซึ่งตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการเครือข่ายเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 17, พ.ศ. 2544 และมีบทความที่รอการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการระดับนานาชาติคือ “Parallel CVT Mechanisms” ซึ่งรอการตีพิมพ์ใน JSAE Annual Congress, October 2004

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย