

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- ขนิษฐา คำทอง. การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. ในหลวงกับการศึกษา : ฟ้าทศวรรษสิริราชสมบัติ. กรุงเทพมหานคร : อัมรินทร์พรินติงแอนด์พับลิชชิง, 2539.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540-2544). กรุงเทพมหานคร, 2540.
- จักรพันธ์ ทองเอียด. การพัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิว สำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต สาขาวิชาการประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย, 2540.
- ไตรรงค์ เจนการ. การพิสูจน์ร่องรอยกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์. วิทยารักษ์, ปีที่ 86 (มกราคม 2531):14-21.
- นวลน้อย เจริญผล. ยุทธศาสตร์สำหรับการแก้โจทย์ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์ ปริมาณ 42 ฉบับที่ 482-484 พฤศจิกายน-ธันวาคม 2541 - มกราคม 2542.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชา คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537.
- พร้อมพรรณ ยุคมลिन. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. สำนักงานทดสอบทางการศึกษาและ จิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2540.
- เพ็ญรุ่ง เพ็ชรกิจ. การพัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ สำหรับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต สาขาวิชาการประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.
- ยุพิน พิพิธกุล. การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์. ฉบับที่ 485-484 (กุมภาพันธ์-เมษายน 2542) : 5.
- ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทการพิมพ์, 2539.

- ยุรวรรณ คล้ายมงคล. การศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534.
- วาริ ธีรจิตร. เทคนิคและวิธีการสอนในระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
- วิชาการ, กรม. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533). กรุงเทพมหานคร, 2535.
- สายพิน สร้อยทองคำ. ผลของมีกสร้างตัวแทนปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรกของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2537.
- สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาปีการศึกษา 2538. กรุงเทพมหานคร : ฝ่ายส่งเสริมมาตรฐานการศึกษา กรมวิชาการ, 2540.
- สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. รายงานผลการประเมินคุณภาพศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพมหานคร : ฝ่ายส่งเสริมมาตรฐานการศึกษา กรมวิชาการ, 2542.
- สิริพร ทิพย์คง. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. วารสารคณิตศาสตร์. 38(กรกฎาคม-สิงหาคม 2537) : 58-59.
- สุมาลี วงศ์ยะวา. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพ กับไม่ใช้ภาพ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต สาขาวิชาการประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.
- สุวร กาญจนมยุร. เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา. เล่ม 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช., 2535.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์. เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1-7. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2539.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาษาอังกฤษ

- Adam, Sam., Ellis, Leslie C. and Beeson B. F. **Teaching mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach.** New York : Harper & Row, 1977.
- Anderson, Kenneth B. and Pingry, R. E. **Problem-solving in Mathematics. The Learning of Mathematics ; Its Theory and Practice,** Westing D.C. : The National Council of Teacher of Mathematics, 1973.
- Baker, Dorothy E. The effect of self - generated drawing on the ability of students with learning disabilities to solve mathematical word problems. **Dissertation Abstracts International** 53-08 (1992) : 2762-A.
- Baroody, Arthur J. **Children's Mathematical Thinking.** New York : Teacher College Press, 1987.
- Bell, Fredrick H. **Teaching and learning mathematics in secondary school.** Dubuque,Iowa: Wm.C. Brown Company Publishers,1978.
- Bitter, Gary G. **Mathematics method for the elementary and middle school: a comprehensive approach.** Boston : Allyn and Bacon, 1989.
- Burks, Linda C. The use of writing as means of teaching eight - grade students use executive processes and heuristic strategies to solve mathematics problems. **Dissertation Abstracts International** 54-11 (1993) : 4019-A.
- Carrol, William M., Porter, Dennise. Invented Strategies (Can develop meaningful Mathematics Procedures) **Teaching Children Mathematics.** Volume 3. Number 7. March. 1977 : 370-373.
- Cronbach, Lee J. **Essentials of Psychological Testing** 3<sup>rd</sup> ed. New York: Harper and Row Publisher Co., 1970
- Cruikshank, Douglas E. and Sheffield, Linda J. **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics.** New York: Macmillan Publishing Compana,1992.
- Fiksdal, Janel K. The effects of instruction in the use of problem- solving strategies and problem - solving performance of preservice elementary education majors. **Dissertation Abstracts International** 57-03 (1995) : 1064-A.
- Hatfield, Mary M., Edwards, Nancy T. and Bitter Gary G. **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School.** Boston : A Division of Simon & Schuster, 1993.

- Heddens, James W. and Speer, William R. **Today's Mathematics seventh edition.** The United States of America, 1992.
- Hudgins, Bryce B. **Learning and Thinking: A Primer for Teachers.** Illinois : F.E. Peacock Publishers, 1977.
- Kennedy, Leonard M. and Tipps, Steve. **Guiding Children's Learning of Mathematics International.** Thomson Publishing, 1994.
- Krulik, Stephen and Reys, Robert E. **Problem Solving in School Mathematics.** Washing D.C. The National Council of Teacher of Mathematics, 1980.
- LeBlance, John F. You Can Teach Problem Solving. **Arithmetic Teacher.** 25 (November 1977) 16-20.
- Lembke, Linda O. The development of concepts and strategies used in solving percent problems. **Dissertation Abstracts International** 52-6 (1991) : 2057-A.
- Mattingly, Donna K. A comparison of students taught how to use heuristics in problem - solving with students who have not had explicit instruction in the use of heuristics. **Dissertation Abstracts International** 53-2 (1992) : 434-A.
- Musser, Gary L. and Burger, William F. **Mathematics for elementary teacher a contemporary approach.** New York: Macmillan publishing company, 1988.
- Olson, Judith. Problem Solvers (What Shapes Can You Make). **Teaching Children Mathematics.** Volume 5. Number 6, 1999 : 330-333.
- Polya George. **How to solve it.** 2<sup>nd</sup> ed. New York : 1957.
- Polya, George. **How to solve it.** New Jersey : Princeton University Press, 1973.
- Reys, Robert E., Suydam, Marily N. and Lindquist, Mary M. **Helping children learn mathematics.** Needham Heights, Massachusetts, 1995.
- Riedesel, Alan C. **Teaching elementary school mathematics.** New Jersey: Prentice Hall, 1990
- Thomas, David A. **Children, Teachers and Mathematics.** Needham Heights, Massachusetts, 1991.
- Weinberg, Susan. Going beyond ten black dots. **Teaching Children Mathematics.** Volume 2. March. 1976 : 432-435.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก  
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

**ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาภาคคณิตศาสตร์  
และแบบสัมภาษณ์ประกอบการสังเกตกลวิธีในการใช้แก้ปัญหาภาคคณิตศาสตร์**

1. รองศาสตราจารย์ปรีชา เนาว์เย็นผล      สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
2. อาจารย์ไทรรงค์ เจนการ      สำนักงานทดสอบทางการศึกษา  
กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
3. อาจารย์นวลน้อย เจริญผล      ศึกษานิเทศก์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ
4. อาจารย์เปรมวิรัตน์ ชวรมปรีชา      อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์  
โรงเรียนศรีลำาโพงอุปถัมภ์ สุโขทัย

**ผู้ทรงคุณวุฒิในการหาความเที่ยงของการสังเกตกลวิธีในการใช้แก้ปัญหาภาคคณิตศาสตร์**

1. รองศาสตราจารย์ปรีชา เนาว์เย็นผล      สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

สถาบันวิจัยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข  
ตัวอย่างการคำนวณหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตัวอย่างการคำนวณหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. การคำนวณหาค่าความเที่ยง ของแบบสอบถามวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha-Coefficient) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ  $\alpha$  แทนค่าความเที่ยงของแบบสอบถาม

$k$  แทนจำนวนข้อสอบในแบบสอบถาม

$S_i^2$  แทนความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

$S_t^2$  แทนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

เนื่องจาก  $k = 8$ ,  $\sum_{i=1}^k S_i^2 = 55.13$ ,  $S_t^2 = 152.99$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } \alpha &= \frac{8}{8-1} \left[ 1 - \frac{55.13}{152.99} \right] \\ &= 0.73 \end{aligned}$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. การคำนวณหาค่าความยากง่าย (Index of Difficult) และอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัยของ ดี อาร์ วิทเนย์ และ ดี แอล ซาเบอร์ (D. R. Whitney and D. L. Sabers) ดังนี้

$$\text{ความยากง่าย (Index of Difficult)} = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$\text{อำนาจจำแนก (Index of Discrimination)} = \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$S_h$	แทนผลรวม $f_x$ ของคะแนนกลุ่มสูง
	$S_l$	แทนผลรวม $f_x$ ของคะแนนกลุ่มต่ำ
	$X_{\max}$	แทนคะแนนสูงสุดที่ได้
	$X_{\min}$	แทนคะแนนต่ำสุดที่ได้
	$n_t$	แทนจำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
	$n_h$	แทนจำนวนคนในกลุ่มสูง

ข้อมูลจากข้อ 1 ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

$$S_h = 107.00, S_l = 53.00, X_{\max} = 10.00, X_{\min} = 1.50, n_t = 22, n_h = 11$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า Index of Difficult} &= \frac{107.00 + 53.00 - (22)(1.50)}{22(10.00 - 1.50)} \\ &= 0.68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า Index of Discrimination} &= \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})} \\ &= \frac{107.00 - 53.00}{11(10.00 - 1.50)} \\ &= 0.68 \end{aligned}$$

ตารางที่ 9 ค่าความยากง่าย ( P ) และค่าอำนาจจำแนก ( r ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เนื้อหา/จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยากง่าย ( P )	ค่าอำนาจจำแนก ( r )
<b>1. ทศนิยม</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบ ทศนิยม	1	0.68	0.58
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ หาร ทศนิยม	2	0.36	0.34
<b>2. เศษส่วน</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบ เศษส่วน	3	0.38	0.30
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ หาร เศษส่วน	4	0.53	0.33
<b>3. สมการ</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ	5	0.48	0.53
	6	0.37	0.41
<b>4. อัตราส่วนและร้อยละ</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	7	0.33	0.36
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ	8	0.41	0.44

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 ค่าความยากง่าย ( P ) และค่าอำนาจจำแนก ( r ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ แก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหา/จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยากง่าย ( P )	ค่าอำนาจจำแนก ( r )
<b>1. เศษส่วนและทศนิยม</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน	1	0.60	0.75
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม	2	0.36	0.30
<b>2. พื้นที่</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่รูปสามเหลี่ยม	3	0.58	0.39
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม	4	0.34	0.25
<b>3. สมการ</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ	5	0.57	0.31
	6	0.59	0.39
<b>4. อัตราส่วนและร้อยละ</b>			
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	7	0.28	0.24
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ	8	0.41	0.50

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 ค่าความยากง่าย ( P ) และค่าอำนาจจำแนก ( r ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เนื้อหา/จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยากง่าย ( P )	ค่าอำนาจจำแนก ( r )
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1	0.31	0.44
2. สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2	0.33	0.25
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	0.35	0.39
3. ระบบสมการเชิงเส้น			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	4	0.46	0.53
4. อัตราส่วนตรีโกณมิติ			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ	5	0.32	0.23
5. พื้นที่ผิวและปริมาตร			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร	6	0.39	0.26
	7	0.33	0.35
6. สมการกำลังสอง			
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการกำลังสอง	8	0.34	0.33

ตารางที่ 12 แสดงการหาค่าความตรงของการสังเกตกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
ระหว่างผู้ทรงคุณวุฒิ และผู้วิจัย

กลวิธี	ความถี่ของกลวิธีที่สังเกตพบ		ร้อยละ ผู้ทรงคุณวุฒิ	ร้อยละ ผู้วิจัย	ร้อยละ ผลต่าง
	ผู้ทรงคุณวุฒิ	ผู้วิจัย			
1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ	0	0	0	0	0
2. กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้าง แบบจำลอง	4	4	13.79	14.81	1.02
3. กลวิธีสร้างตาราง	0	0	0	0	0
4. กลวิธีใช้ตัวแปร	11	11	37.93	40.74	2.81
5. กลวิธีค้นหารูปแบบ	0	0	0	0	0
6. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี	0	0	0	0	0
7. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง หรือ ทางอ้อม	0	0	0	0	0
8. กลวิธีทำย้อนกลับ	0	0	0	0	0
9. กลวิธีสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่	2	1	6.90	3.70	3.20
10. กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย	12	11	41.38	40.74	0.64
รวม	29	27	100	100	7.67

จากตารางที่ 12

$$\pi = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e}$$

$$P_o = \frac{1.00 - 0.0767}{0.9233} = 0.9233$$

$$P_e = \frac{(0.4138)^2 + (0.3793)^2}{0.17 + 0.14} = 0.31$$

$$\pi = \frac{0.9233 - 0.31}{1.00 - 0.31} = 0.89$$

ตารางที่ 13 แสดงการหาค่าความเที่ยงของการสังเกตกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
ของผู้วิจัยระหว่างครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

กลวิธี	ความถี่ของกลวิธีที่สังเกตพบ		ร้อยละ ครั้งที่ 1	ร้อยละ ครั้งที่ 2	ร้อยละ ผลต่าง
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2			
1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ	0	0	0	0	0
2. กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้าง แบบจำลอง	4	4	14.81	14.29	0.52
3. กลวิธีสร้างตาราง	0	0	0	0	0
4. กลวิธีใช้ตัวแปร	11	11	40.74	39.28	1.46
5. กลวิธีค้นหารูปแบบ	0	0	0	0	0
6. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี	0	0	0	0	0
7. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง หรือ ทางอ้อม	0	0	0	0	0
8. กลวิธีทำย้อนกลับ	0	0	0	0	0
9. กลวิธีสร้างปัญหาขึ้นใหม่	1	1	3.70	3.57	0.13
10. กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย	11	12	40.74	42.86	2.12
รวม	27	28	100	100	4.23

จากตารางที่ 13

$$\pi = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e} \qquad \pi = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e}$$

$$P_o = \frac{1.00 - 0.0423}{0.9577} = \frac{0.9577}{1.00 - 0.33}$$

$$P_e = \frac{(0.4286)^2 + (0.3928)^2}{0.18 + 0.15} = \frac{0.6277}{0.67}$$

$$= 0.33 \qquad = 0.94$$



ภาคผนวก ค  
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 14 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การออกข้อสอบอัตนัยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เนื้อหา / จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่
<b>1. ทศนิยม</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบ ทศนิยม	1
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ ทหาร ทศนิยม	2
<b>2. เศษส่วน</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบ เศษส่วน	3
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ ทหาร เศษส่วน	4
<b>3. สมการ</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ	5-6
<b>4. อัตราส่วนและร้อยละ</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	7
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ	8
<b>รวม</b>	<b>8</b>

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**  
**โจทย์ปัญหาเรื่อง ทศนิยม เศษส่วน สมการ และ อัตราส่วนและร้อยละ**

**ข้อชี้แจง**

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบสอบชนิดอัตนัย เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และกลวิธีในการใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นโจทย์ปัญหาเรื่อง ทศนิยม เศษส่วน สมการ และ อัตราส่วนและร้อยละ ในรายวิชา ค 101 และ ค 102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบบทดสอบมีจำนวน 8 ข้อ ซึ่งแบ่งได้ ดังนี้

- |                                       |             |
|---------------------------------------|-------------|
| 1. โจทย์ปัญหาเรื่องทศนิยม             | จำนวน 2 ข้อ |
| 2. โจทย์ปัญหาเรื่องเศษส่วน            | จำนวน 2 ข้อ |
| 3. โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ              | จำนวน 2 ข้อ |
| 4. โจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ | จำนวน 2 ข้อ |

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ และ ทดเลขหรือแสดงวิธีที่ช่วยในการหาคำตอบลงในที่ว่าง ที่เว้นไว้ในแบบทดสอบ

3. แบบทดสอบฉบับนี้ ให้คะแนนข้อละ 10 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้ปัญหา ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนนั้นเป็นอิสระต่อกัน

4. แบบสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 80 นาที

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. ในการหลอมโลหะทองเหลืองโบหนึ่ง มีส่วนผสมของโลหะ โดยมีน้ำหนักดังนี้ ทองแดง 10.05 กิโลกรัม สังกะสี 9.187 กิโลกรัม ที่เหลือจะเป็นน้ำหนักของเหล็ก ถ้าน้ำหนักของกะทะทองเหลืองเป็น 25.5 กิโลกรัม ต้องใช้เหล็กหนักเท่าไร

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- น้ำหนักของเหล็กที่ใช้ในการหลอมกะทะ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- น้ำหนักทองแดง 10.05 กิโลกรัม

- น้ำหนักสังกะสี 9.187 กิโลกรัม

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	น้ำหนักทองแดง	10.05	กิโลกรัม
	น้ำหนักสังกะสี	9.187	กิโลกรัม
	น้ำหนักทองแดงรวมกับน้ำหนักสังกะสี =	$10.05 + 9.187$	กิโลกรัม
		= 19.237	กิโลกรัม
	ถ้าน้ำหนักกะทะทองเหลืองเป็น	25.5	กิโลกรัม
	น้ำหนักของเหล็กจะเท่ากับ	= $25.5 - 19.237$	กิโลกรัม
		= 6.263	กิโลกรัม
	ตอบ น้ำหนักของเหล็กเท่ากับ	6.263	กิโลกรัม

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน ( คะแนนเต็ม 10 คะแนน )

- |   |     |   |       |
|---|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้         | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน )                      |     |   |       |
| (2.1) แทนค่าการหามวลของทองแดงกับสังกะสีรวมกันได้            | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) คิดคำนวณน้ำหนักของทองแดงกับสังกะสีรวมกันได้           | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) แทนค่าการหามวลต่างน้ำหนักของกะทะทองเหลือง กับเหล็กได้ | ให้ | 2 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง                        | ให้ | 2 | คะแนน |

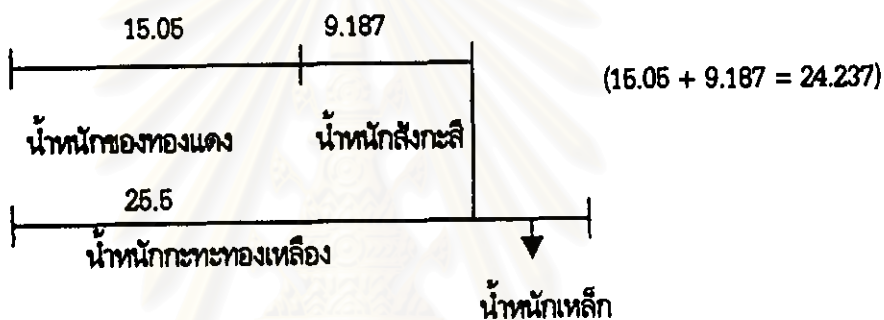
3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

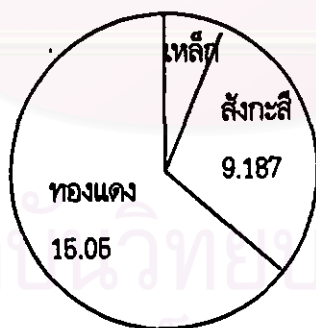
กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หาน้ำหนักของทองแดงกับสังกะสีรวมกัน โดยนำน้ำหนักของทองแดงและน้ำหนักของสังกะสี ที่โจทย์กำหนดบวกกัน
2. หามวลต่างของน้ำหนักของกะทะทองเหลือง กับน้ำหนักของทองแดงและน้ำหนักของสังกะสีรวมกันจะได้น้ำหนักของเหล็ก โดยนำน้ำหนักที่มากกว่าเป็นตัวตั้ง ลบด้วยน้ำหนักที่น้อยกว่า จะได้คำตอบที่โจทย์ถาม

กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



หรือ



เหล็ก = กะทะ - (ทองแดง + สังกะสี)

สถาบันวิจัยปฏิบัติการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ห้องนอนห้องหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3.50 เมตร ยาว 4.50 เมตร ต้องการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 0.20 เมตร จะต้องใช้กระเบื้องอย่างน้อยที่สุดกี่แผ่น

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- จะต้องใช้กระเบื้องอย่างน้อยที่สุดกี่แผ่น ในการปูพื้นห้องนอน

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ห้องนอนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3.50 เมตร ยาว 4.50 เมตร

- ต้องการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 0.20 เมตร

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

<u>วิธีทำ</u>	ห้องนอนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3.50 เมตร ยาว 4.50 เมตร	
	พื้นที่ห้องนอน	= 3.50 X 4.50 ตารางเมตร
		= 15.75 ตารางเมตร
	ดังนั้น พื้นที่ห้องนอนเป็น	15.75 ตารางเมตร
	ต้องการปูกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 0.20 เมตร	
	พื้นที่กระเบื้อง 1 แผ่น	= 0.20 X 0.20 ตารางเมตร
		= 0.04 ตารางเมตร
	ดังนั้น พื้นที่กระเบื้อง 1 แผ่นเป็น	0.04 ตารางเมตร
	จำนวนกระเบื้องที่เข้าไปห้องนอน	= (พ.ท.ห้องนอน) ÷ (พ.ท.กระเบื้อง )
		= 15.75 ÷ 0.04 ตารางเมตร
		= $\frac{15.75 \times 100}{0.04 \times 100}$ ตารางเมตร
		= $\frac{1575}{4}$ ตารางเมตร
		= 393.75 ตารางเมตร

ตอบ จะต้องใช้กระเบื้องอย่างน้อยที่สุด 394 แผ่น

หมายเหตุ ภาคการให้คะแนน ( คะแนนเต็ม 10 คะแนน )

1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้	ให้	2	คะแนน
2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน)			
(2.1) หาพื้นที่ห้องนอนได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
(2.2) หาพื้นที่กระเบื้อง 1 แผ่นได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
(2.3) แทนค่าการหาจำนวนกระเบื้องที่ใช้ได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน

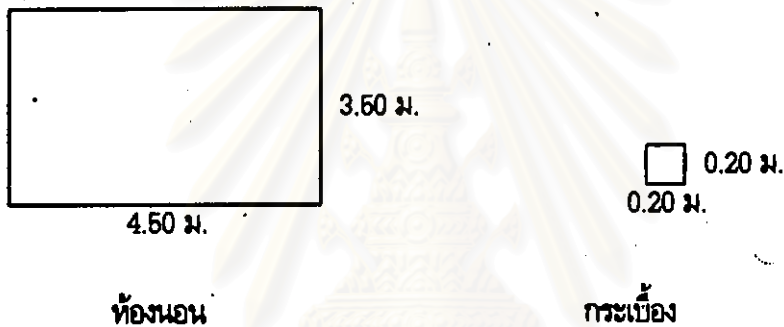
3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. ทหาขนาดของพื้นที่ของห้องนอน โดยนำด้านกว้าง และด้านยาวที่โจทย์กำหนด มาคูณกัน จะได้พื้นที่ของห้องนอน
2. หาพื้นที่ของกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 แผ่น โดยนำความยาวของด้านที่โจทย์กำหนดมาคูณกัน จะได้พื้นที่ของกระเบื้อง 1 แผ่น
3. หาจำนวนกระเบื้องที่ใช้ปูห้องนอน โดยนำพื้นที่ของห้องนอนหารด้วยพื้นที่ของกระเบื้อง 1 แผ่น

กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ถังน้ำใบหนึ่งมีน้ำ  $\frac{3}{4}$  ถัง หลังจากใช้น้ำไป 35 ลูกบาศก์เมตร เหลือน้ำอยู่  $\frac{1}{2}$  ถัง ถังน้ำใบนี้จุน้ำได้ที่ลูกบาศก์เมตร

1) สิ่ง โจทย์ต้องการให้หา

- ถังน้ำจุน้ำได้ที่ลูกบาศก์เมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ถังน้ำมีน้ำอยู่  $\frac{3}{4}$  ถัง

- ใช้น้ำในถังไป 35 ลูกบาศก์เมตร

- หลังใช้น้ำไปเหลือน้ำอยู่  $\frac{1}{2}$  ถัง

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	ถังน้ำมีน้ำอยู่	$\frac{3}{4}$	ถัง
	หลังจากใช้น้ำไปแล้ว 35 ลบ.ม. เหลือน้ำอยู่	$\frac{1}{2}$	ถัง
	ใช้น้ำไป	$= \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$	ถัง
		$= \frac{3-2}{4}$	ถัง
		$= \frac{1}{4}$	ถัง

ดังนั้น ใช้น้ำไป  $\frac{1}{4}$  ถัง เท่ากับ 35 ลบ.ม.

หมายความว่า ถังแบ่งน้ำปริมาตรของถังออกเป็น 4 ส่วน เท่าๆ กัน

1 ส่วน จะจุน้ำได้ 35 ลูกบาศก์เมตร

4 ส่วน จะจุน้ำได้  $35 \times 4 = 140$  ลูกบาศก์เมตร

ดังนั้น ถังน้ำใบนี้จุน้ำได้ 140 ลูกบาศก์เมตร

ตอบ ถังน้ำใบนี้จุน้ำได้ 140 ลูกบาศก์เมตร

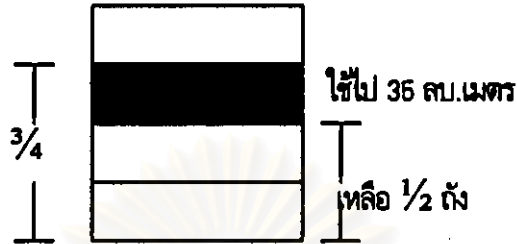
หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน ( คะแนนเต็ม 10 คะแนน )

1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้	ให้	2	คะแนน
2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน )			
(2.1) หาปริมาตรน้ำที่ใช้น้ำเมื่อเทียบกับถังน้ำได้	ให้	2	คะแนน
(2.2) บอกปริมาตรน้ำ 35 ลบ.ม.เมื่อเทียบกับถังน้ำได้	ให้	2	คะแนน
(2.3) แสดงการคำนวณความจุของถังน้ำได้	ให้	2	คะแนน
3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน

3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หาปริมาณน้ำที่ใช้ไป เทียบกับปริมาณต้งน้ำ โดยนำปริมาณน้ำที่มีอยู่ ลบด้วยปริมาณน้ำที่เหลือ
2. หาปริมาณน้ำที่ใช้ไปเทียบกับน้ำ 35 ลูกบาศก์เมตร โดยปริมาณน้ำที่ใช้ไปนั้น จะเท่ากับน้ำ 35 ลูกบาศก์เมตร จะทำให้รู้ว่าน้ำ 35 ลูกบาศก์เมตร เป็นกี่ส่วนของต้งน้ำ
3. หาความจุของต้งน้ำ โดยนำจำนวนส่วนของน้ำที่ใช้ไปเทียบกับต้งน้ำ คูณด้วย 35 จะได้ความจุของต้งน้ำทั้งต้ง

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



4. พ่อค้าต้องการแบ่งลวดซึ่งยาว  $65\frac{1}{4}$  เมตร ออกเป็นขดเล็กๆ เพื่อสะดวกในการจำหน่าย แต่  
ละขดยาว  $7\frac{1}{4}$  เมตร จะแบ่งได้ทั้งหมดกี่ขด

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- จะแบ่งลวดได้ทั้งหมดกี่ขด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- พ่อค้าต้องการแบ่งลวดซึ่งยาว  $65\frac{1}{4}$  เมตร

- แบ่งลวดให้เป็นขดเล็กๆ ยาว  $7\frac{1}{4}$  เมตร

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	ลวดซึ่งยาว	$65\frac{1}{4}$	เมตร
	แบ่งลวดให้เป็นขดเล็กๆ ยาว	$7\frac{1}{4}$	เมตร
	จะแบ่งลวดได้	$= (65\frac{1}{4}) \div (7\frac{1}{4})$	ขด
		$= (\frac{261}{4}) \div (\frac{29}{4})$	ขด
		$= (\frac{261}{4}) \times (\frac{4}{29})$	ขด
		$= \frac{261}{29}$	ขด
		$= 9$	ขด

ตอบ แบ่งลวดเป็นขดเล็กๆ ได้ 9 ขด

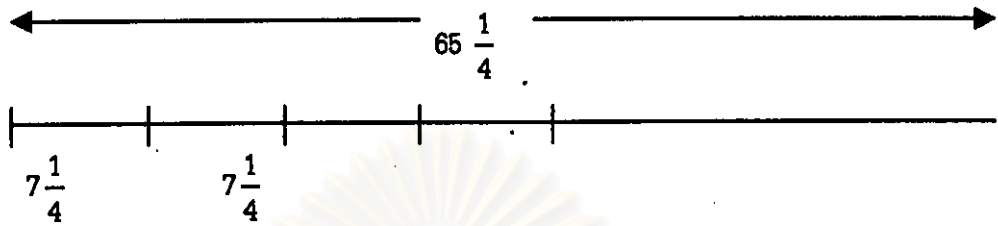
หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน ( คะแนนเต็ม 10 คะแนน )

(1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้	ให้	2	คะแนน
(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน )			
(2.1) แทนค่าการแบ่งลวดเป็นขดได้	ให้	2	คะแนน
(2.2) คัดค้านวนจำนวนขดได้	ให้	4	คะแนน
(3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน

3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



กลวิธีเดาและตรวจสอบ

- ถ้าตัดลวดได้ 8 ชุด  $(7 \frac{1}{4} \times 8 = \frac{29}{4} \times 8 = 58)$
- เหลือลวด  $(65 \frac{1}{4}) - 58 = (\frac{261}{4}) - 58 = \frac{29}{4} = 7 \frac{1}{4}$  (ตัดได้อีก)
- ถ้าตัดลวดได้ 9 ชุด  $(7 \frac{1}{4}) \times 9 = (\frac{29}{4}) \times 9 = (\frac{261}{4}) = 65 \frac{1}{4}$

กลวิธีสร้างปัญหาขึ้นใหม่(แก้ปัญหาย่อยกว่า)

- กำหนดให้ลวดยาว  $2 \frac{1}{2}$  เมตร
- ตัดเป็นชุด ยาวชุดละ  $\frac{1}{2}$  เมตร
- นำ  $\frac{1}{2}$  ไป ทหาร  $2 \frac{1}{2}$  ได้ 5 ชุด

(นำวิธีการที่ใช้นี้ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาเดิม)

5. กุ๊กไก่ เก็บเงินใส่กระปุกออมสิน โดยที่จะใส่เงินในการปลูกออกลินมากกว่าวันที่ผ่านมา 1 บาท  
ถ้าวันที่ 3 ใส่เงินในการปลูกออมสิน 17 บาท ใส่เงินครบ 3 วันจะมีเงินในการปลูกออมสินเท่าไร

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- มีเงินในการปลูกออมสินเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- กุ๊กไก่ใส่เงินในการปลูกออกลินมากกว่าวันที่ผ่านมา 1 บาท

- วันที่ 3 ใส่เงินในการปลูกออมสิน 17 บาท

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	กำหนดให้วันแรกใส่เงินในการปลูกออมสิน	X	บาท
	วันที่ 2 ใส่เงินในการปลูกออมสิน	X+1	บาท
	วันที่ 3 ใส่เงินในการปลูกออมสิน	X+1+1 = X+2	บาท
	จะได้	X+2 = 17	
		X+2 - 2 = 17-2	
		X = 15	

ดังนั้น วันแรกใส่เงินในการปลูกออมสิน 15 บาท

ในการปลูกออมสินมีเงิน = 15 + (15 + 1) + (15 + 2)

$$= 15 + 16 + 17 = 48$$

ดังนั้น ในการปลูกออมสินมีเงิน 48 บาท

ตอบ ในการปลูกออมสินมีเงิน 48 บาท

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ให้ 2 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน)

(2.1) กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ ให้ 2 คะแนน

(2.2) หาจำนวนเงินที่ใส่กระปุกวันที่ 2 และ 3 ได้ (อยู่ในรูปตัวแปร) ให้ 2 คะแนน

(2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้ ให้ 2 คะแนน

(3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง ให้ 2 คะแนน

3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

1. กำหนดตัวแปร  $X$  แทนจำนวนเงินที่ใส่กระปุกออมสินวันแรก
2. จำนวนเงินที่กระปุกออมสินวันที่ 2 =  $X + 1$  บาท
3. จำนวนเงินที่กระปุกออมสินวันที่ 3 =  $X + 1 + 1 = X + 2$  บาท
4. จะได้  $X + 2 = 17$  ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด
5. แก้อสมการหาค่าตัวแปร จะได้จำนวนเงินที่ใส่กระปุกออมสินวันแรก
6. นำจำนวนเงินที่ใส่กระปุกออมสินตั้งแต่วันแรก ถึงวันที่สาม บวกกัน จะได้จำนวนเงินในกระปุกออมสินเมื่อใส่เงินครบ 3 วัน

กลวิธีทำย้อนกลับ

1. วันที่ 3 ใส่เงินในการกระปุกออมสิน 17 บาท
2. วันที่ 2 ใส่เงินในการกระปุกออมสิน เท่ากับ  $17 - 1 = 16$  บาท
3. วันแรก ใส่เงินในการกระปุกออมสิน เท่ากับ  $16 - 1 = 15$  บาท
4. มีเงินในการกระปุกออมสิน เท่ากับ  $17 + 16 + 15 = 48$  บาท

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่ง คะแนนเต็ม 60 คะแนน ครึ่งหนึ่งของผลบวกของคะแนนที่ปู และ ปุยสอบได้ เท่ากับ 42 คะแนน ถ้าปูสอบได้ 38 คะแนน ในการสอบครั้งนี้ ปุยสอบได้กี่คะแนน

1) สิ่งที่เกี่ยวข้องต้องการให้หา

- ปุยสอบได้กี่คะแนน

สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้

- การสอบวิชาคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่ง คะแนนเต็ม 60 คะแนน

- ครึ่งหนึ่งของผลบวกของคะแนนที่ปู และ ปุยสอบได้ เท่ากับ 42 คะแนน

- ปุยสอบได้ 38 คะแนน

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	กำหนดให้ปูสอบได้	X	คะแนน
	ปุยสอบได้	38	คะแนน
	ครึ่งหนึ่งของผลบวกของคะแนนที่ปู และ ปุยสอบได้ เท่ากับ 42 คะแนน		
จะได้	$\frac{1}{2}(X + 38) = 42$		คะแนน
	$X + 38 = 42 \times 2$		
	$X = 84 - 38$		
	$X = 46$		

ตอบ ปุยสอบได้ 46 คะแนน

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่เกี่ยวข้องให้หา และสิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้ได้	ให้	2	คะแนน
(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน)			
(2.1) กำหนดตัวแปรเพื่อหาสิ่งที่เกี่ยวข้องให้หาได้	ให้	2	คะแนน
(2.2) เขียนสมการตามเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกำหนดให้ได้	ให้	2	คะแนน
(2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้	ให้	2	คะแนน
(3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน

3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

1. กำหนด X เป็นตัวแปร แทนคะแนนที่ถูกลบได้
2. เขียนสมการ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด จะได้  $\frac{1}{2}(X + 38) = 42$
3. แก้สมการหาค่าตัวแปร จะได้คะแนนของปู ตามที่โจทย์ถาม

กลวิธีเดา และตรวจสอบ

1. ถูกลบได้ 36 จะได้  $\frac{1}{2}(36 + 38) = 37$  (ไม่ใช่ น้อยไป)
2. ถูกลบได้ 38 จะได้  $\frac{1}{2}(38 + 38) = 38$  (ไม่ใช่ น้อยไป)
3. ถูกลบได้ 40 จะได้  $\frac{1}{2}(40 + 38) = 39$  (ไม่ใช่ น้อยไป)
4. ถูกลบได้ 44 จะได้  $\frac{1}{2}(44 + 38) = 41$  (ไม่ใช่ น้อยไป)
5. ถูกลบได้ 46 จะได้  $\frac{1}{2}(46 + 38) = 42$  (พอดี)

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7. ในการผสมปูนก่อ ใช้ปูนซีเมนต์และทรายผสมกันด้วยอัตราส่วน 1 : 4 ถ้าต้องการปูนก่อ 20 ถัง จะต้องใช้ปูนซีเมนต์และทรายอย่างละเท่าไร

1) สิ่ง โจทย์ต้องการให้หา

- ต้องใช้ปูนซีเมนต์และทรายอย่างละเท่าไร ถ้าต้องการปูนก่อ 20 ถัง

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ผสมกันด้วยอัตราส่วนปูนซีเมนต์ต่อทราย เป็น 1 : 4

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

<u>วิธีทำ</u>	อัตราส่วนปูนซีเมนต์ต่อ ทราย เป็น	$\frac{1}{4}$	
	นั่นคือ ถ้าใช้ปูนซีเมนต์ 1 ถัง จะต้องใช้ทราย 4 ถัง และได้ปูนก่อ $1+4 = 5$ ถัง		
	ดังนั้นอัตราส่วนของปริมาณปูนซีเมนต์ต่อปูนก่อ เป็น	$\frac{1}{5}$	
	ถ้าปริมาณปูนก่อเป็น 20 ถัง		
	ให้ปริมาณปูนซีเมนต์ เป็น	X	ถัง
	จะได้	$\frac{X}{20} = \frac{1}{5}$	ถัง
		X = $\frac{20}{5}$	ถัง
		X = 4	ถัง

ดังนั้นต้องใช้ปูนซีเมนต์ 4 ถัง

นั่นคือ ถ้าต้องการปูนก่อ 20 ถัง ต้องใช้ทราย =  $20-4 = 16$  ถัง

ตอบ ต้องใช้ปูนซีเมนต์ 4 ถัง และ ทราย 16 ถัง

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้	ให้	2	คะแนน
(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน)			
(2.1) กำหนดตัวแปร เพื่อหาสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้	ให้	2	คะแนน
(2.2) เขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้	ให้	2	คะแนน
(2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้	ให้	2	คะแนน
(3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน

### 3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

#### ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

##### กลวิธีใช้ตัวแปร

- กำหนด X เป็นตัวแปร แทนจำนวนปูนซีเมนต์
- ถ้าใช้ปูนซีเมนต์ 1 ถัง จะต้องใช้ทราย 4 ถัง และได้ปูนก้อน 1+4 = 5 ถัง
- อัตราส่วนของปริมาณปูนซีเมนต์ต่อปูนก้อน เป็น  $\frac{1}{5}$
- เขียนสมการ แสดงสัดส่วนปูนซีเมนต์ต่อปูนก้อนตามเงื่อนไขโจทย์ที่กำหนด จะได้  $\frac{X}{20} = \frac{1}{5}$
- แก้สมการหาค่าตัวแปร จะได้จำนวนปูนซีเมนต์
- หาจำนวนทราย จาก 20 - (จำนวนปูนซีเมนต์ที่หาได้) จะได้คำตอบที่โจทย์ถาม

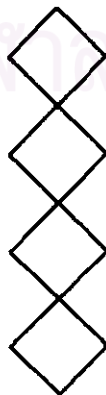
##### กลวิธีสร้างตาราง

ปูนซีเมนต์	ทราย	ปูนก้อน
1	4	5
2	8	10
3	12	15
4	16	20

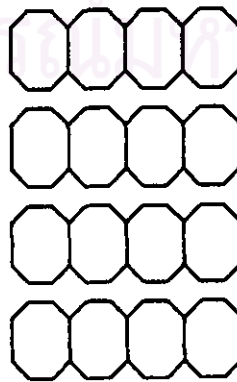
##### กลวิธีค้นหารูปแบบ

ปูนซีเมนต์ (เพิ่มขึ้นครั้งละ 1)	1	2	3	4
ทราย (เพิ่มขึ้นครั้งละ 4)	4	8	12	16
ปูนก้อน (เพิ่มขึ้นครั้งละ 5)	5	10	15	20

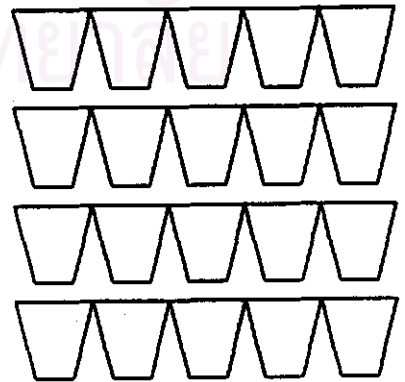
##### กลวิธีเขียนแผนภาพ



ปูนซีเมนต์



ทราย



ปูนก้อน



8. ดำรงศักดิ์มีที่ดิน 2 แห่ง แต่ละแห่งมีจำนวน 1 ไร่ เท่ากัน คือที่เชียงใหม่ และชลบุรี โดยซื้อที่ดินที่เชียงใหม่มา 100,400 บาท และซื้อที่ดินที่ชลบุรีมา 95,000 บาท มีคนมาขอแบ่งซื้อที่ดินและให้ราคาเพิ่มขึ้นจากราคาซื้อ โดยให้กำไรที่ดินที่เชียงใหม่ 20% และที่ดินที่ชลบุรี 25% นายดำรงตัดสินใจขายที่แห่งเดียว โดยจะขายที่ดินที่ได้กำไรมากกว่า เขาจะขายที่ดินที่จังหวัดใด

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- ดำรงศักดิ์ควรจะขายที่ดินที่จังหวัดใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ซื้อที่ดินที่เชียงใหม่มา 100,400 บาท
- ซื้อที่ดินที่ชลบุรีมา 95,000 บาท
- มีคนให้กำไรที่ดินที่เชียงใหม่ 20%
- มีคนให้กำไรที่ดินที่ชลบุรี 25%

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ ซื้อที่ดินที่เชียงใหม่มา 100,400 บาท ถ้าขายได้กำไร 20%

ให้ขายที่ดินที่เชียงใหม่ได้กำไร  $X$  บาท

$$\text{จะได้} \quad \frac{X}{100,400} = \frac{20}{100}$$

$$X = \left(\frac{20}{100}\right) \times 100,400$$

$$X = 20,080$$

ดังนั้น ถ้าขายที่ดินที่เชียงใหม่จะได้กำไร 20,080 บาท

ซื้อที่ดินที่ชลบุรีมา 95,000 บาท ถ้าขายได้กำไร 25%

ให้ขายที่ดินที่ชลบุรีได้กำไร  $X$  บาท

$$\text{จะได้} \quad \frac{X}{95,400} = \frac{25}{100}$$

$$X = \left(\frac{25}{100}\right) \times 95,000$$

$$X = 23,750$$

ดังนั้น ถ้าขายที่ดินที่ชลบุรีจะได้กำไร 23,750 บาท

นั่นคือ ขายที่ดินที่จังหวัดชลบุรีได้กำไรมากกว่า

ตอบ ดำรงศักดิ์จะขายที่ดินที่จังหวัดชลบุรี

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

- |  |     |   |       |
|--|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งทีโจทย์กำหนดให้ได้                           | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน)  |     |   |       |
| (2.1) กำหนดตัวแปร และเขียนสมการแสดงสัดส่วนกำไรจากการขายที่ดินที่เชียงใหม่ได้ | ให้ | 1 | คะแนน |
| (2.2) กำหนดหากลกำไรจากการขายที่ดินที่เชียงใหม่ได้                            | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) กำหนดตัวแปร และเขียนสมการแสดงสัดส่วนกำไรจากการขายที่ดินที่ชลบุรีได้    |     |   |       |
| (2.4) กำหนดหากลกำไรจากการขายที่ดินที่ชลบุรีได้                               | ให้ | 1 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบที่โจทย์ให้หาได้ถูกต้อง   | ให้ | 2 | คะแนน |

### 3) สำหรับทศเลข หรือแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

ที่ดินที่เชียงใหม่

- กำหนดตัวแปร แทนกำไรที่จะได้ จากการขายที่ดินที่เชียงใหม่
- จากโจทย์ ซื้อที่ดินมา 100,400 บาท ถ้าขายได้กำไร 20 เปอร์เซ็นต์
- เขียนสมการ แสดงสัดส่วนตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คือ  $\frac{X}{100,400} = \frac{20}{100}$
- แก้สมการหาค่าตัวแปร X จะเป็นกำไรจากการขายที่ดินที่เชียงใหม่

ที่ดินที่ชลบุรี

- กำหนดตัวแปร แทนกำไรที่จะได้ จากการขายที่ดินที่ชลบุรี
- จากโจทย์ ซื้อที่ดินมา 95,000 บาท ถ้าขายได้กำไร 25 เปอร์เซ็นต์
- เขียนสมการ แสดงสัดส่วนตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คือ  $\frac{X}{95,400} = \frac{25}{100}$
- แก้สมการหาค่าตัวแปร X จะเป็นกำไรจากการขายที่ดินที่ชลบุรี

### กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หากกำไรที่ได้จากการขายที่ดินที่เชียงใหม่ หาได้โดย
  - กำหนดตัวแปร แทนกำไรที่จะได้ จากการขายที่ดินที่เชียงใหม่
  - จากโจทย์ ซื้อที่ดินมา 100,400 บาท ถ้าขายได้กำไร 20 เปอร์เซ็นต์
  - เขียนสมการ แสดงสัดส่วนตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คือ  $\frac{X}{100,400} = \frac{20}{100}$
  - แก้สมการหาค่าตัวแปร X จะเป็นกำไรจากการขายที่ดินที่เชียงใหม่
2. หากกำไรที่ได้จากการขายที่ดินที่ชลบุรี หาได้โดย
  - กำหนดตัวแปร แทนกำไรที่จะได้ จากการขายที่ดินที่ชลบุรี
  - จากโจทย์ ซื้อที่ดินมา 95,000 บาท ถ้าขายได้กำไร 25 เปอร์เซ็นต์
  - เขียนสมการ แสดงสัดส่วนตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คือ  $\frac{X}{95,400} = \frac{25}{100}$
  - แก้สมการหาค่าตัวแปร X จะเป็นกำไรจากการขายที่ดินที่ชลบุรี
3. พิจารณากำไรจากการขายที่ดินทั้ง 2 แห่ง โดยดูจากกำไรในการขายที่ดินที่คำนวณได้ ที่ได้  
ได้กำไรมากกว่าเลือกขายที่นั้น

ตารางที่ 15 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การออกข้อสอบอัตนัยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหา / จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่
<b>1. เศษส่วนและทศนิยม</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน	1
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม	2
<b>2. พื้นที่</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่รูปสามเหลี่ยม	3
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม	4
<b>3. สมการและอสมการ</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการ	5-6
<b>4. อัตราส่วนและร้อยละ</b>	
1) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	7
2) แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ	8
<b>รวม</b>	<b>8</b>

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
 โจทย์ปัญหาเรื่อง เศษส่วนและทศนิยม พื้นที่ สมการ และ อัตราส่วนและร้อยละ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบสอบชนิดอัตนัย เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และกลวิธีในการใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นโจทย์ปัญหาเรื่อง เศษส่วนและทศนิยม พื้นที่ สมการ และ อัตราส่วน และร้อยละ แบบทดสอบมีจำนวน 8 ข้อ ซึ่งแบ่งได้ ดังนี้

- |                                       |             |
|---------------------------------------|-------------|
| 1. โจทย์ปัญหาเรื่องเศษส่วนและทศนิยม   | จำนวน 2 ข้อ |
| 2. โจทย์ปัญหาเรื่องพื้นที่            | จำนวน 2 ข้อ |
| 3. โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ              | จำนวน 2 ข้อ |
| 4. โจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ | จำนวน 2 ข้อ |

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ และ ทดเลข หรือแสดงวิธีที่ช่วยคิดในการหาคำตอบลงในที่ว่างที่เว้นไว้ในแบบทดสอบ

3. แบบสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ และการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนนั้นเป็นอิสระต่อกัน

4. แบบสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 80 นาที

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. ปัจจุบัน สมบัติมีอายุ 51 ปี เมื่อสามปีที่แล้ว สมบูรณ์มีอายุเป็น  $\frac{1}{8}$  ของอายุสมบัติ ปัจจุบัน สมบัติมีอายุมากกว่าสมบูรณ์เท่าไร

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- ปัจจุบันสมบัติมีอายุมากกว่าสมบูรณ์เท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ปัจจุบันสมบัติ อายุ 51 ปี

- เมื่อสามปีที่แล้ว สมบูรณ์มีอายุเป็น  $\frac{1}{8}$  ของอายุสมบัติ

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	ปัจจุบันสมบัติมีอายุ	51	ปี
	เมื่อสามปีที่แล้วสมบัติมีอายุ	$51 - 3 = 48$	ปี
	เมื่อสามปีที่แล้วสมบูรณ์มีอายุเป็น $\frac{1}{8}$ ของอายุสมบัติ		
	นั่นคือ เมื่อสามปีที่แล้ว สมบูรณ์มีอายุ	$(\frac{1}{8}) \times 48 = 6$	ปี
	ดังนั้น ปัจจุบันสมบูรณ์ อายุ	$6 + 3 = 9$	ปี
	สมบัติมีอายุมากกว่าสมบูรณ์	$51 - 9 = 42$	ปี
	ตอบ สมบัติมีอายุมากกว่าสมบูรณ์	42 ปี	

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้	ให้	2	คะแนน
(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ			
(2.1) ทหาอายุสมบัติเมื่อ 3 ปีที่แล้วได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
(2.2) ทหาอายุสมบูรณ์เมื่อ 3 ปีที่แล้วได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
(2.3) ทหาอายุปัจจุบันของสมบูรณ์ได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
(3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- 3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา  
ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
กลวิธีเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



ทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หาอายุเมื่อ 3 ปีที่แล้วของสมบัติ โดยนำอายุปัจจุบัน ลบด้วย 3
2. หาอายุของสมบูรณ เมื่อ 3 ปีที่แล้ว โดยนำ  $\frac{1}{8}$  คูณกับ อายุเมื่อ 3 ปีที่แล้วของสมบัติ
3. หาอายุปัจจุบันของสมบูรณ โดยนำอายุของสมบูรณ เมื่อ 3 ปีที่แล้ว บวกด้วย 3
4. ทหาว่าปัจจุบันสมบัติอายุมากกว่าสมบูรณ โดยนำอายุปัจจุบันของสมบัติ ลบด้วยอายุปัจจุบันของสมบูรณ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ผนังห้องเรียนกว้าง 3.5 เมตร ยาว 4.25 เมตร ความสูงจากพื้นห้องถึงเพดาน 2.50 เมตร ค่า  
ทาสีตารางเมตรละ 50 บาท ถ้าต้องการทาสีผนังและเพดานห้อง ต้องจ่ายเงินค่าทาสีห้องนี้เท่าไร

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- ต้องจ่ายเงินค่าทาสีเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ห้องเรียนกว้าง 3.5 เมตร ยาว 4.25 เมตร ความสูง 2.50 เมตร

- ค่าทาสีตารางเมตรละ 50 บาท

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

**วิธีทำ** ผนังห้องกว้าง 3.5 เมตร ยาว 4.25 เมตร และสูง 2.50 เมตร ผนังห้องมี 4 ด้าน

ผนังห้องด้านยาวทั้ง 2 ด้าน ซึ่งยาว 4.25 เมตร สูง 2.50 เมตร

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผนังห้องด้านยาวทั้ง 2 ด้าน} &= 2 (4.25 \times 2.50) && \text{ตารางเมตร} \\ &= 21.25 && \text{ตารางเมตร} \end{aligned}$$

ผนังห้องด้านกว้างทั้ง 2 ด้าน ซึ่งยาว 3.5 เมตร สูง 2.50 เมตร

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผนังห้องด้านกว้างทั้ง 2 ด้าน} &= 2 (3.5 \times 2.50) && \text{ตารางเมตร} \\ &= 17.50 && \text{ตารางเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่เพดานห้อง} &= 3.5 \times 4.25 && \text{ตารางเมตร} \\ &= 14.875 && \text{ตารางเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผนังห้องและเพดานรวมกัน} &= (21.25+17.50)+14.875 && \text{ตารางเมตร} \\ &= 53.625 && \text{ตารางเมตร} \end{aligned}$$

ค่าทาสีตารางเมตรละ 50 บาท

$$\text{ต้องจ่ายค่าทาสี } 53.625 \times 50 = 2681.25 \text{ บาท}$$

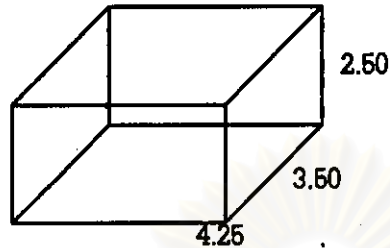
**ตอบ** ต้องจ่ายค่าจ้างทาสี 2681.25 บาท

**หมายเหตุ** เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้	ให้	2	คะแนน
(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ			
(2.1) หาพื้นที่ห้องที่ต้องทาสีได้	ให้	4	คะแนน
(2.2) คำนวณค่าทาสีได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
(3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน



- 3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา  
ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
กลวิธีเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หาพื้นที่ผนังห้องด้านยาวทั้ง 2 ด้าน โดยนำด้านยาวคูณกับความสูงของห้อง แล้วคูณด้วยสองอีกครั้ง จะได้พื้นที่ผนังห้องด้านยาวทั้ง 2 ด้าน
2. หาพื้นที่ผนังห้องด้านกว้างทั้ง 2 ด้านโดยนำด้านกว้างคูณกับความสูงของห้อง แล้วคูณด้วยสองอีกครั้ง จะได้พื้นที่ผนังห้องด้านกว้างทั้ง 2 ด้าน
3. นำพื้นที่ผนังห้องด้านยาวทั้ง 2 ด้าน รวมกับพื้นที่ผนังห้องด้านกว้างทั้ง 2 ด้าน จะได้พื้นที่ผนังห้องด้านกว้าง และด้านยาวทั้ง 4 ด้าน
4. หาพื้นที่เพดานห้อง โดยนำด้านกว้าง และด้านยาวที่โจทย์กำหนดมาคูณกัน จะได้พื้นที่ของเพดานห้อง
5. หาพื้นที่ ที่จะต้องทาสีทั้งหมด โดยนำพื้นที่ของผนังห้องทั้ง 4 ด้าน ที่ทำได้ บวกกับพื้นที่เพดานห้อง
6. หาค่าทาสีห้อง โดยนำค่าจ้างทาสีต่อตารางเมตรที่โจทย์กำหนด คูณกับพื้นที่ ที่ต้องทาสีทั้งหมด จะทำให้รู้ค่าจ้างทาสีที่ต้องจ่าย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. นาข้าวรูปสามเหลี่ยมแห่งหนึ่งมีด้านที่ขนานกับถนนยาว 120 เมตร และด้านที่ตั้งฉากกับถนนยาว 80 เมตร ถ้าคนรับจ้างเกี่ยวข้าวคนหนึ่งสามารถเกี่ยวข้าวได้วันละครึ่งไร่ และคิดค่าจ้างเกี่ยวข้าววันละ 120 บาท ต่อคน จะต้องจ่ายเงินค่าจ้างเกี่ยวข้าวเท่าไร

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- ต้องจ่ายเงินค่าจ้างเกี่ยวข้าวเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- 80 เมตร
- นาข้าวรูปสามเหลี่ยมมีด้านที่ขนานกับถนนยาว 120 เมตร และด้านที่ตั้งฉากกับถนนยาว 80 เมตร
  - คนรับจ้างเกี่ยวข้าวคนหนึ่งสามารถเกี่ยวข้าวได้วันละครึ่งไร่ และคิดค่าจ้างเกี่ยวข้าววันละ 120 บาทต่อคน

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

**วิธีทำ** นาข้าวรูปสามเหลี่ยมด้านที่ขนานกับถนนยาว 120 เมตร ด้านที่ตั้งฉากกับถนนยาว 80 เมตร

เนื่องจาก ความยาว 2 เมตร เท่ากับ ความยาว 1 ไร่

$$\text{จะได้ ด้านที่ขนานกับถนนยาว } \frac{120}{2} = 60 \quad \text{ไร่}$$

$$\text{และด้านที่ตั้งฉากกับถนนยาว } \frac{80}{2} = 40 \quad \text{ไร่}$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่นาข้าว} = \left(\frac{1}{2}\right) \times 60 \times 40 \quad \text{ตารางวา}$$

$$= 1,200 \quad \text{ตารางวา}$$

คนรับจ้างเกี่ยวข้าว เกี่ยวได้วันละครึ่งไร่ หรือ 200 ตารางวา

$$\text{จะต้องใช้คนเกี่ยวข้าว} = \frac{1,200}{200} \quad \text{คน}$$

$$= 6 \quad \text{คน}$$

เนื่องจากต้องจ่ายค่าจ้างเกี่ยวข้าววันละ 120 บาท ต่อคน

$$\text{ดังนั้น ต้องจ่ายค่าจ้างเกี่ยวข้าว} = 120 \times 6 \quad \text{บาท}$$

$$= 720 \quad \text{บาท}$$

**ตอบ** ต้องจ่ายค่าจ้างเกี่ยวข้าวทั้งหมด 720 บาท

**หมายเหตุ** เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ ให้ 2 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน )

(2.1) หาพื้นที่นาข้าวได้ถูกต้อง(หน่วยเป็นตารางเมตรหรือตารางวาก็ได้)ให้ 2 คะแนน

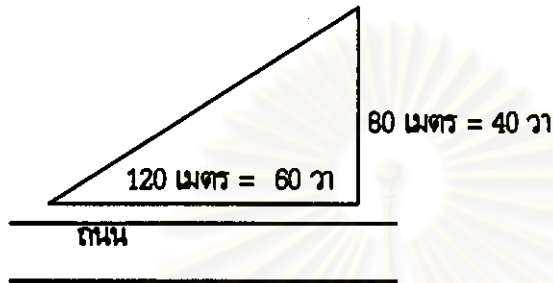
(2.2) หาจำนวนคนเกี่ยวข้าวได้ถูกต้อง ให้ 2 คะแนน

(2.3) คำนวณจำนวนเงินค่าจ้างเกี่ยวข้าวได้ถูกต้อง ให้ 2 คะแนน

(3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน

3. สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการหาคำตอบ  
ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์  
กลวิธีเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง  
นาข้าว



กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

- หาพื้นที่ของนาข้าวรูปสามเหลี่ยม โดยใช้สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยม นำ  $(\frac{1}{2})$  คูณกับด้านที่ขนานกับถนน และด้านที่ตั้งฉากกับถนนที่โจทย์กำหนด จะได้พื้นที่ของนาข้าว
- หาจำนวนคนที่ใช้เกี่ยวข้าว นำพื้นที่นาข้าวทั้งหมด หารด้วยพื้นที่ ที่คน 1 คนสามารถเกี่ยวข้าวได้ จะได้จำนวนคนที่ใช้เกี่ยวข้าวทั้งหมด
- หาจำนวนเงินที่จ่ายค่าเกี่ยวข้าว โดยนำจำนวนคน คูณด้วยค่าจ้างต่อคนที่โจทย์กำหนด

สถาบันวิจัยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. สนามหญ้าหน้าโรงเรียนแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ 270 ตารางเมตร มีความกว้าง 15 เมตร เมื่อทำทางเดินรอบในซิดขอบสนามกว้าง 2 เมตร เท่ากันตลอด ออกาทราบว่าเหลือความยาวรอบสนามกี่เมตร และพื้นที่สนามเหลือเท่าไร

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- เหลือความยาวรอบสนามกี่เมตร
- พื้นที่สนามเหลือเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- สนามหญ้าหน้าโรงเรียนมีพื้นที่ 270 ตารางเมตร มีความกว้าง 15 เมตร
- ทำทางเดินรอบในซิดขอบสนามกว้าง 2 เมตร เท่ากันตลอด

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

**วิธีทำ** สนามหญ้าหน้าโรงเรียนมีพื้นที่ 270 ตารางเมตร มีความกว้าง 15 เมตร  
จะได้ด้านยาวของสนามหญ้ายาว  $= 270/15$  เมตร  
 $= 18$  เมตร

เมื่อทำทางเดินรอบในซิดขอบสนามกว้าง 2 เมตร เท่ากันตลอด

นั่นคือ ด้านทั้ง 4 ด้าน ของสนามหญ้า จะเป็นทางเดินกว้างด้านละ 2 เมตร

ด้านยาวของสนามหญ้าจะเหลือ  $= 18 - (2 + 2)$  เมตร  
 $= 14$  เมตร

ด้านกว้างของสนามหญ้าจะเหลือ  $= 15 - (2 + 2)$  เมตร  
 $= 11$  เมตร

ดังนั้น ความยาวรอบสนามหญ้าทั้ง 4 ด้าน  $= (2 \times 14) + (2 \times 11)$  เมตร  
 $= 28 + 22$  เมตร  
 $= 50$  เมตร

พื้นที่ของสนามหญ้าเมื่อทำทางเดินแล้ว  $= 14 \times 11$  ตารางเมตร  
 $= 154$  ตารางเมตร

**ตอบ** เหลือความยาวรอบสนาม 50 เมตร และเหลือพื้นที่ 154 ตารางเมตร

**หมายเหตุ** เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

- |  |     |   |       |
|--|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้          | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ                                   |     |   |       |
| (2.1) หาความยาวของด้านยาวสนามก่อนทำทางเดินได้                | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) หาด้านกว้างและด้านยาวของสนามหลังทำทางเดินได้ให้        | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) คำนวณหาความยาวรอบสนามและพื้นที่ของสนามหลังทำทางเดินได้ |     |   |       |
|  | ให้ | 2 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง                                      | ให้ | 2 | คะแนน |

3. สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการหาคำตอบ  
ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง

2	14	2
11		11
2	14	2

กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หาด้านยาวของสนามหญ้า โดยนำพื้นที่ของสนามหญ้าที่โจทย์กำหนด หาด้วยความยาวของด้านกว้าง
2. หาด้านยาวของสนามหญ้าหลังทำทางเดินแล้ว โดยนำความยาวของสนามหญ้า ลบออกด้วยความกว้างของ ทางเดินทั้งสองด้าน ซึ่งจะได้  $18 - (2 + 2) = 14$
3. หาด้านกว้างของสนามหญ้าหลังทำทางเดินแล้ว โดยนำความกว้างของสนามหญ้า ลบออกด้วยความกว้างของทางเดินทั้งสองด้าน ซึ่งจะได้  $15 - (2 + 2) = 11$
4. หาคความยาวของสนามหญ้าทั้ง 4 ด้านรวมกันหลังทำทางเดินรอบสนาม โดยนำความยาวของด้านยาวคูณด้วย 2 บวกกับความยาวของด้านกว้างคูณ 2
5. หาทพื้นที่ของสนามหญ้าหลังทำทางเดินรอบสนาม โดยนำความยาวของด้านยาวและด้านกว้างหลังจากที่ทำทางเดินแล้ว คูณกันจะได้หาพื้นที่ของสนามหญ้าหลังทำทางเดินรอบสนามแล้ว

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. กระเป๋าตังค์ใบหนึ่งมีเหรียญอยู่ 25 เหรียญ เป็นเหรียญ 1 บาท กับเหรียญ 5 บาท ถ้าในกระเป๋ามีเงินทั้งหมด 73 บาท อยากทราบว่าเหรียญแต่ละชนิด อย่างละกี่เหรียญ

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- มีเหรียญแต่ละชนิด อย่างละกี่เหรียญ

สิ่งที่โจทย์กำหนด

- กระเป๋าตังค์มีเหรียญอยู่ทั้งหมด 25 เหรียญ

- มีเหรียญ 1 บาท กับเหรียญ 5 บาท อยู่รวมกันในกระเป๋าทังค์

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	กำหนดให้มีเหรียญ 1 บาท	$X$	เหรียญ
	ดังนั้น จำนวนเงินที่เป็นเหรียญบาท	$(1)X = X$	บาท
	มีเหรียญ 5 บาท	$25 - X$	เหรียญ
	ดังนั้น จำนวนเงินที่เป็นเหรียญ 5 บาท	$5(25 - X)$	บาท
	ในกระเป๋ามีเงินทั้งหมด	$73$	บาท
จะได้		$X + 5(25 - X) = 73$	
		$X + 125 - 5X = 73$	
		$-4X = 73 - 125$	
		$-4X = -52$	
		$X = 13$	

ดังนั้น มีเหรียญ 1 บาท 13 เหรียญ เป็นเงิน  $13 \times 1 = 13$  บาท

มีเหรียญ 5 บาท  $25 - 13 = 12$  เหรียญ เป็นเงิน  $12 \times 5 = 60$  บาท

ตอบ มีเหรียญ 1 บาท 13 เหรียญ และเหรียญ 5 บาท 12 เหรียญ

หรือ	กำหนดให้มีเหรียญ 5 บาท	$X$	เหรียญ
	ดังนั้น จำนวนเงินที่เป็นเหรียญ 5 บาท	$(5)X = 5X$	บาท
	มีเหรียญ 1 บาท	$25 - X$	เหรียญ
	ดังนั้น จำนวนเงินที่เป็นเหรียญ 1 บาท	$1(25 - X) = 25 - X$	บาท
	ในกระเป๋ามีเงินทั้งหมด	$73$	บาท
จะได้		$5X + (25 - X) = 73$	
		$5X + 25 - X = 73$	
		$4X = 73 - 25$	
		$4X = 48$	
		$X = 12$	

ตอบ มีเหรียญ 5 บาท 12 เหรียญ เป็นเงิน  $12 \times 5 = 60$  บาท

มีเหรียญ 1 บาท  $25 - 12 = 13$  เหรียญ เป็นเงิน  $13 \times 1 = 13$  บาท

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

1) บอกสิ่งที่มีโจทย์ให้หา และสิ่งที่มีโจทย์กำหนดได้	ให้	2	คะแนน
2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ			
(2.1) กำหนดตัวแปร เพื่อหาคำตอบที่มีโจทย์ต้องการได้	ให้	2	คะแนน
(2.2) เขียนสมการได้สอดคล้องกับตัวแปรและเงื่อนไขที่มีโจทย์กำหนดได้			
(2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้	ให้	2	คะแนน
3) สรุปคำตอบได้ถูก	ให้	2	คะแนน

### 3. สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการหาคำตอบ

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

1. กำหนดตัวแปร  $X$  แทนจำนวนเหรียญ 1 บาท
  2. หางานเงินที่เป็นเหรียญบาท โดยนำจำนวนเหรียญ คูณกับค่าของเงินเหรียญบาท จะได้  $X(1)$  บาท
  3. หางานเหรียญ 5 บาท ได้จาก นำจำนวนเหรียญทั้งหมด สบด้วยจำนวนเหรียญบาท จะได้  $25 - X$
  4. หางานเงินที่เป็นเหรียญ 5 บาท โดยนำจำนวนเหรียญ คูณกับค่าของเงินเหรียญ 5 บาท จะได้  $5(25 - X)$  บาท
  5. เขียนสมการ  $X + 5(25 - X) = 73$  แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปร  $X$  จะได้จำนวนเหรียญ บาท
  6. นำค่า  $X$  ที่ได้ไปแทนใน  $25 - X$  จะได้จำนวนเหรียญ 5 บาท
- หรือ
1. กำหนดตัวแปร  $X$  แทนจำนวนเหรียญ 5 บาท
  2. หางานเงินที่เป็นเหรียญ 5 บาท โดยนำจำนวนเหรียญ คูณกับค่าของเงินเหรียญ 5 บาท จะได้  $5X$  บาท
  3. หางานเหรียญ 1 บาท ได้จาก นำจำนวนเหรียญทั้งหมด สบด้วยจำนวนเหรียญ 5 บาท จะได้  $25 - X$  เหรียญ
  4. หางานเงินที่เป็นเหรียญ 1 บาท โดยนำจำนวนเหรียญ คูณกับค่าของเงินเหรียญ 1 บาท จะได้  $1(25 - X) = 25 - X$  บาท
  5. เขียนสมการ  $5X + (25 - X) = 73$  แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปร  $X$  จะได้จำนวนเหรียญ 5
  6. นำค่า  $X$  ที่ได้ไปแทนใน  $25 - X$  จะได้จำนวนเหรียญ 1 บาท





6. การตอบปัญหาวันเด็กแห่งชาติของโรงเรียนแห่งหนึ่ง คนตอบปัญหาถูกคนแรกจะได้รับแจกดินสอครึ่งหนึ่งของ ดินสอที่มีอยู่ คนตอบถูกคนที่สองจะได้รับแจกดินสอครึ่งหนึ่งของดินสอที่เหลือ พอแจกดินสอให้กับคนที่ตอบปัญหาถูกเป็นคนที่สามแล้ว ปรากฏว่าเหลื่อดินสออยู่ 5 แท่ง เดิมมีดินสอทั้งหมดกี่แท่ง

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- เดิมมีดินสอทั้งหมดกี่แท่ง

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- คนตอบปัญหาถูกคนแรกจะได้รับแจกดินสอครึ่งหนึ่งของดินสอที่มีอยู่

- คนตอบถูกคนที่สองจะได้รับแจกดินสอครึ่งหนึ่งของดินสอที่เหลือ

- พอแจกดินสอให้กับคนที่ตอบปัญหาถูกเป็นคนที่สามแล้ว ปรากฏว่าเหลื่อดินสออยู่ 5 แท่ง

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	กำหนดให้เดิมมีดินสอ	$X$	แท่ง
	แจกดินสอให้คนตอบปัญหาถูกคนแรกครึ่งหนึ่งของดินสอที่มีอยู่		
	คนที่ 1 ได้รับดินสอ	$= \frac{X}{2}$	แท่ง
	เหลื่อดินสอหลังแจกให้คนที่ 1	$= X - \left(\frac{X}{2}\right)$	แท่ง
		$= \frac{X}{2}$	แท่ง
	แจกดินสอให้คนตอบปัญหาถูกคนที่สองครึ่งหนึ่งของดินสอที่เหลืออยู่		
	คนที่ 2 ได้รับดินสอ	$= \left(\frac{X}{2}\right) \div 2$	แท่ง
		$= \left(\frac{X}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)$	แท่ง
		$= \frac{X}{4}$	แท่ง
	เหลื่อดินสอหลังแจกให้คนที่ 2	$= \left(\frac{X}{2}\right) - \left(\frac{X}{4}\right)$	แท่ง
		$= (2X - X) \div 4$	แท่ง
		$= \frac{X}{4}$	แท่ง
	แจกดินสอให้คนตอบปัญหาถูกคนที่สามครึ่งหนึ่งของดินสอที่เหลืออยู่		
	คนที่ 3 ได้รับดินสอ	$= \left(\frac{X}{4}\right) \div 2$	แท่ง
		$= \left(\frac{X}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)$	แท่ง
		$= \frac{X}{8}$	แท่ง

$$\begin{aligned}
 \text{เหลือดินสอหลังแจกให้คนที่ 3} &= \left(\frac{X}{4}\right) - \left(\frac{X}{8}\right) && \text{แท่ง} \\
 &= (2X - X) \div 8 && \text{แท่ง} \\
 &= \frac{X}{8} && \text{แท่ง}
 \end{aligned}$$

พอแจกดินสอให้กับคนที่ตอบปัญหาถูกเป็นคนที่สามแล้ว เหลือดินสออยู่ 5 แท่ง

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad \frac{X}{8} &= 5 && \text{แท่ง} \\
 X &= 5 \times 8 = 40 && \text{แท่ง}
 \end{aligned}$$

**ตอบ** เดิมมีดินสอ 40 แท่ง

**หมายเหตุ** เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ ให้ 2 คะแนน

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

(2.1) หาจำนวนดินสอที่แจกให้คนที่ 1 และจำนวนดินสอที่เหลือหลังจากแจกให้คนที่ 1 ได้  
(ในรูปตัวแปร) ให้ 2 คะแนน

(2.2) หาจำนวนดินสอที่แจกให้คนที่ 2 และจำนวนดินสอที่เหลือหลังจากแจกให้คน 2 ได้  
(ในรูปตัวแปร) ให้ 2 คะแนน

(2.3) หาจำนวนดินสอที่แจกให้คนที่ 3 และจำนวนดินสอที่เหลือหลังจากแจกให้คนที่ 3 ได้  
(ในรูปตัวแปร) ให้ 2 คะแนน

3) สรุปคำตอบได้ถูก ให้ 2 คะแนน

3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

1. กำหนดตัวแปร  $X$  แทนจำนวนดินสอที่มีอยู่ทั้งหมด

2. หาจำนวนดินสอที่แจกให้กับคนที่ 1 โดยได้รับแจกดินสอครึ่งหนึ่งของดินสอที่มี ซึ่งเท่ากับ  $\frac{X}{2}$  แท่ง

3. หาจำนวนดินสอที่เหลือหลังแจกให้กับคนที่ 1 โดยนำจำนวนดินสอที่มีทั้งหมด ลบด้วยจำนวนดินสอที่แจกให้กับคนที่ 1 จะเท่ากับ  $X - \frac{X}{2} = \frac{X}{2}$  แท่ง

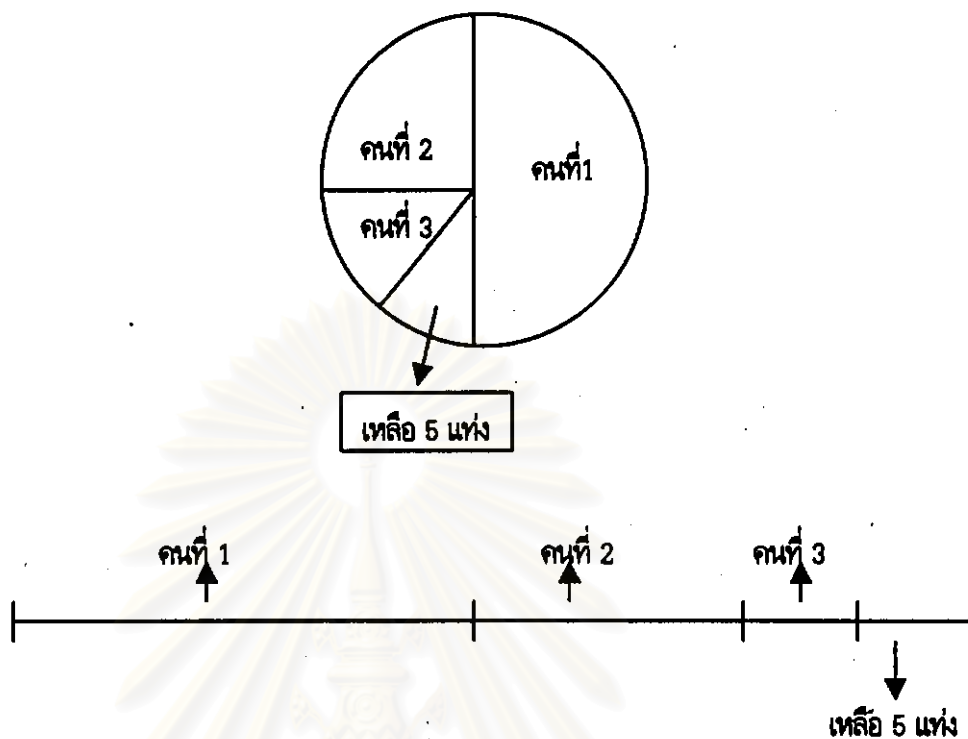
4. หาจำนวนดินสอที่แจกให้กับคนที่ 2 โดยได้รับแจกดินสอครึ่งหนึ่งของดินสอที่เหลือ จะเท่ากับ  $\left(\frac{X}{2}\right) \div 2 = \frac{X}{4}$  แท่ง

5. หากจำนวนดินสอที่เหลือหลังแจกให้กับคนที่ 2 โดยนำจำนวนดินสอที่เหลือหลังจากแจกให้กับคนที่ 1 ลบด้วยจำนวน ดินสอที่แจกให้กับคนที่ 2
- $$\text{จะเท่ากับ } \left(\frac{X}{2}\right) - \left(\frac{X}{4}\right) = \frac{X}{4} \text{ แท่ง}$$
6. หากจำนวนดินสอที่แจกให้กับคนที่ 3 โดยได้รับแจกดินสอครึ่งหนึ่งของดินสอที่เหลือ
- $$\text{จะเท่ากับ } \left(\frac{X}{4}\right) \div 2 = \frac{X}{8} \text{ แท่ง}$$
7. หากจำนวนดินสอที่เหลือหลังแจกให้กับคนที่ 3 โดยนำจำนวนดินสอที่เหลือหลังจากแจกให้กับคนที่ 2 ลบด้วยจำนวน ดินสอที่แจกให้กับคนที่ 3
- $$\text{จะเท่ากับ } \left(\frac{X}{4}\right) - \left(\frac{X}{8}\right) = \frac{X}{8} \text{ แท่ง}$$
8. หลังแจกดินสอให้คนที่ 3 แล้ว เหลือดินสอ 5 แท่ง เขียนสมการได้  $\frac{X}{8} = 5$
9. แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปร  $X$  จะได้คำตอบที่โจทย์ถาม

#### กลวิธีทำย้อนกลับ

- พิจารณาจำนวนดินสอที่เหลือ 5 แท่ง
- หากดินสอที่แจกให้กับคนที่ 3 โดยคนที่ 3 จะได้ดินสอเท่ากับจำนวนดินสอที่เหลือพอแจกคนที่ 3 แล้ว เหลือดินสอ 5 แท่ง ดังนั้น คนที่ 3 ได้ดินสอ 5 แท่ง
- หากจำนวนดินสอก่อนแจกให้คนที่ 3  
เนื่องจากคนที่ 3 ได้ดินสอ 5 แท่ง ดังนั้นก่อนแจกต้องมีดินสอ  $5 + 5 = 10$  แท่ง
- หากดินสอที่แจกให้กับคนที่ 2  
เนื่องจากก่อนแจกดินสอให้คนที่ 3 มีดินสอ 10 แท่ง ดังนั้นคนที่ 2 ได้ดินสอ 10 แท่ง
- หากจำนวนดินสอก่อนแจกให้คนที่ 2  
เนื่องจากคนที่ 2 ได้ดินสอ 10 แท่ง ดังนั้นก่อนแจกต้องมีดินสอ  $10 + 10 = 20$  แท่ง
- หากดินสอที่แจกให้กับคนที่ 1  
เนื่องจากก่อนแจกดินสอให้คนที่ 2 มีดินสอ 20 แท่ง ดังนั้นคนที่ 1 ได้ดินสอ 20 แท่ง
- หากจำนวนดินสอที่มีทั้งหมด  
เนื่องจากคนที่ 1 ได้รับแจกดินสอ 20 แท่ง ซึ่งเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนดินสอที่มีทั้งหมด  
ดังนั้น จำนวนดินสอที่มีทั้งหมด เป็นสองเท่าของจำนวนดินสอที่คนที่ 1 ได้ ซึ่งเท่ากับ  $20 + 20 = 40$  แท่ง

กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7. รถนำเที่ยวคันหนึ่ง แล่นได้ระยะทาง 190 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง โดยสม่ำเสมอ ถ้าสถานที่ท่องเที่ยวอยู่ไกลจากจุดเริ่มต้นเป็นระยะทาง 950 กิโลเมตร และถ้ารถแล่นด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอจะใช้น้ำมัน 2 ลิตร ต่อชั่วโมง ก่อนออกเดินทางเติมน้ำมันไว้ 40 ลิตร เมื่อถึงสถานที่ท่องเที่ยวจะเหลือน้ำมันกี่ลิตร

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- เมื่อถึงสถานที่ท่องเที่ยวจะเหลือน้ำมันกี่ลิตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- รถนำเที่ยวคันหนึ่ง แล่นได้ระยะทาง 190 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง

- สถานที่ท่องเที่ยวอยู่ไกลจากจุดเริ่มต้นเป็นระยะทาง 950 กิโลเมตร

- รถแล่นด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอจะใช้น้ำมัน 2 ลิตร ต่อชั่วโมง

- ก่อนออกเดินทางเติมน้ำมันไว้ 40 ลิตร

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ รถนำเที่ยวคันหนึ่งแล่นได้ระยะทาง 190 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง

ถ้าต้องการให้รถแล่นได้ระยะทาง 950 กิโลเมตร

ให้รถแล่นใช้เวลา X ชั่วโมง

$$\text{จะได้} \quad \frac{190}{2} = \frac{950}{X}$$

$$190 \times X = 950 \times 2$$

$$X = (950 \times 2) \div 190$$

$$X = 10$$

รถใช้เวลาแล่น 10 ชั่วโมง

รถแล่นด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอจะใช้น้ำมัน 2 ลิตร ต่อชั่วโมง

ดังนั้น รถใช้น้ำมัน = 10 x 2 ลิตร

$$= 20 \quad \text{ลิตร}$$

ก่อนออกเดินทางเติมน้ำมันไว้ 40 ลิตร

ดังนั้น เหลือน้ำมัน = 40 - 20 ลิตร

$$= 20 \quad \text{ลิตร}$$

ตอบ เหลือน้ำมัน 20 ลิตร

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

- |   |     |   |       |
|---|-----|---|-------|
| 1) บอกสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ | ให้ | 2 | คะแนน |
| 2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 3 คะแนน)            |     |   |       |
| (2.1) เขียนสัดส่วนแสดงเวลาที่ใช้ในการเดินทางได้ | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) หาเวลาที่ใช้ในการเดินทางได้ถูกต้อง        | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) หาจำนวนน้ำมันที่ใช้ได้ถูกต้อง             | ให้ | 2 | คะแนน |

3) สรุปคำตอบได้ถูก ให้ 2 คะแนน

3. สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

1. กำหนดตัวแปร  $X$  แทนเวลาที่รถใช้แล่นทั้งหมด
2. เขียนสมการแสดงสัดส่วนของระยะทางต่อเวลา
3. แก้สมการหาค่าตัวแปร จะได้เวลาที่รถใช้แล่นทั้งหมด

กลวิธีสร้างตาราง

เวลา	ระยะทาง	น้ำมัน
2	190	4
4	380	8
6	570	12
8	760	16
10	950	20

กลวิธีค้นหารูปแบบ

เวลา (เพิ่มขึ้นครั้งละ 1)	2	4	6	8	10
ระยะทาง(เพิ่มขึ้นครั้งละ 2)	190	380	570	760	950
น้ำมัน(เพิ่มครั้งละ 3)	4	8	12	16	20

กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หาจำนวนชั่วโมงที่รถใช้เดินทาง โดยเขียนสัดส่วนของระยะทางที่เดินทาง ต่อเวลาที่ใช้
2. หาจำนวนน้ำมันที่รถใช้ทั้งหมด ในการเดินทาง โดยนำจำนวนเวลาเป็นชั่วโมงที่หาได้ คูณด้วย 2 จะได้จำนวนน้ำมันที่ใช้ทั้งหมดเป็นลิตร
3. หาจำนวนน้ำมันที่เหลือ โดยนำจำนวนน้ำมันที่โจทย์กำหนด ลบด้วยจำนวนน้ำมันที่หาได้ จะได้จำนวนน้ำมันที่เหลือ

8. รุग्มา มีความจำเป็นต้องกู้เงินจำนวน 10,000 บาท จากธนาคารเพื่อการเกษตรและสหกรณ์การเกษตร เพื่อนำมาลงทุนในการทำงาน โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยเงินกู้ ดังนี้

ชำระดอกเบี้ยเงินกู้ทุก 6 เดือน เสียดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี

ชำระดอกเบี้ยเงินกู้เมื่อครบ 1 ปี เสียดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี

ถ้ารุग्มา ต้องการกู้เงินเป็นเวลา 1 ปี รุग्มาควรเลือกชำระดอกเบี้ยเงินกู้แบบใดจึงจะเสียดอกเบี้ยน้อยที่สุด

1) สิ่งที่เขาต้องพิจารณาให้หา

- รุग्มาควรเลือกชำระดอกเบี้ยเงินกู้แบบใดจึงจะเสียดอกเบี้ยน้อยที่สุด

สิ่งที่เขาต้องกำหนดให้

- รุग्มา กู้เงิน 10,000 บาท

- ชำระดอกเบี้ยเงินกู้ทุก 6 เดือน เสียดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี

- ชำระดอกเบี้ยเงินกู้เมื่อครบ 1 ปี เสียดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ ถ้าชำระดอกเบี้ยเงินกู้ทุก 6 เดือน เสียดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี

รุग्มา กู้เงินมา 10,000 บาท

ถ้าชำระดอกเบี้ยเงินกู้ทุก 6 เดือน จะเสียดอกเบี้ยร้อยละ 5

ให้ รุग्มา เสียดอกเบี้ย เป็น  $X$  บาท

$$\text{จะได้} \quad \frac{X}{10,000} = \frac{5}{100}$$

$$X = \left(\frac{5}{100}\right) \times 10,000$$

$$= 500$$

ถ้าชำระดอกเบี้ยเงินกู้ทุก 6 เดือน จะเสียดอกเบี้ย 500 บาท

ในเวลา 1 ปี ชำระดอกเบี้ย 2 ครั้ง เป็นเงิน  $500 \times 2 = 1,000$  บาท

ถ้าชำระดอกเบี้ยเงินกู้เมื่อครบ 1 ปี เสียดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี

ให้ รุग्มา เสียดอกเบี้ย เป็น  $Y$  บาท

$$\text{จะได้} \quad \frac{Y}{10,000} = \frac{12}{100}$$

$$Y = \left(\frac{12}{100}\right) \times 10,000$$

$$= 1,200$$

ดังนั้น ถ้าชำระดอกเบี้ยเงินกู้เมื่อครบ 1 ปี จะเสียดอกเบี้ย 1,200 บาท

ตอบ รุग्มาควรเลือกชำระดอกเบี้ยเงินกู้ทุก 6 เดือน จึงจะเสียดอกเบี้ยน้อยที่สุด

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

- |   |     |   |       |
|---|-----|---|-------|
| 1) บอกสิ่งที้อยให้หา และสิ่งที้อยกำหนดได้                       | ให้ | 2 | คะแนน |
| 2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ ( 6 คะแนน)                            |     |   |       |
| (2.1) เขียนลัดส่วนแสดงการหาดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบ 6 เดือนได้ | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) หาดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบ 6 เดือนในเวลา 1 ปี ได้        | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) เขียนลัดส่วนแสดงการหาดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบ 1 ปี ได้   | ให้ | 2 | คะแนน |
| 3) สรุปคำตอบได้ถูก  | ให้ | 2 | คะแนน |

3. สำหรับหัดเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา  
ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
กลวิธีการใช้ตัวแปร

หาดอกเบียที่ต้อชำระทุก 6 เดือน ในเวลา 1 ปี

- กำหนดตัวแปร  $X$  แทนจำนวนดอกเบียที่ต้อชำระทุก 6 เดือน
- เขียนลัดส่วนแสดงดอกเบียและเงินต้น คือ  $\frac{X}{10,000} = \frac{5}{100}$
- แก้สมการหาค่า  $X$  จะได้ดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบ 6 เดือน
- นำจำนวนดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบ 6 เดือน ที่ได้จากการแก้สมการ คูณด้วย 2 จะได้จำนวนดอกเบียที่ต้อชำระทั้งหมด ในเวลา 1 ปี

หาดอกเบียที่ต้อชำระ เมื่อครบเวลา 1 ปี

- กำหนดตัวแปร  $Y$  แทนจำนวนดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบเวลา 1 ปี
- เขียนลัดส่วนแสดงดอกเบียและเงินต้น คือ  $\frac{Y}{10,000} = \frac{12}{100}$
- แก้สมการหาค่า  $Y$  จะได้ดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบเวลา 1 ปี

กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

- หาจำนวนเงินหรือดอกเบียที่ชำระเมื่อครบ 6 เดือน ในเวลา 1 ปี ซึ่งหาได้โดย
  - กำหนดตัวแปร  $X$  แทนจำนวนดอกเบียที่ต้อชำระทุก 6 เดือน
  - เขียนลัดส่วนแสดงดอกเบียและเงินต้น คือ  $\frac{X}{10,000} = \frac{5}{100}$
  - แก้สมการหาค่า  $X$  จะได้ดอกเบียที่ต้อชำระเมื่อครบ 6 เดือน



- นำจำนวนดอกเบี้ยที่ต้องชำระเมื่อครบ 6 เดือน ที่ได้จากการแก้สมการ คูณด้วย 2 จะได้จำนวนดอกเบี้ยที่ต้องชำระทั้งหมด ในเวลา 1 ปี
- 2. หาจำนวนเงินหรือดอกเบี้ยที่ชำระเมื่อครบ เวลา 1 ปี ซึ่งหาได้โดย
  - กำหนดตัวแปร  $Y$  แทนจำนวนดอกเบี้ยที่ต้องชำระเมื่อครบเวลา 1 ปี
  - เขียนสัดส่วนแสดงดอกเบี้ยและเงินต้น คือ  $\frac{Y}{10,000} = \frac{12}{100}$
  - แก้สมการหาค่า  $Y$  จะได้ดอกเบี้ยที่ต้องชำระเมื่อครบเวลา 1 ปี
- 3. พิจารณาเปรียบเทียบจำนวนดอกเบี้ยเงินกู้ทั้ง 2 กรณี โดยเลือกชำระดอกเบี้ยกรณี que เสียดอกเบี้ยน้อยกว่า



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 16 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การออกข้อสอบอัตนัย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เนื้อหา / จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่
1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	1
2. สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2) แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2 3
3. ระบบสมการเชิงเส้น แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	4
4. อัตราส่วนตรีโกณมิติ แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ	5
5. พื้นที่ผิวและปริมาตร แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร	6-7
6. สมการกำลังสอง แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการกำลังสอง	8
รวม	8

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**  
**โจทย์ปัญหาเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้น**  
**อัตราส่วนตรีโกณมิติ พื้นที่ผิวและปริมาตร และสมการกำลังสอง**

**ข้อชี้แจง**

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบสอบชนิดอัตนัย เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นโจทย์ปัญหาเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบ สมการเชิงเส้น อัตราส่วนตรีโกณมิติ พื้นที่ผิวและปริมาตร และสมการกำลังสอง แบบทดสอบ มีจำนวน 8 ข้อ ซึ่งแบ่งได้ ดังนี้

1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	จำนวน 1 ข้อ
2. สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	จำนวน 2 ข้อ
3. ระบบสมการเชิงเส้น	จำนวน 1 ข้อ
4. อัตราส่วนตรีโกณมิติ	จำนวน 1 ข้อ
5. พื้นที่ผิวและปริมาตร	จำนวน 2 ข้อ
6. สมการกำลังสอง	จำนวน 1 ข้อ

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีอย่างเต็มความสามารถ และทศเลขหรือแสดงวิธีที่ช่วยคิดในการหาคำตอบ ลงในที่ว่างที่เว้นไว้ในแบบทดสอบ

3. แบบสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนนั้นเป็นอิสระต่อกัน

4. แบบสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 80 นาที

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. เอกขับรถออกจากบ้านเพื่อไปบ้านอ้อด โดยขับรถตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ 11 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวขวาตรงไปทางทิศตะวันออกจนถึงสี่แยกไฟแดงเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร จากสี่แยกไฟแดงขับรถตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ อีกระยะหนึ่งจึงถึงบ้านอ้อด ถ้าวัดระยะทางเป็นเส้นตรงจากบ้านของเอกถึงบ้านของอ้อดได้ 20 กิโลเมตร อยากทราบว่าบ้านของอ้อด อยู่ห่างจากสี่แยกไฟแดงเป็นระยะทางกี่กิโลเมตร

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

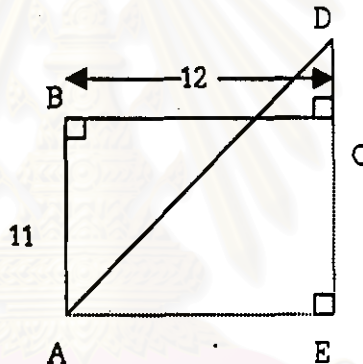
- บ้านของอ้อด อยู่ห่างจากสี่แยกไฟแดงเป็นระยะทางกี่กิโลเมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- เอกขับรถออกจากบ้านเพื่อไปบ้านอ้อด
- เอกขับรถตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ 11 กิโลเมตร
- เลี้ยวขวาไปทางทิศตะวันออกจนถึงสี่แยกไฟแดงเป็นระยะทาง 12 กิโลเมตร
- ขับรถตรงขึ้นไปทางทิศเหนือ อีกระยะหนึ่งจึงถึงบ้านอ้อด
- วัดระยะทางเป็นเส้นตรงจากบ้านของเอกถึงบ้านของอ้อดได้ 20 กิโลเมตร

2) แสดงวิธีหาคำตอบ

วิธีทำ



ให้ A แทนที่ตั้งของบ้านเอก

AB แทนระยะห่างจากบ้านเอก ไปทางทิศเหนือ 11 กิโลเมตร

BC แทนระยะห่างจาก B ไปทิศตะวันออกจนถึงสี่แยกไฟแดงอีก 12 กิโลเมตร

CD แทนระยะห่างจาก C ขึ้นไปทางทิศเหนือจนถึงบ้านของอ้อด

AD แทนระยะห่างจากบ้านของเอก ถึงบ้านอ้อด เป็นระยะทาง 20 กิโลเมตร

ต่อ DC ไปทาง C พบเส้นที่ลากจาก A ขนานกับ BC ที่ E จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ฉาก ABCE และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี มุม E เป็นมุมฉาก

ดังนั้น

$$(AD)^2 = (AE)^2 + (DE)^2$$

แต่

$$AE = BC = 12$$

ดังนั้น

$$(20)^2 = (12)^2 + (DE)^2$$

$$(DE)^2 = 400 - 144$$

$$= 256$$

$$DE = 16$$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก} \quad DE &= CD + CE \\ \text{ดังนั้น} \quad CD &= DE - CE \\ CD &= DE - AB \quad (\text{เพราะ } CE = AB) \\ CD &= 16 - 11 \\ CD &= 5 \end{aligned}$$

ตอบ บ้านของอ๊อด อยู่ห่างจากสี่แยกไฟแดง 5 กิโลเมตร

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

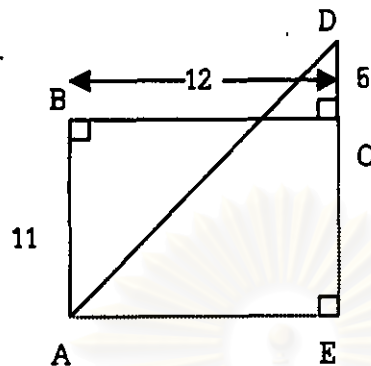
- |  |     |   |       |
|--|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งทีโจทย์กำหนดให้ และสิ่งทีโจทย์ให้หาได้                        | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ   |     |   |       |
| (2.1) กำหนดจุดและด้านตามเงื่อนไขทีโจทย์กำหนดได้                          | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) เขียนแสดงความสัมพันธ์ของจุด และด้านต่างๆตามเงื่อนไขทีโจทย์กำหนดได้ | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) เขียนแสดงความสัมพันธ์เพื่อหาระยะทางจากสี่แยกไฟแดงจนถึงบ้านอ๊อดได้  | ให้ | 2 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง  | ให้ | 2 | คะแนน |

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3) สำหรับหาค่า และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



การเขียนภาพ หรือแผนภูมิอย่างคร่าวๆ จะช่วยให้มองเห็นแนวทาง สำหรับช่วยในการแก้

ปัญหา

- กำหนดจุด A เป็นจุดเริ่มต้นแล้วลากเส้นขึ้นไปด้านบน แทนระยะการเดินทางไปทางทิศเหนือ 11

กม.

แล้วไปสิ้นสุดที่จุด B

- ลากเส้นออกไปทางขวา โดยที่ตั้งฉากกับจุด B แทนระยะการเดินทางไปทางทิศตะวันออก จนถึงสี่แยกไฟแดง 12 กม. แล้วไปสิ้นสุดที่จุด C

- จากจุด C ลากเส้นขึ้นไปทางด้านบน โดยที่ตั้งฉากกับจุด C แทนระยะการเดินทาง ไปทางทิศเหนือ จนถึงบ้านอืด แล้วไปสิ้นสุดที่จุด D

- จากจุด C ลากเส้นต่อไปทางด้านล่าง ตัดกับเส้นที่ลากจากจุด A ไปทางขวา ที่จุด E โดยที่ทั้งสองเส้นตั้งฉากกัน

- แล้วใช้แผนภาพที่เขียนขึ้น เป็นแนวทางช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

กลวิธีใช้ตัวแปร

1. กำหนดให้ระยะทางจากสี่แยกไฟแดง ถึงบ้านอืด เป็น  $X$  กิโลเมตร และระยะทางจากสี่แยกไฟแดงไปทางทิศตรงข้ามกับบ้านอืดเป็น  $(X + 11)$  กิโลเมตร และพบกับระยะทางจากจุดเริ่มต้นที่ขนานกับระยะทางจากจุดที่เลี้ยวขวาจนถึงสี่แยกไฟแดง 12 กิโลเมตร โจทย์กำหนดระยะทางเป็นเส้นตรงจากบ้านเอกถึงบ้านอืดเป็น 20 กิโลเมตร

2. เขียนความสัมพันธ์และแทนค่าด้านต่างๆ ได้ดังนี้  $(20)^2 = (12)^2 + (X + 11)^2$  แล้วแก้สมการหาค่า  $X$  จะได้ระยะทางจากสี่แยกไฟแดง ถึงบ้านของอืด

2. วิชुरย์ ขับรถออกจากกรุงเทพฯ ไปตามถนนสายหนึ่ง ด้วยความเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีกหนึ่งชั่วโมงต่อมา วิหวัส ขับรถยนต์ออกจากที่เดียวกับ วิชुरย์ และไปตามถนนสายเดียวกัน ด้วยความเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่านานเท่าไร วิหวัสจึงจะขับรณำหน้าวิชुरย์ ไป 10 กิโลเมตร

1) สิ่งทีโจทย์ต้องการให้หา

- เป็นเวลานานเท่าไรที่วิหวัสจะขับรณำหน้าวิชुरย์ไป 10 กิโลเมตร

สิ่งทีโจทย์กำหนดให้

- วิชुरย์ ขับรถออกจากกรุงเทพฯ ไปตามถนนสายหนึ่ง ด้วยความเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

โมง

- อีกหนึ่งชั่วโมงต่อมา วิหวัส ขับรถยนต์ออกจากที่เดียวกับ วิชुरย์ และไปตามถนนสาย

เดียวกัน ด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	ให้วิชुरย์ใช้เวลาขับรถจากจุดเริ่มต้น	X	ชั่วโมง
	วิหวัส ออกรถหลัง วิชुरย์ 1 ชั่วโมง จึงใช้เวลาน้อยกว่าวิชुरย์ 1 ชั่วโมง		
	วิหวัส ขับรถออกจากจุดเริ่มต้น ใช้เวลา	X-1	ชั่วโมง
	ในเวลา X ชั่วโมง วิชुरย์ขับรถได้ทาง	40X	กิโลเมตร
	ในเวลา X-1 ชั่วโมง วิหวัสขับรถได้ทาง	50(X-1)	กิโลเมตร
	ถ้าให้ วิหวัส ขับรณำหน้าวิชुरย์ไป	10	กิโลเมตร
	ดังนั้น	$50(X-1) - 40X = 10$	
		$50X - 50 - 40X = 10$	
		$10X = 60$	
		$X = 6$	

ตอบ วิหวัส จะขับรณำหน้า วิชुरย์ ไป 10 กิโลเมตร เมื่อวิชुरย์ขับรถออกจากจุดเริ่มต้นไปเป็นเวลา 6 ชั่วโมง

หรือ	วิธีทำ	ให้วิหวัสใช้เวลาขับรถออกจากจุดเริ่มต้น	X	ชั่วโมง
		วิชुरย์ออกรถไปก่อนวิหวัส 1 ชั่วโมง จึงใช้เวลามากกว่าวิหวัส 1 ชั่วโมง		
		วิชुरย์ ขับรถออกจากจุดเริ่มต้นใช้เวลา	X + 1	ชั่วโมง
		ในเวลา X ชั่วโมง วิหวัสขับรถได้ทาง	50X	กิโลเมตร
		ในเวลา X+1 ชั่วโมง วิชुरย์ขับรถได้ทาง	40(X+1)	กิโลเมตร
		ถ้าให้วิหวัสขับรณำหน้าวิชुरย์ไป 10 กิโลเมตร		
	จะได้	$50X - 40(X+1) = 10$		
		$50X - 40X - 40 = 10$		
		$10X = 10 + 40$		

$$X = 50/10$$

$$X = 5$$

ตอบ วิหวัสถับรถนำหน้าวิหวัชอยู่ไป 10 กิโลเมตร เมื่อวิหวัสถับรถออกจากจุดเริ่มต้นไปเป็นเวลา 5 ชั่วโมง

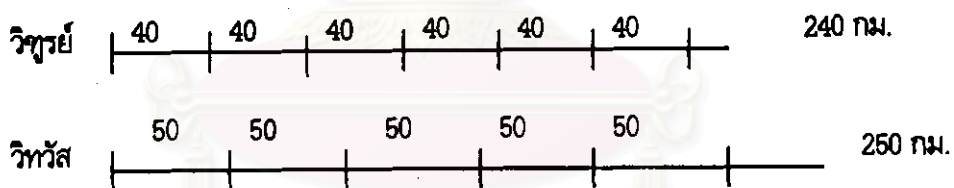
หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

- |   |     |   |       |
|---|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้                           | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ  |     |   |       |
| (2.1) กำหนดตัวแปร เพื่อหาคำตอบได้ถูกต้อง                                      | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้สอดคล้อง กับตัวแปรและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้  | ให้ | 2 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง   | ให้ | 2 | คะแนน |

3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



กลวิธีใช้ตัวแปร

- กำหนด  $X$  แทนเวลาที่วิหวัชใช้ ตั้งแต่ขับรถออกจากจุดเริ่มต้นไป
- เวลาที่วิหวัสใช้เป็น  $X - 1$
- รถที่วิหวัชขับใช้ความเร็ว 40 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง จะได้ระยะทาง  $40X$  กิโลเมตร
- รถที่วิหวัสขับใช้ความเร็ว 50 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง จะได้ระยะทาง  $50(X-1)$  กิโลเมตร
- ถ้าให้วิหวัสขับรถนำหน้าวิหวัชอยู่ไป 10 กิโลเมตร จะได้สมการ  $50(X-1) - 40X = 10$
- แล้วแก้สมการหาค่า  $X$  จะได้คำตอบที่โจทย์ถาม



หรือ

1. กำหนด  $X$  แทนเวลาที่วิหังสใช้ ตั้งแต่ขึ้นรถออกจากจุดเริ่มต้นไป
2. เวลาที่วิหังสใช้เป็น  $X + 1$
3. รถที่วิหังสใช้มีความเร็ว 40 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง จะได้ระยะทาง  $40(X+1)$  กิโลเมตร
4. รถที่วิหังสใช้มีความเร็ว 50 กิโลเมตร ต่อชั่วโมง จะได้ระยะทาง  $50X$  กิโลเมตร
5. ถ้าให้วิหังสขึ้นรถนำหน้ารถวิหังสไป 10 กิโลเมตร จะได้สมการ  $50X - 40(X+1) = 10$
6. แล้วแก้สมการหาค่า  $X$  จะได้คำตอบที่โจทย์ถาม



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. จามจรี มีเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบาท ในกระเป๋าสตางค์ เป็นเงิน 32 บาท นับเป็นจำนวนเหรียญมีมากกว่า 50 เหรียญ แต่ไม่ถึง 60 เหรียญ จงหาว่าเหรียญในกระเป๋าสตางค์ของจามจรีมีโอกาเป็นเหรียญบาทได้ตั้งแต่กี่เหรียญ

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- เหรียญในกระเป๋าสตางค์ของจามจรีมีโอกาเป็นเหรียญบาทได้ตั้งแต่กี่เหรียญ  
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- จามจรี มีเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบาท ในกระเป๋าสตางค์ เป็นเงิน 32 บาท  
- นับเป็นจำนวนเหรียญมีมากกว่า 50 เหรียญ แต่ไม่ถึง 60 เหรียญ

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	สมมติว่าในกระเป๋ามีเงินที่เป็นเหรียญบาทอยู่	X	บาท
	ดังนั้น มีเงินที่เป็นเหรียญห้าสิบบาทอยู่	$32 - X$	บาท
	นับเป็นจำนวนเหรียญห้าสิบบาทได้	$2(32 - X)$	

เหรียญ

ถ้านับจำนวนเหรียญมีมากกว่า 50 เหรียญ แต่ไม่ถึง 60 เหรียญ

$$\text{จะได้} \quad X + 2(32 - X) > 50 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{และ} \quad X + 2(32 - X) < 60 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{จาก (1) จะได้} \quad X + 64 - 2X > 50$$

$$- X > -14$$

$$X < 14 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{จาก (2) จะได้} \quad X + 2(32 - X) < 60$$

$$- X < -4$$

$$X > 4$$

จาก (3) และ (4) จะได้ว่า จามจรีมีเหรียญบาทมากกว่า 4 เหรียญ แต่ไม่ถึง 14 เหรียญ

ตอบ จามจรีมีเหรียญบาทมากกว่า 4 เหรียญ แต่ไม่ถึง 14 เหรียญ

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

- |  |     |   |       |
|--|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้    | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ                             |     |   |       |
| (2.1) เขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง ให้ |     | 2 | คะแนน |
| (2.2) แก้อสมการหาค่าตัวแปรของสมการทั้งหมดได้ถูกต้องให้ |     | 4 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง                                | ให้ | 2 | คะแนน |

### 3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

- กำหนด  $X$  เป็นตัวแปรแทนจำนวนเงินที่เป็นเหรียญบาท จำนวนเงินที่เป็นเหรียญห้าสิบบาทเป็น  $32-X$  จำนวนเหรียญห้าสิบบาทเป็น  $2(32-X)$  เหรียญ
- เขียนอสมการตามเงื่อนไข โจทย์กำหนด ได้ 2 อสมการคือ
 
$$X + 2(32 - X) > 50 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$X + 2(32 - X) < 60 \quad \dots\dots\dots (2)$$
- แก้สมการหาค่าตัวแปร จากทั้งสองอสมการ
- พิจารณาคำตอบที่ได้จากทั้งสองอสมการ
- สรุปคำตอบ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

กลวิธีแปลงเป็นกรณี

- หาจำนวนเหรียญบาทจากเงื่อนไขโจทย์ จำนวนเหรียญที่มีอยู่ในกระเป๋ามีมากกว่า 50 เหรียญ
  - กำหนด  $X$  แทนจำนวนเงินที่เป็นเหรียญบาท ซึ่งจำนวนเงินจะเท่ากับจำนวนเหรียญ จำนวนเงินที่เป็นเหรียญห้าสิบบาทเป็น  $32-X$  จำนวนเหรียญห้าสิบบาทเป็น  $2(32-X)$  เหรียญ
  - เขียนอสมการ  $X + 2(32 - X) > 50$  แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปร  $X$
- หาจำนวนเหรียญบาทจากเงื่อนไขโจทย์ จำนวนเหรียญที่มีอยู่ในกระเป๋ามีน้อยกว่า 60 เหรียญ
  - กำหนด  $X$  แทนจำนวนเงินที่เป็นเหรียญบาท ซึ่งจำนวนเงินจะเท่ากับจำนวนเหรียญ จำนวนเงินที่เป็นเหรียญห้าสิบบาทเป็น  $32-X$  จำนวนเหรียญห้าสิบบาทเป็น  $2(32-X)$  เหรียญ
  - เขียนอสมการ  $X + 2(32 - X) < 60$  แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปร  $X$
- พิจารณาคำตอบที่ได้จากทั้งสองอสมการ แล้วสรุปเป็นคำตอบ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. โสภาร้อยลูกปัดไว้สองเส้น เมื่อนำลูกปัดทั้งสองเส้นมาต่อกัน วัดความยาวได้ 106 เซนติเมตร และลูกปัดเส้นแรกยาวกว่าเส้นที่สองอยู่ 10 เซนติเมตร จงหาความยาวของลูกปัดเส้นที่หนึ่ง และความยาวของลูกปัดเส้นที่สอง

1) โจทย์ต้องการให้หา

- ความยาวของลูกปัดเส้นที่หนึ่ง และความยาวของลูกปัดเส้นที่สอง  
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- โสภาร้อยลูกปัดไว้สองเส้น เมื่อนำลูกปัดทั้งสองเส้นมาต่อกัน วัดความยาวได้ 106 เซนติเมตร  
- ลูกปัดเส้นแรกยาวกว่าเส้นที่สองอยู่ 10 เซนติเมตร

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	กำหนดให้ ลูกปัดเส้นแรกยาว	X	เซนติเมตร
	ลูกปัดเส้นที่สองยาว	Y	เซนติเมตร

ลูกปัดเส้นแรกยาวกว่าเส้นที่สอง 10 เซนติเมตร

จะได้  $X - Y = 10$  .....(1)

เมื่อนำลูกปัดทั้งสองเส้นมาต่อกัน วัดความยาวได้ 106 เซนติเมตร

จะได้  $X + Y = 106$  .....(2)

(1) + (2)  $2X = 10 + 106$

$X = 116/2$

$X = 58$

แทนค่า X ใน (1)

$58 - Y = 10$

$Y = 58 - 10$

$Y = 48$

ตอบ ลูกปัดเส้นแรกยาว 58 เซนติเมตร และเส้นที่สอง ยาว 48 เซนติเมตร

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้	ให้	2	คะแนน
(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ			
(2.1) กำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน
(2.2) เขียนความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องให้	ให้	2	คะแนน
(2.3) แก้มการหาค่าตัวแปรได้	ให้	2	คะแนน
(3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง	ให้	2	คะแนน

3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

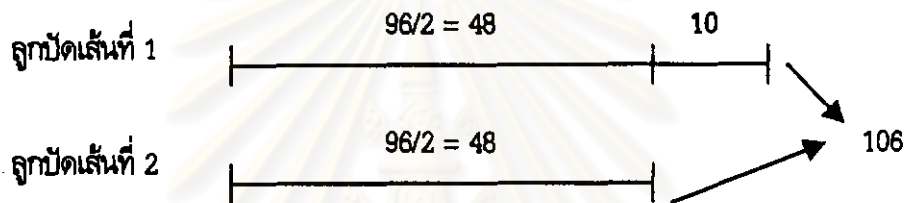
1. กำหนด  $X$  แทนความยาวของลูกบิดเส้นแรก และ  $Y$  แทนความยาวของลูกบิดเส้นที่สอง
2. เขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด จะได้

$$X - Y = 10 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$X + Y = 106 \quad \dots\dots\dots(2)$$

แล้วแก้สมการหาค่า  $X$  และ  $Y$  จะได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



กลวิธีเดา และตรวจสอบ

1. ถ้าลูกบิดเส้นแรกยาว 53 เซนติเมตร      เส้นที่สอง ยาว 43 เซนติเมตร  
ความยาวทั้งสองเส้นต่อกัน  $53 + 43 = 96$  (น้อยไป เคาใหม่)
2. ถ้าลูกบิดเส้นแรกยาว 63 เซนติเมตร      เส้นที่สอง ยาว 53 เซนติเมตร  
ความยาวทั้งสองเส้นต่อกัน  $63 + 53 = 116$  (มากไป เคาใหม่)
3. ถ้าลูกบิดเส้นแรกยาว 58 เซนติเมตร      เส้นที่สอง ยาว 48 เซนติเมตร  
ความยาวทั้งสองเส้นต่อกัน  $58 + 48 = 106$  (พอดี)

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. นายแห้ว ปีนไปอยู่บนต้นมะพร้าวซึ่งสูง 18 เมตร ก็มองเห็นโคนต้นมะพร้าวอีกต้นหนึ่ง ซึ่งอยู่ฝั่งตรงข้ามถนนละฟากคลอง เป็นมุม  $60^\circ$  กับแนวระดับสายตา อยากทราบว่าคลองกว้างเท่าไร ถ้าต้นมะพร้าวทั้งสองต้นอยู่ห่างจากริมคลอง 1.5 เมตร

1) สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

- แม่น้ำมีความกว้างเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

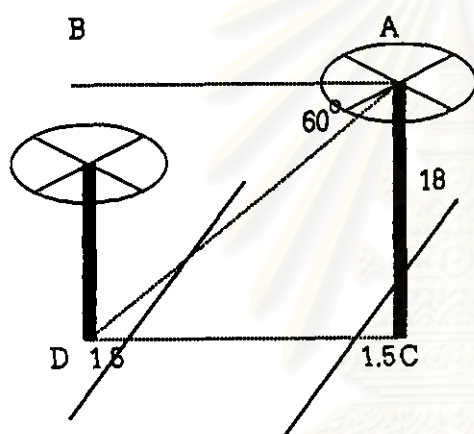
- นายแห้ว ปีนไปอยู่บนต้นมะพร้าวซึ่งสูง 18 เมตร

- เมื่อมองเห็นโคนต้นมะพร้าวอีกต้นหนึ่ง ซึ่งอยู่ฝั่งตรงข้ามถนนละฟากคลอง เป็นมุม  $60^\circ$

กับแนวระดับสายตา

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ



ให้ A เป็นจุดที่ยอดมะพร้าวที่ นายแห้วอยู่

B เป็นจุดในระดับเดียวกับ A

C เป็นจุดที่โคนต้นมะพร้าวที่นายแห้วขึ้นไป

D เป็นจุดที่โคนต้นมะพร้าวที่อยู่ฝั่งตรงข้าม

จะได้  $AB \parallel CD$

มุม A = มุม D =  $60^\circ$

$\tan 60^\circ = AC / CD$

$CD = 18 / \sqrt{3}$

$= (18 \times \sqrt{3}) / (\sqrt{3} \times \sqrt{3})$

$= (18\sqrt{3}) / 3$

$= 6\sqrt{3}$

$\approx 10.39$

ต้นมะพร้าวทั้งสองต้นอยู่ห่างกัน ประมาณ 10.39 เมตร

ดังนั้น คลองกว้างประมาณ  $10.39 - (2 \times 1.5) = 7.39$  เมตร

ตอบ คลองกว้างประมาณ 7.39 เมตร

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ ให้ 2 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

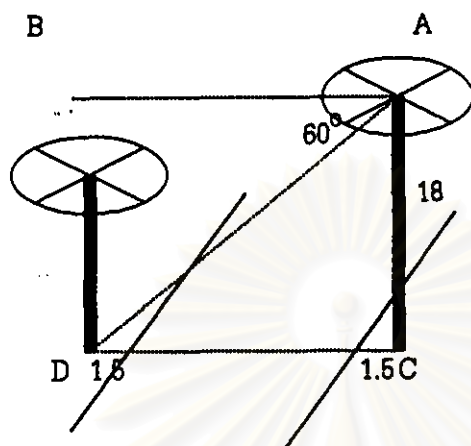
(2.1) กำหนดสัญลักษณ์แทนตำแหน่งหรือด้านได้ถูกต้อง ให้ 2 คะแนน

(2.2) เขียนความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องให้ 2 คะแนน

(2.3) ทหาระยะห่างระหว่างต้นมะพร้าวสองต้นได้ถูกต้อง ให้ 2 คะแนน

(3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง ให้ 2 คะแนน

- 3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา  
ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
กลวิธีเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



- เขียนเส้นตรงขึ้นมา 2 เส้นแทนความสูงของต้นมะพร้าว 2 ต้น โดยระบุความสูงตามที่โจทย์กำหนด และให้ระยะห่างของต้นมะพร้าวเป็นไปตามที่โจทย์กำหนด
  - เขียนเส้นตรง 2 เส้น โดยให้ทั้งสองเส้นนั้นขนานกัน แทนคลองที่อยู่ระหว่างต้นมะพร้าว และให้ต้นมะพร้าวอยู่ห่างจากริมคลอง ต้นละ 1.5 เมตร
- การเขียนภาพ จะช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา สามารถหาคำตอบที่โจทย์ตามได้

#### กลวิธีใช้ตัวแปร

- กำหนดให้คลองกว้าง  $X$  เมตร
  - จากโจทย์กำหนดต้นมะพร้าวที่หัวอยู่สูง 18 เมตร และระยะห่างระหว่างต้นมะพร้าวสองต้นเท่ากับ  $X + (2 \times 1.5)$
  - ดังนั้นแทนค่าสิ่งที่โจทย์กำหนด ตามความสัมพันธ์ของความสูงต้นมะพร้าวต้นที่หัวอยู่ และระยะห่างของต้นมะพร้าวทั้งสองต้น จะได้  $\tan 60^\circ = 18 / (X + 3)$
- แล้วแก้สมการหาค่า  $X$  จะได้ความกว้างของคลอง

6. โรงงานต้องการผลิตกรวยกระดาษ ให้มีความยาวรอบปากกรวย 14 เซนติเมตร สูงเอียง 10 เซนติเมตร จำนวนหนึ่งหมื่นกรวย ต้องใช้กระดาษทั้งหมดกี่แผ่น ถ้ากระดาษ 1 แผ่น มีพื้นที่ 700 ตารางเซนติเมตร

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- ใช้กระดาษทั้งหมดกี่แผ่น

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- ต้องการผลิตกรวยกระดาษ ให้มีความยาวรอบปากกรวย 14 เซนติเมตร สูงเอียง 10 เซนติเมตร จำนวนหนึ่งหมื่นกรวย

- กระดาษ 1 แผ่น มีพื้นที่ 700 ตารางเซนติเมตร

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	พื้นที่ผิวข้างของกรวย	= $\pi r l$	
	ความยาวรอบปากกรวย	14	เซนติเมตร
	จะได้	$2\pi r$	= 14
		$\pi r$	= $14/2 = 7$
		$r$	= $7/\pi$

จากพื้นที่ผิวข้างของกรวย =  $\pi r l$  และกรวยมีความสูง 10 เซนติเมตร

พื้นที่ผิวข้างกรวย 1 กรวย =  $\pi \times (7/\pi) \times 10$  ตารางเซนติเมตร  
= 70 ตารางเซนติเมตร

กรวยกระดาษ 1 หมื่นกรวย มีพื้นที่ =  $70 \times 10,000$  ตารางเซนติเมตร  
= 700,000 ตารางเซนติเมตร

เนื่องจากกระดาษ 1 แผ่น มีพื้นที่ 700 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น ต้องใช้กระดาษ =  $(700,000)/(700)$  แผ่น  
= 1,000 แผ่น

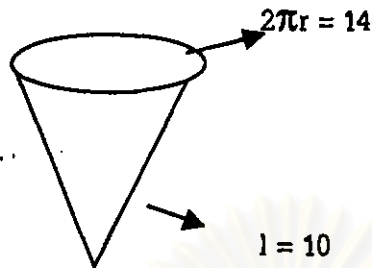
ตอบ ต้องใช้กระดาษทั้งหมด 1,000 แผ่น

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

- |   |     |   |       |
|---|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ                          |     |   |       |
| (2.1) ทหารัศมีของกรวยได้ถูกต้อง                     | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) หพื้นที่ผิวข้างของกรวยทั้งหมดได้ถูกต้อง       | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) แทนค่าการหาจำนวนกระดาษที่ใช้ได้               | ให้ | 2 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง                             | ให้ | 2 | คะแนน |



- 3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์  
กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. รัศมีของกรวย โดยเส้นรอบวงซึ่งเท่ากับ  $2\pi r$  แทนค่า  $2\pi r$  ด้วย 14 จะสามารถหารรัศมีของกรวยได้
2. หพื้นที่ผิวข้างของกรวย 1 กรวย โดยใช้สูตร พื้นที่ผิวข้างของกรวย =  $\pi r l$  แทนค่า รัศมีที่หาได้ และสูงเอียงของกรวย จะได้พื้นที่ผิวข้างของกรวย 1 กรวย
3. หพื้นที่ของกรวยทั้งหมด โดยนำจำนวนที่ต้องการผลิต คูณด้วยพื้นที่ผิวข้างของกรวย 1 กรวย จะได้พื้นที่ของกรวยทั้งหมด
4. หจำนวนกระดาษที่ใช้เป็นแผ่น โดยนำพื้นที่ของกรวยทั้งหมด หารด้วยพื้นที่ของกระดาษ 1 แผ่น ที่โจทย์กำหนด จะได้จำนวนแผ่นกระดาษที่ใช้ทั้งหมด

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7. ลูกบอลทรงกลม รัศมีรอบวงที่ใหญ่ที่สุดของบอลได้ 66 เซนติเมตร ถ้าลูกบอลทำด้วยวัสดุหนา 0.5 เซนติเมตร บอลจะจุลมได้กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

1) สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา

- บอลจะจุลมได้กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- เส้นรอบวงที่ใหญ่ที่สุดของบอลได้ 66 เซนติเมตร

- ลูกบอลทำด้วยวัสดุหนา 0.5 เซนติเมตร

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ	เส้นรอบวงที่ใหญ่ที่สุดของบอลได้	66	เซนติเมตร
	เนื่องจากเส้นรอบวงของวงกลม	$= 2\pi r$	
จะได้	$2\pi r$	$= 66$	
	$r$	$= 66 \times (7/22) \times (1/2)$	
	$r$	$= (21/2) = 10.5$	เซนติเมตร
	เนื่องจากลูกบอลทำด้วยวัสดุหนา 0.5 เซนติเมตร		
	การหาความจุของบอล รัศมีของบอล $10.5 - 0.5 = 10$		เซนติเมตร
	ปริมาตรของทรงกลม	$= (4/3) \pi r^3$	
	บอลจะจุลม	$= (4/3) \times (22/7) \times 10^3$	
		$= 4190.5$	ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ ลูกบอลจุลมได้ 4190.5 ลูกบาศก์เซนติเมตร

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

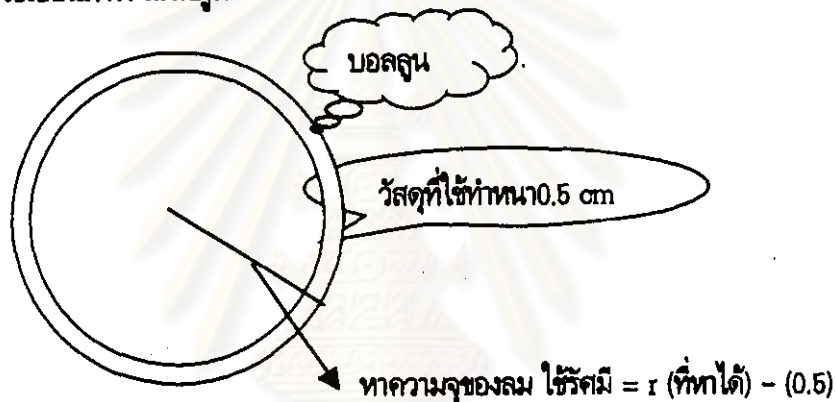
- |   |     |   |       |
|---|-----|---|-------|
| (1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ                          |     |   |       |
| (2.1) หารัศมีของบอลในการหาความจุของบอลได้           | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.2) แทนค่าการหาความจุของบอล                       | ให้ | 2 | คะแนน |
| (2.3) คำนวณความจุของบอลได้                          | ให้ | 2 | คะแนน |
| (3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง                             | ให้ | 2 | คะแนน |

### 3. สำหรับหาคเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย

1. หารัศมีของบอลลูก โดยใช้สูตรการหาเส้นรอบวง  $2\pi r$  จะเท่ากับ 66 ที่โจทย์กำหนด จะได้รัศมีของบอลลูก
2. หารัศมีของบอลลูก ที่จะให้หาคความจุของลม โดยนำรัศมีที่หาได้ สบด้วยความหนาของวัสดุที่ใช้ทำบอลลูก
4. หาคความจุของบอลลูก จากปริมาตรของทรงกลมเท่ากับ  $(4/3) \pi r^3$  แทนค่ารัศมีที่หาได้ จะทำให้ได้ความจุของบอลลูก
5. กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง



8. กำลังสองของผลบวกของจำนวน จำนวนหนึ่งกับ 7 เท่ากับผลบวกของสิบเท่าของจำนวนนั้นกับ 94 จงหาจำนวนนั้น

1) สิ่งทีโจทย์ต้องการให้หา

- จำนวนนั้น คือจำนวนใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- กำลังสองของผลบวกของจำนวน จำนวนหนึ่งกับ 7 เท่ากับผลบวกของสิบเท่าของจำนวน

นั้น กับ 94

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

วิธีทำ ให้จำนวนนั้นเป็น  $X$

กำลังสองของผลบวกของจำนวน จำนวนหนึ่งกับ 7 เท่ากับผลบวกของสิบเท่าของจำนวนนั้น กับ 94

$$\text{จะได้} \quad (X+7)^2 = 10X + 94$$

$$X^2 + 14X + 49 = 10X + 94$$

$$X^2 + 14X + 49 - 10X - 94 = 0$$

$$X^2 + 4X - 45 = 0$$

$$(X-5)(X+9) = 0$$

$$X = 5, -9$$

คำตอบของสมการคือ 5, -9

ตอบ จำนวนนั้นคือ 5 หรือ -9

หมายเหตุ เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ให้หาได้ ให้ 2 คะแนน

(2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

(2.1) กำหนดตัวแปรเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ถามได้ ให้ 2 คะแนน

(2.2) เขียนสมการได้สอดคล้องกับตัวแปรและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ 2 คะแนน

(2.3) แก้สมการหาค่าตัวแปรได้ ให้ 2 คะแนน

(3) สรุปคำตอบได้ถูกต้อง ให้ 2 คะแนน

### 3) สำหรับทศเลข และแสดงวิธีคิดเพื่อช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ตัวอย่างกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีใช้ตัวแปร

1. กำหนด  $X$  เป็นตัวแปรแทนจำนวน จำนวนนั้น
2. เขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด จะได้สมการ  $(X+7)^2 = 10X + 94$  แล้วแก้สมการหาค่า  $X$  จะได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

กลวิธีเดาและตรวจสอบ

1. ถ้าจำนวน จำนวนนั้นเป็น 1  
จะได้  $(1+7)^2 = 10(1) + 94$   
 $64 = 104$  (เป็นไปได้ไม่ได้) เตาใหม่
2. ถ้าจำนวน จำนวนนั้นเป็น 3  
จะได้  $(3+7)^2 = 10(3) + 94$   
 $100 = 124$  (เป็นไปได้ไม่ได้) เตาใหม่
3. ถ้าจำนวน จำนวนนั้นเป็น 5  
จะได้  $(5+7)^2 = 10(5) + 94$   
 $144 = 144$  (เป็นจริง)

จำนวนที่เป็นคำตอบ จำนวนหนึ่งคือ 5 (สมการต้องมี 2 คำตอบ) ที่เหลืออีกจำนวนหนึ่ง อาจใช้การเดาไปเรื่อยๆ โดยใช้เหตุผลจากการเดาในครั้งแรกๆ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบสัมภาษณ์ประกอบการสังเกตการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ชื่อ .....นามสกุล .....ชั้น .....เลขที่ .....ข้อที่.....

ตอนที่ 1

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

1.1 เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์คำถามแล้ว ขั้นแรกนักเรียนทำอย่างไร

.....  
1.2 นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร ในการช่วยให้เข้าใจในสิ่งที่โจทย์ถาม (ไม่ต้องบอกชื่อกลวิธี แต่ให้บอกวิธีการหรือแสดงให้ดู)

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา

2.1 เมื่อรู้สิ่งที่โจทย์ถาม นักเรียนมีวิธีที่ช่วยในการหาคำตอบอย่างไร

.....  
2.2 เพราะอะไร จึงใช้วิธีนี้ช่วยในการคิด (วิธีที่นักเรียนตอบในข้อ 2.1)

.....  
2.3 นอกจากวิธีการที่ช่วยในการหาคำตอบนี้ (วิธีที่นักเรียนตอบในข้อ 2.1) นักเรียนใช้วิธีอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ หรือใช้วิธีอื่นหลายวิธีประกอบกันในการหาคำตอบ

.....  
2.4 เพราะอะไรจึงใช้วิธีนี้ (ถ้ามีวิธีอื่นช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา)

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

3.1 เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้ววิธีที่ใช้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ถามหรือไม่

.....  
3.2 ถ้าไม่ใช่ นักเรียนพยายามหาวิธีอื่นช่วยในการหาคำตอบหรือไม่ เพราะอะไร วิธีอื่นนั้นคืออะไร

4. ขั้นตรวจสอบ

4.1 นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบที่ทำได้หรือไม่ ถ้ามีแล้วนักเรียนทำอย่างไร

.....

ตอนที่ 2 แบบบันทึกการระดมความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการสัมภาษณ์ประกอบการสังเกต

กลวิธี	ใช้กลวิธี	ไม่ใช้กลวิธี
1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ		
1.1 พิจารณาข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดแล้วเดาคำตอบ		
1.2 เดาคำตอบใหม่โดยอาศัยเหตุผลจากการเดาครั้งแรก		
2. กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง		
2.1 วาดภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนด		
2.2 เขียนภาพสายเส้นง่ายๆ แสดงสาระสำคัญของปัญหา		
3. กลวิธีสร้างตาราง		
3.1 จัดข้อมูลที่โจทย์กำหนดในรูปของตาราง ใช้ตารางเปรียบเทียบข้อมูล		
4. กลวิธีใช้ตัวแปร		
4.1 ใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า		
4.2 สร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปสมการ แล้วหาคำตอบ		
5. กลวิธีค้นหารูปแบบ		
5.1 สร้างรูปทั่วไปจากตัวอย่างที่โจทย์กำหนด		
5.2 สร้างรูปทั่วไปจากการเปลี่ยนแปลงข้อมูลตามเงื่อนไขของโจทย์		
6. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี		
6.1 แบ่งปัญหาออกเป็นกรณีแล้วหาคำตอบในแต่ละกรณี		
6.2 พิจารณาคำตอบของปัญหาจากทุกกรณีร่วมกัน		
7. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรงหรือทางอ้อม		
7.1 ใช้เงื่อนไขหรือข้อมูลที่โจทย์กำหนดในการหาคำตอบ		
7.2 ใช้เหตุผลมาหักล้างหรืออธิบายว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งไม่ใช่คำตอบ		
8. กลวิธีทำย้อนกลับ		
8.1 พิจารณาผลลัพธ์สุดท้ายแล้วย้อนกลับเพื่อหาคำตอบ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด		
9. กลวิธีสร้างปัญหาขึ้นใหม่		
9.1 สร้างปัญหาขึ้นใหม่ที่คล้ายกับปัญหาเดิม แต่ยุ่งยากน้อยกว่า แล้วใช้วิธีการที่ใช้แก้ปัญหาใหม่ไปใช้แก้ปัญหาเดิม		
9.2 นำวิธีการที่เคยใช้แก้ปัญหาที่คล้ายกันมาใช้ในการหาคำตอบ		
10. กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย		
10.1 แบ่งปัญหาออกเป็นตอนๆ แล้วหาคำตอบทีละตอน เพื่อนำไปสู่คำตอบที่โจทย์ถาม		



## ประวัติผู้เขียน

นางสาวเจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม เกิดวันที่ 12 พฤษภาคม พ.ศ. 2513 ที่อำเภอศรีสำโรง จังหวัดสุโขทัย สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีครุศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับ 1) จากวิทยาลัยครูพิษณุโลก พิษณุโลก ในปีการศึกษา 2535 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขามัธยมศึกษา - คณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช ในปีการศึกษา 2540 และสำเร็จการศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขามัธยมศึกษา - วิทยาศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช ในปีการศึกษา 2541 เข้าศึกษาต่อใน หลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2541 ปัจจุบันรับราชการครูที่โรงเรียนบ้านวังลึก (ยุวนานชุมชนทิศ) อำเภอศรีสำโรง จังหวัดสุโขทัย



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย