

การประมาณค่าความจุของช่องสัญญาณหลายเสาส่งหลายเสารับในช่องสัญญาณ  
แบบไร้สายโดยใช้การแจกแจงสมมาตรในรูปแบบความถี่สเปกตรัม



นายจตุพล พัฒนวิเศษฐ์

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

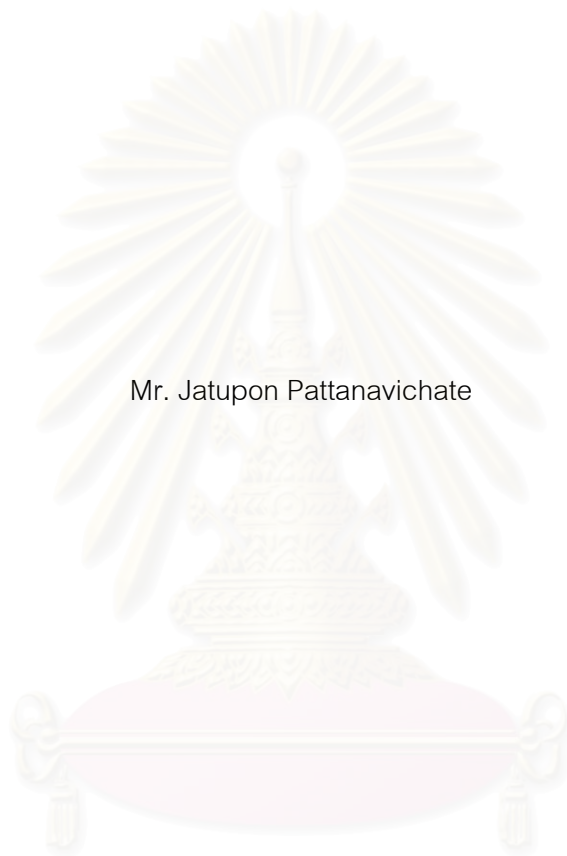
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CAPACITY ESTIMATION OF RICIAN MIMO CHANNEL USING SYMMETRIC DISTRIBUTION  
IN SPATIAL FREQUENCY FORM

Mr. Jatupon Pattanavichate



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2006

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประมาณค่าความจุของช่องสัญญาณหลายเสาส่งหลายเสารับใน  
ช่องสัญญาณแบบโรเซียนโดยใช้การแจกแจงสมมาตรในรูปแบบ  
ความถี่สแปเทียล

โดย

นายจตุพล พัฒนาวิเชษฐ์


สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

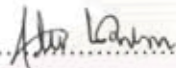
อาจารย์ที่ปรึกษา

รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย จิตะพันธ์กุล

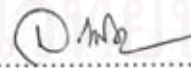
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท

  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(อาจารย์สุวิทย์ นาคพิระยุทธ)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย จิตะพันธ์กุล)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.วาทิต เบญจพลกุล)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เจษฎา ชินรุ่งเรือง)

จุดพล พัฒนาการพิเศษ: การประมาณค่าความจุของช่องสัญญาณหลายเสาส่งหลายเสารับในช่องสัญญาณแบบโรเซียนโดยใช้การแจกแจงสมมาตรในรูปแบบความถี่สเปเชียล. (CAPACITY ESTIMATION OF RICIAN MIMO CHANNEL USING SYMMETRIC DISTRIBUTION IN SPATIAL FREQUENCY FORM) อ. ที่ปรึกษา: รศ. ดร. สมชาย จิตะพันธ์กุล 59 หน้า.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอวิธีการปรับปรุงการประมาณค่าความจุของช่องสัญญาณสำหรับช่องสัญญาณแบบโรเซียนให้มีความซับซ้อนน้อยลง และวิธีการหารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุดที่ทำให้ประมาณค่าความจุของช่องสัญญาณได้ดีที่สุด ส่วนแรกที่น่าสนใจในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คือ วิธีการปรับปรุงการประมาณค่าความจุของช่องสัญญาณที่มีการใช้มูมในการรับสัญญาณและมูมในการส่งสัญญาณในการคำนวณ สำหรับช่องสัญญาณแบบโรเซียนเพื่อให้รูปแบบการประมาณค่าความจุมีความซับซ้อนน้อยลง ส่งผลให้การคำนวณความจุทำได้รวดเร็วยิ่งขึ้น โดยการเปลี่ยนการคำนวณด้วยมูมจริงเป็นการคำนวณด้วยมูมในเชิง spatial frequency response ซึ่งจะทำให้การประมาณค่ามีความแม่นยำมาก ทำให้ยังคงรักษาประสิทธิภาพในการประมาณค่าความจุของช่องสัญญาณได้ และยังสามารถจัดรูปแบบให้มีความซับซ้อนน้อยลงได้ด้วย ส่วนที่สองที่น่าสนใจในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้คือ วิธีการหารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุดสำหรับช่องสัญญาณแบบโรเซียน ที่ทำให้ขอบเขตล่างของความจุมีค่ามากที่สุด ส่งผลให้การคำนวณความจุของช่องสัญญาณมีค่าดีที่สุดด้วยเช่นกัน อีกทั้งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ยังมีการเสนอรูปแบบของสัญญาณนำร่องแบบอื่น ๆ ที่สามารถนำไปใช้ได้ ในบางสถานการณ์ และยังคงรักษาประสิทธิภาพในการคำนวณความจุของช่องสัญญาณได้ด้วย



ภาควิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....ลายมือชื่อนิสิต.....  
สาขาวิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....  
ปีการศึกษา.....2549.....

## 4670245621 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: CHANNEL CAPACITY / CHANNEL ESTIMATION / Rician FADING / MIMO / SYMMETRIC DISTRIBUTION / SPATIAL FREQUENCY FORM

JATUPON PATTANAVICHATE : CAPACITY ESTIMATION OF Rician MIMO CHANNEL USING SYMMETRIC DISTRIBUTION IN SPATIAL FREQUENCY FORM. THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. SOMCHAI JITAPUNKUL, Dr.Ing. 59 pp.

This thesis proposed the development of capacity estimation of Rician MIMO channel in order to reduce complexity and proposed optimization of pilot pattern. First, this thesis proposed the capacity estimation by using received signal angle and transmitted signal angle for Rician MIMO channel to reduce the complexity. By changing from real angle to spatial frequency response, this proposed estimation has high accuracy, low complexity and still keep efficiency of channel capacity estimation. Second, this thesis proposed the estimation for Rician MIMO channel. Moreover this thesis reviews other pilot estimation design for specific boundary and that estimation can efficiently calculation of channel capacity.

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department Electrical Engineering Student's signature..... *Jatupon*.....  
Field of study Electrical Engineering Advisor's signature..... *Somchai*.....  
Academic year ..... 2006 .....

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย จิตะพันธ์กุล อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ได้ให้คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่างๆ ทั้งที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย และที่นอกเหนือจากงานวิจัยก็ได้รับความเมตตาเสมอมา ตั้งแต่ก่อนเข้าศึกษาในระดับปริญญาโทจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ สุวิทย์ นาคพิระยุทธ, รองศาสตราจารย์ ดร.วาทิต เบญจพลกุล, และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เจษฎา ชินรุ่งเรือง ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์แก่งานวิจัยและการเขียนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณพี่ปริญญาเอกและเพื่อนปริญญาโททุกคนในห้องปฏิบัติการวิจัยกรรมวิธีสัญญาณดิจิทัล ที่ให้คำแนะนำและให้การช่วยเหลือด้วยดีมาตลอดในช่วงของการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณโครงการเสริมสร้างความเชื่อมโยงระหว่างภาควิศวกรรมการไฟฟ้าและภาคเอกชนทางด้านการวิจัยและพัฒนา (Cooperative Project between Department of Electrical Engineering and Private sector for Research and Development) ที่สนับสนุนค่าใช้จ่ายตลอดระยะเวลาของการทำงานวิจัย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา และผู้มีพระคุณทุกท่าน ที่ให้การสนับสนุนและให้กำลังใจแก่ผู้เขียนด้วยดีเสมอมา จนสำเร็จการศึกษา

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บัญชีคำศัพท์.....	ฎ
บัญชีตัวแปร.....	ช
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.1.1 ระบบสายอากาศฉลาด.....	1
1.1.2 วิธีประมาณค่าของสัญญาณ.....	4
1.1.2.1 วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood).....	4
1.1.2.2 ค่าเฉลี่ยของผลต่างกำลังสองของความผิดพลาด (Mean Squared Error: MSE).....	4
1.2 แนวทางที่นำเสนอ.....	5
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	6
1.5 วิธีดำเนินการวิจัย.....	6
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	7
2 ความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	8
2.1 ความรู้พื้นฐานของสายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับ (Multiple Input Multiple Output: MIMO).....	8
2.1.1 การใช้งานระบบ MIMO เพื่อสหสัญญาณ (Multiplexing Gain).....	9
2.1.2 การใช้งานระบบ MIMO เพื่อเพิ่มความหลากหลาย (Diversity Gain).....	10
2.1.3 การใช้งานระบบ MIMO แบบสายอากาศชาญฉลาด (Smart Antenna).....	10
2.2 ความรู้พื้นฐานของสายอากาศแถวลำดับ.....	11

บทที่	หน้า
2.2.1	สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรง..... 12
2.2.2	ตัวสร้างลำคลื่น..... 13
2.3	ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับช่องสัญญาณ..... 16
2.3.1	ช่องสัญญาณ (Channel)..... 16
2.3.1.1	ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลี (Rayleigh Fading Channel)..... 17
2.3.1.2	ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบไรเซียน (Rician Fading Channel)..... 18
2.3.2	การประมาณค่าช่องสัญญาณ (channel estimation)..... 19
2.3.3	ความจุของช่องสัญญาณของระบบสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสารับ (MIMO channel capacity)..... 19
2.3.4	ขอบเขตของความจุของช่องสัญญาณ (bound)..... 20
3	กรรมวิธีหาความจุของช่องสัญญาณที่นำเสนอและการประมาณค่าช่องสัญญาณโดยการใช้สัญญาณนำร่องที่เหมาะสม..... 21
3.1	การคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณ (capacity derivation)..... 21
3.2	การคำนวณหาโครงสร้างเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่องที่เหมาะสมที่สุด (optimization)..... 28
3.2.1	Training Phase..... 29
3.2.2	Data Transmission Phase..... 29
4	ผลการจำลองแบบ..... 33
4.1	การจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณโดยวิธีการคำนวณค่าความจุของช่องสัญญาณตามที่เสนอไว้..... 34
4.1.1	กรณีที่ใช้สายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ ข้างละ 2 สาย..... 35
4.1.2	กรณีที่ใช้สายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ ข้างละ 2 สาย..... 38
4.2	การจำลองแบบการเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณโดยใช้วิธีนำ training signal แบบต่าง ๆ มาใช้..... 41
5	สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ..... 46
5.1	สรุปผลการวิจัย..... 46
5.2	ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต..... 47



บทที่	หน้า
รายการอ้างอิง.....	48
ภาคผนวก.....	52
บทความทางวิชาการที่ได้รับการเผยแพร่.....	54
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	59



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญภาพ

ญ

หน้า

รูปที่ 1.1	การทำงานของระบบสายอากาศฉลาด.....	2
รูปที่ 2.1	ระบบสายอากาศแบบ MIMO.....	8
รูปที่ 2.2	ระบบ MIMO เพื่อสหสัญญาณ.....	9
รูปที่ 2.3	ระบบ MIMO เพื่อเพิ่มความหลากหลาย.....	10
รูปที่ 2.4	ระบบสายอากาศชาญฉลาด.....	11
รูปที่ 2.5	สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรง วางอยู่บนแกน $y$ โดยมีจำนวนองค์ประกอบของสายอากาศเท่ากับ $L$ .....	12
รูปที่ 2.6	แนวความคิดของตัวสร้างลำคลื่นแถบความถี่แคบ ( $\eta$ ) หลักการของตัวสร้างลำคลื่น (ข) แบบรูปลำคลื่นของสายอากาศแถวลำดับ.....	14
รูปที่ 2.7	ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลี.....	17
รูปที่ 2.8	ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบไรเซียน.....	18
รูปที่ 3.1	ช่องสัญญาณในแนวตรง.....	22
รูปที่ 3.2	ช่องสัญญาณในแนวอื่น.....	23
รูปที่ 3.3	ช่องสัญญาณแบบไรเซียนที่คำนึงถึงมุมที่ส่งและมุมที่รับ.....	24
รูปที่ 4.1	การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอเกี่ยวกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า SNR มีการเปลี่ยนแปลง.....	35
รูปที่ 4.2	การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอเกี่ยวกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า rice factor มีการเปลี่ยนแปลง.....	36
รูปที่ 4.3	การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอเกี่ยวกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า angular spread of arrival มีการเปลี่ยนแปลง.....	37
รูปที่ 4.4	การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอเกี่ยวกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า SNR มีการเปลี่ยนแปลง.....	38
รูปที่ 4.5	การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอเกี่ยวกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า rice factor มีการเปลี่ยนแปลง.....	39
รูปที่ 4.6	การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอเกี่ยวกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า angular spread of arrival มีการเปลี่ยนแปลง.....	40
รูปที่ 4.7	อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับได้ของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่ออัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณในแนวตรงต่อสัญญาณในแนว	

	อื่นมีค่าเท่ากับ 1.....	42
รูปที่ 4.8	อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่ออัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณในแนวตรงต่อสัญญาณในแนว อื่นมีค่าเท่ากับ 2.....	43
รูปที่ 4.9	อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่ออัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณในแนวตรงต่อสัญญาณในแนว อื่นมีค่าเท่ากับ 3.....	44
รูปที่ 4.10	อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่ออัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณในแนวตรงต่อสัญญาณในแนว อื่นมีค่าเท่ากับ 4.....	45

## บัญชีคำศัพท์

adaptive algorithm	อัลกอริทึมปรับตัวได้
adaptive beamforming	การสร้างลำคลื่นปรับตัวได้
Additive White Gaussian Noise (AWGN)	สัญญาณรบกวนเกาส์สีขาวแบบบวก
antenna array	สายอากาศแถวลำดับ
autocovariance matrix	เมตริกซ์ออโตโควาเรียนซ์
Azimuth angle	มุมทิศ
Base Station (BS)	สถานีฐาน
beamformer	ตัวสร้างลำคลื่น
beamforming	การสร้างลำคลื่น
beam pattern	แบบรูปลำคลื่น
beam width	ความกว้างของลำคลื่น
Bit Error Rate (BER)	อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูล
Central Limit Theorem (CLT)	ทฤษฎีจำกัดค่ากลาง
channel estimation	การประมาณช่องสัญญาณ
Co-Channel Interference (CCI)	การแทรกสอดในช่องสัญญาณเดียวกัน
coherent detection	การดีเทกต์แบบร่วมนัย
communication channel	ช่องสัญญาณสื่อสาร
complex weight vector	เวกเตอร์ถ่วงน้ำหนักค่าเชิงซ้อน
configuration	โครงร่าง
Constant Modulus (CM)	มอดุลัสคงที่
constraint	เงื่อนไขบังคับ
constrained maximization problem	ปัญหาการทำให้มีค่ามากที่สุดโดยมีเงื่อนไขบังคับ
Continuous time	เวลาต่อเนื่อง
conventional detector	ตัวดีเทกต์แบบธรรมดา
convergence rate	อัตราการลู่เข้า
cost function	ฟังก์ชันจุดประสงค์
criterion	เกณฑ์

desired signal	สัญญาณที่ต้องการ
diffraction	การเลี้ยวเบน
Direction Of Arrival (DOA)	ทิศทางการมาถึง
Direction Of Departure (DOD)	ทิศทางการลาจาก
Discrete Fourier Transform (DFT)	การแปลงฟูรีเยร์แบบดิสครีต
Diversity Gain	เพิ่มความหลากหลาย
downlink channel	ช่องสัญญาณเชื่อมโยงขาลง
eigenvalue	ค่าเจาะจง
eigenvector	เวกเตอร์เจาะจง
equalizer	ตัวปรับเท่า
Euclidean norm operator	ตัวดำเนินการยูคลิดเดียนนอร์ม
frequency non-selective fading	การจางหายแบบไม่เลือกความถี่
frequency selective fading	การจางหายแบบเลือกความถี่
generalized eigenvalue problem	ปัญหาค่าเจาะจงที่วางนัยทั่วไปแล้ว
Generalized Sidelobe Canceller (GSC)	ส่วนขจัดพู่ข้างที่วางนัยทั่วไปแล้ว
geometric	เรขาคณิต
guard interval	ช่วงคุ้มกัน
Hermitian operator	ตัวดำเนินการเฮอร์มิเทียน
impulse respond	ผลตอบสนองอิมพัลส์
inner product	ผลคูณภายใน
interference signal	สัญญาณแทรกสอด
InterSymbol Interference (ISI)	การรบกวนระหว่างสัญลักษณ์
Inverse Discrete Fourier Transform (IDFT)	การแปลงฟูรีเยร์แบบดิสครีตผกผัน
Lagrange multiplier	ตัวคูณลากรางจ์
linear multiuser detector	ตัวดีเทกต์ผู้ใช้หลายคนแบบเชิงเส้น
linear transformation	การถ่ายโอนแบบเชิงเส้น
main beam	พู่คลื่นหลัก
Maximum Likelihood (ML)	การทำให้ความน่าจะเป็นจริงมากที่สุด
Maximum Signal to Interference and Noise Ratio (MSINR)	การทำให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอดและสัญญาณรบกวนมีค่ามากที่สุด

Maximum Signal to Noise Ratio (MSNR)	การทำให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่ามากที่สุด
Mean Square Error (MSE)	ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย
Minimum Mean Square Error (MMSE)	วิธีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยสุด
mobile radio communication	การสื่อสารวิทยุเคลื่อนที่
multipath propagation	การแพร่กระจายหลายวิถี
multipath channel	ช่องสัญญาณหลายวิถี
multipath delay spread	การแผ่เวลาประวิงของสัญญาณหลายวิถี
multipath signal	สัญญาณหลายวิถี
Multiple Access Interference (MAI)	การแทรกสอดจากผู้ใช้อื่น
Multiple Input Multiple Output (MIMO)	สายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับ
Multiplexing Gain	สหสัญญาณ
mutual coupling	ค่าความเหนี่ยวนำร่วม
narrowband	แถบความถี่แคบ
noise	สัญญาณรบกวน
omnidirection	รอบทิศทาง
optimization	การทำให้เหมาะที่สุด
ordinary eigenvalue problem	ปัญหาค่าเจาะจงสามัญ
Parallel Interference Cancellation (PIC)	การขจัดสัญญาณแทรกสอดอย่างขนาน
planar array	สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวแบบระนาบ
power control	การควบคุมกำลัง
power pattern	แบบรูปกำลัง
Pseudo Noise (PN)	สัญญาณรบกวนสุ่มเทียม
Radio Frequency (RF)	ความถี่วิทยุ
random process	กระบวนการสุ่ม
Rayleigh fading channel	ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลี
rectangular coordinate system	ระบบพิกัดมุมฉาก
reference signal	สัญญาณอ้างอิง
Reflection	การสะท้อน
Rician fading channel	ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบไรเซียน

simple eigenvalue problem	ปัญหาค่าเจาะจงอย่างง่าย
Scattering	การกระจัดกระจาย
smart antenna	สายอากาศชาญฉลาด
Space-Time Code	การเข้ารหัสเชิงปริภูมิ-เวลา
threshold	จุดเริ่มเปลี่ยน
Uniform Linear Array (ULA)	สายอากาศลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรง
	แบบยูนิฟอร์ม
uplink channel	ช่องสัญญาณเชื่อมโยงขาขึ้น
Weight Vector	ตัวควบคุมน้ำหนัก



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บัญชีตัวแปร

$C$	ความจุของช่องสัญญาณ (bit/s)
$B$	แบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณ (Hz)
$\rho$	อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนในช่องสัญญาณ (signal to noise ratio: SNR)
$ \bullet $	ดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์
$N_{Tx}$	จำนวนสายอากาศที่ภาคส่ง
$N_{Rx}$	จำนวนสายอากาศที่ภาครับ
$I$	เมตริกซ์เอกลักษณ์
$\tilde{n}_E = \min(N_{Tx}, N_{Rx})$	จำนวนสมาชิกในแถวหรือหลัก
$E\{\bullet\}$	ค่าคาดหวังทางสถิติ (Expectation)
$s(t) \in \mathbf{C}^{N_{Rx} \times 1}$	สัญญาณที่ภาครับ
$x(t) \in \mathbf{C}^{N_{Tx} \times 1}$	สัญญาณที่ภาคส่ง
$t \in \mathbf{R}_+^{1 \times 1}$	เวลาต่อเนื่อง
$n(t) \in \mathbf{C}^{N_{Rx} \times 1}$	สัญญาณรบกวน
$\gamma \in \mathbf{C}_H^{\tilde{n}_E \times \tilde{n}_E} \in \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H & ; N_{Rx} \leq N_{Tx} \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H} & ; N_{Rx} > N_{Tx} \end{cases}$	เมตริกซ์เฮอร์มิเชียน (Hermitian Matrix)
$\mathbf{H}(t) \in \mathbf{C}^{N_{Rx} \times N_{Tx}}$	ช่องสัญญาณ
$\bar{\mathbf{H}}(t)$	ช่องสัญญาณในแนวตรง
$\tilde{\mathbf{H}}(t)$	ช่องสัญญาณในแนวอื่น
$\phi$	ค่ามุมของทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้ที่มาถึงสายอากาศที่ภาครับเมื่อเทียบกับทิศทางที่ตั้งฉากกับสายอากาศแถวลำดับ
$\varphi$	ค่ามุมของทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้ที่ส่งออกจากสายอากาศที่ภาคส่งเมื่อเทียบกับทิศทางที่ตั้งฉากกับสายอากาศแถวลำดับ
$\tilde{f}$	ความถี่ดอปเพลอร์
$v$	การเลื่อนเฟส



$\alpha$	อัตราขยายในเส้นทางตรง
$\mathbf{a}(\psi) \equiv [1 \ e^{ikd_E \sin(\psi)} \ \dots \ e^{ikd_E(N_E-1)\sin(\psi)}]$	เวกเตอร์ตอบสนองแถวลำดับ
$\psi \in \{\phi, \varphi\}$	มุมใดๆ
$T_s$	คาบของการซัดตัวอย่าง
$n_T$	Sampling instant
$\alpha_{n_p}$	อัตราขยายในเส้นทางลุ่มที่ $n_p$
$\tilde{\phi}_{n_p}[n_T]$	ค่ามุมของทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้ที่มาถึง สายอากาศที่ภาครับตามลำดับในเส้นทางลุ่มที่ $n_p$ เมื่อเทียบกับทิศทางที่ตั้งฉากกับสายอากาศ แถวลำดับ
$\tilde{\varphi}_{n_p}[n_T]$	ค่ามุมของทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้ที่ส่งมา จากสายอากาศที่ภาคส่งตามลำดับในเส้นทาง ลุ่มที่ $n_p$ เมื่อเทียบกับทิศทางที่ตั้งฉากกับ สายอากาศแถวลำดับ
$\delta_{\cdot,\cdot}$	ฟังก์ชันโครเนคเกอร์เดลต้า (Kronecker Delta Function)
$\alpha_{n_p}^2$	กำลังของเส้นทางที่ $n_p$
$p \equiv N_p \alpha_{n_p}^2$	กลุ่มกำลังของเส้นทางลุ่มทั้งหมด
$f(\delta_\phi   0; \sigma_\phi^2)$	ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น
$\delta_\phi$	ค่าเบี่ยงเบนลุ่มของมุมของสัญญาณที่รับได้
$\sigma_\phi$	Angular spread
$\sigma_\phi^2$	ความแปรปรวน
$\omega$	Spatial frequency
$\sigma_\omega$	Associating standard deviation
$\mu$	Rice Factor
$\mathbf{D}_a(\omega)$	Diagonal and unitary matrix
$\tilde{\mathbf{B}}(\sigma_\omega)$	Symmetric Toeplitz matrix
$T$	Coherence interval
$\hat{\mathbf{H}}$	ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขของ $\mathbf{H}$

$\tilde{H}$	ค่าผิดพลาดของการประมาณค่าช่องสัญญาณที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0
$n'_d$	ผลรวมของสัญญาณรบกวนกับค่าผิดพลาดของการประมาณค่าช่องสัญญาณที่เหลืออยู่
$\mathbf{X}_T$	เมทริกซ์ของส่วนสัญญาณ training ที่ส่งในช่วงเวลา $T_r$
$T_T$	ช่วงเวลาที่ส่งสัญญาณนำร่อง
$\mathbf{X}_d$	เมทริกซ์ของส่วนสัญญาณข้อมูล ที่ส่งในช่วงเวลา $T_d$
$T_d$	ช่วงเวลาที่ส่งสัญญาณข้อมูล



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# บทที่ 1

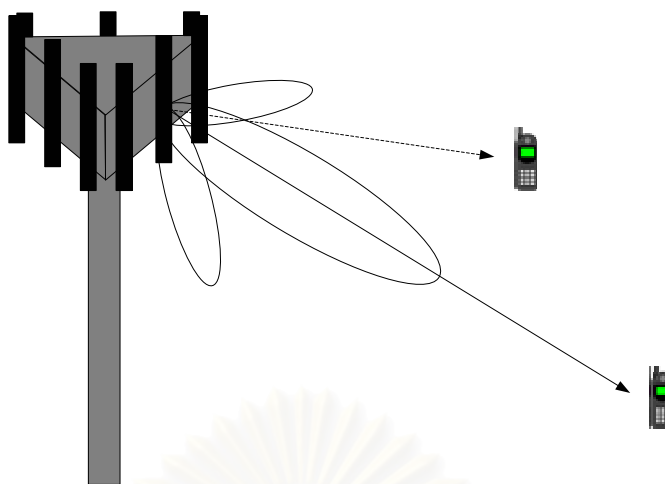
## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การสื่อสารเป็นสิ่งจำเป็นตั้งแต่ในอดีต มาจนถึงปัจจุบัน และยังคงจำเป็นต่อไปในอนาคต การสื่อสารได้พัฒนามาโดยตลอด เพื่อให้สามารถสื่อสารได้อย่างรวดเร็วขึ้น สามารถรับส่งข่าวสารได้ปริมาณมากขึ้น มีความปลอดภัยมากขึ้น ข่าวสารมีความถูกต้องมากขึ้น ฯลฯ การสื่อสารที่จำเป็นอย่างหนึ่งในปัจจุบันคือ การสื่อสารแบบไร้สาย (Wireless Communication) ซึ่งสิ่งจำเป็นในการสื่อสารแบบไร้สายนี้มีส่วนใหญ่ ๆ คือ รูปแบบของสายอากาศ และ รูปแบบของช่องสัญญาณ ซึ่งช่องสัญญาณของการสื่อสารนั้นมีจำกัด ดังนั้นเราต้องหาวิธีที่จะทำให้สามารถรับส่งข่าวสารได้อัตราข้อมูล (Data Rate) ในช่องสัญญาณที่จำกัดนี้ ซึ่งวิธีที่พิสูจน์ได้ว่าจะสามารถรับส่งข่าวสารได้มากเพียงใดวิธีหนึ่งคือ ความจุของช่องสัญญาณ (Channel Capacity) ถ้าเราสามารถหาวิธีที่ทำให้ความจุของช่องสัญญาณโดยเฉลี่ยมีค่าสูง ก็แสดงว่า วิธีนั้น ๆ ทำให้สามารถรับส่งข่าวสารในอัตราข้อมูลที่สูงได้ แต่เป็นที่ทราบกันดีว่า ช่องสัญญาณนั้นมีจำกัด ดังนั้นความจุของช่องสัญญาณก็มีจำกัดด้วย ซึ่งเรียกกันว่า ขอบเขตของความจุ (Bound) ซึ่งแบ่งเป็นสองส่วนคือ ขอบเขตบน (Upper Bound) และขอบเขตล่าง (Lower Bound) ทั้งนี้ เราต้องการหาวิธีพิสูจน์ให้ได้ความจุของช่องสัญญาณ มีค่าเข้าใกล้ขอบเขตบนมากที่สุด รวมทั้งต้องการหาวิธีที่ทำให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่ามากที่สุด เมื่อใช้วิธีพิสูจน์แบบเดียวกันด้วย ซึ่งวิธีที่ทำให้สามารถเพิ่มความจุของช่องสัญญาณมีหลายวิธี เช่น การใช้สายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสา (Multiple Input Multiple Output: MIMO), การใช้สายอากาศชาญฉลาด (Smart Antenna), การเพิ่มกำลังในการส่งสัญญาณ, ฯลฯ ทั้งนี้ การคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณจะนำไปอธิบายในบทที่ 3

#### 1.1.1 ระบบสายอากาศชาญฉลาด

สายอากาศชาญฉลาดเป็นเทคโนโลยีหนึ่งที่สำคัญของระบบสื่อสารแบบไร้สายในยุคที่ 3 และ 4 เนื่องจากสายอากาศชาญฉลาดสามารถเพิ่มขนาดของเซลล์ เพิ่มคุณภาพของช่องสัญญาณเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink channel) และช่องสัญญาณเชื่อมโยงขาลง (downlink channel) และเพิ่มความจุของระบบได้ [1] ทำให้สามารถรองรับจำนวนผู้ใช้ได้สูงขึ้น สายอากาศชาญฉลาดสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 การทำงานของระบบสายอากาศชาญฉลาด

ระบบสายอากาศชาญฉลาดจะพยายามสร้างลำคลื่น (beamforming) โดยให้มีพู่คลื่นหลัก (main beam) ชี้ไปในทิศทางของผู้ใช้ที่ต้องการ ในขณะที่เดียวกันก็พยายามกำจัดสัญญาณแทรกสอด (interference signal) สัญญาณหลายวิถี (multipath signal) และสัญญาณรบกวน (noise) ออกให้มากที่สุด นอกจากนี้ รูปแบบของลำคลื่นที่สร้างขึ้นก็สามารถปรับเปลี่ยนตัวเองตามสถานะแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไป

ในงานวิจัยนี้จะมุ่งความสนใจไปที่วิธีการสร้างลำคลื่นปรับตัวได้ (adaptive beamforming) ของระบบสายอากาศชาญฉลาดโดยใช้สายอากาศแถวลำดับ โดยที่ในงานวิจัยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน วิธีการสร้างลำคลื่นปรับตัวได้ สามารถจำแนกได้เป็น 2 แบบ คือ

1) วิธีการสร้างลำคลื่นปรับตัวได้แบบที่ต้องใช้สัญญาณอ้างอิง (reference signal)

วิธีการสร้างลำคลื่นแบบนี้ถูกเสนอครั้งแรกโดย Widrow, Mantey, Griffiths, และ Goode [2] ซึ่งเกณฑ์ (criterion) ที่ใช้คือ การทำให้ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยสุด (Minimum Mean Square Error, MMSE) โดยใช้อัลกอริทึม LMS (Least Means Square) ในการคำนวณแบบวนซ้ำ เพื่อสร้างลำคลื่นให้สามารถปรับเปลี่ยนรูปร่างได้ตามการเปลี่ยนแปลงของผู้ใช้ สัญญาณแทรกสอด และสัญญาณรบกวนต่าง ๆ วิธีการที่เสนอมานี้เป็นวิธีที่ง่ายและสามารถประมวลผลแบบทันทีได้ (real-time processing) อย่างไรก็ตาม วิธีนี้มีข้อจำกัดคือ สัญญาณแทรกสอดและสัญญาณรบกวนต้องไม่มีความสัมพันธ์ (uncorrelated) กับสัญญาณที่ต้องการ (desired signal) หรือสัญญาณของผู้ใช้ที่ต้องการ นอกจากนี้ ยังต้องเสียช่วงเวลานิ่งในไทม์สล็อต (time

slot) ของช่องสัญญาณสื่อสารไปเพื่อใช้เป็นช่วงเวลาของสัญญาณอ้างอิงซึ่งส่งผลโดยตรงต่อวิสัย  
สามารถของระบบ

## 2) วิธีการสร้างลำคลื่นปรับตัวได้แบบบอด (blind)

วิธีการสร้างลำคลื่นแบบนี้ จะใช้สมบัติของสัญญาณบางประการเป็นสำคัญ ซึ่ง  
อาจใช้สมบัติเหล่านี้ร่วมกัน อาจจำแนกได้เป็น 2 แบบ ได้แก่

### 2.1) วิธีการสร้างลำคลื่นแบบที่ใช้เทคนิคการประมาณทิศทางการมาถึง (Direction Of Arrival, DOA) ของสัญญาณที่ได้รับเข้ามาช่วย

วิธีการสร้างลำคลื่นแบบนี้จะนำข้อมูลทางทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่  
ต้องการที่ได้จากการประมาณมาใช้เป็นเงื่อนไขบังคับ (constraint) ของฟังก์ชันจุดประสงค์ (cost  
function) ในขั้นตอนของการทำให้เหมาะที่สุด (optimization) [3] ซึ่งวิธีการสร้างลำคลื่นแบบนี้ที่  
รู้จักกันเป็นอย่างดีคือ อัลกอริทึม Linearly Constrained Minimum Variance (LCMV) และ  
สามารถจัดให้อยู่ในรูปของส่วนขจัดพหูข้างที่วางนัยทั่วไปแล้ว (Generalized Sidelobe Canceller,  
GSC) ได้ [4] อย่างไรก็ตาม วิธีการสร้างลำคลื่นแบบนี้ก็มีข้อเสีย เช่น มีความไวต่อความไม่  
สมบูรณ์ของสายอากาศแถวลำดับ (imperfect antenna array) [5] ความซับซ้อนของระบบสูงขึ้น  
เนื่องจากต้องใช้เทคนิคในการประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณเข้ามาช่วยอีกทั้งต้องการ  
การปรับเทียบ (calibration) ของสายอากาศแถวลำดับที่มีความแม่นยำสูงอีกด้วย [6] สัญญาณ  
แทรกสอดและสัญญาณรบกวนต้องไม่มีความสัมพันธ์กับสัญญาณที่ต้องการ [7] เป็นต้น

### 2.2) วิธีการสร้างลำคลื่นแบบที่ใช้เทคนิคการรักษาสมบัติของสัญญาณ

วิธีการสร้างลำคลื่นแบบนี้จะใช้สมบัติเฉพาะบางประการของสัญญาณสื่อสาร  
แบบดิจิทัลเป็นสำคัญ เช่น สมบัติของการที่สัญญาณมีมอดุลัสคงตัว (Constant Modulus, CM)  
[8]-[9], สมบัติ spectral self-coherence [10], สมบัติ discrete-alphabet [11] เป็นต้น

อย่างไรก็ตาม วิธีการสร้างลำคลื่นแบบบอดก็มีข้อเสีย เช่น ในการใช้สมบัติของ  
สัญญาณที่มีมอดุลัสคงตัว พุคคลื่นหลักจะขึ้นไปในทิศทางของสัญญาณที่มีกำลังสูงสุดซึ่งอาจจะเป็น  
สัญญาณแทรกสอดก็ได้ จึงมีงานวิจัยที่ได้เสนอวิธีแก้ปัญหาข้างต้น เช่น การใช้วิธีการที่เรียกว่า  
Minimum Variance Distortionless Response (MVDR) guided CM array โดยใช้เทคนิคการ  
ประมาณทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการอย่างคร่าว ๆ จากนั้นจะหาเวกเตอร์ถ่วงน้ำหนัก

ค่าเชิงซ้อน (complex weight vector) เริ่มต้นของสายอากาศแถวลำดับโดยสมการของ MVDR ทำให้ได้ลำคลื่นที่มีพหุคูณหลักขึ้นไปในทิศทางของสัญญาณที่ต้องการได้ถูกต้อง เป็นต้น

นอกจากวิธีการสร้างลำคลื่นปรับตัวได้ข้างต้น ยังมีวิธีการสร้างลำคลื่นแบบที่ใช้ได้กับเฉพาะระบบหนึ่ง ๆ เช่น วิธีการสร้างลำคลื่นแบบที่ใช้รหัสแม่ที่กำหนดให้ผู้ใช้งานแต่ละคนในระบบดีเอสซีดีเอ็มเอ (Direct Sequence-CDMA, DS-CDMA) [12], [13] เป็นต้น

## 1.1.2 วิธีการประมาณค่าของสัญญาณ

วิธีการประมาณค่าของสัญญาณที่นิยมใช้ในปัจจุบันนี้ มีอยู่ 2 วิธีคือ Maximum Likelihood Estimation และ Minimum Mean Square Error Estimation

### 1.1.2.1 วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood)

วิธีนี้ถูกคิดค้นโดยนักพันธุศาสตร์และนักสถิติชื่อว่า Sir Ronald Aylmer Fisher ระหว่างปี 1912-1922 โดยการหาค่าของตัวแปรที่ต้องการมาที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันที่ต้องการมีค่ามากที่สุด ซึ่งมีวิธีการดังนี้

กำหนดให้ฟังก์ชัน  $f_\theta$  ได้รับตัวแปรสุ่ม  $n$  ค่า  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ซึ่งจะทำให้ได้ฟังก์ชันที่ต้องการเป็น  $f_\theta(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$  เมื่อฟังก์ชันของค่า  $\theta$  มีค่า  $x_1, x_2, \dots, x_n$  คงที่จะเรียกว่า likelihood function กระบวนการทำ maximum likelihood จะกระทำการหาค่า  $\theta$  ที่ทำให้ฟังก์ชันนั้นมีค่ามากที่สุด

ในแง่ของการประมาณค่าของสัญญาณ วิธีนี้จะมีข้อดีที่ว่าสามารถประมาณค่าได้ดีที่สุด แต่ก็มีข้อเสียคือความซับซ้อนในการคำนวณมีมาก ทำให้การคำนวณต้องใช้เวลามาก จึงเป็นที่นิยมเฉพาะกลุ่มที่ต้องการให้ได้ความถูกต้องมากที่สุด

### 1.1.2.2 วิธีค่ากลางเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Squared Error: MSE)

ค่าเฉลี่ยของผลต่างกำลังสองของความผิดพลาดของการประมาณของสัญญาณเป็นค่าพารามิเตอร์ที่ใช้วัดค่าความถูกต้องของการประมาณของสัญญาณ ซึ่งสามารถหาได้จากค่าเฉลี่ยของผลต่างยกกำลังสองของผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ประมาณได้ กับค่าผลตอบสนองจริงของช่องสัญญาณ ซึ่งถ้า MSE มีค่าสูงแสดงว่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ประมาณได้มีค่าผิดพลาดไปจากผลตอบสนองจริงของช่องสัญญาณมาก ในทางตรงกันข้าม ถ้า MSE มีค่าน้อย แสดงว่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ประมาณได้มีค่าใกล้เคียงกับ

ผลตอบสนองจริงของช่องสัญญาณนั่นเอง ซึ่งจะเขียนเป็นสมการได้เป็น  $MSE(\hat{\theta}) = E\left((\hat{\theta} - \theta)^2\right)$  ซึ่งการนำไปใช้ในการประมาณค่าช่องสัญญาณ เราจะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนนี้มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งจะเรียกว่าวิธีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยสุด (Minimum Mean Square Error: MMSE)

วิธีนี้จะมีข้อได้เปรียบตรงที่การคำนวณมีความซับซ้อนน้อย รวมทั้งค่าที่ได้ก็ใกล้เคียงกับค่าที่ดีที่สุดด้วย จึงเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมมาก

## 1.2 แนวทางที่นำเสนอ

ในวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแบ่งออกเป็นสองส่วน โดยส่วนแรกนั้นมีแนวความคิดที่จะจัดรูปแบบการคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณของสายอากาศชาวยุคลาดในช่องสัญญาณแบบโรเซียน เนื่องจากสายอากาศชาวยุคลาดนั้นสามารถปรับเปลี่ยนทิศทางในการส่งสัญญาณได้ โดยการใช้เทคนิค Beam Forming ซึ่งใช้ในการปรับเปลี่ยนทิศทางของลำคลื่น ดังนั้นการคำนวณความจุของสายอากาศจึงจำเป็นต้องนำมุมในการส่งสัญญาณ และมุมในการรับสัญญาณมาใช้ในการคำนวณด้วย และการจำลองรูปแบบของช่องสัญญาณให้เป็นแบบโรเซียนนั้นจะทำให้ใช้ทั่วไปได้ การคำนวณความจุของช่องสัญญาณโดยที่มีการนำมุมในการรับสัญญาณและมุมในการส่งสัญญาณมาใช้ในการคำนวณนี้ ได้มีการใช้มาก่อนหน้านี้แล้ว ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอวิธีการจัดรูปแบบการคำนวณให้มีความซับซ้อนในการคำนวณน้อยลง ส่งผลให้การคำนวณความจุของช่องสัญญาณมีความรวดเร็วมากขึ้น รวมทั้งยังคงรักษาประสิทธิภาพในการคำนวณได้อีกด้วย ซึ่งการปรับเปลี่ยนรูปแบบนี้จะเปลี่ยนจากการคำนวณโดยใช้มุมที่วัดได้จริง เป็นการใช้มุมใน spatial frequency response จะทำให้ได้ความแม่นยำในการประมาณอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่งที่ดีกว่า และทำให้สามารถแยกคิดความจุของช่องสัญญาณเป็นส่วนของมุมในการรับสัญญาณ และมุมในการส่งสัญญาณได้ ซึ่งจะทำให้การดูแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของความจุของช่องสัญญาณเมื่อมุมในการรับ-ส่งสัญญาณเปลี่ยนแปลงไปได้ง่ายขึ้น และการคำนวณความจุของช่องสัญญาณก็จะมีค่าซับซ้อนน้อยลงด้วยเช่นกัน และส่วนที่สองนั้นมีแนวคิดในการพิจารณารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุดในการส่งสัญญาณของสายอากาศชาวยุคลาดในช่องสัญญาณแบบโรเซียน เนื่องจากการรับและส่งสัญญาณ ถ้าต้องการให้มีประสิทธิภาพในการแยกแยะสัญญาณให้ดีที่สุด จำเป็นต้องรู้ว่าช่องสัญญาณในขณะนั้นมีรูปแบบเป็นอย่างไร ซึ่งเราจำเป็นต้องใช้สัญญาณนำร่องที่รู้ทั้งที่ภาคส่งและที่ภาครับมาใช้ในการประมาณค่าช่องสัญญาณ แต่สัญญาณนำร่องรูปแบบต่าง ๆ นั้นจะให้ประสิทธิภาพต่าง ๆ กัน ซึ่งถ้าเราสามารถหารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุด ที่ทำให้สามารถประมาณค่าช่องสัญญาณได้ดีที่สุด ก็จะทำให้

คำนวณความจุของช่องสัญญาณได้ดีที่สุดด้วยเช่นกัน ซึ่งการหารูปแบบของสัญญาณนำร่องนี้เคยมีการทำในช่องสัญญาณแบบเรย์ลีมาแล้ว แต่ยังไม่เคยทำในช่องสัญญาณแบบไรเซียนที่สามารถนำไปใช้ได้ทั่วไปมากกว่า เราจึงได้นำเสนอวิธีการหารูปแบบสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุด ในช่องสัญญาณแบบไรเซียน

### 1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถแสดงสมบัติของช่องสัญญาณออกมาในรูปของ parameter ทางกายภาพ ทำให้เห็นผลของค่า parameter ในทางกายภาพ ที่มีต่อความจุของช่องสัญญาณได้ สามารถแสดงกราฟความจุของช่องสัญญาณได้โดยวิธีการวิเคราะห์ แทนวิธีการจำลองแบบได้ และสามารถหารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุดที่สามารถทำให้คำนวณความจุของช่องสัญญาณมีค่าที่ดีที่สุดได้

### 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

ทำการประมาณค่าขอบเขตบนในช่องสัญญาณหลายเสาส่งหลายเสารับแบบไรเซียน โดยอาศัยตัวประกอบไรซ์ของตัวเอง, การระบุทิศทาง และการกระจายเชิงมุม เพื่อให้ได้ขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ ใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยของความจุมากขึ้นกว่าการประมาณค่าขอบเขตแบบไม่ซับซ้อน และทำการหารูปแบบโครงสร้างเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่องที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้คำนวณค่าความจุของช่องสัญญาณได้ดีที่สุด

### 1.5 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการของระบบสายอากาศชาณฉลาด, ระบบสายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับ
2. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณความจุของช่องสัญญาณ โดยเฉพาะการคำนวณความจุของช่องสัญญาณเมื่อมีการใช้มุมในการรับสัญญาณและมุมในการส่งสัญญาณมาใช้ในการคำนวณด้วย
3. ศึกษาแนวทางในการนำวิธีการใช้ spatial frequency มาใช้ในการคำนวณแทนการใช้มุมที่วัดได้จริง
4. ทำการทดลองโดยทำการจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณที่กล่าวมาข้างต้น เพื่อพิสูจน์ว่ายังคงรักษาประสิทธิภาพของการคำนวณความจุของช่องสัญญาณได้ โดยใช้สายอากาศแถวลำดับ
5. ศึกษาทฤษฎีและหลักการของการใช้สัญญาณนำร่องในการประมาณค่าช่องสัญญาณ



6. ศึกษาแนวทางในการหารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุดที่จะทำให้คำนวณความจุของช่องสัญญาณได้ดีที่สุด
7. ทำการทดลองโดยทำการจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณ เมื่อมีการใช้รูปแบบของสัญญาณนำร่องแบบต่าง ๆ เพื่อเปรียบเทียบให้รู้ว่ามีรูปแบบใดที่ดีที่สุด
8. วิเคราะห์ผลที่ได้จากการจำลองแบบ
9. สรุปงานวิจัยและจัดทำรูปเล่มวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

#### 1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถคำนวณความจุของช่องสัญญาณในช่องสัญญาณแบบไร้เงื่อนไขที่มีการใช้มุมในการส่งสัญญาณและมุมในการรับสัญญาณมาใช้ในการคำนวณ ได้โดยที่มีทั้งประสิทธิภาพและความรวดเร็วในการคำนวณ
2. ได้รูปแบบของเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุด ที่สามารถคำนวณความจุของช่องสัญญาณในช่องสัญญาณแบบไร้เงื่อนไขได้ดีที่สุด
3. เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัยสำหรับการปรับปรุงสมรรถนะของการคำนวณความจุของช่องสัญญาณในช่องสัญญาณแบบไร้เงื่อนไข

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

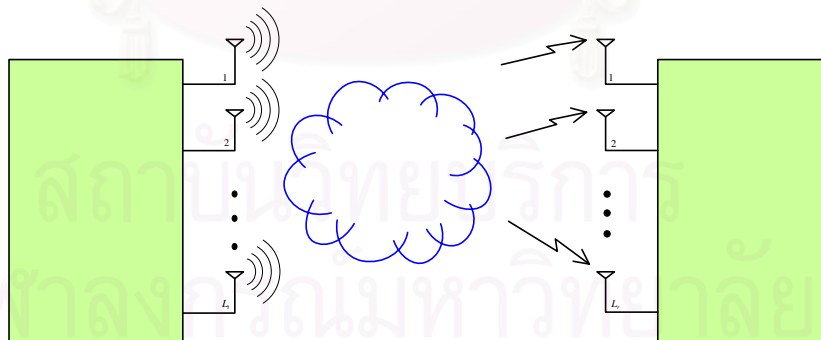
## บทที่ 2

### ความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่จำเป็นสำหรับวิทยานิพนธ์ โดยจะแบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 ส่วน คือ ความรู้พื้นฐานของสายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับ, ความรู้พื้นฐานของสายอากาศแถวลำดับ, และความรู้พื้นฐานของช่องสัญญาณ, ความจุของช่องสัญญาณและขอบเขตของความจุของช่องสัญญาณ

#### 2.1 ความรู้พื้นฐานของสายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับ (Multiple Input Multiple Output: MIMO)

ระบบสื่อสารไร้สายในอนาคต มีความต้องการการส่งข้อมูลความเร็วสูงในช่องสัญญาณแบบไร้สาย เพื่อรองรับความต้องการการสื่อสารข้อมูลมัลติมีเดีย ซึ่งประกอบไปด้วย ข้อมูลเสียง ภาพ และ ข้อมูลสื่อสาร เป็นที่รู้กันเป็นอย่างดีว่าช่องสัญญาณแบบไร้สายมีความไม่แน่นอนอย่างสูง อันเนื่องมาจากสภาพภูมิศาสตร์ที่เปลี่ยนแปลงตลอดเวลา การเคลื่อนที่ของเครื่องส่งและรับ รวมทั้งการสะท้อนของสัญญาณวิทยุกับวัตถุที่ขวาง ดังนั้นระบบสื่อสารไร้สายที่มีความสามารถในการรองรับความต้องการดังกล่าวข้างต้น และทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงของช่องสัญญาณแบบไร้สาย จึงเป็นสิ่งที่ต้องการอย่างยิ่ง



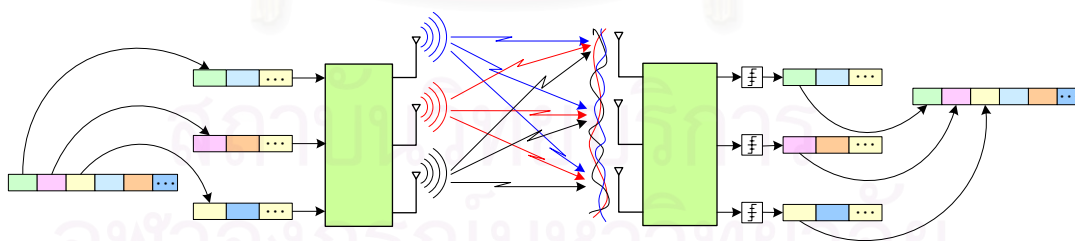
รูปที่ 2.1 ระบบสายอากาศแบบ MIMO

ในวงการวิจัยการสื่อสารไร้สายในปัจจุบันได้พิสูจน์แล้วว่าระบบสื่อสารไร้สายแบบหลายทางเข้าหลายทางออก ซึ่งประกอบไปด้วยชุดสายอากาศที่มีมากกว่าหนึ่งตัว ติดตั้งทั้งใน

เครื่องส่งและรับ ดังแสดงในรูป มีความสามารถที่จะรองรับการสื่อสารไร้สายในอนาคต รวมทั้งสามารถเพิ่มความน่าเชื่อถือให้แก่ระบบสื่อสารไร้สายด้วย หลักการเบื้องต้นที่ทำให้ระบบสื่อสารนี้มีคุณสมบัติดังกล่าวมาจากการใช้งานชุดสายอากาศที่มีมากกว่าหนึ่งตัว การเพิ่มจำนวนของสายอากาศนี้ทำให้เกิดการเพิ่มช่องทางในการสื่อสาร ซึ่งสามารถรองรับการส่งข้อมูลแบบหลายชุดในเวลาเดียวกันได้ อีกทั้งเพิ่มทางเลือกในการส่งข้อมูลในช่องสัญญาณที่ดีที่สุดได้ การใช้งานสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสาสามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้ดังนี้

### 2.1.1 การใช้งานระบบ MIMO เพื่อสหสัญญาณ (Multiplexing Gain)

การใช้งานระบบสื่อสารแบบหลายทางเข้าหลายทางออก ชนิดแรก คือ การสหสัญญาณข้อมูลต่างชุด และมีอิสระต่อกัน ส่งไปในช่องสัญญาณแบบไร้สาย หลักการของการใช้งานชนิดนี้สามารถอธิบายดังต่อไปนี้ เครื่องส่งจัดชุดข้อมูลที่จะส่งให้มีจำนวนเท่ากับจำนวนของสายอากาศ จากนั้นเครื่องส่งใช้การแยก (Decomposition) แบบ Singular Value Decomposition (SVD) ในการแยกเมทริกซ์ของช่องสัญญาณไร้สาย เพื่อหาเมทริกซ์หลักมูลซ้ายและขวา เมื่อได้เมทริกซ์หลักมูลนี้แล้ว ทางเครื่องส่งจะคูณเมทริกซ์หลักมูลซ้ายเข้ากับข้อมูลที่จะส่ง ในฝั่งภาพรับนั้นเครื่องรับจะคูณเมทริกซ์หลักมูลขวาเข้ากับสัญญาณที่รับได้ หลังจากการประมวลผลนี้ ผลลัพธ์ที่ได้คือ การสร้างช่องสัญญาณที่มีความอิสระต่อกัน โดยมีจำนวนช่องสัญญาณใหม่นี้เท่ากับจำนวนของสายอากาศที่ติดตั้งที่เครื่องส่ง ดังนั้นชุดข้อมูลที่ส่งมาในแต่ละเสาอากาศส่งจะถูกแยกออกมาได้อย่างสมบูรณ์ ผลประโยชน์ที่ได้จากการทำสหสัญญาณนี้คือ การเพิ่มขึ้นของอัตราการส่งข้อมูล ซึ่งเป็นจำนวนที่แปรผันตรงกันจำนวนของสายอากาศส่ง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง สายอากาศส่งที่มากขึ้น สามารถเพิ่มอัตราการส่งข้อมูลได้นั่นเอง



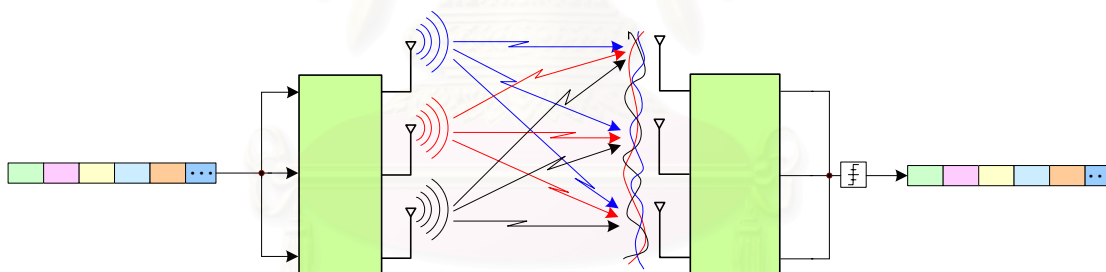
รูปที่ 2.2 ระบบ MIMO เพื่อสหสัญญาณ

ข้อจำกัดของการใช้งานชนิดนี้คือ การต้องการเมทริกซ์ของสัญญาณไร้สายทั้งทางเครื่องส่งและเครื่องรับซึ่งต้องใช้เทคนิคการประมาณค่าของสัญญาณที่มีความแม่นยำสูง และการป้อนกลับที่สมบูรณ์ อีกทั้งคุณภาพของการกู้ข้อมูลกลับที่เครื่องรับขึ้นอยู่กับคุณภาพของช่องสัญญาณอิสระด้วย

## 2.1.2 การใช้งานระบบ MIMO เพื่อเพิ่มความหลากหลาย (Diversity Gain)

การใช้งานระบบสื่อสารแบบหลายทางเข้าหลายทางออก ชนิดที่สอง คือ การเพิ่มความหลากหลายของช่องสัญญาณแบบไร้สาย ในการใช้งานชนิดนี้ชุดข้อมูลที่จะส่งจะมีชุดเดียว แต่จะถูกส่งโดยชุดของสายอากาศส่งหลายตัว การใช้งานชนิดนี้แตกต่างกับชนิดแรกอย่างชัดเจนในเรื่องของอัตราข้อมูล เนื่องจากอัตราการส่งข้อมูลไม่เพิ่มขึ้นตามจำนวนของสายอากาศส่งในทางตรงกันข้ามความน่าจะเป็นในการตัดสินใจผิดพลาดที่เครื่องรับจะลดลงมากขึ้นกว่าการใช้งานชนิดแรก ซึ่งแปรผันตรงกันจำนวนของสายอากาศส่งและรับ เนื่องจากการเพิ่มขึ้นของช่องสัญญาณซึ่งทำให้คุณภาพของสัญญาณที่รับได้ดีขึ้นตาม หลักการของการใช้งานชนิดนี้สามารถอธิบายดังต่อไปนี้ ทางด้านเครื่องส่งจะมีการแมปบิตข้อมูลที่จะส่งไปยังสายอากาศส่งแต่ละตัว โดยปกติแล้วจะเรียกว่าการเข้ารหัสเชิงปริภูมิ-เวลา (Space-Time Code) ทางด้านเครื่องรับจะทำการถอดรหัสนี้ แล้วทำการกู้กลับข้อมูลต่อไป ดังนั้นการใช้งานชนิดนี้เหมาะสมกับงานที่มีอัตราการส่งข้อมูลคงที่ แต่ต้องการความน่าจะเป็นในการตัดสินใจผิดพลาดที่น้อยลง

ข้อจำกัดของการใช้งานชนิดนี้คือ การต้องการเมทริกซ์ช่องสัญญาณไร้สาย ทางด้านเครื่องรับเพื่อใช้ในการกู้กลับข้อมูล ซึ่งต้องใช้เทคนิคการประมาณค่าช่องสัญญาณที่มีความแม่นยำสูง



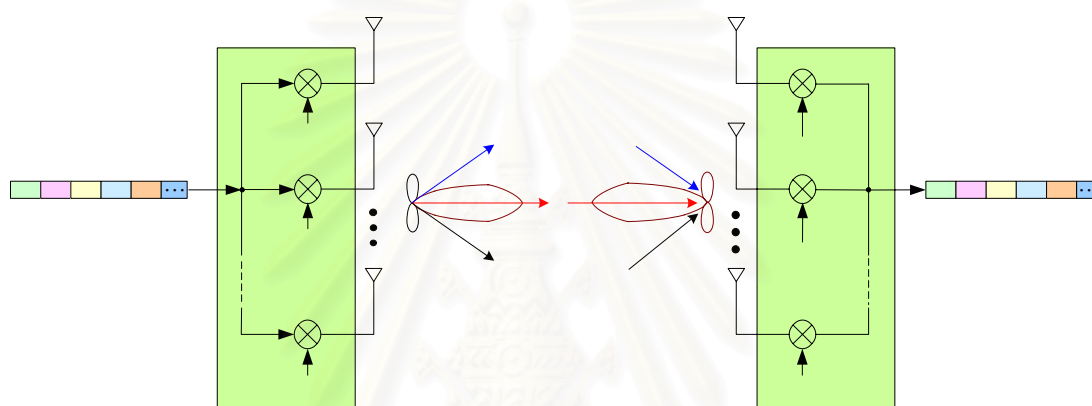
รูปที่ 2.3 ระบบ MIMO เพื่อเพิ่มความหลากหลาย

## 2.1.3 การใช้งานระบบ MIMO แบบสายอากาศชาญฉลาด (Smart Antennas)

การใช้งานระบบสื่อสารแบบหลายทางเข้าหลายทางออก ชนิดที่สาม คือ การสร้างสายอากาศที่ชาญฉลาด ในการใช้งานชนิดนี้ อัตราการส่งข้อมูลจะเท่ากับการใช้งานชนิดที่สอง แต่มีความทนทานต่อสัญญาณสะท้อน และ สัญญาณรบกวนจากผู้ใช้คนอื่นที่เข้ามาแย่งชุดของสายอากาศเครื่องรับในมุมต่าง ๆ กัน ได้เป็นอย่างดี การจัดวางชุดของสายอากาศนั้นส่วนใหญ่แล้วจะจัดวางให้ห่างกันไม่เกินครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นพาร์ ซึ่งทำให้สายอากาศแต่ละตัวมีความสัมพันธ์กันในเชิงขนาดและเฟสของสัญญาณที่รับได้ ความสัมพันธ์นี้เมื่อได้รับการควบคุมอย่างเหมาะสมโดยตัวควบคุมน้ำหนัก (Weight Vector) ผลลัพธ์ที่ได้คือรูปแบบการแพร่กระจาย

ลำคลื่นที่กำหนดทิศทางได้ เมื่อเครื่องส่งและเครื่องรับชี้ลำคลื่นไปในทิศเดียวกัน และที่จุดศูนย์ (Null) ไปในทิศทางของสัญญาณรบกวนอื่น ก็จะทำให้ระบบสื่อสารไร้สายมีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนสูงขึ้น เป็นผลให้ความน่าจะเป็นในการตัดสินใจผิดพลาดลดลงตามไปด้วย ข้อจำกัดของการใช้งานชนิดนี้คือ การต้องการตัวประมวลผล และ อัลกอริทึมที่ใช้ควบคุมตัวควบคุมน้ำหนักที่มีประสิทธิภาพ และ ความแม่นยำสูง

ทั้งนี้ การใช้งานสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสารับในการวิจัยโดยทั่วไป มักจะนิยมให้สายอากาศจัดเรียงตัวเป็นแถวลำดับและมีระยะห่างระหว่างสายอากาศเท่าๆกัน หรือที่เรียกกันว่า สายอากาศแถวลำดับ



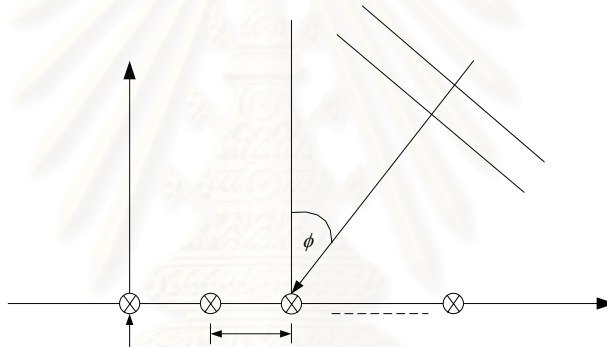
รูปที่ 2.4 ระบบสายอากาศขานูนผลาด

## 2.2 ความรู้พื้นฐานของสายอากาศแถวลำดับ

สายอากาศแถวลำดับประกอบด้วยองค์ประกอบของสายอากาศหลายองค์ประกอบที่มีการกระจายทางปริภูมิ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ที่สามารถอ้างอิงจากจุดตายตัวจุดหนึ่ง [14] สายอากาศแถวลำดับสามารถจัดเรียงตามเรขาคณิตได้หลายโครงร่าง (configuration) โครงร่างทางเรขาคณิต (geometric) ที่นิยม ได้แก่ เส้นตรง วงกลม และ ระนาบ ทั้งนี้ สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวแบบเส้นตรง (linear array) และวงกลม (circle array) จัดได้ว่าเป็นกรณีเฉพาะของสายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวแบบระนาบ (planar array) อย่างไรก็ตาม สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวแบบเส้นตรงเป็นโครงร่างทางเรขาคณิตที่ง่ายที่สุด จึงเป็นที่นิยมนำมาใช้อ้างอิงมากที่สุดเพื่อทำการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบสายอากาศขานูนผลาดเมื่อนำเอาเทคนิคต่าง ๆ เข้ามาใช้ [1] ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาสายอากาศลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรงเท่านั้น

### 2.2.1 สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรง

สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรงเป็นการวางองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับให้อยู่ในตำแหน่งที่เป็นแนวเดียวกัน เช่น อาจวางไว้บนแกน  $x$ ,  $y$  หรือ  $z$  ในระบบพิกัดมุมฉาก (rectangular coordinate system) เป็นต้น ในงานวิจัยส่วนใหญ่จะใช้สายอากาศแถวลำดับที่มีระยะห่างระหว่างแต่ละองค์ประกอบเท่ากัน ซึ่งเรียกว่าสายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรงแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Linear Array, ULA) [14] เนื่องจากความสะดวกในการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบสายอากาศขนาดเล็กที่ใช้สายอากาศแถวลำดับแบบดังกล่าว [1] ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรงแบบยูนิฟอร์มนี้ โดยให้สายอากาศวางอยู่บนแกน  $y$  ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นเส้นตรง วางอยู่บนแกน  $y$  โดยมีจำนวนองค์ประกอบของสายอากาศเท่ากับ  $L$

จากรูปที่ 2.5 ทิศทางการมาถึงที่สายอากาศแถวลำดับของสัญญาณของผู้ใช้จะพิจารณาเพียงมุมในแนวมุมทิศ (Azimuth angle) เนื่องจากสายอากาศแถวลำดับของภาครับที่สถานีฐานอยู่สูงจากพื้นค่อนข้างมาก และกำหนดให้การแพร่กระจายของคลื่นสัญญาณจากผู้ใช้ที่มาถึงสายอากาศประมาณว่าเป็นคลื่นระนาบ ดังนั้นเวกเตอร์ทิศทางที่แสดงทิศทางการมาถึงของสัญญาณของผู้ใช้สามารถแสดงได้เป็น [15], [31]

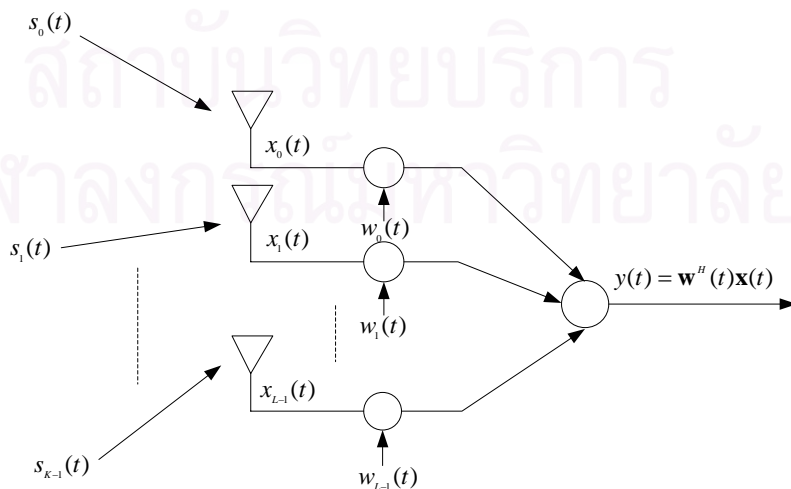
$$\mathbf{a}(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \phi} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(L-1)d \sin \phi} \end{bmatrix}^T \quad (2.1)$$

ค่าของมุมทิศ  $\phi$  เป็นค่ามุมของทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้ที่มาถึงสายอากาศเมื่อเทียบกับทิศทางที่ตั้งฉาก (broadside) กับสายอากาศแถวลำดับ ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง

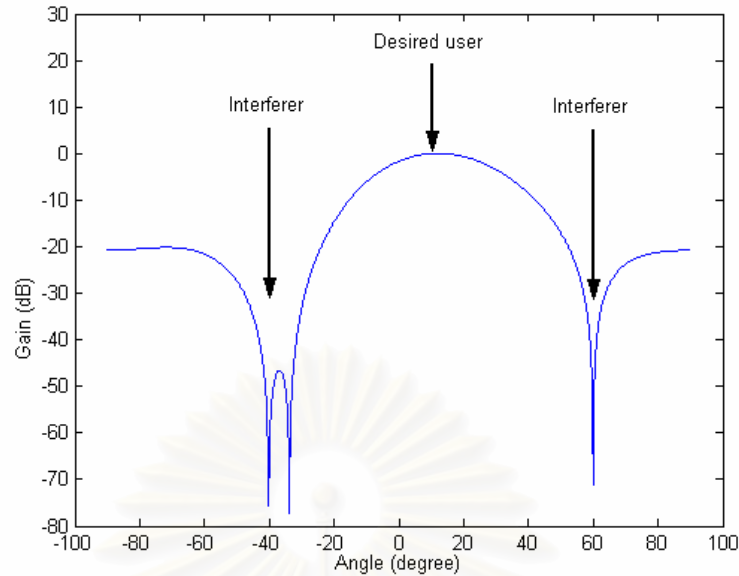
$0 \leq \phi \leq 360^\circ$  เมื่อพิจารณาช่วงการเปลี่ยนแปลงของมุม  $\phi$  กับเวกเตอร์ทิศทาง  $\mathbf{a}(\phi)$  ในสมการที่ (2.1) พบว่าเวกเตอร์ทิศทางจะสมมาตรที่แกน  $y$  ทั้งแกนบวก  $y$  และแกนลบ  $y$  (นั่นคือ  $0 \leq \phi \leq 180^\circ$  และ  $-180^\circ \leq \phi \leq 0$ ) และเนื่องจากกำหนดให้ภาครับที่สถานีฐานหนึ่งแบ่งออกเป็น 3 เซกเตอร์ ๆ ละ  $120^\circ$  ด้วยเหตุนี้จึงพิจารณาเพียงเซกเตอร์หนึ่งเท่านั้น นั่นคือ ทิศทางการมาถึงที่สายอากาศแถวลำดับของสัญญาณของผู้ใช้ในระบบจะพิจารณาในช่วง  $-60^\circ \leq \phi \leq 60^\circ$  โดยที่มุม  $\phi = 0^\circ$  เป็นทิศทางที่ตั้งฉากกับสายอากาศแถวลำดับ

### 2.2.2 ตัวสร้างลำคลื่น (beamformer)

การสร้างลำคลื่นเป็นเทคนิคการประมวลผลทางปริภูมิที่สายอากาศแถวลำดับสามารถนำไปใช้ได้ ถ้าทิศทางการมาถึงของสัญญาณที่ต้องการและสัญญาณที่ไม่ต้องการในระบบแตกต่างกันแล้ว ตัวสร้างลำคลื่นจะเสมือนเป็นตัวกรองทางปริภูมิที่สามารถแยกสัญญาณที่ต้องการออกจากสัญญาณแทรกสอดได้ สัญญาณที่รับได้ที่แต่ละองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับจะถูกถ่วงน้ำหนักและรวมกันเพื่อทำให้คุณภาพของสัญญาณที่ต้องการเหมาะสมที่สุด [16] การชี้ลำคลื่นไปยังทิศทางของสัญญาณที่ต้องการและ/หรือการนัล (nulling) ในทิศทางของสัญญาณแทรกสอดทำได้โดยการเลือกเกณฑ์ของการสร้างลำคลื่นอย่างเหมาะสม รูปที่ 2.6 แสดงให้เห็นแนวความคิดของตัวสร้างลำคลื่นแถบความถี่แคบ (narrowband) [15], [16]



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.6 แนวความคิดของตัวสร้างลำคลื่นแถบความถี่แคบ (ก) หลักการของตัวสร้างลำคลื่น

(ข) แบบรูปลำคลื่นของสายอากาศแถวลำดับ

จากรูปที่ 2.6 (ก) ถ้าสัญญาณที่มีทิศทางมาถึงแตกต่างกันที่สายอากาศแถวลำดับ  $L$  องค์ประกอบมีทั้งหมด  $K$  สัญญาณ เวกเตอร์ของสัญญาณที่รับได้ที่เวลา  $t$  ใด ๆ สามารถแสดงได้เป็น

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{a}(\phi_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) \\ &= [x_0(t) \quad \dots \quad x_{L-1}(t)]^T \end{aligned} \quad (2.2)$$

โดยที่  $\mathbf{x}(t)$  เป็นเวกเตอร์อินพุตของสัญญาณที่รับได้ที่สายอากาศแถวลำดับ,  $\mathbf{a}(\phi_k)$  เป็นเวกเตอร์ทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้คนที่  $k$  ซึ่งกำหนดได้ดังสมการที่ (2.1),  $s_k(t)$  เป็นสัญญาณของผู้ใช้ที่  $k$  และ  $\mathbf{n}(t)$  เป็นเวกเตอร์สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นที่แต่ละองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับ จะได้สัญญาณที่เอาต์พุตของสายอากาศแถวลำดับเป็น

$$y(t) = \mathbf{w}^H(t) \mathbf{x}(t) \quad (2.3)$$

โดยที่  $\mathbf{w}(t) = [w_0(t) \quad \dots \quad w_{L-1}(t)]^T$  เป็นเวกเตอร์ถ่วงน้ำหนักค่าเชิงซ้อนสำหรับการสร้างลำคลื่นซึ่งจะทำให้เหมาะที่สุดได้โดยใช้เกณฑ์ของการสร้างลำคลื่น และ  $(\cdot)^H$  เป็นตัวดำเนินการเฮอร์มิเซียน (Hermitian operator) เกณฑ์ที่ใช้ในการปรับเปลี่ยนลำคลื่นที่นิยมใช้กัน ได้แก่ การทำให้



ค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาดต่ำสุด [14], [16], การทำให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอดและสัญญาณรบกวนสูงสุด (Maximum Signal to Interference-and-Noise Ratio, MSINR) [14], [16], การทำให้มีมอดุลัสคงตัว และการทำให้ความน่าจะเป็นจริงสูงสุด (Maximum Likelihood, ML) [16] ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงเฉพาะเกณฑ์ของการทำให้อัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอดและสัญญาณรบกวนสูงสุด เนื่องจากอัลกอริทึมที่ใช้ในเกณฑ์ดังกล่าวไม่จำเป็นต้องใช้สัญญาณอ้างอิง [13] และจะนำมาประยุกต์ใช้ในการสร้างลำคลื่นสำหรับระบบมัลติแคเรียร์ซีดีเอ็มเอ ซึ่งจะได้กล่าวในบทถัดไป

พิจารณาแบบรูปลำคลื่น (beam pattern) ของสายอากาศแถวลำดับ [14] ซึ่งมีนิยามเป็น

$$\mathbf{B}(\phi) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\phi) \quad (2.4)$$

และสมการที่ (2.1) จะเห็นว่าระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับ  $d$  มีผลต่อแบบรูปลำคลื่น ถ้าระยะห่างระหว่างแต่ละองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับไม่เหมาะสมจะทำให้เกิด grating ขึ้น

พู Grating คือพู่คลื่นซึ่งมีขนาดเท่ากับพู่คลื่นหลัก อันจะทำให้สัญญาณรบกวนหรือสัญญาณแทรกสอดที่เข้ามาทางพู่ Grating นี้ส่งผลกระทบต่อสัญญาณของผู้ใช้ที่ต้องการที่เข้ามายังพู่คลื่นหลักอย่างมาก เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการเกิดพู่ Grating ระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับต้องเป็นไปตามเงื่อนไข [14], [16]

$$d \leq \frac{\lambda}{2} \quad (2.5)$$

ในวิทยานิพนธ์นี้ จะกำหนดให้ระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับเป็น  $d = \frac{\lambda}{2}$  เพื่อป้องกันการเกิดพู่ grating ขึ้น และไม่คิดผลของความเหนี่ยวนำร่วม (mutual coupling) ระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแถวลำดับเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นแนวตรงแบบยูนิฟอร์มโดยที่  $d = \frac{\lambda}{2}$  นี้เรียกว่า สายอากาศแถวลำดับที่มีการเรียงตัวเป็นแนวตรงแบบมาตรฐาน (standard linear array) ซึ่งจากสมการที่ (2.1) จะได้เวกเตอร์ทิศทางสำหรับสายอากาศแถวลำดับดังกล่าวเป็น

$$\mathbf{a}(\phi_k) = [1 \quad e^{j\pi \sin \phi} \quad \dots \quad e^{j\pi(L-1)\sin \phi}]^T \quad (2.6)$$

และตัวอย่างแบบรูปลำคลื่นของสายอากาศแถวลำดับดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 2.2 (ข)

## 2.3 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับช่องสัญญาณ

### 2.3.1 ช่องสัญญาณ (channel)

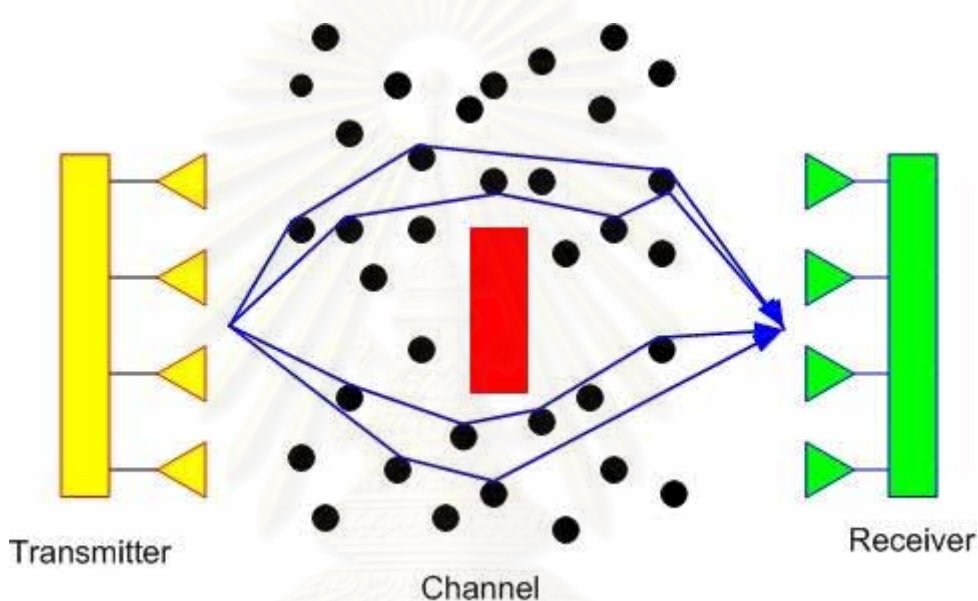
ช่องสัญญาณ หมายถึง สภาวะแวดล้อมที่อยู่ระหว่างสายอากาศภาคส่ง และสายอากาศภาครับ หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งได้ว่า เป็นตัวกลางที่ให้สัญญาณผ่านไปจากสายอากาศภาคส่ง ไปยังสายอากาศภาครับ ซึ่งเป็นไปได้หลายรูปแบบ ทั้งที่เป็นอากาศปกติ เป็นสายทองแดง เป็นใยแก้วนำแสง โดยที่ช่องสัญญาณนั้นจะทำหน้าที่ในการแปลงสัญญาณอินพุตชุดหนึ่ง ให้เป็นสัญญาณเอาต์พุตชุดหนึ่ง โดยที่การเกิดสัญญาณเอาต์พุตแต่ละค่านั้นจะแสดงได้ในรูปของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข หรืออาจจะเรียกว่าเป็นความน่าจะเป็นแบบทรานสิชันก็ได้ [32]

ในการสื่อสารวิทยุเคลื่อนที่ (mobile radio communication) คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ส่งออกจากภาคส่งไปยังภาครับ ไม่ว่าจะมาจากสถานีฐานไปยังสถานีเคลื่อนที่ (mobile station) หรือจากสถานีเคลื่อนที่มายังสถานีฐาน สัญญาณที่รับได้ที่สายอากาศจะเป็นการรวมกันของหลาย ๆ คลื่นความถี่ที่มาจากหลาย ๆ ทิศทาง อันเนื่องมาจากการสะท้อน (reflection), การเลี้ยวเบน (diffraction), และการกระจัดกระจาย (scattering) ที่เกิดจากสิ่งกีดขวางต่าง ๆ ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า การแพร่กระจายหลายวิถี (multipath propagation) และช่องสัญญาณที่เกิดการแพร่กระจายหลายวิถีนี้เรียกว่า ช่องสัญญาณหลายวิถี (multipath channel) ช่องสัญญาณหลายวิถีนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (time varying) ด้วย เนื่องจากการเคลื่อนที่ของสถานีเคลื่อนที่และการเคลื่อนที่ของวัตถุที่อยู่ภายในช่องสัญญาณ [17]

ผลกระทบของช่องสัญญาณหลายวิถีที่มีต่อสัญญาณที่ถูกส่งออกจากภาคส่ง จะปรากฏเป็นสัญญาณหลายวิถีที่รับได้ที่ภาครับ ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบที่แตกต่างกันทางขนาดและเฟสที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาหลาย ๆ องค์ประกอบรวมกัน ทำให้พิจารณาได้ว่าเป็นกระบวนการสุ่ม (random process) และถ้าจำนวนของวิถีมากพอจะสามารถใช้ทฤษฎีจำกัดค่ากลาง (Central Limit Theorem, CLT) ได้ ทำให้จำลองแบบได้ว่าเป็นกระบวนการสุ่มแบบเกาส์ค่าเชิงซ้อน (complex-valued Gaussian random process) [17] ถ้าจำลองแบบให้ช่องสัญญาณมีผลตอบสนองอิมพัลส์ (impulse response) เป็นกระบวนการแบบเกาส์ที่มีค่าเชิงซ้อนและมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์จะเรียกว่า ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลี (Rayleigh fading channel) แต่ถ้าให้ช่องสัญญาณมีผลตอบสนองอิมพัลส์เป็นกระบวนการแบบเกาส์ที่มีค่าเชิงซ้อนและมีค่าเฉลี่ยไม่เป็นศูนย์จะเรียกว่า ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบไรเซียน (Ricean fading channel)

### 2.3.1.1 ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลี (Rayleigh Fading Channel)

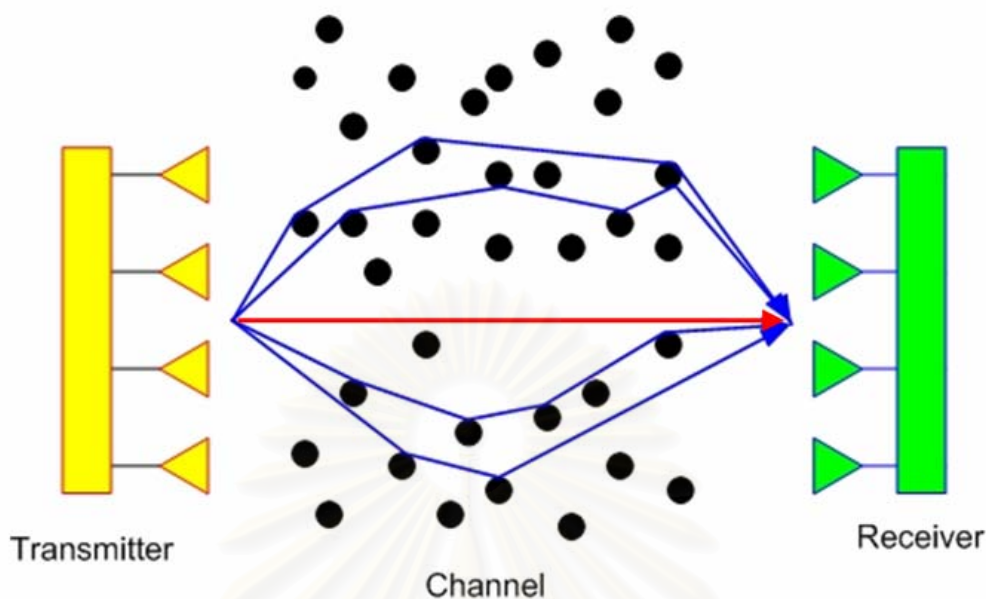
ช่องสัญญาณประเภทนี้ สัญญาณจากภาคส่งจะถูกส่งออกไปโดยจะมีการสะท้อน หักเห และเลี้ยวเบนจากสิ่งกีดขวางต่าง ๆ ที่อยู่ในช่องสัญญาณจนกระทั่งไปถึงภาครับ โดยที่สัญญาณที่อยู่ในแนวตรงจากภาคส่งไปยังภาครับนั้นถูกปิดกั้นจนไม่อาจส่งสัญญาณตรงไปยังภาครับได้ ช่องสัญญาณประเภทนี้มักจะเกิดขึ้นในเมืองหลวงที่มีสิ่งก่อสร้างสูงมากมายเป็นสิ่งกีดขวาง ซึ่งจะมีโอกาสที่สัญญาณในแนวตรงจากภาครับไปยังภาคส่งจะถูกปิดกั้นจนไม่สามารถผ่านไปได้อีก



รูปที่ 2.7 ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลี

### 2.3.1.2 ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบไรเซียน (Rician Fading Channel)

ช่องสัญญาณประเภทนี้ สัญญาณจากภาคส่งจะถูกส่งออกไปโดยจะมีการสะท้อน หักเห และเลี้ยวเบนจากสิ่งกีดขวางต่าง ๆ ที่อยู่ในช่องสัญญาณจนกระทั่งไปถึงภาครับ โดยที่สัญญาณที่อยู่ในแนวตรงจากภาคส่งไปยังภาครับนั้นไม่มีสิ่งกีดขวางปิดกั้นจึงสัญญาณตรงไปยังภาครับได้ ช่องสัญญาณประเภทนี้มักจะเกิดขึ้นในเมืองชนบทที่สิ่งก่อสร้างมีความสูงน้อย จึงไม่เป็นอุปสรรคในการส่งสัญญาณตรงจากภาคส่งไปยังภาครับ



รูปที่ 2.8 ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบโรเซียน

ทั้งนี้ ช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลีนั้นอาจจะเรียกได้ว่าเป็นส่วนหนึ่งของช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบโรเซียน ต่างกันตรงที่ช่องสัญญาณในแนวตรงจากภาคส่งไปยังภาครับนั้นจะมีค่าหรือไม่ ซึ่งถ้าทำการคำนวณในช่องสัญญาณแบบโรเซียนได้ ก็จะครอบคลุมได้ทุกกรณี แต่การทำการคำนวณในช่องสัญญาณแบบเรย์ลีก็มีความได้เปรียบตรงที่การคำนวณมีความซับซ้อนน้อยกว่า และส่วนมากจะสมมติให้ช่องสัญญาณมีรูปแบบเป็นเกาส์เซียนได้ ทำให้ง่ายต่อการคำนวณด้วย ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ต้องการให้สามารถนำไปใช้ได้ทั่วไปได้มากกว่า จึงได้ทำการคำนวณในช่องสัญญาณแบบโรเซียน

### 2.3.2 การประมาณค่าช่องสัญญาณ (channel estimation)

เนื่องจากช่องสัญญาณของการสื่อสารแบบไร้สายนั้น ไม่สามารถทำการตรวจวัดได้อย่างละเอียด ดังนั้นจึงมีการคิดหาวิธีประมาณค่าช่องสัญญาณเพื่อจำลองแบบช่องสัญญาณในลักษณะต่าง ๆ ให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริง กรรมวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าช่องสัญญาณได้แก่ วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood: ML), วิธีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยสุด (Minimum mean-square error: MMSE) ซึ่งได้อธิบายรายละเอียดไว้ในหัวข้อ 1.1.2

### 2.3.3 ความจุของช่องสัญญาณของระบบสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสารับ (MIMO channel capacity)

ปริมาณข้อมูลสามารถส่งไปในช่องสัญญาณมากน้อยเท่าใดนั้น ขึ้นอยู่กับความสามารถของช่องสัญญาณนั้นว่าจะผ่านปริมาณข้อมูลได้เท่าใด ซึ่งมีความสัมพันธ์กับข้อผิดพลาดที่อาจจะเกิดขึ้นในการส่งด้วย แต่ก็มีคำถามว่าในช่องสัญญาณหนึ่งจะสามารถรับส่งข้อมูลได้ด้วยอัตราการรับส่งข้อมูลเท่าใดโดยที่การผิดพลาดไม่สูงเกินยอมรับได้ C.E.Shannon แสดงให้เห็นว่าสำหรับช่องสัญญาณหนึ่งจะมีอัตราการรับส่งข้อมูลได้สูงสุดค่าหนึ่งรู้จักกันในนาม ความจุของช่องสัญญาณ (Channel Capacity:  $C$ ) ถ้าอัตรารับส่งข้อมูล  $R$  ต่ำกว่าความจุของช่องสัญญาณ  $C$  ข้อมูลจะถูกส่งได้โดยไม่เกิดการผิดพลาดเพียงเล็กน้อย และสามารถลดข้อผิดพลาดลงได้โดยการใช้เทคนิคในการเข้ารหัส ถึงแม้ในช่องสัญญาณจะมีสัญญาณรบกวนอยู่ด้วยก็ตาม แต่ถ้าอัตรารับส่งข้อมูลสูงกว่าความจุของช่องสัญญาณแล้วจะไม่สามารถหลีกเลี่ยงข้อผิดพลาดได้เลยไม่ว่าจะใช้เทคนิคในการเข้ารหัสอย่างไรก็ตาม พิจารณากรณีช่องสัญญาณความถี่จำกัด (Bandlimited) ที่มีสัญญาณรบกวนแบบ White Gaussian ความจุของช่องสัญญาณจะเท่ากับ

$$c = B \log_2 (1 + \rho) \quad (2.7)$$

โดยที่  $C$  เป็นความจุของช่องสัญญาณในหน่วย bit/s,  $B$  เป็นแบนด์วิดท์ (Bandwidth) ของช่องสัญญาณในหน่วย Hz และ  $\rho$  เป็นอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนในช่องสัญญาณ (signal to noise ratio: SNR)

ในระบบสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสารับ การคำนวณความจุของช่องสัญญาณก็มีที่มาจาก C.E.Shannon เช่นเดียวกัน แต่เนื่องจากเส้นทางในการรับส่งข้อมูลมีมากกว่า 1 เส้นทาง ดังนั้นความจุที่ได้จึงจำเป็นต้องคำนวณจากผลรวมของความจุในแต่ละเส้นทาง รวมทั้งต้องใช้ช่องสัญญาณในการคำนวณความจุด้วย ทำให้การคำนวณความจุของช่องสัญญาณเปลี่ยนรูปเป็น

$$c = \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)} + \frac{\rho}{N_{Tx}} \boldsymbol{\gamma} \right| \quad (2.8)$$

เมื่อ  $|\bullet|$  แทนดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์,  $N_{Tx}$  เป็นจำนวนสายอากาศที่ภาคส่ง,  $N_{Rx}$  เป็นจำนวนสายอากาศที่ภาครับ  $\mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)}$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีจำนวนแถวและหลักเท่ากับ  $\tilde{n}_E$ ,  $\tilde{n}_E = \min(N_{Tx}, N_{Rx})$  และ เมทริกซ์เฮอร์มิเทียน (Hermitian Matrix)  $\boldsymbol{\gamma} \in \mathbf{C}_H^{\tilde{n}_E \times \tilde{n}_E}$

$$\gamma \in \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H & ; N_{Rx} \leq N_{Tx} \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H} & ; N_{Rx} > N_{Tx} \end{cases} \quad (2.9)$$

ถ้าเมทริกซ์ช่องสัญญาณ  $\mathbf{H}$  เป็นค่าสุ่ม จะทำให้ได้ความจุเป็นค่าสุ่มด้วย ซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.10) [2.11, Th.1]

$$E\{C\} = E\left\{ \log_2 \left[ I_{(\bar{n}_E)} + \frac{\rho}{N_{Tx}} \boldsymbol{\gamma} \right] \right\} \quad (2.10)$$

ซึ่งหมายถึงค่าเฉลี่ยของความจุของช่องสัญญาณ  $E\{\bullet\}$  หมายถึงค่าคาดหมาย (Expectation)

### 2.3.4 ขอบเขตของความจุของช่องสัญญาณ (bound)

จากทฤษฎีบทของแชนนอนและฮาร์ตลีย์กล่าวว่า เราสามารถส่งข่าวสารที่อัตราการส่งเท่ากับ  $R_b$  ผ่านช่องสัญญาณโดยมีความน่าจะเป็นของความผิดพลาดที่ต่ำมากได้ทราบใดที่  $R_b \leq C$  แต่ทั้งนี้จะต้องมีการใช้กรรมวิธีการเข้ารหัสช่องสัญญาณที่ซับซ้อนมากพอประกอบด้วย หรือถ้ากล่าวอีกในทางกลับกันจะได้เป็น ถ้าเราส่งข่าวสารผ่านช่องสัญญาณโดยที่  $R_b > C$  แล้ว เป็นไปไม่ได้ที่จะมีวิธีการเข้ารหัสช่องสัญญาณใด ๆ ที่สามารถช่วยให้การส่งผ่านข่าวสารมีความผิดพลาดในระดับที่ต่ำมากได้ [17] เมื่อ  $C$  เป็นขีดจำกัดสูงสุดที่สามารถหาได้ด้วยการจำลองแบบ ขอบเขตบนของความจุ,  $\bar{C}$  ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อประมาณค่าของ  $C$  โดยที่เราไม่จำเป็นต้องจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณ

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ในส่วนที่สองเรื่องการหารูปแบบของสัญญาณนำร่องได้มีการกำหนดสถานการณ์ โดยทำให้ได้ความจุของช่องสัญญาณน้อยที่สุด ซึ่งเปรียบเสมือนว่าความจุของช่องสัญญาณที่ได้ในสถานการณ์นี้คือขอบเขตล่าง (lower bound) และหาวิธีที่ทำให้สามารถหาความจุของช่องสัญญาณให้ได้มากที่สุด ในสถานการณ์ดังกล่าว เมื่อสามารถหาวิธีที่ทำให้ขอบเขตล่างมีค่ามากที่สุดได้ วิธีดังกล่าวก็จะทำให้ความจุของช่องสัญญาณในสถานการณ์ปกติมีค่ามากที่สุดได้ด้วยเช่นกัน

### บทที่ 3

#### กรรมวิธีหาความจุของช่องสัญญาณที่นำเสนอและการประมาณค่าช่องสัญญาณโดยใช้สัญญาณนำร่องที่เหมาะสม

ในบทที่แล้วได้กล่าวถึงช่องสัญญาณแบบทั่วไปคร่าวๆ ซึ่งเมื่อคิดในกรณีเฉพาะมากขึ้นของการสื่อสารไร้สาย ช่องสัญญาณดังกล่าวก็จะมีผลของทิศทางของสัญญาณเกี่ยวข้องด้วย ซึ่งทิศทางดังกล่าวนี้มีสองทิศทางคือ ทิศทางการมาถึง (direction of arrival) และทิศทางการลาจาก (direction of departure) ทำให้การหาความจุของช่องสัญญาณ มีความเกี่ยวข้องกับทิศทางทั้งสองด้วยเช่นกัน ซึ่งการคำนวณความจุของช่องสัญญาณนี้จำเป็นต้องคำนวณด้วยทิศทางทั้งสองพร้อมๆกัน เมื่อมีค่าใดค่าหนึ่งเปลี่ยนแปลงไปการคำนวณก็ยังจำเป็นต้องคำนวณการเปลี่ยนแปลงทั้งสองตัวอยู่ดี แต่ถ้าสามารถแยกสมการดังกล่าวให้ออกเป็นสองส่วนคือส่วนทิศทางมาถึง และส่วนของทิศทางการลาจากได้ จะสามารถทำให้ความซับซ้อนในการคำนวณเมื่อมีค่าใดค่าหนึ่งเปลี่ยนแปลงน้อยลงได้

ในบทนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกจะนำเสนอการคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณ ส่วนที่สองจะนำเสนอการคำนวณหาโครงสร้างของเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่อง (pilot matrix) ที่เหมาะสมที่สุด

#### 3.1 การคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณ (capacity derivation)

การคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณในระบบการสื่อสารหลายเสาส่งหลายเสารับ จำเป็นต้องเอาช่องสัญญาณมาใช้ในการคำนวณด้วย ซึ่งช่องสัญญาณนี้เป็นส่วนเกี่ยวข้องโดยตรงในการรับส่งสัญญาณในการสื่อสารแบบไร้สาย ซึ่งเราจะสมมติให้ระบบของสายอากาศมีสมการดังนี้

$$s(t) = H(t)x(t) + n(t) \quad (3.1)$$

เมื่อ  $t \in \mathbf{R}_+^{1 \times 1}$  หมายถึง เวลาต่อเนื่อง (Continuous time)

$s(t) \in \mathbf{C}^{N_{Rx} \times 1}$  หมายถึง สัญญาณที่ภาครับ

$x(t) \in \mathbf{C}^{N_{Tx} \times 1}$  หมายถึง สัญญาณที่ภาคส่ง

$\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{N_{\text{Rx}} \times 1}$  หมายถึง สัญญาณรบกวน ในที่นี้เราจะให้เป็นสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนสีขาวแบบบวก (Additive White Gaussian Noise: AWGN)

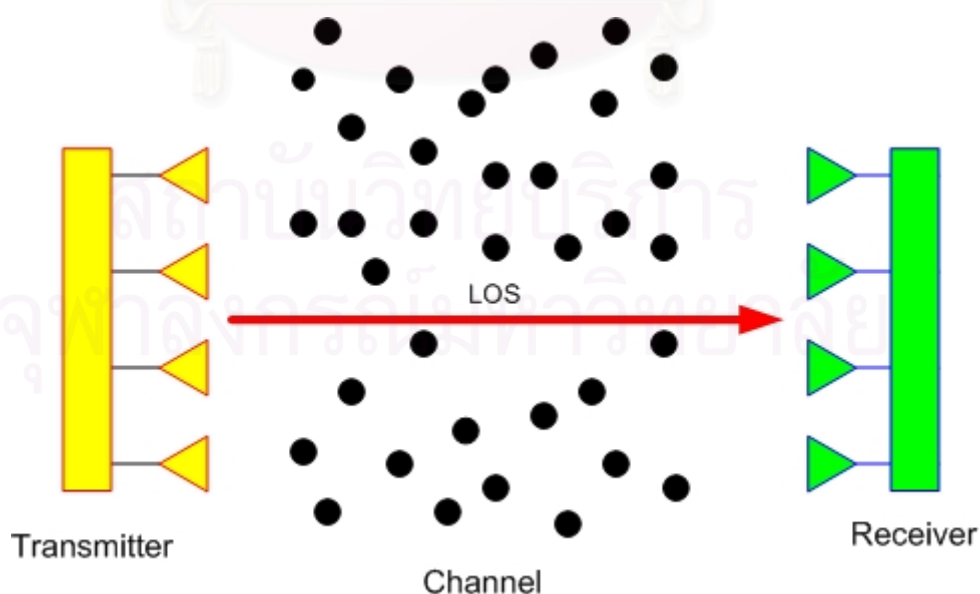
$\mathbf{H}(t) \in \mathbb{C}^{N_{\text{Rx}} \times N_{\text{Tx}}}$  หมายถึง ช่องสัญญาณ

ช่องสัญญาณจะมีรูปแบบแตกต่างกับไปขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อม และสิ่งกีดขวางระหว่างเสาอากาศภาคส่งและภาครับ ซึ่งช่องสัญญาณที่สนใจในวิทยานิพนธ์นี้คือ ช่องสัญญาณแบบไรเซียน (rician channel) ซึ่งรูปแบบของช่องสัญญาณแบบนี้คือ จะทำการแบ่งช่องสัญญาณออกเป็นสองส่วน คือช่องสัญญาณในแนวตรง (line of sight: LOS) ซึ่งเป็นช่องสัญญาณที่อยู่ในเส้นทางในแนวตรงจากสายอากาศภาคส่งไปยังสายอากาศภาครับดังรูปที่ 3.1 และช่องสัญญาณในแนวอื่น (non line of sight: NLOS) ซึ่งเป็นช่องสัญญาณที่ส่งจากสายอากาศภาคส่งไปยังทิศทางอื่นนอกเหนือจากเส้นทางในแนวตรง และมีการสะท้อนหรือหักเหหรือเลี้ยวเบนจนไปถึงสายอากาศภาครับได้ดังรูปที่ 3.2 ช่องสัญญาณแบบไรเซียนนี้จะเกิดได้มากในสภาพแวดล้อมที่มีสิ่งกีดขวางน้อย เช่นในชนบทหรือบริเวณที่มีอาคารสูงน้อย เป็นต้น ซึ่งช่องสัญญาณแบบไรเซียนสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (3.2)

$$\mathbf{H}(t) \cong \bar{\mathbf{H}}(t) + \tilde{\mathbf{H}}(t) \quad (3.2)$$

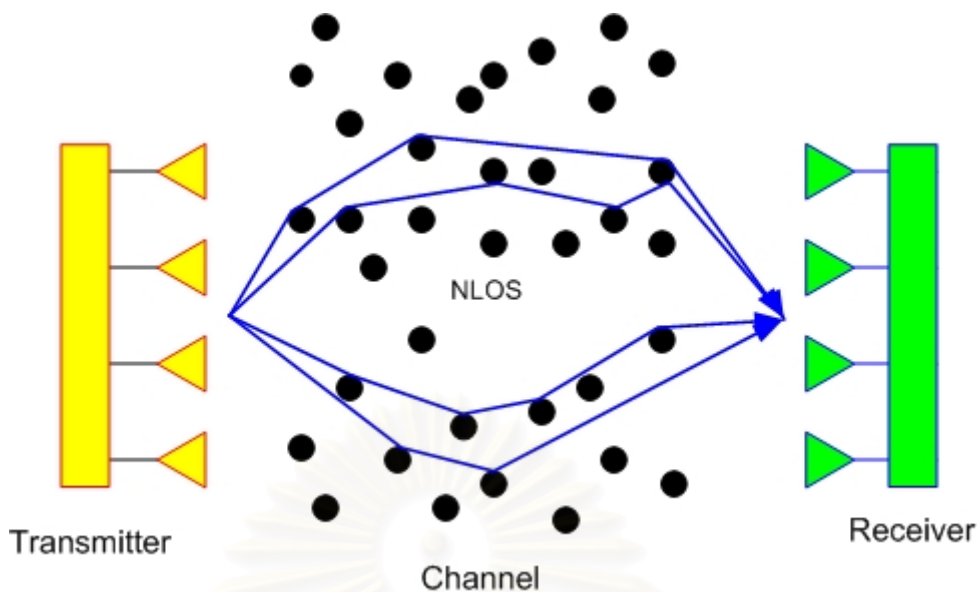
เมื่อ  $\bar{\mathbf{H}}(t)$  หมายถึง ช่องสัญญาณในแนวตรง

$\tilde{\mathbf{H}}(t)$  หมายถึง ช่องสัญญาณในแนวอื่น



รูปที่ 3.1 ช่องสัญญาณในแนวตรง





รูปที่ 3.2 ช่องสัญญาณในแนวอื่น

ในช่องสัญญาณแบบไร้สายนี้จะมีกรณีพิเศษ คือ กรณีที่เส้นทางสัญญาณในแนวตรงมีสิ่งกีดขวางมาก จนกระทั่งทำให้ไม่สามารถส่งสัญญาณในแนวตรงได้ หรือเรียกได้ว่า ช่องสัญญาณในแนวตรงมีค่าเป็น 0 ทำให้เหลือแต่ช่องสัญญาณในแนวอื่น ซึ่งช่องสัญญาณรูปแบบนี้เรียกกันอีกชื่อหนึ่งว่า ช่องสัญญาณแบบเรย์ลี (rayleigh channel) ซึ่งจะเกิดได้มากในเมืองใหญ่เนื่องจากมีอาคารสูงเป็นตัวกีดขวางเส้นทางการส่งสัญญาณเยอะมาก

เนื่องจากการส่งสัญญาณนั้น ทิศทางการตรงในการส่งสัญญาณจากสายอากาศภาคส่งไปยังสายอากาศภาครับไม่จำเป็นต้องตั้งฉากกับแนวซูดสายอากาศ ทำให้ต้องคำนึงถึงทิศทางที่ส่งสัญญาณ และทิศทางที่รับสัญญาณเมื่อเปรียบเทียบกับแนวซูดสายอากาศในการประมาณค่าช่องสัญญาณด้วยดังรูปที่ 3.3 ในการพิจารณาช่องสัญญาณที่มีความสัมพันธ์กับทิศทางของสัญญาณที่ส่งออกจากภาคส่ง และทิศทางของสัญญาณที่เข้ามาที่ภาครับ ในช่องสัญญาณแนวตรง เราจะแสดงได้ดังสมการที่ (3.3) [18, pp. 34-35]

$$\bar{H}(t) \equiv \alpha e^{i(2\pi\tilde{f}t + \nu)} \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\varphi) \quad (3.3)$$

เมื่อ  $\phi$  และ  $\varphi$  เป็นค่ามุมของทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้ที่มาถึงสายอากาศที่ภาครับและที่ส่งมาจากสายอากาศที่ภาคส่งตามลำดับเมื่อเทียบกับทิศทางที่ตั้งฉากกับสายอากาศแนวลำดับ,  $\tilde{f}$  แทนความถี่ดอปเพลอร์,  $\nu$  แทนการเลื่อนเฟส,  $\alpha$  แทนอัตราขยายในเส้นทางตรง,

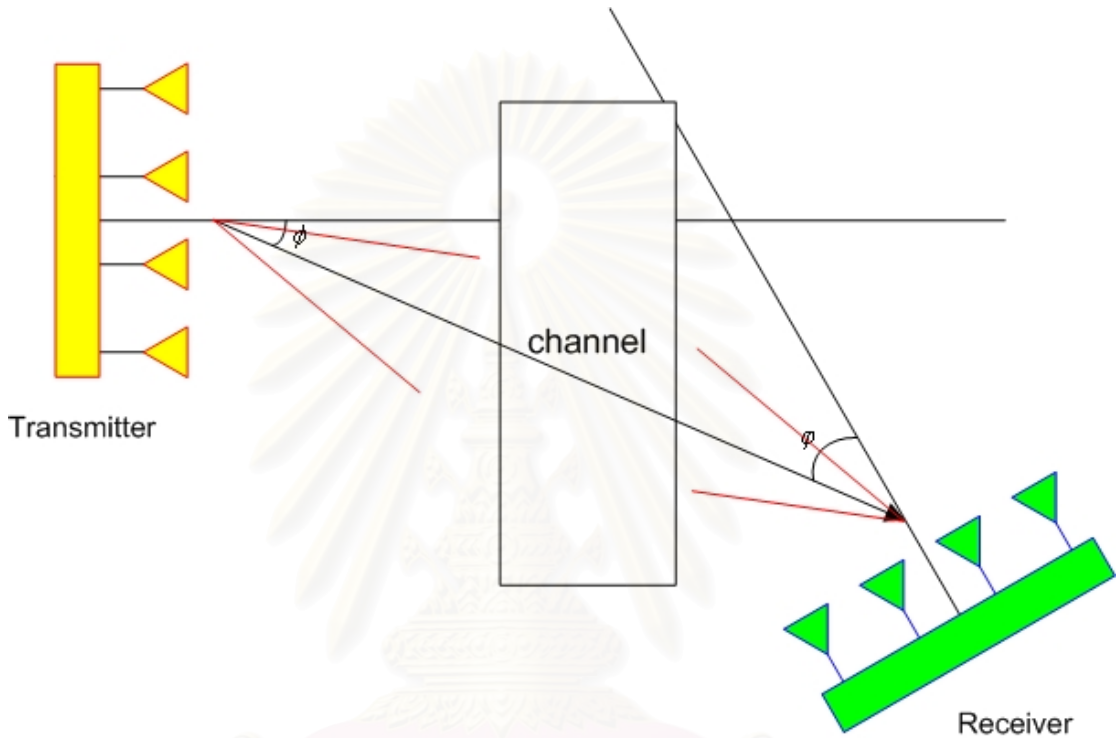
$$\mathbf{a}(\psi) \equiv \left[ 1 \quad e^{ikd_E \sin(\psi)} \quad \dots \quad e^{ikd_E (N_E - 1) \sin(\psi)} \right] \quad \text{เป็นเวกเตอร์ตอบสนองแนวลำดับ,}$$

$\psi \in \{\phi, \varphi\}$  เป็นมุมใดๆ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  เป็นความยาวคลื่น,  $d_E$  แทนระยะห่างระหว่างสายอากาศ,  $N_E \in \{N_{Rx}, N_{Tx}\}$

เราจะสามารถแปลงสมการที่ (3.3) ให้อยู่ในระบบช่วงเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Time) ได้ดังสมการที่ (3.4)

$$\bar{\mathbf{H}}(t) \equiv \alpha e^{i(2\pi f T_s n_T + \nu)} \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\varphi) \quad (3.4)$$

เมื่อให้  $T_s$  เป็นคาบของการซัดตัวอย่าง (Sampling Period) ที่มีเงื่อนไขคือ  $t = n_T T_s$  สอดคล้องกับอัตราในควิสต์,  $n_T$  แทน sampling instant



รูปที่ 3.3 ช่องสัญญาณแบบโรเรียนที่ค้ำนึ่งถึงมุมที่ส่งและมุมที่รับ

ถ้าช่องสัญญาณที่มีการลดทอนแบบเรย์ลี  $\tilde{\mathbf{H}}[n_T]$  ในแต่ละเส้นทางมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 จะทำให้ได้ค่าเฉลี่ยของช่องสัญญาณเป็น  $E\{\mathbf{H}[n_T]\} = \bar{\mathbf{H}}[n_T]$ , ที่ซึ่ง  $E\{\bullet\}$  หมายถึงค่าคาดหวังทางสถิติ (expectation) เมื่อคิดจำนวนเส้นทางของสัญญาณในแนวอื่นด้วย Independent and Identically Distributed (IID) แล้ว ทฤษฎีการทับซ้อนจะทำให้สามารถคิดช่องสัญญาณในแนวอื่นได้เป็น [19]

$$\tilde{\mathbf{H}}(t) \equiv \sum_{n_p=1}^{N_p} \alpha_{n_p} [n_T] \mathbf{a}(\tilde{\phi}_{n_p} [n_T]) \mathbf{a}^H(\tilde{\varphi}_{n_p} [n_T]) \quad (3.5)$$

เมื่อ  $\alpha_{n_p}$  แทนอัตราขยายในเส้นทางสุมที่  $n_p$ ,  $\tilde{\phi}_{n_p} [n_T]$  และ  $\tilde{\varphi}_{n_p} [n_T]$  เป็นค่ามุมของทิศทางของสัญญาณจากผู้ใช้ที่มาถึงสายอากาศที่ภาครับและที่ส่งมาจากสายอากาศที่ภาคส่งตามลำดับในเส้นทางสุมที่  $n_p$  เมื่อเทียบกับทิศทางที่ตั้งฉากกับสายอากาศแถวลำดับ

จากช่องสัญญาณดังกล่าว เมื่อคำนวณความจุของช่องสัญญาณ จะสามารถทำได้ดังนี้

พิจารณาความจุของช่องสัญญาณดังสมการที่ (3.6)

$$c = \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)} + \frac{\rho}{N_{Tx}} \boldsymbol{\gamma} \right| \quad (3.6)$$

เมื่อ  $|\bullet|$  แทนดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์,  $\rho$  แทน อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio: SNR),  $N_{Tx}$  เป็นจำนวนสายอากาศที่ภาคส่ง,  $\mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)}$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix) ขนาด  $\tilde{n}_E \times \tilde{n}_E$ ,  $\tilde{n}_E = \min(N_{Tx}, N_{Rx})$  และ เมทริกซ์เฮอร์มิเทียน (Hermitian Matrix)  $\boldsymbol{\gamma} \in \mathbf{C}_{H}^{\tilde{n}_E \times \tilde{n}_E}$  โดยที่

$$\boldsymbol{\gamma} \in \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H & ; N_{Rx} \leq N_{Tx} \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H} & ; N_{Rx} > N_{Tx} \end{cases}$$

เมื่อพิจารณาให้ช่องสัญญาณนี้เป็นแบบโรเซียน จะสามารถแยกช่องสัญญาณออกเป็นสองส่วน และจะทำให้สามารถแยกความจุของช่องสัญญาณได้เป็นสองส่วนด้วยเช่นกัน ดังสมการที่ (3.7 - 3.9)

$$c \leq c_{LOS} + c_{NLOS} \quad (3.7)$$

$$c_{LOS} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)} + \frac{\rho}{N_{Tx}} \overline{\mathbf{H}\mathbf{H}^H} \right| \quad (3.8)$$

$$c_{NLOS} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)} + \frac{\rho}{N_{Tx}} \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}^H \right| \quad (3.9)$$

และสามารถหาค่าเฉลี่ยของความจุของช่องสัญญาณได้ดังสมการที่ (3.10)

$$E\{c\} = E \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)} + \frac{\rho}{N_{Tx}} \boldsymbol{\gamma} \right| \right\} \quad (3.10)$$

จากสมการที่ (3.10) ด้วยการใช้อสมการของเจินเซน (Jensen's inequality) จะทำให้สามารถหาขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณได้ดังสมการที่ (3.11) [23]

$$\bar{c} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\tilde{n}_E)} + \frac{\rho}{N_{Tx}} E\{\boldsymbol{\gamma}\} \right| \quad (3.11)$$

โดยที่  $E\{c\} \leq \bar{c}$

จากสมการที่ (3.11) เมื่อกำหนดให้  $N_{Rx} \leq N_{Tx}$  และพิจารณาส่วนของค่าคาดหวังทางสถิติ เราจะได้ส่วนนั้นดังสมการที่ (3.12)

$$E\{\mathbf{H}[n_T]\overline{\mathbf{H}}[n_T]\} = \overline{\mathbf{H}}[n_T]\overline{\mathbf{H}}^H[n_T] + E\{\tilde{\mathbf{H}}[n_T]\tilde{\mathbf{H}}^H[n_T]\} \quad (3.12)$$

เมื่อนำค่าจากสมการที่ (3.4) มาคำนวณในส่วนแรกของสมการที่ (3.12) โดยตรง จะได้เป็น

$$\overline{\mathbf{H}}[n_T]\overline{\mathbf{H}}^H[n_T] = \alpha^2 N_{Tx} \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\phi) \quad (3.13)$$

และเมื่อนำค่าจากสมการที่ (3.5) มาแทนในพจน์หลังของสมการที่ (3.12) จะได้เป็น

$$\begin{aligned} E\{\tilde{\mathbf{H}}[n_T]\tilde{\mathbf{H}}^H[n_T]\} &= E\left\{\left(\sum_{n_p=1}^{N_p} \alpha_{n_p}[n_T] \mathbf{a}(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T]) \mathbf{a}^H(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T])\right) \right. \\ &\quad \left. \left(\sum_{n'_p=1}^{N_p} \alpha_{n'_p}^*[n_T] \mathbf{a}(\tilde{\phi}_{n'_p}[n_T]) \mathbf{a}^H(\tilde{\phi}_{n'_p}[n_T])\right)\right\} \\ &= N_{Tx} \sum_{n_p=1}^{N_p} E\left\{|\alpha_{n_p}[n_T]|^2\right\} E\left\{\mathbf{a}(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T]) \mathbf{a}^H(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T])\right\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

นำช่องสัญญาณที่มีการกระจายแบบไม่ร่วมนัย (Incoherently Distributed Channel) มาร่วมในการคำนวณ ค่าสถิติอันดับสองจะได้เป็น [20]

$$E\{\alpha_{n'_p}[nT] \alpha_{n_p}^*[nT]\} = \sigma_y^2 \delta_{n_p, n'_p} \delta_{n_T, n'_T} \quad (3.15)$$

และพิจารณาสมการที่ (3.14) ให้อยู่ในรูปแบบที่มีความต่อเนื่อง (Continuous) จะสามารถแปลงสมการได้เป็น

$$E\{\tilde{\mathbf{H}}[n_T]\tilde{\mathbf{H}}^H[n_T]\} \approx p N_{Tx} \int f(\delta_\phi | 0; \sigma_\phi^2) \mathbf{a}(\phi + \delta_\phi) \mathbf{a}^H(\phi + \delta_\phi) d\delta_\phi \quad (3.16)$$

เมื่อ  $\delta_\phi$  แทนฟังก์ชันโคโรเนคเกอร์เดลต้า (Kronecker Delta Function),  $\alpha_{n_p}^2$  แทนกำลังของเส้นทางที่  $n_p$ ,  $p \equiv N_p \alpha_{n_p}^2$  แทนกลุ่มกำลังของเส้นทางสุ่มทั้งหมดและ  $f(\delta_\phi | 0; \sigma_\phi^2)$  แทนฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นที่มีเงื่อนไขร่วมสำหรับค่าเบี่ยงเบนสุ่มของมุมของสัญญาณที่รับได้  $\delta_\phi$  ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีความแปรปรวนเป็น  $\sigma_\phi^2$ ,  $\sigma_\phi$  แทน angular spread โดยส่วนใหญ่กลุ่มการแจกแจงสมมาตรที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น  $\sigma_\phi^2$  จะออกแบบให้เป็นอย่างสมการที่ (3.17)

$$f(\delta_\phi | 0; \sigma_\phi^2) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma_\phi} \Pi[-\sqrt{3}\sigma_\phi, \sqrt{3}\sigma_\phi] & ; \text{uniform} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\phi} e^{-\frac{1}{2}\frac{\delta_\phi^2}{\sigma_\phi^2}} & ; \text{Gaussian} \\ \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_\phi} e^{-\frac{1}{\sigma_\phi}\sqrt{2}|\delta_\phi|} & ; \text{Laplacian} \end{cases} \quad (3.17)$$

แต่แทนที่จะใช้มุมจริง การใช้ spatial frequency response จะทำให้ได้ความแม่นยำในการประมาณอนุกรมเทย์เลอร์อันดับหนึ่งที่ดีกว่า โดยที่ spatial frequency  $\omega$  และ associating standard deviation  $\sigma_\omega$  จะกำหนดเป็น [21], [24], [25]

$$\omega(\psi) = kd_E \sin(\psi) \quad (3.18a)$$

$$\sigma_\omega(\psi, \sigma_\psi) = kd_E \cos(\psi) \sigma_\psi \quad (3.18b)$$

สำหรับกรณีที่มีมุมการแผ่ออกเล็ก ๆ หรือที่เรียกว่า spatial frequency approximation เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} E\{\tilde{\mathbf{H}}[n_T] \tilde{\mathbf{H}}^H[n_T]\} &\approx pN_{Tx} \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\phi) \odot \tilde{\mathbf{B}}(\sigma_\omega) \\ &= pN_{Tx} \mathbf{D}_a(\omega_\phi) \tilde{\mathbf{B}}(\sigma_{\omega_\phi}) \mathbf{D}_a^H(\omega_\phi) \end{aligned} \quad (3.19)$$

โดยที่ diagonal and unitary matrix  $\mathbf{D}_a(\omega)$  และ symmetric Toeplitz matrix  $\tilde{\mathbf{B}}(\sigma_\omega)$  โดยที่สมาชิกตัวที่  $(n_E, n'_E)$  ของเมทริกซ์ทั้งสองมีรูปแบบดังนี้

$$[\mathbf{D}_a(\omega)]_{[n_E, n'_E]} = e^{i(n_E-1)\omega\delta_{n_E, n'_E}} \quad (3.20)$$

$$[\tilde{\mathbf{B}}(\sigma_\omega)]_{[n_E, n'_E]} = f_F((n_E - n'_E)\sigma_\omega | 0, 1), \quad f_F(t | 0, 1) \equiv F(f(\sigma_\omega | 0, 1))$$

$$[\tilde{\mathbf{B}}(\sigma_\omega)]_{[n_E, n'_E]} = \begin{cases} \frac{\sin((n_E - n'_E)\sqrt{3}\sigma_\omega)}{(n_E - n'_E)\sqrt{3}\sigma_\omega} & ; \text{Uniform} \\ e^{-\frac{1}{2}(n_E - n'_E)^2 \sigma_\omega^2} & ; \text{Gaussian} \\ \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(n_E - n'_E)^2 \sigma_\omega^2} & ; \text{Laplacian} \end{cases} \quad (3.21)$$

ซึ่งสมการที่ (3.20) และ (3.21) ได้ถูกเสนอไว้ใน [21, p.22], [46] และถ้าสัญญาณที่เข้ามาไม่ได้เป็นสัญญาณสุ่ม เช่นมีความแปรปรวนเป็น 0 ซึ่งจะทำให้ช่องสัญญาณในแนวตรงสำหรับแต่ละองค์ประกอบเป็น  $\bar{\mathbf{B}} \equiv \tilde{\mathbf{B}}(0) = \mathbf{I}_{(n_E \times n_E)}$  เป็นหนึ่งเดียว และจะได้ว่าเมทริกซ์ช่องสัญญาณที่มีการลดทอนแบบใดเขียนเป็น

$$\mathbf{B}(\sigma_{\omega_\phi}, \mu) \equiv \mu \bar{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{B}}(\sigma_{\omega_\phi}) \quad (3.22)$$

เมื่อ  $\mu$  หมายถึง Rice Factor และ  $\mu \equiv \frac{\alpha^2}{\rho}$  แทนค่าในสมการที่ (3.19) เราจะได้

$$E\{\mathbf{H}[n_T]\mathbf{H}^H[n_T]\} \approx \rho N_{Tx} \mathbf{D}_a(\omega_\phi) \mathbf{B}(\sigma_{\omega_\phi}, \mu) \mathbf{D}_a^H(\omega_\phi) \quad (3.23)$$

จากสมการที่ (3.23) เมื่อนำมาแทนในสมการที่ (3.11) เราจะได้ความจุของช่องสัญญาณที่นำเสนอเป็น

$$\bar{c} = \log \left| I_{(N_{Rx})} + \rho p \mathbf{D}_a(\omega_\phi) \mathbf{B}(\sigma_{\omega_\phi}, \mu) \mathbf{D}_a^H(\omega_\phi) \right| \quad (3.24)$$

### 3.2 การคำนวณหาโครงสร้างเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่องที่เหมาะสมที่สุด (optimization)

การหาโครงสร้างของเมทริกซ์ที่เหมาะสมที่สุด จะเป็นการคำนวณหาค่าของพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับสมการ เพื่อที่จะทำให้ค่าของสมการมีค่าน้อยที่สุดหรือมากที่สุดตามแต่ต้องการ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ต้องการคำนวณหาโครงสร้างของเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่องที่เหมาะสมที่สุดสำหรับเพื่อที่จะทำให้ได้ความจุของช่องสัญญาณที่สูงที่สุด แต่การคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจากการคำนวณค่าความจุของช่องสัญญาณในแบบปกติ ไม่อาจนำไปใช้กับทุกกรณีได้ ดังนั้นเราจึงได้หาวิธีที่ทำให้ค่าความจุของช่องสัญญาณมีค่าน้อยที่สุด เพื่อให้เป็นขอบเขตล่างของความจุของช่องสัญญาณ ถ้าเราสามารถหาโครงสร้างของเมทริกซ์ที่เหมาะสมที่สุดที่ทำให้ขอบเขตล่างนี้มีค่ามากที่สุดเมื่อเทียบกับขอบเขตล่างที่ได้จากโครงสร้างของเมทริกซ์รูปแบบอื่นๆได้ เราก็จะสามารถบอกได้ว่า ค่าที่เหมาะสมที่สุดนี้ ทำให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่ามากที่สุดได้เช่นกัน

การคำนวณหาโครงสร้างเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่องที่เหมาะสมที่สุด ในการคำนวณค่าความจุของช่องสัญญาณในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ปรับปรุงจาก [22] โดยที่บทความดังกล่าวได้ทำการหาโครงสร้างของเมทริกซ์ของสัญญาณนำร่องที่เหมาะสมที่สุดในช่องสัญญาณแบบเรย์ลีสำหรับสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสารับ ซึ่งเราต้องการให้ใช้ได้ทั่วไป (generalize) มากขึ้น โดยการคำนวณในช่องสัญญาณแบบเรย์ลีสำหรับสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสารับ

การคำนวณหาโครงสร้างของเมทริกซ์ที่เหมาะสมที่สุดจะเริ่มจากกำหนดให้ระบบของสายอากาศเป็นดังนี้

$$\mathbf{S} = \sqrt{\frac{\rho}{N_{Tx}}} \mathbf{X} \mathbf{H} + \mathbf{n} \quad (3.25)$$

เมื่อ  $\mathbf{S}$  เป็นเมทริกซ์เชิงซ้อนของสัญญาณที่รับได้ ขนาด  $T \times N_{Rx}$ ,  $\mathbf{X}$  เป็นเมทริกซ์เชิงซ้อนของสัญญาณที่ส่งออกมา ขนาด  $T \times N_{Tx}$ ,  $\mathbf{H}$  เป็นเมทริกซ์ของช่องสัญญาณ ขนาด  $N_{Tx} \times N_{Rx}$ ,  $\mathbf{n}$  เป็นเมทริกซ์สัญญาณรบกวน,  $\rho$  แทนอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (signal-to-noise ratio: SNR),  $N_{Tx}$  เป็นจำนวนสายอากาศภาคส่ง,  $N_{Rx}$  เป็นจำนวนสายอากาศภาครับ,  $T$  เป็น coherence interval

จากสมการที่ (3.25) เราจะแบ่งออกเป็น 2 เฟสคือ

### 3.2.1 Training Phase

จะเป็นส่วนของสัญญาณนำร่อง (training signal) ซึ่งมีรูปแบบของสัญญาณที่รับได้ดังสมการที่ (3.26)

$$\mathbf{S}_T = \sqrt{\frac{\rho_T}{N_{Tx}}} \mathbf{X}_T \mathbf{H} + \mathbf{n}_T, \mathbf{X}_T \in \mathbb{C}^{T_T \times N_{Tx}}, \text{tr}(\mathbf{X}_T \mathbf{X}_T^*) = N_{Tx} T_T \quad (3.26)$$

เมื่อ  $\mathbf{X}_T$  เป็นเมทริกซ์ของส่วนสัญญาณ training ที่ส่งในช่วงเวลา  $T_T$

### 3.2.2 Data Transmission Phase

จะเป็นส่วนของสัญญาณข้อมูล (Data Signal) ซึ่งมีรูปแบบของสัญญาณที่รับได้ดังสมการที่ (3.27)

$$\mathbf{S}_d = \sqrt{\frac{\rho_d}{N_{Tx}}} \mathbf{X}_d \mathbf{H} + \mathbf{n}_d, \mathbf{X}_d \in \mathbb{C}^{T_d \times N_{Tx}}, \mathbf{E}\{\text{tr}(\mathbf{X}_d \mathbf{X}_d^*)\} = N_{Tx} T_d \quad (3.27)$$

เมื่อ  $\mathbf{X}_d$  เป็นเมทริกซ์ของส่วนข้อมูล ที่ส่งในช่วงเวลา  $T_d$

โดยที่

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\rho_T}{\rho}} \mathbf{X}_T \\ \sqrt{\frac{\rho_d}{\rho}} \mathbf{X}_d \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_T \\ \mathbf{S}_d \end{pmatrix}, \mathbf{N} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_T \\ \mathbf{n}_d \end{pmatrix} \quad \text{และ}$$

$$T = T_T + T_d, \rho T = \rho_T T_T + \rho_d T_d$$

ใน [22] ได้กำหนดให้ความจุของช่องสัญญาณในหน่วยบิตต่อช่องสัญญาณที่ใช้เป็นค่าสูงสุดบนการกระจายของสัญญาณที่ส่ง  $\mathbf{X}_d$  ซึ่งเขียนได้เป็นดังสมการที่ (3.28)

$$C_T = \sup_{p_{s_d}(\bullet), E\{\|\mathbf{X}_d\|_F^2\} \leq N_{Tx}T_d} \frac{1}{T} \mathbf{I}(\mathbf{S}_T, \mathbf{X}_T, \mathbf{S}_d; \mathbf{X}_d) \quad (3.28)$$

จากสมการที่ (3.28) พิจารณาพจน์ของ  $\mathbf{I}(\bullet)$  จะได้เป็น

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(\mathbf{S}_T, \mathbf{X}_T, \mathbf{S}_d; \mathbf{X}_d) &= \mathbf{I}(\mathbf{S}_d; \mathbf{X}_d | \mathbf{S}_T, \mathbf{X}_T) + \underbrace{\mathbf{I}(\mathbf{S}_T, \mathbf{X}_T; \mathbf{X}_d)}_{=0} \\ &= \mathbf{I}(\mathbf{S}_d; \mathbf{X}_d | \mathbf{S}_T, \mathbf{X}_T) \end{aligned} \quad (3.29)$$

เมื่อ  $\mathbf{I}(\mathbf{S}_T, \mathbf{X}_T; \mathbf{X}_d) = 0$  เนื่องจาก  $\mathbf{X}_d$  เป็นอิสระต่อกันกับ  $\mathbf{X}_T$  และ  $\mathbf{S}_T$  เมื่อนำสมการที่ (3.29) ไปแทนในสมการที่ (3.28) จะได้เป็น

$$C_T = \sup_{p_{s_d}(\bullet), E\{\|\mathbf{X}_d\|_F^2\} \leq N_{Tx}T_d} \frac{1}{T} \mathbf{I}(\mathbf{S}_d; \mathbf{X}_d | \mathbf{S}_T, \mathbf{X}_T) \quad (3.30)$$

กำหนดให้  $\hat{\mathbf{H}}$  เป็นค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขของ  $\mathbf{H}$  (ที่ประมาณค่าด้วย MMSE) จะสามารถเขียนส่วนเฟสของข้อมูลที่ส่งได้ดังสมการที่ (3.31)

$$\mathbf{S}_d = \sqrt{\frac{\rho_d}{N_{Tx}}} \mathbf{X}_d \hat{\mathbf{H}} + \underbrace{\sqrt{\frac{\rho_d}{N_{Tx}}} \mathbf{X}_d \mathbf{H} + \mathbf{n}_d}_{\mathbf{n}'_d} \quad (3.31)$$

เมื่อ  $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}}$  เป็นค่าผิดพลาดของการประมาณค่าช่องสัญญาณที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 (zero mean channel estimation error) และ

$\mathbf{n}'_d$  เป็นผลรวมของสัญญาณรบกวนกับค่าผิดพลาดของการประมาณค่าช่องสัญญาณที่เหลืออยู่ (residual channel estimation error)

โดยที่ความจุของช่องสัญญาณนี้ จะมีค่าที่แย่ที่สุดเขียนได้ดังสมการที่ (3.32)

$$C_T \geq C_{\text{worst}} = \inf_{p_{\mathbf{n}'_d}(\bullet), \text{tr}(E\{\mathbf{n}'_d \mathbf{n}'_d^*\}) = N_{Rx}T_d} \sup_{p_{s_d}(\bullet), \text{tr}(E\{\mathbf{X}_d \mathbf{X}_d^*\}) \leq N_{Tx}T_d} \frac{1}{T} \mathbf{I}(\mathbf{S}_d; \mathbf{X}_d | \hat{\mathbf{H}}) \quad (3.32)$$



หรือเขียนได้ในอีกรูปแบบหนึ่งเป็น

$$c_T \geq C_{\text{worst}} = \min_{R_n, \text{tr}(R_n)=N_{R_x}} \max_{R_x, \text{tr}(R_x)=N_{T_x}} E \left\{ \frac{T - T_T}{T} \right\} \cdot \log \left( \det \left( \mathbf{I}_N + \frac{\rho_d}{1 + \rho_d \sigma_{\hat{\mathbf{H}}, R_x}^2} \frac{R_n^{-1} \hat{\mathbf{H}}^* R_x \hat{\mathbf{H}}}{N_{T_x}} \right) \right) \quad (3.33)$$

จุดมุ่งหมายคือต้องการให้ขอบเขตล่างตัวนี้มีค่ามากที่สุด ซึ่งเราได้เลือกวิธีที่ใช้คือการหาข้อมูล ส่วนของ training  $\mathbf{S}_T$  ที่ทำให้ความจุของช่องสัญญาณดีที่สุด

เมื่อกำหนดให้  $R_H = E \{ \text{vec}(\mathbf{H}) \text{vec}(\mathbf{H})^* \}$ ,  $R_{H\mathbf{S}_T} = E \{ \text{vec}(\mathbf{H}) \text{vec}(\mathbf{S}_T)^* \}$ , และ  $R_{\mathbf{S}_T} = E \{ \text{vec}(\mathbf{S}_T) \text{vec}(\mathbf{S}_T)^* \}$

$\text{vec}(\bullet)$  เป็นตัวดำเนินการในการเรียงทับซ้อนแถวทั้งหมดของเมทริกซ์ให้กลายเป็นแถวยาวแถวเดียว

การคำนวณเพื่อหาค่าที่ดีที่สุดในการประมาณค่าช่องสัญญาณเราจะให้

$$R_{\hat{\mathbf{H}}} = R_H - R_{H\mathbf{S}_T} R_{\mathbf{S}_T}^{-1} R_{\mathbf{S}_T} H \quad (3.34)$$

จากสมการที่ (3.34) ในบทความ How much training is needed in multiple-antenna wireless links? [22] ได้กำหนดให้เมทริกซ์ช่องสัญญาณเป็น ช่องสัญญาณที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 หรือหมายถึง ช่องสัญญาณแบบเรย์ลีนั่นเอง แต่เราต้องการให้มีความเป็นกรณทั่วๆไปมากขึ้น ดังนั้น ช่องสัญญาณที่ใช้จะมีค่าเฉลี่ยไม่เป็น 0 หรือให้เป็นช่องสัญญาณแบบโรเซียน โดยที่กำหนดให้ ส่วนอื่นเหมือนกับในบทความ ซึ่งจากสมการที่ (3.34) เมื่อแทนค่าแล้วจะได้เป็น

$$\begin{aligned} R_{\hat{\mathbf{H}}} &= R_H - R_{H\mathbf{S}_T} R_{\mathbf{S}_T}^{-1} R_{\mathbf{S}_T} H \\ &= R_H - \left( \sqrt{\frac{\rho_T}{N_{T_x}}} R_H (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T)^H \right) \\ &\quad \left( \sqrt{\frac{\rho_T}{N_{T_x}}} (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T) R_H (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T)^H \right)^{-1} \left( \sqrt{\frac{\rho_T}{N_{T_x}}} (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T) R_H \right) \end{aligned} \quad (3.35)$$

และจากการใช้ matrix inversion lemma

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{DA}^{-1}\mathbf{B})\mathbf{DA}^{-1} \quad (3.36)$$

จะทำให้สามารถลดรูปสมการที่ (3.35) เป็นดังสมการที่ (3.37) ได้

$$\tilde{\mathbf{R}}_H = \left( \mathbf{R}_H^{-1} - \left( \sqrt{\frac{\rho_T}{N_{Tx}}} (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T)^H (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T) \right) \right)^{-1} \quad (3.37)$$

ในการหาค่า  $\mathbf{X}_T$  ที่ทำให้ค่า  $\tilde{\mathbf{R}}_H$  มีค่าน้อยที่สุด จะสามารถหาได้ดังนี้

$$\min_{\mathbf{X}_T, \text{tr}(\mathbf{X}_T^H \mathbf{X}_T) = N_{Tx}} \left( \frac{1}{N_{Tx}} \text{tr} \left( \mathbf{R}_H^{-1} - \left( \sqrt{\frac{\rho_T}{N_{Tx}}} (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T)^H (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T) \right) \right)^{-1} \right) \quad (3.38)$$

โดยการหา eigenvalue จะทำให้ได้  $\mathbf{R}_H^{-1} = \mathbf{A}\mathbf{A}_1\mathbf{A}^H$  และ  $(\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T)^H (\mathbf{I} \otimes \mathbf{X}_T) = \mathbf{B}\mathbf{A}_2\mathbf{B}^H$

เมื่อกำหนดให้ เมทริกซ์  $\mathbf{A}$  และ  $\mathbf{B}$  มีค่าเท่ากับและเป็น unitary matrices,  $\mathbf{A}_1$  และ  $\mathbf{A}_2$  เป็น

เมทริกซ์ eigenvalue การหาค่าที่ต่ำที่สุดจะเปลี่ยนเป็น  $\min \left( \text{tr} \left( \mathbf{A}_1 + \frac{\rho}{N_{Tx}} \mathbf{A}_2 \right)^{-1} \right)$

$$\text{เมื่อ } \mathbf{A}_1 = \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & c_n \end{bmatrix} \text{ และ } \mathbf{A}_2 = \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & d_n \end{bmatrix}$$

ซึ่งจะสามารถเปลี่ยนรูปได้เป็น  $\min \left( \left( \sum_{i=1}^n c_i + kd_i \right)^{-1} \right)$  โดยที่  $\text{tr}(\mathbf{A}_2)$  มีค่าคงที่,

$$k = \frac{\rho_T}{N_{Tx}}$$

ทั้งนี้ จากการคำนวณแล้ว ผลที่ได้คือ ถ้า  $c_i + kd_i$  มีค่าคงที่แล้ว จะทำให้ได้  $\tilde{\mathbf{R}}_H$  มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งก็หมายความว่า สัญญาณในส่วน training ที่ดีนั้นต้องมีความเกี่ยวข้องกับช่องสัญญาณ

## บทที่ 4

### ผลการจำลองแบบ

ในบทนี้จะเป็นการจำลองแบบของความจุของช่องสัญญาณในช่องสัญญาณแบบโรเซียน เมื่อใช้วิธีประมาณค่าช่องสัญญาณตามที่เสนอในบทที่ 3 โดยการใช้สายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับที่จัดเรียงตัวเป็นแบบแถวลำดับเชิงเส้นเอกกรู (Uniform Linear Array: ULA) และใช้การกำหนดทิศทางของการส่งสัญญาณโดยการใช้เทคนิคของสายอากาศชาญฉลาดเข้าช่วย รวมทั้งแสดงการจำลองแบบในการพิจารณาหา training signal ที่ดีที่สุดที่จะทำให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่ามากที่สุดด้วย ทั้งนี้ การจำลองแบบจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ การจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณโดยวิธีการคำนวณค่าความจุของช่องสัญญาณตามที่เสนอไว้ในหัวข้อ 3.1 โดยที่ส่วนนี้จะทำการจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณเปรียบเทียบกับขอบเขตบนเพื่อเปรียบเทียบให้เห็นประสิทธิภาพของการคำนวณว่า ยังสามารถรักษาประสิทธิภาพในการคำนวณให้ใกล้เคียงกับขอบเขตบนได้ โดยการจำลองแบบจะแยกออกเป็น 3 ส่วนคือ การจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณเมื่อ SNR มีค่าเปลี่ยนแปลง, การจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณเมื่อ Rice Factor มีค่าเปลี่ยนแปลง, การจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณเมื่อ Angular Spread มีค่าเปลี่ยนแปลง เนื่องจากองค์ประกอบทั้งสาม มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของความจุของช่องสัญญาณ รวมทั้งเปลี่ยนแปลงจำนวนสายอากาศในการจำลองแบบ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของการคำนวณความจุของช่องสัญญาณแบบหลายเสาส่งหลายเสารับ ที่ว่าเมื่อจำนวนสายอากาศเพิ่มขึ้น ความจุของช่องสัญญาณย่อมมีค่าเพิ่มขึ้นตามมาด้วย และส่วนที่สอง การจำลองแบบการเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณโดยใช้วิธีนำสัญญาณนำร่องรูปแบบต่าง ๆ มาใช้ ในส่วนนี้เราจะทำการจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณเมื่อใช้สัญญาณนำร่องรูปแบบต่าง ๆ เปรียบเทียบกัน เพื่อให้เห็นว่าสัญญาณนำร่องรูปแบบใดจะดีที่สุด และดีที่สุดในกรณีใดบ้าง การจำลองแบบจะจำลองแบบโดยกำหนดสถานการณ์ให้ช่องสัญญาณมีสิ่งกีดขวางต่าง ๆ กัน ส่งผลให้อัตราส่วนกำลังของสัญญาณในช่องสัญญาณในแนวตรงกับกำลังของสัญญาณในช่องสัญญาณในแนวอื่นมีค่าต่าง ๆ กัน เพื่อแสดงให้เห็นว่ากรณีใดบ้างที่สมควรจะใช้สัญญาณนำร่องรูปแบบใด

เงื่อนไขและพารามิเตอร์ที่ถูกกำหนดขึ้นซึ่งใช้เหมือนกันตลอดสำหรับการจำลองแบบในบทนี้ ได้แก่

- ช่องสัญญาณที่ใช้ในการจำลองแบบกำหนดให้เป็นช่องสัญญาณแบบโรเซียน

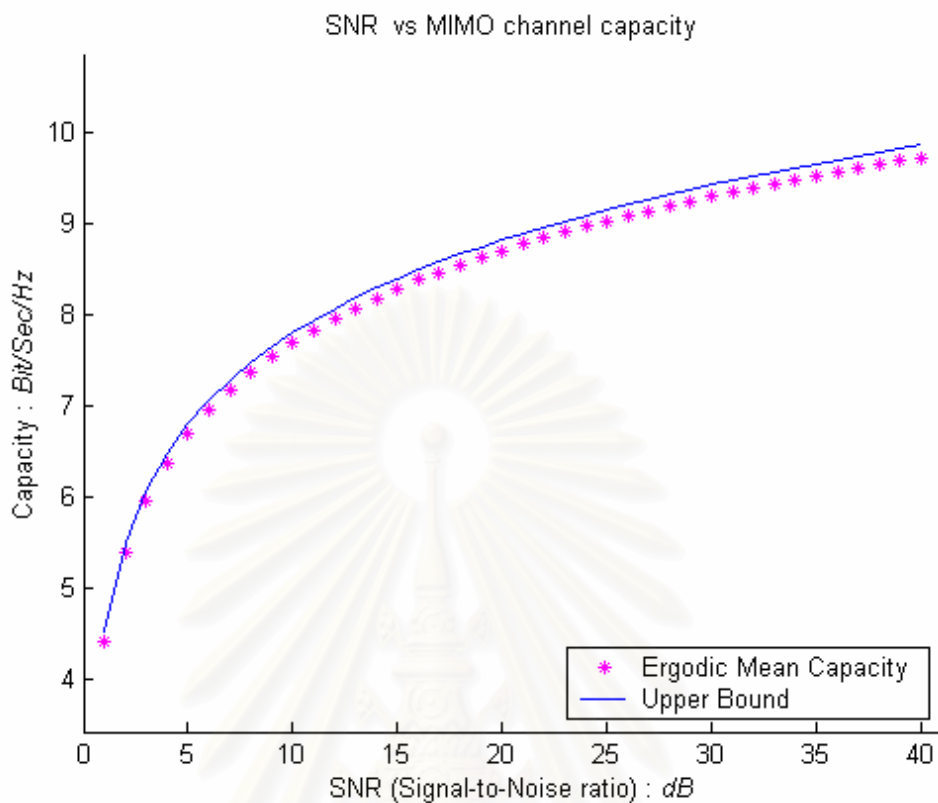
- สายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับที่มีการจัดวางแบบสายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นเอก  
รูป (Uniform Linear Array: ULA) และวางสายอากาศแต่ละเสาให้ห่างกัน  $\frac{\lambda}{2}$  เมื่อ  $\lambda$  คือ  
ความยาวคลื่นของสัญญาณ เพื่อให้สัญญาณมีการรบกวนกันเองน้อยที่สุด

#### 4.1 การจำลองแบบความจุของช่องสัญญาณโดยวิธีการคำนวณค่าความจุของ ช่องสัญญาณตามที่เสนอไว้

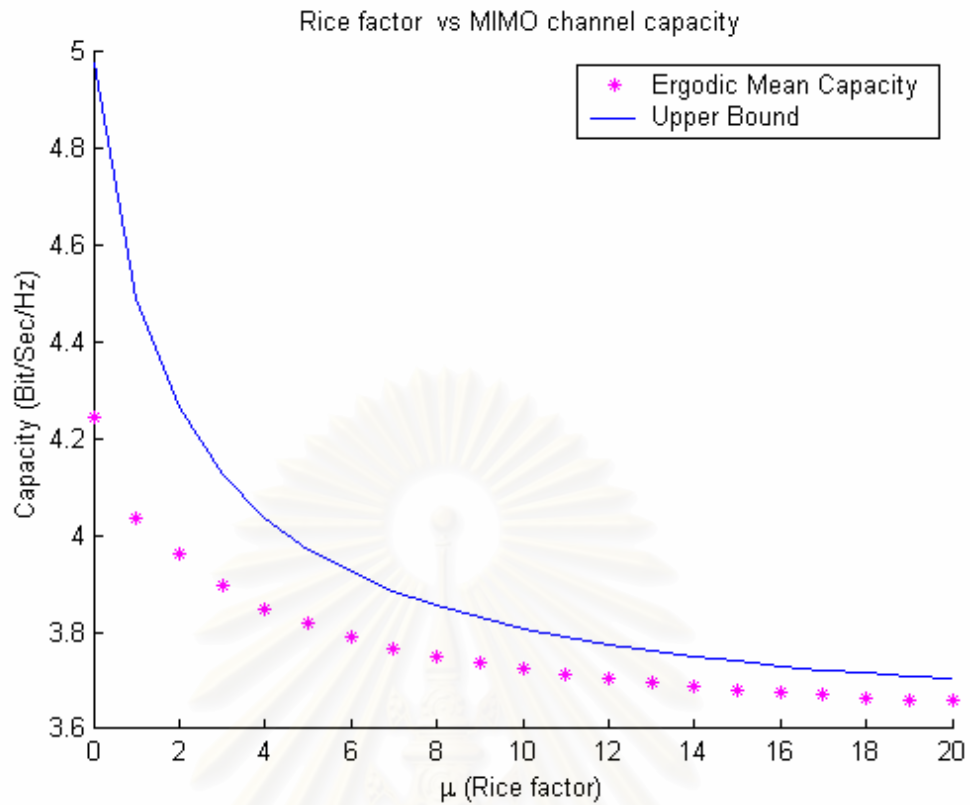
ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองแบบ ค่าเฉลี่ยความจุของช่องสัญญาณที่น่าเสนอ (Ergodic Mean Capacity) ที่ได้จากสมการที่ 3.24 เปรียบเทียบกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ (Upper Bound) ที่ได้จากสมการที่ 3.11 โดยการจำลองแบบนี้จะจำลองแบบเมื่อค่าต่าง ๆ มีการเปลี่ยนแปลง ได้แก่ ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (signal-to-noise ratio), ค่า rice factor และค่าความกว้างเชิงมุมของสัญญาณที่รับเข้ามา (angular spread of arrival)

การจำลองแบบนี้เราได้กำหนดค่าตัวแปรสำคัญไว้ในกรณีนี้ที่ตัวแปรดังกล่าวไม่มีการเปลี่ยนแปลงดังนี้ มุมในแนว LOS ที่ภาครับและภาคส่ง ( $\phi$  และ  $\varphi$ ) มีค่าเป็น 0, angular spread ที่ภาครับ  $\sigma_\phi = 10$ , angular spread ที่ภาคส่ง  $\sigma_\varphi = 60$ , คาบของการซัดตัวอย่าง  $T_s = 1 \times 10^{-3}$ , ความถี่ดอปเพลอร์  $f = \frac{15}{2\pi T_s}$ , Rice Factor  $\mu = 10$ , อัตราการขยายในเส้นทาง  
ตรง  $\alpha = \sqrt{\frac{\mu}{\mu+1}}$ , การเลื่อนเฟส  $\nu = \frac{\pi}{4}$ , SNR  $\rho = 10$ , Sampling instant  $n_r = 200$ , pdf ของช่องสัญญาณเป็นแบบ Gaussian และ สัญญาณรบกวนมีรูปแบบเป็น AWGN โดยการหาขอบเขตบนจะแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ (3.4) และสมการที่ (3.5) เพื่อกำหนดเมทริกซ์ของสัญญาณที่จะนำไปใช้ และนำเมทริกซ์ของสัญญาณที่ได้จากข้างต้นไปคำนวณในสมการที่ (3.6) ส่วนการคำนวณความจุที่น่าเสนอ จะได้จากการแทนค่าและคำนวณสมการที่ (3.20) และ (3.21) จากนั้นนำค่าที่ได้แทนลงในสมการที่ (3.24)

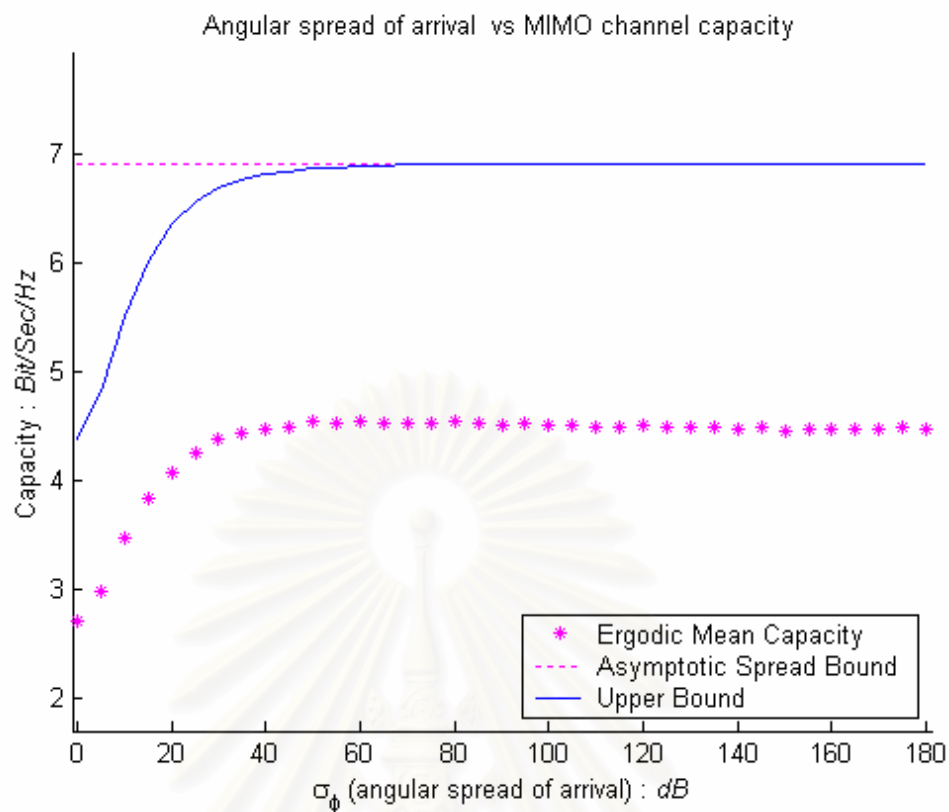
#### 4.1.1 กรณีที่ใช้สายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ ข้างละ 2 สาย



รูปที่ 4.1 การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า SNR มีการเปลี่ยนแปลง

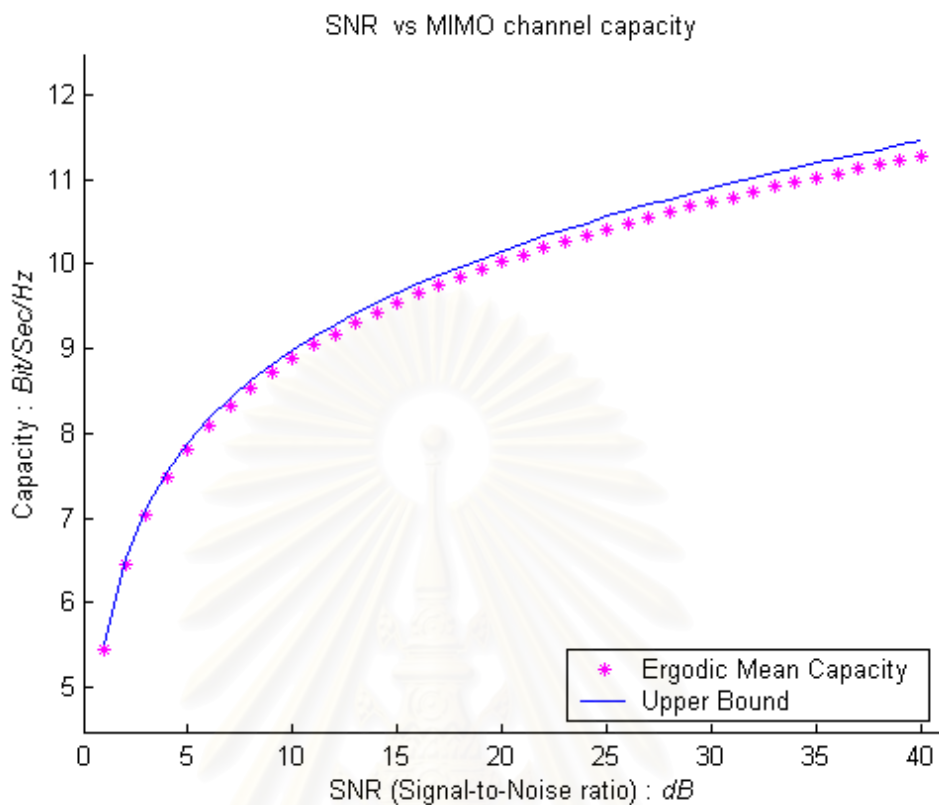


รูปที่ 4.2 การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า rice factor มีการเปลี่ยนแปลง



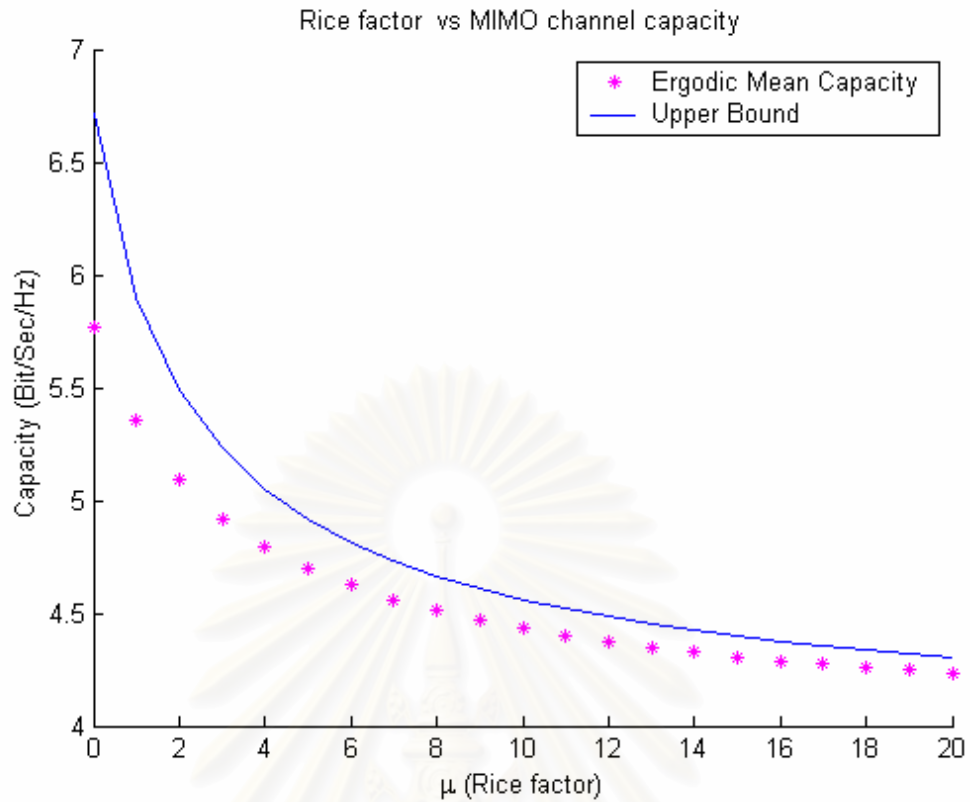
รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า angular spread of arrival มีการเปลี่ยนแปลง

#### 4.1.2 กรณีที่ใช้สายอากาศที่ภาคส่งและภาครับ ข้างละ 4 สาย

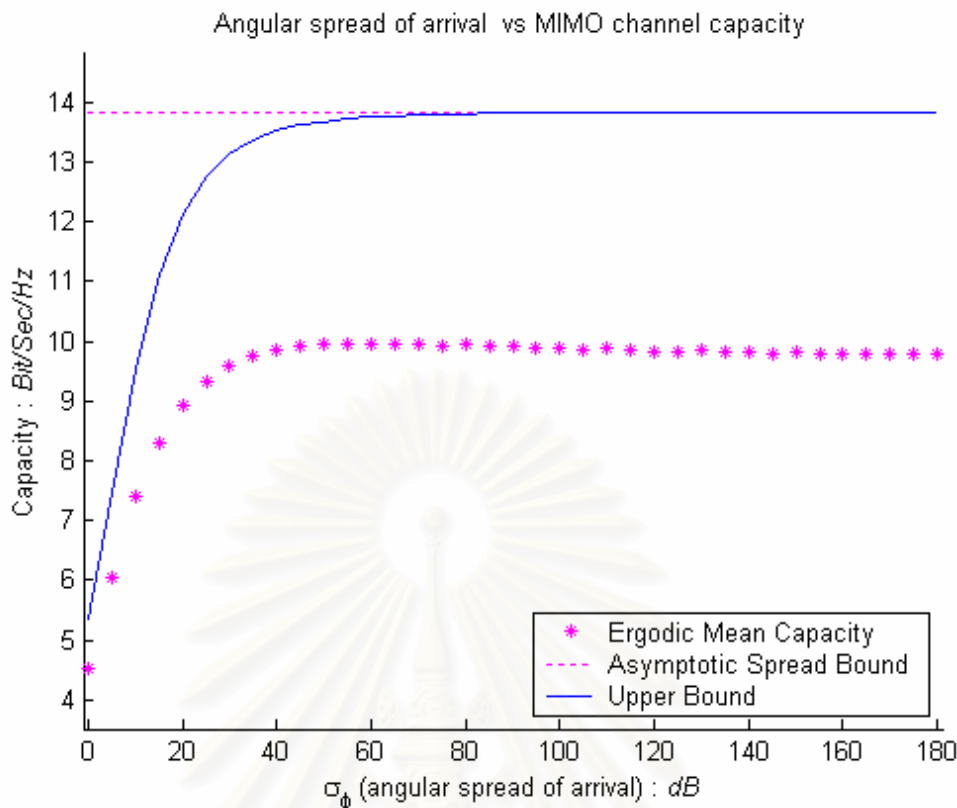


รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า SNR มีการเปลี่ยนแปลง





รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า rice factor มีการเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 4.6 การเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณตามวิธีที่นำเสนอกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ เมื่อค่า angular spread of arrival มีการเปลี่ยนแปลง

ในการคำนวณความจุของช่องสัญญาณ เมื่อ SNR มีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น จะทำให้สัญญาณที่ส่งถูกรบกวนน้อยลง ทำให้การรับ-ส่งข้อมูลระหว่างผู้ส่งและผู้รับมีความถูกต้องมากขึ้น ส่งผลให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่ามากขึ้น และอัตราการเพิ่มขึ้นของความจุของช่องสัญญาณจะลดน้อยลงเมื่อ SNR มีค่ามากขึ้น ซึ่งผลการจำลองแบบที่ได้ในรูปที่ 4.1 และ 4.4 มีค่าเป็นไปตามทฤษฎี และค่าที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ

ในการคำนวณความจุของช่องสัญญาณ เมื่อ Rice Factor มีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น โดยที่กำหนดให้พลังงานของระบบรวมมีค่าคงที่ จะทำให้เมื่อ Rice Factor มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้สัญญาณในแนวตรงมีความแรงมากกว่าสัญญาณในแนวอื่น ส่งผลให้เส้นทางที่ส่งสัญญาณได้มีน้อยลง เป็นเหตุให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่าน้อยลง ซึ่งผลการจำลองแบบที่ได้ในรูปที่ 4.2 และ 4.5 มีค่าเป็นไปตามทฤษฎี และค่าที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับขอบเขตบนของความจุของช่องสัญญาณ

ในการคำนวณความจุของช่องสัญญาณ เมื่อ Angular Spread of Arrival มีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น จะทำให้สามารถรับสัญญาณจากหลายทิศทางได้ปริมาณมากขึ้น และเมื่อมีจำนวนของสัญญาณที่รับได้มากขึ้นจะส่งผลให้การรับส่งสัญญาณเป็นไปตามรูปแบบของระบบ

สายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสาจับได้ดีขึ้น ทำให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่าเพิ่มขึ้นได้ แต่เมื่อมุมที่รับสัญญาณได้มีค่าถึงจุดหนึ่ง สัญญาณที่รับได้จากมุมที่มากกว่านี้ จะเสมือนมีพลังงานน้อยเกินไป จนตัวเองกลายเป็นสัญญาณรบกวนตัวหนึ่ง ทำให้ไม่ส่งผลให้ความจุของช่องสัญญาณเพิ่มขึ้น ซึ่งจะเห็นได้จากรูปที่ 4.3 และ 4.6

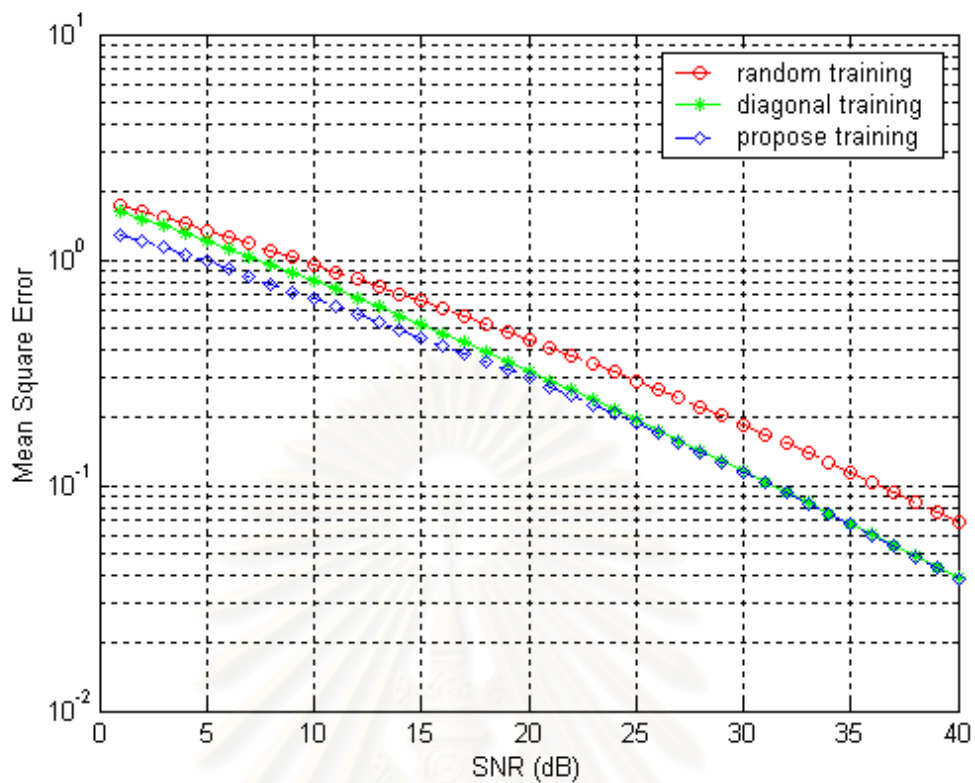
เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบหัวข้อ 4.1.1. กับหัวข้อ 4.1.2 จะเห็นว่า การเพิ่มจำนวนสายอากาศจะส่งผลให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่ามากขึ้น ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีในหัวข้อ 2.1

#### 4.2 การจำลองแบบการเปรียบเทียบความจุของช่องสัญญาณโดยใช้วิธีนำ training signal แบบต่าง ๆ มาใช้

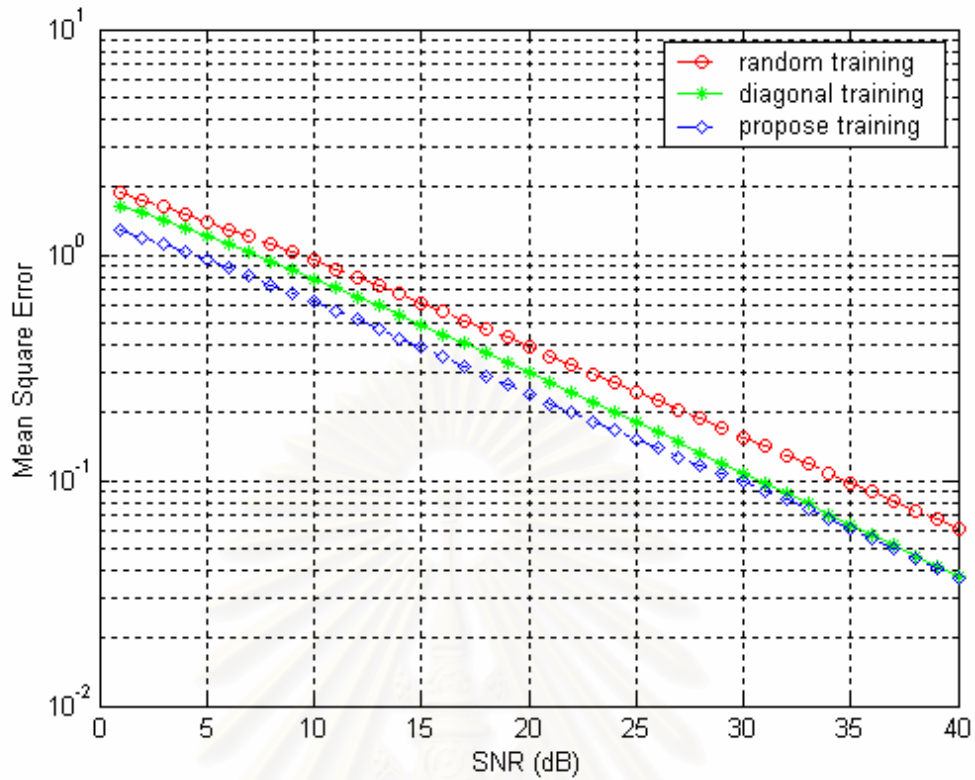
ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองแบบเพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณหาโครงสร้างของสัญญาณนำร่องที่เหมาะสมที่สุด ที่ได้เสนอไว้ในหัวข้อ 3.2 ซึ่งการเปรียบเทียบนี้จะทำการเปรียบเทียบโครงสร้างของสัญญาณนำร่องสามแบบ คือ สัญญาณนำร่องที่มีโครงสร้างแบบสุ่ม สัญญาณนำร่องที่มีโครงสร้างแบบ identity matrix และสัญญาณนำร่องที่ได้จากการคำนวณที่นำเสนอไว้ในหัวข้อ 3.2 ซึ่งเราจะทำการเปรียบเทียบให้เห็นในกรณีที่มีช่องสัญญาณแบบโรเซียนมีความแรงของสัญญาณในแนวตรงต่าง ๆ กัน

ในการจำลองแบบ เราใช้สมการที่ 3.38 ในการคำนวณหารูปแบบสัญญาณนำร่องที่นำเสนอ (Propose Training) และจากสมการที่ 3.34 ในงานวิจัยที่ได้นำมาปรับปรุง ได้มีการคำนวณในช่องสัญญาณแบบเรย์ลี และในงานวิจัยนั้นได้ผลออกมาอยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์แนวทแยง (Diagonal Matrix) ซึ่งทำให้เราได้ความคิดที่จะนำเอารูปแบบเมทริกซ์แนวทแยงมาเปรียบเทียบ และเราต้องการทราบว่า นอกเหนือจากรูปแบบของสัญญาณทั้งสองแบบข้างต้นนี้ ยังมีรูปแบบเมทริกซ์อื่น ๆ ที่จะนำมาใช้ประมาณค่าได้ดีกว่าหรือไม่ เราจึงได้ทำการสุ่มรูปแบบเมทริกซ์ขึ้นมาเป็นสัญญาณนำร่องและให้ชื่อว่าสัญญาณนำร่องแบบสุ่ม (Random Matrix) เพื่อเปรียบเทียบอีกด้วย

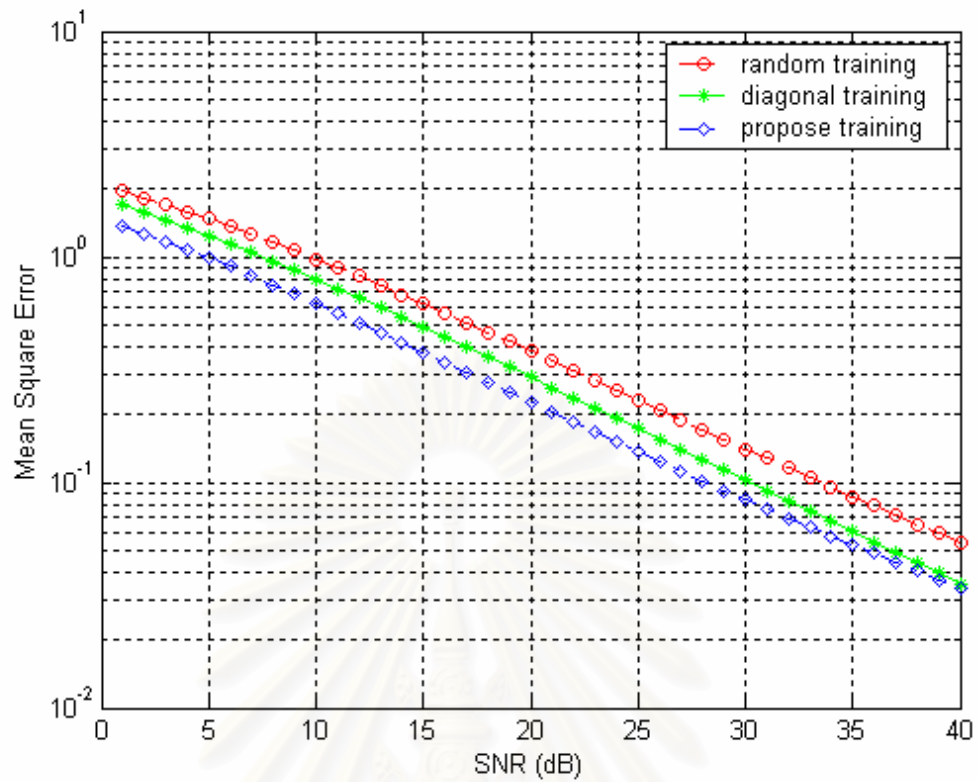
การจำลองแบบนี้ จำเป็นต้องกำหนดค่าตัวแปรที่จำเป็นดังนี้ จำนวนสายอากาศที่ภาคส่งและภาครับเท่ากับ 2, ช่องสัญญาณใช้ช่องสัญญาณแบบโรเซียนที่มีรูปแบบเป็น Jake Model เพื่อให้ช่องสัญญาณมีความต่อเนื่องกันในแต่ละช่วงเวลามากขึ้น และ สัญญาณรบกวนมีรูปแบบเป็น AWGN



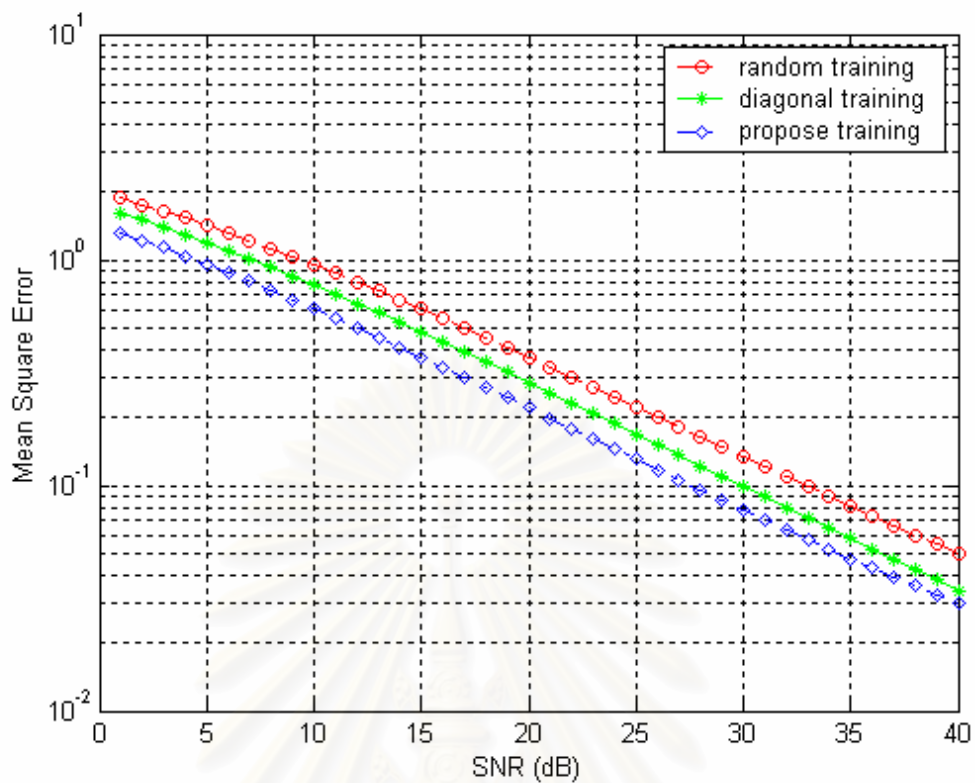
รูปที่ 4.7 อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่อ rice factor มีค่าเท่ากับ 1



รูปที่ 4.8 อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่อ rice factor มีค่าเท่ากับ 2



รูปที่ 4.9 อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่อ rice factor มีค่าเท่ากับ 3



รูปที่ 4.10 อัตราผิดพลาดของบิตข้อมูลที่ได้รับของผู้ใช้แต่ละคน ของการใช้ training signal รูปแบบต่างๆ เมื่อ rice factor มีค่าเท่ากับ 4

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอ 2 ส่วน คือ การศึกษาวิธีการจัดรูปแบบการหาความจุของช่องสัญญาณในระบบสายอากาศหลายเสาส่งหลายเสารับที่มีช่องสัญญาณเป็นแบบโรเซียน เมื่อมีการนำค่ามุมที่สัญญาณออกจากภาคส่งและรับได้ที่ภาครับมาใช้ในการคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณด้วย เพื่อที่จะทำให้รูปแบบการหาความจุของช่องสัญญาณมีความซับซ้อนน้อยลง ส่งผลให้การคำนวณหาความจุของช่องสัญญาณสามารถคำนวณได้เร็วขึ้นได้ และการพิจารณาหารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่ดีที่สุดที่จะทำให้การประมาณของช่องสัญญาณในระบบสายอากาศแบบหลายเสาส่งหลายเสารับที่มีช่องสัญญาณแบบโรเซียน สามารถทำการประมาณค่าได้ดีที่สุด ส่งผลให้สามารถการคำนวณค่าความจุของช่องสัญญาณมีค่าที่ดีที่สุดด้วย

ในส่วนของการศึกษาวิธีการจัดรูปแบบการหาความจุของช่องสัญญาณ จะทำให้แบ่งการคำนวณความจุของช่องสัญญาณออกเป็นส่วนใหญ่ ๆ ได้ 2 ส่วน ซึ่งแต่ละส่วนนั้นเราสามารถทำให้การคำนวณมีความซับซ้อนน้อยลงได้ ส่งผลให้การคำนวณทำได้เร็วขึ้นได้ โดยที่ยังคงรักษาประสิทธิภาพให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่าใกล้เคียงกับขอบเขตบนได้ ซึ่งจะทำให้การนำไปใช้คำนวณเส้นทางที่เหมาะสมที่สุดในการส่งสัญญาณได้รวดเร็วมากขึ้น

ในส่วนของการศึกษาหารูปแบบที่เหมาะสมที่สุดของสัญญาณนำร่องที่ทำให้ประมาณค่าช่องสัญญาณได้ดีที่สุด เราจะเห็นว่าการใช้รูปแบบที่ของสัญญาณนำร่องที่นำเสนอ นั้นทำให้ความผิดพลาดในการประมาณค่าของสัญญาณมีค่าน้อยลงที่สุด ซึ่งส่งผลให้ความจุของช่องสัญญาณมีค่าที่ดีที่สุดด้วย แต่ในขณะเดียวกัน การใช้สัญญาณนำร่องให้อยู่ในรูปแบบ Identity Matrix ก็ให้ผลของการประมาณค่าที่ไม่แพ้กันเมื่อความแรงของช่องสัญญาณในแนวตรงมีค่าใกล้เคียงกับความแรงของช่องสัญญาณในแนวอื่น ซึ่งจะเห็นว่าในกรณีที่ SNR มีค่าน้อยจะเห็นความแตกต่างของความผิดพลาดชัดเจน และจะเห็นผลชัดเจนมากขึ้นเมื่ออัตราส่วนของกำลังของสัญญาณในช่องสัญญาณในแนวตรงต่อกำลังของสัญญาณในช่องสัญญาณในแนวอื่นมีค่าเพิ่มขึ้น ส่งผลให้เราสามารถบอกได้ว่า การคำนวณรูปแบบที่เหมาะสมที่สุดของสัญญาณนำร่องที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สมควรจะใช้ในกรณีที่ให้อยู่ในบริเวณพื้นที่ที่มีสิ่งกีดขวางน้อย ซึ่งจะทำให้การส่งสัญญาณในแนวตรงสามารถทำได้ ส่งผลให้ช่องสัญญาณอยู่ในรูปแบบของช่องสัญญาณแบบโรเซียน แต่ในกรณีที่ให้อยู่ในบริเวณพื้นที่ที่มีสิ่งกีดขวางมาก จะส่งผลให้ช่องสัญญาณมี



รูปแบบใกล้เคียงกับช่องสัญญาณแบบเรย์ลีมากกว่า ซึ่งกรณีนี้สมควรที่จะใช้สัญญาณนำร่องที่มีรูปแบบ Identity Matrix เนื่องจากมีความซับซ้อนในการใช้น้อยกว่า และมีประสิทธิภาพที่ไม่ด้อยกว่ารูปแบบของสัญญาณนำร่องที่นำเสนอ

## 5.2 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

งานที่ควรศึกษาหรือพัฒนาต่อไปในอนาคต ได้แก่

- ปรับปรุงคุณภาพในการคำนวณให้มีความสอดคล้องกับสถานการณ์จริงมากขึ้น
- ศึกษาวิธีการแบ่งสรรพลังงานให้แก่สัญญาณนำร่องและสัญญาณข้อมูล เพื่อให้มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าของช่องสัญญาณมีค่าแม่นยำมากขึ้น [22]
- ศึกษาวิธีการปรับปรุงความยาวของสัญญาณนำร่อง เพื่อให้มีประสิทธิภาพในการประมาณค่าของช่องสัญญาณมีค่าแม่นยำมากขึ้น [22]



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

1. Liberti, J. C., Jr. and Rappaport, T. S. Smart antennas for wireless communication: IS-95 and third generation CDMA application. New Jersey: Prentice-Hall, 1999.
2. Widrow, B., Mantey, P. E., Griffiths, L. J., and Goode, B. B. Adaptive antenna systems. Proceedings of IEEE 55 (December 1967): 2143-2159.
3. Frost, O. L. and III. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing. Proceedings of IEEE 60 (August 1972): 926-935.
4. Haykin, S. Adaptive filter theory. 3 rd ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
5. Cox, H., Zeskind, R. M., and Owen, M. M. Robust adaptive beamforming. IEEE Transactions on Acoustic, and Speech, Signal Processing 35 (October 1987): 1365-1376.
6. Bresler, Y., Reddy, V. U., and Kailath, T. Optimum beamforming for coherent signal and interferers. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing 36 (June 1988): 833-843.
7. Reddy, V. U., Paulraj, A., and Kailath, T. Performance analysis of the optimum beamformer in the presence of correlated sources and its behavior under spatial smoothing. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing 35 (July 1987): 1987.
8. Treichler, J. R. and Agee, B. G. A new approach to multipath correction of constant modulus signals. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing 31 (April 1983): 459-471.
9. Gooch, R. P. and Lundell, J. D. The CM array: An adaptive beamformer for constant modulus signals. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing (April 1986): 2523-2526.
10. Agee, B. G., Schell, S. V., and Gardner, W. A. Spectral self-coherence restoral: A new approach to blind adaptive signal extraction using antenna arrays. Proceedings of IEEE 78, No. 4 (April 1990): 753-767.

11. Talwar, S., Viberg, M., and Paulraj, A. Blind estimation of multiple co-channel digital signals arriving at an antenna array. The Twenty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers 1 (November 1993): 349-353.
12. Naguib, A. F. and Paulraj A. Recursive adaptive beamforming for wireless CDMA. Proceedings of IEEE International Conference on Communications 3 (June 1995): 1515-1519.
13. Choi, S., Choi, J., Im, H., and Choi, B. A novel adaptive beamforming algorithm for antenna array CDMA systems with strong interferers. IEEE Transactions on Vehicular Technology 51, No. 5 (September 2002): 808-816.
14. Van Trees, H. L. Optimum array processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation theory. NY: John Wiley & Sons, 2002.
15. Rong, Z. Simulation of adaptive array algorithms for CDMA systems. Master of Science Thesis, Bradley Department of Electrical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1996.
16. Litva, J. and Lo, T. K. Digital beamforming in wireless communications. Boston, MA: Artech House, 1996.
17. Proakis, J. G. Digital communications. 4 th ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
18. M. Pätzold, Mobile Fading Channels. NY: John Wiley & Sons, 2002.
19. D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems IEEE Transactions on Communications. vol. 48, pp. 502–513, Mar. 2000.
20. M. Stege, J. Jelitto, M. Brozel, and G. Fettweis A multiple input multiple output channel model for simulation of Tx- and Rx-diversity wireless systems Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (IEEE VTC Fall). vol. 2, pp. 833-839, 2000.
21. M. Bengtsson Antenna array signal processing for high rank data models Ph.D. thesis no. TRITA-S3-SB-9938, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Dec. 1999.

22. Babak Hassibi, Bertrand M. Hochwald How much training is needed in multiple-antenna wireless links? IEEE Transactions on Information Theory 49(4): 951-963, 2003.
23. S. Loyka, A. Kouki On The Use of Jensen's Inequality for MIMO Channel Capacity Estimation Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering Vol. 1, May 2001, pp. 475 – 480.
24. Donald F. Specht Series Estimation of a Probability Density Function Technometrics Vol. 13, No. 2, May, 1971, pp. 409-424.
25. J. Qian, R.H. MacPhie A Taylor synthesis for principal solution patterns of multiplicative antenna systems IEEE Transactions on Antennas and Propagation Vol.38, No.11, Nov. 1990, pp.1848-1851.
26. D. Gesbert, H. Bölcskei, D. A. Gore, and A. J. Paulraj Outdoor MIMO wireless channels: Models and performance prediction IEEE Transactions on Communications vol. 50, pp. 1926–1934, Dec. 2002.
27. M. A. Khalighi, J. -M. Brossier, G. Jourdain, and K. Raouf On capacity of Rician MIMO channels The 12th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications vol. 1, pp. A-150–A-154, Oct. 2001.
28. S. K. Jayaweera, and H. V. Poor MIMO capacity results for Rician fading channels IEEE Global Telecommunications Conference 2003 (GLOBECOM '03) vol. 4, pp. 1806–1810, Dec. 2003.
29. X. W. Cui, Q. T. Zhang, and Z. M. Feng Very tight bounds for the capacity of MIMO correlated Rician fading channels IEEE International Conference on Communications vol. 2, pp. 702–706, Jun. 2004.
30. B. Täu Sieskul and S. Jitapunkul Towards Laplacian angle deviation model for spatially distributed source localization International Symposium on Communications and Information Technologies pp. 242–247, Oct. 2004.
31. ณัฐพล ผิวผ่อง. การสร้างค่าคลื่นปรับตัวได้แบบบอดโดยใช้ข้อมูลการดีสเปรด-ริสเปรดสำหรับการดีเทกต์ผู้ใช้หลายคนในช่องสัญญาณขาขึ้นของระบบซีดีเอ็มเอหลายคลื่นพาห์ วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า, คณะวิศวกรรมศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

32. ด้ญฉกร วุฒิสติทิกุลกิก. หลักรวไฟฟ้าสื่อสร. กรุงเทพฯ: ส้สำนักพิมพ์แห่ง  
จุฬาลงกรณัมหาวิทยาลัย, 2546.
33. ด้ญฉกร วุฒิสติทิกุลกิก. หลักรวระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ กรุงเทพมหานคร:  
ส้สำนักพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณั มหาวิทยาลัย, 2544.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณัมหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ผลงานวิจัยของผู้เขียนที่ได้รับการตีพิมพ์แล้ว

Pattanavichate J., Tau Sieskul, B., and Jitapunkul, S. Capacity assessment of MIMO channel model accounted for Rayleigh fading and local scattering. IEEE Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS 2004). pp. 531- 535, November 2004.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# Capacity Assessment of MIMO Channel Model accounted for Rayleigh Fading and Local Scattering

Jatupon Pattanavichate, Bamrung Täu Sieskul and Somchai Jitapunkul  
 Department of Electrical Engineering  
 Chulalongkorn University, Bangkok 10330, Thailand  
 Tel: +662-212-6900, Fax: +662-212-6912  
 E-mail: {jatupon.p, bamrung.t}@student.chula.ac.th, somchai.j@chula.ac.th

**Abstract**—MIMO capacity of geometrical Rayleigh fading channel in the presence of physical scattering is considered herein. Interestingly enough, the capacity assessment in this way differs from most previous analysis where each element of channel matrix  $H$  is preassigned as circularly-symmetric complex-valued Gaussian random variable. By means of directional mean and its associating standard deviation, we capture the spatial parameter in the model of interest into nominal direction and angular spread. The impact of MIMO link capacity is then investigated by deriving an upper bound on underlying mean capacity. Fortunately, the proposed upper bound provides deep insight into physical scattering because it can be shown as a deterministic function of nominal direction, and angular spread. Since it does not require any eigenvalue decomposition, the bound computation is thus very simple. Numerical examples are also conducted to illustrate not only the bound characterization with respect to sample mean capacity, but also relationships of the bound to indicated parameters.

## I. INTRODUCTION

One of the most stochastic channel models in MIMO system is to purely model the channel transfer function matrix of Rayleigh fading as the so-called *unstructured statistic* (see e.g., [1]–[3]). In a certain situation, this seems insufficient to reflect the physical impact over the matrix  $H$ . As a matter of course, there exists a lot of physical MIMO models based on geometrical scattering (see e.g., [4]–[7]).

Contributions of the paper are twofold; to present a parametric channel framework, and to propose a simple upper bound on such a Rayleigh fading channel. For either receiver or transmitter, random scattering directions in angular cluster are captured in term of *directional statistic*. In the term of population mean and its corresponding standard deviation, they are, in general, called the nominal direction and angular spread (see e.g., [8] and [9]). This parameterization is intended to formulate a parametric framework for the MIMO capacity analysis which indeed concerns the scattering characterization due to realistic propagation. Invoking a separable parameterization, another virtue is to provide an *upper bound on ergodic mean capacity* of the Rayleigh-fading MIMO system where the perfect channel knowledge at receiver is available. Two rigorous advantages of the proposed upper bound are that it is computationally simple and provides deep insight into effect of physical scattering, such as, nominal direction and angular spread.

It is worthwhile to see what the relation to previous work is. Firstly, we consider the MIMO channel model in the presence of random path gain and angle perturbation in each end (see e.g., [5] and [6]). Likewise usual Clarke-Jake model, herein, spatial fading correlation is in the same spirit of the zero-order Bessel function for the first kind. When the path gain is uncorrelated with each end, the joint PDF accounted for dispersive channel can be separated into two sub-functions according to receiver and transmitter [10]. Separable parameterization of spatial fading correlation matrix at receiver and transmitter is given from [11] and [12] which are both developed for capturing the nominal direction and its associating angular spread into a spatially distributed source. Finally, the proposed upper bound is an alternative computability of the capacity assessment based on the theoretical quantity of spatial fading correlation, as indicated in [13].

For terminology concise, we designate  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{a}$  and  $a$  as matrix, column vector and scalar, respectively. The multidimensional sets  $\mathbb{C}$  and  $\mathbb{R}$  stand for complex and real quantities. The operators  $(\cdot)^*$  and  $(\cdot)^T$  denote element-wise conjugate and matrix transpose, whereas  $(\cdot)^H$  signifies either transpose or conjugate. The notation  $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\boldsymbol{\mu}_x; \boldsymbol{\Sigma}_{xx}, \boldsymbol{\Gamma}_{xx})$  is said to be the complex-valued Gaussian random vector  $\mathbf{x}$  with population mean  $\boldsymbol{\mu}_x = \mathcal{E}(\mathbf{x})$ , covariance  $\boldsymbol{\Sigma}_{xx} = \mathcal{E}((\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)^H)$  and complementary covariance  $\boldsymbol{\Gamma}_{xx} = \mathcal{E}((\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x)^T)$ , where  $\mathcal{E}(\cdot)$  designates the statistical expectation.

## II. RAYLEIGH-FADING MIMO CHANNEL MODEL ACCOUNTED FOR LOCAL SCATTERING

Restrict our attention to a number of signals transmitting through a dispersive channel and then impinging on the sensor array antenna. With phase reference at the first element, the array response vector  $\mathbf{a}(\psi) : [-90^\circ, 90^\circ] \mapsto \mathbb{C}^{N_E \times 1}$  of both ends can be, in general, written ideally as

$$\mathbf{a}(\psi) \triangleq [1 \quad e^{jk d_E \sin(\psi)} \quad \dots \quad e^{jk d_E (N_E - 1) \sin(\psi)}]^T \quad (1)$$

where  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  designates the wave number,  $d_E$  denotes equi-distance between two adjacent elements,  $\psi \in \{\phi, \varphi\}$  and  $N_E \in \{N_{R_x}, N_{T_x}\}$  signify the azimuth angle and the number of antenna elements for the receiver or transmitter, respectively. For more details, the physical model is illustrated in Fig. 1.



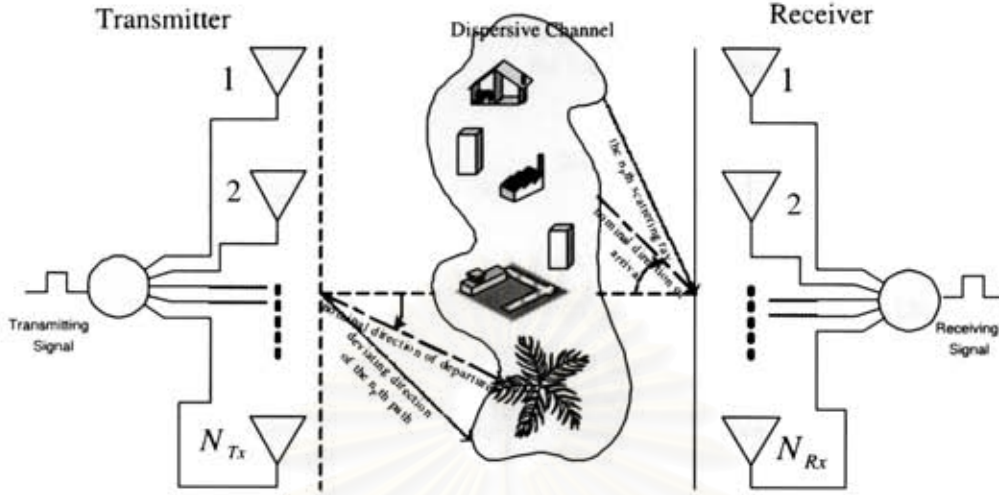


Fig. 1. Dispersive MIMO channel.

As same as previously developed, our local scattering model assumes that the nominal angles  $\phi$  and  $\varphi$  of the receiver or transmitter, direct path gain  $\alpha$ , Doppler frequency  $\bar{f}$  and phase shift  $\nu$  are deterministic while the angular deviation  $\delta_\psi \in \{\delta_\phi, \delta_\varphi\}$  and associating random path gain  $\gamma$  are considered as stochastic quantities during the data burst. At a continuous time  $t \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  in real-valued line, the array receiver output  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times 1}$  in a flat fading channel can be characterized such that (see e.g., [14] and [15])

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

where  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{C}^{N_{Tx} \times 1}$  designates the baseband signal vector of source,  $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{N_{Rx} \times 1}$  signifies the additive noise imposed at receiver array, and  $\mathbf{H}(t)$  is the Rayleigh fading MIMO channel matrix. Due to multipath, the NLOS component  $\mathbf{H}(t)$  can be represented in discrete time as [5]

$$\mathbf{H}[n_T] \triangleq \sum_{n_p=1}^{N_p} \gamma_{n_p}[n_T] \mathbf{a}(\bar{\phi}_{n_p}[n_T]) \mathbf{a}^H(\bar{\varphi}_{n_p}[n_T]). \quad (3)$$

Let  $n_T \in \mathbb{N}^{1 \times 1}$  denotes the sampling instant,  $N_p$  signifies the number of multipaths and angles  $\bar{\phi}_{n_p}[n_T] \triangleq \phi + \delta_{\phi_{n_p}}[n_T]$  and  $\bar{\varphi}_{n_p}[n_T] \triangleq \varphi + \delta_{\varphi_{n_p}}[n_T]$  denote the arrival and departure directions, respectively.

For a certain incoming ray, the central limit theorem leads to  $\gamma_{n_p}[n_T] \sim \mathcal{N}_C(0; \sigma_\gamma^2, 0)$  [8], where the first and last zeros signify the zero mean and zero complementary covariance which holds from circularly-symmetric complex-valued stochastic process.

### III. LINK CAPACITY OF MIMO SYSTEM

Let  $\bar{n}_E = \min(N_{Rx}, N_{Tx})$  be the minimum number of antenna elements. When the additive noise  $\mathbf{n}(t)$  in (2) is spatially uncorrelated i.e.,  $\mathcal{E}\langle n_{n_E} n_{\bar{n}_E}^* \rangle = \sigma_n^2; \forall \bar{n}_E, n_E$ , it

is well-known that the link capacity of the MIMO system is available from [2]

$$c = \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\bar{n}_E)} + \frac{\varrho}{N_{Tx}} \mathbf{Y} \right| \quad (4)$$

where  $|\cdot|$  signifies the matrix determinant,  $\varrho$  is the average SNR (signal-to-noise ratio) per received element, and the Hermitian matrix  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}_H^{\bar{n}_E \times \bar{n}_E}$  is classified into

$$\mathbf{Y} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H & ; N_{Rx} \leq N_{Tx} \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H} & ; N_{Rx} > N_{Tx}. \end{cases} \quad (5)$$

Note that when  $\varrho = 0$ , this leads to  $c = 0$  for whatever  $\bar{n}_E$ ,  $N_{Tx}$  and  $\mathbf{Y}$ . If the channel matrix  $\mathbf{H}$  is random, the associating random capacity becomes [1, Th. 1]

$$\mathcal{E}\langle c \rangle = \mathcal{E}\langle \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\bar{n}_E)} + \frac{\varrho}{N_{Tx}} \mathbf{Y} \right| \rangle. \quad (6)$$

Next we shall consider the capacity assessment based on spatial fading correlation. Taken into account Jensen's inequality and concavity in  $\log_2 \mathcal{E}\langle \mathbf{a} \rangle \geq \mathcal{E}\langle \log_2 \mathbf{a} \rangle$ ;  $\mathbf{a} > 0$ , there exists an upper bound according to  $\bar{c} \geq \mathcal{E}\langle c \rangle$ , where the bound  $\bar{c}$  can be expressed as [13]

$$\bar{c} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{(\bar{n}_E)} + \frac{\varrho}{N_{Tx}} \mathcal{E}\langle \mathbf{Y} \rangle \right|. \quad (7)$$

Assuming that  $N_{Rx} \leq N_{Tx}$  and taking an incoherently distributed channel into account, the second-order statistic is characterized by [12]

$$\mathcal{E}\langle \gamma_{n_p}[n_T] \gamma_{i_p}^*[n_T] \rangle = \sigma_\gamma^2 \delta_{n_p, i_p} \delta_{n_T, i_T} \quad (8)$$

where  $\delta_{\bullet, \bullet}$  signifies the Kronecker delta function and  $\sigma_\gamma^2$  designates the power of the  $n_p$ -th path. Accounting for a large number of incoming rays, the channel term seems, under the

central limit theorem, to be

$$\begin{aligned} & \mathcal{E}\langle \mathbf{H}[n_T] \mathbf{H}^H[n_T] \rangle \\ &= \mathcal{E}\left\langle \left( \sum_{n_p=1}^{N_p} \gamma_{n_p}[n_T] \mathbf{a}(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T]) \mathbf{a}^H(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T]) \right) \right. \\ & \quad \left. \left( \sum_{\hat{n}_p=1}^{N_p} \gamma_{\hat{n}_p}^*[n_T] \mathbf{a}(\tilde{\phi}_{\hat{n}_p}[n_T]) \mathbf{a}^H(\tilde{\phi}_{\hat{n}_p}[n_T]) \right) \right\rangle \quad (9) \\ &= N_{Tx} \sum_{n_p=1}^{N_p} \mathcal{E}\langle |\gamma_{n_p}[n_T]|^2 \rangle \mathbf{a}(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T]) \mathbf{a}^H(\tilde{\phi}_{n_p}[n_T]). \end{aligned}$$

*Proposition 1:* To make the channel in parametric form, we suggest to model  $f(\delta_\phi|0; \sigma_\phi^2)$  as the conditional pdf for random deviation  $\delta_\phi$  given a priori knowledge of the angular spread  $\sigma_\phi$ . Over the spatial continuum of interest, the term  $\mathcal{E}\langle \mathbf{H}[n_T] \mathbf{H}^H[n_T] \rangle$  is then approximated as

$$\begin{aligned} & \mathcal{E}\langle \mathbf{H}[n_T] \mathbf{H}^H[n_T] \rangle \\ & \approx \rho N_{Tx} \int f(\delta_\phi|0; \sigma_\phi^2) \mathbf{a}(\phi + \delta_\phi) \mathbf{a}^H(\phi + \delta_\phi) d\delta_\phi \quad (10) \end{aligned}$$

where  $\rho \triangleq N_p \sigma_\gamma^2$  signifies the cluster power due to all random paths. ■

In each side, a family of symmetric distributions with zero mean and variance  $\sigma_\phi^2$  is in most modelled as follows

$$f(\delta_\phi|0; \sigma_\phi^2) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma_\phi} \mathbb{I}[-\sqrt{3}\sigma_\phi, \sqrt{3}\sigma_\phi] & ; \text{uniform} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\phi} e^{-\frac{1}{2}\frac{\delta_\phi^2}{\sigma_\phi^2}} & ; \text{Gaussian} \quad (11) \\ \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_\phi} e^{-\frac{1}{\sigma_\phi} \sqrt{2}|\delta_\phi|} & ; \text{Laplacian.} \end{cases}$$

In instead of such physical angles  $\phi$  and  $\sigma_\phi$ , the spatial frequency response is preferable due to the better accuracy of approximating the first-order Taylor series around the array broadside [12]. Indeed, the spatial frequency  $\omega$  and its associating standard deviation  $\sigma_\omega$  are provided by

$$\omega(\psi) = kd_E \sin(\psi) \quad (12a)$$

$$\sigma_\omega(\psi, \sigma_\psi) = kd_E \cos(\psi) \sigma_\psi. \quad (12b)$$

For small angular spreads, the so-called *spatial frequency* approximation results in a separable form as

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\langle \mathbf{H}[n_T] \mathbf{H}^H[n_T] \rangle & \simeq \rho N_{Tx} \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\phi) \odot \mathbf{B}(\sigma_\omega) \\ & = \rho N_{Tx} \mathbf{D}_a(\omega_\phi) \mathbf{B}(\sigma_\omega) \mathbf{D}_a^H(\omega_\phi) \quad (13) \end{aligned}$$

where the  $(n_E, \hat{n}_E)$ -th elements of diagonal and unitary matrix  $\mathbf{D}_a(\omega) : [-kd_E, kd_E] \mapsto \mathbb{C}_{D,U}^{N_E \times N_E}$  and symmetric Toeplitz matrix  $\mathbf{B}(\sigma_\omega) : \mathbb{R}_+^{1 \times 1} \mapsto \mathbb{R}_{S,T}^{N_E \times N_E}$  are parameterized by nominal angle and angular spread. Both of them can be given from [12, p. 22]

$$[\mathbf{D}_a(\omega)]_{[n_E, \hat{n}_E]} = e^{i(n_E - \hat{n}_E)\omega} \delta_{n_E, \hat{n}_E} \quad (14a)$$

$$[\mathbf{B}(\sigma_\omega)]_{[n_E, \hat{n}_E]} = f_x((n_E - \hat{n}_E)\sigma_\omega|0, 1) \quad (14b)$$

where the characteristic function  $f_x(t|, 0, 1) \triangleq \mathcal{F}(f(\delta_\omega|, 0, 1))$  of the governed pdf holds random variable with zero-mean and

unit variance. In a certain situation, the  $(n_E, \hat{n}_E)$ -th element in  $\mathbf{B}(\sigma_\omega)$  can be expressed as (see e.g., [12, p. 28] and [16] for Laplacian angle deviation model)

$$[\mathbf{B}(\sigma_\omega)]_{[n_E, \hat{n}_E]} = \begin{cases} \frac{\sin((n_E - \hat{n}_E)\sqrt{3}\sigma_\omega)}{(n_E - \hat{n}_E)\sqrt{3}\sigma_\omega} & ; \text{uniform} \\ e^{-\frac{1}{2}(n_E - \hat{n}_E)^2\sigma_\omega^2} & ; \text{Gaussian} \quad (15) \\ \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(n_E - \hat{n}_E)^2\sigma_\omega^2} & ; \text{Laplacian.} \end{cases}$$

Then, it readily follows that

$$\mathcal{E}\langle \mathbf{H}[n_T] \mathbf{H}^H[n_T] \rangle = \rho N_{Tx} \mathbf{D}_a(\omega_\phi) \mathbf{B}(\sigma_\omega) \mathbf{D}_a^H(\omega_\phi). \quad (16)$$

Notice that  $\mathbf{I}_{(N_{Tx})} + \rho \mathbf{D}_a(\omega_\phi) \mathbf{B}(\sigma_\omega) \mathbf{D}_a^H(\omega_\phi)$  can be seen as  $\mathbf{D}_a(\omega_\phi) (\mathbf{I}_{(N_{Tx})} + \rho \mathbf{B}(\sigma_\omega)) \mathbf{D}_a^H(\omega_\phi)$ .

*Proposition 2:* Proceeding on  $|\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{C}| = |\mathbf{A}||\mathbf{B}||\mathbf{C}|$  and  $|\mathbf{D}_a^H(\omega)| = \frac{1}{|\mathbf{D}_a(\omega)|}$ , the upper bound in (7) becomes

$$\bar{c} = \log_2 |\mathbf{I}_{(N_{Tx})} + \rho \mathbf{B}(\sigma_\omega)|. \quad (17)$$

*Remark 1:* It is noteworthy that although the proposed upper bound  $\bar{c}$  does not explicitly depend on  $\omega_\phi$ , it still relies itself on the nominal direction  $\phi$  according to (12b). Apart from average SNR and number of antenna elements, it can be pointed out that  $\bar{c}$  depends on angular spread  $\sigma_\phi$  as well. ■

#### IV. SIMULATION

In all simulation figures, we employ 500 paths ( $N_p = 500$ ), uniform pdf at transmitter,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $d = \frac{\lambda}{2}$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\sigma_\gamma^2 = \frac{1}{N_p}$ , average SNR = 1 and  $N_{Tx} = N_{Rx}$  according to [2], [4], and [10].

In the Fig. 2, we hold  $\phi = 0$ ,  $\sigma_\phi = 5$  and vary the average SNR according to [1:0.5:10]. This figure illustrate the relationship between the mean ergodic capacity and SNR. As expected, the capacity will be more affordable when  $N_{Tx}$  and/or SNR increase. One can see that the propose bound is higher than the mean ergodic capacity. The cause of difference between both stems from the approximation in proposition.

Figure 3 makes use of  $\phi = [-90 : 10 : 90]$  and  $\sigma_\phi = 5$ . This depicts the capacity as a function of the angle of arrival. When  $N_{Tx}$  is high enough, it is remarkable that MIMO capacity will be highest as the angle of arrival is  $0^\circ$  and lowest in the end-fire direction (angle of arrival is  $-90$  and  $90^\circ$ ).

Later, figure 4 is set up as  $\phi = 0$ ,  $\sigma_\phi = [1 : 0.5 : 10]$ . It is noteworthy that if  $N_{Tx}$  is high enough, the ergodic mean capacity is an increasing function of the angular spread.

Finally, in figure 5-8 only ergodic capacity is plotted by using  $\sigma_\phi = 5$ ,  $\sigma_\varphi = 30$ , and average SNR=10. These figures illustrate the outage probability (capacity < abscissa) of MIMO capacity according to  $N_{Tx} = 2, 4, 10$  and  $20$  in Fig. 5, 6, 7 and 8, respectively. Indeed the increase of  $N_{Tx}$  results in higher capacity. For  $N_{Tx}$  being high enough as Fig. 8, the difference among Uniform, Gaussian and Laplacian is noticeable. This implies that uniform angle deviation yields the most reliability of channel capacity.

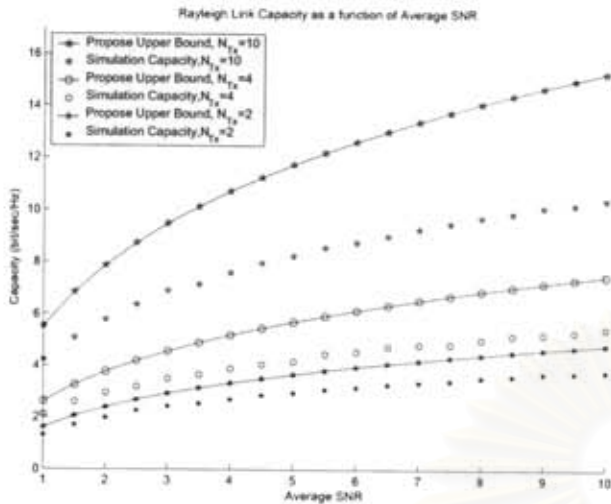


Fig. 2. Capacity behavior vs. SNR.

## V. CONCLUSION

We develop a parametric-based framework to assess the ergodic mean capacity of MIMO channel model in the presence of Rayleigh fading. An objective of capacity assessment in this way is to investigate realistic propagation model rather than making analysis on the unstructured statistic of Ricean channel matrix  $H$ . Based on separable parameterizations, we provide a capacity assessment of MIMO link by mean of an upper bound on ergodic mean capacity. A rigorous advantage of the proposed upper bound is to reflect MIMO link capacity as a function of directional parameters, such as, nominal direction, angular spread. Regarding to computational points of view, it requires only few algebraic computations instead of most eigenvalue-based upper bound in unstructured channel model. In numerical simulation, it is shown that the MIMO link capacity in geometrical Rayleigh channel is gradually high as the angular spread increase. Intuitively, the model including the effect of directional propagation is more attractive than another one based on unstructured statistic, because it is expectable to support realistic measurement.

## ACKNOWLEDGMENT

This work was supported in part by the cooperative research fund of Digital Signal Processing Research Laboratory, Chulalongkorn University, Thailand.

## REFERENCES

- [1] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 10, no. 6, pp. 585–595, Nov./Dec. 1999, (Published in October, 1995 as a Technical Memorandum. Bell Laboratories).
- [2] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311–335, Mar. 1998.
- [3] A. Grant, "Rayleigh fading multiple-antenna channels," *EURASIP Journal of Applied Signal Processing (Special Issue on Space-Time Coding (Part I))*, vol. 2002, no. 3, pp. 316–329, Mar. 2002.

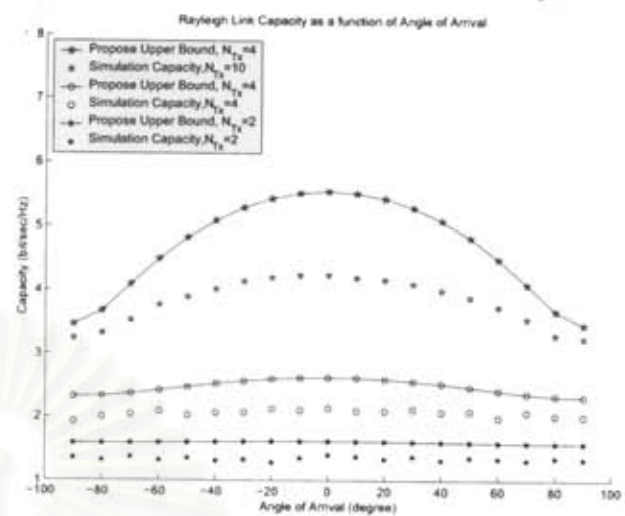


Fig. 3. Capacity behavior vs. angle of arrival.

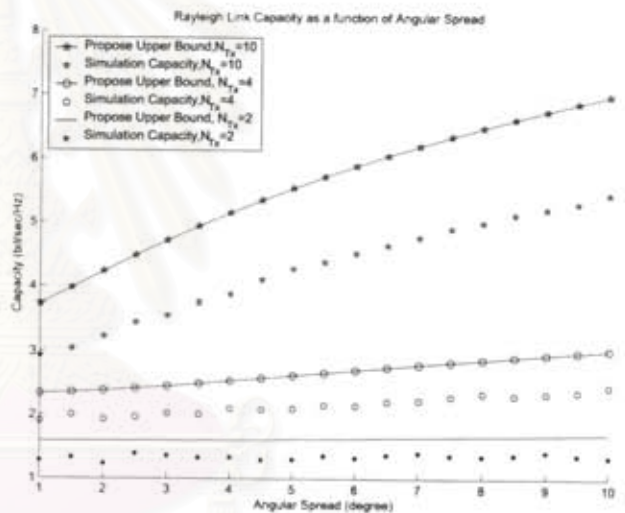
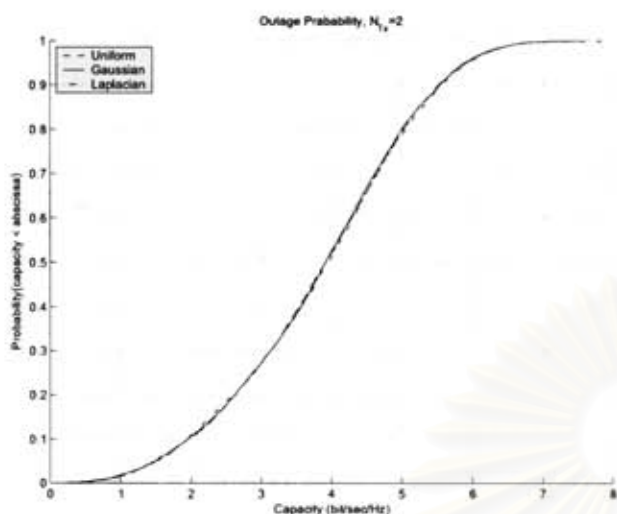
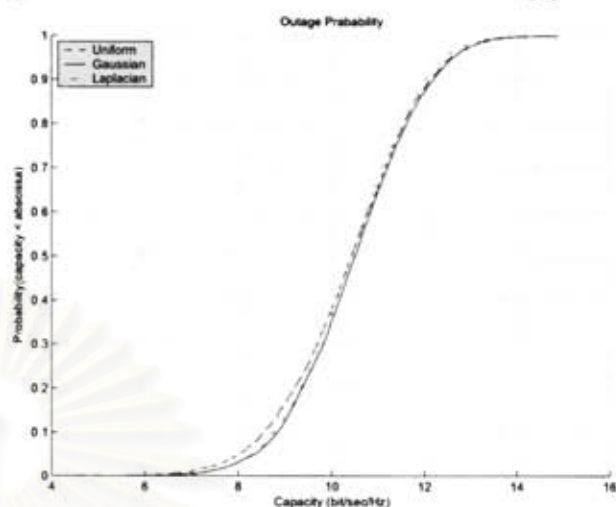
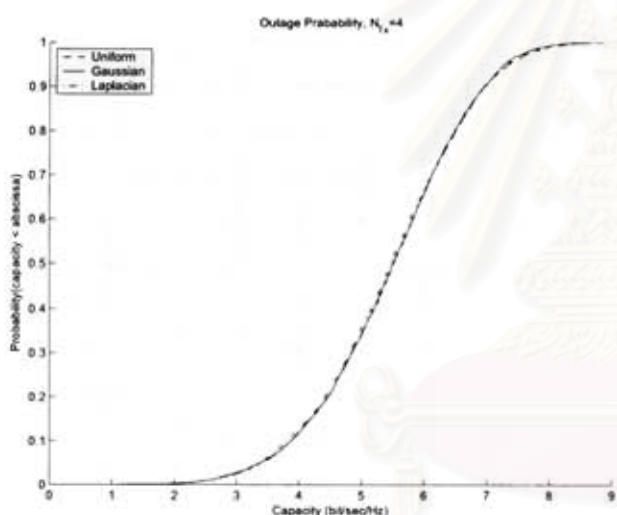
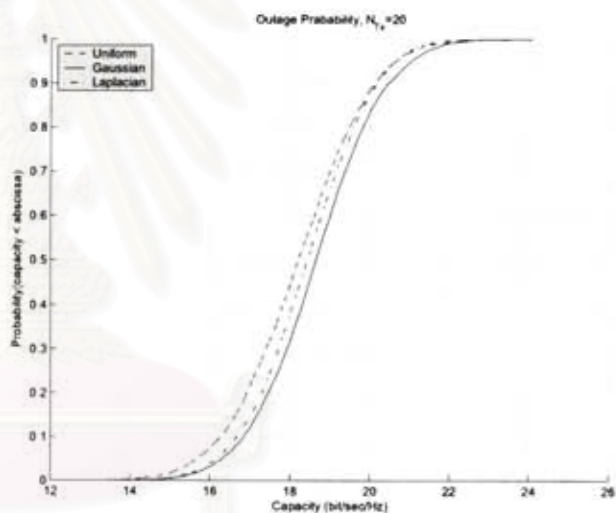


Fig. 4. Capacity behavior vs. angular spread.

- [4] D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn, "Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, pp. 502–513, Mar. 2000.
- [5] M. Stege, J. Jelitto, M. Brozel, and G. Fettweis, "A multiple input-multiple output channel model for simulation of Tx- and Rx-diversity wireless systems," *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (IEEE VTC Fall)*, vol. 2, pp. 833–839, 2000.
- [6] A. M. Sayeed, "Deconstructing multiantenna fading channels," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 10, pp. 2563–2579, Oct. 2002.
- [7] D. Gesbert, H. Bölcskei, D. A. Gore, and A. J. Paulraj, "Outdoor MIMO wireless channels: Models and performance prediction," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, pp. 1926–1934, Dec. 2002.
- [8] P. Zetterberg, "Mobile cellular communications with base station antenna arrays: spectrum efficiency, algorithms and propagation models," Ph.D. thesis no. TRITA-S3-SB-9712, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Jun. 1997.
- [9] D. Asztely, "Spatial models for narrowband signal estimation with antenna arrays," Licentiate Thesis no. TRITA-S3-SB-9728, Department of

Fig. 5. Probability of Outage Capacity at  $N_{T_x} = 2$ .Fig. 7. Probability of Outage Capacity at  $N_{T_x} = 10$ .Fig. 6. Probability of Outage Capacity at  $N_{T_x} = 4$ .Fig. 8. Probability of Outage Capacity at  $N_{T_x} = 20$ .

Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Nov. 1997.

- [10] C. Cozzo and B. L. Hughes, "Space diversity in presence of discrete multipath fading channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, pp. 1629–1632, Oct. 2003.
- [11] T. Trump, "Estimation of nominal direction of arrival and angular spread using an array of sensors," Technical Report no. IR-S3-SB-9422, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Apr. 1994.
- [12] M. Bengtsson, "Antenna array signal processing for high rank data models," Ph.D. thesis no. TRITA-S3-SB-9938, Department of Signals, Sensors and Systems, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Dec. 1999.
- [13] S. Loyka and G. Tsoulos, "Estimating MIMO system performance using the correlation matrix approach," *IEEE Communications Letters*, vol. 6, pp. 19–21, Jan. 2002.
- [14] A. J. Paulraj and C. B. Papadias, "Space-time processing for wireless communications," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 14, pp. 49–83, Nov. 1997.

- [15] A. J. Paulraj, D. A. Gore, R. U. Nabar and H. Bolcskei, "An overview of MIMO communications—a key to gigabit wireless," *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, pp. 198–218, Feb. 2004.
- [16] B. Täu Sieskul and S. Jitapunkul, "Towards Laplacian angle deviation model for spatially distributed source localization," accepted from *International Symposium on Communications and Information Technologies*, Jul. 2004.

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายจตุพล พัฒนวิเศษฐี เกิดวันที่ 29 พฤษภาคม พ.ศ. 2522 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2545 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตร วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า (ห้องปฏิบัติการวิจัยกรรมวิธีสัญญาณดิจิทัล) ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2546



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย