

การรวมแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ต่ำ $k-\omega$ กับพจน์แก้ไขสเกลความยาว
สำหรับปรากฏการณ์การไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน



นายกิตติศักดิ์ คู่ขวัญ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

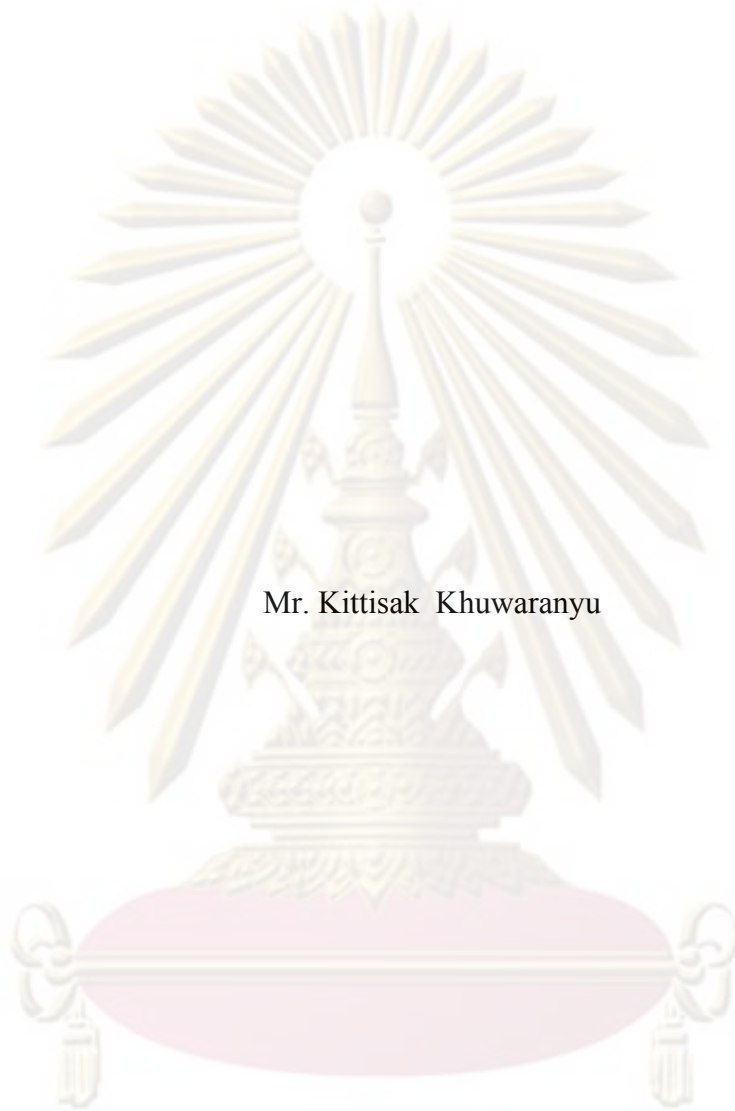
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

COMBINED LOW-REYNOLDS-NUMBER $k-\omega$ TURBULENCE MODEL WITH
LENGTH SCALE CORRECTION TERM FOR COMPLEX HEAT TRANSFER
AND FLOW PHENOMENA



Mr. Kittisak Khuwaranyu

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy Program in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การรวมแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ต่ำ $k-\omega$ กับ
พจน์แก้ไขสเกลความยาวสำหรับปรากฏการณ์การไหล
และการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน

โดย

นายกิตติศักดิ์ ภู่วัฒน

สาขาวิชา

วิศวกรรมเครื่องกล

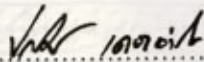
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

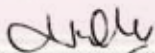
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาคุณวุฒิปริญญาตรี

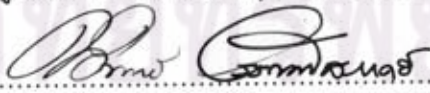

..... คณะบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เคชะอำไพ)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ตุลย์ มณีวัฒนา)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิพนธ์ วรรณโสภาคย์)


..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.วารังครันต์ จันทสาโร)

กิตติศักดิ์ กุ้วรัญญู : การรวมแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ต่ำ $k-\omega$ กับพจน์แก้ไขสเกลความยาวสำหรับปรากฏการณ์การไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน. (COMBINED LOW-REYNOLDS-NUMBER $k-\omega$ TURBULENCE MODEL WITH LENGTH SCALE CORRECTION TERM FOR COMPLEX HEAT TRANSFER AND FLOW PHENOMENA) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร. สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์, 115 หน้า.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการรวมแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ต่ำ $k-\omega$ กับพจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length scale correction term) ร่วมกับแบบจำลองเรย์โนลด์สูง $k-\epsilon$ ในการรวมแบบจำลองทั้งสองจะใช้แนวคิดของแบบจำลองแบบ Baseline ซึ่งทำให้ได้แบบจำลองใหม่ที่เรียกว่า “แบบจำลองความปั่นป่วน Baseline-Low-Reynolds $k-\omega$ with LSC term หรือ BLL” สำหรับการแก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน

ส่วนของพจน์แก้ไขสเกลความยาวที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้จะพิสูจน์หามาโดยอาศัยความสัมพันธ์เช่นเดียวกับ Yap correction ซึ่งทำให้ได้พจน์แก้ไขสเกลความยาวของ ω (ω -LSC term) แล้วจึงนำพจน์ดังกล่าวรวมเข้ากับแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ต่ำ ทำให้ Turbulent length scale มีค่าลดต่ำลง ส่งผลให้การทำนายปรากฏการณ์การไหลที่เกิด Separation และ Reattachment ในบริเวณใกล้ผนังมีความแม่นยำขึ้น จากนั้นจึงรวมแบบจำลองเรย์โนลด์สูง $k-\epsilon$ เข้ากับแบบจำลองใหม่ เพื่อลดความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของแบบจำลองในกระแสการไหลอิสระลง

การตรวจสอบประสิทธิภาพและความแม่นยำของแบบจำลอง BLL ทำได้โดยการนำผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณไปเปรียบเทียบกับปัญหาที่มีผลการทดลองหรือผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่นๆ จากผลการศึกษาพบว่า แบบจำลอง BLL สามารถทำนายผลทั้งในส่วนของการไหลและส่วนของการถ่ายเทความร้อนได้เป็นอย่างดีโดยเฉพาะบริเวณใกล้ผนัง ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ปัญหาในงานวิทยานิพนธ์นี้ แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของแบบจำลอง BLL และสามารถสรุปได้ว่าแบบจำลองความปั่นป่วนใหม่นี้มีความเหมาะสมในการใช้แก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนบริเวณใกล้ผนัง

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่อนิสิต.....
สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
ปีการศึกษา.....2552

4771849021 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEYWORDS: LOW-REYNOLDS-NUMBER $k-\omega$ MODEL / LENGTH SCALE CORRECTION / COMPLEX HEAT TRANSFER AND FLOW / FINITE VOLUME

KITTISAK KHUWARANYU : COMBINED LOW-REYNOLDS-NUMBER $k-\omega$ TURBULENCE MODEL WITH LENGTH SCALE CORRECTION TERM FOR COMPLEX HEAT TRANSFER AND FLOW PHENOMENA. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. SOMPONG PUTIVISUTISAK, Ph.D. 115 pp.

This thesis presents the combination of accurate formulation of the Low-Reynolds-Number $k-\omega$ model (LRN $k-\omega$ model), Length Scale Correction (LSC) term and a concept of Baseline model. The new model is called "Baseline-Low-Reynolds $k-\omega$ with LSC term model or BLL model". The developed model is expected to produce more accurate results for complex heat transfer and flow phenomena.

The LSC term employed here is ω -LSC – a new LSC uses the analogy of Yap correction. By integrating the term with the conventional LRN $k-\omega$ model, the turbulent length scale in the near-wall region is reduced which subsequently leads to better prediction of separations and reattachments that occur in this area: After integrating, the concept of Baseline model is combined to reduce the sensitivity to freestream.

Performance of the model is investigated and compared with available experimental data, Direct Numerical Simulation (DNS) data and numerical results using other turbulence models. It is seen that the model gives superior results especially for the near-wall flow patterns and heat transfer. The results demonstrate that the performance of the BLL model is much better than that of the High-Re model, LRN model, and it can be shown that this model is an appropriate choice for near-wall flow problem.

Department : Mechanical Engineering

Field of Study : Mechanical Engineering

Academic Year : 2009

Student's Signature K. Khuwaranyu

Advisor's Signature Sompong Putivisutisak

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้ความรู้ คำแนะนำและข้อคิดเห็นที่มีประโยชน์อย่างยิ่งตลอดระยะเวลาในการทำงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เศษะอำไพ ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ตุลย์ มณีวัฒนา รองศาสตราจารย์ ดร.วราภรณ์รัตน์ จันทสาโร และผู้ช่วย ศาสตราจารย์ ดร.นิพนธ์ วรรณโสภาคย์ กรรมการ ที่ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นที่มีประโยชน์ต่อ งานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อติ บุญจิตราคุลย์ ที่กรุณาเอื้อเพื่อ บทความจากวารสาร AIAA ด้วยดีตลอดมา

ขอขอบคุณ พี่สมบูรณ์ รัศมี และ พี่อชิกร วงศชนวนริศ ที่กรุณาค้นหาบทความจาก วารสารในต่างประเทศให้ด้วยดีเสมอมา ตลอดจนเพื่อนๆ พี่ๆ ในห้องปฏิบัติการวิจัยกลศาสตร์การ คำนวณทุกท่าน ที่ช่วยให้คำแนะนำและเอื้อเพื่อนำใจตลอดระยะเวลาการทำงานวิจัยนี้

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดาอันเป็นที่รักอย่างยิ่งที่คอยให้ กำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด อนึ่งคุณค่าใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับ นี้ ขอมอบเป็นกตัญญูตราบูชาแด่บิดา มารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

ศูนย์วิทยุทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฉ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ณ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 การศึกษาผลงานวิจัยที่ผ่านมา.....	4
1.2.1 การพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\omega$ และ $k-\epsilon$	4
1.2.2 การปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนด้วย พจน์แก้ไขสเกลความยาว.....	6
1.3 สรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการปรับปรุงแบบจำลอง ความปั่นป่วน $k-\omega$ และ $k-\epsilon$	7
1.4 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	8
1.5 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	9
1.6 ขั้นตอนการดำเนินงานวิทยานิพนธ์.....	9
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	10
1.8 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์.....	10
บทที่ 2 ทฤษฎี	13
2.1 บทนำ.....	13
2.1.1 ความปั่นป่วน (Turbulence).....	13
2.1.2 เพราะเหตุใด เราจึงต้องใช้แบบจำลองความปั่นป่วน (Why do we need turbulence modeling?).....	14

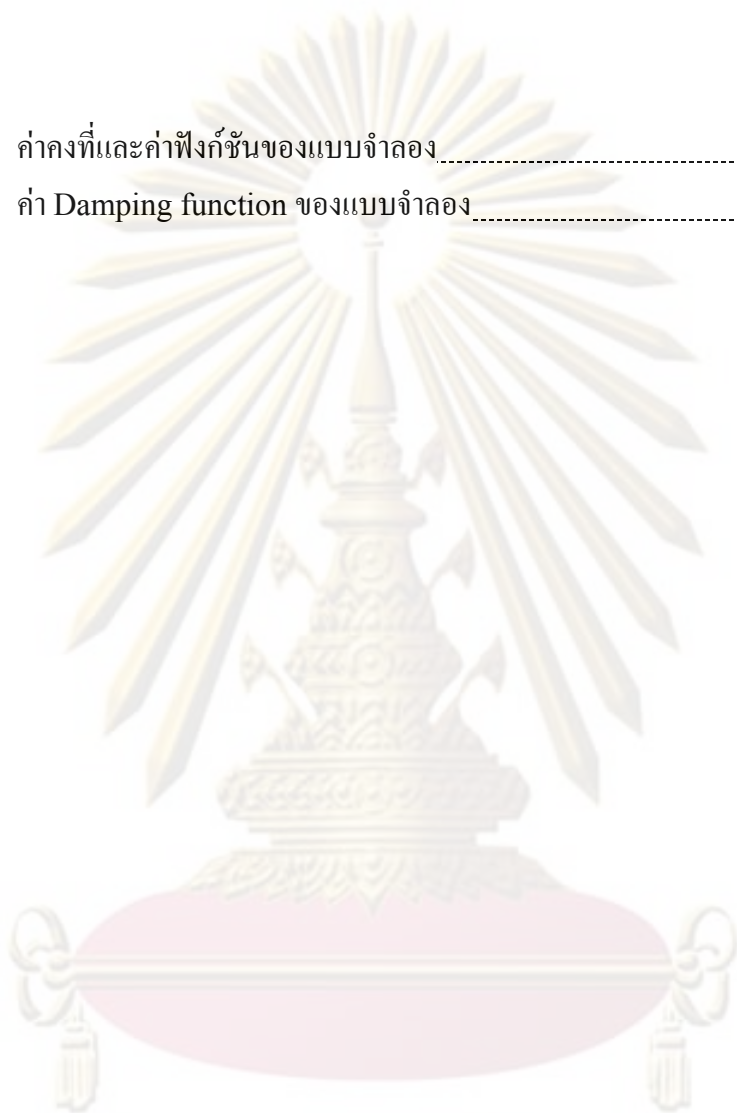
2.2	สมการพื้นฐาน (Basic Equations).....	14
2.3	แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence modeling).....	17
2.3.1	แนวคิดเกี่ยวกับ Eddy viscosity และ diffusion (Eddy viscosity/diffusion concept).....	17
2.3.2	แบบจำลอง Algebraic.....	18
2.3.3	แบบจำลอง One-equation (One-equation model).....	19
2.3.4	แบบจำลอง Two-equation (Two-equation model).....	19
2.4	แบบจำลอง High-Reynolds number (แบบจำลอง High-Re).....	20
2.4.1	แบบจำลอง Standard $k-\epsilon$	20
2.4.2	แบบจำลอง Standard $k-\omega$	25
2.5	แบบจำลอง Low-Reynolds-Number (แบบจำลอง LRN).....	30
2.5.1	แบบจำลอง LRN $k-\epsilon$	32
2.5.2	แบบจำลอง LRN $k-\omega$	35
2.6	แบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ส์ต่ำร่วมกับพจน์แก้ไขสเกลความยาว หรือแบบจำลอง BLL (BSL-LRN $k-\omega$ with LSC model or BLL model).....	36
2.6.1	ขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง BLL (Baseline-Low-Reynolds $k-\omega$ with LSC term model).....	37
2.6.2	การควบคุมแบบจำลองด้วย Blending function (F_b).....	40
2.6.3	พจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length Scale Correction term, LSC term).....	41
2.7	สมการอนุรักษ์พลังงาน (Energy equation).....	42
2.8	ขั้นตอนโดยทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม.....	43
บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม		46
3.1	บทนำ.....	46
3.2	ขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม.....	46
3.2.1	การดิสกรีไทซ์.....	47
3.2.2	การประมาณค่าโดยใช้ Numerical scheme.....	47

3.2.3	การแบ่งกริด.....	48
3.2.4	กระบวนการหาผลเฉลย (Solution procedure).....	51
3.3	เงื่อนไขขอบ (Boundary conditions).....	52
3.3.1	เงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary condition).....	53
3.3.2	เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition).....	56
3.3.3	เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition).....	56
3.3.4	เงื่อนไขขอบแบบสมมาตร (Symmetric condition).....	56
3.3.5	เงื่อนไขขอบแบบ Periodic (Periodic boundary condition).....	56
3.4	บทสรุป.....	57
บทที่ 4	การไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน	58
4.1	บทนำ.....	58
4.2	การเกิด Separation.....	58
4.2.1	คำอธิบายเกี่ยวกับบริเวณที่เกิด Separation.....	60
4.2.2	ตัวอย่างรูปร่างการไหล (Typical flow configurations).....	61
4.3	การไหลแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อน (Complex turbulent flow).....	63
4.4	ตัวอย่างการไหลที่ซับซ้อน (Complex flow examples).....	63
บทที่ 5	การแก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน BLL	66
5.1	ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน ผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ.....	66
5.1.1	ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ.....	67
5.1.2	ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ....	70
5.1.2.1	ปัญหาที่ 1 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน ผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ สำหรับ $Re_{D_H} = 20,000$	71
5.1.2.2	ปัญหาที่ 2 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน ช่องทางไหลผนังเรียบ สำหรับ $Re_\tau = 180$	73
5.2	ปัญหาการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient.....	74

5.3	ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่าน Backward-facing step	77
5.3.1	ปัญหาการไหลแบบป้อนผ่าน Backward-facing step	78
5.3.2	ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่าน Backward-facing step	83
5.3.2.1	ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่าน Backward-facing step สำหรับ $Re_h = 5,540$	84
5.3.2.2	ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่าน Backward-facing step สำหรับ $Re_H = 28,000$	86
5.4	ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่านสิ่งกีดขวาง ทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ (Turbulent flow over repeated square ribs)	88
5.4.1	ปัญหาการไหลแบบป้อนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวาง แบบซ้ำ (Turbulent flow over repeated square ribs)	89
5.4.2	ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยม ที่จัดวางแบบซ้ำ (Turbulent heat transfer over repeated square ribs)	93
5.5	สรุปผล	97
บทที่ 6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ		99
6.1	บทสรุป	99
6.2	ปัญหาที่พบขณะทำวิทยานิพนธ์	101
6.3	ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต	102
รายการอ้างอิง		103
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์		115

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	ค่าคงที่และค่าฟังก์ชันของแบบจำลอง.....	33
2.2	ค่า Damping function ของแบบจำลอง.....	34



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

รูปที่		หน้า
2.1	ลักษณะของความเร็วที่เวลาใดๆ สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน.....	16
2.2	Blending function (F_b) ที่ y^+ ต่างๆ กัน.....	41
2.3	การแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อยๆ.....	43
2.4	ตำแหน่ง Node ต่างๆ ในปริมาตรควบคุม.....	44
2.5	ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....	45
3.1	การวางตัวของปริมาตรควบคุมใน 2 มิติ.....	47
3.2	ลักษณะการวาง Cell แบบเยื้อง (Staggered).....	49
3.3	ลักษณะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (a) กริดที่มีขนาดเล็กทางด้านขวา (b) กริดที่มีขนาดเล็กทางด้านซ้าย (c) กริดที่มีขนาดเล็กทั้งทางด้านซ้ายและขวา.....	50
3.4	ตัวอย่างการวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอสำหรับปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง.....	50
3.5	การแบ่งระยะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอ.....	50
3.6	เงื่อนไขขอบสำหรับโดเมนการคำนวณ.....	53
3.7	การคำนวณบริเวณใกล้ผนังของแบบจำลอง (a) สำหรับแบบจำลอง High-Re (b) สำหรับแบบจำลอง LRN.....	55
3.8	การกำหนด Dummy wall.....	55
4.1	ผลกระทบของ Pressure gradient ต่อการเกิด Separation.....	59
4.2	รูปร่างความเร็วของการไหลแบบ Couette เมื่อเกิด Pressure gradient ต่างๆ กัน.....	60
4.3	การเปรียบเทียบการเกิด Separation ที่ได้จากคำอธิบาย Separation ที่แตกต่างกัน.....	61
4.4	การไหลผ่านช่องทางไหลหรือรูปทรงแบบต่างๆ ที่มีผลต่อการเกิด Separation.....	62
4.5	การไหลผ่าน Backward-facing step.....	64
4.6	การไหลผ่านสิ่งกีดขวางเดี่ยวที่ติดตั้งบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล.....	65
5.1	ลักษณะปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ.....	68

รูปที่	หน้า
5.2 ความเร็ว Normalized streamwise (U^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ สำหรับ $Re_\tau = 590$	68
5.3 ความเร็ว Normalized streamwise (U^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ ซึ่งได้จากการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธี DNS สำหรับ $Re_\tau = 590$	69
5.4 Turbulent kinetic energy (k^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ ซึ่งได้จากการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธี DNS สำหรับ $Re_\tau = 590$	70
5.5 ลักษณะของปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ...	71
5.6 ค่าสัมประสิทธิ์ถ่ายเทความร้อนที่เรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ต่างๆกัน สำหรับ $q'' = 1000 \text{ W/m}^2$	72
5.7 ค่าการกระจายอุณหภูมิไร้มิติของปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ.....	73
5.8 การกระจาย Wall pressure ของการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient ที่ได้จากผลการทดลองของ Samuel and Joubert [80] และการคำนวณของ Menter [81].....	75
5.9 การกระจาย Friction coefficient ของการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient	75
5.10 ความเร็ว u/U_δ ที่ได้จากผลการจำลองการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient	76
5.11 Turbulent shear stress ที่ได้จากผลการจำลองการไหล แบบที่มี Adverse pressure gradient.....	76
5.12 อุโมงค์ลมที่ใช้ทดลองการไหลผ่าน Double-sided Backward-facing step.....	78
5.13 ลักษณะของปัญหาการไหลผ่าน Backward-facing step.....	79
5.14 ความเร็ว u/U_∞ ของการไหลผ่าน Backward-facing step ที่ตำแหน่งต่างๆ (a) $x/h = 6$ (b) $x/h = 15$	79
5.15 รูปแบบของกริดแบบไม่สม่ำเสมอในการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step สำหรับ $Re_h = 5,000$ (a) โดเมนการคำนวณทั้งหมด (b) กริดบริเวณใกล้ผนัง.....	80

รูปที่	หน้า
5.16 ความเร็ว u/U_∞ ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step เปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS และผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ สำหรับ $Re_h = 5,000$ ที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน.....	81
5.17 ค่า Turbulent kinetic energy (k/U_∞^2) ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step เปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS และผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ สำหรับ $Re_h = 5,000$ ที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน.....	82
5.18 ค่าสัมประสิทธิ์ Skin friction (C_f) ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step เปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS และผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ สำหรับ $Re_h = 5,000$ ที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน.....	83
5.19 ลักษณะของปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่าน BFS.....	85
5.20 ค่าสแตนต์นัมเบอร์หลังการไหลผ่าน Backward-facing step ที่ x/h ต่างๆ กัน.....	85
5.21 การกระจายอุณหภูมิรัศมีที่ x/h ต่างๆ กัน หลังการไหลผ่าน BFS.....	86
5.22 ค่าอัตราส่วนสแตนต์นัมเบอร์ต่อสแตนต์นัมเบอร์สูงสุดหลังการไหลผ่าน BFS ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน.....	87
5.23 ค่าอัตราส่วนสแตนต์นัมเบอร์ต่อสแตนต์นัมเบอร์สูงสุดหลังการไหลผ่าน BFS ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน (บริเวณใกล้ผนังของ BFS).....	88
5.24 ลักษณะของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ (a) โดเมนการคำนวณ (b) รูปร่างของช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมจัดวางแบบซ้ำ.....	90
5.25 รูปแบบกริดแบบไม่สม่ำเสมอในการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ (a) กริดที่ใช้ในการคำนวณ (b) กริดขนาดเล็กบริเวณใกล้กับผิวของสิ่งกีดขวาง.....	91
5.26 ค่า Normalized mean streamwise velocity ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน.....	92
5.27 Streamline ของการไหลผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำที่ทำนายด้วยแบบจำลอง BLL สำหรับ $Re_{De} = 37,200$	92
5.28 ค่า Normalized turbulent shear stress profiles ($-\overline{uv}/U_b^2$) ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน.....	93

รูปที่		หน้า
5.29	ลักษณะปัญหาการไหลและถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวาง ทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางเรียงแบบซ้ำบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล สำหรับ $Re_{De} = 12,600$	94
5.30	ค่าอัตราส่วน Nu/Nu_s ที่ได้จากผลการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง ทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางเรียงแบบซ้ำบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล สำหรับ $Re_{De} = 12,600$ ที่ตำแหน่ง x/e ต่างๆ กัน.....	96
5.31	ความสัมพันธ์ระหว่างการเกิดการไหลหมุนวนกับการถ่ายเทความร้อน.....	97



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำอธิบายสัญลักษณ์

A	พื้นที่หน้าตัดของปริมาตรควบคุม
C	ค่าคงที่ของแบบจำลองความปั่นป่วน
C_p	ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่
D	การแพร่ของความปั่นป่วน, Viscous diffusion, สัมประสิทธิ์การแพร่, Hydraulic diameter
E	ค่าความขรุขระของผิว, ค่าฟังก์ชันของแบบจำลอง
e	ความสูงและความกว้างของสิ่งกีดขวาง
F	สัมประสิทธิ์การพา
F_b	Blending function
f	Interpolation factor, สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (Friction coefficient)
G	Rate of turbulent energy production
g	แรงโน้มถ่วงโลก
H	ความสูงของช่องทางไหล
h	ความสูงของสิ่งกีดขวาง
k	Turbulent kinetic energy, สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity)
L	Characteristic length scale
Nu	นัสเซลท์นัมเบอร์ (Nusselt number)
p	ความดัน

Pi	ค่า Pitch
Pr	พรีนดท์เทิลนัมเบอร์ (Prandtl number)
q''	ฟลักซ์ความร้อน
R_{ij}	Kinetic Reynolds stresses
Re	เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number)
S	Source term
St	สแตนตันนัมเบอร์ (Stanton number)
s_{ij}	Strain rate tensor
T	อุณหภูมิ
t	เวลา
u	ความเร็วในแนวแกน x
V	ปริมาตรควบคุม
v	ความเร็วในแนวแกน y
w	ความกว้างของสิ่งกีดขวาง
x	ระยะในแนวแกน x
X_R	Reattachment length
y	ระยะในแนวแกน y
ϕ	ตัวแปรสเกลาร์
τ_w	ความเค้นเฉือนที่ผนัง
μ	ความหนืดสัมบูรณ์

λ	Turbulent length scale
ε	Dissipation rate
ω	Specific Dissipation rate
ρ	ความหนาแน่น
μ_t	Turbulent viscosity
ν	ความหนืดจลศาสตร์
δ_{ij}	Kronecker delta function
κ	Von Kármán constant
Π_{ij}	พจน์การแพร่ของความดัน
α	Under-relaxation
Γ	สัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusion coefficient)
β	สัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อน (Coefficient of thermal expansion)
$\frac{D}{Dt}$	Total derivative

ตัวห้อย (Subscripts)

b	Bulk
i, j, k	Cartesian indices
e, w, n, s	Control volume face ระหว่าง P และ E , P และ W , P และ N , P และ S
E, W, N, S	จุดที่อยู่ข้างเคียงทางทิศ East, West, North และ South
nb	จุดต่อที่อยู่ข้างเคียง

s ผนังเรียบ (Smooth wall)

t Turbulent

w Wall

ตัวยก (Superscripts) และ Over bars

$+$ ค่า Normalized ใน Wall function

$'$ ค่าของการสั่นใน Turbulent properties

$*$ Current value

$-$ ค่าเฉลี่ย



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

การศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน (Turbulent flow and heat transfer) เป็นงานวิจัยที่ยังคงได้รับความสนใจอย่างต่อเนื่องตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน การไหลในลักษณะนี้นอกจากจะพบอยู่เสมอในการประยุกต์ใช้งานด้านวิศวกรรมต่างๆ เช่น การออกแบบเครื่องบิน ยานยนต์ หรือ อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนต่างๆ ยังพบการประยุกต์ใช้ในงานด้านอื่นๆ อย่างแพร่หลาย (เช่น อุตุนิยมวิทยา, สมุทรศาสตร์ (Oceanography), ฟิสิกส์ดาราศาสตร์ (Astrophysics), การขุดเจาะน้ำมัน (Oil recovery) หรือแม้กระทั่งในงานด้านสถาปัตยกรรม)

สำหรับการศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาข้างต้น สามารถทำได้โดยตรงด้วยการทดลอง ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันโดยทั่วไปสำหรับการพัฒนางานวิจัยด้านนี้ แต่เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่าวิธีการทดลองแต่ละครั้งต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่ายจำนวนมาก ดังนั้น จึงได้มีการคิดค้นหาทางเลือกอื่นที่สะดวกขึ้นในการศึกษาปรากฏการณ์การไหลต่างๆ ซึ่งในทศวรรษที่ผ่านมาความสามารถของคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณ ได้เพิ่มสูงขึ้นอย่างรวดเร็วทำให้การแก้ปัญหาทางด้านการไหลและการถ่ายเทความร้อนด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเริ่มเข้ามามีบทบาทมากขึ้น เพราะความได้เปรียบของการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์ที่สามารถลดเวลาและค่าใช้จ่ายในการศึกษาลงได้มาก อีกทั้งสามารถศึกษาการเปลี่ยนแปลงตัวแปรหรือพารามิเตอร์ต่างๆ ที่มีผลต่อปรากฏการณ์การไหลและการถ่ายเทความร้อนได้ง่ายและรวดเร็วกว่าวิธีการทดลอง

ประมาณ 30 ปีที่ผ่านมาได้มีการพัฒนาหลักการหรือวิธีที่จะสามารถอธิบายและทำนายผลของการไหลแบบปั่นป่วนให้มีความถูกต้องใกล้เคียงกับผลที่เกิดขึ้นกับของไหลจริง ตัวอย่างเช่น วิธี Direct Numerical Simulation (DNS) ซึ่งเป็นการหาผลเฉลยของสมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes equations) โดยตรง (ไม่ต้องมีการสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน) เทคนิคการคำนวณด้วยวิธี DNS จะพิจารณาการเคลื่อนของการไหลตั้งแต่ Smallest eddies ขยายไปสู่ Largest eddies จึงสามารถแสดงผลลัพธ์ให้เห็นถึง Turbulence structure ได้ ต่อมาได้พัฒนาเป็นวิธี Large Eddy Simulation (LES) ด้วยการคัดกรองเอา Small scales ออกเพื่อหลีกเลี่ยงการหาผลเฉลยในหลายช่วงสเกลความยาว (Span of length scales) จึงสามารถคำนวณด้วยกริด

ขนาดหยาบแต่ยังให้ผลเฉลยด้วย Large scales ได้ ถึงแม้ว่าวิธี DNS และ LES จะให้ผลที่มีความถูกต้องและความละเอียดสูง แต่วิธีทั้งสองต้องการกริดที่มีความละเอียดมากและคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูง ในขณะที่งานทางด้านวิศวกรรมโดยทั่วไปจะสนใจเฉพาะผลในส่วนของคุณสมบัติการไหลเฉลี่ย (Mean flow properties) เท่านั้น โดยไม่ต้องการผลการคำนวณในส่วนของ Fluctuating motion

Statistical approach เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ได้รับการนิยมนำมาใช้และมีประสิทธิภาพมากในการแก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วน ข้อดีคือ มีความซับซ้อนของวิธีน้อย แต่ยังอธิบายลักษณะทางกายภาพของการไหลแบบปั่นป่วนได้ ดังนั้นจึงสามารถนำวิธีนี้มาใช้สำหรับหาผลเฉลยของสมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) ซึ่งแสดงปริมาณต่างๆ ในรูปของค่าเฉลี่ยแบบจำลองที่ง่ายที่สุดสำหรับการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วน คือ แบบจำลอง Zero-equation (Prandtl [1]) ซึ่งต่อมาถูกพัฒนาเป็นแบบจำลอง One-equation (รายละเอียดแสดงในงานวิจัยของ Rodi [2], Markatos [3], Nallasamy [4] และ Rodi and Mansour [5]) และแบบจำลอง Two-equation ตามลำดับ ส่วนแบบจำลองที่นับได้ว่าได้รับความนิยมนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในงานทางวิศวกรรม คือ แบบจำลอง Two-equation ตัวอย่างเช่น แบบจำลอง High-Reynolds number (High-Re) ($k - \varepsilon$ (Launder and Spalding [6]), $k - \omega$ (Wilcox [7]) และ $k - \tau$ (Speziale et al. [8])) และแบบจำลอง Low-Reynolds Number (LRN) (LRN $k - \varepsilon$ (Jones and Launder [9]), LRN $k - \omega$ (Wilcox [10]) และ LRN $k - \tau$ (Speziale et al. [8]) นอกจากนี้ ยังมีแบบจำลองอื่นๆ อีก เช่น แบบจำลอง Three-equation ($k - \varepsilon - v'^2$) ที่เสนอโดย Durbin [11] และ Behnia et al. [12]

แบบจำลองความปั่นป่วนที่นิยมใช้กันมากที่สุดในงานทางวิศวกรรมและการประยุกต์ใช้งานอื่นๆ คือ แบบจำลอง High-Reynolds (High-Re) ที่มีการใช้ Wall function [13] ซึ่งแม้จะมีข้อดีในการนำมาใช้งานได้ง่ายเนื่องจากแบบจำลองมีความซับซ้อนน้อย แต่ก็มีข้อด้อย คือ ยังไม่สามารถคำนวณการไหลให้ครอบคลุมทั้งโดเมนได้ โดยเฉพาะการไหลบริเวณใกล้ผนัง ดังนั้น จึงมีการพัฒนาแบบจำลองที่มีความแม่นยำในการคำนวณมากกว่าขึ้นมาใหม่ คือ แบบจำลอง Low-Reynolds-Number (แบบจำลอง LRN)

แบบจำลอง LRN ส่วนใหญ่พัฒนามาจากแบบจำลอง High-Re $k - \varepsilon$ จากผลงานวิจัยที่ผ่านมาแสดงถึงข้อบกพร่องที่สำคัญของแบบจำลอง LRN $k - \varepsilon$ คือ ความไม่แน่นอนในการระบุค่า Dissipation rate (ε) บริเวณผนังและการใช้ Damping function ที่ซับซ้อน (Peng et al. [14]) ดังนั้นจึงมีผู้เสนอให้นำเอาแบบจำลอง $k - \omega$ มาพัฒนาเป็นแบบจำลอง Low-Reynolds-

Number $k - \omega$ เช่น Wilcox [10] เสนอแบบจำลอง LRN $k - \omega$ ที่พัฒนามาจากแบบจำลอง High-Re $k - \omega$ (Wilcox [15]) นอกจากนั้น Peng et al. [16] ได้นำแบบจำลอง LRN $k - \omega$ (Wilcox [10]) มาปรับปรุงสำหรับการคำนวณปัญหาการไหลแบบหมุนวน และ Peng and Davidson [17] ปรับปรุงแบบจำลอง LRN $k - \omega$ [16] สำหรับแก้ปัญหการไหลแบบลอยตัว (Turbulent buoyant flows) จากผลการวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น อาจสรุปได้ว่าแบบจำลอง LRN $k - \omega$ สามารถแก้ปัญหการไหลแบบปั่นป่วนได้ดีกว่าแบบจำลอง High-Re $k - \omega$

จากผลการศึกษาแบบจำลองตามที่กล่าวมา แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของแบบจำลองความปั่นป่วนต่างๆ ที่มีความเหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหที่ต่างกัน จึงมีผู้วิจัยเสนอแนวคิดการปรับปรุงแบบจำลองอื่นๆ ขึ้นใหม่อีกจำนวนมาก ตัวอย่างเช่น

- การรวมแบบจำลอง โดยนำข้อดีของแต่ละแบบจำลองมารวมกันเป็นแบบจำลองใหม่ เช่น แนวคิดของแบบจำลอง **Two-Layer** จะแบ่งบริเวณการไหลออกเป็น 2 ส่วน โดยที่บริเวณใกล้ผนังจะใช้แบบจำลอง One-equation แต่ในบริเวณการไหลที่ห่างจากผนังจะใช้แบบจำลอง Two-equation แนวคิดแบบจำลอง **Baseline** ของ **Menter [18]** ซึ่งใช้แนวคิดในการรวมข้อดีของแบบจำลองความปั่นป่วน 2 แบบจำลองเข้าด้วยกัน โดยใช้แบบจำลอง High-Re $k - \omega$ บริเวณใกล้ผนัง ซึ่งสามารถให้ผลการทำนายที่ดีกว่าแบบจำลอง High-Re $k - \epsilon$ ในบริเวณที่เกิด Adverse pressure gradient แต่บริเวณห่างจากผนังนั้นแบบจำลอง High-Re $k - \omega$ จะมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงอย่างมาก (High sensitivity) จึงเลือกใช้แบบจำลอง High-Re $k - \epsilon$ ซึ่งสามารถทำนายการไหลแบบปั่นป่วนในกระแสอิสระ (Freestream) บริเวณส่วนนอกของ Boundary-layer ได้ดี
- การเพิ่มพจน์แก้ไข (**Correction term**) เพื่อปรับปรุงความสามารถในการทำนายการไหลบริเวณใกล้ผนังของแบบจำลอง เช่น Yap [19] นำเสนอพจน์ 'Yap correction' สำหรับลด Turbulence length scale ในบริเวณใกล้ผนัง โดยใช้พจน์แก้ไขที่เสนอเป็น Extra source ในสมการ Dissipation ของ Turbulent Kinetic Energy (ϵ) ในแบบจำลอง LRN สำหรับปัญหการไหลบริเวณที่เกิด Separation และ Reattachment

งานวิทยานิพนธ์นี้ จะทำการศึกษาดังข้อบกพร่องหรือข้อด้อยของแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re และ LRN รวมถึงแนวคิดในการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนในรูปแบบต่างๆ เพื่อใช้สร้างแบบจำลองความปั่นป่วนขึ้นใหม่ เริ่มต้นตั้งแต่การปรับปรุงแบบจำลอง LRN $k - \omega$ ด้วยพจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length scale correction term) ร่วมกับแบบจำลอง High-Reynolds $k - \epsilon$ ซึ่งจะได้แบบจำลองใหม่ คือ Baseline Low-Reynolds-Number $k - \omega$ with

Length scale correction หรือ แบบจำลอง BLL จากนั้นจะทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองใหม่กับปัญหาการไหลและถ่ายเทความร้อนที่มีผลการทดลองหรือผลการคำนวณจากวิธีอื่นๆ (DNS, LES หรือ แบบจำลองความปั่นป่วนแบบอื่นๆ) เพื่อให้มั่นใจได้ว่าแบบจำลองความปั่นป่วนที่เสนอในงานวิจัยนี้สามารถนำไปวิเคราะห์ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อนได้ต่อไป

1.2 การศึกษาผลงานวิจัยที่ผ่านมา

การพัฒนาปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนที่เกี่ยวข้องกับงานวิทยานิพนธ์นี้ สามารถจำแนกออกได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆ คือ

- 1) การพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\omega$ และ $k-\epsilon$
- 2) การปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนด้วยพจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length scale correction term)

1.2.1 การพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\omega$ และ $k-\epsilon$

Menter [18] ทำการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนโดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังต่อไปนี้ ส่วนที่ 1 นำเสนอการพัฒนาแบบจำลอง Zonal Baseline (Zonal BSL) ด้วยการแยกบริเวณการคำนวณออกเป็น 2 บริเวณ คือ บริเวณด้านในของ Boundary layer (Inner region) จะคำนวณโดยใช้แบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox [15] และบริเวณด้านนอกของ Boundary layer (ประมาณ 50% ของ Boundary layer (0.5δ)) จะคำนวณด้วยแบบจำลอง $k-\epsilon$ ของ Jones and Launder [9] รวมทั้งปรับปรุง Model function F_1 ขึ้นใหม่ ส่วนที่ 2 ปรับปรุงแบบจำลอง Shear Stress Transport (SST) โดยกำหนด Model function F_2 ขึ้นใหม่ และส่วนสุดท้าย ปรับปรุงการคำนวณ ω บริเวณใกล้ผนังใหม่ ($\omega = 10 \frac{6\nu}{\beta_1(\Delta y)^2}$, $y=0$) ผลการปรับปรุงแบบจำลองนี้เมื่อนำไปตรวจสอบกับปัญหา 4 ตัวอย่าง สรุปได้ดังนี้

- ปัญหาที่ 1 การไหลแบบ Free shear-layer : แบบจำลอง $k-\epsilon$ ของ Jones and Launder และแบบจำลอง $k-\omega$ ที่ปรับปรุงขึ้นใหม่ให้ผลการทำนายที่ดีกว่าแบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox
- ปัญหาที่ 2 การไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient : แบบจำลอง $k-\epsilon$ ของ Jones and Launder คำนวณค่า Shear stress ได้สูงกว่าแบบจำลองอื่นๆ แต่แบบจำลอง SST ให้ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองมากที่สุด

- ปัญหาที่ 3 การไหลผ่าน Backward-facing step : แบบจำลอง SST และแบบจำลอง BSL ให้ผลการทำนายที่มีความแม่นยำน้อยกว่าแบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox เล็กน้อยเมื่อเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งผลที่ได้จากแบบจำลอง $k-\omega$ ที่ดีกว่านี้ทำให้เกิดข้อสงสัยขึ้น จึงต้องนำแบบจำลองไปตรวจสอบกับปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นต่อไป
- ปัญหาที่ 4 การไหลผ่าน NACA 4412 airfoil : แบบจำลอง SST ให้ผลการคำนวณรูปร่างความเร็วที่มีความสอดคล้องกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองอื่น และมีประเด็นที่น่าสนใจ คือ แบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox ให้ความแม่นยำในการคำนวณที่ต่ำกว่า $k-\varepsilon$ ของ Jones and Launder ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากความผิดพลาดของการคำนวณ การไหลในกระแสอิสระ (Freestream dependency)

Abe et al. [20] ทำการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วน NT (Nagano and Tagawa model) ด้วยการปรับปรุง Model function ซึ่งจากเดิมใช้พารามิเตอร์ Friction velocity (u_τ) เปลี่ยนมาใช้ค่าระยะห่างจากผิวผนัง (Distance from the wall surface, y) สำหรับอธิบายความเร็ว เนื่องจากการใช้ Friction velocity อาจจะมีปัญหาในการคำนวณบริเวณที่เกิดการไหลหมุนวนและเกิด Singularity ขึ้น จึงเลือก y มาใช้แทน (เดิม $f_\mu, f_\varepsilon = f(y^+, R_t)$ และ $y^+ = f(u_\tau)$) และทำการหาค่าคงที่ของแบบจำลองใหม่ด้วย ผลงานวิจัยสรุปได้ว่า การอธิบายลักษณะการไหลและถ่ายเทความร้อนที่เกิด Separating และ Reattaching flows สามารถทำได้ เมื่อทราบกลไกการเกิด Eddy viscosity ซึ่งมีความสำคัญมากต่อการทำนายสนามความร้อน (Thermal field) บริเวณใกล้ Reattachment point เมื่อสัมพันธ์กับการถ่ายเทความร้อนมีค่าสูงสุด

Park and Sung [21] เสนอแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon-f_\mu$ ใหม่ เพื่อคำนวณการไหลในบริเวณพื้นผิวที่มีความซับซ้อน (Complex surfaces) ซึ่งรวมผลกระทบจาก Non-equilibrium และผลจาก Near wall โดยไม่อ้างอิงถึงระยะทาง (Without reference to distance) ด้วยการสร้างสมการ Elliptic (f_w) ที่ไม่จำเป็นต้องรู้ค่าระยะทางจากผนัง ผลจากการปรับปรุงแบบจำลองนี้สรุปได้ว่า การคำนวณหาผลเฉลยด้วยแบบจำลองแบบ Non-equilibrium ($P_k \neq \varepsilon$) ให้ผลที่สอดคล้องกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองแบบ Local equilibrium ($P_k = \varepsilon$) ซึ่งเห็นได้จากผลการทำนายความยาว Reattachment ของการไหลผ่าน Backward-facing step และผลการคำนวณการไหลผ่าน Curve hill ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองอย่างมาก

Peng and Davidson [22] พัฒนาแบบจำลอง LRN $k-\omega$ ของ Peng et al. (PDH model) [16] ด้วยการปรับปรุงเทอม Turbulent heat flux ในแนวคิดใหม่ ด้วย Damping

function และตรวจสอบความแม่นยำของแบบจำลองด้วยปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบลอยตัว (Buoyant flow) และยังเปรียบเทียบผลที่ได้กับอีก 3 แบบจำลอง (แบบจำลอง LRN $k - \varepsilon$ ของ Abe et al. (AKN model) แบบจำลอง LRN $k - \varepsilon$ ของ Lam and Bremhorst (LB model) และแบบจำลอง LRN $k - \omega$ ของ Wilcox (WX model)) พบว่า การปรับปรุงเทอมข้างต้นสามารถตัดปัญหา Grid-dependence และยังแสดงผล Asymptotic ที่บริเวณใกล้ผนังในแนวตั้งได้ถูกต้อง

Peng et al. [16] ทำการศึกษาปรับปรุงแบบจำลอง LRN $k - \omega$ ของ Wilcox [10] สำหรับปัญหาการไหลแบบหมุนวน ด้วยการแก้ไขค่าคงที่และปรับปรุง Damping function ของแบบจำลองและเพิ่มเทอม Turbulent cross diffusion ในสมการ Specific dissipation rate (ω) ทำให้คำนวณการไหลหมุนวนที่เกิดจาก Wall-jet ใน Enclosure ได้ดีขึ้นและยังลดความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของแบบจำลองไปยังค่า ω ในกระแสอิสระ (เมื่อการไหลเป็นแบบ Free shear) แต่แบบจำลองที่ปรับปรุงขึ้นนี้ยังคงจะต้องนำไปตรวจสอบกับปัญหาการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient boundary layer อีกครั้งเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ชัดเจน

Park and Sung [23] ทำการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วน Near wall สำหรับปัญหาการไหลและถ่ายเทความร้อนแบบ Impinging jet โดยใช้ทฤษฎีบทของ Cayley-Hamilton และ Reliability constraint สำหรับปรับปรุงแบบจำลอง $k - \varepsilon - f_{\mu}$ พบว่า การคำนวณการไหลของเจ็ต (Jet) บริเวณ Radial wall และการถ่ายเทความร้อนของการไหลแบบ Impinging jet ให้ผลที่ดี

1.2.2 การปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนด้วยพจน์แก้ไขสเกลความยาว

Yap [19] นำเสนอพจน์แก้ไข 'Yap correction' เพื่อลดผลกระทบจาก Turbulence length scale บริเวณใกล้ผนัง โดยเลือกทดสอบกับแบบจำลอง LRN $k - \varepsilon$ โดยใช้พจน์แก้ไข (Correction term) ที่เสนอเป็น Extra source term ของแบบจำลอง ผลการวิจัยพบว่าพจน์แก้ไขของ Yap สามารถเพิ่มความแม่นยำในการคำนวณการไหลบริเวณที่เกิด Separation และ Reattachment ได้

Iacovides and Raisee [24] ทำการศึกษาปัญหาการไหลและการพาความร้อนในช่องทางที่มีความโค้งมากและมีสิ่งกีดขวางติดตั้งด้วยการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน พบว่าผลจากแบบจำลอง LRN $k - \varepsilon$ ที่ปรับปรุงด้วยการเพิ่มพจน์แก้ไข Yap correction สามารถแสดงผลกระทบจาก Streamline curvature ที่มีต่อการไหลได้ดีกว่าแบบจำลอง Zonal $k - \varepsilon$ ของ

Launder and Sharma [13] อย่างไรก็ตาม เพื่อให้เกิดความมั่นใจถึงประสิทธิภาพที่สูงขึ้นของแบบจำลองที่ปรับปรุงใหม่ อาจจะต้องนำไปตรวจสอบกับ ปัญหาการไหลที่มีความซับซ้อนมากขึ้นต่อไป

Wang and Mujumdar [25] ทำการศึกษาแบบจำลอง LRN จำนวน 5 แบบจำลอง (AB model ของ Abid, LB model ของ Lam and Bremhorst, LS model ของ Launder and Sharma, AKN model ของ Abe et al. และ CHC model ของ Chang et al.) สำหรับปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ ผ่าน Slot jet (H/w มีค่าต่ำ = 2.6, $Re = 10,400$ และ H/w มีค่าสูง = 6, $Re = 52,000$) แล้วเพิ่มพจน์แก้ไข Yap correction เข้ากับทั้ง 5 แบบจำลอง เพื่อศึกษาผลของ Turbulent intensity ที่บริเวณทางออกของ Nozzle ผลของค่าคงที่ของแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model constants) และผลของรูปร่างความเร็วที่บริเวณทางเข้า (Inlet velocity profile) ผลงานวิจัยนี้สรุปได้ว่า ไม่มีแบบจำลองใดๆ ใน 5 แบบจำลองนี้ที่สามารถทำนายค่าสัมประสิทธิ์ถ่ายเทความร้อนได้สอดคล้องกับผลการทดลอง แต่เมื่อเพิ่ม พจน์แก้ไข Yap correction เข้าไปในบางแบบจำลองแล้ว (แบบจำลอง AB, LB, AKN และ CHC) จะปรับปรุงการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ถ่ายเทความร้อน ทำให้ผลที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี (ยกเว้นบริเวณที่เกิดการไหลหมุนวน) เนื่องมาจากการลดลงของ Turbulent length scale ที่บริเวณใกล้ผนัง

Raisee and Hejazi [26] นำแบบจำลอง Zonal LRN $k-\varepsilon$, Linear LRN $k-\varepsilon$ และ Non-Linear LRN $k-\varepsilon$ ร่วมกับพจน์แก้ไขสเกลความยาว Yap และ NYP (พจน์แก้ไขสเกลความยาวที่นำเสนอใหม่ในงานวิจัยนี้) มาใช้ในการทำนายการไหลและถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนในช่องทางไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงการไหลอย่างกะทันหัน โดยเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดลอง พบว่าแบบจำลอง Non-Linear LRN $k-\varepsilon$ ที่ใช้ร่วมกับพจน์แก้ไข NYP ให้ผลการทำนายการถ่ายเทความร้อนแม่นยำมากกว่าแบบจำลองอื่นและจากผลการคำนวณในงานวิจัยนี้สรุปได้ว่า ความมีประสิทธิภาพในการทำนายการถ่ายเทความร้อนของแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ต่ำ (Low-Re) ขึ้นอยู่กับความสามารถในการสร้างขึ้นอีกครั้ง (Ability to reproduce) ของ Turbulent energy ในบริเวณใกล้ผนัง

1.3 สรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\omega$ และ $k-\varepsilon$

ผลสรุปที่ได้จากการศึกษาและรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิทยานิพนธ์ สามารถแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มหลักๆ คือ การพัฒนาแบบจำลอง (แสดงเฉพาะแบบจำลอง $k-\omega$ และ $k-\varepsilon$ เท่านั้น) และการปรับปรุงแบบจำลองด้วยพจน์แก้ไขสเกลความยาว ดังนี้

1.3.1 สรุปการปรับปรุงแบบจำลอง $k - \varepsilon$

- 1) การปรับปรุงสมการ Dissipation of Turbulent kinetic energy (ε) รวมถึงการปรับปรุงจากแบบจำลอง High-Re เป็น LRN
- 2) การปรับปรุงค่าคงที่ของแบบจำลอง (Model constant)
- 3) การปรับปรุงหรือสร้าง Model function ขึ้นใหม่ เช่น f_μ , f_2 และ f_1 เป็นต้น
- 4) การปรับปรุงหรือสร้าง Extra term (E)

1.3.2 สรุปการปรับปรุงแบบจำลอง $k - \omega$

- 1) การปรับปรุงสมการ Specific dissipation of Turbulent kinetic energy (ω) รวมถึงการปรับปรุงจากแบบจำลอง High-Re เป็น LRN
- 2) การปรับปรุงหรือสร้าง Model function ขึ้นใหม่ เช่น f_μ หรือ f_1 เป็นต้น
- 3) การปรับปรุงหรือสร้าง Extra term (E)

1.3.3 สรุปการปรับปรุงแบบจำลองร่วมกันของ $k - \varepsilon$ และ $k - \omega$

- 1) การปรับปรุงแบบจำลองโดยใช้แนวคิดขอบแบบจำลอง Baseline

1.4 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ดำเนินการปรับปรุงแบบจำลอง Low-Reynolds-Number $k-\omega$ ด้วยการเพิ่มพจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length scale correction term) ร่วมกับแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ซึ่งอาจจะเรียกแบบจำลองที่พัฒนานี้ว่า Baseline Low-Reynolds-Number $k-\omega$ with Length scale correction (แบบจำลอง BLL) โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (Finite volume method) สำหรับการแก้ปัญหากลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อน (Complex heat transfer and flow phenomena) โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1.4.1 เพื่อศึกษาความบกพร่องหรือข้อด้อยของแบบจำลอง High-Reynolds และ Low-Reynolds-Number แบบต่างๆ รวมทั้งวิธีและแนวคิดในการปรับปรุงแบบจำลอง

1.4.2 เพื่อพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนใหม่ที่มีความแม่นยำในการคำนวณการไหลและการถ่ายเทความร้อนให้มากขึ้นและครอบคลุมทั่วทั้งขอบเขตการไหล

1.4.3 เพื่อพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีความสอดคล้องกับปัญหาพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อนด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนใหม่ที่สร้างขึ้น โดยโปรแกรมที่พัฒนานี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการศึกษาและวิจัยในระดับสูงต่อไป

1.5 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

- 1.5.1 ศึกษาความบกพร่องหรือข้อด้อยของแบบจำลอง High-Reynolds และ Low-Reynolds-Number แบบต่างๆ โดยเฉพาะแบบจำลองความปั่นป่วน Two-equation รวมทั้งสรุปวิธีหรือแนวทางการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนต่างๆ
- 1.5.2 ในการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนใหม่สำหรับการแก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน สามารถทำได้ดังนี้
- 1) ดำเนินการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วน LRN $k-\omega$ โดยรวมพจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length scale correction term) เข้ากับแบบจำลองเพื่อใช้สำหรับการแก้ปัญหาการไหลและถ่ายเทความร้อนบริเวณใกล้ผนัง
 - 2) นำแบบจำลองในข้อ 1) มาใช้ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน High-Re $k-\varepsilon$ ซึ่งใช้กับการไหลและถ่ายเทความร้อนบริเวณห่างจากผนัง เพื่อให้ได้ผลการคำนวณที่แม่นยำครอบคลุมทั่วทั้งขอบเขตการไหล
- 1.5.3 ในการคำนวณนี้จะพัฒนาและตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบต่างๆ ที่มีผลการทดลองหรือผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่นๆ ดังนี้
- 1) ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบ Attached boundary layer ได้แก่ ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน ผ่านช่องทางไหลผนังเรียบและปัญหาการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient
 - 2) ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบที่มี Separation และ Reattachment ได้แก่ ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน ผ่าน Backward-facing step และปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ

1.6 ขั้นตอนการดำเนินงานวิทยานิพนธ์

- 1.6.1 ศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มสำหรับการแก้ปัญหาพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อน ตลอดจนทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อของวิทยานิพนธ์
- 1.6.2 ศึกษาและปรับปรุงแบบจำลองสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

- 1.6.3 นำแบบจำลองสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนที่ปรับปรุงมาพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม สำหรับปัญหาพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน
- 1.6.4 ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นกับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ยังไม่มีปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนเกิดขึ้น ซึ่งมีผลการทดลองหรือผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่นๆ
- 1.6.5 ปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์หลังจากทำการตรวจสอบกับปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อย
- 1.6.6 นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ตรวจสอบความถูกต้องแล้วไปใช้แก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน
- 1.6.7 วิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้จากการปรับปรุงแบบจำลองสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ เพื่อเป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้ในงานวิจัยระดับสูงต่อไป
- 1.6.8 จัดพิมพ์วิทยานิพนธ์

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.7.1 ทำให้ทราบถึงความผิดพลาดหรือข้อด้อยของแบบจำลอง High-Reynolds Number และ Low-Reynolds-Number แบบต่างๆ เพื่อนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้พัฒนาแบบจำลองใหม่
- 1.7.2 สามารถนำโปรแกรมไฟไนต์วอลุ่มที่พัฒนาจากแบบจำลองที่ปรับปรุงขึ้นใหม่ (แบบจำลอง BLL) ไปใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน ซึ่งให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากขึ้น

1.8 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์

เนื้อหาในวิทยานิพนธ์นี้แบ่งออกเป็น 6 บท ดังต่อไปนี้

บทที่ 1 บทนำ

กล่าวถึงความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์ การศึกษาผลงานวิจัยที่ผ่านมา สรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\omega$ และ $k-\epsilon$ วัตถุประสงค์ ขั้นตอนการดำเนินงาน ขอบเขต ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับและส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 ทฤษฎี

อธิบายถึงสมการพื้นฐานสำหรับการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน รวมทั้งแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้ ดังต่อไปนี้ แบบจำลองความปั่นป่วนแบบ Low-Reynolds-Number $k-\omega$ แบบจำลองความปั่นป่วนแบบ High-Reynolds $k-\epsilon$ แบบจำลอง Baseline Low-Reynolds-Number $k-\omega$ วิธีการนำแบบจำลองมาใช้ร่วมกันและการรวมพจน์แก้ไขสเกลความยาว ซึ่งทำให้ได้แบบจำลองที่ปรับปรุงขึ้นใหม่ คือ แบบจำลอง BLL

บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม

แสดงรายละเอียดของสมการควบคุมพื้นฐาน (Governing equations) และการดิสครีไทซ์ (Discretization) โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม รวมถึงการประมาณค่าที่บริเวณ Interface ด้วย Numerical scheme และเงื่อนไขขอบแบบต่างๆ รวมถึงเงื่อนไขขอบสำหรับแบบจำลองใหม่ที่ปรับปรุงขึ้น ตลอดจนกระบวนการหาผลเฉลยด้วยวิธี TDMA ร่วมกับการใช้ขั้นตอนวิธี SIMPLE

บทที่ 4 การไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน

อธิบายเกี่ยวกับการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน โดยเริ่มต้นจากการยกตัวอย่างการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อนที่น่าสนใจและสามารถพบได้บ่อยในงานทางด้านวิศวกรรมและอธิบายกลไกการเกิดการแยก (Separation) รวมทั้งแสดงตัวอย่างรูปร่างการไหลผ่านช่องทางไหลหรือสิ่งกีดขวางรูปทรงต่างๆ ตลอดจนแสดงตัวอย่างการไหลที่ซับซ้อนผ่าน Backward-facing step และสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยม

บทที่ 5 การแก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน BLL

แสดงการนำแบบจำลองความปั่นป่วนที่ได้ปรับปรุงขึ้นใหม่ไปใช้แก้ปัญหการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน โดยมีปัญหาที่เลือกมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลอง ดังนี้

- 1) ปัญหการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบ Attached boundary layer ได้แก่ ปัญหการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน ผ่านช่องทางไหลผนังเรียบและปัญหการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient

- 2) ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบที่มี Separation และ Reattachment ได้แก่ ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step และปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ

บทที่ 6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ

ประกอบด้วย บทสรุป ปัญหาที่พบขณะทำวิทยานิพนธ์และข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 บทนำ

ในการวิเคราะห์การไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนนั้น เราจะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีและสมมติฐานต่างๆ ที่นำมาใช้โดยถูกต้องก่อนเป็นอันดับแรก ดังนั้น ในบทนี้จะเริ่มต้นอธิบายเนื้อหาที่มีความสำคัญและจำเป็นอย่างมากสำหรับงาน วิทยานิพนธ์นี้ โดยเนื้อหาทั้งหมดประกอบด้วย ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการไหลแบบปั่นป่วน เหตุผลในการนำแบบจำลองความปั่นป่วนมาใช้ แนวคิดเกี่ยวกับ Eddy viscosity และ diffusion ซึ่งนำไปสู่การสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model) จากนั้นจะนำเสนอรายละเอียดที่เน้นถึงแบบจำลอง Two-equation แบบต่างๆ ตลอดจนแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาแบบจำลองที่เคยมีผู้นำเสนอมาแล้ว เพื่อจะนำมาปรับใช้ให้เกิดแนวคิดและขั้นตอนการพัฒนาแบบจำลองใหม่ต่อไป

2.1.1 ความปั่นป่วน (Turbulence)

การไหลของของไหลส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นแล้วแต่เป็นการไหลแบบปั่นป่วน ตัวอย่างเช่น การไหลแบบปั่นป่วนอย่างยิ่ง (Highly turbulence) ที่สามารถพบได้ในการไหลของอากาศผ่านรถยนต์, เครื่องบินและตึกหรืออาคารต่างๆ การไหลและการเผาไหม้ทั้งภายในลูกสูบของเครื่องยนต์และภายในห้องเผาไหม้ในกังหันก๊าซของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ แม้กระทั่งการไหลเวียนของอากาศภายในห้อง (Ventilation in room) ก็ถือว่าเป็นการไหลแบบปั่นป่วนได้เมื่อมีการเกิด Wall-jets ขึ้นที่ผนังห้อง จากตัวอย่างข้างต้นอาจจะกล่าวได้ว่า “การไหลแบบปั่นป่วนนั้นเป็นปรากฏการณ์ที่ง่ายจะมองเห็น แต่ยากมากที่เราจะเข้าใจหรืออธิบาย” อย่างไรก็ตาม แม้การอธิบายหรือนิยามความปั่นป่วนจะไม่ใช่เรื่องง่าย ก็มีผู้วิจัยจำนวนมากได้พยายามให้คำนิยามหรือคำอธิบายไว้ ในที่นี้จะขอยกตัวอย่างคำนิยามหรือคำอธิบายความปั่นป่วนไว้ดังนี้ (อ้างอิงจาก [27])

Aref ปี ค.ศ. 1999

‘Turbulence is the name given to imperfectly understood class of chaotic solutions to the Navier-Stokes equation in which many degrees of freedom are excited.’

Bradshaw ปี ค.ศ. 1972

‘The only short but satisfactory answer to the question “what is turbulence?” is that it is the general-solution of the Navier-Stokes equation.’

Constantin ปี ค.ศ. 1994

‘Creation of small scale activity and dissipation is the principle of turbulence. Classical fluid dynamical instabilities play a role of the fuel, vortex stretching is the engine, and viscous dissipation is the breaks.’

Taylor and Von ปี ค.ศ. 1937

‘Turbulence is an irregular motion which, in general, makes its appearance in fluids, gaseous or liquid, when they flow past solid surfaces or even when neighboring streams of the same fluid flow past or over one another.’

2.1.2 เพราะเหตุใด เราจึงต้องใช้แบบจำลองความปั่นป่วน (Why do we need turbulence modeling?)

เป็นที่ทราบกันโดยทั่วไปแล้วว่า สมการที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่หรือการไหลแบบปั่นป่วน คือ สมการนาเวียร์-สโตกส์ ซึ่งการหาผลเฉลยของสมการนั้นไม่สามารถทำได้โดยง่าย เนื่องจากความซับซ้อนและรายละเอียดปลีกย่อยที่มีมาก แต่ในทางวิศวกรรมได้มีการนำวิธีเรย์โนลด์เฉลี่ย (Reynolds averaging) ซึ่งนับได้ว่าเป็นวิธีที่ค่อนข้างมีประสิทธิภาพและเหมาะสมในทางปฏิบัติ เพื่อใช้ในการอธิบายปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในทางวิศวกรรม หลังจากใช้วิธีเรย์โนลด์เฉลี่ยแล้วจะทำให้เกิดเทอม Turbulent Reynolds stresses เพิ่มขึ้น เป็นผลทำให้ระบบสมการไม่สามารถหาผลเฉลยได้ ดังนั้น เพื่อให้ระบบสมการดังกล่าวสามารถหาผลเฉลยได้ จึงได้มีการผู้วิจัยนำเสนอแนวคิดในการใช้แบบจำลองความปั่นป่วนขึ้น (รายละเอียดอยู่ในหัวข้อถัดไป)

2.2 สมการพื้นฐาน (Basic Equations)

โดยทั่วไป เมื่อพิจารณาการไหลของของไหลโดยทั่วไป เราสามารถแบ่งประเภทตามลักษณะทางกายภาพได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน แต่ในที่นี้เราจะกล่าวถึงการไหลแบบปั่นป่วนเป็นหลัก ส่วนการไหลแบบราบเรียบจะกล่าวถึงเพื่อใช้

เป็นจุดเริ่มต้นสำหรับการหาสมการพื้นฐานของการไหลแบบปั่นป่วนต่อไป สำหรับงานวิทยานิพนธ์นี้จะตั้งสมมติฐานว่าของไหลที่นำมาพิจารณามีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. การไหลเป็นแบบปั่นป่วน
2. การไหลเป็นแบบหนืดและไม่อัดตัวภายใต้สถานะอยู่ตัว
3. ของไหลเป็นแบบนิวโตเนียน (ความหนืดมีค่าคงที่ เมื่อเทียบกับค่า Strain rate)
4. คุณสมบัติของของไหลมีค่าสม่ำเสมอทั่วทั้งขอบเขตการไหล (ความหนาแน่นของของไหลมีค่าคงที่ และไม่ขึ้นกับค่าความดัน)
5. ไม่คิดผลกระทบที่เกิดจากการลอยตัว (Buoyancy)

การไหลในที่นี่จะพิจารณาให้เป็นการเคลื่อนที่ของของไหลต่อเนื่อง (Continuum fluid) ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยสมการความต่อเนื่อง (Continuity equation) และสมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of momentum equation) สำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ สามารถแสดงสมการได้ดังนี้

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

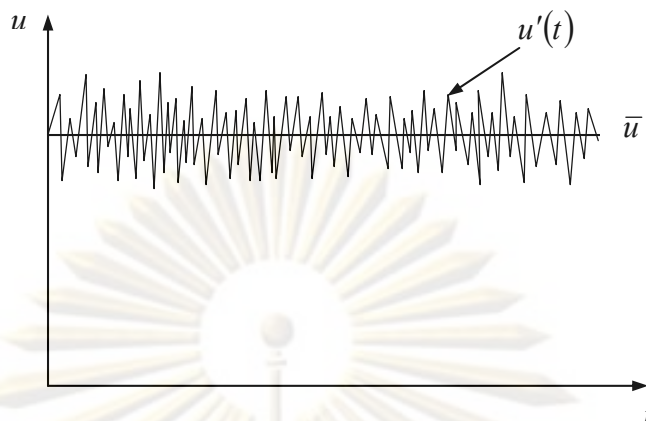
$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

เมื่อ σ_{ij} คือ Deviatoric part ของ Viscous stress tensor และหาค่าได้จากความสัมพันธ์ของของไหลแบบนิวโตเนียน คือ

$$\sigma_{ij} = 2\mu s_{ij} \quad (2.3)$$

เมื่อ $s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ คือ ค่า Strain tensor

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนโดยทั่วไปนั้น ค่าของตัวแปรต่างๆ จะมีค่าไม่คงที่ และค่าเหล่านั้นจะเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่เปลี่ยนไป เช่น ความเร็ว u ที่แสดงในรูปที่ 2.1 ซึ่งลักษณะเช่นนี้ ทำให้การคำนวณค่าตัวแปรมีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นมาก เพราะฉะนั้นจึงสมมติว่าคุณสมบัติต่างๆ ที่พิจารณาอันเกิดจากธรรมชาติของการไหลแบบปั่นป่วน สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยไม่ขึ้นกับเวลา เช่น \bar{u} , \bar{v} หรือ \bar{p} และส่วนที่แทนผลของการสั่น (Fluctuation) ที่สัมพันธ์กับเวลา เช่น u' , v' หรือ p'



รูปที่ 2.1 ลักษณะของความเร็วที่เวลาใดๆ สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

การเฉลี่ยเรย์โนลด์ (Reynolds Averaging) [28]

การดำเนินขั้นตอน Reynolds Averaging เป็นที่รู้จักกันดีในกลศาสตร์ของไหล โดยขั้นตอนนี้จะถูกใช้เพื่ออธิบายถึงเทอม Reynolds stresses ซึ่งเป็นเทอมที่ไม่ทราบค่าในสมการพื้นฐาน สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนนั้น เราสามารถพิจารณาตัวแปรทุกตัวในการไหลแยกออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยและส่วนที่แทนผลของการสั่น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

กำหนดให้ ฟังก์ชัน ϕ แทนตัวแปรต่างๆ ในการไหล สามารถเขียนได้เป็น

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.4)$$

จากนั้นทำการเฉลี่ยตัวแปรต่างๆ ในช่วงเวลาหนึ่ง (Time-averaging) จะได้

$$\bar{\phi}(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi(x,t) dt \quad (2.5)$$

ซึ่งสามารถทำการเฉลี่ยด้วยการดำเนินการตามขั้นตอนของวิธี Reynolds averaging ดังต่อไปนี้

กำหนดให้

$$A = \bar{A} + a \quad \text{และ} \quad B = \bar{B} + b$$

จะได้

$$\bar{a} = 0, \quad \bar{b} = 0$$

$$\overline{Aa} = \overline{Bb} = \overline{Ab} = \overline{Ba} = 0$$

$$\overline{A^2} = \overline{A}^2 + \overline{a^2}$$

$$\overline{B^2} = \overline{B}^2 + \overline{b^2}$$

$$\overline{AB} = \overline{A}\overline{B} + \overline{ab}$$

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial x_i} = \frac{\partial \overline{A}}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial \overline{A}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{A}}{\partial t}$$

เมื่อทำการเฉลี่ยแล้ว จะทำให้ค่าเฉลี่ยของส่วนที่แทนผลของการสั่นนั้นมีค่าเป็นศูนย์ ($\overline{\phi'} = 0$) และจะได้ค่าเฉลี่ยของผลคูณทั้งสองตัวแปรที่มีค่าเป็น $\overline{AB} = \overline{A}\overline{B} + \overline{ab}$ ดังนั้นจึงเขียนสมการ (2.1) และ (2.2) ได้ใหม่ ในรูปค่าเฉลี่ยของเวลาในรูปเทนเซอร์ ดังนี้

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.6)$$

$$\rho \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{\rho u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (2.7)$$

สมการ (2.6) และ (2.7) นี้เรียกว่า สมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) ซึ่งจากการสังเกตจะเห็นได้ว่า สมการ (2.7) มีเทอม Kinetic Reynolds stresses ($R_{ij} = \overline{\rho u'_i u'_j}$) เพิ่มขึ้นมา ทำให้มีจำนวนตัวแปรมากกว่าจำนวนสมการ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วนมาช่วยในการคำนวณ

2.3 แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence modeling)

ผลงานวิจัยที่ถูกนำเสนอในช่วง 2-3 ทศวรรษที่ผ่านมาเกี่ยวกับการจำลองปรากฏการณ์การไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนได้รับการพัฒนาจากผู้วิจัยจำนวนมาก ซึ่งการใช้แบบจำลองความปั่นป่วนนับได้ว่าเป็นกลวิธีที่มีความซับซ้อนน้อย ที่สุดที่จะใช้อธิบายลักษณะทางกายภาพของการไหลแบบปั่นป่วนได้ ตัวอย่างของแบบจำลองความปั่นป่วน ได้แก่ แบบจำลอง Algebraic, แบบจำลอง One-equation และแบบจำลอง Two-equation เป็นต้น

2.3.1 แนวคิดเกี่ยวกับ Eddy viscosity และ diffusion (Eddy viscosity/diffusion concept)

ความยุ่งยากของการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วน คือ การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้อธิบายลักษณะทางกายภาพและพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนในรูปสมการ ซึ่งได้มีผู้วิจัยหลายท่านได้เสนอแนวคิดต่างๆ โดยมุ่งหวังที่จะได้แบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับ

อธิบายการไหลแบบปั่นป่วน เช่น Lumley [29], Speziale [30] และ Hällback et al. [31] เป็นต้น

แนวคิด Eddy viscosity และ diffusion สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน จะถูกใช้เพื่ออธิบายเทอม Turbulent Reynolds stresses และ Heat flux โดย Boussinesq [32] ได้นำเสนอไว้ว่า เทอม Turbulent stresses ขึ้นกับ Mean velocity gradient โดยมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.8)$$

2.3.2 แบบจำลอง Algebraic

แบบจำลอง Algebraic หรือแบบจำลอง Zero-equation เป็นแบบจำลองที่ไม่ต้องเพิ่มสมการเพื่อช่วยในการหาผลเฉลยและสามารถคำนวณผลเฉลยจากตัวแปรการไหล (Flow variable) ได้โดยตรง แบบจำลองนี้มีพื้นฐานมาจากการใช้ความสัมพันธ์ของ Boussinesq hypothesis เพื่อคำนวณ Turbulent viscosity (ν_t)

Prandtl ได้เสนอแนวคิด Mixing length hypothesis ซึ่งเขียนอยู่ในเทอมของ Velocity gradient โดยสามารถหา Turbulent viscosity ได้จาก

$$\nu_t = \lambda_m^2 \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.9)$$

เมื่อ λ_m^2 คือ เทอม Mixing-length โดยหาได้จากความสัมพันธ์เชิงเส้นของระยะทางระหว่างผนัง ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ของความสัมพันธ์ดังกล่าว คือ ค่า Von Kármán coefficient (κ)

$$\lambda_m = \kappa y \quad (2.10)$$

แบบจำลอง Zero-equation ที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายมีอยู่หลายแบบจำลองด้วยกัน ตัวอย่างเช่น แบบจำลองของ Cebeci-Smith (1967) และแบบจำลองของ Baldwin-Lomax (1978) (อ้างอิงจาก Wilcox [15])

ปัญหาหลักจากการใช้ Mixing-length หรือสมการ Algebraic คือ การระบุตำแหน่งเพื่อใช้หา Turbulent viscosity ต่อมาจึงมีผู้เสนอแนวคิดแบบจำลอง Eddy viscosity ซึ่งเป็นแนวคิดพื้นฐานของแบบจำลอง One-equation และ Two-equation โดยใช้สมการ Transport (ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างเทอมความเร็ว และ/หรือ เทอม Length scale)

2.3.3 แบบจำลอง One-equation (One-equation model)

ในปี ค.ศ. 1945 มีผู้นำเสนอแบบจำลอง One-equation ขึ้นเป็นคนแรก คือ Prandtl ซึ่งเขาได้ปรับปรุงแนวคิดในการหาค่า Turbulent viscosity โดยไม่ขึ้นกับค่าระยะทางระหว่างผนัง (y) ซึ่งได้สมการดังนี้

$$v_t = k^{1/2} \lambda \quad (2.11)$$

$$\text{โดย } u = k^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{2} u_i u_j}$$

แบบจำลองนี้ยังคงต้องใช้ Length scale ซึ่งถือว่าเป็นข้อด้อยหลักของแบบจำลองเทอม Length scale ถูกสร้างขึ้นโดยใช้หลักการสังเกต (Empirical argument) และจะต้องเปลี่ยนแปลงไปตามสถานการณ์ไหลแต่ละรูปแบบ จึงทำให้แบบจำลอง One-equation มีข้อจำกัดในการนำมาใช้งาน [15]

2.3.4 แบบจำลอง Two-equation (Two-equation model)

ข้อด้อยที่สำคัญของแบบจำลอง One-equation คือ เราจะต้องสมมติหรือคาดคะเนล่วงหน้าเพื่อประมาณค่า Length scale ที่ถูกต้อง แต่ในแบบจำลอง Two-equation จะเพิ่มสมการ Transport สำหรับเทอม Length scale หรือ ปริมาณ Turbulent อื่นๆ เพื่อช่วยในการหาผลเฉลย

ในบรรดาแบบจำลองที่สร้างจากแนวคิด Eddy-viscosity นั้น แบบจำลอง Two-equation นับได้ว่าเป็นแบบจำลองที่ได้รับความนิยมมากที่สุดในการประยุกต์ใช้ทางวิศวกรรม โดยแบบจำลอง Two-equation จะใช้เทอม Turbulent scale 2 เทอม เพื่อสร้างเป็นสมการของแบบจำลอง โดยที่แนวคิดการสร้างแบบจำลองแบบนี้จะใช้ Boussinesq approximation ร่วมกับสมการ Turbulent kinetic energy (k) และ Auxiliary quantities เช่น Dissipation rate of turbulent kinetic energy (ε), Turbulence length scale (λ) และ Specific dissipation rate of turbulent kinetic energy (ω) เป็นต้น ดังตัวอย่างเช่น แบบจำลอง Standard $k - \varepsilon$ (Launder and Spalding [6]), Original $k - \omega$ (Wilcox [7]) และ $k - \tau$ (Speziale et al. [8]), แบบจำลอง Low-Reynolds-Number (LRN) Two-equation (LRN $k - \varepsilon$ (Launder and Spalding [6, 13]), LRN $k - \omega$ (Wilcox [10]) และ LRN $k - \tau$ (Speziale et al. [8]))

ในหัวข้อถัดไปจะนำเสนอรายละเอียดของแบบจำลอง 3 แบบหลัก คือ แบบจำลอง High-Reynolds number (แบบจำลอง High-Re) แบบจำลอง Low-Reynolds-number (แบบจำลอง LRN) และแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ส์ต่ำร่วมกับพจน์แก้ไขสเกลความยาว (BSL-LRN $k-\omega$ with LSC model) หรือแบบจำลอง BLL ซึ่งแต่ละส่วนมีเนื้อหาค่อนข้างมากจึงจะจัดให้เป็นหัวข้อหลักในการนำเสนอในงานวิทยานิพนธ์นี้ต่อไป

2.4 แบบจำลอง High-Reynolds number (แบบจำลอง High-Re)

ส่วนของแบบจำลอง High-Re ในที่นี้จะแสดงด้วยกัน 2 แบบ คือ แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และแบบจำลอง Standard $k-\omega$ ดังต่อไปนี้

2.4.1 แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$

สำหรับแบบจำลอง High-Reynolds-number (แบบจำลอง High-Re) แบบแรกที่ถูกเลือกนำมาเสนอในงานวิทยานิพนธ์นี้ คือ แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ของ Launder and Spalding [6] ซึ่งถือเป็นแบบจำลองที่ได้รับความนิยมในการนำมาศึกษาโดยผู้วิจัยจำนวนมาก จากผลการศึกษาที่ผ่านมา พบว่า แบบจำลองนี้สามารถทำนายปรากฏการณ์การไหลปั่นป่วน ซึ่งให้ความถูกต้องในระดับหนึ่ง โดยเฉพาะสามารถใช้ได้ดีในบริเวณ Freestream หรือบริเวณการไหลที่ห่างจากผนัง

1) สมการ Turbulent kinetic energy (TKE)

การจำลองสมการ Turbulent kinetic energy ถูกเสนอโดย Prandtl ในปี ค.ศ. 1945 (อ้างอิงใน [33]) ซึ่งเขาได้ประมาณค่า Characteristic velocity scale, v_{mix} สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนโดยให้ v_{mix} มีค่าประมาณ $\lambda_{\text{mix}} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|$ และได้กำหนดให้ค่า Turbulent kinetic energy ของ Turbulent fluctuation ต่อหนึ่งหน่วยมวล (k) มีความสัมพันธ์กับค่า Turbulent velocity fluctuation ดังนี้

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2}) \quad (2.12)$$

เราสามารถเขียน Eddy viscosity ในเทอมของความหนาแน่น (ρ), Turbulence length scale (λ) และ Turbulent kinetic energy ได้เป็น

$$\mu_t = \text{Constant} \cdot \rho k^{\frac{1}{2}} \lambda \quad (2.13)$$

การหาค่า k มาแทนลงในสมการ (2.13) ทำได้โดยอาศัยเทอม Reynolds stress tensor ซึ่งจัดอยู่ในรูป

$$R_{ii} = -\overline{\rho u'_i u'_i} = -2\rho k \quad (2.14)$$

จากสมการ (2.14) จะเห็นได้ว่า ถ้าค่า Reynolds stress tensor แปรผันตามค่า Kinetic energy ต่อหน่วยปริมาตรของ Turbulent fluctuation แล้ว จะได้ว่าค่า k ที่ถูกต้องควรเรียกว่า Specific turbulent kinetic energy แต่บางครั้งเราอาจเรียกว่า Turbulent kinetic energy ใดๆก็ได้ และสมการ Reynolds stress สามารถแสดงได้ดังสมการ (2.15)

$$\bar{u}_k \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} = -R_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - R_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} + \varepsilon_{ij} - \Pi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_k} + C_{ijk} \right] \quad (2.15)$$

เมื่อแทน R_{ij} จากสมการ (2.14) ลงในสมการ (2.15) แล้วจัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{R_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{(2)} + \underbrace{\rho \varepsilon}_{(3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]}_{(4)} - \underbrace{\frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_i u'_j}}_{(5)} - \underbrace{\overline{p' u'_j}}_{(6)} \quad (2.16)$$

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

เมื่อค่า ε คือ Dissipation ต่อหนึ่งหน่วยมวล ซึ่งสามารถนิยามโดยความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} \quad (2.17)$$

เทอมต่าง ๆ ในสมการ (2.16) แสดงถึงกระบวนการทางกายภาพที่เกิดจากการเคลื่อนที่แบบปั่นป่วนในการไหล ดังนี้

เทอมที่ 1 คือ เทอมการพา (Convection) ซึ่งบอกถึงการเปลี่ยนแปลงของค่า k ตามการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหล (Fluid particle)

เทอมที่ 2 คือ เทอม Production ซึ่งแทนอัตราการส่งถ่ายด้วยพลังงานจลน์จาก Mean flow ไปยัง Turbulent flow ซึ่งเขียนได้เป็น $R_{ij} \bar{s}_{ij}$

เทอมที่ 3 คือ เทอม Dissipation แสดงถึงอัตราการเปลี่ยนแปลง Turbulent kinetic energy ไปเป็น Thermal internal energy

เทอมที่ 4 คือ เทอม Molecular diffusion แสดงถึงค่า Diffusion turbulence ซึ่งเกิดจากกระบวนการส่งถ่ายโมเลกุลของของไหลในธรรมชาติ

เทอมที่ 5 คือ เทอม Turbulent transport แสดงถึงอัตราการถ่ายเท Turbulent energy คู่ของไหลโดย Turbulent fluctuation

เทอมที่ 6 คือ เทอมการแพร่ความดัน (Pressure diffusion) แสดงถึงการถ่ายเท Turbulence ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างความดันกับความผันผวนกับ Velocity fluctuation

สมการ (2.16) จะสามารถหาผลเฉลยได้ก็ต่อเมื่อเราทราบค่า Reynolds stress tensor, Turbulent transport, Pressure diffusion และ Dissipation ซึ่งหาได้ดังนี้

สำหรับเทอม Reynolds stress tensor เราใช้การประมาณด้วย Boussinesq approximation ซึ่งในการประมาณแบบนี้ กำหนดให้ Kinetic Reynolds stress มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับค่า Mean strain rate tensor (\bar{s}_{ij}) ดังต่อไปนี้ [33]

$$R_{ij} = -\frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} + 2\mu_t\bar{s}_{ij} \quad (2.18)$$

เมื่อ \bar{s}_{ij} คือ Mean strain rate tensor ซึ่งหาได้จาก $\bar{s}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i}\right)$

μ_t คือ Turbulent kinetic viscosity ซึ่งถูกกำหนดโดย

$$\mu_t = C_\mu\rho\frac{k^2}{\varepsilon} \text{ และ } C_\mu = 0.09$$

δ_{ij} คือ Kronecker delta function ซึ่งนิยามโดย

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & ; i \neq j \\ 1 & ; i = j \end{cases} \quad (2.19)$$

เทอม Turbulent transport และ Pressure diffusion ได้มาจากข้อมูลการทดลอง โดย Mansour et al. [34] ดังต่อไปนี้

$$\frac{1}{2}\overline{\rho u'_i u'_i u'_j} + \overline{p' u'_j} = -\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (2.20)$$

เมื่อ σ_k คือ Prandtl-Schmidt number ซึ่งมีค่าประมาณ 1.0

เทอม Dissipation ถูกจัดอยู่ในรูปความสัมพันธ์ของ Turbulent kinetic energy (k) กับ Turbulence length scale (λ) ซึ่งเสนอโดย Taylor ในปี ค.ศ. 1935 (อ้างอิงใน [35]) คือ

$$\varepsilon \approx k^{\frac{3}{2}} / \lambda \quad (2.21)$$

เมื่อรวมสมการ (2.16) - (2.21) เข้าด้วยกันแล้ว เราจะได้สมการ Turbulent kinetic energy (TKE) ดังนี้

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = G - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.22)$$

เมื่อ G คือ Rate of turbulent energy production ซึ่งคำนวณได้จาก

$$G = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.23)$$

2) สมการ Dissipation rate (ε)

การพิสูจน์หาสมการ Dissipation rate (ε) ไม่สามารถทำได้ง่ายนัก แต่สามารถคำนวณโดยใช้ความคล้ายคลึงทางมิติที่สอดคล้องกัน (Dimensionally consistent analogy) กับสมการ TKE ดังนั้นจึงกำหนดให้ ε สามารถอธิบายในรูปของ Turbulent kinetic energy และ Turbulence length scale ดังนี้

$$\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L} \quad (2.24)$$

เมื่อ L มีความสัมพันธ์กับค่า λ_m โดย $L = C_\mu^{-0.75} \lambda_m$ และ λ_m คือ Prandtl mixing length ซึ่งนิยามจาก $\lambda_m = \max[\kappa y, \lambda \delta]$ (โดยที่ δ คือ Boundary layer thickness, κ คือ Von Kármán constant ($\kappa = 0.41$) และ λ คือ ค่าคงที่ ($\lambda = 0.09$))

ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ ε ได้เป็น

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \quad \text{และ} \quad \mu_t = \rho \kappa u_\tau y$$

เมื่อ u_τ คือ Friction velocity จากนั้น แทนค่า ε และ μ_t จากความสัมพันธ์ของสมการข้างบน ลงในสมการ ε จะได้

$$\kappa^2 = (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}) \sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu} \quad (2.29)$$

ดังนั้นค่าคงที่สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน $k - \varepsilon$ เมื่อ Re มีค่าสูงๆ [13] คือ

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad \text{และ} \quad C_{\varepsilon 2} = 1.83$$

4) สมมติฐานและข้อจำกัดของแบบจำลอง Standard $k - \varepsilon$

ผลจากการใช้ Wall function ในการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนนั้น มีงานวิจัยจำนวนมากได้กล่าวถึงข้อบกพร่องของแบบจำลอง Standard $k - \varepsilon$ ซึ่งสามารถศึกษารายละเอียดได้จากงานวิจัยของ Patel et al. ปี ค.ศ.1984, Chen and Patel ปี ค.ศ.1988 และ So et al. ปี ค.ศ. 1991 เป็นต้น (อ้างอิงใน [33])

เราอาจจะสรุปข้อบกพร่องของแบบจำลอง Standard $k - \varepsilon$ อันมีสาเหตุเนื่องมาจากการสร้างสมการและสมมติฐานของแบบจำลอง ดังต่อไปนี้

ข้อ 1 อันดับของ Magnitude argument ที่ใช้ในการวิเคราะห์มิติ

ข้อ 2 การละทิ้ง Molecular diffusion

ข้อ 3 การตั้งสมมติฐานว่า เทอม Pressure diffusion มีค่าน้อยกว่า เทอม Turbulent transport อย่างมาก สำหรับสมการ k และ ε

ข้อ 4 การใช้ Wall function สำหรับประมาณค่าระหว่าง Out flow และ Wall boundary

ข้อ 5 การตั้งสมมติฐานว่า เทอม Isotropic turbulence สามารถละทิ้งได้ในบริเวณ Near-wall เมื่อ $\overline{u_1^2} \neq \overline{u_2^2} \neq \overline{u_3^2}$

2.4.2 แบบจำลอง Standard $k - \omega$

Wilcox [7] ได้พัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วน $k - \omega$ ขึ้น ในที่นี้จะเรียกว่า “Original $k - \omega$ ” โดยคาดว่าจะสามารถใช้ในการอธิบายถึงคุณลักษณะของปรากฏการณ์การไหลหมุนวน (Recirculating flow phenomena) ได้ เนื่องจากสมการ Specific dissipation rate of TKE (ω) สามารถให้ผลเฉลยที่เสมือนว่าค่า Turbulent kinetic energy มีค่าเข้าใกล้ศูนย์และไม่

ต้องใช้ Damping function ในการคำนวณบริเวณ Viscous sub-layer [16] นอกจากนั้น จุดแข็งอีกอย่างหนึ่งของแบบจำลอง $k-\omega$ คือ การกำหนดรูปแบบใน Viscous sub-layer ได้ง่ายและสามารถใช้เงื่อนไขขอบแบบ Dirichlet ได้โดยตรง เป็นผลทำให้เกิดเสถียรภาพเชิงตัวเลข [18] จากผลการศึกษาที่ผ่านมา แสดงให้เห็นว่า เมื่อนำแบบจำลองนี้ไปประยุกต์ใช้กับงานทางวิศวกรรมต่างๆ ไป จะได้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำสูงกว่าแบบจำลอง Two-equation แบบอื่นๆ สำหรับการทำนายการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient และการไหลที่เกิดการแยก (Separated flows) ซึ่งประสิทธิภาพของแบบจำลอง $k-\omega$ นี้ ได้ถูกแสดงไว้ในงานวิจัยของผู้วิจัยหลายท่าน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

Menter [18] พบว่าแบบจำลอง Original $k-\omega$ สามารถใช้ภายใต้เงื่อนไขแบบ Adverse pressure-gradient ได้ดีกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ แต่แบบจำลอง $k-\omega$ จะมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงมากกว่า ในการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient อย่างมาก

Menter [37] ได้นำแบบจำลอง Original $k-\omega$ มาใช้ร่วมกับแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และถูกเรียกใหม่ว่า “แบบจำลอง BSL (Baseline model)” สำหรับการทำนายการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient พบว่า แบบจำลอง BSL ให้ผลการคำนวณเช่นเดียวกับแบบจำลอง Original $k-\omega$ แต่แบบจำลอง BSL สามารถลดผลกระทบใน Freestream ลงได้

Patel and Yoon [38] ใช้แบบจำลอง Original $k-\omega$ เพื่อทำนายการไหลแบบแยกตัวผ่านผิวหยาบ (Rough surface) พบว่าแบบจำลองให้ผลการทำนายที่มีความแม่นยำในระดับที่ดี

Abi et al. [39] ใช้แบบจำลอง Original $k-\omega$ ร่วมกับแบบจำลอง Explicit algebraic stress สำหรับทำนายการไหลแบบหมุนวน ซึ่งผลจากแบบจำลองมีความสอดคล้องดีกับผลการทดลอง

Lersson [40] ประยุกต์แบบจำลอง Original $k-\omega$ สำหรับการทำนายการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนของใบพัดกังหัน พบว่าแบบจำลอง Original $k-\omega$ ให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลอง $k-\varepsilon$

จากตัวอย่างการศึกษาข้างต้นจะเห็นได้ว่า แบบจำลอง $k-\omega$ นี้จัดเป็นแบบจำลอง Two-equation ที่ได้รับความสนใจศึกษาอีกแบบหนึ่ง โดยถูกเสนอครั้งแรกโดย Kolmogorov

ในปี 1942 และถูกปรับปรุงขยายผลอีกครั้งโดย Saffman ในปี 1970 และยังมีผู้ให้ความสนใจศึกษาอีกหลายคน (รายละเอียดอยู่ใน Wilcox [15]) เช่น Launder and Spalding ในปี 1972 และ Wilcox et al. (Wilcox and Alber ในปี 1972, Saffman and Wilcox ในปี 1974, Wilcox and Traci ในปี 1976, Wilcox and Rubesin ในปี 1980 และ Wilcox ในปี 1988) เป็นต้น

1) สมการ Turbulent kinetic energy (TKE)

สมการ TKE ที่ใช้ในแบบจำลอง $k-\omega$ หาได้โดยอาศัยสมการ TKE ที่ใช้ในแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ร่วมกับความสัมพันธ์ $\varepsilon = \beta\omega k$ (เมื่อ β คือ ค่าคงที่ของแบบจำลองมีค่าเท่ากับ 3/40) ทำให้ได้สมการ TKE คือ

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = R_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.30)$$

2) สมการ Specific dissipation rate (ω)

Wilcox [15] ให้คำจำกัดความของ Specific dissipation rate (ω) คือ อัตราการสูญเสียของพลังงานต่อหน่วยปริมาตรและหน่วยเวลา ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\omega \approx k^{1/2} / \lambda \quad (2.31)$$

เมื่อ λ คือ Turbulence length scale ซึ่งกำหนดให้เท่ากับ $\frac{C_\mu k^{3/2}}{\varepsilon}$

เราสามารถนิยามสมการ ω โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง ε และ k ดังนี้

$$\omega \equiv \frac{\varepsilon}{k} \quad (2.32)$$

สมการของแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\omega$ สามารถหาได้จากการแปลงรูปสมการของแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ โดยเริ่มต้นจากการแทนค่า ω จากสมการ (2.32) ลงในสมการ TKE (สมการ (2.22)) และ สมการ Dissipation (สมการ (2.25)) จะได้

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{1}{k} \frac{D\varepsilon}{Dt} - \frac{\omega}{k} \frac{Dk}{Dt} \quad (2.33)$$

โดยที่ สมการ TKE และสมการ ε ซึ่งจัดอยู่ในรูป Total derivative คือ

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \varepsilon + \Pi_k + D_k^T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (2.34)$$

และ

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = P_\varepsilon - \Phi_\varepsilon + \Pi_\varepsilon + D_\varepsilon^T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (2.35)$$

แทนสมการ (2.34) และ (2.35) ลงในสมการ (2.33) และพิจารณาการไหลภายใต้สถานะอยู่ตัว จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = & \left(\frac{P_\varepsilon}{k} - \frac{\omega P}{k} \right) + \left(\frac{\Phi_\varepsilon}{k} - \frac{\omega}{k} \varepsilon \right) + \left(\rho \omega^2 - \frac{\Pi_\varepsilon}{k} \right) \\ & + \left(\frac{\omega D_\omega^T}{k} - \frac{D_\varepsilon^T}{k} \right) + \left(\mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{2\mu}{k} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

จัดรูปสมการ (2.36) ใหม่ จะได้

$$\frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \underbrace{P_\omega}_{(1)} - \underbrace{\Phi_\omega}_{(2)} + \underbrace{\Pi_\omega}_{(3)} + \underbrace{D_\omega^T}_{(4)} + \underbrace{D_\omega^V}_{(6)} \quad (2.37)$$

ซึ่งความหมายของเทอมต่าง ๆ ในสมการ (2.36) คือ

เทอมที่ 1 คือ เทอมการพา

เทอมที่ 2 คือ เทอม Production ของ ω

เทอมที่ 3 คือ เทอม Destruction ของ ω

เทอมที่ 4 คือ เทอมการแพร่ของความดัน

เทอมที่ 5 คือ เทอมการแพร่ของความปั่นป่วน (Turbulent diffusion)

เทอมที่ 6 คือ เทอม Viscous diffusion

ดังนั้นสมการ ω ซึ่งพัฒนาโดย Bredberg et al. [35] สามารถหาได้จากสมการ

$$D_\omega^T = \left(\frac{\omega D_\omega^T}{k} - \frac{D_\varepsilon^T}{k} \right) = \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + C_\omega \frac{\mu_t}{k} \left(\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \right] \quad (2.38)$$

เมื่อพิจารณาบริเวณใกล้ผนังและละทิ้งผลจากเทอม Viscous diffusion เราจะได้

$$\mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial^2 y} + \frac{2\mu}{k} \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial k}{\partial y} - \beta \rho \omega^2 = 0 \quad (2.39)$$

จากสมการ (2.38) และ (2.39) จึงทำให้สมการ ω ลดรูปได้เป็น

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (2.40)$$

ในการไหลแบบปั่นป่วนนั้น บริเวณใกล้ผนังจะมีผลของความหนืดและ Turbulence ซึ่งเป็นอิทธิพลที่สำคัญต่อการไหล โดยที่ค่าความเร็วจะขึ้นอยู่กับการ Boundary layer ซึ่งในที่นี้การคำนวณค่าความเร็วที่บริเวณใกล้ผนังจะใช้วิธี Wall function สำหรับรายละเอียดจะได้กล่าวถึงต่อไปในหัวข้อ “เงื่อนไขขอบ” ในบทที่ 3

3) ค่าคงที่ของแบบจำลอง $k - \omega$

ในบริเวณใกล้ผนังนั้นเมื่อเราใช้ความสัมพันธ์และข้อสมมติที่ว่าเทอม Production เท่ากับเทอม Dissipation ของ Turbulent kinetic energy เราจะได้

$$\sqrt{\alpha^* \beta^*} = \frac{u_\tau^2}{k} = -\frac{\overline{u'v'}}{k} \quad (2.41)$$

จากข้อมูลผลการทดลอง (อ้างอิงใน [41]) $u_\tau^2 / k \approx 0.3$ จึงได้

$$\alpha^* \beta^* = 0.09 \quad (2.42)$$

เมื่อพิจารณาภายใต้เงื่อนไขของ Decaying homogeneous และ Isotropic turbulence สมการ ω (สมการ (2.40)) จะกลายเป็น

$$\frac{dk}{dx} = -\beta^* \omega k \quad \text{และ} \quad \frac{d\omega}{dx} = -\beta \omega^2 \quad (2.43)$$

จากนั้นใช้ความสัมพันธ์ $k = x^{-\beta^*/\beta}$ โดยที่ $\beta^*/\beta \approx 1.00-1.25$ (ค่า β^*/β สามารถหาได้จากข้อมูลการทดลอง (อ้างอิงใน [41])) ดังนั้น

$$\alpha = \frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_\omega \sqrt{\alpha^* \beta^*}} \quad (2.44)$$

ซึ่งสามารถสรุปค่าคงที่ซึ่งใช้ในแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\omega$ ได้ดังนี้

$$\alpha^* = 1.0, \alpha = 5/9, \beta^* = 9/100, \beta = 3/40, \sigma_\omega = 2.0 \text{ และ } \sigma_k = 2.0$$

2.5 แบบจำลอง Low-Reynolds-Number (แบบจำลอง LRN)

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วแบบจำลองแบบ Two-equation ที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ แบบจำลอง High-Re ที่ใช้ Wall function (แบบจำลองของ Launder and Spalding [13]) แต่จากผลการศึกษาที่ผ่านมา พบว่า แบบจำลองนี้ยังไม่สามารถคำนวณการไหลได้ครอบคลุมทั้งโดเมนโดยเฉพาะการไหลแบบปั่นป่วนบริเวณใกล้ผนัง จากผลงานวิจัยที่ผ่านมา แบบจำลองนี้ได้ถูกกล่าวถึงความบกพร่องของการใช้ Wall function (ดูรายละเอียดได้จาก หัวข้อ 2.4.1) ทำให้มีการพัฒนาแบบจำลองที่มีความถูกต้องขึ้นใหม่ คือ แบบจำลอง Near-wall Low-Reynolds-number (แบบจำลอง LRN) โดยที่แบบจำลอง LRN ได้รับการปรับปรุงเพื่อให้สามารถทำนายพฤติกรรมการไหลในบริเวณใกล้ผนังได้ถูกต้อง ซึ่งมีแนวคิดเริ่มต้นว่าจะทำการอินทิเกรตสมการโดยตรงให้ลงไป Sublayer และลึกลงไปถึงผนังที่สามารถใช้เงื่อนไขผนังจริง (Real wall condition) ได้ ที่ต้องดำเนินการเช่นนี้ก็เพื่อจะหลีกเลี่ยงข้อจำกัดที่เป็นสาเหตุของข้อบกพร่องของการใช้ Wall function

หลักการทั่วไปของแบบจำลอง LRN

แบบจำลอง LRN โดยทั่วไปจะพัฒนามาจากแบบจำลองแบบ High-Re ด้วยการนำเทอม Viscosity-dependent มาใช้ และ/หรือ ด้วยการทำให้สัมประสิทธิ์ของเทอมที่มีอยู่เดิมเป็นฟังก์ชันของ Turbulent Reynolds number รวมถึงการไม่ใช้ Wall function อีกด้วย

แบบจำลองที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ คือ แบบจำลอง LRN ซึ่งเป็นแบบจำลองที่พัฒนา Damping function ใหม่ขึ้นมาจากแบบจำลอง High-Re ทำให้ได้แบบจำลองใหม่ที่มีเทอมต่างๆ หลายเทอมเพิ่มขึ้นในสมการ Turbulent transport ที่ทำให้แบบจำลองสามารถอธิบายคุณสมบัติทางกายภาพของ Turbulent properties บริเวณใกล้ผนังได้ หลักการง่ายๆ ในการสร้างแบบจำลอง LRN คือ การลด Near-wall eddy viscosity ในทิศทางที่จะทำให้ผลของ Viscous

เพิ่มขึ้นมากกว่า (Viscous effect increasingly dominant over) หรือเทียบเท่ากับค่า Eddy viscosity ในแบบจำลองที่หาได้โดยการอินทิเกรตจนถึงผิวของผนัง ด้วยเหตุผลดังกล่าวจะทำให้ค่า Kinetic energy และ Dissipation บริเวณใกล้ผนัง ได้รับการปรับปรุงด้วยการลดหรือเพิ่มของค่า Production และ Dissipation หรือ Destruction ซึ่งเป็นไปตามสมการ Turbulent transport ที่ควรจะเป็น

ข้อจำกัด Near-wall Asymptotic (Near-wall Asymptotic Limiting)

การกำหนดสมการในแบบจำลอง Two-equation ที่ถูกต้องเพื่อใช้อธิบายพฤติกรรมการไหลบริเวณใกล้ผนัง สามารถทำได้ด้วยการพิจารณาถึงข้อจำกัดพฤติกรรมของ Velocities fluctuating (Limiting behavior of velocities fluctuating) ในบริเวณใกล้กับผนังเพื่อหาค่าปริมาณต่างๆ ในการไหลแบบปั่นป่วนที่ถูกต้อง เช่น Turbulent kinetic energy, Dissipation rate, Reynolds stresses และ Heat fluxes การจำลองปริมาณต่างๆ ในสมการของแบบจำลองนั้นจะใช้คุณสมบัติ Asymptotic เพื่อแสดงค่าแม่นยำของค่าต่างๆ การวิเคราะห์ด้วย Asymptotic ในบริเวณใกล้ผนังจะใช้ Taylor series expansion สำหรับค่า Turbulent fluctuation ดังนี้

$$u' = a_1 y + a_2 y^2 + \dots$$

$$v' = b_2 y^2 + b_3 y^3 + \dots$$

$$p' = d_0 + d_1 y + d_2 y^2 + \dots$$

$$T' = e_1 y + e_2 y^2 + \dots$$

เมื่อ y คือ ระยะตั้งฉากถึงผนัง (Normal distance to a wall)

สำหรับปริมาณ Turbulent ต่างๆ ในแบบจำลอง สามารถพิจารณาด้วยนิยามเดียวกับข้างต้นจะได้

$$k \propto y^2 \text{ และ } \varepsilon \propto y^0$$

พิจารณาเมื่อ $y \rightarrow 0$ จะได้

$$\omega \propto 1/y^2 \text{ และ } \text{Re}_T \propto y^4$$

ส่วนเทอมอื่นๆ สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน เช่น Reynolds stresses, Heat fluxes, Production, Turbulent diffusion ต่างๆ ก็สามารถเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของ y ได้เช่นกัน

2.5.1 แบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$

แบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ ถูกเสนอครั้งแรกโดย Launder and Sharma [42] โดยพัฒนามาจากแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ซึ่งได้ใช้ Turbulence correlations หาสมการของแบบจำลองขึ้นมาใหม่ ดังแสดงในสมการ (2.45) และ (2.46) จะเห็นได้ว่ามีเทอมที่เพิ่มขึ้นมาใหม่ได้แก่ เทอม $\bar{\varepsilon}$, E และ Damping function (f_1, f_2) ซึ่งจะได้สมการของแบบจำลองที่ถูกสร้างจาก Boussinesq approximation ดังต่อไปนี้

1) สมการ TKE (k)

$$\rho \bar{u}_i \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \bar{\varepsilon} \quad (2.45)$$

2) สมการ ε

$$\rho \bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + f_1 C_1 \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho f_2 C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} + E \quad (2.46)$$

โดยที่ $\mu_t = \rho f_\mu C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon + D$, $Re_T = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}$ และ $Re_y = \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu}$

เมื่อ C_μ , C_1 , C_2 , σ_k และ σ_ε คือค่าคงที่ของแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ค่า Damping functions f_μ , f_1 และ f_2 และ เทอม D และ E เป็นเทอมที่ทำให้แบบจำลอง Low-Reynolds-Number เหมาะสมกับการจำลองการไหลบริเวณใกล้ผนัง

การพัฒนาแบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ ได้มีผู้วิจัยจำนวนมากที่สนใจ ตัวอย่างเช่น Lam and Bremhorst [43], Chien [44], Nagano and Hishida [45], Myong and Kasagi [46], Nagano and Tagawa [47], Abid [48], Abe et al. [20], Chang et al. [49], Hsieh and Chang [50] และ Craft et al. [51] เป็นต้น ในที่นี้จะแสดงตัวอย่างของแบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ ดังสรุปในตารางที่ 2.1 และ 2.2

ตารางที่ 2.1 ค่าคงที่และค่าฟังก์ชันของแบบจำลอง

Model	D	E	$\varepsilon_w - B.C.$	C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ε
AB	0	0	$\varepsilon_w = \nu \left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \right)$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
LB	0	0	$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right)_w = 0$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
LS	$2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$	$2\mu v_i \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$	0	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
AKN	0	0	$\varepsilon_w = \nu \left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \right)$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
CHC	0	0	$\varepsilon_w = \nu \left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \right)$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

หมายเหตุ : AB model ของ Abid [48], LB model ของ Lam and Bremhorst [43], LS model ของ Launder and Sharma [42], AKN model ของ Abe et al. [20] และ CHC model ของ Chang et al. [49]

ตารางที่ 2.2 ค่า Damping function ของแบบจำลอง

Model	f_μ	f_1	f_2
AB	$\tanh(0.008 Re_y) (1 + 4 Re_T^{-3/4})$	1.0	$[1 - 2/9 \exp(-Re_T^2)/36]^2$
LB	$[1 - \exp(-0.0165 Re_T)]^2$	$1 + (0.005 / f_\mu)^3$	$1 - \exp(-Re_T^2)$
LS	$\exp[-3.4 / (1 + Re_T / 50)^2]$	1.0	$1 - 0.3 \exp(-Re_T^2)$
AKN	$\{1 + 5.0 / Re_T^{3/4} \exp[-(Re_T / 200)^2]\}$	1.0	$1 - 0.3 \exp[-(Re_T / 6.5)^2]$
CHC	$[1 - \exp(-0.0215 Re_y)]^2 (1 + 31.66 / Re_T^{5/4})$	1.0	$1 - 0.01 \exp(-Re_T^2)$

ดังตัวอย่างของแบบจำลอง LRN ข้างต้น จะเห็นได้ว่า แบบจำลอง LRN เกือบทั้งหมดนั้นถูกพัฒนามาจากแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ซึ่งข้อบกพร่องที่สำคัญของแบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ คือ ความไม่แน่นอนในการระบุค่า ε ที่บริเวณผนัง (Peng et al. [14]) ดังนั้นจึงมีผู้เสนอให้นำเอาแบบจำลอง $k-\omega$ มาพัฒนาเป็นแบบจำลอง Low-Reynolds-Number $k-\omega$ เช่น แบบจำลอง LRN $k-\omega$ โดย Wilcox [10] ได้พัฒนามาจากแบบจำลอง High-Re $k-\omega$ (Wilcox [15]) ต่อมา Peng et al. [16] ได้นำแบบจำลอง LRN $k-\omega$ (Wilcox [10]) มาปรับปรุงเพื่อใช้กับปัญหาการไหลแบบหมุนวน และ Peng and Davidson [17] ปรับปรุงแบบจำลอง LRN $k-\omega$ ของ Peng et al. [16] มาใช้กับปัญหาการไหลแบบลอยตัว (Turbulent buoyant flows) จากผลการวิจัยที่ผ่านมาของแบบจำลอง LRN $k-\omega$ พบว่า แบบจำลองนี้ให้ผลการทำนายปรากฏการณ์การไหลที่ดีกว่าแบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$

เงื่อนไขผนังของแบบจำลอง LRN (Wall conditions of LRN model)

สำหรับเงื่อนไขผนังที่ใช้ในแบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ ก็คือ เงื่อนไขแบบ No slip ซึ่งจะใช้กับทั้งการคำนวณค่าความเร็วเฉลี่ยและค่า Turbulent kinetic energy (k) ส่วนการคำนวณค่า ε ที่บริเวณผนังสามารถหาได้โดยการพิจารณาสมการ Dissipation rate of TKE (ε) เมื่อเราพิจารณาสมการการไหลใน 2 มิติและสถานะอยู่ตัว (สมการ (2.46)) ที่บริเวณผนังอาจจะถือได้ว่าค่า u และ v มีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งจะทำให้เทอมทางซ้ายของสมการ (2.46) มีค่าเป็นศูนย์ และเมื่อบริเวณนั้นอยู่ใกล้กับผนังมากๆ เราจะได้ค่า Turbulent viscosity (μ_t) หรือ Kinetic viscosity (ν_t) มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับค่า Molecular viscosity (μ) หรือ (ν) ทำให้เราได้เงื่อนไขผนังสำหรับสมการ Dissipation ซึ่งจะประมาณค่า ε ที่ผนังได้จาก

$$\varepsilon_{w0} = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \quad (2.47)$$

2.5.2 แบบจำลอง LRN $k-\omega$

ในงานวิทยานิพนธ์นี้จะเลือกใช้แบบจำลอง LRN $k-\omega$ ของ Wilcox [10] โดยที่รูปแบบของสมการในแบบจำลอง LRN $k-\omega$ นี้ ได้รับการพัฒนามาจากแบบจำลอง High-Re $k-\omega$ (Wilcox [15]) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

1) สมการ TKE

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - c_k f_k \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.48)$$

2) สมการ ω

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = c_{\omega 1} f_{\omega} \frac{\omega}{k} P_k - c_{\omega 2} \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (2.49)$$

เมื่อ P_k คือ Production of turbulence energy และสำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ เทอมดังกล่าวสามารถหาได้จาก

$$P_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad \text{โดย } \mu_t = C_{\mu} f_{\mu} \frac{\rho k}{\omega}$$

ค่าคงที่ซึ่งใช้ในแบบจำลองความปั่นป่วน LRN $k - \omega$ แสดงได้ดังนี้

$$C_\mu = 1, c_k = 0.09, c_{\omega 1} = 0.56, c_{\omega 2} = 0.075, \sigma_\omega = 2 \text{ และ } \sigma_k = 2$$

และ Damping function หาได้จาก

$$f_\mu = (0.025 + \text{Re}_T / 6) (1 + \text{Re}_T / 6)^{-1} \quad (2.50)$$

$$f_k = [0.287 + (\text{Re}_T / 8)^4] [(1 + \text{Re}_T / 8)^4]^{-1} \quad (2.51)$$

$$f_\omega = (0.1 + \text{Re}_T / 2.7) [(1 + \text{Re}_T / 2.7) f_\mu]^{-1} \quad (2.52)$$

เมื่อ Re_T คือ Turbulent Reynolds number, $\text{Re}_T = \rho k / \omega \mu$

จากสมการ (2.50) – (2.52) จะเห็นได้ว่า ค่าของ Damping function ของแบบจำลองขึ้นกับค่า Turbulent Reynolds number เพียงเทอมเดียวเท่านั้น ซึ่งแบบจำลอง LRN เดิม จะใช้เทอม Proximity dependent อื่นๆ เช่น y^+ , Re_y , Re_ε เป็นต้น

2.6 แบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์นัมเบอร์ต่ำร่วมกับพจน์แก้ไขสเกลความยาวหรือแบบจำลอง BLL (BSL-LRN $k - \omega$ with LSC model or BLL model)

แนวคิดของแบบจำลอง Baseline ถูกพัฒนาขึ้นด้วยแนวคิดที่คล้ายกับแนวคิดของแบบจำลอง Two-Layer (ใช้วิธีแบ่งการคำนวณออกเป็น 2 บริเวณ คือ บริเวณใกล้ผนังจะใช้แบบจำลอง One-equation แต่ในบริเวณห่างจากผนังจะใช้แบบจำลอง Two-equation) ซึ่งแบบจำลอง Baseline ของ Menter [18, 37] จะใช้แนวคิดในการรวมข้อดีของแบบจำลองความปั่นป่วน 2 แบบเข้าด้วยกัน โดยจะใช้แบบจำลอง High-Re $k - \omega$ ของ Wilcox (Wilcox $k - \omega$) ในบริเวณใกล้ผนัง โดยที่สามารถให้ผลการทำนายที่ดีในบริเวณใกล้ผนังและบริเวณที่เกิด Adverse pressure-gradient แต่บริเวณที่ห่างจากผนังนั้นแบบจำลอง Wilcox $k - \omega$ จะมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงอย่างมาก (High sensitivity) จึงเลือกแบบจำลอง High-Re $k - \varepsilon$ ซึ่งสามารถทำนายการไหลแบบปั่นป่วนในสนามการไหลอิสระ (Freestream) ของบริเวณส่วนนอกของ Boundary-layer ได้ดีกว่ามาใช้แทน แล้วแปลงแบบจำลอง High-Re $k - \varepsilon$ ให้อยู่ในรูปของแบบจำลอง $k - \omega$ โดยจะมีเทอมที่เพิ่มขึ้นในสมการ ω คือ เทอม Cross-diffusion แต่ในงานวิทยานิพนธ์นี้จะใช้พจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length scale correction term) มาแทนเทอม Cross-diffusion (จะแสดงรายละเอียดการหาพจน์แก้ไขสเกลความยาวในส่วนต่อไป)

Menter [18, 37] ทำการศึกษาพัฒนาแบบจำลอง Zonal Baseline (BSL) โดยแบ่งการคำนวณออกเป็น 2 บริเวณ คือ บริเวณด้านในของ Boundary layer (Inner region) ใช้แบบจำลอง High-Re $k-\omega$ ของ Wilcox [15] และบริเวณด้านนอก (ประมาณ 50% ของ Boundary layer (0.5δ)) ใช้แบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ของ Jones and Launder และปรับปรุง Model function (F_1) ขึ้นใหม่ ผลการศึกษาพบว่า สำหรับปัญหาที่ 1 Free shear-layer : แบบจำลอง BSL ให้ผลการทำนายที่ดีกว่าแบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox ในขณะที่ปัญหาที่ 2 การไหลผ่าน Backward facing step : แบบจำลอง BSL ให้ผลการทำนายที่มีความแม่นยำน้อยกว่าแบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox เล็กน้อย เมื่อเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งผลที่ได้นี้ยังมีความน่าสงสัยอยู่จึงต้องนำแบบจำลองไปตรวจสอบกับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นต่อไป สำหรับปัญหาที่ 3 NACA 4412 airfoil : มีประเด็นที่น่าสนใจมาก คือ แบบจำลอง $k-\omega$ ของ Wilcox ให้ความแม่นยำในการคำนวณต่ำกว่าแบบจำลอง $k-\varepsilon$ ของ Jones and Launder เนื่องจากความผิดพลาดในการคำนวณการไหลในกระแสอิสระ (Freestream) ของแบบจำลอง Original $k-\omega$ เอง

สำหรับในงานวิจัยนี้ จะเลือกใช้แบบจำลอง Low-Reynolds-Number $k-\omega$ ของ Wilcox [10] และแบบจำลอง Transformed $k-\varepsilon$ มาพัฒนาเป็นแบบจำลอง Baseline-Low-Reynolds $k-\omega$ with LSC (BLL model)

2.6.1 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง BLL (Baseline-Low-Reynolds $k-\omega$ with LSC term model)

การสร้างแบบจำลองใหม่สำหรับงานวิจัยนี้จะเริ่มต้นจากการจัดรูปสมการของแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ให้อยู่ในรูปเดียวกับแบบจำลอง $k-\omega$ ซึ่งแบบจำลองนี้จะเรียกว่าแบบจำลอง Transformed $k-\varepsilon$ (รายละเอียดอยู่ใน Jones and Launder [52])

แบบจำลอง Transformed $k-\varepsilon$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* f_{k2} \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_{k2}) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.53)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \gamma_2 f_{\omega 2} \frac{\omega}{k} P_k - \beta_2 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_{\omega 2}) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (2.54)$$

ในส่วน of แบบจำลอง LRN $k-\omega$ จะมีการเพิ่มพจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length scale correction term) โดยรวมเข้ากับสมการ ω ของแบบจำลอง LRN ในการที่จะนำ

พจน์ดังกล่าวมารวมเข้ากับสมการได้นั้น เราจะต้องพิจารณาสมการของแบบจำลองโดยนำเอาเทอมบางเทอมที่ถูกตัดทิ้งไปกลับมาพิจารณาด้วย ในที่นี้ก็คือ Source term ซึ่งแสดงสมการได้ดังต่อไปนี้

แบบจำลอง Two-equation สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ คือ

1) สมการ TKE

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] - \rho \varepsilon \quad (2.55)$$

2) สมการ Z (Turbulent scale)

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial Z}{\partial x_j} = \frac{Z}{k} \left(c_{z1} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - c_{z2} \frac{Z}{k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial Z}{\partial x_i} \right] - S_z \quad (2.56)$$

และเมื่อรวมพจน์แก้ไขสเกลความยาวเข้ากับแบบจำลอง LRN $k-\omega$ โดยอาศัยการเขียนสมการในรูปทั่วไป (ดังแสดงในสมการ (2.55) และ (2.56)) จะได้แบบจำลองที่เพิ่มพจน์พิเศษเข้าไปแล้วดังนี้

แบบจำลอง LRN $k-\omega$ model with LSC term

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* f_{k1} \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \mu_t \sigma_{k1} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \gamma_1 f_{\omega 1} \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \mu_t \sigma_{\omega 1} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] - \rho S_\omega \quad (2.58)$$

ต่อไปนี้จะแสดงการรวมแบบจำลองทั้งสองเข้าด้วยกัน โดยจะนำเทอม Blending function, F_b (รายละเอียดของเทอม Blending function อยู่ในหัวข้อถัดไป) คูณเข้ากับแบบจำลอง Transformed $k-\varepsilon$ (สมการ (2.53) และ (2.54)) และนำเทอม $(1 - F_b)$ คูณเข้ากับแบบจำลอง LRN $k-\omega$ model with LSC term (สมการ (2.57) และ (2.58)) แล้วนำสมการของแบบจำลองทั้งสองมารวมกัน จะได้แบบจำลองใหม่ ดังนี้

แบบจำลอง **Baseline-Low-Reynolds-Number $k-\omega$ model with LSC term**

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* f_k \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \gamma f_\omega \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] - S_\omega \rho (1 - F_b) \quad (2.60)$$

เมื่อ $\mu_t = \rho f_\mu k / \omega$ คือ Turbulent viscosity และ P_k คือเทอม Production of the turbulent kinetic energy ซึ่งสามารถหาได้จาก

$$P_k = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

และเมื่อนำแบบจำลองทั้งสองมารวมกันแล้ว จะต้องมีการพิสูจน์หาค่าคงที่ต่างๆ ของแบบจำลองใหม่ด้วย ในที่นี้ค่าคงที่ของแบบจำลองใหม่ที่เกิดขึ้นสามารถหาได้โดยการรวมค่าคงที่ของแบบจำลองทั้ง Transformed $k-\varepsilon$ และ LRN $k-\omega$ ดังต่อไปนี้

กำหนดให้	ϕ_1	แทน ค่าคงที่ของแบบจำลอง LRN $k-\omega$ ($\sigma_{k1}, f_{k1}, \dots$)
	ϕ_2	แทน ค่าคงที่ของแบบจำลอง Transformed $k-\varepsilon$ ($\sigma_{k2}, f_{k2}, \dots$)
	ϕ	แทน ค่าคงที่ของแบบจำลอง BLL (σ_k, f_k, \dots)
	F_b	แทน Blending function (แสดงรายละเอียดในหัวข้อถัดไป)

ความสัมพันธ์ ϕ สามารถเขียนให้อยู่ของ ϕ_1, ϕ_2 และ F_b คือ

$$\phi = (1 - F_b) \phi_1 + F_b \phi_2 \quad (2.61)$$

ดังนั้นจึงสามารถสรุปค่าคงที่ของแบบจำลองทั้งสอง ได้ดังนี้

Set 1 ϕ_1 (LRN $k-\omega$)

$$\beta^* = 0.09, f_{k1} = [0.278 + (\text{Re}_T/8)^4] [1 + (\text{Re}_T/8)^4]^{-1},$$

$$\sigma_{k1} = 0.5, \gamma_1 = 0.56, f_{\omega 1} = (0.1 + \text{Re}_T/2.7) [(1 + \text{Re}_T/2.7) f_\mu]^{-1},$$

$$\beta_1 = 0.075, \sigma_{\omega 1} = 2.0 \text{ และ } f_\mu = (0.025 + \text{Re}_T/6) (1 + \text{Re}_T/6)^{-1}$$

Set 2 ϕ_2 (High $k-\varepsilon$)

$$\beta^* = 0.09, f_{k2} = 1.0,$$

$$\sigma_{k2} = 1.0, \gamma_2 = 0.44, f_{\omega 2} = 1.0,$$

$$\beta_2 = 0.0828 \text{ และ } \sigma_{\omega 2} = 0.856$$

2.6.2 การควบคุมแบบจำลองด้วย Blending function (F_b)

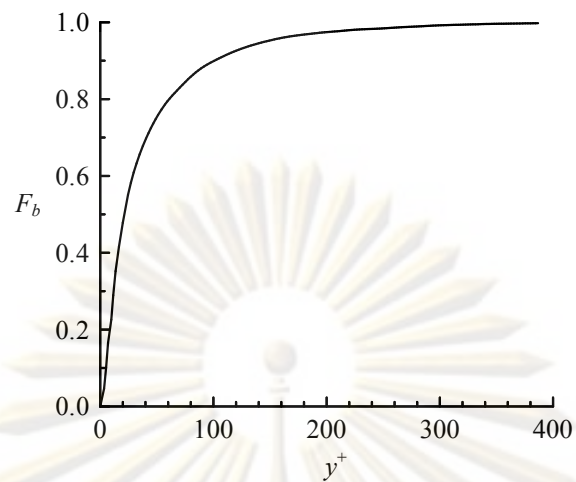
จะเห็นได้ว่า แบบจำลองใหม่ (BLL model) ที่เสนอในงานวิจัยนี้ เกิดจากการนำแบบจำลองความปั่นป่วน 2 แบบมารวมกัน อาจจะมีคำถามว่า ในแต่ละบริเวณที่แตกต่างกันจะเลือกใช้แบบจำลองไหน จากงานวิจัยที่ผ่านมาแบบจำลอง Baseline หรือ Two-Layer มักจะควบคุมโดยการแบ่งอย่างชัดเจนลงไปว่าบริเวณนี้จะใช้แบบจำลองนี้และบริเวณที่เหลือก็ใช้อีกแบบจำลองหนึ่ง เช่น กำหนดให้ y^* ($y^* = y_n \sqrt{k} / \nu$ เมื่อ y_n คือ ระยะตั้งฉากที่ใกล้กับผนังมากที่สุด) เป็นค่าที่ใช้ในการเลือกใช้แบบจำลอง โดยเมื่อ $y^* \leq 60$ จัดว่าเป็นบริเวณใกล้ผนังจะใช้แบบจำลอง LRN $k-\omega$ และเมื่อ $y^* > 60$ จะใช้แบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ (เป็นบริเวณห่างจากผนัง) เป็นต้น

แต่การควบคุมแบบจำลองของงานวิจัยนี้จะนำ Simple exponential function มาใช้เป็น Blending function ซึ่งจะควบคุมแบบจำลอง เพื่อให้แน่ใจว่าแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ถูกใช้ในบริเวณที่อยู่ห่างจากผนัง (Away from the wall) และจะเปลี่ยนมาใช้แบบจำลอง LRN เมื่อเป็นการไหลที่บริเวณใกล้กับผนัง (Near-wall region)

Blending function ที่ถูกเลือกมาใช้จะต้องสร้างความมั่นใจว่าจะเกิดพฤติกรรม Asymptotic consistency ขึ้นในบริเวณใกล้ผนัง โดยค่าของ Blending function จะถูกออกแบบให้มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ในบริเวณที่ใกล้ผนังและมีค่าประมาณหนึ่งเมื่อการไหลอยู่ในบริเวณที่ห่างจากผนัง (แสดงในรูปที่ 2.2) โดย Blending function ที่เลือกใช้นี้จะใช้ Blending function ของ Abe et al. [20] ดังแสดงในสมการ (2.62)

$$F_b = (1 - e^{-(y^*/14)})^2 (1 + 5 \text{Re}_t^{-0.75} e^{-(\text{Re}_t/200)^2}) \quad (2.62)$$

$$\text{เมื่อ } y^* = (\nu \omega k)^{0.25} y / \nu \text{ และ } \text{Re}_t = k / \omega \nu$$



รูปที่ 2.2 Blending function (F_b) ที่ y^+ ต่างๆ กัน

2.6.3 พจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length Scale Correction term, LSC term)

ในการไหลแบบแยกตัว พจน์ LSC เป็นที่ทราบกันดีว่าสามารถใช้เพิ่มประสิทธิภาพของแบบจำลองให้ดีขึ้นได้ Launder [53] ได้นำพจน์แก้ไขของ Yap (Yap correction นำเสนอโดย Yap [19]) เพิ่มเข้าไปในสมการ ε ของแบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ ซึ่งพจน์แก้ไขของ Yap ได้แสดงผลการคำนวณบริเวณ Stagnation ที่ดีขึ้น โดยที่พจน์แก้ไขของ Yap สามารถเขียนอยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$\rho S_\varepsilon = 0.83 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon \lambda_e} - 1 \right) \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon \lambda_e} \right)^2 \quad (2.63)$$

เมื่อ λ_e คือ Local equilibrium length scale, $\lambda_e = \kappa y_n / C_\mu^{3/4}$

y_n คือ ระยะทางตั้งฉากที่ใกล้ผนังที่สุด (Normal distance to the nearest wall)

ตัวอย่างของงานวิจัยที่นำพจน์แก้ไขของ Yap ไปใช้ เช่น Wang and Mujumdar [25] นำเสนอผลการคำนวณการไหลแบบ Impingement ด้วยแบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ ที่แตกต่างกัน 5 แบบจำลอง ซึ่งใช้พจน์แก้ไขของ Yap Wilcox [33] แสดงเทอม Cross-diffusion ของสมการ ε ซึ่งเขาสรุปว่าเทอมดังกล่าวให้ผลในบริเวณใกล้ผนังเช่นเดียวกับผลของพจน์แก้ไขของ Yap แต่ในงานวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ Turbulent length scale ($L_t = k^{1/2} / 0.09 \omega$) ประยุกต์เข้ากับแนวคิดของพจน์แก้ไขของ Yap ทำให้เราได้พจน์แก้ไขใหม่สำหรับสมการ ω ซึ่งจะเรียกว่า “Length Scale Correction for ω หรือ LSC- ω ” ดังแสดงในสมการ (2.64)

$$\rho S_\omega = 0.075 \frac{\rho k^{3/2} \omega}{\lambda_e} \left(\frac{L_t}{\lambda_e} - 1 \right) \left(\frac{L_t}{\lambda_e} \right) \quad (2.64)$$

เมื่อ λ_e คือ Near-wall equilibrium length scale โดยที่ $\lambda_e = C y_n$
 C คือ ค่าคงที่ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\kappa / C_\mu^{0.75} = 2.495$
 κ คือ Von Kármán constant
 y_n คือ ระยะทางตั้งฉากที่ใกล้ผนังที่สุด

2.7 สมการอนุรักษ์พลังงาน (Energy equation)

สมการอนุรักษ์พลังงานในกรณีการไหลแบบราบเรียบสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบเทนเซอร์ดังนี้

$$\rho \mu_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (2.65)$$

โดยที่ μ คือ ค่าความหนืดสัมบูรณ์

Pr คือ พรีนัมเบอร์เทิลนัมเบอร์โดย $Pr = \frac{\mu c_p}{k}$

c_p คือ ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่ (Specific heat)

k คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity)

หลังจากนั้นแทนค่า T ด้วย $T = \bar{T} + T'$ ลงในสมการ (2.65) แล้วทำการเฉลี่ยเช่นเดียวกับสมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัม จะได้

$$\rho \bar{\mu}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{u'_j T'} \right) \quad (2.66)$$

ในการไหลแบบปั่นป่วนสำหรับสมการ (2.66) จะพบว่าเมื่อเกิดจันใหม่ที่เราไม่ทราบค่านั้นคือ เทอม Turbulent heat flux ซึ่งเทอมนี้สามารถหาได้ด้วยการใช้การประมาณโดยสมการ

ของ Boussinesq, $-\overline{u'_j T'} = \left(\frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right)$ และจัดให้อยู่ในรูปสมการ Transport ได้ดังนี้

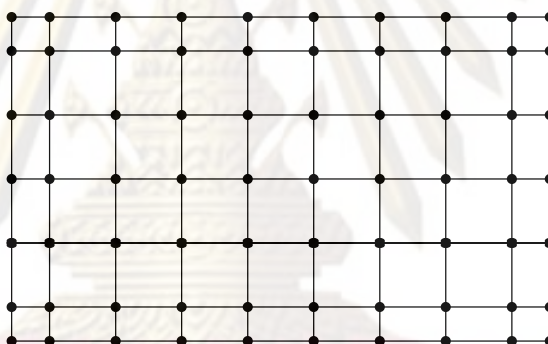
$$\rho \bar{\mu} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \rho \bar{\nu} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_e \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) \quad (2.67)$$

- โดยที่ μ_e คือ Effective diffusion coefficient ($\mu_e = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}$)
 Pr_t คือ Turbulent Prandtl number ($Pr_t = \sigma_t = \nu_t / \alpha_t$)
 α_t คือ Eddy diffusivity
 ν_t คือ Turbulent eddy viscosity

2.8 ขั้นตอนโดยทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม

โดยทั่วไป ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มจะประกอบด้วยขั้นตอนหลักๆ 4 ขั้นตอน (Versteeg and Malalasekera [54]) ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 แบ่งขอบเขตรูปร่างของปัญหาเป็นปริมาตรควบคุม (Control volume) ย่อยๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 การแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อยๆ

ขั้นตอนที่ 2 จัดรูปสมการทั่วไปที่เกี่ยวข้องกับการไหล (สมการความต่อเนื่อง, สมการอนุรักษ์โมเมนตัมและสมการอนุรักษ์พลังงาน) ให้อยู่ในรูปสมการ Transport

$$\frac{\partial(\rho\phi u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (2.68)$$

ขั้นตอนที่ 3 ทำการดิสครีไทซ์ (Discretization) สมการที่จัดรูปแล้วในขั้นตอนที่ 2 (สมการ (2.68)) โดยอินทิเกรตตลอดปริมาตรควบคุมในมิติที่พิจารณา (2 มิติ หรือ 3 มิติ) ซึ่งเป็นขั้นตอนการเปลี่ยนสมการเชิงอนุพันธ์ไปเป็นสมการพีชคณิตในรูปทั่วไป ซึ่งสมการที่พิจารณาใน 2 มิติ แสดงได้ดังนี้

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi u_i)}{\partial x_i} dV = \int_{CV} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) dV + \int_{CV} S_\phi dV \quad (2.69)$$

เมื่อ ϕ คือ ค่าตัวแปรในสมการเชิงอนุพันธ์ เช่น u, v, p, T เป็นต้น

S_ϕ คือ Source term

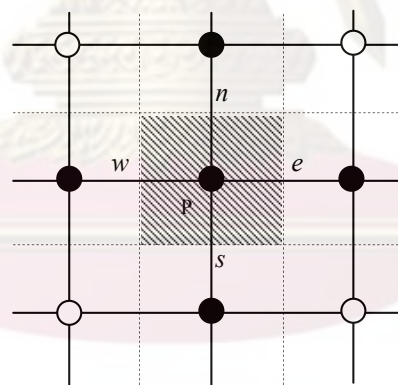
เมื่อทำการดิสครีไทซ์แล้ว จะได้สมการพีชคณิตดังต่อไปนี้ (ตำแหน่งของ Node ต่างๆ ถูกแสดงในรูปที่ 2.4)

$$a_p \phi_p = a_w \phi_w + a_e \phi_e + a_s \phi_s + a_n \phi_n + \bar{S} \Delta V \quad (2.70)$$

เมื่อ ϕ_n คือ ค่าของตัวแปร ϕ ที่ Node เมื่อ $n = W, E, S, N$

a_n คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร ϕ_n เมื่อ $n = W, E, S, N$

ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร a_n หาได้จากการประมาณด้วย Numerical scheme แบบต่างๆ เช่น Upwind, Hybrid หรือ Power-law เป็นต้น

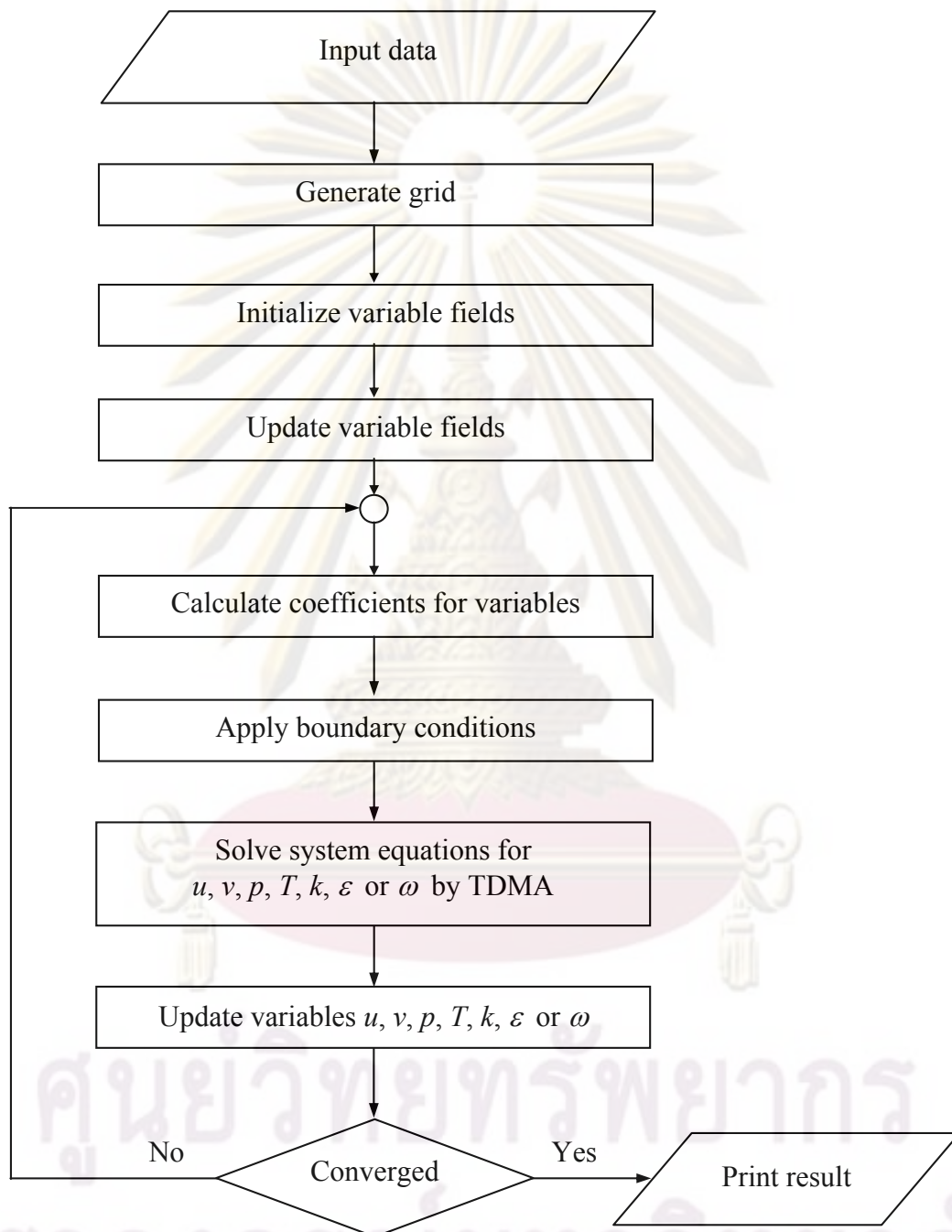


▨ แทนปริมาตรควบคุม

รูปที่ 2.4 ตำแหน่ง Node ต่างๆ ในปริมาตรควบคุม

ขั้นตอนที่ 4 ทำการหาผลเฉลยด้วย Solver ชนิดต่างๆ เช่น Tri-diagonal Matrix Algorithm (TDMA) หรือ Strongly Implicit Procedure (SIP) โดยสมมติว่าทราบค่าบริเวณจุดต่อข้างเคียง และใช้วิธีการคำนวณซ้ำ (Iteration method) จนได้ผลลัพธ์ที่ลู่อู่เข้าของสมการดิสครีไทซ์ (สมการ (2.70)) ร่วมกับการใช้ Algorithm ต่างๆ เช่น SIMPLE, SIMPLER หรือ SIMPLEC เพื่อทำให้ผลการคำนวณที่ได้จากสมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมมีความสอดคล้องกัน

จากขั้นตอนทั้งสี่ที่กล่าวมา สามารถนำมาประยุกต์เพื่อประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมแสดงดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

บทที่ 3

ระเบียบวิธีไฟในตัวเอง

3.1 บทนำ

การจำลองเชิงตัวเลขเพื่อศึกษาปรากฏการณ์การไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อน จำเป็นต้องอาศัยปัจจัยหลัก 3 ประการ ซึ่งประกอบด้วย 1) แบบจำลองความปั่นป่วนที่สามารถทำนายพฤติกรรมความปั่นป่วนได้ดี 2) ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสม และ 3) การกำหนดเงื่อนไขขอบที่ถูกต้องและเหมาะสม ในบทที่ 2 ได้แสดงสมการพื้นฐาน สมการของแบบจำลอง และการวิเคราะห์แบบจำลอง สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อน โดยที่สมการต่างๆ จะแสดงอยู่ในรูปของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ สำหรับในบทนี้จะแสดงรายละเอียดของระเบียบวิธีไฟในตัวเอง เพื่อหาผลเฉลยของระบบสมการของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนที่สนใจ

ในงานวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟในตัวเองสำหรับการหาผลเฉลยของระบบสมการการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อน โดยที่ขั้นตอนของระเบียบวิธีนี้ประกอบไปด้วยส่วนประกอบหลัก คือ 1) การจัดรูปและดิสครีไทซ์ 2) การประมาณค่าที่บริเวณ Interface ด้วย Numerical scheme แบบต่างๆ และ 3) การประยุกต์เงื่อนไขขอบแบบต่างๆ ตลอดจนกระบวนการหาผลเฉลยด้วยวิธี TDMA ร่วมกับการใช้ SIMPLE algorithm และนำมาพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยโปรแกรมจะคำนวณปัญหาใน 2 มิติ โดยใช้กริดแบบสี่เหลี่ยมซึ่งมีขนาดไม่สม่ำเสมอ

3.2 ขั้นตอนของระเบียบวิธีไฟในตัวเอง

ในการแก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ด้วยการใช้ระเบียบวิธีไฟในตัวเอง เราจะต้องจัดรูปสมการควบคุมพื้นฐาน (Governing equation) ให้อยู่ในรูปสมการทั่วไป (สมการพีชคณิต) ของตัวแปร ϕ ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (3.1)$$

เมื่อ ϕ คือ ตัวแปรหลักต่างๆ ของการไหลที่ต้องการหาผลเฉลย เช่น u (ความเร็วในทิศทาง x), k (Turbulent kinetic energy), T (อุณหภูมิ) เป็นต้น โดย Γ_ϕ คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusion coefficient) และ S_ϕ คือ เทอม Source ซึ่งจะรวมถึงเทอม Buoyancy, เทอม Dissipation, เทอม Production และเทอมอื่นๆ

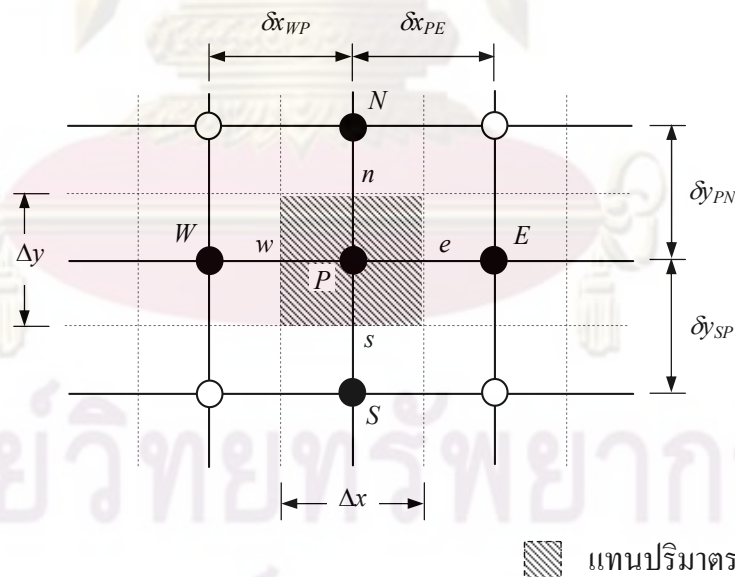
3.2.1 การดิสครีไทซ์

สมการในรูปทั่วไป (สมการ (3.1)) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปตัวแปร ϕ เมื่อนำมาใช้วิเคราะห์หาผลเฉลย เราสามารถใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มทำการเปลี่ยนรูปแบบของสมการที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ให้เป็นสมการพีชคณิตด้วยการอินทิเกรตตลอดปริมาตรควบคุม (รูปที่ 3.1) ดังต่อไปนี้

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{CV} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho\phi u_i) dV = \int_{CV} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x_i} \right) dV + \int_{CV} S_\phi dV \quad (3.2)$$

ในกรณีที่พิจารณาของไหลใน 2 มิติที่สถานะอยู่ตัว (Steady state) จะได้ว่า

$$\sum |\rho u_i \phi \cdot A| = \Gamma \nabla \phi \cdot A + S_\phi \Delta V \quad (3.3)$$



รูปที่ 3.1 การวางตัวของปริมาตรควบคุมใน 2 มิติ

3.2.2 การประมาณค่าโดยใช้ Numerical scheme

เทอมการพา (Convection term) ในสมการดิสครีไทซ์ สามารถหาค่าได้ด้วยการใช้ Numerical scheme โดยในงานวิจัยนี้จะพิจารณาเทอมการพา (Convection term) โดยใช้

Second-Order Upwind (SOU) differencing scheme ส่วนเทอมการแพร่จะใช้ Central differencing scheme (Patankar and Spalding [55]) ด้วยการประยุกต์ Numerical scheme จะทำให้สมการที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ ถูกจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปสมการพีชคณิต (Algebraic equation)

สมการดิสกรีไทซ์ที่อยู่ในรูปสมการพีชคณิต สำหรับ Node P ที่สมมติขึ้น แสดงได้ดังนี้

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.4)$$

เมื่อ nb คือ Node รอบๆ node P และ

$$b = S_{\phi,c} \Delta V \quad (3.5ก)$$

$$a_p = \sum a_{nb} - S_{\phi,p} \Delta V \quad (3.5ข)$$

โดยที่ S_{ϕ} ได้จากการประมาณ Source term ให้อยู่ในรูปของความสัมพัทธ์เชิงเส้น เมื่อ $S_{\phi} = S_{\phi,c} + S_{\phi,p} \phi_p$ และ $S_{\phi,p} \leq 0$

3.2.3 การแบ่งกริด

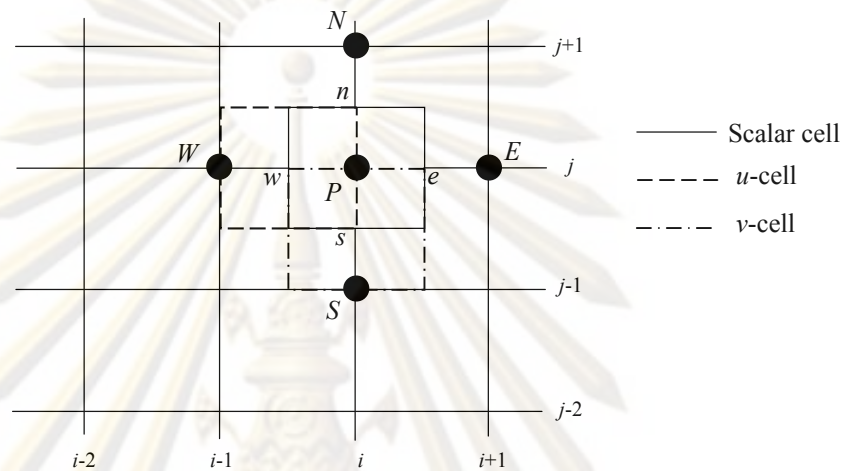
สำหรับระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม จะพิจารณาขอบเขตรูปร่างของปัญหาในปริมาตรควบคุม (Control volume) ย่อยๆ หรือเรียกว่า “การแบ่งกริด” ซึ่งในหัวข้อนี้จะแสดงรายละเอียดของการแบ่งกริด 2 ลักษณะด้วยกัน ดังต่อไปนี้

1) การแบ่งกริดแบบเยื้อง (Staggered grid)

เมื่อเราพิจารณาเทอมการพาในสมการอนุพันธ์โมเมนตัม (เช่น เทอม ρu^2 ในสมการอนุพันธ์โมเมนตัมตามแนวแกน x ซึ่งมีเทอมไม่เชิงเส้น) และเทอมของความดัน จะเห็นได้ว่าเทอมดังกล่าวทำให้สมการความต่อเนื่อง สมการอนุพันธ์โมเมนตัมในแนวแกน x และแนวแกน y มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน (Coupled equations) ดังนั้นในการหาค่าความเร็วและความดันจะต้องได้ค่าที่สอดคล้องกันกับระบบสมการทั้งสามข้างต้น โดยเริ่มต้นจากการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์ทั่วทั้งปริมาตรควบคุม แล้วทำการแบ่งแยกค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่พิจารณาลงบนจุดต่อ (Node) ต่างๆ โดยจะแยกเทอมของความเร็วด้านแนวแกนกับความดันเป็น u -cell, v -cell และ Scalar cell ทั้งนี้เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการเกิด Checker-board effect [56] ซึ่งเป็นพฤติกรรมไม่เกิดขึ้นจริง ที่อาจเกิดขึ้นได้ในกรณีที่ใช้ Non-staggered grid โดยทำการ Interpolate ค่าที่

Interface ไม่ถูกวิธี เป็นผลให้เกิดการสั้นของค่าความดันและส่งผลถึงการเกิดความผิดพลาดในการคำนวณตามมา

รูปที่ 3.2 แสดงการวาง Cell แบบเอียงในโดเมนการคำนวณที่ประกอบด้วย u -cell, v -cell และ Scalar-cell ซึ่งวางเอียงกัน

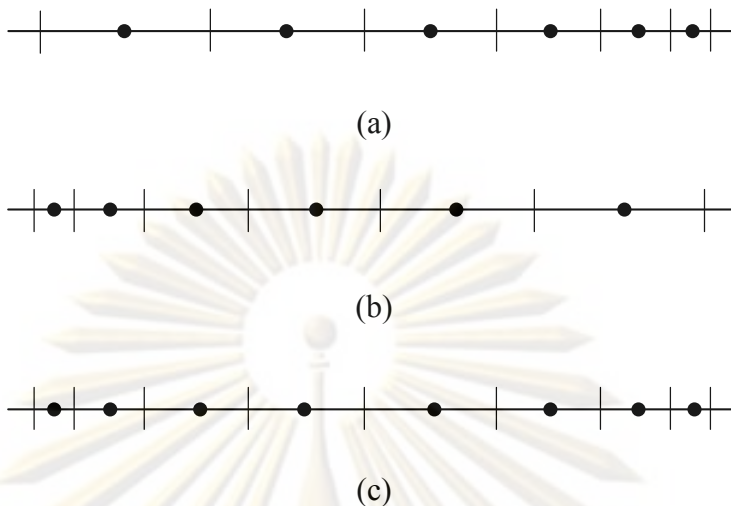


รูปที่ 3.2 ลักษณะการวาง Cell แบบเอียง (Staggered)

2) กริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid)

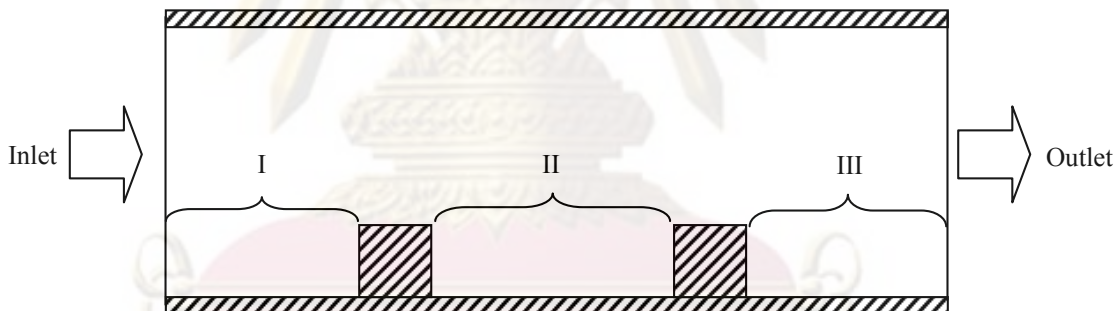
โดยทั่วไป ในการคำนวณที่ครอบคลุมทั้งบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยมากและบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยไม่มากนัก ถ้าเราใช้กริดแบบสม่ำเสมอจะเป็นการสิ้นเปลืองหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์โดยไม่จำเป็น ดังนั้น เพื่อเป็นการลดหน่วยความจำที่ใช้และประหยัดเวลาในการคำนวณ เราจึงควรเลือกใช้กริดแบบไม่สม่ำเสมอสำหรับโดเมนการคำนวณประเภทนี้

ลักษณะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอนี้ อาจมีได้หลายรูปแบบ (ในที่นี้ ยกตัวอย่างใน 1 มิติ ซึ่งพิจารณานำไปใช้กับปัญหาการไหลที่มีสิ่งกีดขวางขวางบนผนังช่องทางไหล) เช่น รูปที่ 3.3 แสดงลักษณะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอ 3 แบบ โดยรูปที่ 3.3 (a) แสดงกริดที่มีขนาดเล็กทางด้านขวา ซึ่งกริดแบบนี้เหมาะสำหรับบริเวณทางเข้าก่อนถึงสิ่งกีดขวาง (รูปที่ 3.4 ตำแหน่ง I) ส่วนรูปที่ 3.3 (b) แสดงกริดที่มีขนาดเล็กทางด้านซ้าย เลือกใช้ในบริเวณทางออกของการไหลหลังจากผ่านสิ่งกีดขวางสุดท้ายมาแล้ว (รูปที่ 3.4 ตำแหน่ง III) และรูปที่ 3.3 (c) แสดงกริดที่มีขนาดเล็กทั้งทางด้านซ้ายและขวา ซึ่งกริดแบบนี้เหมาะที่จะใช้ในบริเวณการไหลระหว่างสิ่ง กีดขวางสองแท่ง (รูปที่ 3.4 ตำแหน่ง II)

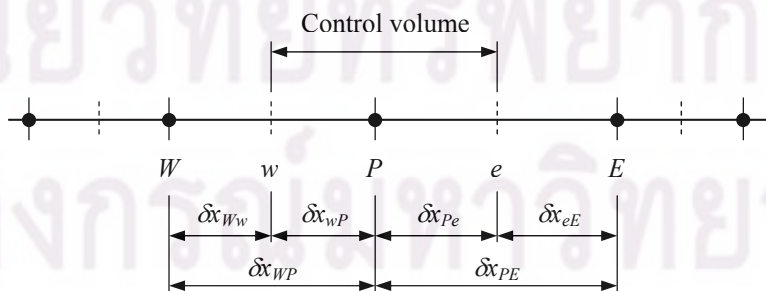


รูปที่ 3.3 ลักษณะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอ

- (a) กริดที่มีขนาดเล็กทางด้านขวา
- (b) กริดที่มีขนาดเล็กทางด้านซ้าย
- (c) กริดที่มีขนาดเล็กทั้งทางด้านซ้ายและขวา



รูปที่ 3.4 ตัวอย่างการวางกริดแบบไม่สม่ำเสมอสำหรับปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง



รูปที่ 3.5 การแบ่งระยะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอ

การนำกริดแบบนี้ไปประยุกต์ใช้กับการคำนวณ ซึ่งจากเดิมใช้เป็นแบบสม่ำเสมอ สามารถทำได้โดยเปลี่ยนการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย (Γ_ϕ) ที่บริเวณ Interface ให้คำนวณตามความสัมพันธ์ดังนี้ (รูปประกอบตัวแปรที่ใช้ในความสัมพันธ์แสดงในรูปที่ 3.5)

$$\Gamma_w = (1 - f_w) \Gamma_W + f_w \Gamma_P \quad (3.6)$$

เมื่อ f_w คือ Interpolation factor ซึ่งหาได้จาก $f_w = \frac{\delta x_{Ww}}{\delta x_{Ww} + \delta x_{wP}}$

และ $\Gamma_e = (1 - f_p) \Gamma_P + f_p \Gamma_E \quad (3.7)$

เมื่อ $f_p = \frac{\delta x_{Pe}}{\delta x_{Pe} + \delta x_{eE}}$

(สำหรับกริดแบบสม่ำเสมอ เราจะกำหนดให้ f_w และ f_p มีค่าเท่ากับ 0.5)

3.2.4 กระบวนการหาผลเฉลย (Solution procedure)

หลังจากนำระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มมาใช้ในการเปลี่ยนรูประบบสมการเชิงอนุพันธ์ ของการไหลและการถ่ายเทความร้อนให้อยู่ในรูประบบสมการพีชคณิตที่แต่ละจุดต่อแล้ว เราจะใช้เทคนิควิธี Tri-diagonal matrix algorithm (TDMA) แบบ Line-by-line ในการหาผลเฉลยของระบบสมการดังกล่าว และเพื่อให้สมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมมีผลเฉลยที่สอดคล้องกัน จะใช้กระบวนการหาคำตอบที่เรียกว่า ขั้นตอนวิธี SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) ซึ่งถูกพัฒนาโดย Patankar [56]

ค่า Under-relaxation

ในกระบวนการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์อาจมีการใช้ค่า Under-relaxation เพื่อควบคุมการลู่เข้าของกระบวนการหาผลเฉลย รวมถึงช่วยลดระดับการเปลี่ยนแปลงค่าการคำนวณได้หลายระดับ ทำให้เกิดเสถียรภาพ (Stability) และความแม่นยำในการคำนวณ โดยเมื่อประยุกต์ใช้ค่า Under-relaxation ค่าตัวแปรทั่วไป ϕ ที่จุดต่อ P ใดๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบสมการ ได้ดังนี้

$$\phi_p = \alpha \phi_p^{new} + (1 - \alpha) \phi_p^{old} \quad (3.8)$$

เมื่อ ϕ^{old} คือ ค่า ϕ ที่ได้จากการคำนวณซ้ำรอบที่แล้ว

ϕ^{new} คือ ค่า ϕ ที่คำนวณได้โดยตรงจากสมการดิสครีไทซ์

α คือ ค่า Under-relaxation factor โดย α มีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1

และเมื่อประยุกต์ใช้ค่า Under-relaxation กับสมการดิสครีไทซ์สำหรับ ϕ_p จะได้

$$\frac{a_p}{\alpha} = \sum a_{NB} \phi_{NB} + S_u + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} a_p \phi_p^{old} \quad (3.9)$$

เงื่อนไขการลู่เข้า (Convergence criterion)

ในการคำนวณค่าตัวแปรต่างๆ จากสมการเชิงอนุพันธ์ทุกสมการ เราจะสามารถบอกได้ว่าค่าต่างๆ ลู่เข้าสู่ค่าที่ต้องการแล้ว โดยการตรวจสอบด้วยเงื่อนไขการลู่เข้าเมื่อ

$$|a_p - b| \leq \sum_n |a_n| \quad \text{สำหรับ } b \leq \varepsilon \quad (3.10)$$

ซึ่งการทดสอบการลู่เข้าอ้างอิงได้จากค่า Residual source (R_ϕ) ซึ่งนิยามจาก

$$R_\phi = (a_p - b)\phi_p - \sum_n a_n \phi_n - c \quad (3.11)$$

เราสามารถกำหนดค่า Non-dimensionless residual source (s_ϕ) ได้จาก

$$s_\phi = \frac{\sum |R_\phi|}{R_{\phi, \text{ref}}} \quad (3.12)$$

ดังนั้น จากสมการ(3.11) และ (3.12) เราจะได้เงื่อนไขการลู่เข้าคือ

$$\max(s_\phi) < \varepsilon \quad (3.13)$$

เมื่อ $R_{\phi, \text{ref}}$ คือ ผลรวมของค่าฟลักซ์ที่ไหลเข้า เช่น มวลไหลเข้า เป็นต้น

$\sum |R_\phi|$ คือ ผลรวมของเศษจากการคำนวณ

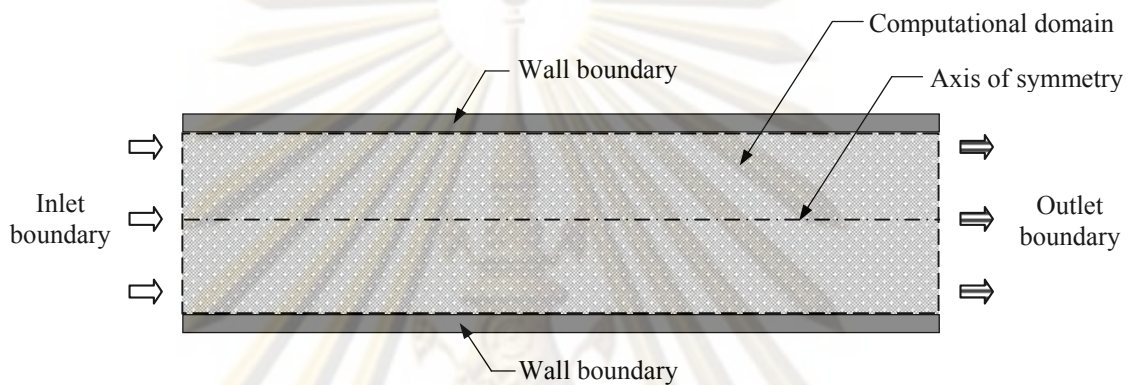
ε คือ ค่าเกณฑ์การลู่เข้า ซึ่งกำหนดค่าที่เหมาะสมขึ้นได้เอง

3.3 เงื่อนไขขอบ (Boundary conditions)

ในการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อหาผลเฉลยของปัญหาการคำนวณต่างๆ นั้น จำเป็นต้องมีการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบ เนื่องจากสภาพทางกายภาพของปัญหาที่จำลองนั้นจะ

ขึ้นกับเงื่อนไขที่แตกต่างกัน ซึ่งจะต้องมีการกำหนดให้เหมาะสมสำหรับแต่ละเงื่อนไข ในหัวข้อนี้จะนำเสนอเงื่อนไขขอบทั่วไปที่ใช้ในระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม

รูปที่ 3.6 แสดงเงื่อนไขขอบที่ใช้ในโดเมนการคำนวณ ซึ่งประกอบด้วย เงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary), เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition), เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition) และ เงื่อนไขขอบแบบสมมาตร (Symmetry)



รูปที่ 3.6 เงื่อนไขขอบสำหรับโดเมนการคำนวณ

3.3.1 เงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary condition)

ในการคำนวณด้วยแบบจำลอง High-Re จะใช้ Wall function โดยที่ Wall function สำหรับค่าความเร็วใน Log law layer สามารถหาได้จาก

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (3.14)$$

การคำนวณหาค่าปริมาณ Turbulent ด้วย Wall function สามารถหาได้โดยสมมติว่า Local equilibrium ของ Turbulence ใน Logarithmic layer เป็นดังนี้

สำหรับแบบจำลอง $k-\varepsilon$ สามารถหาปริมาณ Turbulent ได้จาก

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \quad (3.15)$$

สำหรับแบบจำลอง $k - \omega$ สามารถหาปริมาณ Turbulent ได้จาก

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu C_k}}, \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{C_\mu}{C_k}} \frac{u_\tau}{\kappa y} \quad (3.16)$$

ในส่วนของ Wall function สำหรับสมการอนุพันธ์พลังงาน สามารถหาได้ในทำนองเดียวกับสมการอนุพันธ์โมเมนตัม โดยใช้ข้อสมมติว่าฟลักซ์ความร้อนคงที่ (Constant heat flux) [57] ในบริเวณชั้นขอบ (Boundary layer) โดยสามารถหา Wall function ได้ดังนี้

$$q'' = (\Gamma + \Gamma_t) C_p \frac{dT}{dy} = q''_w \quad (3.17)$$

หรือ

$$\frac{q''}{q''_w} = \left(\frac{\Gamma}{\mu} + \frac{\Gamma_t}{\mu_t} \right) \frac{dT^+}{dy^+} = 1 \quad (3.18)$$

เมื่อ q''_w คือ ค่าฟลักซ์ความร้อนตลอดผิวบริเวณผนัง

กำหนดให้ T^+ คือ ตัวแปรไร้มิติซึ่งแทนระยะใน Boundary layer ซึ่งนิยามโดย

$$T^+ = \frac{\rho u_\tau C_p (T_w - T)}{q''_w} = \sigma_\phi \left[u^+ + P \left(\frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi,t}} \right) \right] \quad (3.19)$$

เมื่อ P -function หาได้จาก

$$P \left(\frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi,t}} \right) = 9.24 \left[\left(\frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi,t}} \right)^{0.75} - 1 \right] \left[1 + 0.28 e^{\left(\frac{-0.007}{\sigma_{\phi,t}} \frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi,t}} \right)} \right] \quad (3.20)$$

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ผนังเมื่อคำนวณด้วยแบบจำลอง High-Re จะกำหนดบริเวณใกล้ผนังโดยใช้ Wall function ซึ่งจะสร้างกริดที่ห่างจากผนังมาก (รูปที่ 3.7 (a)) เมื่อเทียบกับกริดที่สร้างลงไปถึงบริเวณใกล้กับผนังมาก (รูปที่ 3.7 (b)) เมื่อคำนวณด้วยแบบจำลอง LRN

และเมื่อพิจารณาที่บริเวณใกล้ผนังของแบบจำลอง LRN จะมีการสร้าง Dummy wall ขึ้นเพื่อให้สอดคล้องกับวิธีการคำนวณบริเวณใกล้ผนังของแบบจำลอง LRN โดยสมการของแบบจำลองที่ได้สามารถคำนวณลงไปถึงบริเวณที่ใกล้ผนังมากๆ (รายละเอียดแสดงดังรูปที่ 3.8) ซึ่งแบบจำลอง High-Re ไม่สามารถคำนวณได้

เราจะได้ $\frac{\partial k}{\partial y} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_w k}{\nu}}$ ซึ่งถ้ากำหนดให้ $\varepsilon_w = 0$ ก็หมายความว่า $\left(\frac{\partial k}{\partial y}\right)_w = 0$ นั่นเอง

3.3.2 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition)

ค่าความเร็ว (u, v), อุณหภูมิ (T) และปริมาณ Turbulent ต่างๆ (k, ε และ ω) จะต้องถูกระบุค่าที่บริเวณทางเข้า โดยจะได้ค่าทั้งจากข้อมูลผลการทดลองหรือข้อมูลการคำนวณซึ่งหาได้ดังนี้

ความเร็ว (u, v) ที่ทางเข้า หาได้จากผลการทดลอง

ค่า k ที่ทางเข้า หาได้จาก $k_{in} = \frac{3}{2}(U_{ref} T_i)^2$

ค่า ε ที่ทางเข้า หาได้จาก $\varepsilon_{in} = C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{3}{2}} / \ell$

ค่า ω ที่ทางเข้า หาได้จาก $\omega_{in} = k^{\frac{1}{2}} / \ell C_\mu^{\frac{1}{4}}$ เมื่อ T_i คือ Turbulence

intensity, $\ell = 0.07L$ และ L คือ Characteristic length

3.3.3 เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition)

โดยปกติการพิจารณาเงื่อนไขขอบที่ทางออกในโดเมนการไหล เราจะไม่ทราบค่าของตัวแปรต่างๆ แต่ถ้าพิจารณาค่าแห่งทางออกที่อยู่ไกลจากรูปทรงที่รับทวนการไหลแล้ว จะได้ว่า การไหลเป็นแบบ Fully developed flow ซึ่งเป็นสถานะที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการไหลในทิศทางการไหลนั้นๆ จึงสามารถกำหนดค่าตัวแปรต่างๆ ได้ว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าต่อไป (Zero gradient)

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{\text{outlet}} = 0 \quad (3.21)$$

3.3.4 เงื่อนไขขอบแบบสมมาตร (Symmetric condition)

สำหรับกรณีเงื่อนไขขอบแบบสมมาตร เราสามารถพิจารณาโดเมนการคำนวณเพียงครึ่งเดียวเท่านั้น และตัวแปรต่างๆ ทุกตัว ถูกกำหนดให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าที่แกนสมมาตร (Zero gradient)

3.3.5 เงื่อนไขขอบแบบ Periodic (Periodic boundary condition)

เมื่อเราพิจารณาปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลที่มีความยาวมากพอจนการไหลเข้าสู่ Fully turbulent ตัวอย่างเช่น การไหลผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ (Channel flow) หรือการไหล

ผ่านช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางติดตั้งบนผนังแบบซ้ำๆ ถ้าเรานำเงื่อนไขขอบแบบ Periodic มาใช้แล้วจะทำให้สามารถลดขนาดของโดเมนลงได้ ซึ่งก็หมายถึงการลดจำนวนกริดและลดภาระการคำนวณของคอมพิวเตอร์ลงได้ด้วย โดยที่การหาค่าความดันและอุณหภูมิในบริเวณการไหลและถ่ายเทความร้อนแบบ Periodic นั้นจะสามารถแยกคำนวณออกเป็น 2 ส่วนได้ คือ เทอม Fluctuating และเทอมซึ่งเปลี่ยนแปลงแบบเชิงเส้นในทิศทาง Streamwise ซึ่งเงื่อนไขขอบแบบนี้ (พิจารณาในทิศทาง x) สามารถกำหนดได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} T(x,y) &= \bar{T}_p(x,y) + \frac{d\bar{T}}{dy}x \\ P(x,y) &= \bar{P}_p(x,y) + \frac{d\bar{P}}{dx}x \end{aligned} \quad (3.22)$$

เมื่อ $\bar{P}_p(x,y)$ และ $\bar{T}_p(x,y)$ คือ เทอม Fluctuating และเทอมการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิแบบเชิงเส้นสามารถหาได้จากเทอมฟลักซ์ความร้อนและฟลักซ์มวล ดังนี้

$$\frac{d\bar{T}}{dx} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}C_p L} \quad (3.23)$$

3.4 บทสรุป

ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนที่แสดงอยู่ในระบบสมการเชิงอนุพันธ์และแบบจำลองคณิตศาสตร์ (แบบจำลองความปั่นป่วน) สามารถหาผลเฉลยได้โดยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มอย่างเป็นขั้นตอน โดยเริ่มจากการจัดรูปและดิสครีไทซ์สมการเพื่อให้ได้ระบบสมการแบบพีชคณิตและใช้ Numerical scheme ประมาณค่าที่บริเวณ Interface แล้วจึงหาผลเฉลยของระบบสมการดังกล่าวด้วยวิธี TDMA แบบ Line-by-line ร่วมกับ SIMPLE algorithm เพื่อช่วยให้ผลเฉลยของค่าความเร็วและความดันมีความสอดคล้องกัน

บทที่ 4

การไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน

4.1 บทนำ

ในการศึกษากลศาสตร์ของไหลมีปรากฏการณ์ที่มีความสำคัญและทำทายเป็นอย่างมากอยู่ 2 รูปแบบ คือ Separation และ Reattachment แบบจำลองการคำนวณ (Computational models) ส่วนใหญ่มักพบอุปสรรคในการทำนายตำแหน่งการไหลที่เกิด Separation ที่ส่งผลให้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของการไหลอย่างรวดเร็ว อีกทั้งยังพบความผิดพลาดในการทำนายตำแหน่งซึ่งเกิด Flow reattachment และ Redevelops ของชั้นขอบเขต (Boundary layer) ตัวอย่างของการเกิด Separation ที่มีผลต่อการประยุกต์ใช้ในงานด้านวิศวกรรมที่น่าสนใจและพบเห็นได้บ่อยครั้ง ได้แก่ การไหลผ่านท่อ (Pipe) หรือช่องทางไหล (Duct) ที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดอย่างกะทันหัน (Sudden expansion) การไหลผ่านวัตถุสภาพพื้นผิวมีความหยาบ (เช่น การไหลผ่านอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน) การไหลผ่าน Blunt bodies การไหลภายใน Diffuser การไหลแบบ Cavity การไหลของอากาศผ่านปีกของเครื่องบินและการเผาไหม้ของอากาศและเชื้อเพลิงภายในห้องเผาไหม้ เป็นต้น เมื่อเกิด Separation ขึ้นอาจจะส่งผลที่ไม่ดีหรือบางครั้งอาจจะส่งผลเสียหายอย่างมาก (Drastic effect) ตัวอย่างเช่น การลดลงของแรงยก (Lift) การเพิ่มขึ้นของแรงหน่วง (Drag) ผลกระทบต่อการถ่ายเทมวลและการถ่ายเทความร้อน (Mass and heat transfer) ผลกระทบต่ออัตราการเกิดปฏิกิริยาเคมี (Chemical reaction rate) และผลกระทบที่เกิดกับปรากฏการณ์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการไหล

เมื่อการไหลเกิด Separation ขึ้นจะส่งผลทำให้เกิดการสูญเสียประสิทธิภาพการไหลผ่านอุปกรณ์นั้นๆ เนื่องจากจะเกิดการผสมกันระหว่างของไหลที่มีพลังงานสูงกับของไหลที่มีพลังงานต่ำ (Mixing of high and low energy fluid) เป็นสาเหตุทำให้เกิดการสูญเสียทั้งพลังงานจลน์ (Kinetic energy) และพลังงานศักย์ (Potential energy) ได้

4.2 การเกิด Separation

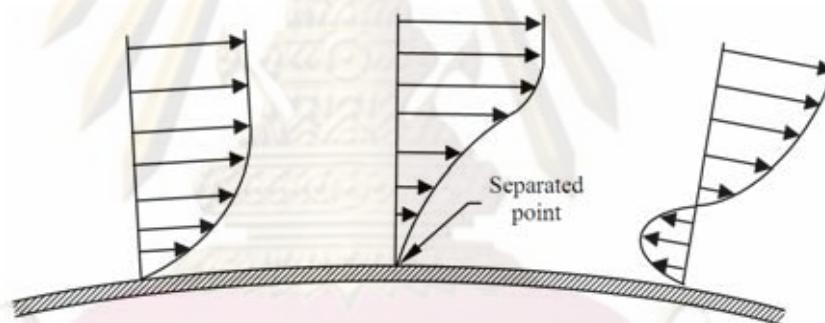
การไหลแบบ Separation อาจจะแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม (โดยแบ่งตามสาเหตุการเกิด) [58] ดังนี้

- 1) การเกิด Separation ที่เกิดเนื่องจากรูปทรง (Geometry induced separation)

รูปแบบการไหลแบบนี้สามารถพบได้ในการไหลผ่านวัตถุหรือสิ่งกีดขวาง เช่น เมื่อพิจารณาการไหลผ่านรูปทรงที่มีมุมแหลม ซึ่งจุดที่มุมนี้จะเกิดการเร่งความเร็วของการไหลอย่างมาก ขณะไหลผ่านผิววัตถุ ซึ่งเรียกจุดนี้ว่า จุด Separation นั้นเอง

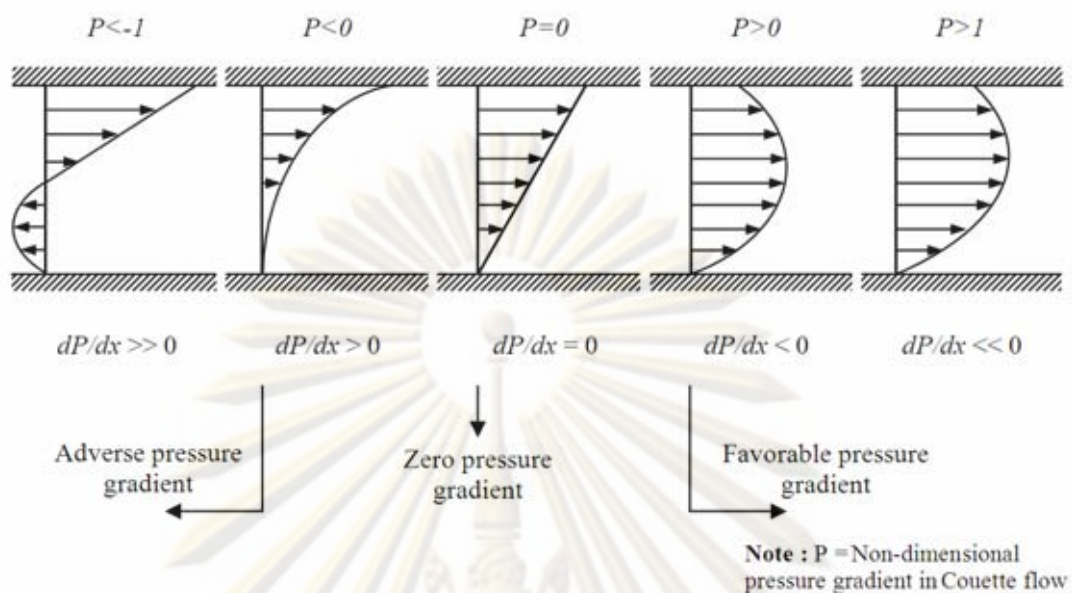
2) การเกิด Separation ที่เกิดเนื่องจาก Pressure gradient (Pressure gradient induced separation)

การเกิด Separation จาก Pressure gradient อาจพิจารณาได้เมื่อเกิดการลดอัตราเร่งของการไหลทีละน้อยบริเวณใกล้กับพื้นผิว ตัวอย่างเช่น ในกรณีที่มีการไหลถูกหน่วงให้ไหลช้าลงจากความดันที่ปลายทาง ซึ่งมีค่าสูงกว่าค่าความดันที่ต้นทาง ถ้าความดันแตกต่างกันมากพอ การไหลจะถูกหน่วงให้ช้าลงเรื่อยๆ จนกระทั่งเกิดสภาวะที่มีค่าความชันของความเร็วที่พื้นผิวเป็นศูนย์ ($\partial u / \partial y|_{y=0} = 0$) สภาวะนี้จะเรียกว่า สภาวะการแยก (Separation) และต่อจากนั้นจะเกิดการไหลย้อนกลับขึ้น แสดงดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ผลกระทบของ Pressure gradient ต่อการเกิด Separation

ค่าความดันแตกต่างกัน (Pressure gradient, dp/dx) อาจแบ่งได้เป็น 3 แบบ (แสดงดังรูปที่ 4.2) คือ แบบที่ 1 ค่าความดันแตกต่างเป็นศูนย์ (Zero pressure gradient) ตัวอย่างเช่น กรณีการไหลผ่านแผ่นราบ ($dp/dx = 0$) แบบที่ 2 ค่าความดันแตกต่างที่เป็นลบ (Favorable pressure gradient, $dp/dx < 0$) และแบบที่ 3 ค่าความดันแตกต่างที่เป็นบวก (Adverse pressure gradient, $dp/dx > 0$) ในกรณีค่าความดันแตกต่างเป็นบวกจะเป็นกรณีที่ความดันต้นทางของการไหลมีค่าน้อยกว่าความดันที่ปลายทางของการไหลจะทำให้เกิดการไหลที่ไม่สะดวก ค่าความดันแตกต่างที่เป็นบวกนี้ จะถูกเรียกว่า ค่าความดัน Adverse pressure gradient



รูปที่ 4.2 รูปร่างความเร็วของการไหลแบบ Couette เมื่อเกิด Pressure gradient ต่างๆ กัน

4.2.1 คำอธิบายเกี่ยวกับบริเวณที่เกิด Separation

ในการอธิบายเกี่ยวกับบริเวณที่เกิด Separation อาจจะใช้นิยามหรือคำอธิบายที่เข้าใจกันได้ง่ายโดยทั่วไปก็คือ จุด Separation คือ บริเวณที่มีค่า Mean wall shear stress เป็นศูนย์ แต่เมื่อพิจารณาการไหลที่เกิด Separation แบบชั่วขณะ (Instantaneous separation) อาจจะไม่สามารถระบุตำแหน่งที่เกิด Separation ได้ โดยทั่วไปคำว่า Separation bubble อาจมีความหมายแตกต่างกันตามนิยามดังต่อไปนี้

คำอธิบายที่ 1 Separation bubble คือ บริเวณการไหลหมุนวนเฉลี่ย (Mean recirculating) ภายใน Dividing streamline ต่อเนื่องมาถึงจุด Stagnation บนผนังที่บริเวณ Separation และจุด Reattachment

คำอธิบายที่ 2 Separation bubble คือ บริเวณการไหลย้อนกลับเฉลี่ย (Mean backflow) เช่น บริเวณใต้เส้นโค้งซึ่งค่า Mean velocity เป็นศูนย์ (Curve of zero mean velocity)

คำอธิบายที่ 3 Separation bubble คือ บริเวณที่เกิดการไหลย้อนกลับ (Backflow) มากกว่า 50%

ความแตกต่างของบริเวณที่เกิด Separation จากคำอธิบายทั้งสามสามารถพิจารณาได้จากรูปที่ 4.3 สำหรับในงานวิทยานิพนธ์นี้ เราจะเลือกใช้คำอธิบาย Separation ตามแบบที่ 1 ซึ่งเป็นคำอธิบายที่มีผู้วิจัยจำนวนมากนำมาใช้ในการอธิบาย Separation



รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบการเกิด Separation ที่ได้จากคำอธิบาย Separation ที่แตกต่างกัน
(---) คำอธิบายที่ 1, (———) คำอธิบายที่ 2, (- · - · -) คำอธิบายที่ 3

4.2.2 ตัวอย่างรูปร่างการไหล (Typical flow configurations)

สำหรับในงานวิทยานิพนธ์นี้ได้ยกตัวอย่างรูปร่างการไหลที่เกิดจากการไหลผ่านช่องทางไหลหรือสิ่งกีดขวางรูปทรงต่างๆ เพื่อใช้เป็นพื้นฐานสำหรับศึกษาการไหลที่เกิด Separation (รูปที่แสดงเป็นเพียงตัวอย่างของรูปร่างการไหลบางส่วน ซึ่งรูปร่างการไหลยังมีอีกมาก โดยสามารถศึกษาได้จากงานวิจัยที่นำเสนอเกี่ยวกับการไหลแบบปั่นป่วนแบบที่มี Separation) โดยแสดงในรูปที่ 4.4 (a)–(f)

รูปที่ 4.4 (a) แสดงการเกิด Separation เนื่องจากรูปทรงแบบ Blunt edge ซึ่งขอบของ Blunt อาจเป็นได้ทั้งปลายด้านหน้าของทรงกระบอกหรือ Flat plate การไหลผ่านรูปทรงแบบนี้ได้ถูกนำเสนอในการทดลองของ Cherry et al. [59] และ Sigurdson [60]

รูปที่ 4.4 (b) แสดงการเกิด Separation เนื่องจากรูปทรง ซึ่งเกิดบริเวณด้านหลังของ Fence หรือ Normal plate โดยตัวอย่างการศึกษาการไหลด้วยการทดลองนั้นสามารถหารายละเอียดได้จาก Castro and Haque [61] และ Hancock [62, 63]

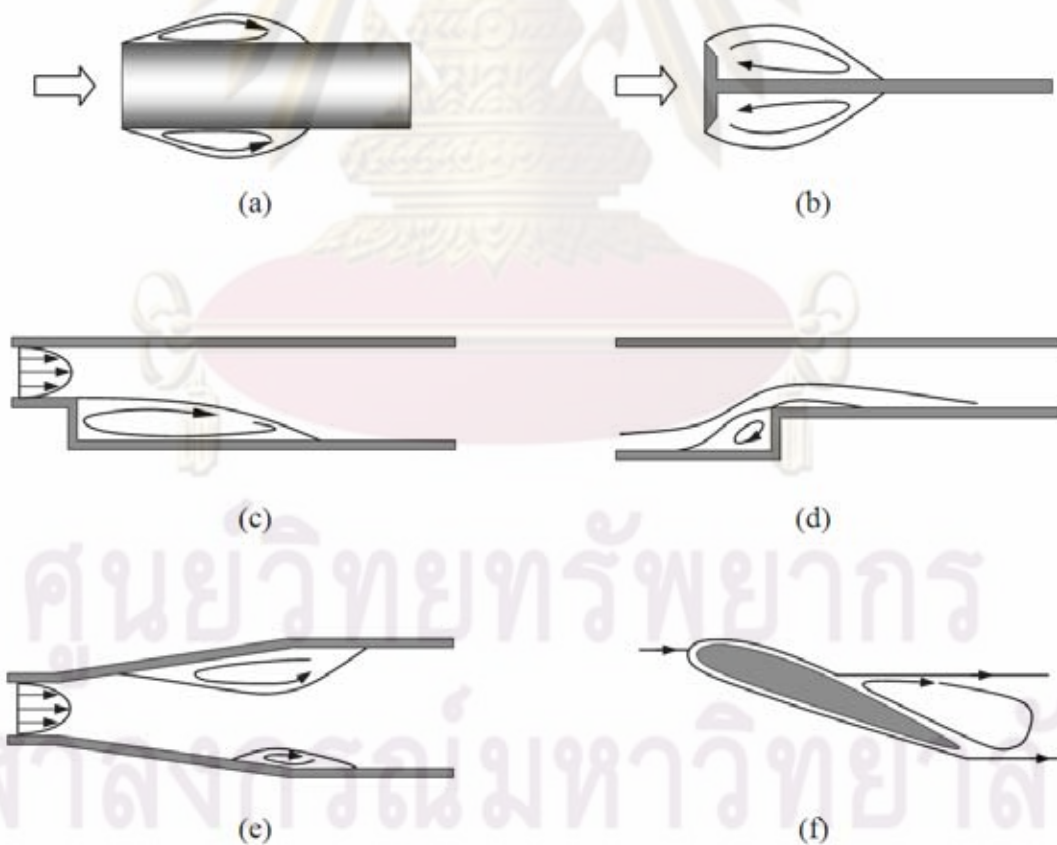
การไหลผ่านช่องทางไหลที่มีงานวิจัยจำนวนมากให้ความสนใจศึกษา คือ การไหลผ่าน Backward-facing step ดังแสดงในรูปที่ 4.4 (c) จะสังเกตได้ว่าบริเวณทางเข้าของช่องทางไหลมักถูกกำหนดว่าเป็นการไหลแบบ Channel flow หรือ แบบ Boundary-layer with a freestream โดยสามารถดูตัวอย่างการศึกษาผลการทดลองการไหลแบบนี้ได้จาก Jovic and

Driver [64, 65] และ Yoshioka et al. [66, 67] และผลจากวิธี Direct numerical simulation (DNS) โดย Le et al. [68]

รูปที่ 4.4 (d) แสดงการเกิด Separation ผ่าน Forward-facing step ซึ่งมีลักษณะของช่องทางไหลที่ตรงข้ามกับ Backward-facing step ซึ่งรูปนี้จะแสดงการเกิด Separation ทั้งที่มุมด้านหน้าและด้านหลังของ Step (Wilhelm et al. [69])

ตัวอย่างการไหลที่เกิด Separation เนื่องจาก Pressure gradient แสดงในรูปที่ 4.4 (e) ในที่นี้ได้ยกตัวอย่างที่ได้รับความสนใจมากจากผู้วิจัยหลายคนอีกแบบหนึ่ง นั่นคือ การไหลผ่าน Diffuser ซึ่งตัวอย่างของการศึกษาการเกิด Separation ใน Diffuser ที่มีรูปร่างแตกต่างกันนั้นสามารถหาได้จาก Yin and Yu [70] และ Brunet et al. [71]

รูปที่ 4.4 (f) แสดงการไหลแบบ Open ผ่าน Aerofoil ซึ่งมีการนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาการไหลผ่านรูปทรงนี้ไปใช้ประโยชน์อย่างมากในงานด้านอวกาศและอากาศยาน



รูปที่ 4.4 การไหลผ่านช่องทางไหลหรือรูปทรงแบบต่างๆ ที่มีผลต่อการเกิด Separation

4.3 การไหลแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อน (Complex turbulent flow)

การศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อน (Complex turbulent flow) ถือได้ว่าเป็นการไหลที่มีความยุ่งยากในการทำความเข้าใจอย่างมากอันเกิดจากตัวแปรอื่นๆหรือองค์ประกอบที่หลากหลาย ซึ่งส่งเสริมหรือผลักดันให้เกิดการไหลที่ซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งองค์ประกอบหรือปัจจัยเหล่านี้อาจจะจำแนกได้ดังต่อไปนี้

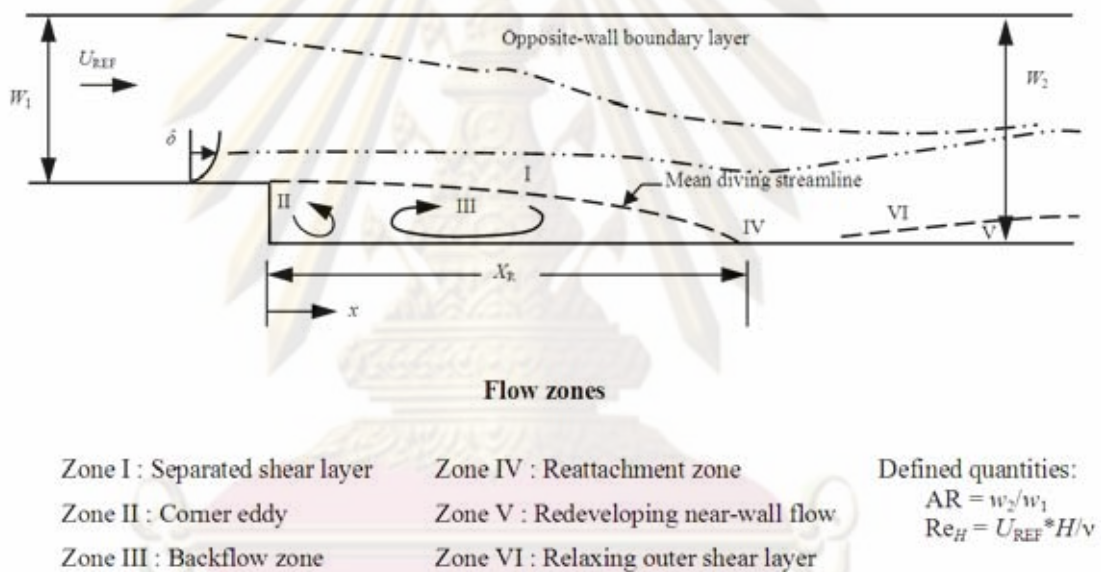
1. ผลเนื่องจากของไหล (Fluid effects) เช่น Polymer additives, ปฏิกิริยาเคมี (Chemical reactions), ความหลากหลายของสถานะ (Multiple phase), การอัดตัว (Compressibility), แรงตึงผิว (Surface tension) และ แรงเฉือนแบบไม่เป็นนิวโตเนียน (Non-newtonian shear)
2. การเกิด Fluctuation หรือ ความปั่นป่วน หรือ การเกิด Periodicity ใน กระแสการไหลอิสระ (Freestream)
3. ผลกระทบเนื่องจากผนัง (Wall effects) เช่น รูปทรงที่ไม่ปกติ (Irregular geometry), การดูด (Suction) และการเป่า (Blowing), ความขรุขระ (Roughness) และ ผนังแบบเคลื่อนไหวได้ (Moving wall)
4. แรงลอยตัว (Body force) โดยเฉพาะเมื่อเกิด Streamline curvature ขึ้น

ในงานวิทยานิพนธ์นี้ จะพิจารณาการไหลแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อนที่เกิดมาจากผลของรูปร่างวัตถุหรือรูปแบบช่องทางไหล เป็นหลัก โดยละทิ้งผลกระทบที่เกิดจากตัวแปรต่างๆข้างต้น ทำให้สามารถศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนได้โดยไม่มีผลกระทบจากตัวแปรอื่นๆ มาเกี่ยวข้องด้วย

4.4 ตัวอย่างการไหลที่ซับซ้อน (Complex flow examples)

การไหลที่ซับซ้อนที่จะยกมาเป็นตัวอย่างแรก คือ การไหลผ่าน Backward-facing step (Buice [72]) ซึ่งอาจจะถือได้ว่าเป็นการไหลแบบ 2 มิติที่สามารถนำมาศึกษาและทำความเข้าใจได้ง่าย จึงได้มีการนำเสนองานวิจัยเกี่ยวกับการไหลผ่าน Backward-facing step ในช่วงหลายทศวรรษที่ผ่านมาเป็นจำนวนมาก การไหลรูปแบบนี้อาจจะถูกมองแล้วเกิดคำถามว่า “การไหลผ่าน Step มีความซับซ้อนอย่างไร ? ” โดยที่เนื้อหาส่วนต่อไปจะนำเสนอปรากฏการณ์หรือคุณลักษณะการไหลที่เกิดขึ้นเมื่อพิจารณาการไหลผ่าน Backward-facing step ซึ่งจะสามารถตอบคำถามข้างต้นได้

รูปที่ 4.5 แสดงคุณลักษณะการไหลเมื่อพิจารณาการไหลผ่าน Backward-facing step โดยเริ่มจากเมื่อของไหลไหลเข้าจะเกิดการแยกตัวของ Boundary layer เริ่มต้นที่มุมของ Step ทำให้เกิดเป็นเส้น Separation (เส้น I) แล้วจะเกิด Corner eddy ที่บริเวณมุมของ Step (บริเวณ II) และเกิด Backflow ในบริเวณถัดไป (บริเวณ III) จนเมื่อสิ้นสุดบริเวณที่เกิดการหมุนวนจะเกิด Reattachment (บริเวณ IV) และจะเห็นว่า Mixing layer จะเกิดไปตามแนวเส้น Separation ไปจนถึงสิ้นสุดที่จุด Reattachment ซึ่ง Mixing layer ที่เกิดขึ้นนี้เป็นผลมาจาก Strong curvature, Adverse pressure gradient และ Strong interaction กับผนัง (Eaton [73]) และค่าของ Reynolds normal stress และ Reynolds shear stress จะมีค่าน้อยในบริเวณที่เกิดการไหลหมุนวน ส่วนบริเวณที่ V จะเกิดการไหลแบบ Redeveloping บริเวณใกล้ผนัง

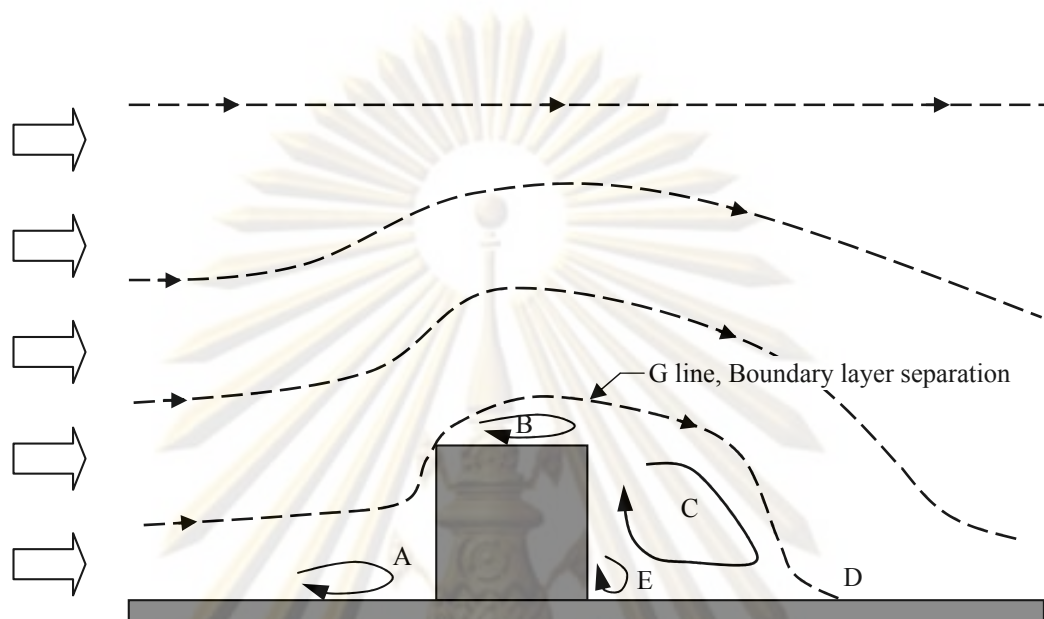


รูปที่ 4.5 การไหลผ่าน Backward-facing step

(From Westphal et al. [74])

ตัวอย่างที่ 2 ของการไหลที่ซับซ้อนซึ่งนำมาแสดงในที่นี้ คือ การไหลผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่ติดตั้งบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล โดยรูปที่ 4.6 แสดงปรากฏการณ์การไหลในสนามการไหลรอบๆ สิ่งกีดขวาง โดยรูปที่ได้ มาจากผลการจำลองการไหลของ Shah and Ferziger [75] จากรูปเมื่อสังเกตที่บริเวณ A จะเห็นบริเวณที่เกิด Separation ที่มุมด้านหน้าสิ่งกีดขวาง (Upstream corner) และยังเกิด Head ของ Horseshoe vortex ที่ด้านหน้าสิ่งกีดขวางและเกิดการไหลต่อเนื่องจนเกิด Head ของ Arch vortex ที่บริเวณ C จนไปสิ้นสุดที่จุด Reattachment (จุด H) จะเห็นได้ว่าเส้น G แสดงเส้น Streamline ที่ใช้ในการอธิบายบริเวณที่เกิด Separation

ซึ่งจะเห็นได้ว่ามี Separation เกิดขึ้น 3 ตำแหน่งด้วยกัน ได้แก่ ตำแหน่ง B, C และ E และมีบริเวณที่น่าสนใจอีกบริเวณก็คือ ด้านบนของสิ่งกีดขวาง (บริเวณ B) ซึ่งจะเกิดการไหลหมุนวนขึ้นอีกหนึ่งตำแหน่ง แต่สังเกตว่าจะไม่เกิดจุด Reattachment ขึ้นในบริเวณนี้



รูปที่ 4.6 การไหลผ่านสิ่งกีดขวางเดี่ยวที่ติดตั้งบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

การแก้ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนด้วย แบบจำลองความปั่นป่วน **BLL**

ในบทนี้จะนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นจากแบบจำลองที่ปรับปรุงขึ้นใหม่ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (รายละเอียดแสดงในบทที่ 2 และ 3) มาตรวจสอบความถูกต้อง (Validation) กับปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนที่มีผลการทดลอง ผลการคำนวณด้วยวิธี DNS หรือผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ ทั้งนี้เพื่อแสดงถึงประสิทธิภาพการทำนายผล ความถูกต้องและความน่าเชื่อถือของแบบจำลองที่เสนอขึ้นใหม่ ในงานวิทยานิพนธ์นี้ ปัญหาที่ถูกเลือกมาใช้ในการทดสอบแบบจำลอง สามารถแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบ Attached boundary layer ซึ่งเป็นการไหลที่ยังไม่มีปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนเกิดขึ้น และปัญหาคาร์ไหลที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ก็คือ ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบที่มี Separation และ Reattachment

กรณีศึกษาที่นำมาใช้ในการตรวจสอบแบบจำลองและประยุกต์ใช้งาน มีดังต่อไปนี้

- 1) ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบ Attached boundary layer ได้แก่ ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบและปัญหาคาร์ไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient
- 2) ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบที่มี Separation และ Reattachment ได้แก่ ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step และปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ

5.1 ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ

ปัญหาแรกที่จะนำมาใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นจากแบบจำลองใหม่ คือ การไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ ซึ่งเป็นปัญหาคาร์ไหลแบบปั่นป่วนอย่างง่ายและมีความซับซ้อนไม่มากนัก โดยจะนำผลที่ได้จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มไปเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธี DNS (Direct Numerical Simulation) ซึ่งเป็นวิธีที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนได้

ใกล้เคียงกับผลการศึกษาดูด้วยการทดลอง แต่ยังคงมีข้อจำกัดของวิธีที่สามารถใช้ได้กับการไหลที่ไม่ซับซ้อนมากนักเท่านั้น

5.1.1 ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ

เราจะเริ่มทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาใหม่ โดยใช้ปัญหาการไหลแบบพัฒนาเต็มที่แล้ว (Fully developed flow) ซึ่งเป็นปัญหาอย่างง่ายที่เป็นที่รู้จัก และถูกใช้เป็นกรณีทดสอบแบบจำลองความปั่นป่วนกันอย่างแพร่หลาย อีกทั้งปัญหาการไหลที่เลือกมานี้ยังเหมาะกับการศึกษาเกี่ยวกับคุณลักษณะของผลจากผนัง (Characteristics of wall effects) และเหมาะสำหรับการนำมาใช้ทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองแบบความปั่นป่วนแบบเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ต่ำ (LRN model) ในที่นี้เราจะใช้ผลการคำนวณด้วยวิธี DNS ของ Moser et al. [76] มาเป็นข้อมูลอ้างอิงในการตรวจสอบแบบจำลอง และจะนำผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ มาใช้เปรียบเทียบกับ ได้แก่ แบบจำลอง High-Re $k-\omega$ ของ Wilcox [33] และแบบจำลอง AKN (Abe Kondoh Nagano) โดยที่แบบจำลอง AKN คือ แบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ แบบหนึ่งที่ถูกพัฒนาขึ้นโดยกลุ่มผู้วิจัย คือ Abe, Kondoh and Nagano [20] โดยพวกเขาได้นำแบบจำลองไปทดสอบกับปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ การไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient และการไหลผ่าน Backward-facing step ซึ่งแบบจำลอง AKN นี้ต่อมาได้ถูกนำมาใช้ในการเปรียบเทียบกับแบบจำลองความปั่นป่วนที่ถูกเสนอขึ้นมาใหม่อีกหลายแบบจำลอง

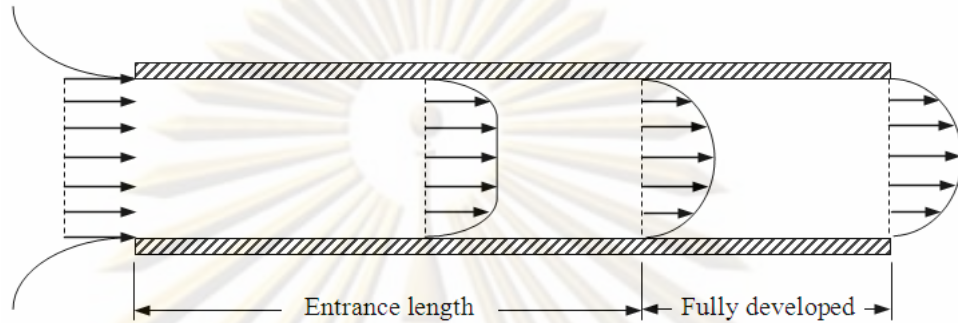
โดยการจำลองการไหลนี้ เราพิจารณาการไหลที่ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ เท่ากับ 590 ($Re_\tau = 590$) และสามารถคำนวณค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ได้จากสมการ (5.1)

$$Re_\tau = u_\tau \delta / \nu \quad (5.1)$$

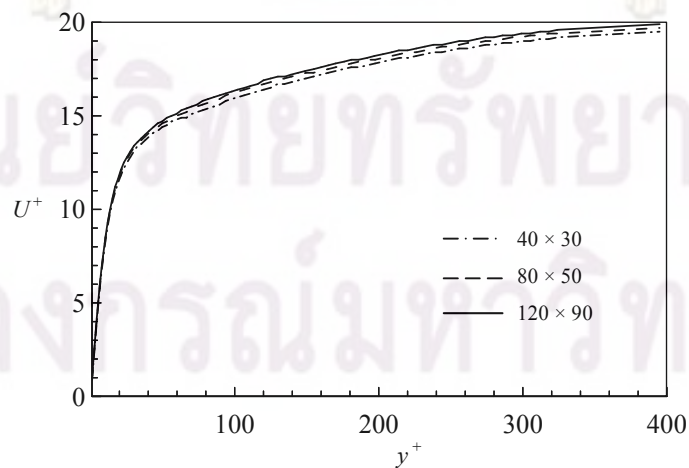
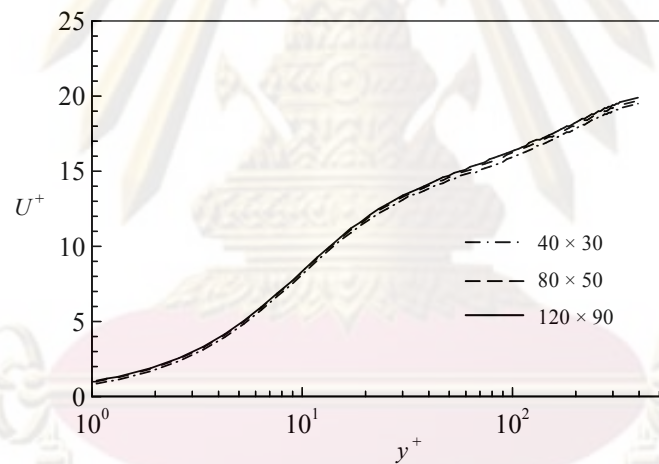
เมื่อ	Re_τ	คือ	ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์อ้างอิงจาก Friction velocity (u_τ)
	u_τ	คือ	Friction velocity
	δ	คือ	Channel half-width
	ν	คือ	Kinematic viscosity ของของไหล

สำหรับโดเมนการคำนวณเราจะเห็นได้ว่า สามารถพิจารณาช่องทางไหลโดยใช้เงื่อนไขขอบแบบสมมาตรได้ ซึ่งจะทำให้โดเมนการคำนวณเหลือเพียงครึ่งหนึ่งของช่องทางไหลเท่านั้น (แสดงดังรูปที่ 5.1) ส่วนบริเวณผนังด้านที่ยังเหลืออยู่ของช่องทางไหลจะใช้เงื่อนไขขอบที่ผนังแบบ No slip

ในที่นี้จะใช้ตัวแปรไร้มิติในการคำนวณปัญหานี้ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม โดยกำหนดให้ u_τ และ δ มีค่าเท่ากับ 1.0 และ Re_τ เท่ากับ 587.19 (ค่า Re_τ จริงที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธี DNS อ้างอิงจาก Moser et al. [76]) ซึ่งเราจะสามารถคำนวณได้ค่า ν ที่ใช้ในการจำลองการไหลเท่ากับ $1/587.19$



รูปที่ 5.1 ลักษณะปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ

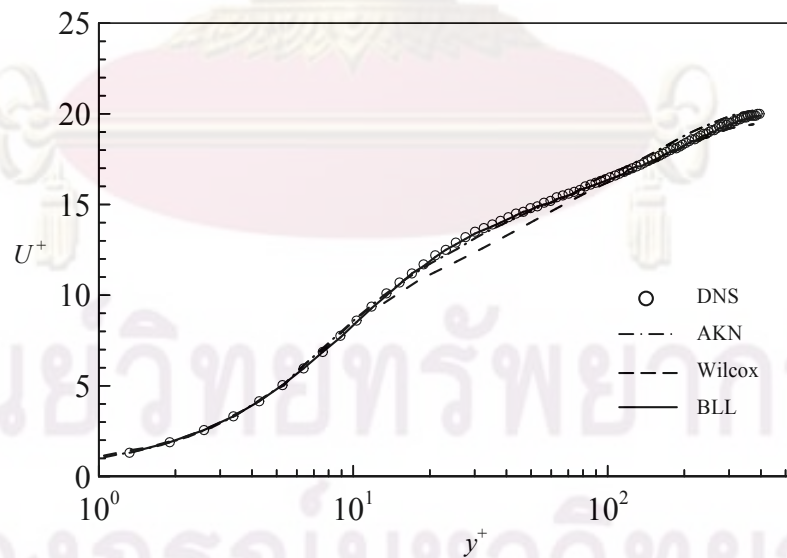


รูปที่ 5.2 ความเร็ว Normalized streamwise (U^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ สำหรับ $Re_\tau = 590$

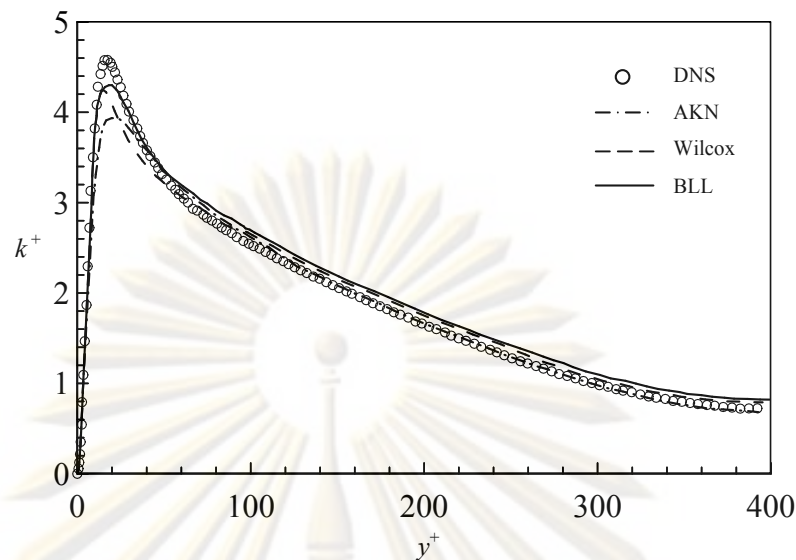
รูปที่ 5.2 แสดงการตรวจสอบความเป็น Grid independent ของผลลัพธ์โดยขนาดกริดที่เลือกใช้คือ 40×30 , 80×50 และ 120×90 ซึ่งจะเห็นได้ว่าขนาดกริด 80×50 มีความละเอียดเพียงพอแล้วสำหรับปัญหานี้

รูปที่ 5.3 แสดงค่าความเร็ว Normalized streamwise (U^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ กัน โดยที่ค่า U^+ คือ ค่าความเร็วเฉลี่ยที่ถูก Normalize โดยค่า Friction velocity ($U^+ = \bar{u}/u_\tau$) จะเห็นได้ว่า ผลการคำนวณของแบบจำลองแบบ BLL และแบบจำลอง AKN มีความสอดคล้องกับผลการคำนวณด้วยวิธี DNS แม้ว่ายังมีบางตำแหน่งที่ให้ค่าต่ำกว่าที่ควรจะเป็น (Under-prediction) เล็กน้อย แต่จะเห็นได้ว่าผลการคำนวณด้วยแบบจำลอง Wilcox (แบบจำลอง High-Re) มีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างมากในช่วง $15 < y^+ < 80$ เมื่อเทียบกับผลจากวิธี DNS

รูปที่ 5.4 แสดงค่า Turbulent kinetic energy (k^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ กัน โดยที่ k^+ คือ ค่า Normalized turbulent kinetic energy ($k^+ = k/u_\tau^2$) จะเห็นได้ว่า แบบจำลอง BLL ให้ผลที่ใกล้เคียงกับผล DNS มากกว่าแบบจำลองอื่นๆ แต่แบบจำลอง Wilcox และแบบจำลอง AKN จะให้ผลการคำนวณที่สอดคล้องกับผล DNS เมื่อ $y^+ > 30$ ซึ่งเมื่อ $y^+ \leq 30$ จะสังเกตเห็นว่าผลการคำนวณต่ำกว่าค่าที่ควรจะเป็นเล็กน้อย



รูปที่ 5.3 ความเร็ว Normalized streamwise (U^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ ซึ่งได้จากการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธี DNS สำหรับ $Re_\tau = 590$



รูปที่ 5.4 Turbulent kinetic energy (k^+) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ ซึ่งได้จากการจำลอง การไหลเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธี DNS สำหรับ $Re_\tau = 590$

ผลการเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนกับผลจากวิธี DNS อาจสรุปได้ดังนี้ จากรูปที่ 5.3 เมื่อเปรียบเทียบค่าความเร็ว Normalized streamwise จะเห็นได้ว่า ผลจากแบบจำลอง BLL ให้ผลที่ใกล้เคียงกับแบบจำลอง AKN (LRN- $k-\varepsilon$) แต่เมื่อพิจารณาค่า Turbulent kinetic energy จะเห็นได้ว่าแบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลอง AKN ค่อนข้างมาก

5.1.2 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ

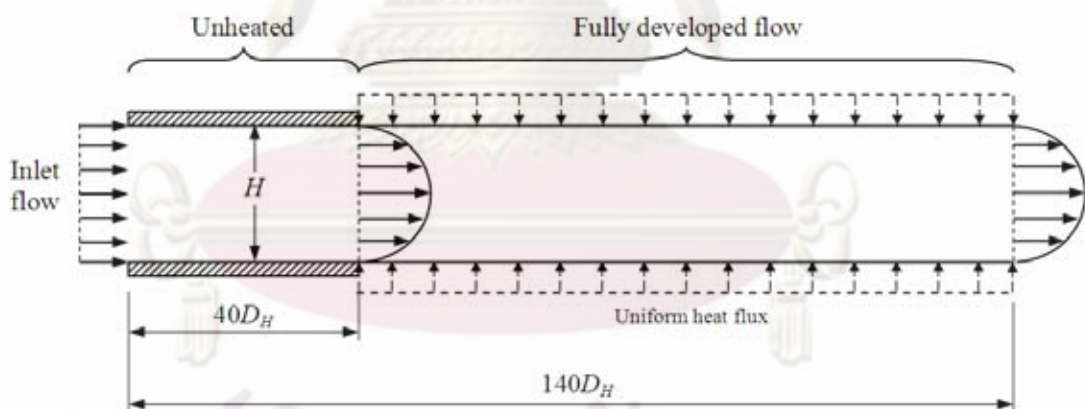
ในส่วนของการตรวจสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองกับปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ จะเลือกใช้กรณีทดสอบ 2 กรณี ซึ่งมีความแตกต่างไปจากกรณีทดสอบเฉพาะการไหลเพียงอย่างเดียว (หัวข้อ 5.1.1) เนื่องจากปัญหาอุปสรรคในการหาค่าทดสอบที่จะนำข้อมูลมาใช้เป็นค่าเปรียบเทียบ (ทั้งผลจากการทดลองหรือผลจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่นๆ) ซึ่งในการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองความปั่นป่วนนั้น ยังไม่สามารถหาค่าทดสอบที่มีการแสดงผลทั้งในส่วนของการไหลและการถ่ายเทความร้อนอยู่ในกรณีทดสอบเดียวกันได้

5.1.2.1 ปัญหาที่ 1 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ สำหรับ $Re_{D_H} = 20,000$

Sparrow et al. [77] ได้ทำการทดลองการไหลผ่านช่องทางไหลที่มีความสูง ความกว้างและความยาว คือ 0.6, 3.0 และ 140 เท่าของ D_H ตามลำดับ โดยช่องทางไหลถูกแบ่ง ออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกคือบริเวณที่ไม่มี การให้ความร้อน (Unheated) ซึ่งมีระยะเท่ากับ $40D_H$ (รูปที่ 5.5) เพื่อให้แน่ใจว่าการไหลมีการพัฒนาตัวเป็น การไหลแบบ Fully developed ก่อนที่จะ เข้าสู่บริเวณที่ให้ความร้อนต่อไป ระยะดังกล่าวถูกเสนอโดย Harnett et al. [78]

ในการจำลองการไหลและการถ่ายเทความร้อนด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนจะ กำหนดคุณสมบัติของของไหลและเงื่อนไขต่างๆ ดังนี้

ความหนาแน่น	เท่ากับ	1.19 kg/m^3
ความหนืดสัมบูรณ์	เท่ากับ	$1.80 \times 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$
อุณหภูมิทางเข้า	เท่ากับ	298 K
ฟลักซ์ความร้อนแบบสม่ำเสมอ (q'')	เท่ากับ	1000 W/m^2 ที่ผนังด้านบนและล่าง



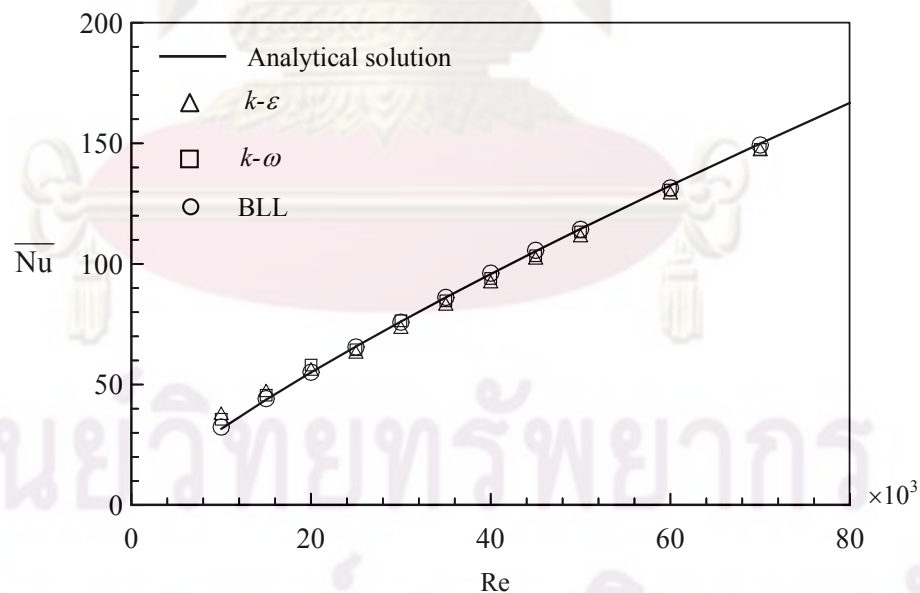
รูปที่ 5.5 ลักษณะของปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ

ผลการทำนายการถ่ายเทความร้อนในที่นี้ จะนำมาเทียบกับสมการ Correlation ที่ได้จากการวิเคราะห์ ดังนี้

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (5.2)$$

เมื่อ	Pr	คือ	พริ้นด์เทิลนัมเบอร์
	Re	คือ	ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์อ้างอิงจากค่า Hydraulic diameter ซึ่งหาได้จาก $Re = uD_H / \nu$
	D_H	คือ	Hydraulic diameter มีค่าเท่ากับ 0.0254 m ซึ่งหาได้จาก $D_H = 4A/P$
	A	คือ	พื้นที่หน้าตัดของช่องทางไหล
	P	คือ	ความยาวรอบหน้าตัดของช่องทางไหล

สำหรับผลลัพธ์ในส่วนของการถ่ายเทความร้อนนั้น ถูกแสดงอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ นัสเซลท์นัมเบอร์เฉลี่ย (Average Nusselt number, \overline{Nu}) จากรูปที่ 5.6 แสดงค่า นัสเซลท์นัมเบอร์เฉลี่ยที่เรย์โนลด์นัมเบอร์ต่างๆ กัน ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลการคำนวณด้วยแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$, High-Re $k-\omega$ และ BLL เปรียบเทียบกับค่าจากสมการ (5.2) มีความสอดคล้องกันที่ทุกๆ ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ แต่จะสังเกตเห็นได้ว่าแบบจำลอง BLL ให้ผลที่ใกล้เคียงกับผลเฉลยที่หาด้วยวิธีวิเคราะห์ (Analytical solution) มากที่สุด ซึ่งแสดงถึงประสิทธิภาพของแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นในส่วนของการถ่ายเทความร้อน

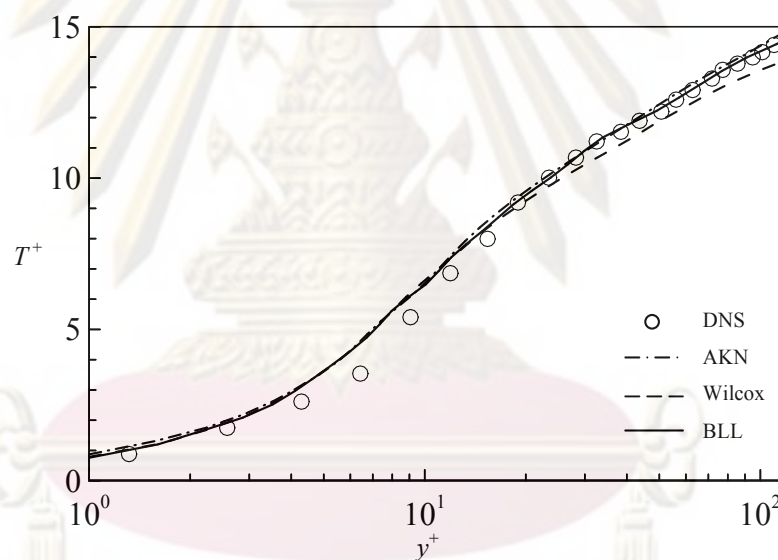


รูปที่ 5.6 ค่า นัสเซลท์นัมเบอร์เฉลี่ยที่เรย์โนลด์นัมเบอร์ต่างๆกัน สำหรับ $q''=1000 \text{ W/m}^2$

5.1.2.2 ปัญหาที่ 2 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ สำหรับ $Re_\tau = 180$

สำหรับการจำลองการไหลนั้นถูกกำหนดภายใต้เงื่อนไขดังต่อไปนี้ เงื่อนไขความร้อนที่ผนัง (Wall thermal condition) ถูกกำหนดให้อุณหภูมิของผนังมีค่าสม่ำเสมอ (Uniform wall temperature) ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ของการไหล คือ $Re_\tau = 180$ และค่า $Pr = 0.71$

ผลการคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนจะถูกตรวจสอบความถูกต้องโดยนำผลมาเปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS ของ Kim and Moin [79] และผลการคำนวณจากแบบจำลองอื่นๆ อีก 2 แบบจำลอง ได้แก่ แบบจำลอง AKN (LRN $k-\varepsilon$ model) และแบบจำลอง Wilcox (High-Re $k-\omega$)



รูปที่ 5.7 ค่าการกระจายอุณหภูมิไร้มิติของปัญหาการไหลผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ

รูปที่ 5.7 แสดงค่าการกระจายอุณหภูมิไร้มิติ ($T^+ = \rho u_\tau c_p (T_w - T) / q_w$) ที่ตำแหน่ง y^+ ต่างๆ กัน จะเห็นได้ว่า ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลอง BLL ให้ผลที่สอดคล้องกันดีกับผลจากวิธี DNS เช่นเดียวกับผลจากแบบจำลอง AKN แต่จะสังเกตเห็นได้ว่าแบบจำลองของ Wilcox ให้ผลการคำนวณไม่ค่อยดีนักในช่วง $y^+ > 20$ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นนี้อาจมีสาเหตุมาจาก ข้อด้อยของแบบจำลองเอง ซึ่งแบบจำลองนี้จะมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงการไหลในกระแสอิสระในระดับที่สูง (High sensitivity in freestream)

5.2 ปัญหาการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient

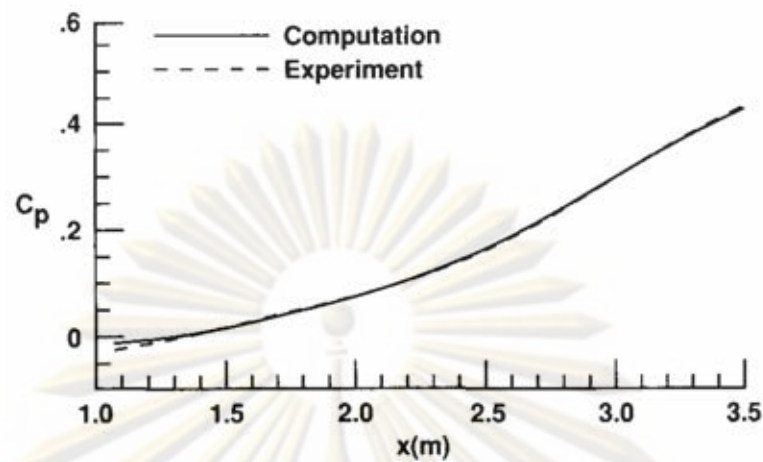
ความสามารถในการทำนายการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient boundary-layer ของแบบจำลองความปั่นป่วนที่มีความแม่นยำนั้นมีความสำคัญอย่างมากกับการประยุกต์ใช้ทางอากาศพลศาสตร์ (Aerodynamic applications) การทำนายตำแหน่งการเกิด Separation และความยาวของบริเวณที่เกิด Separation ซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่มีผลอย่างมากต่อการกระจายความดันรวม (Overall pressure distribution) และประสิทธิภาพของ Aerodynamic body

ผลการทดลองการไหลภายใต้เงื่อนไข Adverse pressure gradient ที่ใช้เป็นผลการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย นั่นคือ ผลของ Samuel and Joubert [80] ซึ่งทำการทดลองการไหลผ่าน Flat plate boundary layer ที่พัฒนาการไหลภายใต้การเพิ่มขึ้นของ Adverse pressure gradient ซึ่งความดันลักษณะเช่นนี้จะส่งผลต่อการหน่วงให้การไหลช้าลง แต่การไหลในกรณียังไม่เกิด Separation ขึ้น สำหรับ Upstream Reynolds number per meter ที่มีค่าเท่ากับ $1.7 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$

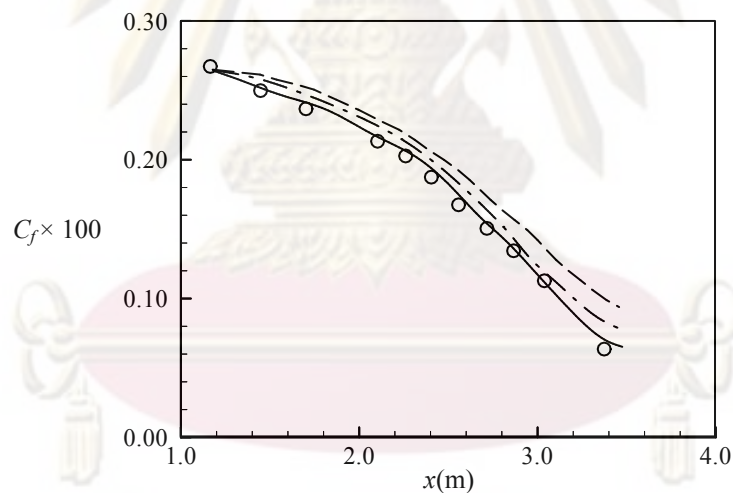
สำหรับการจำลองการไหลในกรณีนี้ เราจะกำหนดเงื่อนไขที่บริเวณทางออกของโดเมนการคำนวณ โดยใช้ค่าการกระจายความดันที่ได้จากผลการทดลองและกำหนดคุณสมบัติอื่นๆ ดังนี้ ค่า Eddy-viscosity ที่บริเวณทางเข้า (Inflow boundary) หาได้จากค่า Shear-stress และรูปร่างความเร็ว (Velocity profiles) ส่วนค่า Turbulent kinetic energy (k) หาได้จาก $k = (-\overline{u'v'})/a_1$ และค่า ω และ ε หาได้จากนิยามของ Eddy-viscosity สำหรับเงื่อนไขขอบที่ทางออกของโดเมนการคำนวณ เราจะใช้ค่า Wall pressure (C_p) ที่ได้จากการทดลองของ Samuel and Joubert [80] และผลการคำนวณของ Menter [81] ซึ่งแสดงดังรูปที่ 5.8

ผลการคำนวณจะถูกนำไปตรวจสอบความถูกต้องกับผลการทดลองของ Samuel and Joubert [80] และเปรียบเทียบกับผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ อีก 2 แบบจำลอง คือ แบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ และแบบจำลอง High-Re $k-\omega$

รูปที่ 5.9 แสดงค่าการกระจาย Friction coefficient จากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลอง จะเห็นได้ว่าแบบจำลอง $k-\omega$ และแบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณที่สอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี (โดยเฉพาะแบบจำลอง BLL ให้การคำนวณที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองอื่นๆ) ส่วนแบบจำลอง $k-\varepsilon$ ให้ผลการคำนวณที่ค่อนข้างสูงกว่าผลการทดลองมากพอสมควร (Over-prediction)

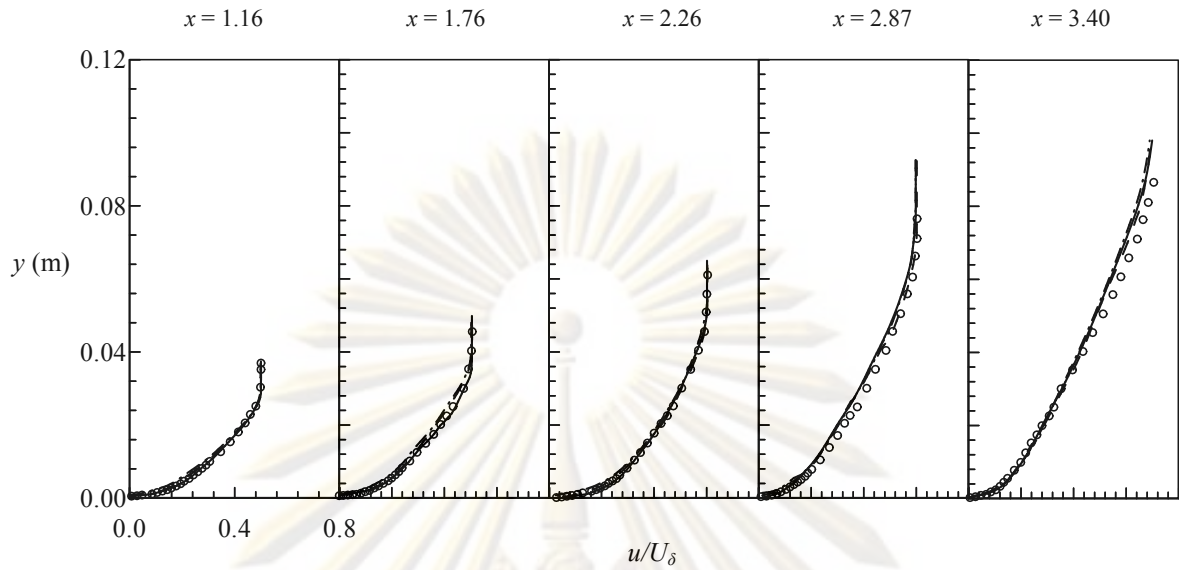


รูปที่ 5.8 การกระจาย Wall pressure ของการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient ที่ได้จากการทดลองของ Samuel and Joubert [80] และการคำนวณของ Menter [81]

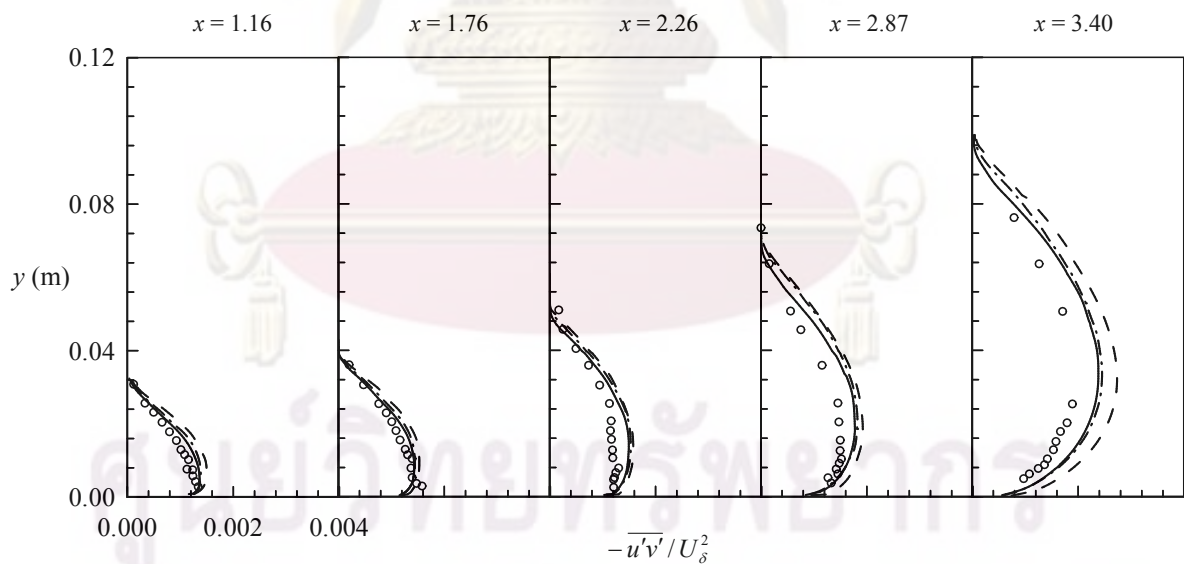


รูปที่ 5.9 การกระจาย Friction coefficient ของการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient
(○ ผลการทดลอง, — BLL model, -- $k-\epsilon$ model, -·- $k-\omega$ model)

รูปที่ 5.10 แสดงการเปรียบเทียบรูปร่างความเร็ว (u/U_δ) จะเห็นได้ว่า แต่ละแบบจำลองให้ผลที่มีความแตกต่างกันไม่มากนักและทั้งหมดมีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง และเมื่อพิจารณาความเร็วบริเวณใกล้ผนังจะเห็นได้ว่า ผลลัพธ์จากการคำนวณไม่เกิด Separation (สังเกตได้จากความเร็วบริเวณใกล้ผนังที่ไม่มีเกิดการไหลย้อนกลับเกิดขึ้น) ซึ่งตรงกับผลการทดลองและเงื่อนไขขอบที่ใช้ในการคำนวณ



รูปที่ 5.10 ความเร็ว u/U_δ ที่ได้จากการจำลองการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient
(\circ ผลการทดลอง, — BLL model, -- $k-\epsilon$ model, -.- $k-\omega$ model)



รูปที่ 5.11 Turbulent shear stress ที่ได้จากการจำลองการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient
(\circ ผลการทดลอง, — BLL model, -- $k-\epsilon$ model, -.- $k-\omega$ model)

สมการสำหรับคำนวณค่า Turbulent shear-stress ในการไหล Boundary-layer บริเวณนอก Viscous sublayer สามารถหาได้ดังสมการ (5.3)

$$\overline{-u'v'} = c_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{k}{\omega} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (5.3)$$

สมการ (5.3) สามารถจัดรูปใหม่ ดังนี้

$$\overline{-u'v'} = \sqrt{\frac{\text{Production}_k}{\text{Dissipation}_k}} a_1 k \quad (5.4)$$

ค่า Turbulent shear-stress $(-\overline{u'v'}/U_{\delta}^2)$ แสดงดังรูปที่ 5.11 จะเห็นได้ว่า แบบจำลองทั้งหมดทำให้ผลการทำนายที่ค่อนข้างสูงกว่าผลการทดลองโดยเฉพาะที่ตำแหน่ง $x/h = 2.87$ และ 3.40 แต่เป็นที่น่าสังเกตว่า แบบจำลอง BLL และแบบจำลอง High-Re $k-\omega$ ให้ผลการคำนวณใกล้เคียงกับผลการทดลองเช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตามจะเห็นว่าแบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองอื่น ส่วนผลการคำนวณด้วยแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ให้ผลที่ไม่ค่อยดีนักเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ผลดังกล่าวอาจมีสาเหตุมาจากการที่แบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ไม่ได้ให้ความสำคัญกับ Equilibrium formulation ของแบบจำลองเอง (อ้างอิงจากข้อสรุปของ Driver [82]) เป็นที่ทราบกันโดยทั่วไปว่าแบบจำลอง $k-\varepsilon$ จะให้ผลการคำนวณค่า Shear stress ที่มีค่าสูงในการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient อย่างไรก็ตาม แบบจำลอง $k-\varepsilon$ ก็ยังได้รับความเชื่อมั่นในสมการ Dissipation rate of TKE (ε) และมีงานวิจัยในระยะหลังที่เสนอแนวคิดในการปรับปรุงแบบจำลองนี้ตามออกมามี ก เป็นจำนวนมาก

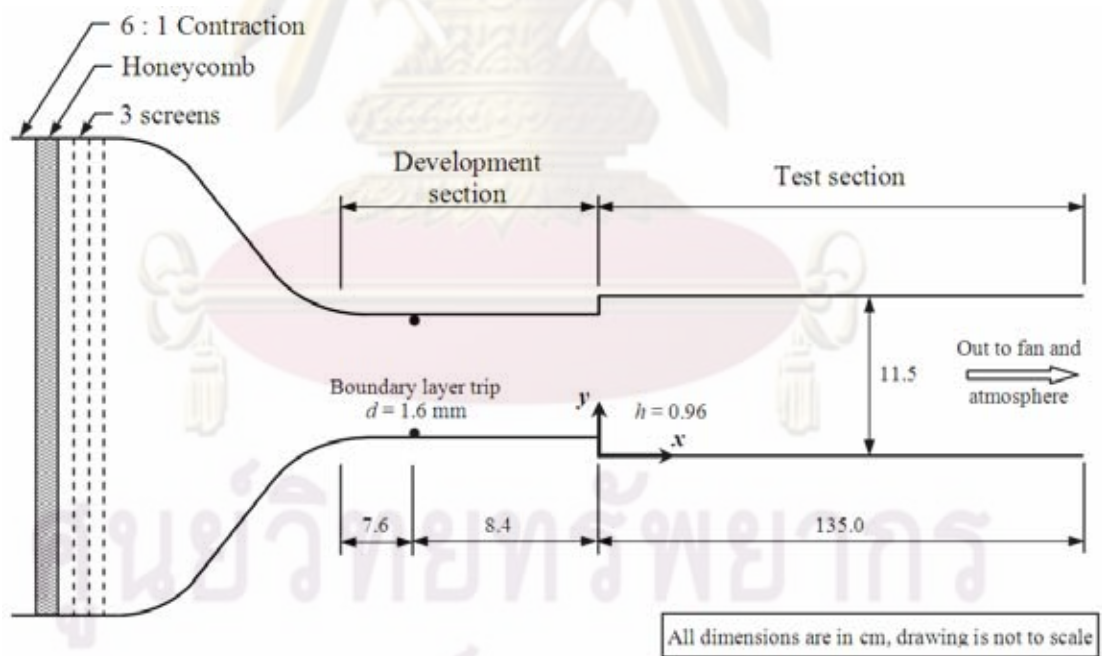
5.3 ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่าน Backward-facing step

สำหรับการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองในส่วนการไหลที่เกิด Separation ขึ้นในงานวิจัยนี้ จะใช้กรณีทดสอบของการไหลและถ่ายเทความร้อนแบบป้อนผ่าน Backward-facing step ซึ่งเป็นกรณีศึกษาที่นิยมใช้กันโดยทั่วไปสำหรับการทดสอบแบบจำลอง แม้ว่าการไหลประเภทนี้อาจจะถูกมองว่าเป็นการไหลอย่างง่าย แต่เมื่อเราพิจารณาการไหลให้ละเอียดมากขึ้น จะเห็นได้ว่ามีปรากฏการณ์หลายอย่างเกิดขึ้นในการไหลผ่าน Backward-facing step เช่น การเกิด Redeveloping boundary layer โดยมีการแยก (Separation) การไหลหมุนวน (Recirculation) และ การเกิด Reattachment ดังนั้นการไหลแบบนี้จึงจัดได้ว่าเป็นการไหลที่เกิด Adverse pressure gradient และแรงเฉือนมีผลต่อการไหลเป็นอย่างมาก (Dominated by shear) จากข้อมูลทีกล่าวมาข้างต้น เราอาจจะถือว่าการไหลแบบป้อนผ่าน Backward-facing

step เป็นการไหลที่ซับซ้อน ซึ่งมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้เป็นกรณีตัวอย่างในการตรวจสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองความปั่นป่วนที่พัฒนาขึ้นมาใหม่นี้

5.3.1 ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step

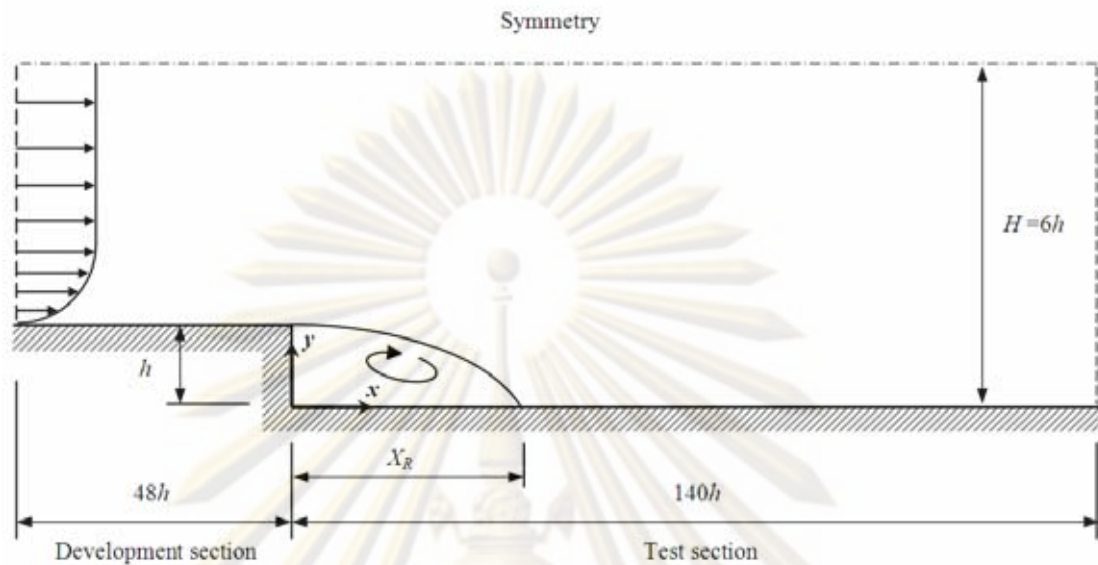
การจำลองการไหลในส่วนนี้จะพิจารณาเฉพาะส่วนของการไหลเท่านั้น โดยใช้ผลการทดลองของ Jovic et al. [64] (แสดงดังรูปที่ 5.12) ซึ่งในการทดลองจะพิจารณการไหลผ่าน Double-sided Backward-facing step ที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re_h) เท่ากับ 5,000 สำหรับการคำนวณเราสามารถพิจารณการไหลเป็นแบบสมมาตรได้ โดยรูปที่ 5.13 แสดงลักษณะของโดเมนการคำนวณของ Backward-facing step ซึ่งจะคำนวณในบริเวณครึ่งหนึ่งของช่องทางไหล สำหรับเงื่อนไขการไหลที่บริเวณทางเข้าจะกำหนดให้เป็นแบบการไหลที่พัฒนาเต็มที่แล้ว (Fully developed channel flow) ซึ่งเมื่อของไหลไหลผ่านช่องทางไหลที่ถูกขยายออกให้กว้างขึ้นหรือเปลี่ยนขนาดช่องทางไหลอย่างทันทีทันใด จะทำให้เกิดบริเวณของการไหลหมุนวน (Recirculation region) ขึ้นที่มุมของผนังด้านล่างเป็นระยะทาง X_r ซึ่งเราจะเรียกระยะนี้ว่า ความยาวบริเวณการหมุนวน (Reattachment length)



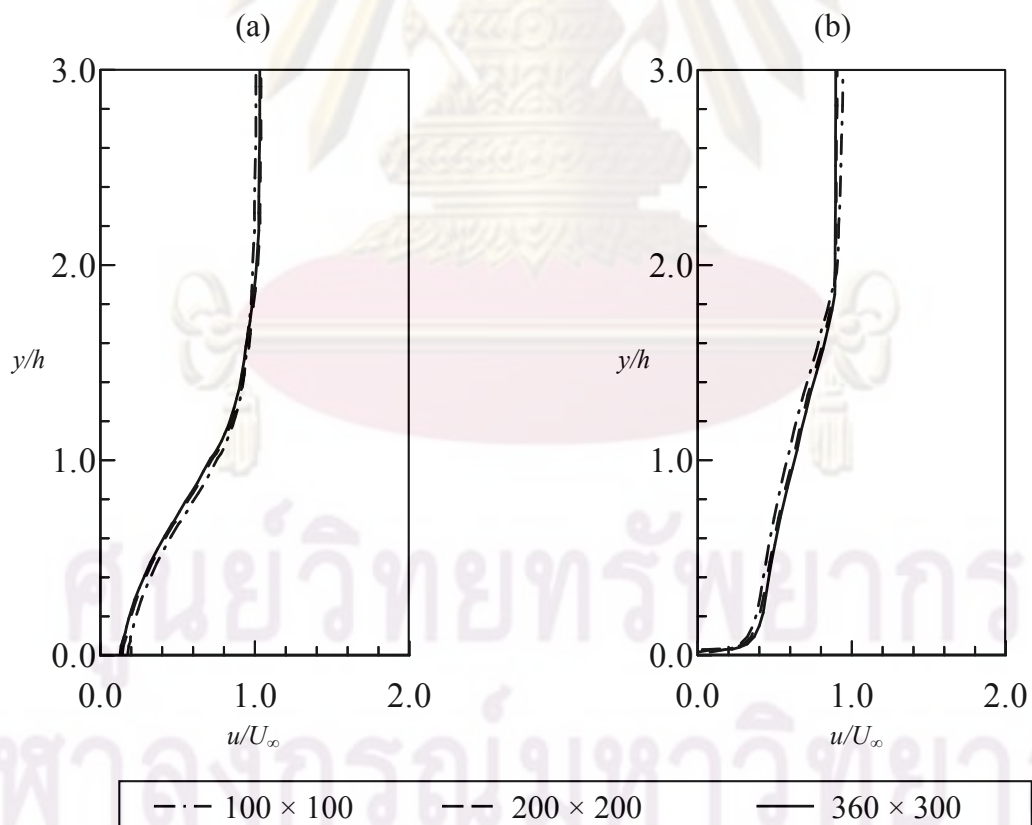
รูปที่ 5.12 อุโมงค์ลมที่ใช้ทดลองการไหลผ่าน Double-sided Backward-facing step [64]

ในส่วนของการเปรียบเทียบผลการคำนวณ เราจะใช้ผลจากการคำนวณด้วยวิธี DNS ของ Le et al. [68] ซึ่งทำการจำลองการทดลองของ Jovic and Driver [64] โดยขนาดของ Backward-facing step สามารถกำหนดได้ดังนี้ ความสูงของ Step แต่ละด้าน (h) เท่ากับ

9.6 mm ความสูงของช่องทางไหลหลัง Step เท่ากับ $12h$ ค่าเรย์โนลด์์นัมเบอร์ในกรณีนี้หาได้จาก $Re_h = U_\infty h / \nu$ โดยที่ U_∞ คือ ความเร็วอ้างอิงของการไหล (Reference flow velocity)



รูปที่ 5.13 ลักษณะของปัญหาการไหลผ่าน Backward-facing step

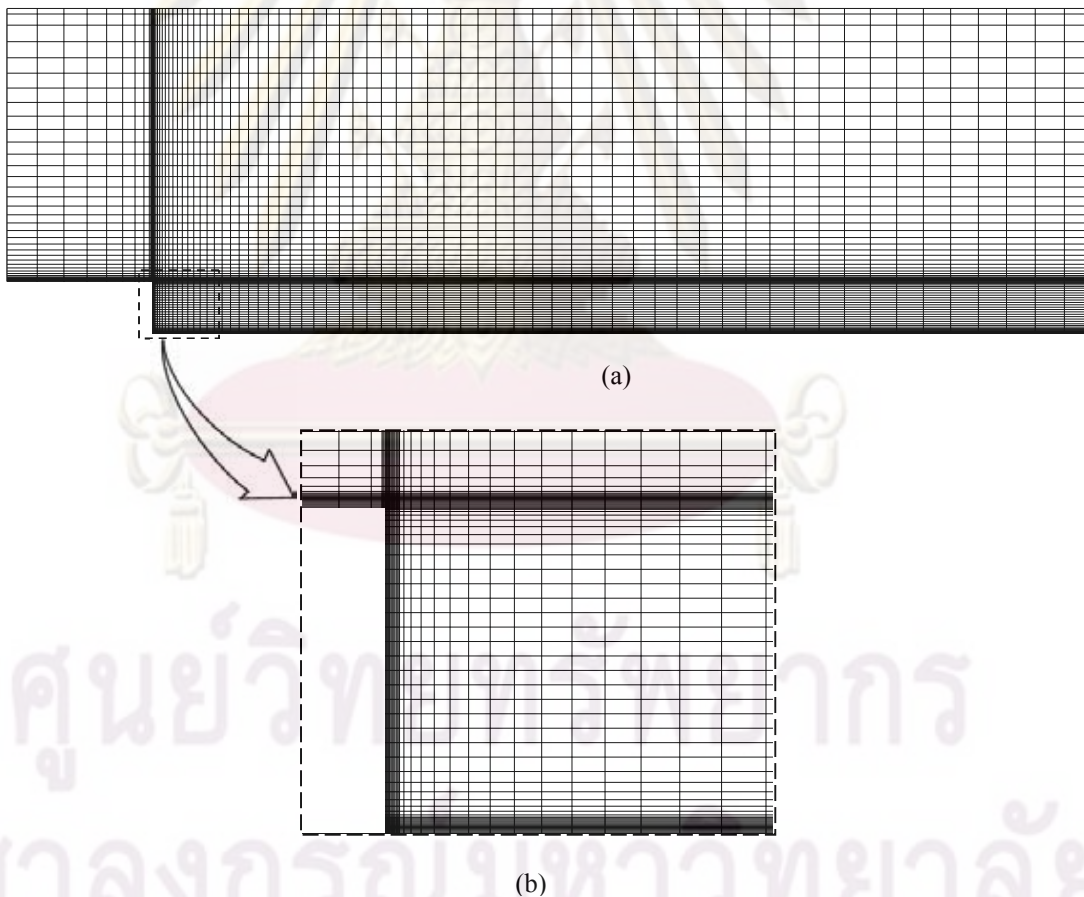


รูปที่ 5.14 ความเร็ว u/U_∞ ของการไหลผ่าน Backward-facing step ที่ตำแหน่งต่างๆ

(a) $x/h = 6$ (b) $x/h = 15$

ความเป็น Grid independent ของปัญหานี้ถูกตรวจสอบด้วยกริดขนาดต่างๆ กัน 3 ขนาด คือ 100×100 , 200×200 และ 360×300 ซึ่งในที่นี้จะแสดงเพียงผลจากแบบจำลอง BLL เท่านั้น จากรูปที่ 5.14 ซึ่งแสดงความเร็ว u/U_∞ ที่ $x/h = 6$ และ 15 ตามลำดับ สังเกตได้ว่ากริดขนาด 200×200 และ 360×300 ให้ผลลัพธ์ที่มีความใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นการเลือกใช้กริดขนาด 200×200 ก็สามารถให้ผลการคำนวณที่มีความละเอียดเพียงพอแล้วสำหรับปัญหานี้

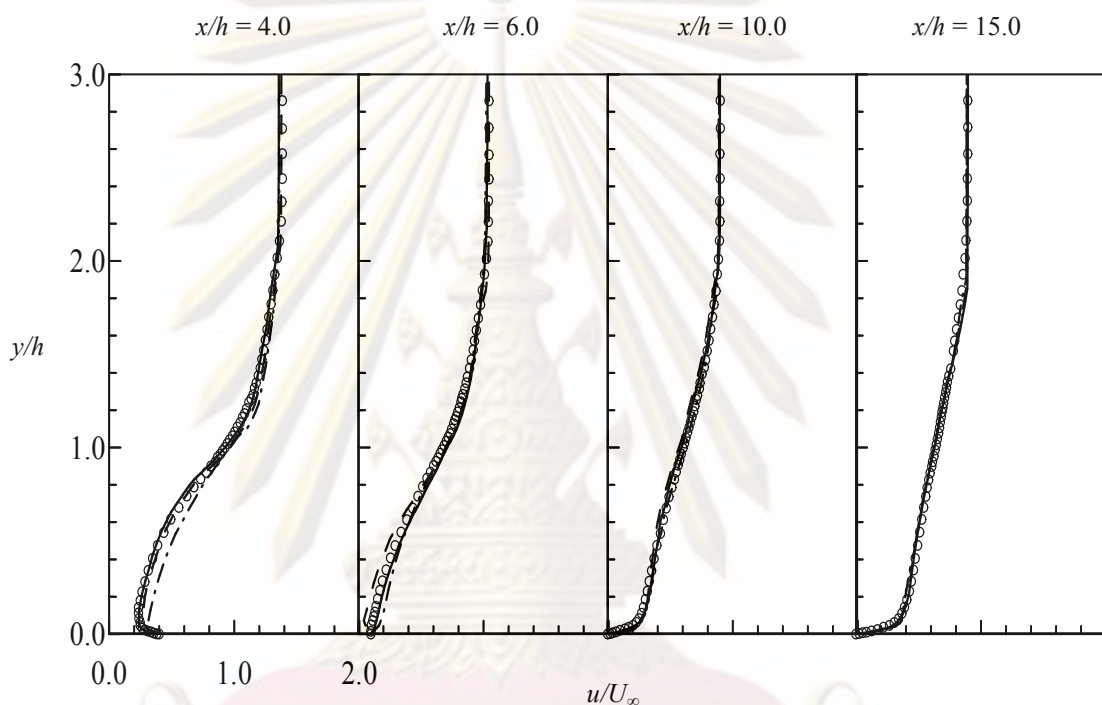
รูปที่ 5.15 (a) แสดงรูปแบบกริดของโดเมนการคำนวณทั้งหมด สำหรับการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step ซึ่งเป็นกริดแบบไม่สม่ำเสมอ และจะสังเกตเห็นว่ากริดบริเวณใกล้ผนังทั้งด้านบนและด้านหน้าของ Step และกริดบริเวณผนังด้านล่างของช่องทางไหลหลัง Step จะถูกสร้างให้มีขนาดเล็กและอยู่ชิดกับผนังค่อนข้างมาก (แสดงดังรูปที่ 5.15 (b)) ซึ่งเป็นเงื่อนไขหนึ่งสำหรับการใช้แบบจำลองความปั่นป่วนแบบเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ต่ำ



รูปที่ 5.15 รูปแบบของกริดแบบไม่สม่ำเสมอในการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step สำหรับ $Re_h = 5,000$

(a) โดเมนการคำนวณทั้งหมด (b) กริดบริเวณใกล้ผนัง

รูปที่ 5.16 แสดงความเร็ว Normalized mean streamwise (u/U_∞) ที่ได้จากผลการจำลองด้วยแบบจำลอง BLL แบบจำลอง LRN $k-\varepsilon$ ของ Abe-Kordoh-Nagano [20] (แบบจำลอง AKN) และแบบจำลอง High-Re $k-\omega$ ของ Wilcox [33] (แบบจำลอง Wilcox) เปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS สำหรับ $Re_h = 5,000$ ที่ตำแหน่ง $x/h = 4.0, 6.0, 10.0$ และ 15.0 ตามลำดับ โดยที่ $x = 0.0$ คือ ตำแหน่งที่เกิดการการขยายของช่องทางไหลอย่างกะทันหันและ h คือ ความสูงของ Step



รูปที่ 5.16 ความเร็ว u/U_∞ ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step เปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS และผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ สำหรับ $Re_h = 5,000$ ที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน

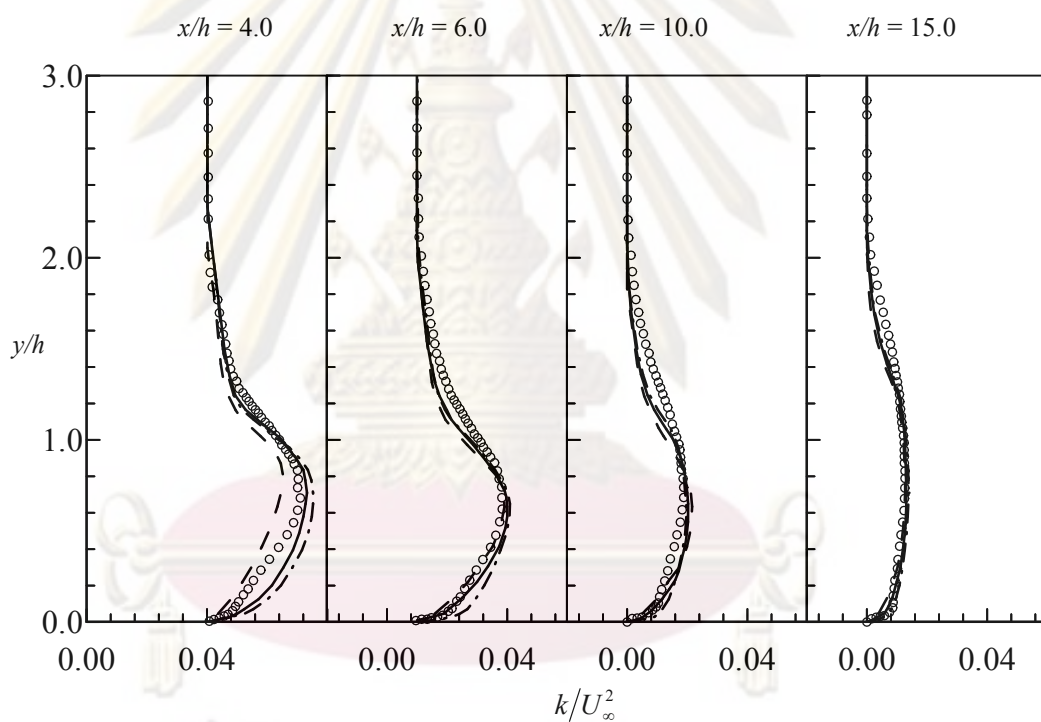
(○ DNS, --- AKN model, -.- Wilcox model, — BLL model)

ผลการคำนวณสามารถแยกอธิบายได้เป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 บริเวณที่เกิดการไหลหมุนวน (ตำแหน่ง $0.0 \leq x/h \leq 6.0$) จะเห็นได้ว่า แบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลองอื่นๆ อย่างเห็นได้ชัด ส่วนที่ 2 บริเวณ Redevolving ($x/h \geq 10.0$) พบว่า ผลการคำนวณจากทุกแบบจำลองให้ผลเช่นเดียวกัน ซึ่งสอดคล้องกับผล DNS เป็นอย่างดี

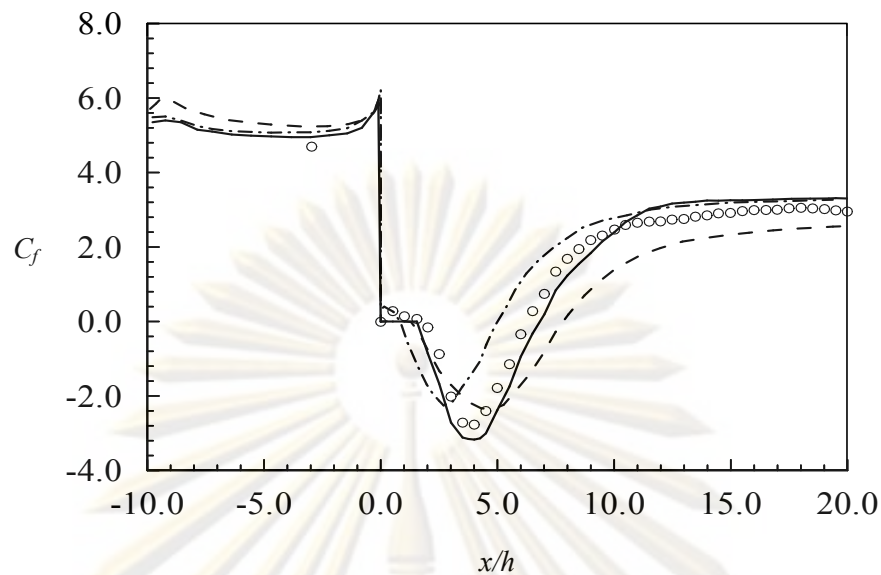
ในที่นี้เราจะเลือกใช้ค่าความยาว Reattachment (X_r) มาใช้เป็นตัวแปรเพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของแบบจำลอง โดยที่ค่าความยาว Dimensionless reattachment ($X_r =$

X_r/h) จากผลการคำนวณด้วยวิธี DNS มีค่าเท่ากับ 6.28 และจากแบบจำลอง AKN, Wilcox และ BLL มีค่า X_r เท่ากับ 5.7, 7.8 และ 6.8 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าแบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณความยาว Reattachment ใกล้เคียงกับผลจากวิธี DNS มากกว่าแบบจำลองอื่น

รูปที่ 5.17 แสดงค่า Normalized turbulent kinetic energy (k/U_∞^2) ที่ตำแหน่งต่างๆกัน เมื่อพิจารณาบริเวณที่เกิด Recirculation (ที่ตำแหน่ง $x/h = 4.0$ และ 6.0) จะเห็นได้ว่า ผลการคำนวณระดับความปั่นป่วน (Turbulence level) ของทุกแบบจำลองให้ผลการทำนายที่ต่ำกว่าค่าที่ควรจะเป็น (Under-prediction) ซึ่งค่าระดับความปั่นป่วนที่ต่ำนี้ ทำให้เราทราบถึงการเกิดบริเวณการหมุนวนขนาดใหญ่ (แบบจำลอง BLL และแบบจำลอง Wilcox)



รูปที่ 5.17 ค่า Turbulent kinetic energy (k/U_∞^2) ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step เปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS และผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ สำหรับ $Re_h = 5,000$ ที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน (○ DNS, --- AKN model, -.- Wilcox model, — BLL model)



รูปที่ 5.18 ค่าสัมประสิทธิ์ Skin friction (C_f) ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step เปรียบเทียบกับผลจากวิธี DNS และผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ สำหรับ $Re_h = 5,000$ ที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน (○ DNS, --- AKN model, -.- Wilcox model, — BLL model)

ค่าสัมประสิทธิ์ Skin friction ($C_f = 2\tau_w/(\rho U_\infty^2)$) ที่ตำแหน่ง $x/h = -10.0$ ถึง 20.0 แสดงดังรูปที่ 5.18 จะเห็นได้ว่า แบบจำลอง BLL สามารถทำนายค่า C_f ได้ใกล้เคียงกับผลจากวิธี DNS มากกว่าอีกสองแบบจำลองเกือบตลอดช่องทางไหล เนื่องจากแบบจำลอง BLL นั้นสามารถทำนายค่าความเร็วบริเวณผนังได้แม่นยำขึ้นและทำให้สามารถหาค่า Wall shear stress ได้ถูกต้องมากขึ้นด้วย อย่างไรก็ตาม แบบจำลองทั้งสามให้ผลลัพธ์ที่คล้ายคลึงกันใน 2 บริเวณด้วยกัน ($0 < x/h < 10.0$ และ $x/h \geq 10.0$) ผลการคำนวณในบริเวณ Redveloping ($x/h \geq 10.0$) แสดงถึงความขัดแย้งหรือไม่ตรงกัน (Discrepancy) บางประการที่เกิดขึ้น เมื่อเราพิจารณาค่า C_f ที่คำนวณได้สูงกว่าที่ควรจะเป็น ที่เป็นเช่นนี้อาจจะมาจากการเกิด Recovery ในระดับสูงของการไหลแบบปั่นป่วนที่กำลังพัฒนาตัวในบริเวณนี้

5.3.2 ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step

หลังจากที่ได้ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ได้ปรับปรุงขึ้นมาใหม่กับปัญหาการไหลและถ่ายเทความร้อนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบและการไหลผ่าน Backward-facing step (BFS) จะเห็นได้ว่าแบบจำลอง BLL สามารถทำนายผลได้ในระดับที่ดี ดังนั้นใน

ส่วนนี้จะเป็นการนำเสนอกรณีทดสอบถัดไป คือ ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน BFS

การตรวจสอบแบบจำลองในส่วนนี้มีด้วยกัน 2 กรณี คือ การถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน BFS สำหรับ $Re_h = 5,540$ และ $Re_H = 28,000$ ผลลัพธ์จากการจำลองการไหลจะแสดงเฉพาะในส่วนของการถ่ายเทความร้อนเท่านั้น

5.3.2.1 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step สำหรับ $Re_h = 5,540$

Avancha and Pletcher [83] ได้ศึกษาปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่าน BFS ด้วยวิธี Large Eddy Simulation (LES) ซึ่งพวกเขาได้ตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ในส่วนการไหล (ไม่มีความร้อน) ด้วยวิธี LES กับผลการทดลองของ Kasagi and Matsunaga [84] ซึ่งทำการทดลองด้วยเทคนิควิธี PTV (Particle-Tracking Velocimetry) และพวกเขาได้เพิ่มเติมผลการคำนวณในส่วนของการถ่ายเทความร้อนด้วยวิธี LES เข้าไปด้วย

การจำลองการไหลในกรณีนี้สามารถทำได้โดยกำหนดเงื่อนไขและคุณสมบัติต่างๆ ดังนี้ กำหนดให้การไหลที่เรย์โนลด์์นัมเบอร์, $Re_h = 5,540$ ($Re_h = \rho U_{ref} h / \mu$ เมื่อ U_{ref} คือ ความเร็วที่ทางเข้า Freestream และ h คือ ความสูงของ Step) ซึ่งลักษณะของ BFS ถูกแสดงดังรูปที่ 5.19 โดยทางเข้ามีขนาดเท่ากับ $2h$ และมีความสูงของ Step เท่ากับ h (อัตราส่วนขยาย, $ER = 1.5$) โดยความยาวหลัง Step และความสูงมีขนาดเท่ากับ $20h$ และ $3h$ ตามลำดับ (ในที่นี้กำหนดให้ $h = 0.041$ m) เมื่อของไหลไหลเข้ามาสู่ช่องทางไหลที่ขยายออกจะมีการกำหนดให้ผนังด้านล่างตลอดความยาวมีการให้ฟลักซ์ความร้อนคงที่ (q'') เท่ากับ $1,000$ W/m²

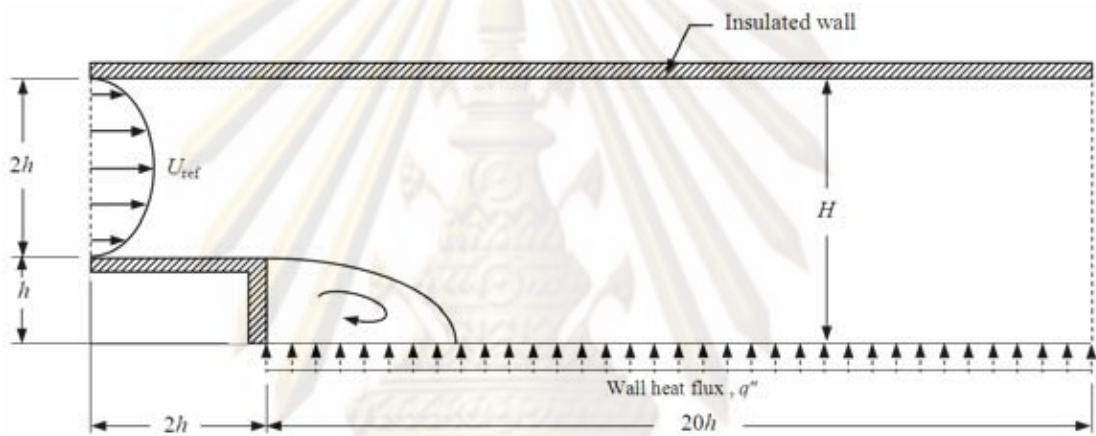
ผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจะถูกนำไปตรวจสอบกับผลการคำนวณด้วยวิธี LES ของ Avancha and Pletcher [83] โดยในส่วนนี้เราสนใจพฤติกรรมของการถ่ายเทความร้อนที่อาจจะสามารถอธิบายโดยใช้ตัวแปรไร้มิติสแตนต์นัมเบอร์ (Stanton number, St) ซึ่งเป็นค่าอัตราส่วนการพาความร้อนต่อฟลักซ์ความร้อน ซึ่งในที่นี้ค่าสแตนต์นัมเบอร์หาได้จาก

$$St = \frac{h}{\rho u C_p} = \frac{q''}{\rho u C_p [T_w(x) - T_b(x)]} \quad (5.5)$$

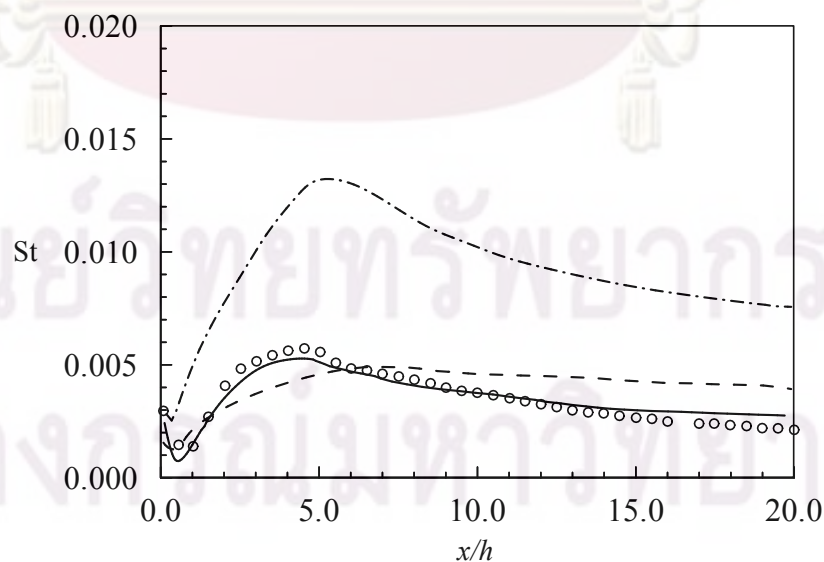
รูปที่ 5.20 แสดงค่าสแตนต์นัมเบอร์หลังการไหลผ่าน BFS ที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน พบว่า ผลการคำนวณจากแบบจำลอง $k-\omega$ และ BLL มีความใกล้เคียงกับผลการ

คำนวณด้วยวิธี LES ค่อนข้างมากและผลจากแบบจำลอง $k-\varepsilon$ ให้ผลการทำนายค่าสแตนด์นัมเบอร์ที่สูงกว่าผลจากวิธี LES ตลอดช่วงการไหล แต่แบบจำลองทั้งสามนั้นยังมีแนวโน้มของผลลัพธ์เป็นไปในทิศทางเดียวกันโดยสังเกตได้จาก ความสามารถในการถ่ายเทความร้อนที่ต่ำในบริเวณที่เกิดการไหลหมุนวน และความสามารถในการถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มสูงขึ้นหลังการไหลผ่าน BFS

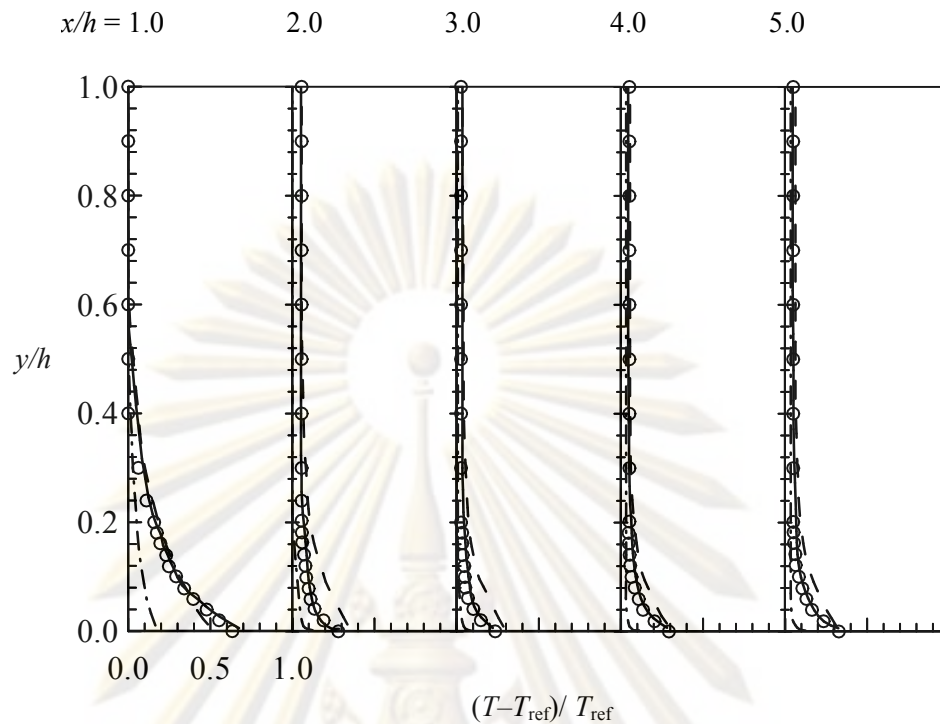
รูปที่ 5.21 แสดงการกระจายอุณหภูมิไร้มิติ $((T-T_{ref})/T_{ref})$ ตลอดความสูงของช่องทางไหลที่ตำแหน่ง x/h ต่างๆ กัน ผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่าแบบจำลอง BLL ให้ผลการทำนายที่สอดคล้องกับผลจากวิธี LES และผลจากแบบจำลอง $k-\omega$ มีค่าใกล้เคียงกันรองลงมา ส่วนผลจากแบบจำลอง $k-\varepsilon$ ให้ผลลัพธ์ที่มีค่าต่ำกว่าผลจากวิธี LES ทุกตำแหน่ง x/h



รูปที่ 5.19 ลักษณะของปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่าน BFS



รูปที่ 5.20 ค่าสแตนด์นัมเบอร์หลังการไหลผ่าน Backward-facing step ที่ x/h ต่างๆ กัน
(\circ LES, --- $k-\omega$, -.- Standard $k-\varepsilon$, — BLL model)



รูปที่ 5.21 การกระจายอุณหภูมิไร้มิติที่ x/h ต่างๆ กัน หลังการไหลผ่าน BFS
(\circ LES, --- $k-\omega$, -.- Standard $k-\epsilon$, — BLL model)

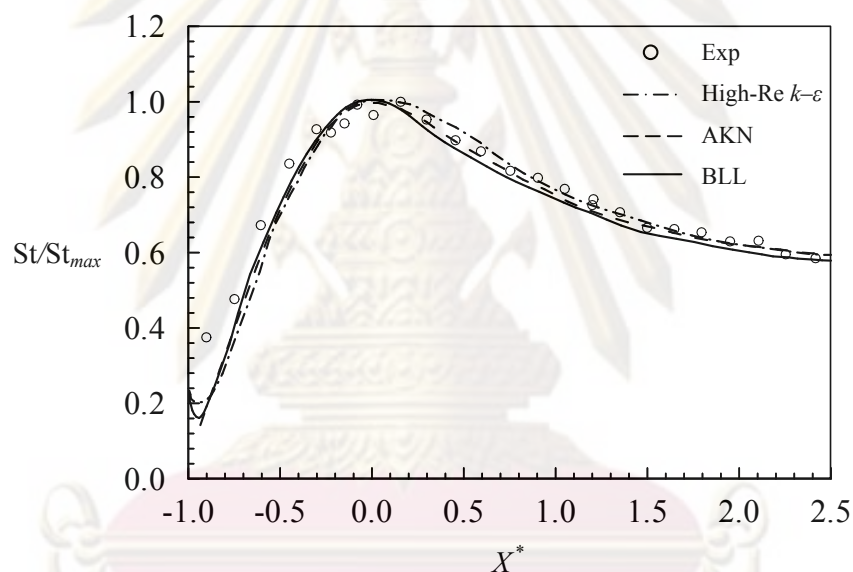
5.3.2.2 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step สำหรับ $Re_H = 28,000$

ในส่วนนี้จะใช้ผลการทดลองของ Vogel and Eaton [85] ซึ่งในการจำลองการถ่ายเทความร้อนมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้ ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์, $Re_H = 28,000$ ($Re_H = U_0 H / \nu$ เมื่อ H คือ ความสูงของ Step) ปริมาณการถ่ายเทฟลักซ์ความร้อนผ่านผิวเท่ากับ 270 W/m^2 และค่า $ER = 1.25$ โดยที่ค่า ER คือ อัตราส่วนขยาย (Expansion ratio) ซึ่งหาได้จาก $ER = (H+D)/D$ (H คือความสูงของ Backward-facing step และ D คือ ความสูงของทางเข้าของช่องทางไหล)

รูปที่ 5.22 แสดงค่าอัตราส่วนสแตนด์นัมเบอร์ต่อสแตนด์นัมเบอร์สูงสุดหลังการไหลผ่าน BFS ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน โดยในที่นี้ตัวแปร X^* คือค่า Non-dimensional streamwise coordinate ซึ่งหาได้จากสมการ $X^* = (X - X_R) / X_R$ โดยเมื่อนำค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนต่างๆ มาเทียบกับผลการทดลอง จะเห็นได้ว่า สำหรับการไหลในช่วง $X^* > -0.5$ แบบจำลองทั้งสามสามารถทำนายผลการถ่ายเทความร้อนได้สอดคล้องกับผลการทดลองในระดับที่ดี แต่จะสังเกตได้ว่าการไหลในช่วง $-0.8 > X^* > 0.0$ นั้น แบบจำลอง

BLL สามารถให้ผลการทำนายที่ใกล้เคียงกว่าแบบจำลองอื่นๆ เนื่องจากข้อได้เปรียบของแบบจำลอง BLL ที่สามารถทำนายการไหลบริเวณใกล้ผนังและการไหลหมุนวนได้ดีกว่าแบบจำลองอื่นๆ ที่นำมาเปรียบเทียบ

อย่างไรก็ตาม จะเห็นว่าผลที่ได้จากแบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ มีค่าสูงกว่าผลจากวิธี LES ค่อนข้างมาก (แสดงในหัวข้อ 5.3.2.1) สำหรับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่าน BFS สำหรับ $Re_h = 5,540$ แต่ในกรณีนี้ ($Re_H = 28,000$) จะเห็นได้ว่า แบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ให้ผลการคำนวณที่ค่อนข้างดี ($X^* > 1.0$) ที่เป็นเช่นนี้คาดว่าเนื่องมาจากการที่กรณีการไหลผ่าน BFS นี้เป็นการไหลที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์สูง แต่การไหลในหัวข้อ 5.3.2.1 เป็นการไหลที่เรย์โนลด์นัมเบอร์ต่ำ

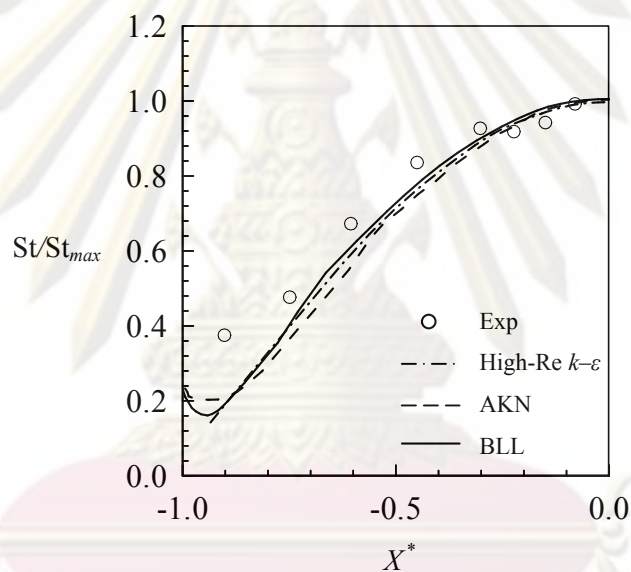


รูปที่ 5.22 ค่าอัตราส่วนสแตนต์นัมเบอร์ต่อสแตนต์นัมเบอร์สูงสุดหลังการไหลผ่าน BFS ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน

รูปร่างของเส้นที่แสดงค่าอัตราส่วนสแตนต์นัมเบอร์ สามารถอธิบายลักษณะการเกิดปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนที่สอดคล้องกันของผลการทดลองและผลการคำนวณด้วยแบบจำลอง ดังนี้ อัตราการถ่ายเทความร้อนสูงสุดจะเกิดในบริเวณที่ห่างจาก Upstream ของ Reattachment เล็กน้อย ($X^* = 0$) และในบริเวณที่เกิดการไหลหมุนวน ($X^* < 0$) จะมีอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ต่ำ

ถ้าพิจารณาค่าอัตราส่วนสแตนต์นัมเบอร์ที่บริเวณใกล้ผนัง ดังรูปที่ 5.23 จะเห็นได้ว่าแบบจำลอง BLL และ AKN ให้ผลการทำนายการถ่ายเทความร้อนในลักษณะเดียวกัน

แต่แบบจำลอง High-Re $k-\varepsilon$ ให้ผลการคำนวณที่ต่างไปจากแบบจำลองทั้งสอง ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากแบบจำลองแบบ High-Re จะไม่สามารถทำนายผลการไหลบริเวณมุมด้านล่างของ BFS ได้ จึงส่งผลกระทบต่อการทำนายการถ่ายเทความร้อน ผลดังกล่าวสอดคล้องกับข้อสรุปของ Park and Sung [86] เมื่อพิจารณาการทำนายการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนของการไหลที่เกิด Separation และ Reattachment ในบริเวณใกล้เคียง พบว่า ความแม่นยำในส่วนของ Eddy viscosity นั้นอาจจะไม่มีส่วนต่อการทำนายการถ่ายเทความร้อน แต่ความแม่นยำในการทำนายการถ่ายเทความร้อนส่วนใหญ่มักเกิดที่บริเวณใกล้เคียง (พิจารณาได้จากค่า Skin friction) ดังนั้น ระดับค่า Skin friction จะมีผลอย่างมากต่อการทำนายการถ่ายเทความร้อน หรืออีกนัยหนึ่งอาจหมายความว่า ถ้าสามารถทำนายผลการไหลในบริเวณดังกล่าวได้ดี ก็จะส่งผลถึงการทำนายการถ่ายเทความร้อนที่ดีไปด้วยได้



รูปที่ 5.23 ค่าอัตราส่วนสแตนต์นัมเบอร์ต่อสแตนต์นัมเบอร์สูงสุดหลังการไหลผ่าน BFS ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน (บริเวณใกล้เคียงของ BFS)

5.4 ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ (Turbulent flow over repeated square ribs)

การศึกษาเกี่ยวกับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่วางแบบซ้ำ จัดได้ว่าเป็นการไหลอีกรูปแบบหนึ่ง ที่ได้รับความสนใจมาศึกษาทั้งด้วยวิธีการทดลองและการจำลองแบบด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เนื่องจากการไหลในรูปแบบนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานทางวิศวกรรมต่างๆ ได้หลากหลาย ตัวอย่างเช่น การประยุกต์ในด้าน Aerodynamics, Hydrodynamics, Hydraulics

และ Fluid machinery เป็นต้น รูปแบบการไหลผ่านวัตถุหรือสิ่งกีดขวางที่วางเรียงต่อกันแบบซ้ำๆ ด้วยระยะห่างที่กำหนดค่าหนึ่ง เรียกว่า “การไหลแบบซ้ำเป็นคาบ” (Periodic flow)

การตรวจสอบแบบจำลองในส่วนนี้จะมีด้วยกัน 2 กรณี คือ ปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ สำหรับ $Re_{De} = 37,200$ และปัญหาการถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ สำหรับ $Re_{De} = 12,600$

5.4.1 ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ (Turbulent flow over repeated square ribs)

Miyake et al. [87] และ Ikeda and Durbin [88] ได้ศึกษาการไหลผ่านช่องทางไหล 2 มิติที่มีสิ่งกีดขวางติดตั้ง ด้วยวิธี LES ในขณะที่ Cui et al. [89] ใช้วิธี DNS ศึกษาการไหลแบบเดียวกันและยังเพิ่มเติมการศึกษาถึงผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่า Pitch-to-height ratio ต่อการไหลอีกด้วย และ Ryu et al. [90] ศึกษาการไหลลักษณะเดียวกันนี้ใน 2 และ 3 มิติ โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน LRN $k-\omega$

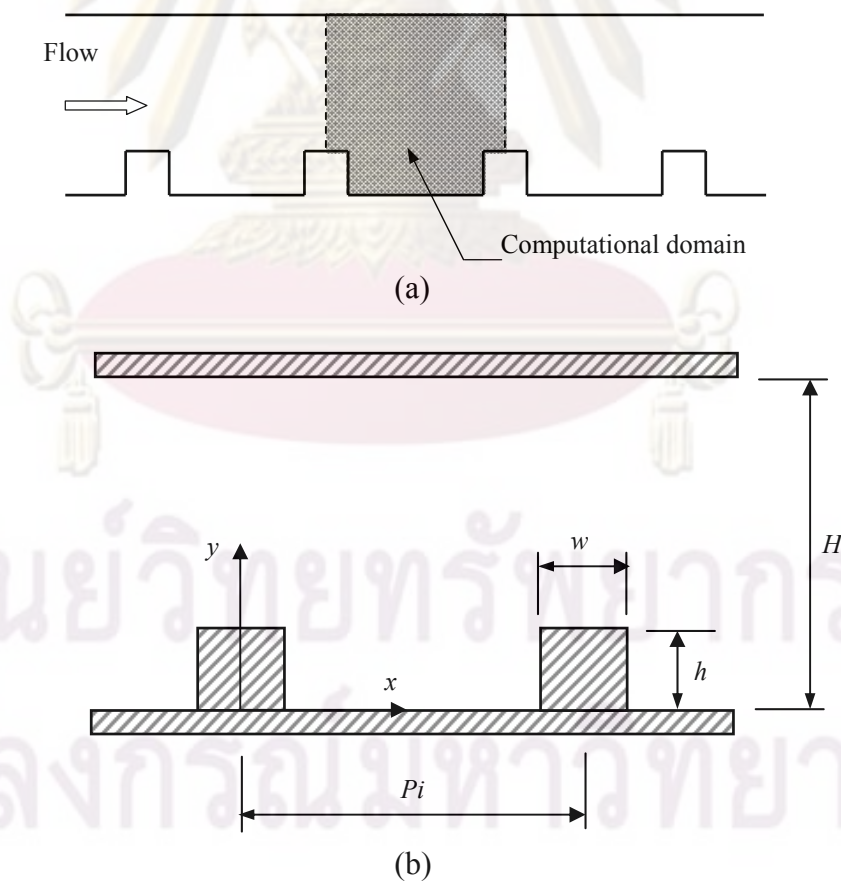
การจำลองการไหลผ่านช่องทางไหลที่ติดตั้งสิ่งกีดขวางแบบ 2 มิตินั้น อาจมีผลกระทบจาก Side-wall ทำให้อาจจะเกิดคำถามว่า “เราจะสามารถพิจารณาการไหลลักษณะนี้ให้เป็นการไหลแบบ 2 มิติได้หรือไม่” จากผลการศึกษาของ Ooi et al. [91, 92] ได้แสดงผลการคำนวณที่มีความแม่นยำด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการไหลในสองมิติ ซึ่งทำให้สามารถสรุปได้ว่า เมื่อพิจารณาการไหลที่มีค่า Channel height-to-width ratio ประมาณ 1.0 เราจะสามารถตัดผลกระทบจาก Side-wall แล้วพิจารณาการไหลเป็นแบบสองมิติได้

สำหรับการจำลองการไหลในที่นี้ เราจะใช้ผลการทดลองการไหลแบบสองมิติผ่านช่องทางไหลผนังเรียบที่มีสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมติดตั้ง ข้อมูลผลการทดลองมีการเผยแพร่ทางอินเทอร์เน็ต ซึ่งสามารถดูได้จาก Drain and Martin [93] ในการประชุมทางวิชาการ Laser Anemometry – Advances and Applications ที่เมืองแมนเชสเตอร์ สหราชอาณาจักร เมื่อปี ค.ศ. 1985

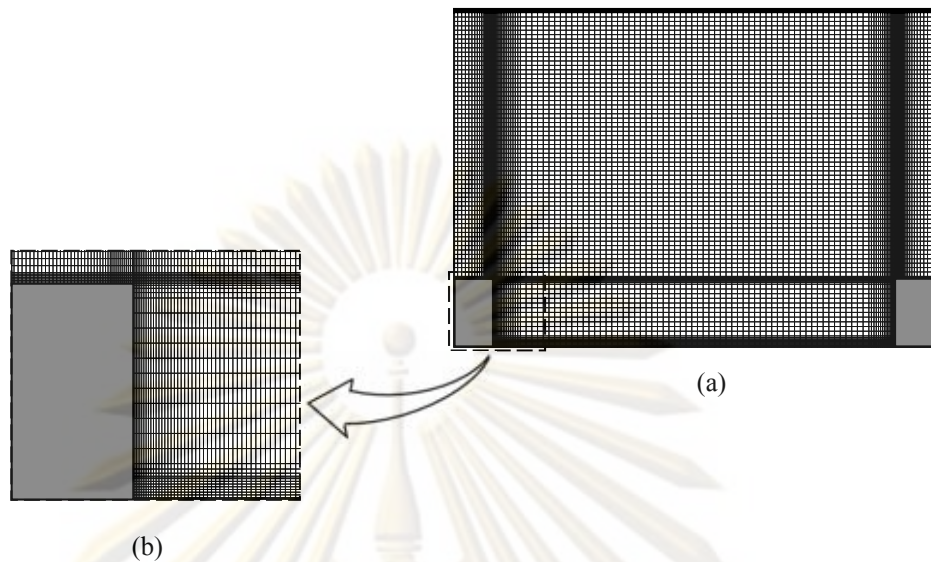
รูปที่ 5.24 แสดงโดเมนการคำนวณและรูปร่างของช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ โดยสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมแต่ละอันมีขนาดความกว้างและสูงเท่ากับ 8 มิลลิเมตร ซึ่งสิ่งกีดขวางแต่ละอันวางห่างกันเป็นระยะ (Pitch, P_i) เท่ากับ 7.2 เท่าของความสูงของสิ่งกีดขวาง ($P_i/h = 7.2$) และอัตราส่วนความสูงของช่องทางไหล (H) ต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (H/h) เท่ากับ 5.0 และบริเวณทางเข้าและออกจะใช้เงื่อนไขขอบแบบ Periodic ซึ่งการ

ประยุกต์ใช้เงื่อนไขขอบแบบนี้ เราจะกำหนดเงื่อนไขขอบที่ทางเข้าและทางออกของการไหลเหมือนกันยกเว้นค่าความดัน การใช้เงื่อนไขแบบ Periodic กับปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่จัดวางแบบซ้ำจะช่วยลดความยุ่งยากในการคำนวณลงไปได้ ทั้งในส่วนของโดเมนการคำนวณที่จะมีขนาดเล็กลงมากและทรัพยากรทางคอมพิวเตอร์ที่สามารถประหยัดลงได้มากด้วย ทั้งนี้ในการประยุกต์ใช้เงื่อนไขแบบ Periodic จะต้องแน่ใจว่าการไหลในบริเวณที่กำลังพิจารณาเป็นการไหลที่มีการพัฒนาตัวเข้าสู่การไหลแบบ Periodic fully developed แล้ว

เมื่อการไหลเป็นแบบพัฒนาเต็มที่แล้ว สำหรับในการจำลองการไหลจะพิจารณาที่ค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ (Re_{De}) เท่ากับ 37,200 โดยค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์จะคำนวณจาก Bulk velocity (U_b) และ ค่า Hydraulic diameter (De) ในที่นี้จะใช้กริดแบบ Cartesian 2 มิติและจะสังเกตได้ว่าเราจะสร้างกริดที่ละเอียด (กริดขนาดเล็ก) ในบริเวณใกล้กับผนังด้านบนและล่างของช่องทางไหลและผิวทุกด้านของสิ่งกีดขวาง เพื่อให้แน่ใจว่าการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ต่ำจะสามารถทำนายผลการไหลในบริเวณใกล้ผนังได้ (แสดงดังรูปที่ 5.25)



รูปที่ 5.24 ลักษณะของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ (a) โดเมนการคำนวณ (b) รูปร่างของช่องทางไหลที่มีสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมจัดวางแบบซ้ำ



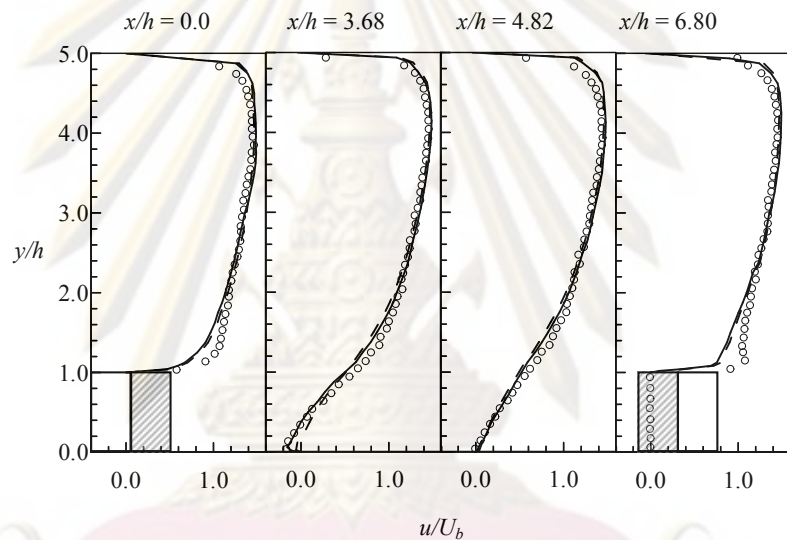
รูปที่ 5.25 รูปแบบกริดแบบไม่สม่ำเสมอในการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง
ทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ
(a) กริดที่ใช้ในการคำนวณ (b) กริดขนาดเล็กบริเวณใกล้กับผิวของสิ่งกีดขวาง

รูปที่ 5.26 แสดงค่า Normalized mean streamwise velocity ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน คือ $x/h = 0.0, 3.68, 4.82$ และ 6.80 (โดยที่ x คือ ระยะทางตามแนวแกน x และ h คือความสูงของสิ่งกีดขวาง) จากผลการเปรียบเทียบ จะเห็นได้ว่า ผลการทำนายด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขทั้งจากแบบจำลอง BLL แบบจำลอง AKN และ แบบจำลอง Wilcox มีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี โดยเฉพาะแบบจำลอง BLL สามารถทำนายผลในบริเวณที่เกิดการไหลหมุนวนและ Reattachment ได้ค่อนข้างดี (บริเวณระหว่างสิ่งกีดขวางสองแท่ง ที่ตำแหน่ง $x/h = 3.68$ และ 4.82) ยกเว้นในบริเวณใกล้ผนังด้านบนของช่องทางไหลและบริเวณผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง (ที่ตำแหน่ง $y/h = 1.0$ และ 5.0 ตามลำดับ) ซึ่งผลที่ไม่ค่อยสอดคล้องเหล่านี้ อาจเกิดจากผลกระทบจากการไหลใน 3 มิติ เช่น ผลกระทบที่เกิดจาก Rotating eddies ในแนวแกน x ที่บริเวณผิวด้านบนของสิ่งกีดขวางและผนังด้านบนของช่องทางไหล ซึ่งในการทดลองของไหลจะถูกเร่งให้มีความเร็วสูงขึ้นเมื่อของไหลไหลเข้าหากันและจะถูกหน่วงให้ลดความเร็วลงเมื่อเกิดการไหลแยกออกจากกัน (ข้อสังเกตที่ได้ อ้างอิงจาก Manceau et al. [94])

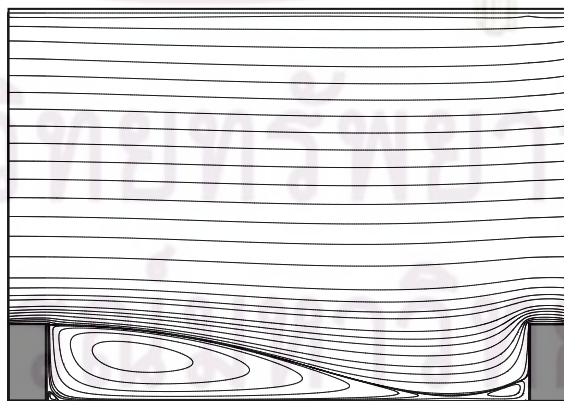
ในบริเวณการไหลระหว่างสิ่งกีดขวางสองอันซึ่งวางเรียงต่อกัน เราจะสังเกตเห็นการเกิด Recirculation bubbles ขึ้น 2 ตำแหน่ง คือ บริเวณด้านหลังของสิ่งกีดขวางซึ่งเกิด Recirculation ขนาดใหญ่และ Recirculation ขนาดเล็กที่บริเวณมุมด้านหลังของสิ่งกีดขวางและบริเวณด้านหน้าของสิ่งกีดขวางอันถัดไปซึ่งเกิด Recirculation ที่มีขนาดไม่ใหญ่มากนักเมื่อ

เทียบกับที่เกิดในบริเวณด้านหลังสิ่งกีดขวาง (แสดงดังรูปที่ 5.27) ผลการทดลองของ Drain and Martin [93] สามารถวัดความยาวบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) ได้ประมาณ $4.32h$ และผลการคำนวณความยาวบริเวณการหมุนวน ของแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาใหม่ (แบบจำลอง BBL) ได้ประมาณ $4.59h$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนให้ผลการทำนายที่สูงกว่าที่ควรจะเป็นประมาณ 6.3 % เมื่อเทียบกับผลจากการทดลอง

สำหรับผลจากการจำลองการไหลของปัญหา นี้ ถ้าเราคำนวณด้วยแบบจำลองเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์สูง (High-Re model) เราจะได้ผลการคำนวณที่แสดงให้เห็นขนาดของ Separated bubbles ที่มีขนาดเล็ก (ไม่ได้แสดงผลไว้ในที่นี้) จากผลดังกล่าวเราอาจจะสรุปได้ว่า เราไม่ควรจะนำแบบจำลองเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์สูงไปใช้สำหรับการคำนวณในบริเวณที่มีลักษณะการไหลเป็นแบบเรย์โนลด์ต่ำ

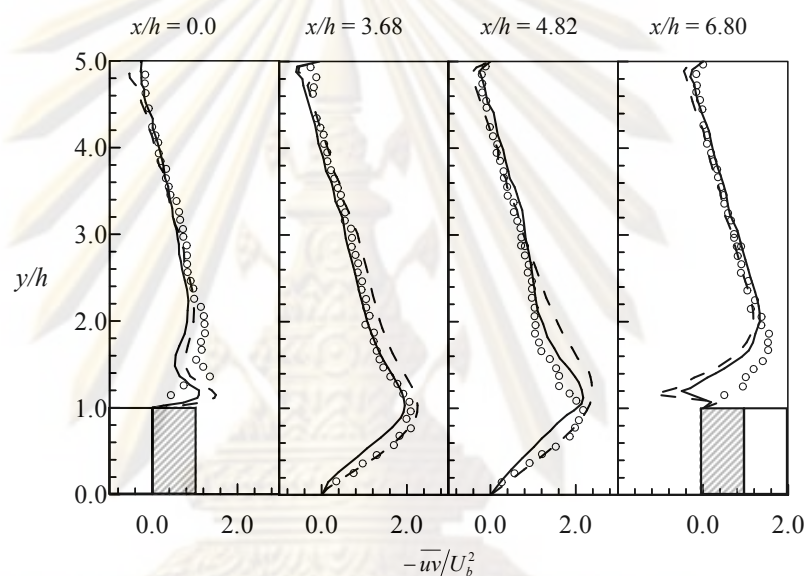


รูปที่ 5.26 ค่า Normalized mean streamwise velocity ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน (○ ผลการทดลอง, --- High-Re $k-\epsilon$, — BBL)



รูปที่ 5.27 Streamline ของการไหลผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำที่ทำนายด้วยแบบจำลอง BBL สำหรับ $Re_{De} = 37,200$

รูปที่ 5.28 แสดงค่า Normalized turbulent shear stress profiles, $-\overline{uv}/U_b^2$ ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน ($x/h=0.0, 3.68, 4.82$ และ 6.80 ตามลำดับ) จะเห็นได้ว่าผลการคำนวณ Turbulent shear stress ที่ตำแหน่ง $x/h=6.8$ (ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง) ค่อนข้างแตกต่างจากผลการทดลอง โดยที่ตำแหน่ง $y/h=1.0$ และ 5.0 จะเกิดผลการคำนวณที่ไม่ตรงกันของผลจากแบบจำลองความปั่นป่วนและผลการทดลอง ซึ่งเกิดเช่นเดียวกับการทำนายค่า Normalized mean streamwise velocity อย่างไรก็ตาม ผลการคำนวณ Turbulent shear stress ที่ตำแหน่ง $x/h=3.68$ และ 4.82 มีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง



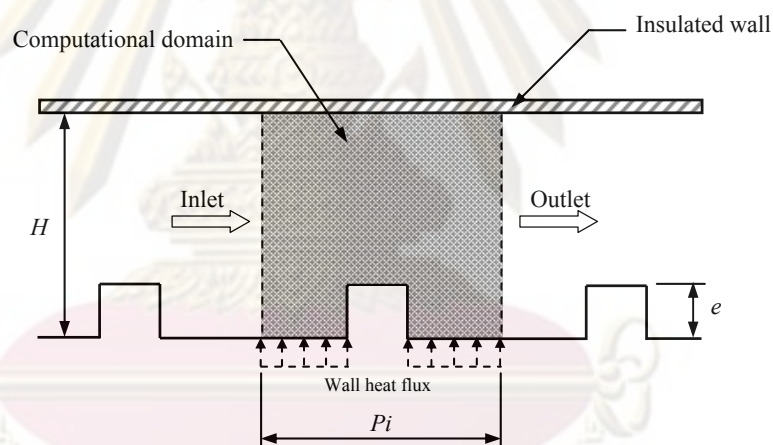
รูปที่ 5.28 ค่า Normalized turbulent shear stress profiles ($-\overline{uv}/U_b^2$) ที่ตำแหน่งต่างๆ กัน (○ ผลการทดลอง, --- High-Re $k-\epsilon$, — BLL)

5.4.2 ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ (Turbulent heat transfer over repeated square ribs)

การศึกษาการไหลของของไหลที่ถูกหน่วงหรือรบกวนการไหลด้วยการจัดวางสิ่งกีดขวางแบบ Periodic มีความสำคัญอย่างมากกับการทำนายผลในส่วนของ การถ่ายเทความร้อน การไหลในลักษณะนี้มีความสำคัญมากในทางปฏิบัติและมีการนำมาศึกษาพิจารณากันอย่างแพร่หลาย เพื่อนำความรู้ไปใช้ในการออกแบบอุปกรณ์ต่างๆ เช่น เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน อุปกรณ์ระบายความร้อนของเตาปฏิกรณ์ และการระบายความร้อนของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เป็นต้น

การศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อนในส่วนนี้ จะพิจารณาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่จัดเรียงแบบซ้ำบนผนังด้านล่างของช่องทางไหลด้านเดียว โดยใช้ผลการทดลองของ Liou et al. [95] ซึ่งสามารถสรุปเงื่อนไขที่ใช้ในการทดลองได้ดังนี้ ความยาวช่วงที่ใช้ทดสอบการไหล คือ 1,200 mm และมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $160 \times 40 \text{ mm}^2$ (ในระนาบ $X-Y$) บริเวณผนังด้านล่างของช่องทางไหลจะติดตั้งสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมและผนังด้านบนของช่องทางไหลทำด้วยวัสดุที่เป็นฉนวนความร้อน

สำหรับการจำลองการไหลด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนในกรณีนี้ เราสามารถกำหนดเงื่อนไขต่างๆ ได้ดังนี้ การไหลที่ค่าเรย์โนลด์ส์นับเบอร์, $Re_{De} = 12,600$ ($Re_{De} = U \cdot De / \nu$ โดยที่ De คือ ค่า Hydraulic diameter) ค่าอัตราส่วนความยาว Pitch ต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง, Pi/e (Pitch-to-height ratio) เท่ากับ 7.2 และค่าอัตราส่วนความสูงของช่องทางไหลต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง, H/e (Channel-to-rib height ratio) เท่ากับ 5.0 และสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมขนาด $8 \times 8 \text{ mm}^2$ โดยลักษณะของปัญหาแสดงได้ดังรูปที่ 5.29



รูปที่ 5.29 ลักษณะปัญหาการไหลและถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางเรียงแบบซ้ำบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล สำหรับ $Re_{De} = 12,600$

ในส่วนของการกำหนดเงื่อนไขขอบต่างๆ จะกำหนดดังนี้ เงื่อนไขขอบที่ทางเข้าและทางออกของการไหลจะถูกกำหนดให้เหมือนกัน ยกเว้นค่าความดันและอุณหภูมิ สำหรับการไหลแบบ Periodic เราจะสามารถกำหนดเงื่อนไขการคำนวณสำหรับหาค่าความดันและอุณหภูมิโดยแยกพิจารณาออกเป็น เทอมการสั่น (Fluctuating term) และ เทอมการเปลี่ยนแปลงเชิงเส้น (Linear varying term) ในทิศทาง Streamwise (Patankar et al. [96]) เมื่อพิจารณาใน 2 มิติจะได้เงื่อนไขแบบ Periodic ในทิศทาง x คือ

$$T(x, y) = \tilde{T}(x, y) + \frac{d\bar{T}}{dx}x \quad (5.6)$$

$$P(x, y) = \tilde{P}(x, y) - \frac{d\bar{P}}{dx}x \quad (5.7)$$

เมื่อ Fluctuating term คือ $\tilde{T}(x, y)$ และ $\tilde{P}(x, y)$ เป็นค่าที่เกิดขึ้นซ้ำกันในแต่ละช่วงการไหล ส่วนเทอม Linear temperature สามารถเขียนอยู่ในเทอมฟลักซ์ความร้อน (Heat flux) และ ฟลักซ์มวล (Mass flux)

$$\frac{d\bar{T}}{dx} = \frac{\dot{q}}{h_p L} \quad (5.8)$$

การทำนายการถ่ายเทความร้อนมักจะแสดงค่าอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ คือ Nusselt number เมื่อกำหนดให้เงื่อนไขที่ผนังมี Flux ความร้อน (q_w) เราจะหาค่า Nu ได้ดังนี้

$$Nu = \frac{2q_w \text{Pr} H}{\rho c_p (T_w - T_{bulk})} \quad (5.9)$$

เมื่อ H คือ ความสูงของช่องทางไหล, Pr คือค่า Prandtl number, T_w คือ อุณหภูมิของผนัง และ T_{bulk} คือ อุณหภูมิเฉลี่ย (Temperature bulk)

$$T_{bulk} = \int T \cdot |U| \cdot y dy / \int |U| \cdot y dy \quad (5.10)$$

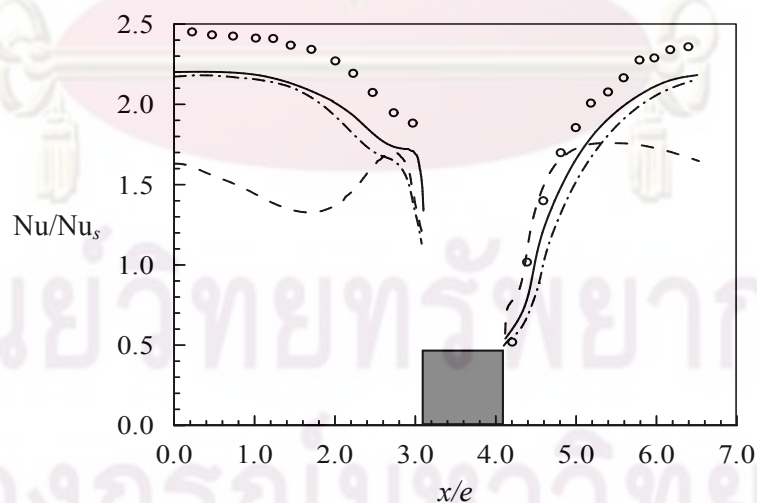
ในการตรวจสอบผลการคำนวณจะนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดยจะใช้ผลการทดลองในช่วง $12.0 \leq X/De \leq 14.3$ ซึ่งเป็นช่วงที่การไหลและการถ่ายเทความร้อนมีการพัฒนาตัวเต็มที่แล้ว (Hydrodynamic and thermal fully developed) ซึ่ง Han [97] ได้เสนอว่า ระยะทางการไหลที่ทำให้เกิดการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบพัฒนาตัวเต็มที คือ ช่วงความยาวประมาณ 5 เท่าของ Hydraulic diameter โดยที่วัดระยะเริ่มต้นจากทางเข้าของการไหล

ผลการทำนายจากทุกแบบจำลองให้ผลการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ต่ำกว่าผลการทดลอง ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากมีรายละเอียดเกี่ยวกับการทดลองที่จะนำมาใช้ในการกำหนดเงื่อนไขสำหรับการจำลองการไหลไม่มากพอ อีกทั้งในการกำหนดเงื่อนไขการถ่ายเทความร้อนที่ผนังนั้น ก็ใช้เพียงเงื่อนไขฟลักซ์ความร้อนคงที่อย่างง่าย (Simple constant heat flux)

รูปที่ 5.30 แสดงอัตราส่วนค่า Nu/Nu_s ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางเรียงแบบซ้ำบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล สำหรับ $Re_{De} = 12,600$ ที่ตำแหน่ง x/e ต่างๆ กัน ด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนที่แตกต่างกัน 3 แบบจำลอง ดังนี้ แบบจำลอง Zonal $k-\varepsilon$ ของ Chen and Patel [98] แบบจำลอง PHD ของ Peng et al. [16] และแบบจำลอง BLL และนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลอง [95] โดยที่ Nu_s คือ ค่านัสเซิลท์ นัมเบอร์ของการถ่ายเทความร้อนของช่องทางไหลผนังเรียบ ซึ่งหาได้จากสมการ

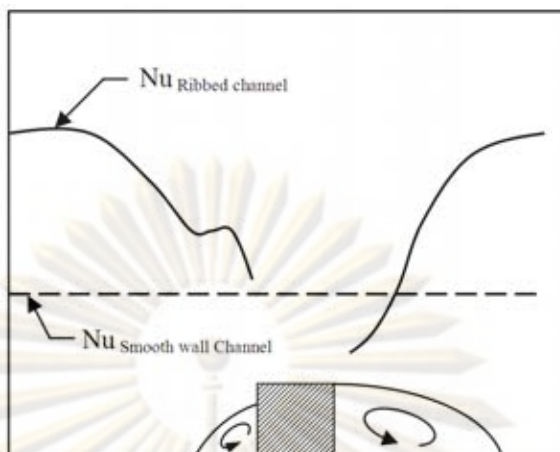
$$Nu_s = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad (5.11)$$

จากรูปที่ 5.30 จะเห็นได้ว่า ผลการคำนวณด้วยแบบจำลอง PHD และแบบจำลอง BLL ให้ผลที่คล้ายกันและมีผลจากแบบจำลองทั้งสองเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่า แบบจำลองสามารถทำนายการไหลได้สอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง โดยสังเกตได้ว่ามีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน จากผลการทดลองจะเห็นได้ว่าเกิดอัตราการถ่ายเทความร้อนต่ำที่บริเวณด้านหน้าและหลังของสิ่งกีดขวาง (เนื่องจากเกิดการไหลหมุนวนบริเวณด้านหน้าและหลังของสิ่งกีดขวาง) ซึ่งแบบจำลอง PHD และแบบจำลอง BLL ก็ให้ผลที่คล้ายคลึงกัน อย่างไรก็ตาม จะเห็นได้ว่าแบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณค่าอัตราส่วนนัสเซิลท์นัมเบอร์ได้ดีกว่าแบบจำลอง PHD ในทุกบริเวณการไหล ส่วนผลจากแบบจำลอง Zonal $k-\varepsilon$ ให้ผลการทำนายการถ่ายเทความร้อนที่ดีในช่วงด้านหน้าสิ่งกีดขวาง (ระยะประมาณ $0.5 x/e$) และด้านหลังสิ่งกีดขวางในช่วง $4.1 < x/e < 5.0$ ส่วนผลการทำนายในบริเวณอื่นๆ นอกจากที่กล่าวไปแล้วนั้น พบว่า แบบจำลอง Zonal $k-\varepsilon$ ให้ผลการคำนวณไม่ค่อยดีนักเมื่อเทียบกับผลการทดลอง



รูปที่ 5.30 ค่าอัตราส่วน Nu/Nu_s ที่ได้จากการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางเรียงแบบซ้ำบนผนังด้านล่างของช่องทางไหล สำหรับ $Re_{De} = 12,600$ ที่ตำแหน่ง x/e ต่างๆ กัน

(○ ผลการทดลอง, --- Zonal $k-\varepsilon$ model, -.- PHD model, — BLL model)



รูปที่ 5.31 ความสัมพันธ์ระหว่างการเกิดการไหลหมุนวนกับการถ่ายเทความร้อน

เมื่อนำผลการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวางแบบ Periodic มาพิจารณาพร้อมกับผลในส่วนการถ่ายเทความร้อน (รูปที่ 5.31) จะเห็นได้ว่า เมื่อเกิดการไหลหมุนวนบริเวณด้านหน้าและด้านหลังขึ้นจะส่งผลต่ออัตราการถ่ายเทความร้อนที่ลดลง (ค่า Nu ที่มีค่าลดลง) โดยเฉพาะการไหลหมุนวนบริเวณด้านหลังซึ่งเกิดการไหลหมุนวนขนาดใหญ่ ทำให้การถ่ายเทความร้อนอยู่ในระดับต่ำ และเมื่อนำการถ่ายเทความร้อนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบมาเปรียบเทียบกับ การถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวางแบบ Periodic พบว่า การติดตั้งสิ่งกีดขวางทำให้เกิดอัตราการถ่ายเทความร้อนสูงขึ้น (ยกเว้นช่วงที่เกิดการไหลหมุนวนขนาดใหญ่) ซึ่งจะสังเกตได้จากค่า Nu ของการถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวางแบบ Periodic ที่สูงกว่าค่า Nu ของการถ่ายเทความร้อนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ

5.5 สรุปผล

ผลการตรวจสอบปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน BLL ที่แสดงรายละเอียดไว้แล้วข้างต้น สามารถสรุปผลได้ดังนี้ จากการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองด้วยปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนอย่างง่าย (ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบและปัญหาการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient) พบว่าแบบจำลอง BLL สามารถทำนายผลได้ค่อนข้างดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลอง LRN และแบบจำลอง High-Re อื่นๆ สำหรับการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลอง BLL กับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ได้แก่ ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่าน BFS และปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางเรียงแบบซ้ำ ซึ่งเป็นกรณีทดสอบที่การไหลเกิด Separation และ Reattachment พบว่าแบบจำลอง BLL สามารถคำนวณผลการ

ไหลและการถ่ายเทความร้อนสำหรับปัญหาทั้งสองได้ดีกว่าแบบจำลองอื่นๆ เมื่อเรย์โนลด์์นัมเบอร์มีค่าต่ำ ในกรณีที่เรย์โนลด์์นัมเบอร์มีค่าสูงนั้นแบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณที่ด้อยกว่าแบบจำลอง High-Re ในบางกรณี ดังนั้น ในงานวิทยานิพนธ์นี้อาจสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคาร์ไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนควรเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วนที่เหมาะสมกับลักษณะของปัญหานั้นเอง



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้แสดงการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนรุ่นใหม่ เพื่อนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อน โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน และผลจากการวิจัยแสดงให้เห็นว่า แบบจำลองความปั่นป่วนที่ปรับปรุงขึ้นใหม่นี้สามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาของวิทยานิพนธ์ได้เป็นอย่างดี

ในการปรับปรุงแบบจำลองความปั่นป่วนรุ่นใหม่ เราจะเริ่มจากการศึกษาถึงความบกพร่องหรือข้อด้อยของแบบจำลองความปั่นป่วนแบบต่างๆ พร้อมทั้งศึกษาแนวคิดหรือวิธีการปรับปรุงแบบจำลองที่มีใช้กันโดยทั่วไป (ในบทที่ 1) โดยจะเน้นการศึกษาแบบจำลอง 2 แบบ คือแบบจำลอง High-Re และแบบจำลอง LRN ซึ่งในงานวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 2 แบบจำลองด้วยกัน คือ แบบจำลอง High-Re $k-\epsilon$ และ LRN $k-\omega$ การปรับปรุงในขั้นต้นเรานำพจน์แก้ไขสเกลความยาว (Length Scale Correction term) เพิ่มเข้าไปในแบบจำลอง LRN $k-\omega$ เพื่อเพิ่มความแม่นยำในการทำนายผลบริเวณใกล้ผนังให้สูงยิ่งขึ้น หลังจากนั้นจึงทำการรวมแบบจำลองทั้งสองเข้าด้วยกัน ทั้งนี้ ก็เพื่อดึงข้อดีของแต่ละแบบจำลองมาใช้ ซึ่งการรวมแบบจำลองจะใช้แนวคิดของ Baseline model เพื่อให้แน่ใจว่าการคำนวณการไหลบริเวณใกล้ผนังจะถูกคำนวณโดยแบบจำลอง LRN $k-\omega$ และการไหลบริเวณที่ห่างจากผนังจะถูกคำนวณด้วยแบบจำลอง High-Re $k-\epsilon$ สำหรับการควบคุมการคำนวณให้สามารถเลือกใช้แบบจำลองที่เหมาะสมกับบริเวณที่กำลังจะคำนวณนั้น สามารถทำได้โดยการใช้ Blending function (ในบทที่ 2) แบบจำลองที่ปรับปรุงขึ้นใหม่นี้เรียกว่า **แบบจำลอง BLL**

ในการแก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน สามารถอธิบายอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ โดยสมการที่ใช้ประกอบไปด้วย สมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัมและสมการอนุรักษ์พลังงาน แต่เนื่องจากปัญหาการไหลที่นำมาวิเคราะห์มีลักษณะเป็นแบบปั่นป่วนจึงจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการอธิบายตัวแปรบางตัว เพื่อให้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ข้างต้นสามารถหาคำเฉลยได้ จากนั้นจึงดำเนินการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มเพื่อหาคำเฉลยต่อไป

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่ม (บทที่ 3) มีขั้นตอนการดำเนินการโดยเริ่มต้นด้วยการแบ่งขอบเขตรูปร่างของปัญหาเป็นปริมาตรควบคุมย่อย โดยใช้ กริดแบบเอียง ในส่วนของสมการเชิงอนุพันธ์จะถูกจัดให้อยู่ในรูปทั่วไป แล้วทำการดิสครีไทซ์สมการดังกล่าวเพื่อแปลงให้เป็นสมการพีชคณิต และใช้ Numerical scheme สำหรับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆที่บริเวณ Interface หลังจากนั้นทำการหาผลเฉลยด้วยวิธี Tri-diagonal Matrix Algorithm (TDMA) และใช้วิธีคำนวณซ้ำ (Iteration method) จนได้ผลลัพธ์ที่คู่เข้า พร้อมทั้งใช้ SIMPLE algorithm เพื่อทำให้ผลเฉลยที่ได้จากสมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมมีความสอดคล้องกัน

จากขั้นตอนและวิธีการของระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มที่ประยุกต์กับแบบจำลองความปั่นป่วนทำให้เราสามารถนำไปประยุกต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนได้ หลังจากนั้นทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาที่มีการไหลที่ไม่ซับซ้อน (ไม่เกิดการแยกหรือการไหลหมุนวน) ซึ่งปัญหาที่เลือกนำมาใช้ในการตรวจสอบ ได้แก่ ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อน ผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ และปัญหาการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient จากการทดสอบเบื้องต้น พบว่าแบบจำลอง BLL สามารถให้ผลการคำนวณทั้งในส่วนของการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ค่อนข้างดี เมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลอง LRN และแบบจำลอง High-Re อื่นๆ

หลังจากนั้นจะนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปตรวจสอบกับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ซับซ้อน ในการศึกษาปัญหาดังกล่าว เราจะต้องทำการศึกษาถึงปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในการไหลผ่านช่องทางไหลหรือสิ่งกีดขวางรูปทรงต่างๆ ทำให้เกิด Separation การไหลหมุนวนและการเกิด Reattachment (แสดงรายละเอียดในบทที่ 4) โดยปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนที่ซับซ้อนที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ คือ ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนผ่าน Backward-facing step และปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ ซึ่งทั้งสองปัญหาจะแบ่งการพิจารณาออกเป็นส่วนของ การไหลและส่วนของการถ่ายเทความร้อนแยกจากกัน เนื่องจากปัญหาอุปสรรคเกี่ยวกับการหากรณีทดสอบมาใช้ ซึ่งกรณีปัญหาที่มีทั้งในส่วนของการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่จะนำมาใช้ทดสอบมีจำนวนน้อย

ผลการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองความปั่นป่วน BLL สำหรับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อน สามารถสรุปได้ดังนี้ จากการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองด้วยปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ยังไม่มีปรากฏการณ์การไหลที่ซับซ้อนเกิดขึ้น (ปัญหา

การไหลและการถ่ายร้อนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบและปัญหาการไหลแบบที่มี Adverse pressure gradient) พบว่า แบบจำลอง BLL สามารถทำนายผลได้ค่อนข้างดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับแบบจำลอง LRN และแบบจำลอง High-Re อื่นๆ สำหรับการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลอง BLL กับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ได้แก่ ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่าน BFS และปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางเรียงแบบซ้ำ ซึ่งเป็นกรณีทดสอบที่การไหลเกิด Separation และ Reattachment ผลการทดสอบสามารถสรุปแยกเป็น 2 ส่วนดังนี้ ส่วนแรกเมื่อเรย์โนลด์์นัมเบอร์มีค่าต่ำ แบบจำลอง BLL สามารถคำนวณผลการไหลและการถ่ายเทความร้อนสำหรับปัญหาทั้งสองได้ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ ส่วนกรณีที่เรย์โนลด์์นัมเบอร์มีค่าสูงนั้นแบบจำลอง BLL ให้ผลการคำนวณที่ด้อยกว่าแบบจำลอง High-Re ในบางกรณี ดังนั้น ในงานวิทยานิพนธ์นี้อาจสรุปได้ว่า การเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วนที่เหมาะสมกับลักษณะปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วน จึงจะทำให้ได้ผลเฉลยของปัญหาที่มีความถูกต้องแม่นยำ

6.2 ปัญหาที่พบขณะทำวิทยานิพนธ์

ปัญหาสำคัญที่พบในการทำวิทยานิพนธ์อาจแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ ส่วนแรก การหาแนวคิดหรือวิธีการในการรวมแบบจำลอง LRN และ High-Re มาใช้ร่วมกัน ซึ่งจะเกิดปัญหาว่าในแต่ละบริเวณจะใช้แบบจำลองใด ซึ่งในงานวิทยานิพนธ์นี้ได้ทดลองใช้แนวคิดในการควบคุมให้มีการเลือกแบบจำลองให้เหมาะสมกับบริเวณที่กำลังจะทำการคำนวณ เช่น บริเวณการไหลที่ห่างจากผนังให้เลือกใช้แบบจำลอง High-Re และบริเวณการไหลใกล้ผนังให้เลือกใช้แบบจำลอง LRN แนวคิดเริ่มต้นในการแบ่งบริเวณการคำนวณนั้น จะแบ่งบริเวณการไหลออกเป็นสองส่วนอย่างชัดเจน แต่ผลที่ได้ก็คือ ในบริเวณที่อยู่ระหว่างการไหลใกล้ผนังและห่างจากผนังจะมีการคำนวณที่ไม่ดีนัก ดังนั้น จึงได้แก้ปัญหาโดยการเลือกใช้ Blending function ใหม่ ที่จะสามารถควบคุมการไหลทั้งในส่วนที่อยู่ใกล้กับผนัง ส่วนที่อยู่ห่างจากผนังและส่วนที่อยู่ระหว่างกลางได้ดีในระดับที่น่าพอใจ

ส่วนที่ 2 ปัญหาการกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังของทั้งสมการ Turbulent kinetic energy (k) และ Specific dissipation ของ TKE (ω) จากงานวิจัยที่ได้มีการตีพิมพ์และเผยแพร่ในวารสารต่างประเทศหลายงาน พบว่า การอธิบายถึงการกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังของสมการ k และ ω นั้นไม่ได้อธิบายหรือแสดงวิธีการกำหนดเงื่อนไขดังกล่าวที่มีรายละเอียดชัดเจนพอที่จะนำมาใช้ในทางปฏิบัติได้ ดังนั้น ในงานวิทยานิพนธ์นี้จึงใช้เวลาพอสมควรกับการหาวิธีในการ

กำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนัง ซึ่งพบว่า การกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังสามารถหาได้จากการศึกษาสมการข้างต้นด้วยเงื่อนไขของการสร้างแบบจำลอง LRN

ส่วนที่ 3 ปัญหาเกี่ยวกับการหาคณิตตัวอย่างสำหรับทดสอบแบบจำลอง จากที่กล่าวมาแล้ว ในบทที่ 1 จะเห็นได้ว่ามีงานวิจัยจำนวนมากที่ได้พัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนให้สามารถทำนายผลบริเวณใกล้ผนังให้ถูกต้อง แต่งานวิจัยส่วนมากที่นำเสนอ มักจะใช้ผลการทดลองหรือผลจากระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่นๆ ซึ่งเป็นผลการทดลองภายในมหาวิทยาลัยหรือห้องทดลองต่างๆ (ไม่ได้เผยแพร่ทั่วไป) ซึ่งจะเห็นได้ว่าในงานวิทยานิพนธ์นี้มีการใช้กรณีทดสอบที่ค่อนข้างหลากหลาย ตัวอย่างเช่น การแก้ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านช่องทางไหลผนังเรียบ การไหลและการถ่ายเทความร้อนผ่าน Backward-facing step และการไหลและการถ่ายเทความร้อนแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางทรงสี่เหลี่ยมที่จัดวางแบบซ้ำ ได้โดยในแต่ละปัญหามีการแยกการคำนวณออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนของการไหลและส่วนของการถ่ายเทความร้อน

6.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

การพัฒนางานวิจัยต่อจากงานวิทยานิพนธ์นี้ สามารถดำเนินการได้ในหลายแนวทาง ยกตัวอย่างเช่น

1. ปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อให้ใช้คำนวณปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนในสภาวะชั่วขณะ (Transient problem) ได้
2. ขยายโปรแกรมให้คำนวณปัญหาใน 3 มิติได้ เพื่อจะได้จำลองการไหลผ่านช่องทางไหลหรือรูปร่างที่ซับซ้อนต่างๆ ได้เหมือนจริงมากขึ้น
3. นำแนวคิดการรวมแบบจำลองไปใช้กับแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ เช่น การรวมแบบจำลอง $\overline{v^2} - f$ ร่วมกับแบบจำลอง LRN $k-\omega$ เพื่อเพิ่มความแม่นยำในการคำนวณการไหลและการถ่ายเทความร้อนมากยิ่งขึ้น
4. ประยุกต์ใช้แบบจำลอง BLL กับ Unstructured mesh หรือพิกัดแบบกระชับขอบเขต (Body-fitted coordinates) เพื่อให้สามารถศึกษาพฤติกรรมและปรากฏการณ์การไหลและถ่ายเทความร้อนผ่านรูปร่างที่ซับซ้อนได้

รายการอ้างอิง

- [1] Prandtl, L. Bemerkungen zur Theorie der freien Turbulenz. ZAMM 22 (1942) : 241-243.
- [2] Rodi, W. Turbulence models and their application in Hydraulics – A State of the Art Review. Institute for Hydromechanics, University of Karlsruhe, Germany: 1980.
- [3] Markatos, N.C. Computer simulation techniques for turbulent flows. Encyclopedia of Fluid Mechanics No. 6 Complex Flow Phenomena and Modeling (ed. N.P. Cheremisinoff) : 1987.
- [4] Nallasamy, M. Turbulence models and their applications to the prediction of internal flows : A review. Computers & Fluids 15 (1987) : 151-194.
- [5] Rodi, W. and Mansour, M.N. Low Reynolds number $k-\epsilon$ modeling with the aid of direct simulation data. Journal of Fluid Mechanics 250 (1993) : 509-529.
- [6] Launder, B.E. and Spalding, D.B., Mathematical Models of Turbulence. London: Academic Press, 1972.
- [7] Wilcox, D.C. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models. AIAA Journal 26 (1988) : 1299-1310.
- [8] Speziale, C.G., Abid, R. and Anderson, E.C. Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence. AIAA Journal 30 (1992) : 324-325.
- [9] Jones, W.P. and Launder, B.E. The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence. International Journal of Heat and Mass Transfer 15 (1972) : 301-314.

- [10] Wilcox, D.C. Simulation of transition with a two-equation turbulence model. *AIAA Journal* 33 (1994) : 247-255.
- [11] Durbin, P.A. Separated flow computations with the $k-\varepsilon-v^2$ model. *AIAA Journal* 33 (1995) : 659-664.
- [12] Behnia, M., Parneix, S. and Durbin, P. Simulation of jet impingement heat transfer with the $k-\varepsilon-v^2$ model. *Annual Research Briefs 1996* Center of Turbulence Research, Stanford University, (1996) : 3-16 .
- [13] Launder, B.E. and Spalding, D.B. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3 (1974) : 269-289.
- [14] Peng, S.H., Davison, L. and Holmberg, S. 1996. *A modified low Reynolds number $k-\omega$ model for internal flows in ventilated enclosure (Report 96/23)*. Depart. Of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden.
- [15] Wilcox, D.C. Multiscale model for turbulent flows. *AIAA Journal* 26 (1988) : 1311-1320.
- [16] Peng, S.H., Davidson, L. and Holmberg, S. A modified low-Reynolds-number $k - \omega$ model for recirculating flows. *ASME Journal of Fluids Engineering* 119 (1997) : 867-875.
- [17] Peng, S.H. and Davidson, L. Computation of turbulent buoyant flows in enclosures with low-Reynolds-number $k - \omega$ models. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 20 (1999) : 172-184.
- [18] Menter, F. R. *Two-Equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows*, NASA-TM-103975, NASA-Ames research center, USA, 1992.

- [19] Yap, C. J. Turbulent Heat and Momentum Transfer in Recirculating and Impinging Flows. Ph.D. Thesis, Faculty of Technology, University of Manchester, United Kingdom, 1987.
- [20] Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows-I. Flow field calculations. International Journal of Heat and Mass transfer 37 (1994) : 139-151.
- [21] Park, T.S. and Sung, H.J. A new low-Reynolds-number $k - \varepsilon - f_{\mu}$ model for predictions involving multiple surfaces. Fluid Dynamics Research 20 (1997) : 97-113.
- [22] Peng, S.H. and Davidson, L. Computation of turbulent buoyant flows in enclosures with low-Reynolds-number $k - \omega$ models. International Journal of Heat and Fluid Flow 20 (1999) : 172-184.
- [23] Park, T. S. and Sung, H. J. Development of a near-wall turbulence model and application to jet impingement heat transfer. International Journal of Heat and Fluid Flow 22 (2001) : 10-18.
- [24] Iacovides, H. and Raisee, M. Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades. International Journal of Heat and Fluid Flow 20 (1999) : 320-328.
- [25] Wang, S.J. and Mujumdar, A.S. A comparative study of five low Reynolds number $k - \varepsilon$ models for impingement heat transfer. Applied Thermal Engineering 25 (2005) : 31-44.

- [26] Raisee, M. and Hejazi, S.H. Application of linear and non-linear low-Re $k-\epsilon$ models in two-dimensional predictions of convective heat transfer in passages with sudden contractions. International Journal of Heat and Fluid Flow 28 (2007) : 429–440.
- [27] Arkady, T. An Informal Introduction to Turbulence, Kluwer academic publishers, 2001.
- [28] Gatski, T.B., Hussaini, M.Y. and Lumley, J.L. Simulation and Modeling of Turbulent Flows, ICASE/LaRC Series in Computational Science and Engineering. Oxford : Oxford University Press, 1996.
- [29] Lumley, J.L. Computation modeling of turbulent flows. Advance Applied Mechanics 18 (1978) : 123-177.
- [30] Speziale, C.G. Turbulence modeling in non-inertial frames of reference. Theory of Computation Fluid Dynamics 1 (1989) : 3.
- [31] Hällback, M., Henningson, D.S., Johansson, A. and Alfredsson, P.H. The basics of turbulence modeling. In ERCOFTAC Series 2, Turbulence and Transition Modeling (eds Hallback, M., Henningson, D.S., Johansson, A. and Alfredsson, P.H), 81-154, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [32] Boussinesq, J. Théorie de l'écoulement tourbillant, Mem. Pre. Par. Div. Sav., 23, 1877.
- [33] Wilcox, D. C. Turbulence Modeling for CFD. California : DCW Industries Inc., 1993.
- [34] Mansour, N.N., Kim, J. and Moin, P. Reynolds stress and dissipation rate budgets in turbulent channel flow. Journal of Fluid Mechanics 194 (1988) : 15-44.

- [35] Bredberg, B., Peng, S.H. and Davison, L. An improved $k - \omega$ turbulence model applied to recirculating flow. International Journal of Heat and Fluid Flow 23 (2003) : 731-743.
- [36] Durbin, P.A. and Reif, B.A.P. Statistical theory and modeling for turbulent flows Chichester : John wiley & Sons, 2001.
- [37] Menter, F.R. Two-Equation Eddy Viscosity Turbulence Models for Aerodynamics Flows, NASA TM-103975, NASA-Ames research center, USA, 1992.
- [38] Patel, V.C. and Yoon, J.Y. Application of turbulence models to separated flow over rough surfaces. ASME Journal of fluids engineering (1995) 117 : 234-241.
- [39] Abi, R., Rumsey, C. and Gatski, T. Prediction of non-equilibrium turbulent flows with explicit algebraic stress models. AIAA Journal 33 (1995) : 2026-2031.
- [40] Lersson, J. Numerical Simulation of Turbine Blade Heat Transfer, Thesis, Report 96/4, Dept. of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, Gothenburg, 1996.
- [41] Durbin, P.A. and Reif, B.A.P. Statistical theory and modeling for turbulent flows Chichester : John wiley & Sons, 2001.
- [42] Launder, B.E. and Sharma, B.I. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of the flow near a spinning disc. Letters in Heat and Mass Transfer 1 (1974) : 131-138.
- [43] Lam, C.K.G. and Bremhorst, K.A. Modified form of the energy-dissipation model of $k-\varepsilon$ model of predicting wall turbulence. ASME Journal Fluids Engineering 103 (1981) : 456-460.

- [44] Chien, K.Y. Prediction of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model. AIAA Journal 20 (1982) : 33-38.
- [45] Nagano, Y. and Hishida, M. Improved form of $k-\varepsilon$ turbulence model for wall-bounded turbulence shear flows. ASME Journal Fluids Engineering 109 (1987): 156-160.
- [46] Myong, H.K. and Kasagi, N. A new approach to improved of $k-\varepsilon$ turbulence model for wall-bounded shear flows. JSME Journal Series II 33 (1990) : 63-72.
- [47] Nagano, Y. and Tagawa, M. An improved $k-\varepsilon$ model for boundary layer flows. ASME Journal Fluids Engineering 112 (1990) : 33-39.
- [48] Abid, R. Evaluation of two-equation turbulence models for predicting transitional flows. International Journal of Engineering Science 31 (1993) : 831-840.
- [49] Chang, K.C., Hsieh, W.D. and Chen, C.S. A modified low-Reynolds-number turbulence model applicable to recirculating flow in pipe expansion. ASME Journal of Fluids Engineering 117 (1995) : 417-423.
- [50] Hsieh, W.D. and Chang, K.C. Calculation of wall heat transfer in pipe-expansion turbulence flow. International Journal of Heat and Mass Transfer 39 (1996) : 3813-3822.
- [51] Craft, T.J., Iacovides, H. and Yoon, J.H. Progress in the use of non-linear two-equation models in the computation of convective heat transfer in impinging and separated flows. Flow Turbulence and Combustion 63 (1999) : 59-80.

- [52] Jones, W.P. and Launder, B.E. The calculation of low-Reynolds-number-phenomena with a two-equation model of turbulence. International Journal of Heat and Mass Transfer, 16 (1973) : 1119-1130.
- [53] Launder, B.E. Modelling convective heat transfer in complex turbulent flows. In: Proceedings of the Second International Symposium - Engineering Turbulence Modeling and Experiments 2, Elsevier press, Florence, Italy, 1993.
- [54] Versteeg, H.K. and Malalasekera, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Method. London : Longman Scientific & Technical, 1995.
- [55] Patankar, S.V. and Spalding, D.B. A calculation procedure for heat mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. International Journal of Heat and Mass Transfer 15 (1972) : 1987.
- [56] Patankar, S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Washington : McGraw-Hill, 1980.
- [57] Davidson, L. and Farhanieh, B. A Finite-volume Code Employing Collocated Variable Arrangement and Cartesian Velocity Components for Computation of Fluid Flow and Heat Transfer in Complex Three-Dimensional Geometries. Sweden : Chalmers University of Technology, Department of Applied Thermodynamics and Fluid Mechanics, 1995.
- [58] Olle, T. Experimental study of the turbulent flow in a plane asymmetric diffuser. Ph.d. thesis, Department of Mechanics, Royal Institute of Technology, SE-100 44 Stockholm, Sweden, 2006.
- [59] Cherry, N. J., Hillier, R. and Latour, M. E. M. P. Unsteady measurements in a separated and reattaching flow. Journal of Fluid Mechanics. 144 (1984) : 13-46.

- [60] Sigurdson, L. The structure and control of a turbulent reattaching flow. Journal of Fluid Mechanics 298 (1995) : 139–165.
- [61] Castro, I. P. and Haque, A. The structure of a shear layer bounding a separation region. Journal of Fluid Mechanics 179 (1987) : 439–468.
- [62] Hancock, P. E. Measurements of mean and fluctuating wall shear stress beneath spanwise-invariant separation bubbles. Experiments in Fluids 27 (1999) : 53–59.
- [63] Hancock, P. E. Low Reynolds number two-dimensional separated and reattaching turbulent shear flow. Journal of Fluid Mechanics 410 (2000) : 101–122.
- [64] Jovic, S. and Driver, D. Backward-facing step measurements at low Reynolds number, $Re_h = 5000$. NASA technical memorandum 108807, Ames research center. USA, 1994.
- [65] Jovic, S. and Driver, D. Reynolds number effect on the skin friction in separated flows behind a backward-facing step. Experiments in Fluids 18 (1995) : 464–467.
- [66] Yoshioka, S., Obi, S. and Masuda, S. Organized vortex motion in periodically perturbed turbulent separated flow over a backward-facing step. International Journal of Heat and Fluid flow 22 (2001) : 301–307.
- [67] Yoshioka, S., Obi, S. and Masuda, S. Turbulence statistics of periodically perturbed separated flow over backward facing step. International Journal of Heat and Fluid flow 22 (2001) 391–401.
- [68] Le, H., Moin, P. and Kim, J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. Journal of Fluid Mechanics 330 (1997) : 349–374.

- [69] Wilhelm, D., Härtel, C. and Kleiser, L. Computational analysis of the two-dimensional three-dimensional transition in forward-facing step flow. Journal of Fluid Mechanics 489 (2003) : 1-27.
- [70] Yin, J.-F. and Yu, S.-Z. Investigation of turbulent separation-reattachment flow in a curved-wall diffuser. International Journal of Heat and Fluid flow 14 (1993) : 129–137.
- [71] Brunet, L., Calzabou, J. B., Chassaing, P. and Jervase, L. Experimental and computational study of pressure effects on turbulent flow in an asymmetric plane diffuser. In 11th Symp. on Turbulent Shear Flows, Grenoble, France (1997) : 114–119.
- [72] Buice, C.U. Experimental investigation of flow through an asymmetric plane diffuser. Ph.D. thesis, Stanford University, TSD-107, 1997.
- [73] Eaton, J.K. Turbulent flow reattachment : an experimental study of the flow and structure behind a backward-facing step. Ph.D. thesis, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford University, 1980.
- [74] Wesphal, R.V., Johnston, J.P., and Eaton, J.K. Experimental study of flow reattachment in single-sided sudden expansion. Report MD-41, Thermosciences Division, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford University, 1984.
- [75] Shah, K.B. and Ferziger, J.H. A fluid mechanics view of wind engineering : large eddy simulation of flow over a cubical obstacle. In R.N. Meroney, B. Bienkiewicz (eds.), Computational Wind Engineering, 2, 211-226, Elsevier, Amsterdam, 1997.
- [76] Moser, R.D., Kim, J. and Monsour, N.N. Direct numerical simulation of the turbulent channel flow up to $Re_\tau=590$. Physics of Fluids 11 (1999) : 943-945.

- [77] Sparrow, E.M., Lloyd, J.P. and Hixon, C.W. Experiments on turbulent heat transfer in an asymmetrically heated rectangular duct. ASME Journal of Heat Transfer 88 (1966) : 170-174.
- [78] Harnett, J.P., Koh, J.C.Y. and McComas, S.T. A comparison of predicted and measured friction factors for turbulent flow through rectangular ducts. ASME Journal of Heat Transfer 85 (1962) : 82-88.
- [79] Kim, J. and Moin, P. Transport of passive scalars in a turbulent channel flow. In *Turbulent Shear flows* (Edited by Andre et al.), Springer, Berlin, 1989 : 85-96.
- [80] Samuel, A.E. and Joubert, P.N. A boundary layer developing in an increasingly adverse pressure gradients. Journal of Fluid Mechanics 6, (1974) : 481-505.
- [81] Menter, F.R. Performance of popular turbulence models for attached and separated adverse pressure gradient flows. AIAA Journal 30 (1992) : 2066-2072.
- [82] Driver, D.M. Reynolds shear stress measurements in a separated boundary layer. AIAA paper. 91-1787, AIAA 22nd Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, Hawaii, 1991.
- [83] Avancha, R.V.R. and Pletcher, R.H. Large eddy simulation of the turbulent flow past a backward-facing step with heat transfer and property variations. International Journal of Heat and Fluid Flow 23 (2002) : 601-614.
- [84] Kasagi, N. and Matsunaga, A. Three-dimensional particle-tracking velocimetry measurement of turbulence statistics and energy budget in a backward-facing step flow. International Journal of Heat and Fluid flow 16 (1995) : 477-485.

- [85] Vogel, J.C. and Eaton, J.K. Combined heat transfer and fluid dynamic measurements downstream of a backward-facing step. ASME Journal of Heat Transfer 107 (1985) : 922-929.
- [86] Park, T.H. and Sung, H.J. A nonlinear low-Reynolds-number $k - \varepsilon$ model for turbulent separated and reattaching flows- I. flow field computations. International Journal of Heat and Mass Transfer 38 (1995) : 2657-2666.
- [87] Miyake, Y., Tsujimoto, K. and Nagai, N. Numerical simulation of channel flow with a rib-roughened wall. Journal of Turbulence 3 (2002) : 1-17.
- [88] Ikeda, T. and Durbin, P.A. Direct simulations of a rough-wall channel flow. Mechanical engineering Report TF-81, Stanford University, 2002.
- [89] Cui, J., Patel, V.C. and Lin, C.L. Large-eddy simulation of turbulent flow in a channel with rib roughness. International Journal of Heat and Fluid Flow 24 (2003): 372-388.
- [90] Ryu, D.N., Choi, D.H. and Patel, V.C. Analysis of turbulent flow in channels roughened by two-dimension ribs and three-dimensional blocks, Part I : Resistance. International Journal of Heat and Fluid Flow. 28 (2007) : 1098-1111.
- [91] Ooi, A., Iaccarino, B. and Behnai, M. Heat transfer predictions in cavities (in CTR summer program). Center for Turbulence Research, Stanford University, 1998.
- [92] Ooi, A., Reif, B.P., Iaccarino, B. and Durbin, P. Evaluation of RANS for rotating flows (in CTR summer program). Center for Turbulence Research, Stanford University, 2000.

- [93] Drain, L.E. and Martin, S. Two-component velocity measurements of turbulent flow in a ribbed-wall flow channel. In: International Conference on Laser Anemometry – Advances and Applications, Manchester, UK, 1985. <http://tmdb.ws.tn.tudelft.nl/workshop7/case7_2/case72d.html>.
- [94] Manceau, R., Parneix, S. and Laurence, D. Turbulent heat transfer predicting using the $\overline{v^2} - f$ model on unstructured mesh. International Journal of Heat and Fluid Flow 21 (2000) : 320-328.
- [95] Liou, T.M., Hwang, J.J. and Chen, S.H. Simulation and measurement of enhanced turbulent heat transfer in a channel with periodic ribs on one principal wall. International Journal of Heat and Mass Transfer 36 (1993) : 507-517.
- [96] Patankar, S.V., Liu, C.H. and Sparrow, E.M. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area. ASME Journal of Heat Transfer 99 (1977) : 180-186.
- [97] Han, J.C. Heat transfer and friction characteristics in rectangular channels with rib turbulators. ASME Journal of Heat Transfer 110 (1988) : 321-328.
- [98] Chen, H.C. and Patel, V.C. Near-wall turbulence models for complex flows including separation. AIAA Journal 26 (1988) : 641-649.

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายกิตติศักดิ์ คู่ขวัญ เกิดเมื่อวันที่ 7 เดือนกรกฎาคม พุทธศักราช 2522 จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตจากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี เมื่อปีการศึกษา 2543 และสำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิตจากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2547 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2547



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย