

บทที่ 4

การวิเคราะห์ผลการทดลอง

4.1 บทนำ

จากผลที่ได้จากการทดลองตามที่ได้นำไปไว้ในบทที่ 3 ข้อมูลจากการทดลองต่างๆดังกล่าว ถูกนำมาวิเคราะห์เพื่อศึกษาพฤติกรรมของการขนถ่ายของวัสดุทั้ง 3 ชนิด ไม่ว่าจะเป็นการสร้างกราฟแสดงลักษณะจำเพาะของการขนถ่ายของวัสดุทั้ง 3 ชนิด และทำการวิเคราะห์เพื่อหาความสัมพันธ์ของค่ารูปร่างของชิ้นวัสดุที่จะส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมการขนถ่ายวัสดุดังกล่าว

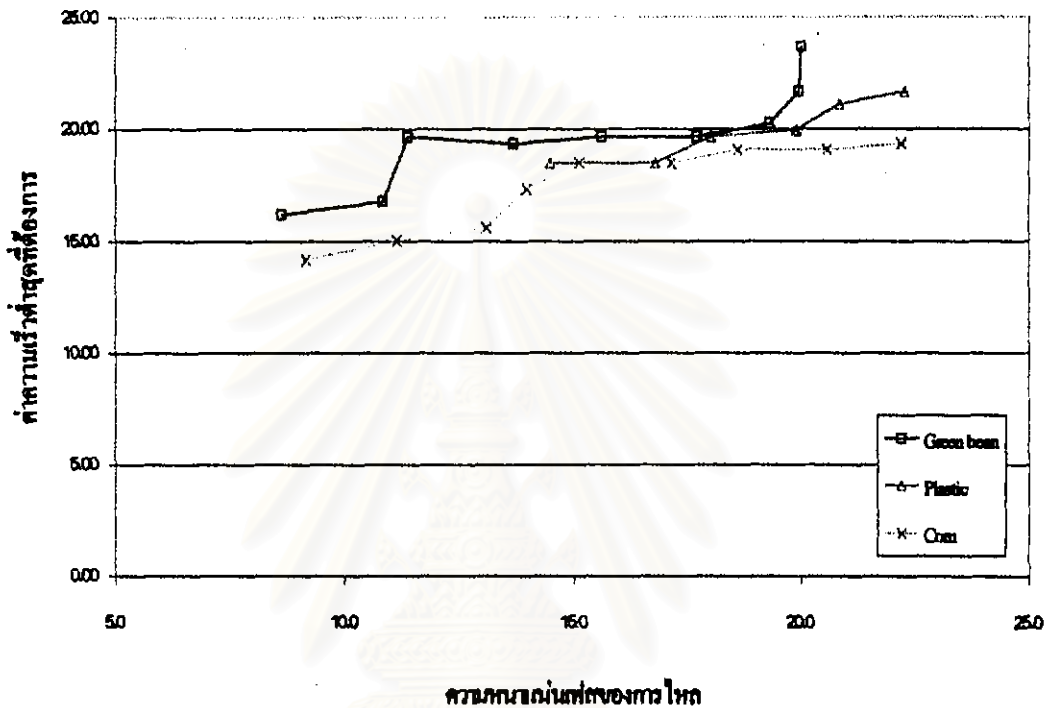
การวิเคราะห์ผลของรูปร่างของชิ้นวัสดุ ได้จัดทำโดยอาศัยการวิเคราะห์ในส่วนของเทอมไร้มิติเพื่อจัดหาสมการแสดงการขนถ่ายของวัสดุที่ได้นำผลของตัวประกอบรูปร่างของชิ้นวัสดุเข้าไปด้วย เพื่อจะเป็นประโยชน์แก่การออกแบบและศึกษาระบบการขนถ่ายวัสดุด้วยอากาศ

อย่างไรก็ตามข้อมูลดิบที่ได้จากการทดลองจะต้องมีการนำมาประกอบกันเพื่อจัดรูปให้อยู่ในรูปของตัวแปรที่เหมาะสมแก่การวิเคราะห์ในส่วนต่างๆดังที่ได้กล่าวไปแล้วข้างต้นและเพื่อการเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจากผู้ทดสอบอื่นๆ การคำนวณหาค่าตัวแปรต่างๆที่จำเป็นในการวิเคราะห์ รวมไปถึงผลการทดลองและตัวแปรต่างๆที่ได้จากการคำนวณจากผลการทดลองนั้น สามารถแสดงได้ดังภาคผนวก ก

4.2 ความเร็วค่าสุดของอากาศที่จำเป็นสำหรับการขนถ่าย

ค่าความเร็วค่าสุดของอากาศที่จำเป็นสำหรับการขนถ่ายคือความเร็วของอากาศน้อยที่สุดที่จำเป็นสำหรับการขนถ่ายวัสดุ โดยที่วัสดุไม่เกิดการทิ้งตัวอุกดันในแนวท่อขนถ่าย จากการทดลองสำหรับวัสดุทั้งสามชนิดนั้นจะสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความหนาแน่นเฟสของการขนถ่ายและค่าความเร็วค่าสุดดังกล่าวได้ดังรูปที่ 4.1 โดยจากกราฟจะเห็นได้ว่า เมื่อทำการเพิ่มค่า

อัตราการใช้พลังงานของวัสดุขึ้น ค่าอัตราการใช้พลังงานปริมาณของอากาศที่ต้องการ เพื่อที่จะใช้ในการพาวัดไปนั้นจะมีค่าเพิ่มขึ้น



รูปที่ 4.1 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเร็วค่าสุดท้ายที่ต้องการของอากาศกับค่าความหนาแน่นที่ส่งของมวลในการขนถ่ายวัสดุทั้ง 3 ชนิด ในชุดทดลองที่มีความยาวของท่อขนถ่ายขนาด 20 m ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ 35 mm

เมื่อเทียบกับผลการทดลองของห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) [3] สำหรับวัสดุหลายชนิด ซึ่งทางห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) ได้จำแนกวัสดุออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ อันได้แก่วัสดุที่มีการลอยตัวด้วยอากาศและวัสดุที่มีการลอยตัวด้วยอากาศไม่ดี ค่าความเร็วค่าสุดท้ายที่ได้จากการทดลองเก็บข้อมูลของ ทางห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) สามารถแสดงได้ตามชนิดของวัสดุดังนี้

- วัสดุที่มีการลอยตัวด้วยอากาศไม่ดี ค่าความเร็วของอากาศขาเข้าที่ต่ำที่สุดที่มีความจำเป็นสำหรับการขนถ่ายจะมีค่า

$$C_i = 15 \text{ m/s} \quad \text{ที่ทุกค่าความหนาแน่นเฟส}$$

- วัสดุที่มีการลอยตัวด้วยอากาศดี

$$C_i = 12 \text{ m/s} \quad \text{ที่ค่าความหนาแน่นเฟสน้อยกว่า 10}$$

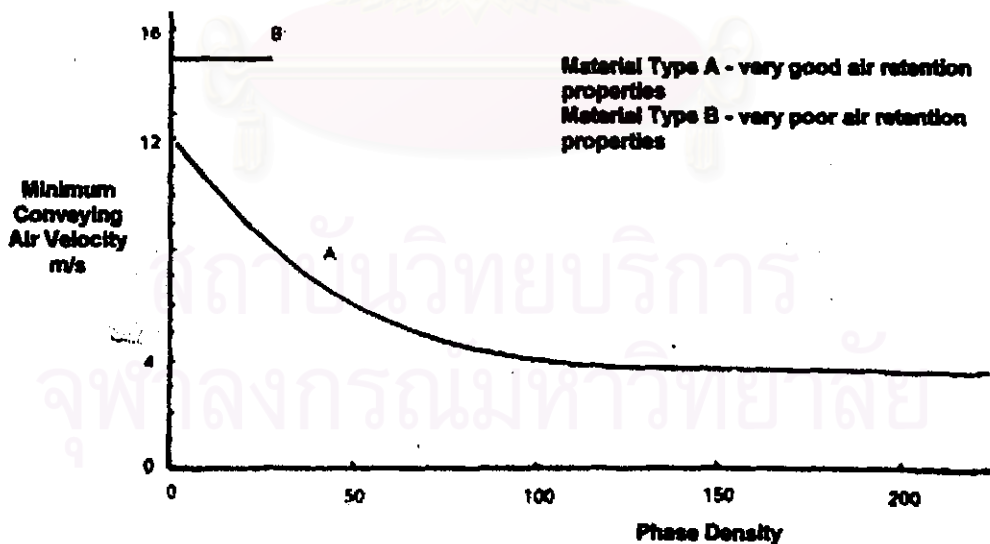
$$C_i = 33\phi^{-0.45} \text{ m/s} \quad \text{ที่ค่าความหนาแน่นเฟสมากกว่า 10 และน้อยกว่า 150}$$

$$\text{และ } C_i = 3.5 \text{ m/s} \quad \text{ที่ค่าความหนาแน่นเฟสมากกว่า 150}$$

เมื่อ C_i = ค่าความเร็วต่ำสุดที่จำเป็นสำหรับการขนถ่าย

ϕ = ค่าความหนาแน่นเฟสของการไหล

โดยค่าความเร็วดังที่ได้กล่าวข้างต้นนี้สามารถ แสดงได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 แสดงค่าความเร็วต่ำที่สุดที่มีความจำเป็นในการขนถ่ายสำหรับวัสดุที่มีค่าการลอยตัวด้วยอากาศดี (A) และวัสดุที่มีค่าการลอยตัวด้วยอากาศไม่ดี (B) [3]

จะเห็นได้ว่าค่าความเร็วของอากาศที่จะต้องจ่ายเข้าไปในแนวการขนถ่ายสำหรับวัตถุทั้ง 3 ชนิดในช่วงที่ทำการทดลองดังที่แสดงในรูปที่ 4.2 นั้นมีค่าอยู่ในช่วง 15-20 m/s และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความหนาแน่นเฟสสูงขึ้น ความแตกต่างของผลการทดลองกับข้อมูลของห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) ที่ระบุว่าความเร็วต่ำสุดสำหรับวัตถุที่มีการลอยตัวด้วยอากาศไม่คือนั้นจะมีค่าคงที่ที่ประมาณ 15 m/s ที่ทุกค่าความหนาแน่นเฟสนั้น น่าจะเป็นผลเนื่องมาจากความแตกต่างของขนาดของวัตถุ โดยวัตถุที่ห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) นำมาทดลองนั้นเป็นวัตถุที่มีอนุภาคเล็กอันได้แก่ แบริด หงถ่านหิน ผงทราย เบนโทไนต์ เพียวไรต์ เป็นต้น โดยส่วนใหญ่มีขนาดเฉลี่ยเล็กกว่า 1000 ไมโครเมตร แต่วัตถุที่ได้นำมาทำการทดลองในที่นี้นั้นอันได้แก่ เมล็ดข้าวโพด เมล็ดถั่วเขียว และเมล็ดพลาสติกนั้นมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเมื่อเทียบกับทรงกลมคือ 7710, 4570 และ 2880 ไมโครเมตร ตามลำดับ ซึ่งมีขนาดใหญ่กว่ามาก อันอาจจะส่งผลให้ค่าความเร็วที่ต้องการนั้นมีค่ามากกว่าและมีพฤติกรรมที่แตกต่างไปจากรูปกราฟและสมการที่ได้แนะนำโดยห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) นอกจากนี้ผลของการทดลองที่เบี่ยงเบนไปจากผลที่ได้จากการทดลองโดยห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) นั้นอาจจะเกิดได้จากคุณสมบัติอื่นๆของวัสดุด้วย ซึ่งแม้แต่การทดลองโดยห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) เองก็ยังมีผลการทดลองของวัสดุที่ไม่สามารถจำแนกได้อย่างชัดเจนว่าเป็นวัสดุประเภทที่ลอยตัวด้วยอากาศหรือไม่ดี โดยจะเห็นได้จากกราฟรูปที่ 1.4 และ 1.5 ดังที่ได้กล่าวไปในบทที่ 1 โดยรูปกราฟทั้งสองเป็นกราฟแสดงพฤติกรรมการขนถ่ายของชิ้นวัสดุซึ่งไม่สามารถจำแนกประเภทได้ ดังนั้นก็สามารถเทียบได้กับผลการทดลองในที่นี้ซึ่งก็มีความเป็นไปได้เช่นเดียวกันที่วัสดุที่ได้นำมาทำการทดลองในที่นี้จะมีผลที่แตกต่างไปจากผลที่ได้จากการทดลองของห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) เนื่องจากขนาดของชิ้นวัสดุที่แตกต่างกันรวมไปถึงคุณสมบัติอื่นๆของชิ้นวัสดุดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น อย่างไรก็ตามค่าความเร็วต่ำสุดที่ได้จากการทดลองนั้นก็ยังมีค่าอยู่ที่ประมาณ 15 m/s

4.3 กราฟแสดงลักษณะจำเพาะของการชนถ่ายของวัตถุ

เนื่องจากวัตถุแต่ละชนิดจะมีพฤติกรรมการชนถ่ายที่แตกต่างกันโดยสาเหตุที่ทำให้มีความแตกต่างกันของพฤติกรรมการชนถ่ายนั้นมิได้เกิดขึ้นเพียงเพราะคุณสมบัติที่แตกต่างกันของชิ้นวัตถุ ดังที่ได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 1 ทั้งนี้โดยที่พฤติกรรมการชนถ่ายนั้นจะเป็นคุณสมบัติจำเพาะของวัตถุแต่ละชนิด อย่างไรก็ตาม ในการศึกษาที่ผ่านมาพบว่า วัตถุที่มีคุณสมบัติใกล้เคียงกันนั้นจะมีแนวโน้มที่จะมีพฤติกรรมการชนถ่ายที่ใกล้เคียงกัน ดังนั้นกราฟแสดงลักษณะจำเพาะของการชนถ่ายจึงมีความจำเป็นต่อการออกแบบและศึกษาพฤติกรรมการชนถ่ายของวัตถุเป็นอย่างยิ่ง กราฟแสดงลักษณะจำเพาะของการชนถ่ายนั้นจะเป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัตถุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าความดันตกในแนวชนถ่ายและความหนาแน่นเฟสต่างๆกัน

ในที่นี้ ข้อมูลจากการทดลองจะถูกนำมาสร้างสมการ โดยการวิเคราะห์แบบถดถอยหลายตัวแปร เพื่อความสะดวกในการสร้างกราฟในส่วนของเส้นกราฟที่แสดงค่าความดันตกในแนวการชนถ่ายที่ค่าต่างๆกัน ในส่วนของเส้นกราฟที่แสดงค่าความหนาแน่นเฟสตรงที่นั้นสามารถสร้างได้จากสมการแสดงความสัมพันธ์ของค่าความหนาแน่นเฟส

จากข้อมูลที่ได้จากการทดลองวัตถุทั้ง 3 ชนิด ในจุดทดลองซึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อชนถ่าย 35 mm ความยาวของท่อชนถ่าย 20 m ดังกล่าว เมื่อนำมาวิเคราะห์แบบถดถอยหลายตัวแปรของแต่ละชุดข้อมูล จะได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตก อัตราการไหลเชิงมวลของวัตถุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศนั้นมีลักษณะเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งให้ค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจสูงกว่า 90 % ดังที่ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ข โดยสมการสำหรับวัตถุทั้ง 3 ชนิดสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\Delta P = -0.0718 + 0.0864G + 3.55m \quad \text{สำหรับเม็ดข้าวโพค} \quad [4.1]$$

$$\Delta P = -0.0443 + 0.0788G + 2.45m \quad \text{สำหรับเม็ดถั่วเขียว} \quad [4.2]$$

$$\Delta P = -0.0263 + 0.0728G + 2.79m \quad \text{สำหรับเม็ดพลาสติก} \quad [4.3]$$

โดย ΔP = ค่าความดันตกที่เกิดขึ้นในระบบขนถ่าย, bar
 \dot{G} = ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ, ton/hr
 \dot{m}_a = ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ, kg/s

จากสมการที่ได้ข้างต้น (สมการ 4.1, 4.2 และ 4.3) และจากความสัมพันธ์ของความหนาแน่นเฟส

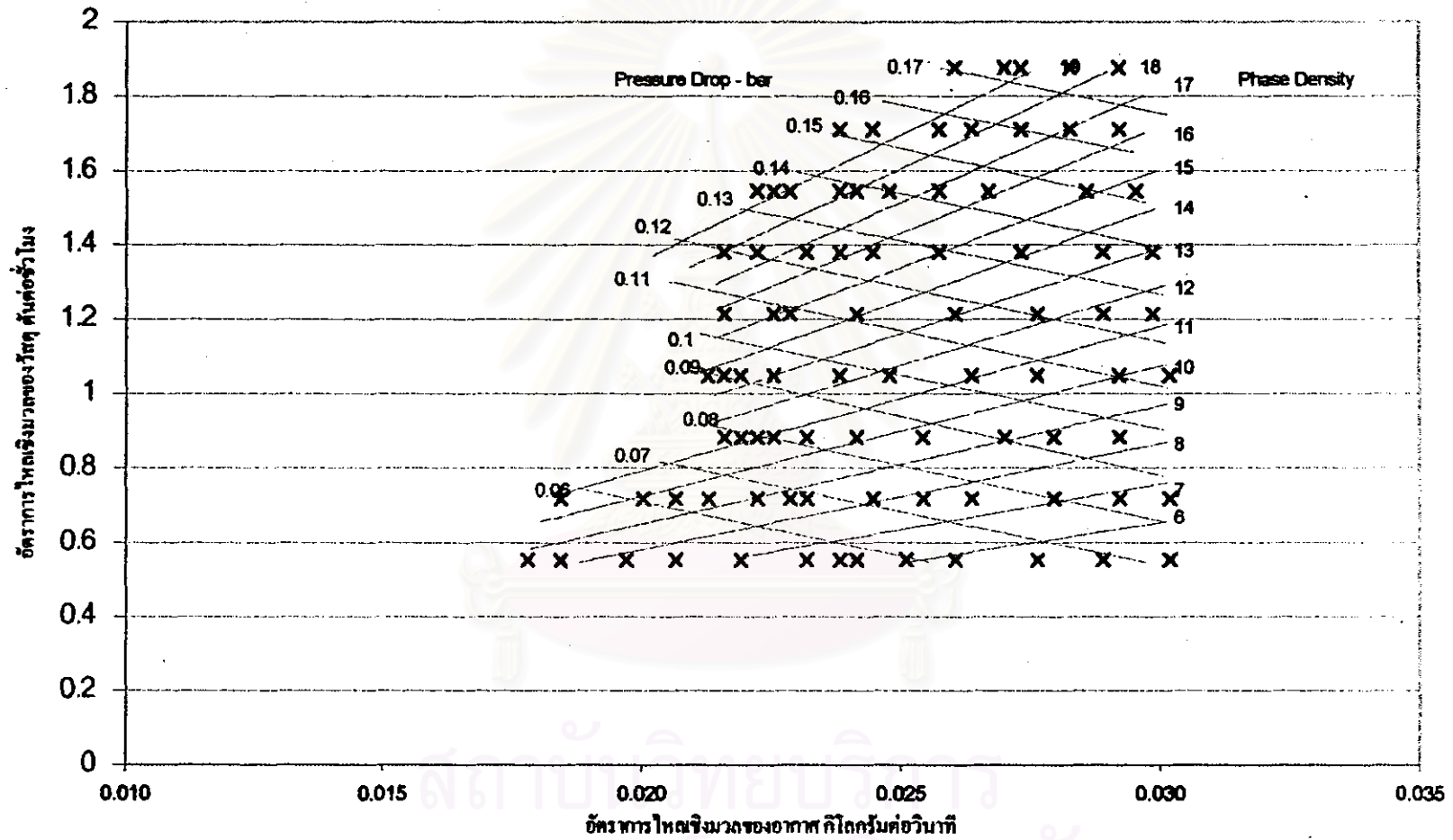
$$\phi = \frac{\dot{G}}{3.6\dot{m}_a} \quad [4.4]$$

โดย ϕ = ค่าความหนาแน่นเฟสในการไหล
 \dot{G} = ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ, ton/hr
 \dot{m}_a = ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ, kg/s

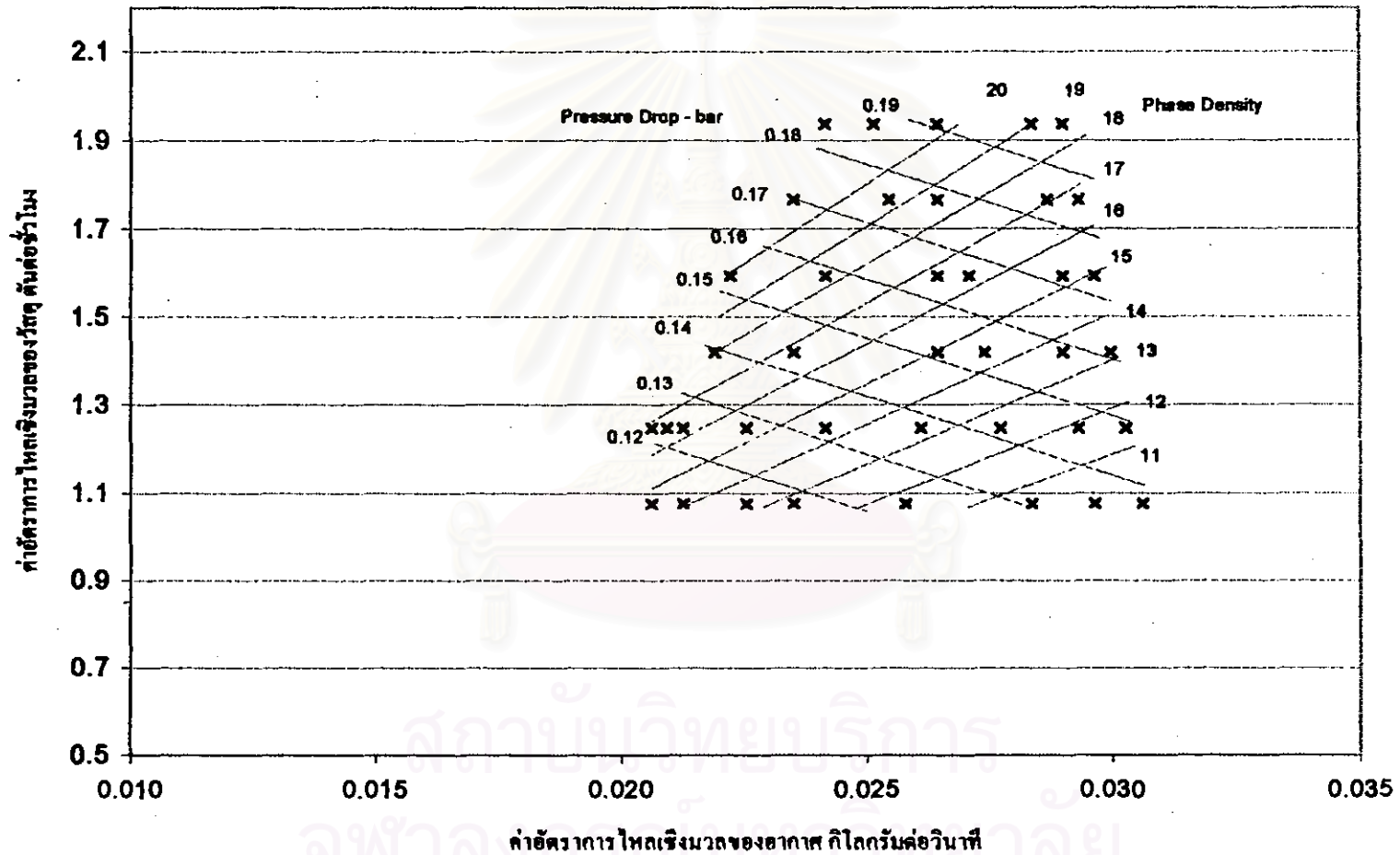
จะสามารถนำมาสร้างกราฟเพื่อใช้สำหรับการออกแบบ ได้ดังรูปที่ 4.3, 4.4 และ 4.5 สำหรับวัสดุทั้ง 3 ชนิดตามลำดับ

รูปกราฟดังกล่าวจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศกับค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุที่ทำการขนถ่าย ที่ค่าความดันตกและความหนาแน่นเฟสต่างๆกัน โดยจุดของชุดข้อมูลที่ได้จากการทดลองจะแสดงเป็นจุดรูปตัว x บนรูปกราฟ เมื่อพิจารณารูปกราฟความสัมพันธ์ดังกล่าว จะเห็นได้ว่า ในกรณีที่ค่าความดันตกของระบบการขนถ่ายมีค่าคงที่นั้นเมื่อความหนาแน่นเฟสของระบบมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศจะมีค่าลดลง

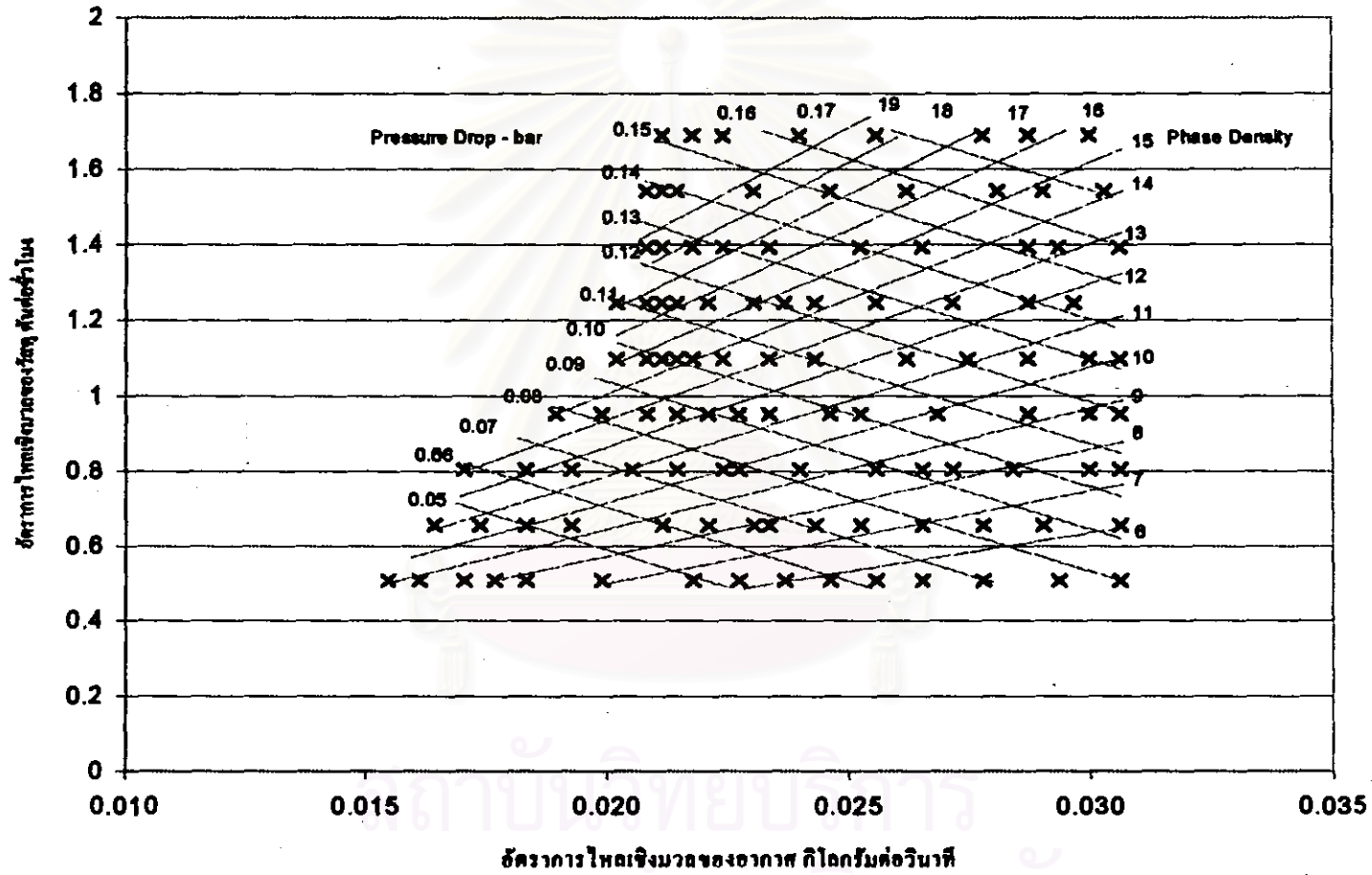
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.3 แสดงกราฟลักษณะจำเพาะของการขนถ่ายของตัวเชื้อเพลิง โดยจุดทดลองมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อขนาด 35 มิลลิเมตร ความยาวของท่อขนถ่าย 20 เมตร



รูปที่ 4.4 แสดงกราฟลักษณะจำเพาะของการขนถ่ายของพลาสติก โดยชุดทดลองมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อขนาด 35 มิลลิเมตร ความยาวของท่อขนถ่าย 20 เมตร



รูปที่ 4.5 แสดงกราฟลักษณะจำเพาะของการขนถ่ายของข้าวโพด โดยชุดทดลองมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อขนาด 35 มิลลิเมตร ความยาวของท่อขนถ่าย 20 เมตร

4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์และค่าความหนาแน่นเฟส

การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop) และค่าความหนาแน่นเฟสนั้น ได้จัดทำขึ้นเพื่อการตรวจสอบผลการทดลองที่ให้กับผลที่ได้จากผู้ทดสอบอื่นๆสำหรับวัสดุชนิดอื่น อาทิห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) [3] และผลการทดลองของ J. Gasterstaedt [6] นอกจากนี้การวิเคราะห์ดังกล่าวนี้จะทำให้ทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop) ที่เกิดขึ้นในแนวขนถ่ายและค่าความหนาแน่นเฟส

การวิเคราะห์หาสมการความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop) ที่เกิดขึ้นในแนวขนถ่ายและค่าความหนาแน่นเฟสนั้น จะทำได้โดยการวิเคราะห์แบบถดถอยของแต่ละชุดข้อมูลที่ได้จากการทดลอง โดยจะได้สมการทั้งสิ้น 3 สมการสำหรับวัสดุที่ทำการทดลองทั้ง 3 ชนิด

จากความสัมพันธ์ของค่าความดันตกที่เกิดขึ้นในแนวขนถ่ายในการขนถ่ายที่มีการไหลแบบความหนาแน่นเฟสเบาบางที่ได้จากการทดสอบของห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) [3] สามารถแสดงได้ดังสมการข้างล่างนี้

$$\Delta P = (1 + \phi)\Delta P_0 \quad [4.5]$$

โดย ΔP = ค่าความดันตกที่เกิดขึ้นในระบบขนถ่าย

ΔP_0 = ค่าความดันตกที่เกิดขึ้นในระบบขนถ่ายที่ปราศจากชิ้นวัสดุ

ϕ = ค่าความหนาแน่นเฟสในการไหล

สมการดังกล่าวนี้ เมื่อนำไปใช้กับท่อที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 100 มิลลิเมตรหรือเล็กกว่า จะต้องคูณด้วยสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\Delta P = K(1 + \phi)\Delta P_0 \quad [4.6]$$

$$\text{หรือ } \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \alpha = K(1 + \phi) \quad [4.7]$$

โดย $K = \text{สัมประสิทธิ์} = 25d^{1.5}$

$d = \text{ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ, m}$

$\alpha = \text{ค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop)}$

เมื่อแทนค่าเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อขนถ่ายที่ใช้ในการทดสอบที่มีขนาดเท่ากับ 0.035 เมตร ในสมการข้างต้นจะได้

$$\alpha = 0.164\phi + 0.164 \quad [4.8]$$

จากผลที่ได้จากการทดลองจริงของวัตถุทั้ง 3 ชนิด จะสามารถหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop) และค่าความหนาแน่นเฟสสำหรับวัตถุที่นำมาทดลองโดยอาศัยการวิเคราะห์การถดถอย ซึ่งผลของการวิเคราะห์แบบถดถอยนั้นจะแสดงไว้ในภาคผนวก ค โดยสมการของวัตถุทั้ง 3 ชนิดจะสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\alpha = 0.416\phi + 0.635 \quad \text{สำหรับเม็ดข้าวโพด} \quad [4.9]$$

$$\alpha = 0.375\phi + 0.786 \quad \text{สำหรับเม็ดถั่วเขียว} \quad [4.10]$$

$$\alpha = 0.415\phi + 0.999 \quad \text{สำหรับเม็ดพลาสติก} \quad [4.11]$$

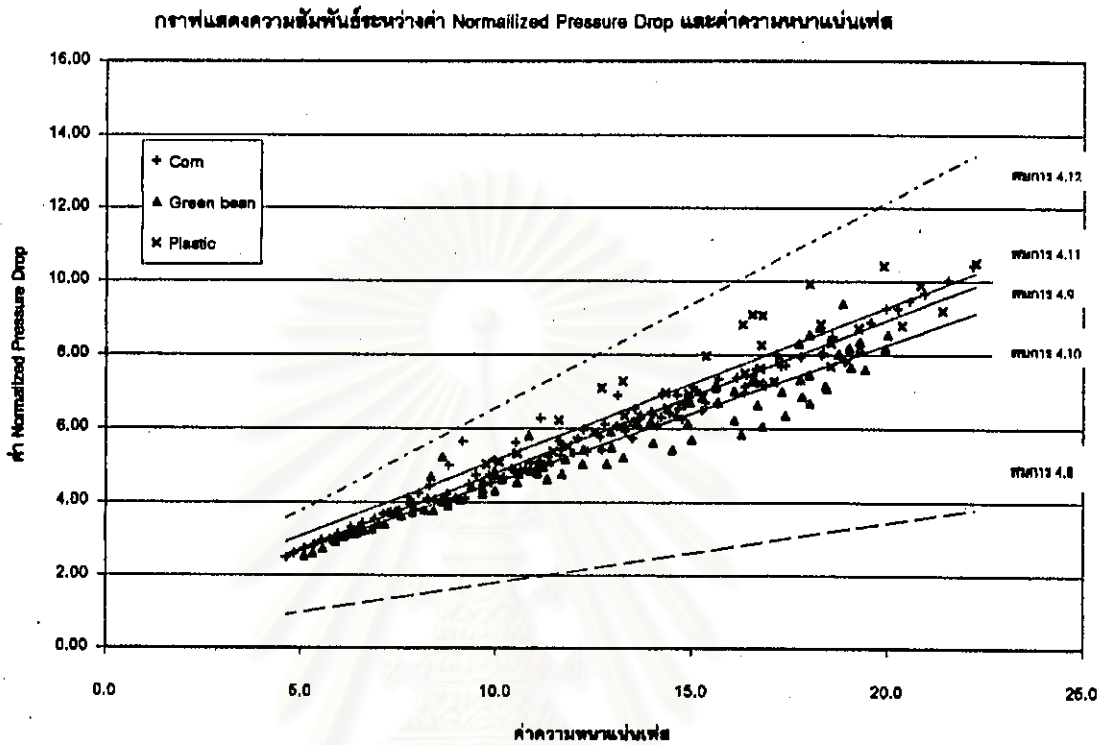
นอกจากนี้จากการทดลองกับเม็ดผงพลาสติกในชุดทดสอบเดียวกันนี้ของรัชชัย ชรินพาณิชย์กุล และ วิวัฒน์ ดัฒนะพานิชกุล [1] ได้สมการ

$$\alpha = 0.958\phi + 0.561 \quad [4.12]$$

สมการข้างต้นทั้ง 5 สมการ (4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12) สามารถนำมาสร้างกราฟได้ดังรูปที่ 4.6 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากกราฟในรูปที่ 4.6 มีความสอดคล้องกับผลการศึกษาพฤติกรรมการขนถ่ายของเม็ดข้าวสาลีด้วยอากาศของ J. Gasterstaedt (1970) [6] (รูปที่ 1.2) ซึ่งได้สรุปว่าค่าความดันตก

ในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop) นั้นจะมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับค่าความหนาแน่นเฟส โดยค่าความชันของเส้นกราฟนั้นจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุที่นำมาทดสอบ ซึ่งรวมถึงรูปร่างและขนาดของวัสดุ ตลอดจนคุณลักษณะของวัสดุต่างๆกัน ซึ่งเมื่อเทียบผลที่ได้จากการทดลองจริงสำหรับวัสดุทั้งสามชนิด ตามสมการ 4.9 4.10 และ 4.11 กับผลของการทดลองกับเม็ดผงพลาตินิกของของรวิชัย ชรินพานิชกุล และ วิวัฒน์ ตัมชะพานิชกุล ตามสมการ 4.12 และสมการของห้องทดลองของวอร์เรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) ตามสมการที่ 4.9 จะเห็นได้ว่า ค่าที่ได้จากการคาดคะเนโดยใช้สมการของห้องทดลองของวอร์เรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) นั้นมีค่าเบี่ยงเบนจากค่าที่ได้จากการทดลองจริงในครั้งนี้อย่างมาก ผลดังกล่าวนี้ส่วนหนึ่งแน่นอนว่าเกิดขึ้นจากความแตกต่างในขนาดของวัสดุที่ทำการทดสอบดังเช่นที่เกิดขึ้นกับกรณีของการหาค่าความเร็วอากาศต่ำสุดที่ใช้ในการขนถ่ายอย่างไรก็ตามผลของการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop) และค่าความหนาแน่นเฟสของวัสดุก็ยังไม่สามารถแยกแยะได้ถึงผลโดยตรงของรูปร่างของวัสดุที่มีผลต่อพฤติกรรมการขนถ่าย ซึ่งจะต้องทำการศึกษาและวิเคราะห์โดยละเอียดต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกในรูปแบบนอร์มัลไลซ์ (Normalized Pressure Drop) และค่าความหนาแน่นเฟสของ เมล็ดถั่วเขียว เมล็ดข้าวโพด และเม็ดพลาสติก ในชุดทดสอบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ 35 mm ความยาวท่อขนถ่าย 20 m โดยได้นำผลการการขนถ่ายของห้องทดลองของวอเรนสปริงก์ (Warren Spring Laboratory) และผลการที่ได้จากการทดลองกับผงพลาสติกในชุดทดลองเดียวกันนี้ของบริษัท ชรินพานิชกุล และ วิวัฒน์ คัมชะพานิชกุล มาเปรียบเทียบไว้ด้วย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.5 การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของเทอมไร้มิติของการไหลของของผสม

การศึกษาพฤติกรรมการไหลร่วมกันระหว่างอากาศและชิ้นวัสดุที่เป็นของแข็ง จะต้องมีการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของเทอมไร้มิติของการไหลของของผสม ทั้งนี้การวิเคราะห์ดังกล่าวจะทำให้ได้สมการที่เป็นประโยชน์แก่การศึกษาการชนถ่ายวัสดุด้วยอากาศโดยที่พิจารณาถึงผลของรูปร่างของชิ้นวัสดุด้วย

ค่าความดันตกของระบบต่อหน่วยความยาวของท่อชนถ่ายในการชนถ่ายวัสดุด้วยอากาศจะเป็นฟังก์ชันของค่าต่างๆ ดังนี้

$$\Delta P_L = f(\rho_a, \rho_p, d_v, D, \bar{v}, \dot{G}, \mu) \quad [4.13]$$

โดย ΔP_L - ค่าความดันตกของระบบในการชนถ่ายชิ้นวัสดุต่อหน่วยความยาวของท่อ, N/m^2

ρ_a - ค่าความหนาแน่นของอากาศ, kg/m^3

ρ_p - ค่าความหนาแน่นของของแข็ง, kg/m^3

d_v - ค่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นวัสดุเมื่อเทียบกับทรงกลม, m

D - ค่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อชนถ่าย, m

\bar{v} - ค่าความเร็วเฉลี่ยของอากาศ, m/s

\dot{G} - ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ, ton/hr

μ - ค่าความหนืดไดนามิกของอากาศ (Dynamic viscosity), Ns/m^2

ทั้งนี้จากสมมติฐานของการไหลดังนี้

1. การไหลที่เกิดขึ้นนั้นเป็นการไหลคงตัว (Steady Flow)
2. การไหลที่เกิดขึ้นนั้นเป็นการไหลแบบสม่ำเสมอ (Uniform Flow)
3. การเปลี่ยนแปลงค่าความหนาแน่นของอากาศเนื่องจากคุณสมบัติการอัดตัวได้ของอากาศนั้นสามารถละเลยได้
4. ขนาดของวัสดุโดยเฉลี่ยใกล้เคียงกัน

จากทฤษฎี Pi ของ Buckingham จะสามารถหาความสัมพันธ์ของเทอมต่างๆในรูปของเทอมไร้มิติได้ดังนี้

เนื่องจากความสัมพันธ์ดังกล่าวมีตัวแปรทั้งสิ้น $n = 8$ ตัวแปรคือ $\Delta P_L, \rho_s, \rho_p, d_v, D, \bar{v}, \dot{G}, \mu$

เลือกหน่วยหลักคือ M (มวล), L (ความยาว) และ t (เวลา)

จะได้

ตัวแปร	ΔP_L	ρ_s	ρ_p	d_v	D	\bar{v}	\dot{G}	μ
หน่วย	M/L^2t^2	M/L^3	M/L^3	L	L	L/t	M/t	M/Lt

เลือกค่าตัวแปรซ้ำ 3 ตัวเท่ากับจำนวนของหน่วยหลักคือ ρ_s, D, \bar{v}

ดังนั้นจะมีจำนวนเทอมไร้มิติจำนวน $8-3 = 5$ เทอม

จะได้

$$\Pi_1 = \rho_s^a D^b \bar{v}^c \Delta P_L = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a (L)^b \left(\frac{L}{t}\right)^c \left(\frac{M}{L^2 t^2}\right) = M^0 L^0 t^0$$

ได้ M: $a+1=0$

L: $-3a+b+c-2=0$

t: $-c-2=0$

จะได้ $a=-1, c=-2, b=1$

จะได้

$$\Pi_1 = \frac{\Delta P_L D}{\rho_s \bar{v}^2}$$

[4.14]

$$\Pi_2 = \rho_s \cdot D^b \bar{v}^c \rho_p = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a (L)^b \left(\frac{L}{t}\right)^c \left(\frac{M}{L^3}\right) = M^0 L^0 t^0$$

ได้ $M: a+1=0$

$L: -3a+b+c-3=0$

$t: -c=0$

จะได้ $a=-1, c=0, b=0$

จะได้

$$\Pi_2 = \frac{\rho_p}{\rho_s}$$

[4.15]

$$\Pi_3 = \rho_s \cdot D^b \bar{v}^c d_v = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a (L)^b \left(\frac{L}{t}\right)^c (L) = M^0 L^0 t^0$$

ได้ $M: a=0$

$L: -3a+b+c+1=0$

$t: -c=0$

จะได้ $a=0, c=0, b=-1$

จะได้

$$\Pi_3 = \frac{d_v}{D}$$

[4.16]

$$\Pi_4 = \rho_s \cdot D^b \bar{v}^c \mu = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a (L)^b \left(\frac{L}{t}\right)^c \left(\frac{M}{Lt}\right) = M^0 L^0 t^0$$

ได้ $M: a+1=0$

$L: -3a+b+c-1=0$

$$t: -c - 1 = 0$$

จะได้ $a = -1, c = -1, b = -1$

จะได้

$$\Pi_4 = \frac{\mu}{\rho_s \bar{v} D} \quad [4.17]$$

$$\Pi_4 = \rho_s^a D^b \bar{v}^c \mu = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a (L)^b \left(\frac{L}{t}\right)^c \left(\frac{M}{t}\right) = M^0 L^0 t^0$$

ได้ M: $a + 1 = 0$

L: $-3a + b + c = 0$

t: $-c - 1 = 0$

จะได้ $a = -1, c = -1, b = -2$

จะได้

$$\Pi_5 = \frac{\dot{G}}{\rho_s \bar{v} D^2} \quad [4.18]$$

เนื่องจาก $\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5)$

$$\text{ได้ } \frac{\Delta P_L D}{\rho_s \bar{v}^2} = f\left(\frac{\rho_p}{\rho_s}, \frac{d_v}{D}, \frac{\mu}{\rho_s \bar{v} D}, \frac{\dot{G}}{\rho_s \bar{v} D^2}\right)$$

$$\text{เนื่องจากเทอม } \Pi_5 = \frac{\dot{G}}{\rho_s \bar{v} D^2} = \frac{4\pi \dot{G}}{4\pi \rho_s \bar{v} D^2}$$

แต่เทอม $\frac{4\dot{G}}{\pi \rho_s \bar{v} D^2}$ นั้นคือค่าความหนาแน่นเฟส ϕ

ดังนั้น

$$\Pi_3 = \frac{\dot{G}}{\rho_s \bar{v} D^2} = \frac{\pi}{4} \phi$$

เนื่องจาก $\pi/4$ เป็นค่าคงที่ดังนั้นจะสามารถแทนค่า Π_3 ด้วยค่าความหนาแน่นเฟสได้

หรือ

$$\Pi_3 = \phi \quad [4.19]$$

พิจารณาเทอม Π_4 จะเห็นได้ว่าเทอม $\Pi_4 = \frac{\mu}{\rho_s \bar{v} D}$ สามารถแทนได้ด้วยค่าส่วนกลับของตัวเลขเรย์โนลด์ของอากาศ ($1/Re_s$)

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{\Delta P_L D}{\rho_s \bar{v}^2} = f\left(\frac{\rho_p}{\rho_s}, \frac{d_v}{D}, \frac{1}{Re_s}, \phi\right) \quad [4.20]$$

พิจารณาเทอม $\frac{d_v}{D}$ นั้นสามารถจัดรูปได้ดังนี้

โดยการนำ $\pi S d_v$ คูณตลอดจะได้ว่า

$$\frac{d_v}{D} = \frac{\pi S d_v^2}{\pi S d_v D} = \frac{S \psi}{\pi d_v D}$$

เมื่อ ψ = ค่าตัวประกอบรูปร่างของชิ้นวัตถุ (Shape factor) = $\frac{\pi d_v^2}{S}$

S = พื้นที่ผิวของชิ้นวัตถุ

ดังนั้นเทอม $\frac{d_v}{D}$ สามารถแทนด้วยเทอม $\frac{S\psi}{\pi d_v D}$ แต่ π เป็นค่าคงที่ ทำให้ละทิ้งไปได้ จึงสามารถแทนค่า $\frac{d_v}{D}$ ได้ด้วย $\frac{S\psi}{d_v D}$

จะได้ว่า

$$\frac{\Delta P_L D}{\rho_s \bar{v}^2} = f\left(\frac{\rho_p}{\rho_s}, \frac{S\psi}{\pi d_v D}, \frac{1}{Re_s}, \phi\right) \quad [4.20]$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้นเราจะสามารถนำมาสร้างสมการ โดยอาศัยข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งผลของการคำนวณค่าต่างๆนั้นสามารถแสดงได้ดังภาคผนวก ง ตาราง ง1

โดยการวิเคราะห์แบบถดถอยหลายตัวแปรแบบเชิงเส้น ดังแสดงไว้ในภาคผนวก ง จะได้ว่า

$$\frac{\Delta P_L D}{\rho_s \bar{v}^2} = 0.184 - 0.000150 \frac{\rho_p}{\rho_s} - 0.0507 \frac{S\psi}{d_v D} + 590 / Re_s + 0.00225\phi \quad [4.21]$$

โดยจากผลการวิเคราะห์ให้ค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดติงใจถึง 96.1 % จะเห็นได้ว่าการใช้สมการแบบเชิงเส้นนั้นมีความเหมาะสมเนื่องจากให้ค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดติงใจสูงมาก ซึ่งสมการดังกล่าวได้จากข้อมูลในการทดลองในท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 35 mm ความยาวของช่วงการชนถ่าย 20 m ซึ่งมีช่วงของค่าความหนาแน่นของวัสดุนั้นจะอยู่ในช่วง 1184 - 1350 kg/m³ มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเทียบเท่า 0.00288 - 0.00771 m ค่าตัวประกอบรูปร่าง 0.69 - 0.91 ค่าความหนาแน่นเฟสของการไหล 4.6 - 22.2 ค่าตัวเลขเรย์โนลด์ของอากาศ 2.9 x 10⁴ - 6.0 x 10⁴

สมการดังกล่าวนี้จะสามารถนำไปใช้เพื่อคาดคะเนค่าความดันตกที่เกิดขึ้นในระบบท่อเมื่อทราบคุณสมบัติของวัสดุไม่ว่าจะเป็นขนาดของวัสดุ ความหนาแน่น และค่าตัวประกอบรูปร่าง รวมไปถึงค่าอัตราการไหลของทั้งอากาศและวัสดุที่ต้องการในการชนถ่าย

การทดสอบสมการ

เพื่อตรวจสอบความแม่นยำของสมการ 4.21 จึงได้ทำการทดลองการชนถ่ายเมล็ดถั่วเขียวผ่าซีกและเมล็ดข้าวเปลือกเพื่อเก็บข้อมูลจากการทดลองมาตรวจสอบกับค่าที่ได้จากการคำนวณโดยสมการดังกล่าว

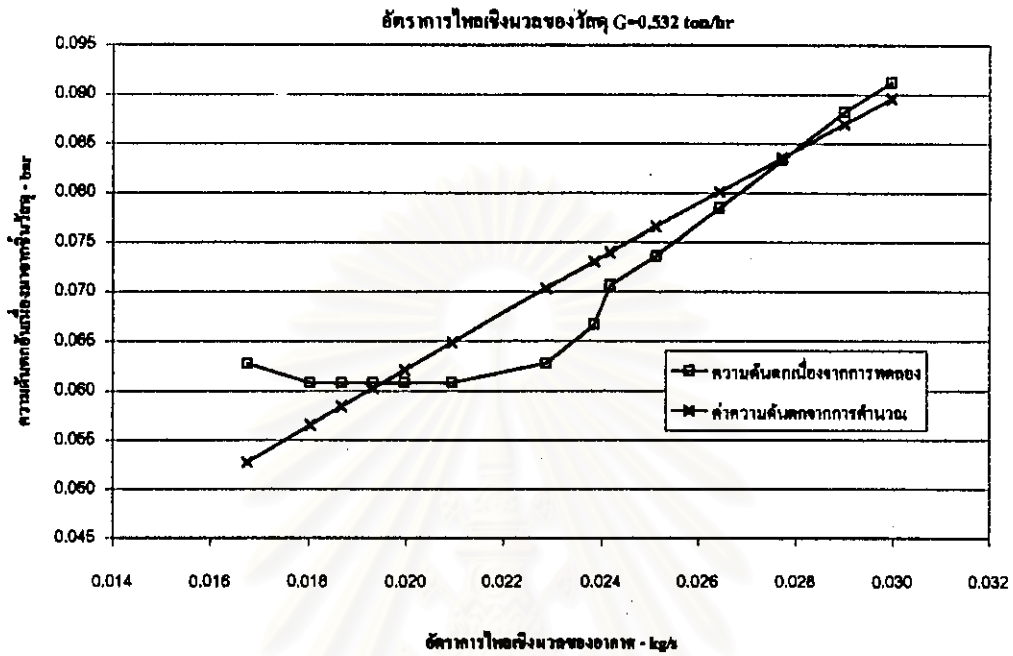
เมล็ดถั่วเขียวผ่าซีกและเมล็ดข้าวเปลือกที่นำมาทดสอบดังกล่าวนี้มีคุณสมบัติต่างๆดังแสดงในตาราง 4.1

ตาราง 4.1 แสดงคุณสมบัติของวัสดุที่นำมาทดลองเพื่อทดสอบสมการ 4.21

วัสดุ	ความหนาแน่น kg/m^3	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเทียบเท่า m	ค่าตัวประกอบรูปร่าง (ψ , Shape Factor)
เมล็ดถั่วเขียวผ่าซีก	1313.40	0.00363	0.77
เมล็ดข้าวเปลือก	1183.80	0.00342	0.46

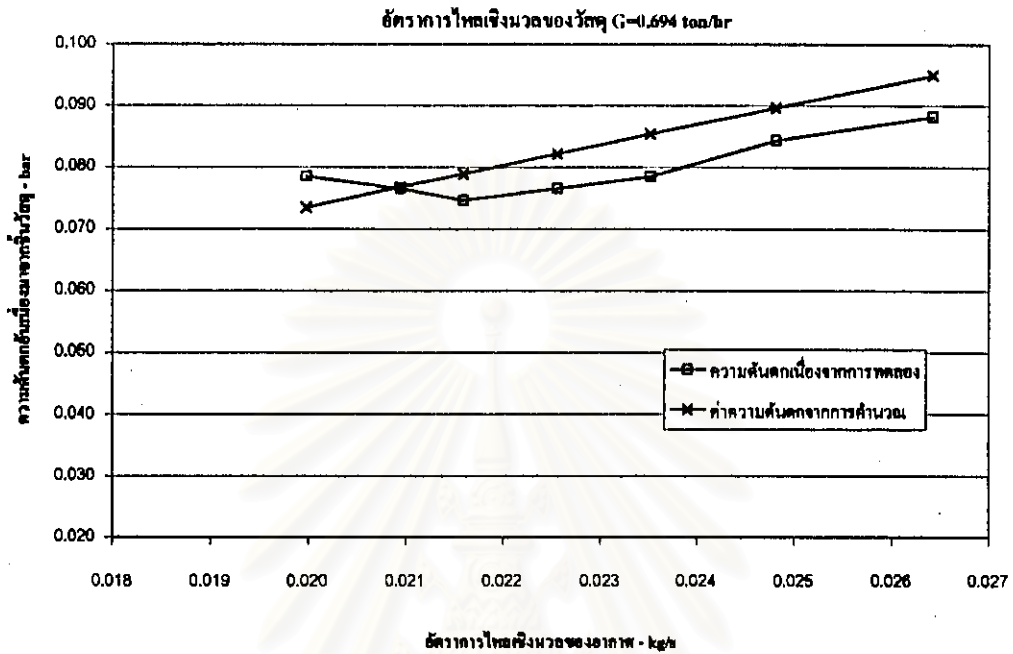
ผลจากการทดลองนั้นสามารถแสดงได้ในภาคผนวก จ ตาราง จ1 และ จ2 โดยจากผลการทดลองได้นำมาสร้างกราฟเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทำนายโดยอาศัยสมการที่ 4.21 ได้ดังรูปกราฟที่ 4.7 ถึง 4.17

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



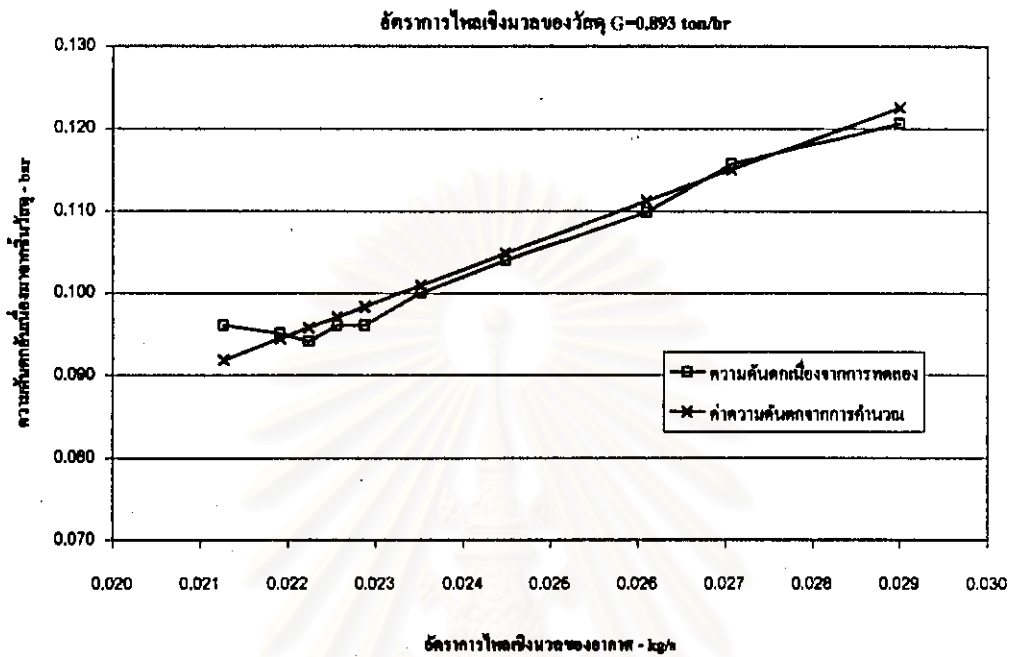
รูปที่ 4.7 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดคั่วเขียวคั่วชิกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชิ้นวัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 0.532 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



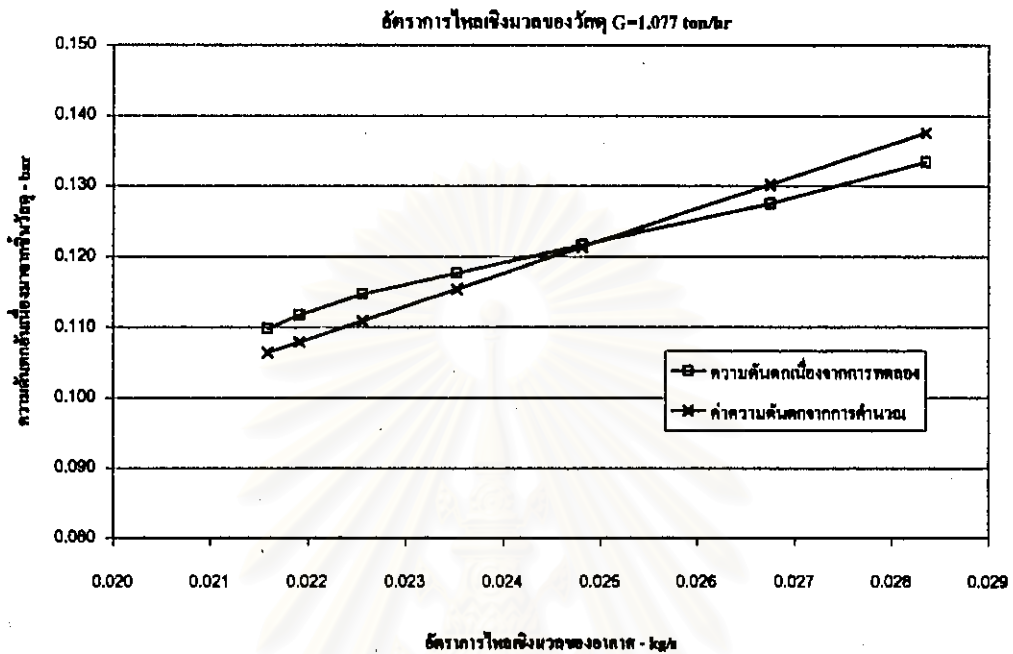
รูปที่ 4.8 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดถั่วเขียวผ่าซีกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชิ้นวัสดุและค่าอัตราการใช้พลังงานของอากาศ ที่ค่าอัตราการใช้พลังงานของวัสดุ 0.694 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



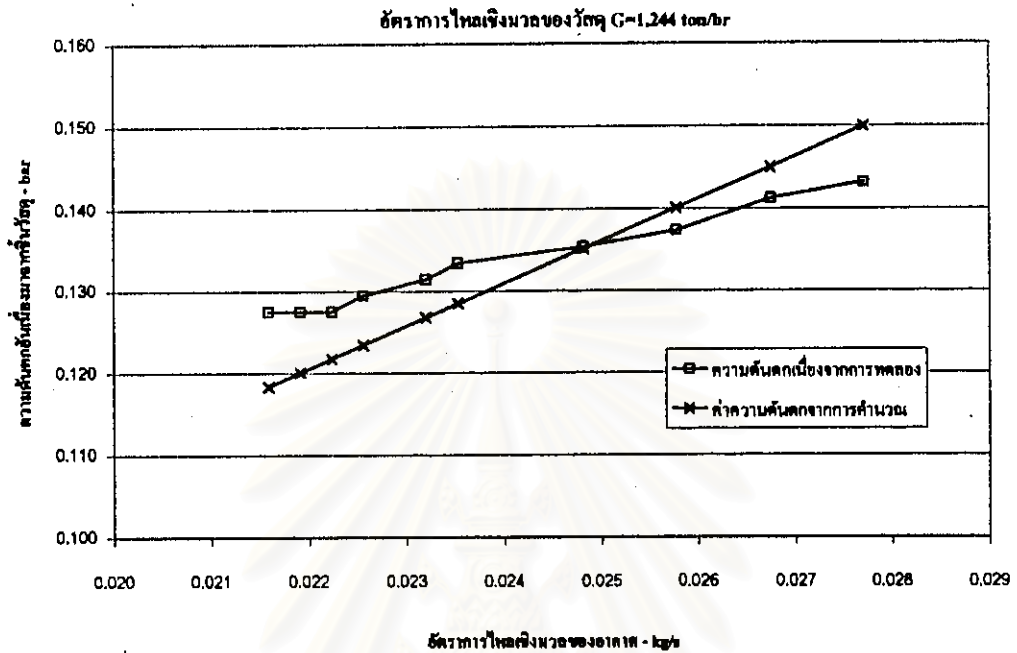
รูปที่ 4.9 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดถั่วเขียวผ่านซีกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชิ้นวัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 0.893 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



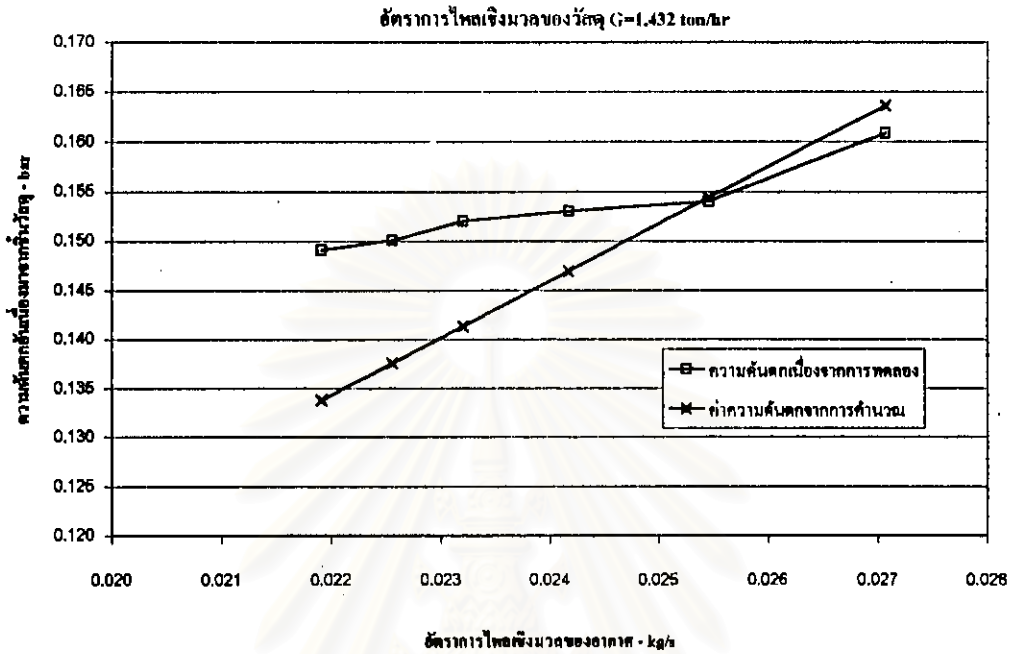
รูปที่ 4.10 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดถั่วเขียวผ่าซีกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชิ้นวัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 1.077 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

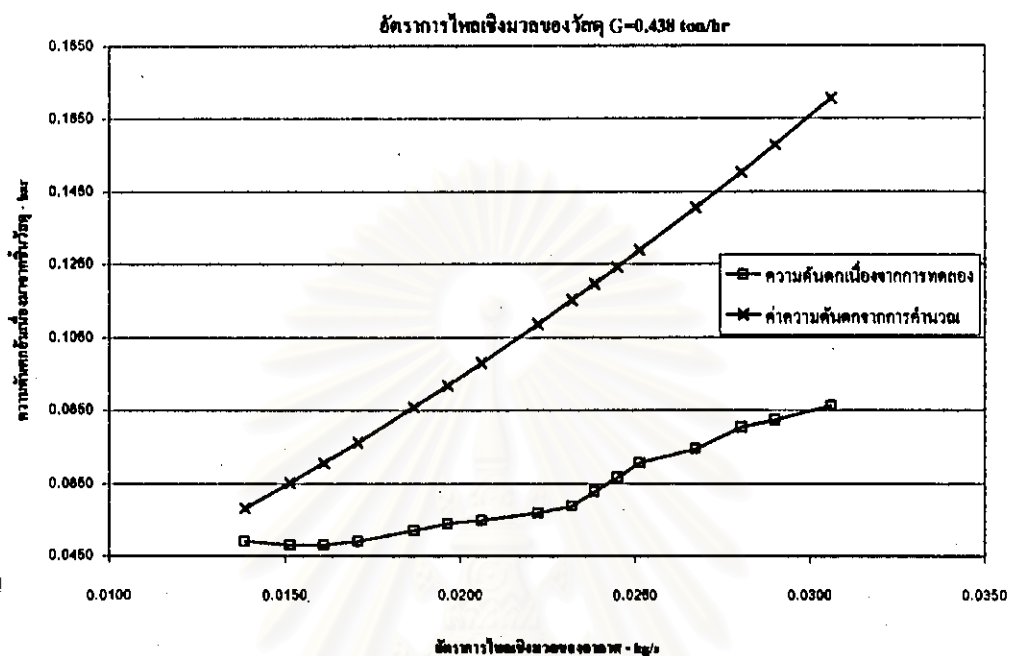


รูปที่ 4.11 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดถั่วเขียวผ่าซีกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากรีดิวซ์วัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 1.244 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

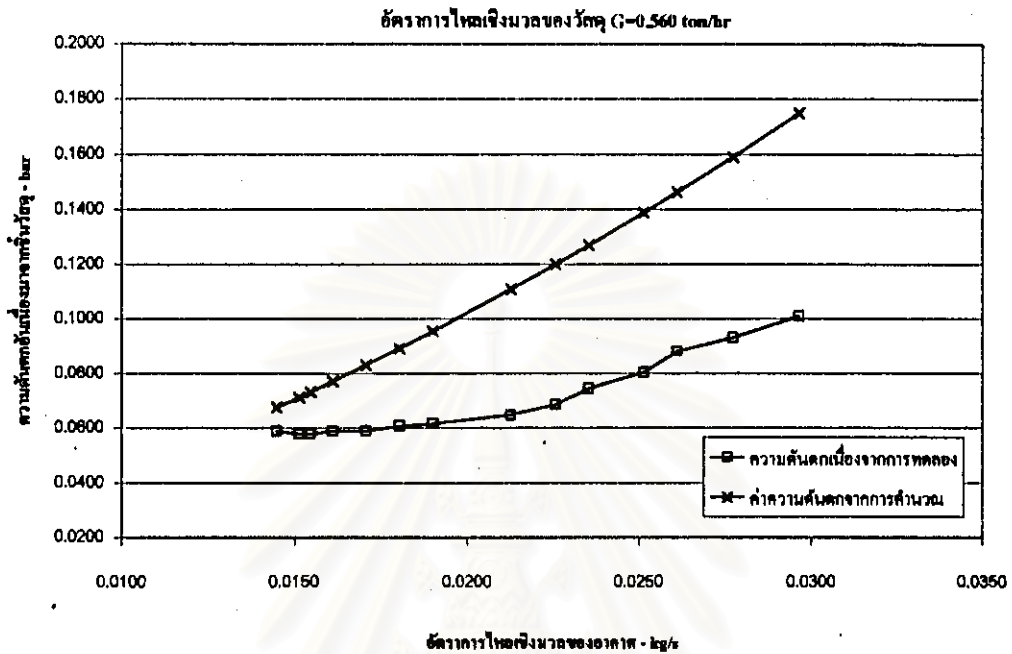


รูปที่ 4.12 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดคัด้ว เขียวผ่าซีกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชั้นวัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 1.432 ตันต่อชั่วโมง



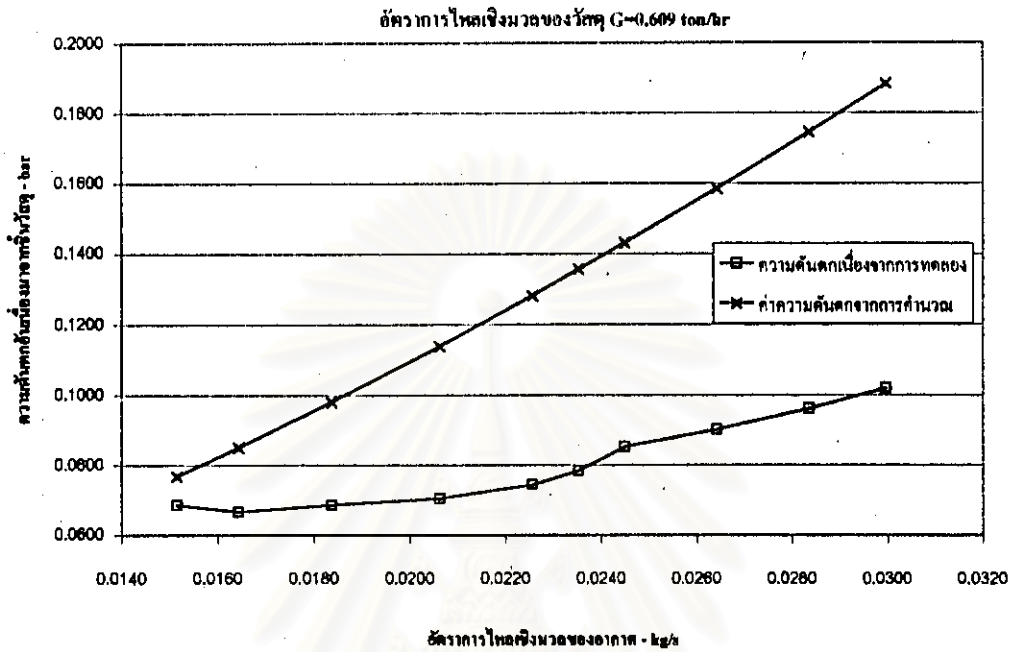
รูปที่ 4.13 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการชนถ่ายของเม็ดข้าวเปลือกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชั้นวัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 0.438 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



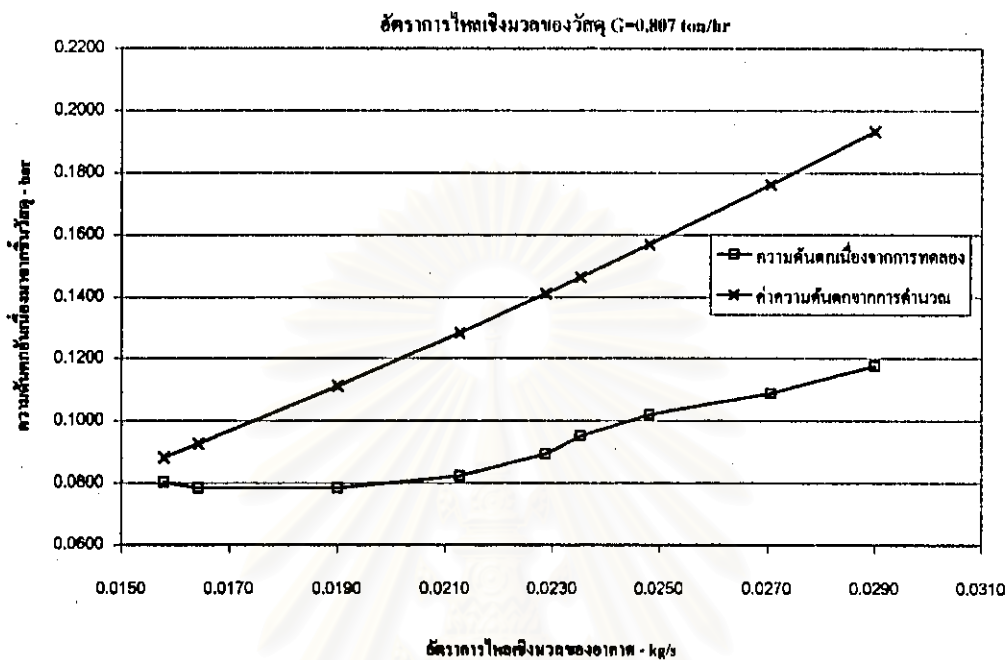
รูปที่ 4.14 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดข้าวเปลือกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชิ้นวัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 0.560 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



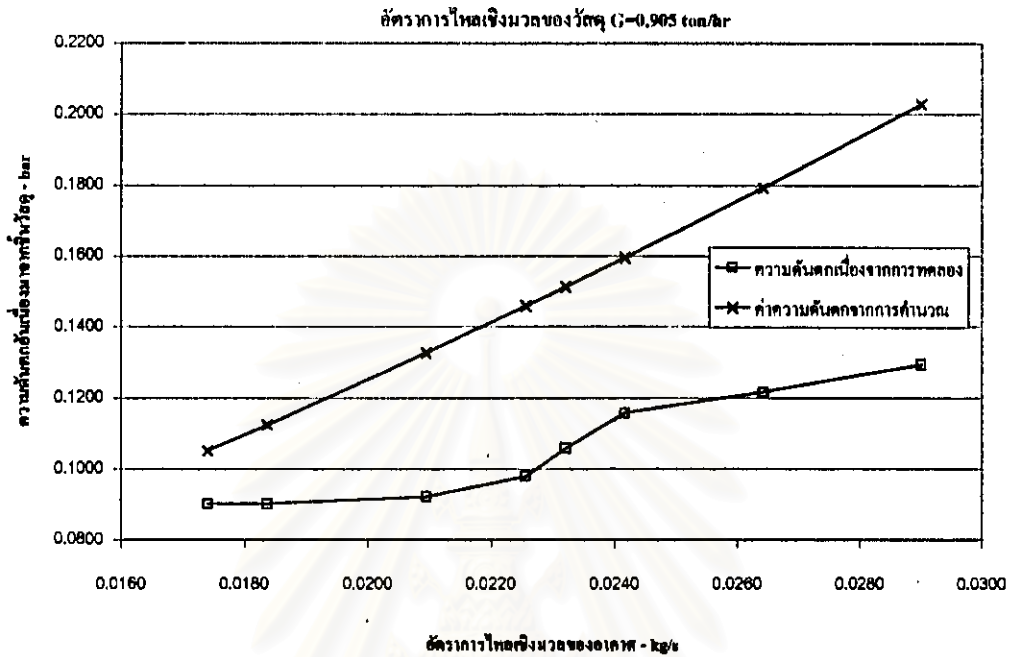
รูปที่ 4.15 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดสีขาวเปลือกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากชั้นวัสดุและค่าอัตราการใช้พลังงานของวัสดุ ที่ค่าอัตราการใช้พลังงานของวัสดุ 0.609 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.16 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเมล็ดข้าวเปลือกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากชิ้นวัสดุและค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 0.807 คัดต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.17 แสดงกราฟเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดลองจริงของการขนถ่ายของเม็ดข้าวเปลือกและค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ 4.21 โดยในกราฟเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความดันตกอันเนื่องมาจากจันวัสดุและค่าอัตราการใช้พลังงานของอากาศ ที่ค่าอัตราการใช้พลังงานของวัสดุ 0.905 ตันต่อชั่วโมง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการคำนวณทั้งจากการทดลองและจากสมการ สำหรับวัสดุทั้งสองชนิดสามารถแสดงได้ดังภาคผนวก จ. ตาราง จ1 และ จ2 กราฟที่แสดงดังรูปที่ 4.7 ถึง 4.17 จะเห็นได้ว่าการทำนายโดยใช้สมการที่ 4.21 นั้นให้ผลที่ใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลองมากโดยจะมีความแตกต่างสูงสุด 11% ในการทดลองที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ $G = 1.432 \text{ ton/hr}$ สำหรับการทดลองการขนถ่ายของเมล็ดถั่วเขียวผ่าซีก แต่เมื่อทำการทดลองกับเมล็ดข้าวเปลือก ค่าที่ได้จากการทำนายโดยอาศัยสมการ 4.21 กลับให้ค่าที่สูงกว่าค่าที่ได้จากการทดลองจริงมากโดยให้ค่าความแตกต่างสูงสุดถึง 49% ในการทดลองการขนถ่ายที่ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวัสดุ 0.438 ton/hr ค่าที่เบี่ยงเบนไปจากสมการของการทดลองการขนถ่ายของเมล็ดข้าวเปลือกนั้นอาจจะเกิดเนื่องมาจากคุณสมบัติของเมล็ดข้าวเปลือกซึ่งค่อนข้างจะแตกต่างไปมากจากชุดข้อมูลที่ได้จากการทดสอบ

จากผลของการตรวจสอบสมการดังที่กล่าวมาข้างต้น จะได้ว่าสมการดังกล่าวจะสามารถให้ผลที่น่าเชื่อถือในช่วงของค่าตัวประกอบรูปร่างช่วงหนึ่งที่มีค่า $0.69 - 0.91$ โดยจะเห็นได้ว่าการทดสอบสมการโดยการทดลองกับเมล็ดถั่วเขียวผ่าซีกซึ่งมีค่าตัวประกอบรูปร่าง 0.77 จะเห็นได้ว่าผลที่ได้จากการทดลองจริงมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทำนายโดยสมการ 4.21 ส่วนในการทดลองกับเมล็ดข้าวเปลือกซึ่งมีค่าตัวประกอบรูปร่าง 0.46 ผลที่แตกต่างจากค่าที่ได้จากการทำนายโดยสมการ 4.21 นั้นน่าจะเป็นผลที่เกิดจากความแตกต่างของค่าตัวประกอบรูปร่างของเมล็ดข้าวเปลือกซึ่งไม่ได้อยู่ในช่วงที่สมการสามารถให้ผลที่แม่นยำได้ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าสมการ 4.21 นี้จะสามารถนำมาใช้เพื่อการทำนายค่าความดันตกของระบบการขนถ่ายของธัญพืชด้วยอากาศอย่างคร่าวๆเมื่อทราบค่าต่างๆ อันได้แก่ ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของอากาศ ค่าอัตราการไหลเชิงมวลของธัญพืช และคุณสมบัติของธัญพืช โดยค่าดังกล่าวน่าจะมีความแม่นยำเมื่อใช้กับการขนถ่ายของวัสดุที่มีคุณสมบัติใกล้เคียงกับวัสดุที่ได้ทำการทดสอบหรือวัสดุที่จะขนถ่ายดังกล่าวมีค่าตัวประกอบรูปร่างอยู่ในช่วงที่ได้กล่าวมาแล้ว แต่ถ้าจะนำไปใช้กับวัสดุที่มีคุณสมบัติแตกต่างไปจากวัสดุที่ได้ทำการทดสอบหรือมีค่าตัวประกอบรูปร่างอยู่นอกเหนือจากช่วงดังกล่าวค่อนข้างมากแล้ว จะต้องให้ความระมัดระวังในการใช้สมการดังกล่าวนี้ นอกจากนี้ในภาคผนวก ข ได้นำผลการทดลองการขนถ่ายของเมล็ดถั่วเขียวผ่าซีกและเมล็ดข้าวเปลือกสำหรับการตรวจสอบสมการดังกล่าวมาผนวกกับผลการทดลองการขนถ่ายของเมล็ดข้าวโพด เมล็ดถั่วเขียว และเม็ดพลาสติกเพื่อสร้างสมการที่มีช่วงของค่าตัวประกอบรูปร่างที่กว้างขึ้น แต่อย่างไรก็ตามสมการดังกล่าวก็มิได้มีการตรวจสอบ ดังนั้นจึงต้องให้ความระมัดระวังในการนำสมการในภาคผนวก ข ดังกล่าวไปใช้งาน