

การวิเคราะห์การตัดของเปลือกนางแบบต้นรูปไฮปาร์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

นายมนต์ชัย พฤษวิไลเลิศ



สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2541

ISBN 974-639-434-7

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

BENDING ANALYSIS OF SHALLOW HYPAR SHELLS BY FINITE ELEMENT METHOD



Mr. Monchai Prukvilallert

**สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**

**A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering**


**Graduated School
Chulalongkorn University**

Academic Year 1998

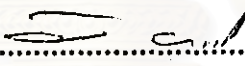
ISBN 974-639-434-7


หัวข้อวิทยานิพนธ์ การวิเคราะห์การตัดของเปลือกบางแบบตีรูปไฮปารีโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
โดย นายมนต์ชัย พฤกษ์วิไลเลิศ
ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร. วรวิทย์ อึ้งภากรณ์


บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทมหาบัณฑิต



.....
(ศาสตราจารย์ นายแพทย์ ศุภวัฒน์ ชูติวงศ์) คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ยงเจริญ) ประธานกรรมการ


.....
(ศาสตราจารย์ ดร. วรวิทย์ อึ้งภากรณ์) อาจารย์ที่ปรึกษา


.....
(ศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เตชะอำไพ) กรรมการ


.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. อิทธิพล ปานนาม) กรรมการ

มนต์ชัย พุกขวิไลเลิศ : การวิเคราะห์การดัดของเปลือกบางแบบตี้นรูปไฮปาร์โดยวิธีไฟไนต์
เอลิเมนต์ (Bending Analysis of Shallow Hypar Shells By Finite Element Method)
อ.ที่ปรึกษา : ศ.ดร. วรวิทย์ อึ้งภากรณ์ ; 329 หน้า. ISBN 974-639-434-7.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้แสดงการวิเคราะห์การดัดของเปลือกบางแบบตี้นรูปไฮปาร์ ที่ตั้งอยู่บน
แปลนสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีแรงกระทำกระจายสม่ำเสมอในแนวตั้งต่อพื้นที่ภาพฉาย ที่สภาพขอบต่างๆกัน
ซึ่งประกอบขึ้นจากขอบ 3 ชนิด คือ แบบธรรมดา (Simple supported) แบบยึดแน่น (Clamped) และ
แบบอิสระ (Free edged) ทำการวิเคราะห์โดยใช้ระเบียบวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการหาเมตริกซ์ของ
ความแข็งเกร็ง (Stiffness Matrix) จากหลักการของค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวม (Principle of
Minimum Total Potential Energy) ของเอลิเมนต์แบบเปลือก ซึ่งกำหนดให้มี 4 จุดต่อสำหรับแต่ละเอลิ
เมนต์และ 5 ระดับชั้นความเร็วที่แต่ละจุดต่อ ค่าเคลื่อนตัว u v ของจุดต่อเป็นโพลีโนเมียล 4 เทอม และ
ค่าเคลื่อนตัว w ของจุดต่อเป็น โพลีโนเมียล 12 เทอม

การสร้างสูตรไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกคำนวณ และแสดงโดยโปรแกรมสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยได้ประดิษฐ์
ขึ้น ซึ่งผลจะถูกนำเสนอทั้งในรูปแบบของ contour lines และ section lines โดยค่าทั้งหมดจะอยู่ในเทอม
ไร้มิติ ผลทางทฤษฎีที่ได้นำมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงบางกรณีที่มีอยู่ และผลทางทฤษฎีเชิง
เลขของผู้วิจัยที่ผ่านมามีปรากฏว่า มีความใกล้เคียงและสอดคล้องกันดี

โปรแกรมสำเร็จรูปที่ได้ประดิษฐ์ขึ้นนี้สามารถนำไปใช้วิเคราะห์โครงสร้างแผ่นแบนซึ่งมีขอบ
รองรับต่างๆกันได้ด้วย โดยการกำหนดค่าตัวแปร f ให้มีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากโปรแกรมสามารถเรียน
การใช้ได้ง่าย และมีปฏิภาคกับผู้ใช้ดี ดังนั้นจึงเหมาะสำหรับวิศวกรออกแบบนำไปประยุกต์ใช้งาน โดยที่
ไม่ต้องมีความรู้ทางการเขียนโปรแกรมและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แต่อย่างใด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล

ปีการศึกษา 2541

ลายมือชื่อนิสิต มนต์ชัย พุกขวิไลเลิศ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาพร้อม

G3953677: MAJOR MECHANICAL ENGINEER

KEY WORD: HYPAR / SHELL / FINITE ELEMENT

MONCHAI PRUKVILAILERT : BENDING ANALYSIS OF SHALLOW HYPAR SHELLS
BY FINITE ELEMENT METHOD.

THESIS ADVISOR : PROF. VARIDDHI UNGBHAKORN, Ph.D. 329 pp.

ISBN 974-639-434-7.

This thesis presents the bending analysis of shallow hyperbolic paraboloidal shells of rectangular plan subject to a uniformly distributed load per projected area with various edge conditions which are the combinations of the following ,namely ,are simply supported, clamped and free edges. The finite element method is used for the analysis. The principle of minimum total potential energy is utilized to formulate the stiffness matrix of the shell elements having four nodes per element and five degrees of freedom at each node. The displacement functions for u and v are assumed to be a 4-term polynomial ,while the w displacement function is assumed to be a 12-term polynomial.

The finite element formulation has been solved and presented by the computer program developed by the author. The results are presented in the form of contour lines and section lines in terms of non-dimensional quantities. The results as compared with some existing exact solutions and other available numerical results show quite good agreement.

The developed package of computer program can be used to analyze the thin flat plate with various edge conditions by letting the rise variable f equal to zero. Owing to the simplicity in learning how to use the program and good user interface, the design engineer can suitable apply to the real design cases without the knowledge of programming and finite element method.

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล.....

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล.....

ปีการศึกษา 2541.....

ลายมือชื่อนิติศ.....
มนตรี อนุภักดิ์

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
อนุภักดิ์

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....



กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร. วรวิทย์ อึ้งภากรณ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ให้โอกาสในการทำงานวิจัยนี้ อีกทั้งช่วยแนะนำ ให้คำปรึกษา ตรวจสอบ และสนับสนุนตลอดมาจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องและสมบูรณ์ ซึ่งจะเป็นประโยชน์แก่สาธารณะชนต่อไป

ขอขอบพระคุณ ประธานคณะกรรมการ รศ.ดร. วิทยา ยงเจริญ และคณะกรรมการทั้ง 2 ท่าน ได้แก่ รศ.ดร. อธิธิพล ป่านางาน และ ศ.ดร. ปราวโมทย์ เดชะอำไพ ที่ได้ให้คำแนะนำ ตรวจสอบ และให้ความช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนผู้เขียนตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่ให้การสนับสนุน และเป็นกำลังใจให้ผู้วิจัยมีความพยายามในการทำวิทยานิพนธ์นี้จนเสร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณ พี่สาว พี่นและพี่ๆ นิสิตปริญญาโท และเจ้าหน้าที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่าน ที่ให้การสนับสนุนและปรึกษากับผู้วิจัยตลอดการเรียนปริญญาตรี และปริญญาโทด้วยดีตลอดมา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฅ
สารบัญภาพ	ฉุ
คำอธิบายสัญลักษณ์	ค
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์งานวิจัย	6
1.3 ขอบเขตและวิธีดำเนินงานวิจัย	6
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัย	8
บทที่ 2 ทฤษฎี	9
2.1 เปลือกบางแบบตันรูปไฮปาร์	9
2.2 สมการของการสมดุล	9
2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (Stress) กับความเครียด (Strains)	10
2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด (Strains)	10
กับค่าเคลื่อนตัว (Displacements)	
2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและโมเมนต์ต่อหน่วยความยาว	11
(Stress Resultants) กับค่าเคลื่อนตัว (Displacements)	
2.6 สภาพขอบ 3 ชนิดที่พิจารณา	11
2.7 วิธีการแปรผัน	12
บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	15
บทที่ 4 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์	18
4.1 ฟังก์ชันการแปรผัน	18
4.2 รูปร่างของเอลิเมนต์	20
4.3 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์	21
4.4 การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์	24

บทที่ 5	ผลการวิเคราะห์	27
	5.1 การเปรียบเทียบกับแผนแบบน	27
	5.2 การเปรียบเทียบกับเปลือกบาง	33
บทที่ 6	การอภิปรายผลการวิจัย	36
บทที่ 7	สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	51
รายการอ้างอิง	53
บรรณานุกรม	55
ภาคผนวก	56
	ภาคผนวก ก. รายละเอียดของโปรแกรมคำนวณผลและแสดงผล	
	โปรแกรมคำนวณผล AOD4421	57
	โปรแกรมแสดงผล FEPL0T1	87
	ภาคผนวก ข. วิธีการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป	102
	ภาคผนวก ค. ตัวอย่างผลการคำนวณ	112
	1. รองรับแบบธรรมดาทั้ง 4 ด้าน	113
	2. รองรับแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน	167
	3. รองรับแบบธรรมดา 2 ด้าน และแบบอิสระ 2 ด้าน	221
	ที่อยู่ตรงข้ามกัน	
	4. รองรับแบบยึดแน่น 2 ด้านและแบบอิสระ 2 ด้าน	275
	ที่อยู่ตรงข้ามกัน	
ประวัติผู้วิจัย	329

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบค่า w_0 ที่กึ่งกลางแผ่นระหว่างค่าที่ได้จากโปรแกรมของผู้วิจัยกับผลเฉลยแม่นยำตรง ในกรณีที่มีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน	31
ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบค่า M'_x และ M'_y ระหว่างค่าที่ได้จากโปรแกรมของผู้วิจัยกับผลเฉลยแม่นยำตรง ในกรณีที่มีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน	31
ตารางที่ 3 แสดงค่าความผิดพลาดของ M'_y ที่ได้จากโปรแกรมของผู้วิจัยเมื่อใช้จำนวนแอมพลิเมนต์ต่างกัน ในกรณีของสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน	32
ตารางที่ 4 การเปรียบเทียบค่า $w(h/AB)$ ที่จุดกึ่งกลางของเปลือกบาง	34
ตารางที่ 5 ค่า $w(h/AB)$ ที่จุดกึ่งกลางของเปลือกบางที่มีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน มีค่า $h = 5.216$ $A/B = 1$ $P_{AB}/(Eh^2) = 0.001335$	36

สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 1 International Center ,Broadmoor Hotel, Colorado Springs, Colorado	2
รูปที่ 2 Demountable school research structure at MIT campus, Cambridge, Massachusetts	3
รูปที่ 3 ตัวอย่างเปลือกหลังคาที่สร้างจากเปลือกรูปไฮปาร์	3
รูปที่ 4 รูปร่างเปลือกบางไฮปาร์ที่มีขอบขนานกับเจเนอเรเตอร์	6
รูปที่ 5 เอลิเมนต์ของเปลือกบาง	10
รูปที่ 6 การแปงรูปร่างลักษณะของเปลือกบางออกเป็นเอลิเมนต์แบบต่างๆ	15
รูปที่ 7 เอลิเมนต์สี่เหลี่ยมแบบอย่างประกอบด้วยสี่จุดต่อ โดยมีตัวไม่รู้ค่า อยู่ ณ ตำแหน่งที่จุดต่อ	16
รูปที่ 8 เปลือกบางที่มีความยาวตามแนวแกน x และความยาวตามแนวแกน y มีค่าเป็น 2 เท่าของค่า A และ B ตามลำดับ	20
รูปที่ 9 เปลือกบางรูปไฮปาร์แบบตันที่ถูกแปงเป็นเอลิเมนต์ย่อย	20
รูปที่ 10 รูปร่างของเอลิเมนต์ย่อย	20
รูปที่ 11 พิกัดธรรมชาติ $\xi-\eta$	21
รูปที่ 12 ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อทั้ง 4 จุดของค่าเคลื่อนตัว u และ v ของเอลิเมนต์	22
รูปที่ 13 ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อทั้ง 4 จุดของค่าเคลื่อนตัว w ของเอลิเมนต์	23
รูปที่ 14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $\hat{w} \times 100$ ที่สภาพขอบแบบรองรับ	27
ขรรคาคงทั้ง 4 ด้านโดยมีค่าพารามิเตอร์ $\frac{f}{h} = 0 \quad \frac{A}{B} = 1 \quad \nu = 0.3$ และ	
$\frac{P_{3AB}}{Eh^2} = 1 \text{ ที่ } Y/B = 0.5$	
รูปที่ 15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $\hat{M}_x \times 100$ ที่สภาพขอบแบบรองรับ	28
ขรรคาคงทั้ง 4 ด้านโดยมีค่าพารามิเตอร์ $\frac{f}{h} = 0 \quad \frac{A}{B} = 1 \quad \nu = 0.3$ และ	
$\frac{P_{3AB}}{Eh^2} = 1 \text{ ที่ } Y/B = 0.5$	

รูปที่ 16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $\hat{\mu} \times 100$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{f}{h} = 0$ $\frac{A}{B} = 1$ 28

$$v=0.3 \text{ และ } \frac{P_{3AB}}{Eh^2} = 1 \text{ ที่ } Y/B = 0.5 \text{ มีสภาพขอบแบบรองรับธรรมดา 2 ด้าน}$$

ที่อยู่ตรงข้ามกันและด้านที่เหลือมีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่น

รูปที่ 17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $\hat{\mu} \times 100$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{f}{h} = 0$ $\frac{A}{B} = 1$ 29

$$v=0.3 \text{ และ } \frac{P_{3AB}}{Eh^2} = 1 \text{ ที่ } X/A = 0.5 \text{ มีสภาพขอบแบบรองรับธรรมดา}$$

2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันและด้านที่เหลือมีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่น

รูปที่ 18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $\hat{M}_x \times 100$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{f}{h} = 0$ $\frac{A}{B} = 1$ 29

$$v=0.3 \text{ และ } \frac{P_{3AB}}{Eh^2} = 1 \text{ ที่ } Y/B = 0.5 \text{ มีสภาพขอบแบบรองรับธรรมดา}$$

2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันและด้านที่เหลือมีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่น

รูปที่ 19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $\hat{M}_y \times 100$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{f}{h} = 0$ $\frac{A}{B} = 1$ 30

$$v=0.3 \text{ และ } \frac{P_{3AB}}{Eh^2} = 1 \text{ ที่ } Y/B = 0.5 \text{ มีสภาพขอบแบบรองรับธรรมดา}$$

2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันและด้านที่เหลือมีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่น

รูปที่ 20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า $\hat{M}_{xy} = \frac{M_{xy}}{P_{3AB}}$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{f}{h} = 0$ 30

$$\frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3 \text{ และ } \frac{P_{3AB}}{Eh^2} = 1 \text{ มีสภาพขอบแบบรองรับธรรมดา}$$

4 ด้านที่ $Y/B = 0.25$

รูปที่ 21 รูปเปลือกบางแบบไฮปาร์ที่มีสมการอยู่ในรูป $z = \frac{fxy}{AB}$ 33

รูปที่ 22 รูปแสดงค่าเปรียบเทียบ $\hat{\mu}$ ของเปลือกบางรูปไฮปาร์เมื่อมีแรงกระทำ
กระจายสม่ำเสมอในแนวตั้งและมีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน 34

รูปที่ 23 แสดงค่าเปรียบเทียบ $\hat{M}_x \times 100$ ของเปลือกบางรูปไฮปาร์เมื่อมีแรงกระทำ
กระจายสม่ำเสมอในแนวตั้งและมีสภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน 35

รูปที่ 24 กราฟของ $w(h/ab)$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{A}{B} = 1$ $v = 0.3$ และ $\frac{P_3 AB}{Eh^2} = 1$ 38-39

ที่สภาพขอบเป็นแบบรองรับธรรมดาทั้ง 4 ด้าน และมีความยาวในแนวแกน x และความยาวในแนวแกน y เป็น 2 เท่าของค่า A

และ B ตามลำดับ เมื่อค่า $\left| \frac{f}{h} \right| = 1.0$ 7.5 10.0 และ 12.5 ตามลำดับ

รูปที่ 25 กราฟของ $w(h/ab)$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{A}{B} = 1$ $v = 0.3$ และ $\frac{P_3 AB}{Eh^2} = 1$ 39-40

ที่สภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน และมีความยาวในแนวแกน x

และความยาวในแนวแกน y เป็น 2 เท่าของค่า A และ B ตามลำดับ

เมื่อค่า $\left| \frac{f}{h} \right| = 1.0$ 7.5 10.0 และ 12.5 ตามลำดับ

รูปที่ 26 กราฟของ $w(h/ab)$ มีค่าพารามิเตอร์ $\frac{A}{B} = 1$ $v = 0.3$ และ $\frac{P_3 AB}{Eh^2} = 1$ 41

ที่สภาพขอบเป็นแบบยึดแน่น 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน ส่วนด้านที่เหลือเป็น

สภาพขอบแบบรองรับธรรมดา และมีความยาวในแนวแกน x

และความยาวในแนวแกน y เป็น 2 เท่าของค่า A และ B

ตามลำดับ เมื่อค่า $\left| \frac{f}{h} \right| = 12.5$

รูปที่ 27 แสดงค่า N_{xx}/K และ N_{yy}/K ที่มีค่า $\left(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3 AB}{Eh^2} = 1 \right)$ 42

$$\left(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3 AB}{Eh^2} = 1 \right) \quad \left(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3 AB}{Eh^2} = -1 \right)$$

$$\text{และ } \left(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3 AB}{Eh^2} = -1 \right) \text{ ตามลำดับที่ } \frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3$$

สภาพขอบแบบยึดแน่น 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน ส่วนด้านที่เหลือเป็นแบบรองรับธรรมดา

รูปที่ 28 แสดงค่า N_{xy}/K และ M_{xx}/P_3AB ที่มีค่า $(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1)$ 43

$$(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1) \quad (\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1)$$

$$\text{และ } (\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1) \text{ ตามลำดับที่ } \frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3$$

สภาพขอบแบบยึดแน่น 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน ส่วนด้านที่เหลือเป็นแบบรองรับธรรมดา

รูปที่ 29 แสดงค่า M_{yy}/P_3AB และ M_{xy}/P_3AB ที่มีค่า $(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1)$ 44

$$(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1) \quad (\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1)$$

$$\text{และ } (\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1) \text{ ตามลำดับที่ } \frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3$$

สภาพขอบแบบยึดแน่น 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน ส่วนด้านที่เหลือเป็นแบบรองรับธรรมดา

รูปที่ 30 แสดงค่า N_{xx}/K และ N_{yy}/K ที่มีค่า $(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1)$ 45

$$(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1) \quad (\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1)$$

$$\text{และ } (\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1) \text{ ตามลำดับที่ } \frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3$$

สภาพขอบเป็นแบบรองรับธรรมดา 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน ส่วนด้านที่เหลือเป็นแบบยึดแน่นและแบบอิสระ

รูปที่ 31 แสดงค่า N_{xy}/K และ M_{xx}/P_3AB ที่มีค่า $(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1)$ 46

$$(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1) \quad (\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1)$$

$$\text{และ } (\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1) \text{ ตามลำดับที่ } \frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3$$

สภาพขอบเป็นแบบรองรับธรรมดา 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน ส่วนด้านที่เหลือเป็นแบบยึดแน่นและแบบอิสระ

รูปที่ 32 แสดงค่า M_{yy}/P_3AB และ M_{xy}/P_3AB ที่มีค่า $(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1)$ 47

$$\left(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = 1\right) \quad \left(\frac{f}{h} = -5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1\right)$$

และ $\left(\frac{f}{h} = 5, \frac{P_3AB}{Eh^2} = -1\right)$ ตามลำดับที่ $\frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3$

สภาพขอบเป็นแบบรองรับขรรคมา 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน
ส่วนด้านที่เหลือเป็นแบบยึดแน่นและแบบอิสระ

รูปที่ 33 ค่า M_{xy}/P_3AB ที่ค่าพารามิเตอร์ $\frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3 \quad \frac{f}{h} = 5$ 48

และ $\frac{P_3AB}{Eh^2} = 1$ ที่ $Y/B = 0$ สภาพขอบเป็นแบบยึดแน่นทั้ง 4 ด้าน

รูปที่ 34 ค่า M_{yy}/P_3AB ที่ค่าพารามิเตอร์ $\frac{A}{B} = 1 \quad v = 0.3 \quad \frac{f}{h} = 5$ 49

และ $\frac{P_3AB}{Eh^2} = 1$ ที่ $Y/B = 0$ สภาพขอบเป็นแบบรองรับขรรคมา
ทั้ง 4 ด้าน

รูปที่ 35 การเปรียบเทียบค่า N_{xy}/K ระหว่างค่าที่ได้จากโปรแกรมคำนวณผล
และค่าที่ได้จากโปรแกรมแสดงผล ที่บริเวณขอบเป็นแบบอิสระ ของ
เปลือกบางที่มีสภาพขอบเป็นแบบขรรคมา 2 ด้านที่อยู่ตรงข้ามกัน
ส่วนด้านที่เหลือเป็นแบบอิสระ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำอธิบายสัญลักษณ์

u	ค่าเคลื่อนตัวในแนวแกน x
v	ค่าเคลื่อนตัวในแนวแกน y
w	ค่าเคลื่อนตัวในแนวแกน z
A	ความยาวของเปลือกบางในแนวแกน x
B	ความยาวของเปลือกบางในแนวแกน y
f	ค่าความโค้งของเปลือกบาง
h	ความหนาของเปลือกบาง
P	แรงสม่ำเสมอในแนวตั้งต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่
E	ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น (Young's Modulus)
ν	อัตราส่วนของปัวส์ซอง
N_{xx}	แรงต่อหน่วยความยาวในแนวแกน x
N_{yy}	แรงต่อหน่วยความยาวในแนวแกน y
N_{xy}	แรงบิดต่อหน่วยความยาว
M_{xx}	โมเมนต์ดัดต่อหน่วยความยาวในทิศทาง x
M_{yy}	โมเมนต์ดัดต่อหน่วยความยาวในทิศทาง y
M_{xy}	โมเมนต์บิดต่อหน่วยความยาว
Q_{xx}	แรงเฉือนต่อหน่วยความยาวในแนวแกน x
Q_{yy}	แรงเฉือนต่อหน่วยความยาวในแนวแกน y
σ_{xx}	ความเค้นในแนวแกน x
σ_{yy}	ความเค้นในแนวแกน y
τ_{xy}	ความเค้นเฉือน
ϵ_x	ความเครียดในแนวแกน x
ϵ_y	ความเครียดในแนวแกน y
γ_{xy}	ความเครียดเฉือน
ζ	ระยะจากระนาบกึ่งกลางของเปลือก
K	$\frac{Eh}{(1-\nu^2)}$ Extension stiffness
D	$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ Bending stiffness

J	พลังงานศักย์รวม
U	พลังงานความเครียดภายในวัตถุ
V	พลังงานศักย์เนื่องจากแรงภายนอก
W	= -V
U_1	พลังงานที่เกิดจากการยืดหดตัว
U_2	พลังงานที่เกิดจากการโค้งตัว
k_x	Change of curvature ในทิศทางแกน x
k_y	Change of curvature ในทิศทางแกน y
k_{xy}	Twisting of curvature
ϕ_i	ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ i ของเอลิเมนต์
N_i	ฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์ของจุดต่อ i
$[N]$	เมตริกซ์ของฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์
$\{\phi\}$	เวกเตอร์เมตริกซ์ที่ประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อของเอลิเมนต์
$[K]$	เมตริกซ์ของความแข็งแกร่งของเอลิเมนต์
$\{F\}$	เมตริกซ์ของแรงกระทำ

$$\hat{u} = \frac{u}{A}$$

$$\hat{v} = \frac{v}{B}$$

$$\hat{w} = \frac{wh}{AB}$$

$$\hat{M}_{xx} = \frac{M_{xx}}{P_3 AB}$$

$$\hat{M}_{yy} = \frac{M_{yy}}{P_3 AB}$$

$$\hat{M}_{xy} = \frac{M_{xy}}{P_3 AB}$$