การวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณสำหรับโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีสม่ำเสมอแบบเส้น

นายธีรพล ศิลาวรรณ์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2552
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CONNECTEDNESS ANALYSIS OF RELAY PLACEMENT IN WIRELESS SENSOR NETWORK WITH REGULAR STRING TOPOLOGY

Mr. Teerapol Silawan

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณสำหรับโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีสม่ำเสมอแบบเส้น
โดย	นายธีรพล ศิลาวรรณ์
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชาวน์ดิศ อัศวกุล
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ดร.จตุพร ชินรุ่งเรือง

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(อาจารย์ สุวิทย์ นาคพีระยุทธ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เชาวน์ดิศ อัศวกุล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม
(ดร.จตุพร ชินรุ่งเรือง)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชัยเชษฐ์ สายวิจิตร)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูมิพัฒ แสงอุดมเลิศ)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ธีรพล ศิลาวรรณ์ : การวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณสำหรับโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีสม่ำเสมอแบบเส้น (CONNECTEDNESS ANALYSIS OF RELAY PLACEMENT IN WIRELESS SENSOR NETWORK WITH REGULAR STRING TOPOLOGY) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร. เชาวน์ดิศ อัศวกุล, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : ดร. จตุพร ชินรุ่งเรือง, 73 หน้า.

ในวิทยานิพนธ์นี้สำหรับโครงข่ายแอดฮอคไร้สาย เครื่องถ่ายทอดสัญญาณถูกใช้สำหรับการส่งผ่านข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางเมื่อสถานีต้นทางนั้นอยู่ไกลจากสถานีปลายทางเกินเนื่องจากขีดจำกัดของระยะการส่งสัญญาณ เพื่อประเมินความเชื่อถือได้ของการส่งข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางวิทยานิพนธ์นี้เสนอการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อคำนวณสภาวะเชื่อมต่อในสถานการณ์ที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสีย ด้วยการใช้เทคนิคการเรียงสับเปลี่ยนแบบเวียนเกิด ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญและเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ ผลเฉลยรูปแบบปิดถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้กับโครงข่ายแอดฮอคไร้สายซึ่งมีรูปแบบเส้นสม่ำเสมอ ด้วยการเปรียบเทียบกับการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ สูตรซึ่งได้จากเทคนิคการเรียงสับเปลี่ยนแบบเวียนเกิดและจากฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญได้รับการพิสูจน์ยืนยันว่าถูกต้องในขณะที่สูตรซึ่งได้จากเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะจะถูกต้องเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีเป็นจำนวนมาก นอกจากนี้แล้วโดยใช้สูตรที่ถูกต้องนั้นคำนวณแนวโน้มต่าง ๆ ที่น่าสนใจของสภาวะเชื่อมต่อได้ถูกวิเคราะห์ในรูปแบบของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสีย หรือความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสีย และจำนวนของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ในตอนท้ายเพื่อให้ตัวอย่างการใช้งานค่าสภาวะเชื่อมต่อที่หามาได้ วิทยานิพนธ์นี้ได้ทดสอบกระบวนวิธีในการออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอีกด้วย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า	ลายมือชื่อนิสิต .....
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....
ปีการศึกษา	2552	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม .....

5170335221 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEYWORDS: CONNECTEDNESS/ WIRELESS SENSOR NETWORK / REGULAR STRING TOPOLOGY.

TEERAPOL SILAWAN : CONNECTEDNESS ANALYSIS OF RELAY PLACEMENT IN WIRELESS SENSOR NETWORK WITH REGULAR STRING TOPOLOGY. THESIS ADVISOR: ASST. PROF. CHAODIT ASWAKUL, Ph.D., THESIS CO-ADVISOR: JATUPORN CHINRUNGRUENG, Ph.D., 73 pp.

In this thesis, for a wireless ad hoc network, relays are used for passing the data from a source to a sink when the source is too far to reach the sink due to their transmission-range limitation. To evaluate the reliability of data transmission from a source to a sink, this thesis proposes a mathematical analysis to calculate the probability of connectedness when there can be failed relays. By using the technique of recursive-form combinatorics, ordinary generating function, and state transition matrix, closed-form solutions have been obtained for wireless ad hoc networks with a regular string topology. By comparing with computer simulation results, the formula obtained from the technique of recursive-form combinatorics and from ordinary generating function has been verified of its accuracy, while the formula obtained from the state transition matrix approach is accurate asymptotically when the number of relay nodes is large. In addition, based on the accurate formula, interesting trends of connectedness have been discussed in terms of the number of relay nodes, the number of failed relays or the probability of relay failure, and the number of forward neighbors. Finally, to exemplify a potential deployment of the derived connectedness, this thesis has tested a procedure to design the number of relay nodes.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department:	Electrical Engineering	Student's Signature	.....
Field of Study:	Electrical Engineering	Advisor's Signature	.....
Academic Year:	2009	Co-Advisor's Signature	.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สามารถ สำเร็จ ลุล่วง ไป ได้ เนื่องด้วย ความ ช่วยเหลือ ของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชาวน์ดิศ อัศวกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และ ดร. จตุพร ชินรุ่งเรือง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ซึ่งได้กรุณาให้ความรู้ พร้อมทั้งสละเวลาอันมีค่าให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่าง ๆ รวมทั้งได้มอบหมายงานที่เป็นประโยชน์ ที่ทำให้นิสิตมีแนวความคิดในการทำวิทยานิพนธ์ ตลอดจนความเมตตาและความใส่ใจต่อนิสิตมาโดยตลอด นิสิตจึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้ ขอขอบพระคุณ อาจารย์สุวิทย์ นาคพีระยุทธ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูมิพัฒ แสงอุดมเลิศ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชัยเชษฐ์ สายวิจิตร กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในสาขาวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร ที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้อันเป็นพื้นฐานในการศึกษาและทำวิทยานิพนธ์นี้

ขอบคุณโครงการศิษย์ก้นกุฏิภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้ทุนในการศึกษาเล่าเรียนและวิจัยตลอดช่วงเวลาการเรียนในระดับปริญญาโททั้งหมด

ขอบคุณเพื่อน ๆ รุ่นพี่และรุ่นน้องในห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม ที่ให้กำลังใจและคำปรึกษามาโดยตลอดโดยเฉพาะ Network Research Group (NRG) ขอขอบคุณ คุณภัทรชาติ โกมลกิติ และคุณปิติพงศ์ ชาญโลหะ สำหรับคำแนะนำอันมีประโยชน์ในการแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ตลอดมา

ขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม ภาควิชา วิศวกรรม ไฟฟ้า คณะ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับทรัพยากรต่าง ๆ ในการศึกษาค้นคว้าและวิจัย

กราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่เป็นกำลังใจและกำลังทรัพย์ตลอดมา รวมทั้งให้โอกาสนิสิตได้ศึกษาต่อในระดับมหาบัณฑิต

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

. หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย . . . . . ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ . . . . . จ

กิตติกรรมประกาศ . . . . . ฉ

สารบัญ . . . . . ช

สารบัญภาพ . . . . . ฌ

1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง 3

1.2.1 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีครอบคลุมเป็นพื้นที่ 2 มิติ 3

1.2.2 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้น 5

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิทยานิพนธ์ 9

1.4 ขอบเขตวิทยานิพนธ์ 9

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 10

1.6 ประมวลวิทยานิพนธ์ 10

2 หลักการและทฤษฎี 12

2.1 พื้นฐานคณิตศาสตร์เชิงการจัด 12

2.2 ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ 13

2.3 เมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ 14

3 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง 18

3.1 สภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันเวียนเกิด 21

3.2 สภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ 28

3.3 สภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ 33

3.4 สรุป 36

4 ผลการทดสอบ 38

4.1 การหาจำนวนตัวอย่างในการจำลองเหตุการณ์เพื่อประมาณค่าสภาวะเชื่อมต่อ 39

4.2 ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิด 41

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.3 ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิด 44
4.4 ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ 46
4.5 การเปรียบเทียบการหาสภาวะเชื่อมต่อด้วยวิธีต่าง ๆ 48
4.5.1 ความถูกต้องของสูตร 48
4.5.2 ความซับซ้อนของสูตรการคำนวณ 48
4.6 การประยุกต์ใช้สูตรคำนวณสภาวะเชื่อมต่อ 49
4.6.1 ผลกระทบจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ 51
4.6.2 การออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ติดตั้งในโครงข่าย . . 55
4.6.3 กรณีพิเศษการหาสภาวะเชื่อมต่อเมื่อ $r = 2$ 62
4.6.4 กรณีพิเศษเมื่อสถานีต้นทางและสถานีปลายทางมีระยะการส่งสัญญาณที่มากกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 67
5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ 68
5.1 บทสรุป 68
5.2 ข้อเสนอแนะ 69
รายการอ้างอิง 70
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 73

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

รูปที่ 1.1 รูปแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณใน 1 มิติ แบบสุ่ม 6

รูปที่ 2.1 การนับการสะสมของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ 15

รูปที่ 3.1 การใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 1 เครื่องในทุก ๆ ช่องที่เลือกมาแล้ว 21

รูปที่ 3.2 ช่องว่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังใช้การได้มีทั้งหมด $N-k+1$ ช่อง . . 22

รูปที่ 3.3 การจับกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้โดยแต่ละกลุ่มจะมีขนาดไม่เกิน $r-1$ เครื่อง 23

รูปที่ 3.4 การนำกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีขนาดไม่เกิน $r-1$ เครื่องใส่ลงในช่องว่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังสามารถใช้การได้ 24

รูปที่ 3.5 การเลือกช่องว่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังสามารถใช้การได้เพื่อบรรจุเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ 25

รูปที่ 3.6 การใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 1 เครื่องทุก ๆ ช่องที่เลือกมาแล้ว 25

รูปที่ 3.7 การใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เหลือลงในช่องที่เลือกมา 26

รูปที่ 3.8 ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใช้การไม่ได้แล้วที่อยู่สลับกัน 34

รูปที่ 3.9 การนับจำนวนสะสมของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ 34

รูปที่ 3.10 ห่วงโซ่ มาร์ค อฟ ของ สถานะ ของ การ นับ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ที่ ไม่ สามารถใช้การได้สะสม 35

รูปที่ 4.1 สภาวะ เชื่อมต่อ เมื่อ เปลี่ยนแปลง จำนวน เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ที่ ไม่ สามารถใช้การได้ในโครงข่าย เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดมี 100 เครื่องและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 5 เครื่อง 39

รูปที่ 4.2 การหาจำนวนรอบในการจำลองเหตุการณ์ โดยเลือกจำนวนรอบที่น้อยที่สุดที่ให้ให้ผลการทดลองเฉลี่ยที่แม่นยำ โดยจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีทั้งหมด 100 เครื่อง เสียไป 41 เครื่องและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมี 5 เครื่อง . . . 41

รูปที่ 4.3 การหาค่าสภาวะเชื่อมต่อจากกระบวนวิธีแบบมอนติคาร์โลเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง 42

รูปที่ 4.4 พื้นผิว สภาวะ เชื่อมต่อ ใน รูปแบบ ฟังก์ชัน เวียน เกิด เมื่อ กำหนด ให้ จำนวน เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวนไม่เกิน 100 เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ที่ ไม่ สามารถ ใช้การได้ ใน โครงข่าย มี จำนวน ไม่ เกิน จำนวน เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง 43

รูปที่ 4.5 พื้นผิว สภาวะ เชื่อมต่อ ใน รูปแบบ ฟังก์ชัน ก่อกำเนิด เมื่อ กำหนด ให้ จำนวน เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวนไม่เกิน 100 เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายมีเป็นจำนวนไม่เกินจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง 44

รูปที่ 4.6 พื้นผิวค่าสภาวะเชื่อมต่อซึ่งคำนวณจากสูตรเมื่อมองจากด้านบน 45

รูปที่ 4.7 พื้นผิว สภาวะ เชื่อมต่อ ใน รูปแบบ ของ เมตริกซ์ การ เปลี่ยน สถานะ เมื่อ กำหนด ให้ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวนไม่เกิน 100 เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายมีเป็นจำนวนไม่เกินจำนวนเครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ทั้งหมด ใน โครงข่าย เมื่อ จำนวน เครื่อง ถ่า ยา ทอด สัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง 46

รูปที่ 4.8 ความผิด พลาด จาก การ คำนวณ หา สภาวะ เชื่อมต่อ ระหว่าง สถานี ต้นทาง กับ สถานีปลายทางจากเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ 47

รูปที่ 4.9 เวลาที่ใช้ในการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อกำหนดให้ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งจะเสียมีค่าเท่ากับ 0.25 50

รูปที่ 4.10 ผลกระทบจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ 52

รูปที่ 4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายและสภาวะเชื่อมต่อ ใน สถานการณ์ ที่ ความน่าจะเป็น ที่ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ แต่ละ เครื่อง มีโอกาสในการเสียเท่ากันโดยกำหนดให้ $p = 0.05$ และ $r = 4$ 53

รูปที่ 4.12 ความ สัมพันธ์ ระหว่าง จำนวน เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ที่ สามารถ ติดตั้ง ใน โครงข่ายเพื่อยังคงรักษาสภาวะเชื่อมต่อให้ไม่แย่กว่า 0.9 54

รูปที่ 4.13 ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะขาดสภาวะเชื่อมต่อเมื่อความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสียเป็น 0.1 56

รูปที่ 4.14 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่ายเมื่อกำหนดให้ความยาว ของโครงข่าย เป็น 1200 เมตร และ ระยะ การ ส่ง สัญญาณ ของ เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็น 100 เมตร 59

รูปที่ 4.15 จำนวน เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ข้างเคียง คำนวณ จาก ความน่าจะเป็น ที่ สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้และความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องในโครงข่ายจะไม่สามารถใช้การได้ เมื่อกำหนดให้ความยาวของโครงข่ายเป็น 1200 เมตร และระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็น 100 เมตร 60
รูปที่ 4.16 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ต้องการเพื่อให้สภาวะเชื่อมต่อเป็น 0.99 โดยพิจารณาผลกระทบของความยาวของโครงข่ายและความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้ 61
รูปที่ 4.17 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ถูกประมาณจากสูตร (4.3) 64
รูปที่ 4.18 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจากวิธีการเปลี่ยนค่า N จนกว่าจะเหมาะสม 64
รูปที่ 4.19 เปอร์เซ็นต์จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณคลาดเคลื่อน 65
รูปที่ 4.20 ระยะการส่งสัญญาณเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น 2 เครื่องและระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็น 1 66
รูปที่ 4.21 รัศมีการส่งสัญญาณของสถานีต้นทางกับรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเมื่อสถานีต้นทางและสถานีปลายทางมีระยะการส่งสัญญาณมากกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 67

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

การสื่อสารจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่งซึ่งอยู่ห่างไกลกันเป็นเรื่องธรรมดาในทุกวันนี้ ตำแหน่งที่ต้องการส่งข้อมูลถูกเรียกว่า "สถานีต้นทาง" และตำแหน่งที่สถานีต้นทางต้องการส่งข้อมูลไปถึงถูกเรียกว่า "สถานีปลายทาง" ข้อมูลที่ถูกส่งจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางในหลายสถานการณ์เป็นข้อมูลที่สำคัญมาก เช่น ข้อมูลการจราจรบนท้องถนน ข้อมูลปริมาณน้ำจากต้นสายแม่น้ำซึ่งเอาไว้พิจารณาในการเตือนภัยน้ำป่า เป็นต้น การใช้โครงข่ายโทรศัพท์มือถือเพื่อส่งข้อมูลแบบเวลาจริงจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางเป็นการสิ้นเปลืองอย่างมากในระยะยาวเพราะต้องจ่ายค่าส่งสัญญาณให้กับผู้ให้บริการทุกครั้งที่มีการส่งข้อมูล และต้องมีการปรับรุ่นอุปกรณ์ตามการเปลี่ยนยุคของเทคโนโลยีโทรศัพท์มือถืออยู่เสมอซึ่งส่งผลกระทบต่ออายุการใช้งานของระบบที่สร้างขึ้น จากเหตุผลดังกล่าวโครงข่ายแอดฮอคซึ่งเป็นโครงข่ายที่มีความยืดหยุ่นในการส่งสัญญาณไร้สาย และประหยัดต้นทุนในการส่งสัญญาณข้อมูลต่าง ๆ จึงเป็นทางเลือกที่น่าสนใจในการใช้เพื่อส่งข้อมูลระหว่างสถานี ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้หรือสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็นตัวแปรชี้วัดความคงทนและความน่าเชื่อถือของโครงข่าย เพราะยิ่งมีสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมากโครงข่ายก็จะยิ่งมีความน่าเชื่อถือสูง อย่างไรก็ตามโครงข่ายแอดฮอคต้องใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นจำนวนมากและมีโอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณบางเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้ โครงข่ายที่ใช้ในการส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจึงจำเป็นต้องมีสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางสูง แต่การเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมากเกินไปทำให้สิ้นเปลืองค่าอุปกรณ์และค่าดูแลรักษา ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงมีเป้าหมายเพื่อวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง โดยการเปลี่ยนแปลงสภาวะเชื่อมต่อมีผลจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในระบบ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในระบบ และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งจะสามารถติดต่อได้ในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันการสื่อสารเป็นสิ่งที่สำคัญมาก เพราะหากไม่มีการติดต่อสื่อสารกันมนุษย์ก็ไม่สามารถใช้ชีวิตอยู่เป็นสังคมได้ ดังนั้นทุกแห่งที่มีมนุษย์จะต้องมีการสื่อสาร นอกจากการติดต่อสื่อสารระหว่างมนุษย์โดยตรงแล้ว ยังมีการติดต่อสื่อสารระหว่างมนุษย์และอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ได้ด้วย เช่น มนุษย์ต้องการข้อมูลที่เครื่องตรวจวัดตรวจได้จากที่ห่างไกล เป็นต้น ซึ่งจำเป็นต้องใช้อุปกรณ์ในการ

สื่อสารหลายเครื่อง อย่างไรก็ตามการติดต่อสื่อสารอาจไม่สำเร็จทุกครั้งเสมอไป ผู้รับสารหรือผู้ต้องการข้อมูลจากผู้ส่งสารอาจจะไม่สามารถรับข้อมูลได้ หากเป็นข้อมูลที่สำคัญย่อมสร้างความเสียหายอย่างรุนแรงและส่งผลกระทบต่อผู้เกี่ยวข้องทั้งหมด ดังนั้นการออกแบบระบบสื่อสารให้มีความน่าเชื่อถือสูงจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง

การสื่อสารแบบไร้สายถูกพัฒนาขึ้นอย่างรวดเร็วในช่วงสองถึงสามทศวรรษที่ผ่านมา เทคโนโลยีการสื่อสารแบบไร้สายที่เห็นได้ชัดคือ โทรศัพท์เคลื่อนที่ ซึ่งมีผู้ให้บริการหลายรายทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ ในขณะที่เทคโนโลยีโทรศัพท์มือถือได้ถูกพัฒนาขึ้น การสื่อสารไร้สายในรูปแบบอื่น ๆ ก็ได้ถูกพัฒนาตามมาด้วย เพื่อให้เหมาะสมกับสถานการณ์การใช้งานในรูปแบบต่าง ๆ การประยุกต์ใช้งานมีเพิ่มมากขึ้นทั้งจากภาคธุรกิจอุตสาหกรรมและงานวิจัย เช่น การสื่อสารไร้สายระยะใกล้เช่น การสื่อสารระยะใกล้แบบเป็นโครงข่ายเช่นระบบอินเทอร์เน็ตไร้สายและวายฟาย และยังมีเทคโนโลยีในการติดต่อสื่อสารอื่นอีกที่ไม่จำเป็นต้องมีการส่งข้อมูลไปยังศูนย์กลางของระบบ ซึ่งเครื่องลูกข่ายสามารถติดต่อกันเองได้

โครงข่ายไร้สายที่ก่อรูปขึ้นโดยไม่มีการอำนวยการส่วนกลางหรือแอดฮอคประกอบด้วยอุปกรณ์รับส่งสัญญาณที่มีการติดต่อกันแบบไร้สายและอาจมีการเคลื่อนที่ทำให้รูปแบบการเชื่อมต่อมีการเปลี่ยนแปลง ในการส่งข้อมูลในรูปของกลุ่มข้อมูลระหว่างกันเครื่องรับส่งสัญญาณที่อยู่ในโครงข่ายแบบนี้สามารถทำหน้าที่เป็นได้ทั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณและอุปกรณ์แม่ข่าย ดังนั้นจึงสามารถส่งต่อกลุ่มข้อมูลแทนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่น ด้วยความได้เปรียบที่ระบบการสื่อสารไร้สายแบบแอดฮอคมีระยะการส่งเชื่อมต่อถึงปลายทางที่ไกลกว่าการสื่อสารที่ต้องมีสถานีฐาน เช่น เทคโนโลยีบลูทูท [1] หรือวายฟายในการใช้งานแบบอาศัยโครงสร้างพื้นฐาน (infrastructure mode) [1] ทำให้โครงข่ายการสื่อสารไร้สายแบบแอดฮอคถูกพิจารณาให้เป็นตัวเลือกที่สำคัญสำหรับการส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่อยู่ห่างไกลกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในโครงข่ายที่ต้องมีการส่งข้อมูลแบบเวลาจริง เช่น เครื่องตรวจวัดปริมาณรถบนท้องถนนต้องส่งข้อมูลของรถที่วิ่งผ่านเครื่องตรวจวัดเพื่อแจ้งตำรวจที่ป้อมตำรวจให้ตัดสินใจในการเปลี่ยนสัญญาณไฟจราจร [2] เครื่องตรวจวัดปริมาณน้ำที่ต้นน้ำต้องส่งข้อมูลให้กับสถานีเตือนภัยน้ำป่าเพื่อวิเคราะห์สภาวะและความน่าจะเป็นที่จะเกิดน้ำป่ารวมไปถึงเตือนภัยเมื่อเกิดเหตุฉุกเฉินได้อย่างทันเวลา [3] การป้องกันการเกิดอัคคีภัยรอบเขตสถานที่สำคัญ [4] และระบบการส่งข้อมูลผ่านทางรถไฟ [5] เป็นต้น สถานที่ซึ่งต้องการรับข้อมูลมาใช้กับสถานที่เก็บข้อมูลอยู่ห่างไกลกัน การเก็บข้อมูลด้วยการวางสายจะสิ้นเปลืองมากและยากแก่การบำรุงรักษาสายส่งสัญญาณ การใช้ระบบโทรศัพท์ไร้สายก็ต้องจ่ายเงินให้กับผู้ให้บริการ (service provider) ซึ่งหากใช้โครงข่ายระบบโทรศัพท์ไร้สายไปนาน ๆ จะทำให้สิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายมาก ดังนั้นการติดต่อสื่อสารด้วยวิธีแอดฮอคจึงเป็นทางเลือกหนึ่งที่สามารถนำมาใช้กับสถานการณ์เช่นนี้ได้อย่างเหมาะสมมากกว่าวิธีอื่น โครงข่ายที่จะนำไปใช้จึงมีรูปแบบที่มีสถานีต้นทางเป็นสถานีซึ่งส่งข้อมูลออกมาเป็นสถานีแรก ส่งข้อมูลให้กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่อง

อื่น ๆ เป็นลำดับมาจนกระทั่งถึงสถานีปลายทางซึ่งเป็นสถานีที่ต้องการนำข้อมูลมาใช้

1.2 ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

เมื่อสถานีต้นทางต้องการส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางด้วยการส่งต่อข้อมูลผ่านเครื่องถ่ายทอดสัญญาณหลายเครื่องเป็นลำดับ จนกระทั่งถึงสถานีปลายทาง โดยระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางคงที่ ในทางปฏิบัติการติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเป็นการติดตั้งที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องที่มีตำแหน่งติดกันมีระยะห่างระหว่างเครื่องเท่ากัน ดังนั้นแล้วหากต้องการลดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดที่ต้องติดตั้งในระบบ ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละคู่ที่อยู่ติดกันจะยิ่งมาก ส่งผลให้มีโอกาสสูงที่จะส่งสัญญาณผิดพลาดหรือสูญหาย ทางแก้ปัญหาคือเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายให้มากขึ้นเพื่อลดระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ติดกัน และหากในรัศมีการส่งสัญญาณมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมากกว่า 1 เครื่องที่สามารถรับข้อมูลจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สนใจได้มากขึ้น จะยิ่งทำให้เพิ่มจำนวนเส้นทางการส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางได้ อย่างไรก็ตามการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทำให้ต้องเพิ่มค่าใช้จ่ายในการซื้ออุปกรณ์ด้วย นอกจากปัจจัยเกี่ยวกับระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีตำแหน่งติดกันแล้ว หากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบางเครื่องในโครงข่ายไม่สามารถใช้การได้จะส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเช่นกัน ดังนั้นปัจจัยที่ส่งผลต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง ได้แก่ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดที่ติดตั้งในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ติดตั้งในรัศมีการส่งสัญญาณ และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่าย

สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางถูกวิเคราะห์ในหลายรูปแบบทั้งในแบบที่โครงข่ายครอบคลุมเป็นเป็นพื้นที่ (2 มิติ) หรือโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้น (1 มิติ) ซึ่งมีการวิเคราะห์และการประยุกต์ใช้ที่แตกต่างกัน

1.2.1 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีครอบคลุมเป็นพื้นที่ 2 มิติ

งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในรูปแบบที่เป็นพื้นที่โดยทั่วไปจะพิจารณาถึงระดับขั้นการเชื่อมต่อของโครงข่าย (k-connected network)

ระดับขั้นการเชื่อมต่อหมายถึงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่อง

หนึ่งจะสามารถส่งสัญญาณถึงได้ ถูกใช้เป็นตัวแปรชี้วัดความคงทนของโครงข่าย เพราะหากมีระดับขั้นการเชื่อมต่อของโครงข่ายมาก โครงข่ายก็จะยิ่งมีความคงทนต่อการเสียของอุปกรณ์ได้มาก การคำนวณหาความน่าจะเป็นที่โครงข่ายมีระดับขั้นการเชื่อมต่อตามที่กำหนด ถูกเสนอโดย [6] เมื่อกำหนดให้ ρ คือความหนาแน่นของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณและ n_0 คือระดับขั้นการเชื่อมต่อของโครงข่ายที่ต้องการ และ r_0 คือรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ d คือระดับขั้นการเชื่อมต่อหรือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในหนึ่งรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งจะได้ว่า

$$P\left(d = n_0\right) = \frac{\left(2\rho r_0\right)^{n_0}}{n_0!} \cdot e^{-2\rho r_0}$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความน่าจะเป็นที่ระดับขั้นการเชื่อมต่อของโครงข่ายจะเท่ากับค่าที่กำหนดขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยได้แก่ รัศมีการส่งสัญญาณ ความหนาแน่นของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณด้วย นอกจากนี้เพื่อศึกษาปัจจัยระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่ง r_0 จากสูตรของ [6] ทำให้สามารถคำนวณระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณขั้นต่ำ เมื่อต้องการให้มีความน่าจะเป็นอย่างน้อย p ที่ไม่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณโดดเดียวในโครงข่าย และกำหนดให้ความหนาแน่นของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีค่าเท่ากับ ρ และมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ n เครื่องในโครงข่าย ดังสูตร

$$r_0 \geq \sqrt{\frac{-\ln\left(1 - p^{\frac{1}{n}}\right)}{\rho\pi}}$$

ซึ่งเป็นประโยชน์มากในการออกแบบระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพื่อให้สิ้นเปลืองพลังงานน้อยที่สุด

ปัญหาการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นจำนวนน้อยที่สุดซึ่งเครื่องตรวจวัด (sensor) แต่ละเครื่องสามารถติดต่อโดยตรงกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอย่างน้อย 1 เครื่องและมีเส้นทางติดต่อระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องสู่สถานีปลายทางได้ถูกเสนอโดย [7] โดยเสนอว่าการเพิ่มเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายควรเพิ่มในตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างอุปกรณ์ส่งสัญญาณและอุปกรณ์รับสัญญาณ สำหรับงานวิจัยที่มีการปรับเปลี่ยนระยะการส่งสัญญาณได้ ได้แก่ [8] ซึ่งเสนอการเปลี่ยนระยะการส่งสัญญาณเมื่อเกิดความผิดพลาดขึ้นในโครงข่าย เพื่อให้มีเส้นทางการส่งสัญญาณระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางให้ได้มากขึ้น โดยคำนึงถึงการแก้ความผิดพลาดในเส้นทางการส่งสัญญาณและพลังงานที่ใช้ในโครงข่ายเป็นหลัก

งานวิจัยที่เน้นวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายโดยคำนึงถึงการเสียของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบางเครื่องในโครงข่ายได้แก่ [9] ซึ่งกำหนดให้พื้นที่ที่สนใจเป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหนึ่งหน่วยและมีการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วย ตำแหน่งของ

เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายถูกออกแบบให้มีตำแหน่งเป็นไปอย่างสุ่ม เมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ n เป็นค่าคงที่ และมีรัศมีการส่งสัญญาณ r จะได้ว่าความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้ p จะมีความเกี่ยวพันกันดังสมการ

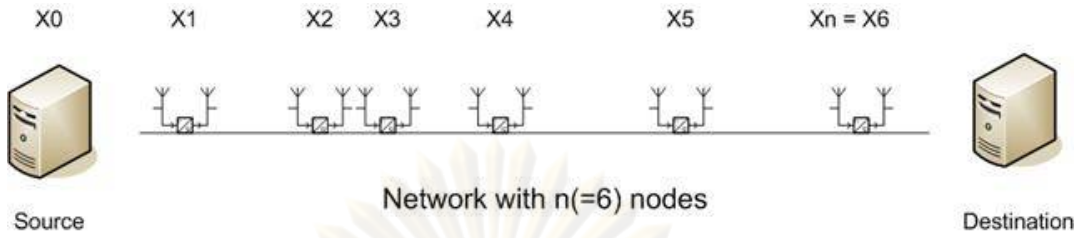
$$(1-p)\,r^2 \sim \frac{\log(n)}{n}$$

เมื่อลดความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะสามารถใช้การได้ $(1-p)$ จะต้องเพิ่มรัศมีการส่งสัญญาณ r เพื่อให้การเชื่อมต่อการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังใช้การได้สามารถครอบคลุมได้เต็มพื้นที่จัตุรัสหนึ่งหน่วย ซึ่งงานวิจัยนี้สามารถประยุกต์ใช้กับหลายสถานการณ์ได้ ได้แก่ การประมาณรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องที่ดีที่สุดโดยคำนึงถึงสภาวะเชื่อมต่อระหว่างเครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้กับกำลังส่งที่ใส่ในเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่อง การคำนวณจำนวนครั้งสูงสุดในการส่งสัญญาณเป็นทอด ๆ ระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้ในโครงข่าย เป็นต้น

จะเห็นได้ว่างานวิจัยในอดีตที่ศึกษาเกี่ยวกับการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณใน 2 มิติ เน้นในเรื่องการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณให้มีความเชื่อมต่อกันทั้งหมดในโครงข่ายหรือการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพื่อให้พื้นที่การส่งสัญญาณครอบคลุมพื้นที่ทั้งหมดที่สนใจเพื่อให้โครงข่ายมีความเชื่อถือได้สูง อย่างไรก็ตามการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อของโครงข่าย 2 มิติมีความซับซ้อนสูง ซึ่งหากโครงข่าย 2 มิติสามารถมองเป็นโครงข่ายย่อย (subnetwork) แบบเส้น (string) ได้แล้วการวิเคราะห์โครงข่ายย่อยและนำผลที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อเชื่อมโยงสภาวะเชื่อมต่อให้เป็นโครงข่ายใหญ่จะมีความซับซ้อนน้อยกว่าการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อแบบ 2 มิติโดยตรงมาก แนวทางการวิเคราะห์นี้สามารถใช้ได้ในโครงข่ายที่ต้องการส่งข้อมูลไปตามถนนหรือแม่น้ำซึ่งสามารถมองโครงข่ายเป็นโครงข่ายย่อยแบบเส้นประกอบกันเป็นโครงข่ายร่างแหและครอบคลุมพื้นที่ได้ ในหัวข้อต่อไปจะเป็นการนำเสนองานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้น

1.2.2 งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้น

สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในรูปแบบ 1 มิติ ถูกวิเคราะห์ในสถานการณ์การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบสุ่ม ดังรูปที่ 1.1 [10], [11] ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็นแบบสุ่มสม่ำเสมอทั้งโครงข่าย ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ i วัดตั้งแต่สถานีต้นทางถูกกำหนดให้เป็น x_i กำหนดให้ระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ x_i กับเครื่องที่ x_{i+1} เป็น y_i รัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็น r สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางได้สำเร็จก็ต่อเมื่อไม่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ติดกันคู่ใดเลยมีระยะห่างกันเกินหนึ่งช่วงรัศมีการส่งสัญญาณ



รูปที่ 1.1 รูปแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณใน 1 มิติ แบบสุ่ม

ของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่อง การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในกรณีนี้มีสมมติฐานว่าทราบระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง (z) รวมถึงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่าย (n) จำนวนวิธีที่สถานีต้นทางจะสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้สำเร็จ $U_c(n,z,r)$ จะมีค่าเท่ากับจำนวนสมาชิกของเซตความห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละคู่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีตำแหน่งอยู่ข้างกัน ดังนั้น $U_c(n,z,r)$ = จำนวนสมาชิกของเซต $\left\{y_0, y_1, \ldots, y_{n-1} : y_i \geq 0; i \geq 0, y_i \leq r; i > 0, \sum_{i=0}^{n-1} y_i < z\right\}$ ส่วนจำนวนวิธีการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด $U_n(z)$ มีการนิยามคล้ายกับ $U_c(n,z,r)$ เพียงแต่ไม่มีเงื่อนไขที่ทุกเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีตำแหน่งติดกันต้องอยู่ห่างกันไม่เกินรัศมีการส่งสัญญาณ $(y_i \leq r)$ ดังนั้นสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง $p_c(n,z,r)$ จึงมีค่าเท่ากับจำนวนวิธีที่สถานีต้นทางจะสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้สำเร็จหารด้วยจำนวนวิธีการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด ดังสมการ

$$p_c(n,z,r) = \frac{U_c(n,z,r)}{U_n(z)}$$

นอกจากนั้นยังมีงานวิจัยที่วิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อแบบกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ [12] ในกรณีที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่ได้ถูกวางสุ่มอย่างสม่ำเสมอ โดยเสนอว่าสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีผลกระทบมาจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ รัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณและความยาวของโครงข่าย และยังมีงานวิจัยที่คำนวณความยาวของโครงข่ายที่เหมาะสมจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายและความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทาง [13] ได้อีกด้วย

ในระบบโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไร้สาย ส่วนใหญ่จะเป็นการส่งสัญญาณแบบเป็นทอด ๆ ต่อกันไปเรื่อย ๆ แบบไม่มีการข้ามลำดับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ เพื่อให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายมีจำนวนน้อยที่สุด แต่การทำเช่นนั้นมีความเสี่ยงที่โครงข่ายจะขาดการเชื่อมต่อได้ง่าย หากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอย่างน้อยหนึ่งเครื่องที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่าย จะทำให้ข้อมูลที่ส่งออกมาจากสถานีต้นทางไม่สามารถส่งไปถึงสถานีปลายทางได้อันเนื่องมาจากระบบโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณขาด ในสภาวะจริงการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่จำเป็นที่จะต้องเป็นแบบส่ง

ตัวต่อตัวไปเรื่อย ๆ เพราะในรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่ง ๆ สามารถวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จะรับข้อมูลจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องนั้น ๆ ได้หลายเครื่อง ยิ่งมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งสามารถส่งข้อมูลถึงในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางมาก โอกาสที่ข้อมูลที่สถานีต้นทางส่งออกมาจะถึงสถานีปลายทางได้จะยิ่งมีค่าสูง โดย [14] เสนองานวิจัยสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางโดยในช่วงรัศมีการส่งสัญญาณมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณได้หลายเครื่อง

ในสถานการณ์จริงเมื่อได้ติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพื่อถ่ายทอดสัญญาณจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางแล้ว เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเหล่านั้นจะทำงานอย่างปกติไปจนถึงวันที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้นเสื่อมสภาพ อาจจะเป็นพลังงานจากแบตเตอร์รี่หมดหรืออุปกรณ์ภายในเสื่อมสภาพ ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้นมีสภาพขาดการติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่น หากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถรับหรือส่งสัญญาณกับเครื่องอื่นได้มีตำแหน่งที่อยู่ติดกันหลาย ๆ เครื่อง จะทำให้เกิดสภาพการไม่สามารถส่งข้อมูลระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายได้อย่างทั่วถึง ซึ่งเป็นสาเหตุหลักที่สถานีต้นทางและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณต้นสายข้อมูลไม่สามารถส่งข้อมูลไปหาเครื่องถ่ายถ่ายทอดสัญญาณปลายสายข้อมูลหรือสถานีปลายทางได้ ดังนั้นตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้จึงมีผลกระทบโดยตรงต่อความเชื่อถือได้ของโครงข่าย เพราะส่งผลกระทบโดยตรงต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

การวิเคราะห์จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ติดตั้งในโครงข่ายยังสามารถหาได้ในรูปแบบอื่น ๆ ที่น่าสนใจคือ การวิเคราะห์หาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจากพลังงานที่มีในอุปกรณ์แต่ละเครื่อง เช่นงานวิจัย [15] ซึ่งต้องการออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใช้เพื่อส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางแห่งหนึ่งกับสถานีปลายทางอีกแห่งหนึ่ง จากเส้นทางที่จำเป็นต้องส่งข้อมูลผ่านซึ่งจะทำให้เสียพลังงานในการส่งสัญญาณน้อยที่สุดและสามารถรับประกันคุณภาพในการส่งข้อมูลได้ด้วย โดยรูปแบบการส่งสัญญาณจะเป็นแบบไม่มีการส่งสัญญาณทับซ้อน การคำนวณพลังงานที่ใช้ในการส่งสัญญาณในโครงข่ายถูกคิดจากอัตราการส่งข้อมูล การส่งสัญญาณระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจนกระทั่งถึงสถานีปลายทางอาจจะใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณหรือไม่ได้ขึ้นอยู่กับระดับพลังงานและอัตราการส่งข้อมูลที่ใช้ หากคำนวณการใช้พลังงานจากอัตราการส่งข้อมูลที่ใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณหลายเครื่องแล้วน้อยกว่าการใช้พลังงานในการส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางโดยตรง จะสามารถระบุจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่น้อยที่สุดที่จำเป็นในการติดตั้งในโครงข่ายได้ ทั้งนี้ผลของงานวิจัย [15] ได้สรุปว่าจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่น้อยที่สุดที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่ายสามารถลดลงได้โดยการเพิ่มความถี่ในการส่งข้อมูลซ้ำให้มากขึ้น ซึ่งเป็นประโยชน์ในการออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายได้ดี

มีบางงานวิจัยที่ต้องการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อเมื่อเกิดเหตุการณ์อื่นอีกด้วย การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นระยะ ๆ โดยค่าเฉลี่ยของระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นค่าคงที่ ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางปฏิบัติมากขึ้น เนื่องจากในพื้นที่จริงการติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเป็นเส้นไม่สามารถ ติดตั้งให้ห่างกันได้คงที่เสมอด้วยเหตุของพื้นที่การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่อำนวย และเป็นการยากที่จะสามารถระบุตำแหน่งการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอย่างแม่นยำ และเนื่องจากการเคลื่อนที่ของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณหลังจากที่ได้ทำการติดตั้งแล้วด้วยสาเหตุเช่น แรงลมและน้ำท่วม เป็นต้น ทำให้เกิดความไม่แน่นอนของตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณและอาจทำให้สถานีต้นทางไม่สามารถส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางได้ [16] เมื่อกำหนดให้ระยะห่างเฉลี่ยระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีตำแหน่งอยู่ติดกันทุกคู่มีขนาดเท่ากันและอนุญาตให้มีการเคลื่อนตำแหน่งจากค่าเฉลี่ยของระยะห่างนั้นได้ การเปลี่ยนตำแหน่งดังกล่าวจะทำให้เกิดความไม่แน่นอน ซึ่งระยะห่างระหว่างคู่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณใด ๆ ในโครงข่ายมีระยะห่างมากกว่าระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะทำให้สถานีต้นทางไม่สามารถส่งข้อมูลถึงสถานีปลายทางได้ งานวิจัย [16] ใช้การจำลองเหตุการณ์แบบมอนติคาร์โล (เช่นเดียวกับงานวิจัย [18], [19]) ในการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่าย ซึ่งให้ข้อสรุปว่าความแปรปรวนของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณส่งผลกระทบโดยตรงต่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณขั้นต่ำที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่าย โดยยิ่งมีความแปรปรวนของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมาก ยิ่งต้องใช้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายมากเช่นกัน

การวางโครงข่ายของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณใน 1 มิติสามารถใช้สำหรับการรับและส่งข้อมูลในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นเช่น รอบภูเขา แม่น้ำ ถนน เป็นต้น ซึ่งบนพื้นที่เหล่านั้นจะมีสองข้างทางเสมอ การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีหลายรูปแบบซึ่งมีงานวิจัยที่เปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นโดยระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีตำแหน่งอยู่ถัดกันเท่ากันทั้งโครงข่ายกับแบบสองข้างทางถนนหรือแม่น้ำ [17] ซึ่งงานวิจัยนี้ให้ข้อสรุปว่าการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นจะดีกว่าในแง่ของความประหยัดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่าย แต่การติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเป็นคู่จะให้สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางได้ดีกว่า อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้คำนวณสภาวะเชื่อมต่อกรณีที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณอยู่ในรัศมีการส่งสัญญาณในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางเพียง 2 เครื่องเท่านั้น ซึ่งในความจริงแล้วจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในรัศมีการส่งสัญญาณในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง อาจจะมีมากกว่า 2 เครื่องก็ได้ ในวิทยานิพนธ์นี้พิจารณากรณีที่ในรัศมีการส่งสัญญาณในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางครอบคลุมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นจำนวนใด ๆ ทำให้สามารถประยุกต์ผลการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อในสถานการณ์จริงได้มากกว่า

จะเห็นว่าในอดีตที่ผ่านมามีผู้สนใจในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทาง

และสถานีปลายทางในรูปแบบต่าง ๆ อยู่พอสมควร แต่ในสถานการณ์จริงการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นในโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่อุปกรณ์ถูกติดตั้งตายตัวอยู่ข้างถนนหรือแม่น้ำจะวางให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ตำแหน่งข้างกันมีระยะห่างเท่า ๆ กันทั้งโครงข่ายซึ่งเป็นโครงข่ายแบบเส้นสม่ำเสมอ (regular string topology) ซึ่งจนถึงปัจจุบันยังไม่มีผู้ศึกษาผลกระทบของสภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายแบบเส้นจากจำนวนอุปกรณ์ที่มีในระบบ ผลกระทบจากการเสียของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ และรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละตัวในรูปแบบของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถส่งสัญญาณถึงได้ซึ่งมีความสำคัญอย่างมากในการออกแบบระบบที่ใช้ได้จริงด้วยความจำเป็นดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น งานวิจัยนี้จึงมีจุดประสงค์เพื่อหาความสัมพันธ์ของความสามารถในการเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางในรูปแบบของจำนวนอุปกรณ์ที่มีในระบบ ผลกระทบจากการเสียของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ และรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องในรูปแบบของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถส่งสัญญาณถึงได้ในลักษณะของการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์สำหรับการออกแบบและคาดการณ์จำนวนอุปกรณ์ที่จะใช้ในระบบการสื่อสาร 1 มิติในอนาคตต่อไป

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิทยานิพนธ์

เพื่อศึกษาและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง เมื่อกำหนดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งสามารถส่งสัญญาณถึงได้รวมถึงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้หรือโอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้ โดยโครงข่ายมีลักษณะแบบเส้นสม่ำเสมอระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง

1.4 ขอบเขตวิทยานิพนธ์

1. สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางด้วยวิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อสถานีต้นทางและสถานีปลายทางมีความสามารถในการรับและส่งข้อมูลมากกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั่วไปบนสมมติฐานสำคัญคือ โครงข่ายเป็นแบบเส้นระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางและ ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้มีค่าเท่ากันทั้งโครงข่ายและเป็นอิสระต่อกัน

2. สามารถประเมินและเปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณ (computational complexity) ของสูตรคำนวณสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางที่เสนอได้

3. สามารถประยุกต์ใช้ผลการวิจัยเชิงวิศวกรรมในสถานการณ์จริงได้ด้วยการนำสภาวะเชื่อมต่อที่

ต้องการและความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้เป็นตัวแปรต้นในการระบุจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่ายในกรณีที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถส่งข้อมูลให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้ 2 เครื่อง และสามารถวิเคราะห์หาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายในกรณีที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถส่งข้อมูลให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางที่มากกว่า 2 เครื่องได้

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้ความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย โอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้ และ ระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องในรูปแบบของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ซึ่งส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางแห่งหนึ่งกับสถานีปลายทางอีกแห่งหนึ่ง ผลจากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์นี้สามารถใช้เป็นสูตรในการคำนวณออกแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ในโครงข่ายการสื่อสารไร้สายแอดฮอคที่มีรูปแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแบบเส้นสม่ำเสมอ ซึ่งง่ายต่อการใช้งานและสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้

1.6 ประมวลวิทยานิพนธ์

บทที่ 1 บทนำ: กล่าวถึงที่มาและความสำคัญของการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง โดยมีความสัมพันธ์กับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในโครงข่าย และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งจะสามารถติดต่อได้ในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง ซึ่งผลจากการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อจะถูกใช้ในการวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ในโครงข่ายและประมาณจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่ายได้

บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี: กล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานที่นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบด้วย หลักการของแอดฮอค กรณีศึกษาการประยุกต์ใช้งานโครงข่ายแอดฮอคแบบตำแหน่งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่สามารถเปลี่ยนที่ได้และการพัฒนาโครงข่ายให้มีสภาวะเชื่อมต่อที่ดีขึ้น และสรุปในช่วงท้ายสุดของบทนี้

บทที่ 3 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง: กล่าวถึงวิธีการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในรูปแบบต่าง ๆ ทั้งแบบฟังก์ชันเวียนเกิด

ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ และแบบเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ รวมไปถึงการวิเคราะห์จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่าย

บทที่ 4 ผลการทดสอบ: นำเสนอการทดสอบผลกระทบที่มีต่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในโครงข่าย และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งจะสามารถติดต่อได้ในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง รวมไปถึงการวิเคราะห์จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่าย และการประยุกต์ใช้ผลจากการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในสถานการณ์จริง ซึ่งคำนึงถึงระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางและระยะการส่งข้อมูลของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่อง และการเลือกอุปกรณ์ที่ใช้

บทที่ 5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ: สรุปงานวิจัยทั้งหมดในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้และเสนอแนวทางในการพัฒนางานวิจัยต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

หลักการและทฤษฎี

โครงข่ายแอดฮอคที่ใช้ส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางแห่งหนึ่งไปยังสถานีปลายทางอีกแห่งหนึ่ง สามารถแบ่งโครงข่ายออกเป็นโครงข่ายย่อยแบบเส้น 1 มิติได้ ซึ่งในสถานการณ์จริง เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะถูกวางให้มีระยะห่างอย่างสม่ำเสมอระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง ทำให้ในรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่ง ๆ ครอบคลุมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นได้เป็นจำนวนคงที่ ซึ่งต่อจากนี้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในหนึ่งรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง กำหนดให้เรียกว่า *จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง* r ในบทนี้นำเสนอความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เพื่อใช้ในการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางต่อไป

2.1 พื้นฐานคณิตศาสตร์เชิงการจัด

เพื่อวิเคราะห์หาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง โดยคำนึงถึงกรณีที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณบางเครื่องไม่สามารถใช้การได้ ตัวแปรต้นในการวิเคราะห์คือ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง

กำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องที่มีตำแหน่งติดกันและไม่สามารถใช้การได้ เรียกว่า *กลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้* (group of failed relays) และให้ *ขนาด* ของกลุ่มกำหนดโดยจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในกลุ่มนั้น ดังนั้นเราสามารถนิยามเงื่อนไขที่จำเป็นและพอเพียง (necessary and sufficient condition) ของสภาวะเชื่อมต่อได้ดังนี้ สถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจะไม่สามารถเชื่อมต่อกันได้ ก็ต่อเมื่อกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้อย่างน้อย 1 กลุ่ม มีขนาดมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้จึงขึ้นอยู่กับรูปแบบตำแหน่งของกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามาถใช้การได้ระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางและระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงใช้การได้อยู่ ดังนั้นสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจึงเป็นสิ่งที่สามารถหาได้ด้วยวิธีของคณิตศาสตร์เชิงการจัด โดยนับรูปแบบของตำแหน่งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ดีและที่เสียซึ่งสามารถเกิดขึ้นได้ทั้งหมดระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง วิทยานิพนธ์นี้จึงเสนอวิธีการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์เชิงการจัด ซึ่งจะได้กล่าวในบทที่ 3 ต่อไป

2.2 ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ

ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ (ordinary generating function หรือ OGF) เป็นการประยุกต์คณิตศาสตร์เชิงการจัดให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อมีข้อกำหนดเกี่ยวกับการจัดกลุ่ม

ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญคือฟังก์ชันที่เกิดจากการแทนลำดับด้วยอนุกรมกำลัง โดยเราเรียกฟังก์ชัน $G(x) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n x^n$ ว่าเป็นฟังก์ชันก่อกำเนิดของลำดับ $\langle g_n \rangle$ ตัวอย่างเช่น ฟังก์ชันก่อกำเนิดของลำดับ $\langle 0, 2, 4, 8, ... \rangle$ คือ

$$G(x) = 0x^0 + 2x^1 + 4x^2 + 8x^3 + ...$$

ฟังก์ชันก่อกำเนิดถูกใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการจัดกลุ่มโดยเขียนอธิบายในรูปแบบการกระจายพจน์เป็นอนุกรมกำลัง $G(x)$ จากนั้นจึงใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการจัดการกับอนุกรมกำลังเพื่อหารูปแบบปิดของสัมประสิทธิ์ g_n ที่ต้องการ ฟังก์ชันก่อกำเนิดเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมากในการแทนและจัดการกับลำดับของจำนวน อีกทั้งนำมาใช้ในการแจงนับโครงสร้างเชิงการจัด (combinatorial structures) เพื่อให้ทราบถึงวิธีการประยุกต์ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ จึงขอยกตัวอย่างดังนี้

สมมุติว่าต้องการหาจำนวนวิธีเลือกของ 7 ชิ้นจาก 3 ประเภท โดยประเภทแรกสามารถเลือกได้ไม่เกิน 4 ชิ้น ประเภทที่สองต้องเลือกอย่างน้อย 1 ชิ้นและไม่เกิน 2 ชิ้น และประเภทที่สามห้ามเลือกเกิน 3 ชิ้น

กำหนดให้ของประเภทแรกคือ Δ ประเภทที่สองคือ O และประเภทสุดท้ายคือ Ξ
วิธีการเลือก Δ มี 5 วิธี คือ ไม่เลือกเลย หรือ เลือก 1 ชิ้น หรือ เลือก 2 ชิ้น หรือ เลือก 3 ชิ้น หรือ เลือก 4 ชิ้น
วิธีการเลือก O มี 2 วิธี คือ เลือก 1 ชิ้น หรือ เลือก 2 ชิ้น
วิธีการเลือก Ξ มี 4 วิธี คือ ไม่เลือกเลย หรือ เลือก 1 ชิ้น หรือ เลือก 2 ชิ้น หรือ เลือก 3 ชิ้น
วิธีการเลือกที่มีข้อจำกัดในตัวอย่างนี้สามารถบรรยายด้วยนิพจน์

$$\left(1 + \Delta + \Delta^2 + \Delta^3 + \Delta^4\right)\left(\mathrm{O} + \mathrm{O}^2\right)\left(1 + \Xi + \Xi^2 + \Xi^3\right)$$

โดยการยกกำลังสัญลักษณ์ที่เขียนในนิพจน์ข้างบนนี้ หมายถึงการเลือกของชิ้นนั้นเป็นจำนวนเท่ากับเลขชี้กำลัง เช่น Δ^2 มากจาก $\Delta\Delta$ แทนการเลือก Δ 2 ชิ้นและสังเกตุว่าการบวกจะแทนตรรกะ *หรือ* ส่วนการคูณจะแทนตรรกะ *และ*

เนื่องจากสนใจแต่เพียงจำนวนรูปแบบในการเลือกดังนั้นจึงไม่มีความจำเป็นต้องสนใจว่าเลือกอะไรบ้าง ดังนั้นจึงเปลี่ยนทุกสัญลักษณ์ให้เป็น x และทำให้ นิพจน์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหานี้จึงเปลี่ยน

เป็น

$$\left(1+x+x^2+x^3+x^4\right)\left(x+x^2\right)\left(1+x+x^2+x^3\right)$$

เมื่อกระจายพจน์ออกมาจะได้ประพจน์

$$x^9+3x^8+5x^7+7x^6+8x^5+7x^4+5x^3+3x^2+x$$

ซึ่งรูปแบบในการเลือกของ 7 ชิ้นคือสัมประสิทธิ์ที่อยู่หน้า x^7 คือ 5 รูปแบบนั่นเอง ซึ่งประกอบด้วย

$$\{\Delta\Delta\Delta\Delta OO\Xi, \Delta\Delta\Delta\Delta O\Xi\Xi, \Delta\Delta\Delta OO\Xi\Xi, \Delta\Delta\Delta O\Xi\Xi\Xi, \Delta\Delta OO\Xi\Xi\Xi\}$$

ในกรณีทั่วไปวิธีเลือกของทั้งสิ้น n ชิ้นโดยมีข้อจำกัดการเลือกของจากแต่ละประเภทดังข้างต้น สามารถหาได้จากสัมประสิทธิ์ของพจน์ x^n ด้วยเทคนิคของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญนี้ปัญหาการจัดตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ให้มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณน้อยกว่าหรือเท่ากับ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงจึงสามารถแก้ได้ด้วยฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ โดยจะนำเสนอต่อในหัวข้อ 3.2

2.3 เมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ

เนื่องจากสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางขึ้นอยู่กับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง หากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีตำแหน่งติดกันเป็นจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงแม้เพียงตำแหน่งเดียวสามารถทำให้สถานีต้นทางกับสถานีปลายทางไม่สามารถติดต่อกันได้ หากพิจารณาเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทีละเครื่อง เริ่มตั้งแต่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องแรกที่อยู่ติดกับสถานีต้นทาง จนถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องสุดท้ายที่มีตำแหน่งอยู่ติดกับสถานีปลายทาง จะพบว่าสามารถนิยามสถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องในรูปแบบใหม่ได้เป็นตำแหน่งที่ห่างจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้เครื่องล่าสุด

ยกตัวอย่างดังรูปที่ 2.1 เครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายมีจำนวน 10 เครื่อง กำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้เรียกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดี และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เรียกกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสีย ซึ่งในรูปที่ 2.1 เครื่องถ่ายทอดสัญญาณดีถูกแทนด้วยสัญลักษณ์วงกลมทึบ ส่วนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียถูกแทนด้วยสัญลักษณ์วงกลมรอยเส้นประ เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องแรกเป็นเครื่องที่มีตำแหน่งถัดจากสถานีต้นทาง (ในรูปที่ 2.1 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องซ้ายที่สุด) เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดี ดังนั้นเมื่อนิยามของสถานะคือ ตำแหน่งที่ห่างจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้

เครื่องล่าสุด จึงทำให้สถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องแรกมีค่าเป็น 0 สำหรับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณตำแหน่งถัดมา เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสีย ทำให้มีสถานะเป็น 1 เนื่องจากเป็นเครื่องแรกที่เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียนับจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดีล่าสุด เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 3 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดีทำให้มีสถานะเป็น 0 อีกเนื่องจากตัวเองเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดี สำหรับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 4 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียทำให้มีสถานะเป็น 1 ด้วยเหตุผลเดียวกันกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 2 สำหรับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 5 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสีย ซึ่งเมื่อนับระยะห่างจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดีล่าสุดจะเห็นว่าเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียเป็นเครื่องที่ 2 จึงมีสถานะเป็น 2 สำหรับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องถัด ๆ ไปมีวิธีการนิยามสถานะแบบเดียวกันจนกระทั่งถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องสุดท้ายในโครงข่าย

รูปที่ 2.1 การนับการสะสมของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้

จากการกำหนดสถานะแบบนี้ทำให้เงื่อนไขที่จำเป็นและพอเพียงของสภาวะเชื่อมต่อสามารถเขียนได้ในอีกรูปแบบหนึ่ง กล่าวคือ หากมีอย่างน้อย 1 ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สถานะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง จะทำให้สถานีต้นทางไม่สามารถส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางได้ การเปลี่ยนสถานะอย่างเป็นแบบแผนและมีความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะคงที่เช่นนี้มีคล้ายกับการเปลี่ยนสถานะของกระบวนการมาร์คอฟ แต่ไม่เหมือนทั้งหมดดังนั้นในส่วนต่อไปจะกล่าวถึงความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการใช้เมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะและกระบวนการมาร์คอฟดังต่อไปนี้

มีกระบวนการเฟ้นสุ่มเป็นจำนวนมากที่มีลักษณะเป็นแบบกระบวนการของมาร์คอฟ ทฤษฎีบทของลูกโซ่มาร์คอฟและกระบวนการของมาร์คอฟเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการใช้เพื่อแก้ปัญหาในทางปฏิบัติ [20] กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสถานะของตำแหน่งที่ห่างจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้เครื่องล่าสุด กระบวนการเฟ้นสุ่ม $\{X_k, k \in T\}$ เมื่อเซตดัชนี $T = \{0, 1, 2, \ldots\}$ แทนตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนับจากสถานีต้นทางไป (ตำแหน่ง 0) จนถึงสถานีปลายทาง สถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังไม่ได้พิจารณาจะไม่ขึ้นกับสถานะของตำแหน่งของเครื่อง

ถ่ายทอดสัญญาณที่พิจารณาแล้ว ดังสมการ

$$P[X_{k+1} = x_{k+1}|X_0 = x_0, ..., X_k = x_k] = P[X_{k+1} = x_{x+1}|X_k = x_k]$$

นั่นคือ สถานะของระบบในอนาคตจะไม่ขึ้นกับสถานะของตำแหน่งที่ผ่านมาถ้าทราบสถานะ ณ ตำแหน่งปัจจุบัน ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $P[X_{k+1} = j|X_k = i]$ ถูกเรียกว่าความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ (state transition probability) ของลูกโซ่มาร์คอฟ ถ้ากำหนดความน่าจะเป็นของสถานะที่ตำแหน่งเริ่มต้นเป็น $P[X_0 = x_0]$ โดยสรุปแล้วจากนิยามความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขจะได้ว่า

$$P\left[X_0 = x_{0,...,}X_k = x_k\right] = P\left[X_k = x_k|X_0 = x_{0,...,}X_{k-1} = x_{k-1}\right] P\left[X_0 = x_0, ..., X_{k-1} = x_{k-1}\right]$$

และโดยนิยามของลูกโซ่มาร์คอฟ

$$P\left[X_0 = x_{0,...,}X_k = x_k\right] = P\left[X_k = x_k|X_{k-1} = x_{k-1}\right] P\left[X_0 = x_0, ..., X_{k-1} = x_{k-1}\right]$$

ซึ่งความสัมพันธ์เวียนเกิดนี้จะทำให้ได้ว่า

$$P\left[X_0 = x_{0,...,}X_k = x_k\right] = \prod_{j=1}^{k} P\left[X_j = x_j|X_{j-1} = x_{j-1}\right] P\left[X_0 = x_0\right]$$

ในระบบหนึ่ง ๆ ที่สนใจ ความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ จะรวมกันได้ 1 เสมอดังสมการ

$$\sum_{i=1}^{N} P\left[X_k = i\right] = 1$$

และ ความน่าจะเป็น ที่ สถานะ ต่อไป จะ อยู่ ที่ สถานะ j จะ มี ค่า เท่า กับ การ รวม ความน่าจะเป็น ใน ทุก ๆ สถานะที่สามารถเปลี่ยนสถานะมาเป็นสถานะ j ได้ ดังนั้น

$$\begin{aligned} P\left[X_{k+1} = j\right] &= \sum_{i=1}^{N} P\left[X_{k+1} = j|X_k = i\right] P\left[X_k = i\right] \\ &= \sum_{i=1}^{N} P_{ij} P\left[X_k = i\right] \end{aligned}$$

โดยที่ P_{ij} หมายถึงความน่าจะเป็นที่ระบบจะมีการเปลี่ยนสถานะจาก i ไป j ในตำแหน่งถัดไป ดังนั้นหากต้องการแสดงถึงการเปลี่ยนสถานะของทั้งระบบ จึงสามารถแสดงเป็นเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะได้ดังนี้

$$\mathbf{P} = [P_{ij}]$$

โดยความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์จะเปลี่ยนจากสถานะ i เป็นสถานะแต่ละสถานะจะต้องมีค่ารวมเป็น 1 กำหนดให้ $s_k\left(i\right)$ คือ ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ k นับตั้งแต่เครื่องแรกจะ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มีสถานะเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียเครื่องที่ i นับตั้งแต่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณดีเครื่องล่าสุด ดังนั้น

$$s_k(i) = P[X_k = i]$$

และ

$$s_k = \begin{bmatrix} s_k(1) & s_k(k) & \dots & s_k(N) \end{bmatrix}$$

เมื่อ $s_{k+1} = s_k\mathbf{P}$ ซึ่งสามารถประยุกต์การใช้สูตรนี้ต่อในรูปแบบของสภาวะเวียนเกิด โดยเริ่มจากสถานะเริ่มต้นได้คือ

$$s_k = s_0\mathbf{P}^k \tag{2.1}$$

และ

$$s_{k+n} = s_k\mathbf{P}^n$$

โดย $\mathbf{P}^n$ คือเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะซึ่งสมาชิกแถวที่ i หลักที่ j ของเมตริกซ์ P แสดงความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องปัจจุบันมีสถานะเป็น i เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องต่อไปจะมีสถานะเป็น j โดยสามารถเขียนสรุปเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้คือ

$$P_{ij}^{(n)} = P[X_{k+n} = j | X_k = i]$$

เมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะถูกใช้ในการวิเคราะห์ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ในระบบเพื่อที่จะคาดการณ์สถานะของโครงข่ายในอนาคต

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางได้หรือเรียกสั้น ๆ ว่า "สภาวะเชื่อมต่อ" เป็นตัวแปรที่ใช้สำหรับชี้วัดความเชื่อถือได้ (reliability) ของโครงข่าย หากความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางได้มีค่ามากนั่นหมายถึงโครงข่ายมีความเชื่อถือได้สูง ในทางกลับกันหากความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางได้มีค่าน้อยหมายถึงโครงข่ายมีความเชื่อถือได้ต่ำ ความน่าจะเป็นในการเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางขึ้นอยู่กับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้หรือโอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้ และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง หากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีค่ามากเมื่อเทียบกับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลถึงสถานีปลายทางได้จะมีค่าน้อย เช่นเดียวกันกับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงหากมีค่าน้อย จะยิ่งทำให้ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลถึงสถานีปลายทางได้มีค่าน้อยเช่นกัน การหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เหมาะสมที่จะต้องใช้ในการติดตั้งในโครงข่ายและการหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็นสิ่งจำเป็นมากในมุมมองของการออกแบบโครงข่ายไร้สายและในมุมมองของการลดค่าใช้จ่ายในขณะที่ความเชื่อถือได้ยังอยู่ในระดับที่ต้องการ เพื่อที่จะหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงที่เหมาะสมที่จะต้องใช้ในการติดตั้งในโครงข่ายจึงจำเป็นต้องทราบวิธีในการหาความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางได้ก่อน ซึ่งการหาความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางมีหลายวิธี วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการหาความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางใน 3 รูปแบบได้แก่

1. การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิด
2. การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ
3. การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ

การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิดเป็นการหาสภาวะเชื่อมต่อที่ผลสุดท้ายอยู่ในรูปแบบเวียนเกิด (recursive form) ซึ่งเหมาะสำหรับการหาข้อมูลใหม่ที่รู้ข้อมูลของเดิมอื่น ๆ บ้างแล้วทำให้รวดเร็วในการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมากขึ้น สำหรับการหาสภาวะเชื่อมต่อแบบที่สอง คือ การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิด เป็นการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หาสภาวะเชื่อมต่อที่มีลักษณะคล้ายกับการหาสภาวะเชื่อมต่อแบบฟังก์ชันเวียนเกิด แต่ไม่จำเป็นต้องทราบข้อมูลของสภาวะเชื่อมต่ออื่น ๆ ก่อน และด้วยความได้เปรียบของจำนวนพจน์ที่ใช้น้อยกว่ามากทำให้ความยุ่งยากในการคำนวณลดลง สำหรับการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ จะเป็นวิธีที่ง่ายต่อการคำนวณที่สุดในวิธีที่เสนอใน 3 วิธีนี้ แต่ให้ผลที่คลาดเคลื่อนจากสองวิธีแรกอยู่บ้างดังจะได้กล่าวต่อไป

เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทาง ในที่นี้จะพิจารณาแบบจำลองการส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นซึ่งมีความสม่ำเสมอ (regularity) ของการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณโดยที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องในโครงข่ายถูกออกแบบให้มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากันหมด กำหนดให้มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน N เครื่อง ทั้งโครงข่ายมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง (จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง) เป็นจำนวน r เครื่อง โดยให้จุด S คือสถานีต้นทาง (source) และ T คือสถานีปลายทาง (termination) โดยกำหนดให้ข้อมูลถูกส่งจากด้านซ้ายของโครงข่ายไปยังด้านขวา ดังตัวอย่างในรูปที่ 3.1

สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางถูกกำหนดให้เป็นความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางได้ ดังนั้นจึงกำหนดให้

$P(N,k,r)$ = ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางและสถานีปลายทางจะสามารถเชื่อมต่อกันได้เมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมดเป็นจำนวน k เครื่อง จากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด N เครื่องโดยกำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณด้านขวาที่อยู่ติดกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้นเป็นจำนวน r เครื่อง

$\psi(N,k,r)$ = จำนวนรูปแบบการเสียของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังทำให้สถานีต้นทางและสถานีปลายทางสามารถเชื่อมต่อกันได้เมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมดเป็นจำนวน k เครื่อง จากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด N เครื่องโดยกำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณด้านขวาที่อยู่ติดกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้นเป็นจำนวน r เครื่อง

$\binom{N}{k}$ = จำนวนรูปแบบการเสียของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เป็นไปได้ทั้งหมดเมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด N เครื่องในโครงข่าย และมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่อง

กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้มีค่าเท่ากันและเป็นอิสระต่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่น ดังนั้น

$$P\left(N,k,r\right)=\frac{\psi\left(N,k,r\right)}{\left(\begin{array}{c}N\\k\end{array}\right)} \tag{3.1}$$

จากสมการ (3.1) เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ จึงขอยกตัวอย่างดังนี้

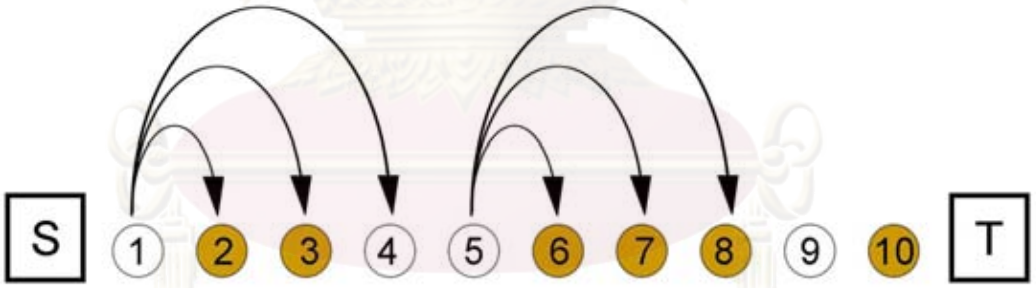
พิจารณาจำนวนรูปแบบที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมดเป็นจำนวน 2 เครื่อง จากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด 5 เครื่องโดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณด้านขวาที่อยู่ติดกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้นเป็นจำนวน 2 เครื่อง คือ หากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณหมายเลข 1 ถึงหมายเลข 5 จะได้รูปแบบที่สถานีต้นทางและสถานีปลายทางสามารถติดต่อกันได้ 6 รูปแบบประกอบด้วยรูปแบบของการมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณซึ่งไม่สามารถใช้การได้อยู่ที่ตำแหน่ง $\{1,3\},\{1,4\},\{1,5\},\{2,4\},\{2,5\},\{3,5\}$ โดยรูปแบบการเสียของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 2 เครื่องจาก 5 เครื่องมีทั้งหมด $\left(\begin{array}{c}5\\2\end{array}\right)=10$ รูปแบบ ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้มีค่าเท่ากันและเป็นอิสระต่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่น ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้โดยมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายเป็นจำนวน 2 เครื่องจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดจำนวน 5 เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถติดต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณด้านขวาที่อยู่ติดเครื่องถ่ายทอดสัญญาณนั้นเป็นจำนวน 2 เครื่องได้เป็น $\frac{6}{10}=0.6$ เป็นต้น

จากสมการ (3.1) งานวิจัยนี้ได้ประยุกต์ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์เชิงการจัด (combinatorics) เพื่อหาสูตรสำหรับการคำนวณค่า $\psi(N,k,r)$ ดังนี้

หากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีตำแหน่งติดกันเป็นจำนวนอย่างน้อย r เครื่อง จะทำให้สถานีต้นทางและสถานีปลายทางขาดการเชื่อมต่อระหว่างกันเนื่องจากไม่มีเส้นทางการส่งข้อมูลระหว่างสถานีต้นทางและปลายทาง เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจจึงขอยกตัวอย่างกรณีที่โครงข่ายยังคงเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางกับกรณีโครงข่ายที่ขาดการเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง โดยกำหนดให้มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็นจำนวน 3 เครื่อง

จากรูปที่ 3.1 จะเห็นว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ 1 สามารถส่งสัญญาณไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 2 3 และ 4 ได้ เมื่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 2 และ 3 เสียไป เครื่องถ่ายทอด

สัญญาณเครื่องที่ 1 ยังสามารถเชื่อมต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 4 ได้ ทำให้โครงข่ายยังไม่เสียการเชื่อมต่อที่ตำแหน่งนี้ แต่เมื่อพิจารณาที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 5 โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 5 สามารถส่งสัญญาณเชื่อมต่อกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นได้ 3 เครื่องเช่นกันคือเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 6 7 และ 8 แต่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 6 7 และ 8 เสียทั้งหมด (เสียติดกันเท่ากับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง) ทำให้โครงข่ายเสียการเชื่อมต่อที่ตำแหน่งนี้ จะเห็นว่าจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้จะมีตำแหน่งติดกันได้ไม่เกิน $r-1$ เครื่อง เพื่อรักษาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง แต่เมื่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีตำแหน่งติดกันมากกว่า $r-1$ เครื่อง จะทำให้โครงข่ายขาดการเชื่อมต่อทันที ดังนั้นเหตุการณ์ที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางได้ จะเกิดขึ้นเมื่อไม่มีตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ส่วนไหนในโครงข่ายเลยที่อยู่เป็นกลุ่มติดกันเกิน $r-1$ เครื่อง จึงสามารถมองรูปแบบตำแหน่งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ดีและเสียซึ่งไม่ทำให้โครงข่ายขาดสภาวะเชื่อมต่อ เป็นการจัดกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละไม่เกิน $r-1$ เครื่องโดยแต่ละกลุ่มถูกคั่นด้วยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้ การมองการจัดเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ ถูกใช้เป็นแนวทางในการพิจารณาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในรูปแบบของฟังก์ชันเวียนเกิดและฟังก์ชันก่อกำเนิดซึ่งจะได้กล่าวในส่วนต่อไป



รูปที่ 3.1 การใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 1 เครื่องในทุก ๆ ช่องที่เลือกมาแล้ว

3.1 สภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันเวียนเกิด

ความสัมพันธ์เวียนเกิด (recursion) ในมุมมองของคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ คือวิธีสำหรับการนิยามความสัมพันธ์ซึ่งความสัมพันธ์นั้นสามารถนิยามด้วยพจน์ซึ่งขึ้นกับความสัมพันธ์นั้น ๆ เอง

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นถึงวิธีการคำนวณหาจำนวนรูปแบบที่สถานีต้นทางและสถานีปลายทาง

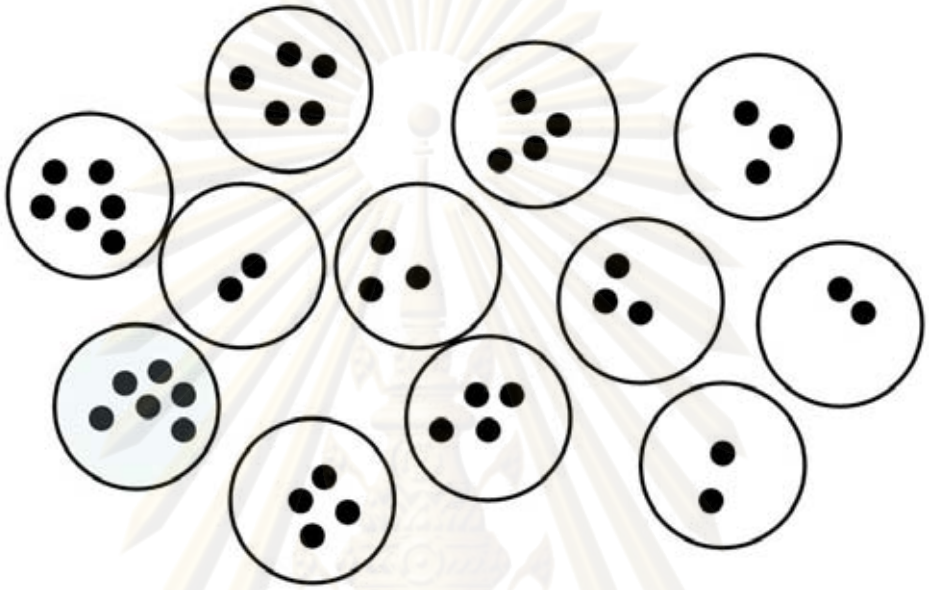
จะสามารถเชื่อมต่อกันได้เมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมด เป็นจำนวน k เครื่องจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด N เครื่องโดยกำหนดให้มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็นจำนวน r เครื่อง ซึ่งเป็นปัญหาการเรียงสับเปลี่ยนระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังสามารถใช้การได้อยู่ โดยมองเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียที่มีตำแหน่งติดกันเป็นกลุ่ม ซึ่งทุกกลุ่มต้องมีขนาดไม่เกิน $r-1$ เครื่องถึงจะทำให้สถานีต้นทางจะยังสามารถส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางอยู่ได้ ดังนั้นการหาจำนวนรูปแบบที่กล่าวมาจึงสามารถทำได้ดังนี้

1. เนื่องจากการนับจำนวนรูปแบบทั้งหมดของตำแหน่งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใช้การได้และที่ไม่สามารถใช้การได้ระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางนั้น อาจมองได้เป็นปัญหาการจัดกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ โดยมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้ถูกนำมาเป็นเครื่องแบ่งคั่นระหว่างกลุ่มของกลุ่มเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ ดังนั้นวิธีการนับจึงสามารถทำได้โดยการนำเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมด k เครื่องออกก่อนจะเหลือเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน $N-k$ เครื่องและจะเกิดช่องว่างระหว่าง เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน $N-k-1$ ช่อง รวมกับช่องว่างหัวและท้ายขบวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้อีก 2 ช่อง รวมเป็น $N-k+1$ ช่องเพื่อใช้ในการวางตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ กำหนดให้วงกลมในรูปที่ 3.2 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังสามารถใช้การได้

รูปที่ 3.2 ช่องว่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังใช้การได้มีทั้งหมด $N-k+1$ ช่อง

2. เพื่อให้มั่นใจว่ากลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้จะมีขนาดของกลุ่มไม่มากกว่า $r-1$ เครื่องจึงนำเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมดซึ่งได้นำออกมาจากข้อ 1 มาจับกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่มากกว่า $r-1$ เครื่อง (แต่ละกลุ่มไม่จำเป็นต้องมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียเป็นจำนวนเท่ากัน) เป็นจำนวน x กลุ่ม โดย x มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมดและน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนช่องจากข้อที่ 1 เช่น ดังรูปที่ 3.3 กำหนดให้ จุดสีดำเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถ

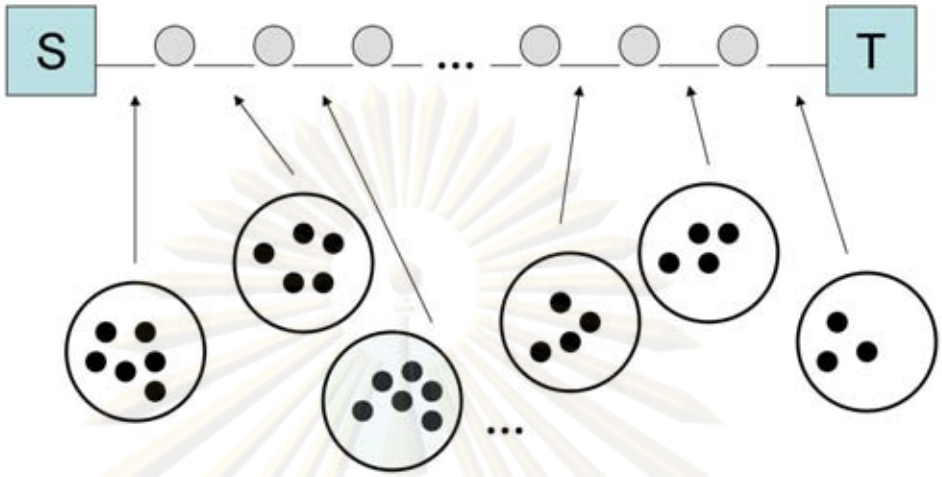
ใช้การได้ และ $r = 7$ จะพบว่าการจับกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้โดยสถานีต้นทางยังสามารถส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางได้ คือ ขนาดของกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใหญ่ที่สุดต้องมีขนาดไม่มากกว่า 6 เครื่อง



รูปที่ 3.3 การจับกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้โดยแต่ละกลุ่มจะมีขนาดไม่เกิน $r-1$ เครื่อง

3. นำกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ใส่ในช่องว่างจากข้อที่ 1 โดยจะมีลักษณะเหมือนการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สลับกัน โดยไม่มีตำแหน่งไหนเลยในโครงข่ายที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีตำแหน่งติดกันเกิน $r-1$ เครื่อง จากขั้นตอนที่ได้กล่าวมาแล้วสามารถสังเกตว่าการนับจำนวนรูปแบบ $\psi(N,k,r)$ สามารถทำได้โดยพิจารณาจำนวนรูปแบบการวางกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ลงไประหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้ หรือวางที่หัวหรือท้ายขบวนของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้ โดยแต่ละกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีขนาดไม่เกิน $r-1$ เครื่อง และมีช่องว่างสำหรับวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน $N-k+1$ ช่อง วิธีการนับรูปแบบในลักษณะนี้ทำให้การคำนวณหาค่า $\psi(N,k,r)$ สามารถทำได้โดยสรุปขั้นตอนที่จำเป็นดังนี้

- เนื่องจากไม่สามารถทราบได้ว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้จะอยู่ที่กลุ่มใดและขนาดของกลุ่มเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียติดกันเป็นเท่าใด ดังนั้นจึงเลือกช่องที่จะมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้บรรจุอยู่ก่อนเป็นจำนวน x ช่องจาก $N-k+1$

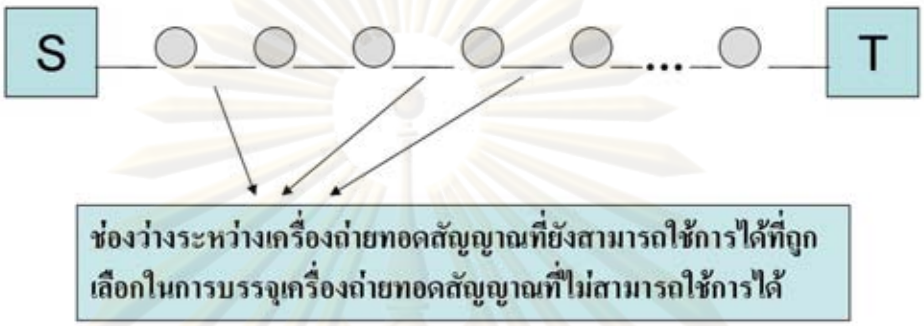


รูปที่ 3.4 การนำกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีขนาดไม่เกิน $r-1$ เครื่องใส่ลงในช่องว่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังสามารถใช้การได้

ช่องโดยจำนวนรูปแบบการเลือกช่องที่จะมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้บรรจุอยู่มี $\begin{pmatrix} N-k+1 \\ x \end{pmatrix}$ รูปแบบ ดังรูปที่ 3.5 เป็นตัวอย่างเมื่อ $x=3$

- วางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสีย 1 เครื่องทุก ๆ ช่องที่เลือกมา เพื่อให้มั่นใจว่า ทุก ๆ ช่องที่เลือกมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้บรรจุอยู่อย่างน้อย 1 เครื่อง ดังนั้นจะเหลือเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ที่ยังสามารถเพิ่มลงไปในแต่ละช่องที่เลือกมาจากข้อ 1 ได้ $k-x$ เครื่อง แต่ละช่องสามารถเติม เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียได้อีกไม่เกิน $r-2$ ตัว และมีตัวคั่นระหว่างช่องเป็นจำนวน $x-1$ ตัว

- เติมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ที่เหลือทั้งหมดลงในช่องว่างที่เลือกมา โดยจำนวนช่องว่างที่เลือกมาคือ x ช่อง ดังนั้นจึงต้องมีกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดีคั่นระหว่างช่องว่างเป็นจำนวน x-1 กลุ่ม และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียทั้งหมดที่ยังเติมลงไปได้อีก k-x เครื่อง ทำให้จำนวนกลุ่มอุปกรณ์ในการวางสลับกันในโครงข่ายย่อยนี้มีเป็นจำนวน (x-1)+(k-x) = k-1 เครื่อง ดังนั้น จึงสามารถเติมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียที่เหลือลงในช่องว่างที่เลือกมาในขณะที่โครงข่ายยังไม่ขาดสภาวะเชื่อมต่อได้เป็นจำนวน $\psi\left((x-1)+(k-x),k-x,r-1\right)$ วิธี สังเกตว่ากลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ที่จะเติมเพิ่มเข้าไปนั้น จะมีขนาดมากกว่า $r-2$ เครื่องไม่ได้ เนื่องจากในช่องที่เลือกมานั้นได้ทำการเติมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ลงไปก่อน 1 เครื่องแล้ว

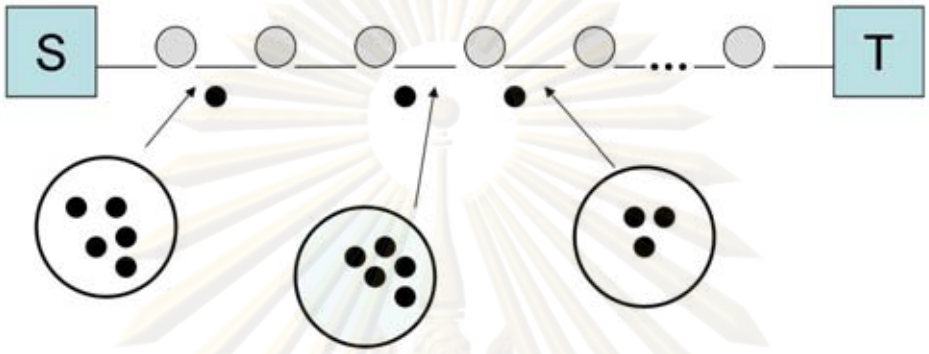


รูปที่ 3.5 การเลือกช่องว่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังสามารถใช้การได้เพื่อบรรจุเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้

รูปที่ 3.6 การใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ 1 เครื่องทุก ๆ ช่องที่เลือกมาแล้ว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทุก ๆ ช่อง เพื่อให้มั่นใจว่าทุกช่องที่เลือกมานั้นจะต้องมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้บรรจุอยู่แน่นอน



รูปที่ 3.7 การใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เหลือลงในช่องที่เลือกมา

- รวมทุก ๆ กรณีที่ x จะเป็นไปได้เมื่อ x คือจำนวนกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ ดังนั้น x จึงมีค่าไม่เกินจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้หรือจำนวนช่องระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงใช้งานได้ทั้งหมดในโครงข่าย เพราะฉะนั้น

$$\psi(N,k,r) = \sum_{x=1}^{\min(k,N-k+1)} \binom{N-k+1}{x} \psi(k-1,k-x,r-1)$$

เพื่อให้สามารถหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจึงจำเป็นต้องเพิ่มพจน์ต่าง ๆ เข้าไปดังสมการต่อไปนี้ ซึ่งสุดท้ายจะสามารถหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางได้คือ

$$\frac{\psi(N,k,r)}{\binom{N}{k}} = \sum_{x=1}^{\min(k,N-k+1)} \binom{N-k+1}{x} \frac{\psi(k-1,k-x,r-1)}{\binom{k-1}{k-x}} \frac{\binom{k-1}{k-x}}{\binom{N}{k}}$$

$$P(N,k,r) = \frac{\sum_{x=1}^{\min(k,N-k+1)} \binom{N-k+1}{x} P(k-1,k-x,r-1) \binom{k-1}{k-x}}{\binom{N}{k}} \quad (3.2)$$

ยกตัวอย่างเช่น ในโครงข่ายมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด 100 เครื่อง โดยใน 100 เครื่องนั้นเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้อยู่ 80 เครื่อง แต่ละเครื่องสามารถส่งสัญญาณไปให้เครื่องอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้ 4 เครื่อง สังเกตว่าที่ x เป็น 1 ถึง 19 จะไม่สามารถจับกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณให้มีขนาดเล็กกว่า 5 เครื่องในทุกกลุ่ม เพราะมี 19 กลุ่ม กลุ่มละมากที่สุด 4 เครื่อง รวมมากที่สุดได้เพียง 76 เครื่องเท่านั้น ยังไม่ถึง 80 เครื่อง เป็นต้น เมื่อได้ค่าจากสมการ (3.2) ทำให้สามารถหาจำนวนรูปแบบที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลถึงสถานีปลายทางได้เป็น

$$\psi\left(100,80,5\right)=\left(\begin{array}{c}100-80+1\\20\end{array}\right)\psi\left(79,60,4\right)+\left(\begin{array}{c}100-80+1\\21\end{array}\right)\psi\left(79,59,4\right)$$

ซึ่งค่า $\psi(79,60,4)$ และ $\psi(79,59,4)$ จำเป็นต้องหาต่อไปในรูปฟังก์ชันเวียนเกิดจนกว่าค่า $r=1$ และ $k=0$ เนื่องจาก $\psi(N,0,1)=1$ เมื่อ N เป็นจำนวนนับใด ๆ ค่าหนึ่ง

จากสมการที่ (3.2) สังเกตจากฝั่งซ้ายของสมการคือความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลไปถึงสถานีปลายทางได้หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ สภาวะเชื่อมต่อเมื่อกำหนดให้มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน N เครื่อง มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่องในโครงข่ายและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมีจำนวน r เครื่อง จะสามารถคำนวณได้จากสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสองสถานีเมื่อกำหนดให้มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณระหว่างสองสถานีเป็น $k-1$ เครื่อง โดยมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน $k-x$ เครื่องและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมีจำนวนลดลง 1 เครื่องนั่นคือ $r-1$ เครื่อง ดังนั้นรูปแบบความสัมพันธ์และการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อจึงอยู่ในรูปแบบความสัมพันธ์เวียนเกิด และมีค่าเริ่มต้นของความสัมพันธ์นี้เป็น $\psi\left(N,0,1\right)=1$ เมื่อ $N\geq 0$

อย่างไรก็ตามสูตรที่ได้นำเสนอนี้ยังมีข้อบกพร่องอยู่บางประการ คือ ความซับซ้อนในการคำนวณเนื่องจากจำนวนพจน์ที่มากเกินพอทำให้ยุ่งยากกับการคำนวณ เช่น ต้องการทราบสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย 100 เครื่อง แต่ละเครื่องสามารถส่งข้อมูลโดยตรงไปให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นได้ 4 เครื่อง ซึ่งใน 100 เครื่องนั้น เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน 60 เครื่อง ซึ่งหมายถึงเป็นการหาค่า $P(100,60,4)$ นั่นเอง ซึ่งจากสมการ (3.2) การหา P(100,60,4) จะพบว่าจำนวนกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสีย x จะมีค่าน้อยที่สุดคือ 20 กลุ่มเนื่องจากหากมีจำนวนกลุ่มที่น้อยกว่านี้จะทำให้ต้องมีอย่างน้อย 1 กลุ่มที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียถึง r เครื่อง และ x จะมีค่ามากที่สุดเท่ากับจำนวนช่องทั้งหมดในโครงข่ายคือ 41 ช่อง ซึ่งสมการที่ (3.2) ต้องทราบค่า P(k-1,k-x,r-1) ซึ่งได้แก่ P(59,19,3), P(59,20,3), … , P(59,40,3) ซึ่งมี 22 พจน์ในชั้นแรก และแต่ละพจน์ต้องกระจายออกอีกประมาณ 20 พจน์ไปเรื่อย ๆ จนกว่า r จะเป็น 1 ซึ่งทำให้เกิดความยุ่งยาก

กับการคำนวณ ดังนั้นสิ่งที่สมควรทำต่อไปคือการลดความยุ่งยากเรื่องจำนวนพจน์ของสูตรที่ใช้ในการคำนวณให้มีจำนวนพจน์น้อยกว่านี้เพื่อความได้เปรียบทางเวลาในการคำนวณและ ทำให้การคำนวณง่ายขึ้น

ผลจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในระบบและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสีย

จากสมการ (3.2) ซึ่งเป็นฟังก์ชันเวียนเกิดสังเกตที่ ขอบเขตของการรวมทุก ๆ กรณีของ x พบว่าที่ขอบเขตบนสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียไม่มากกว่าจำนวนช่องที่จะบรรจุเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียได้ หรือกรณีที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียมีจำนวนมากกว่าจำนวนช่องที่จะบรรจุเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียได้

1. กรณีที่ $k \leq N-k+1$ ซึ่งก็คือ $N \geq 2k-1$ หรือมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในระบบน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในระบบ กรณีนี้จะทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดไม่มีผลกระทบต่อการจัดกลุ่ม x หรือมีผลต่อการหาค่าการเวียนเกิดในระดับชั้นล่างต่อไปเพราะไม่มีพจน์ N ในพจน์เวียนเกิด $P(k-1, k-x, r-1)$

2. กรณีที่ $k > N-k+1$ หมายถึง $N < 2k-1$ คือมีการเสียของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมากกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในระบบ กรณีนี้จะทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดมีผลต่อจำนวนกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสีย โดยทำให้พจน์ที่ x เท่ากับ $N-k$ ถึง x เท่ากับ k หายไปเมื่อเทียบกับกรณีที่ 1 และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความน่าจะเป็นในการเชื่อมต่อลดลงไปด้วยอัตราที่มากกว่าปกติ ดังนั้นผลกระทบของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในระบบจึงทำให้แนวโน้มของค่าความน่าจะเป็นในการเชื่อมต่อไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียไม่เป็นอิสระเพราะถูกจำกัดด้วยจำนวนช่องที่จะสามารถใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียได้

3.2 สภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ

การที่สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้ขึ้นอยู่กับขนาดของกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ที่ใหญ่ที่สุด สถานีต้นทางจะยังคงเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้ก็ต่อเมื่อกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีขนาดใหญ่ที่สุดมีขนาดไม่มากกว่า $r-1$ เครื่อง

เมื่อกำหนดให้ในโครงข่ายมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด N เครื่อง แต่เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่อง ทำให้เหลือเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้เป็นจำนวน $N-k$ เครื่อง และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้

ถูกนำไปใช้เป็นตัวแบ่งระหว่างกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ ทำให้จำนวนกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ มีได้มากที่สุดเพียง $N-k+1$ กลุ่มเท่านั้น โดยหากต้องการให้สถานีต้นทางยังคงสภาวะเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้กลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะต้องมีขนาดไม่เกิน $r-1$ เครื่อง ในที่นี้จะเรียกตำแหน่งต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียว่า "ช่อง" ดังนั้นจำนวนช่องในโครงข่ายสำหรับเติมกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีจำนวน $N-k+1$ ช่อง โดยแต่ละช่องเติมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณได้ไม่เกิน $r-1$ เครื่อง

พิจารณาช่องการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทีละช่อง เริ่มจากการพิจารณาช่องซ้ายที่สุดก่อนซึ่งเป็นช่องที่ติดกับสถานีต้นทางจะพบว่ามีวิธีเลือกวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้หลายวิธี ได้แก่ ไม่วางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในช่องนี้เลย คือ มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียอยู่ในช่องด้านซ้ายสุดเป็น 0 หรือ มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียอยู่ 1 เครื่อง หรือ n เครื่องโดย $n \leq r-1$ จะเห็นว่าการเลือกวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน n เครื่องสำหรับแต่ละค่าของ n นั้นมีเพียง 1 วิธีเท่านั้น ยกตัวอย่างเช่น การวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในช่องแรกของโครงข่ายเป็นจำนวน 3 เครื่องมีเพียงวิธีเดียวเท่านั้น เป็นต้น ดังนั้นจึงสามารถเขียนรูปแบบความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ โดยกำหนดให้ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันก่อกำเนิดซึ่งอธิบายเกี่ยวกับวิธีการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในช่อง 1 ช่องในโครงข่าย เมื่อกำหนดให้ช่องแต่ละช่องในโครงข่ายสามารถบรรจุกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีขนาดน้อยที่สุด 0 เครื่อง หมายถึงไม่บรรจุเครื่องถ่ายทอดสัญญาณลงในช่องที่สนใจเลยไปจนถึงกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใหญ่ที่สุดคือขนาด $r-1$ เครื่อง ดังนั้น $g(x)$ จึงเขียนให้อยู่ในรูปแบบพหุนามได้ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} g(x) &= 1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{r-1} \\ &= \sum_{i=0}^{r-1} x^i \end{aligned}$$

สังเกตจากสัมประสิทธิ์หน้าพจน์ทุกพจน์จะเป็น 1 ทั้งหมดเพราะการเลือกใส่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในแต่ละกรณีมีเพียง 1 วิธี อย่างไรตามในโครงข่ายที่เราพิจารณามีช่องทั้งหมด $N-k+1$ ช่อง โดยแต่ละช่องมีคุณสมบัติเหมือนกันทั้งหมด ดังนั้นฟังก์ชันก่อกำเนิดที่อธิบายการวางตัวของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งโครงข่าย จึงถูกแทนด้วยฟังก์ชันก่อกำเนิด $G(x)$ โดย $G(x)$ จะมีค่าเท่ากับฟังก์ชันก่อกำเนิดต่อหนึ่งช่องยกกำลังด้วยจำนวนช่องที่มีทั้งหมดเป็น

จำนวน $N-k+1$ ช่อง ดังนี้

$$\begin{aligned} G(x) &= g^{N-k+1}(x) \\ &= (1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{r-1})^{N-k+1} \\ &= \psi_0+\psi_1 x+\psi_2 x^2+\cdots+\psi_{(r-1)(N-k+1)}x^{(r-1)(N-k+1)} \\ &= \sum_{i=0}^{(r-1)(N-k+1)} \psi_i x^i \end{aligned} \tag{3.3}$$

จำนวนวิธีที่จะมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียเป็นจำนวน k เครื่องคือสัมประสิทธิ์หน้าพจน์ x^k จากนิยามของฟังก์ชันก่อกำเนิด พบว่า ψ_i เป็นจำนวนรูปแบบที่จะมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ผสมอยู่ในโครงข่าย ณ ช่องต่าง ๆ รวมกันเป็นจำนวน i เครื่อง ดังนั้นเมื่อมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายทั้งสิ้น k เครื่อง จึงทำให้จำนวนรูปแบบในการวางกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้โดยสถานีต้นทางจะยังคงสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้ คือ ψ_k จากความรู้ทางพีชคณิตเรื่องอนุกรมพบว่า $\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} G(x) &= \left(\frac{1-x^r}{1-x}\right)^{N-k+1} \\ &= (1-x^r)^{N-k+1}(1-x)^{-(N-k+1)} \end{aligned}$$

สังเกตว่าฟังก์ชันก่อกำเนิด $G(x)$ ได้ถูกแยกเป็นสองส่วน พจน์แรกคือ $(1-x^r)^{N-k+1}$ และพจน์ที่สองคือ $(1-x)^{-(N-k+1)}$ ซึ่งสามารถหาผลเฉลยแยกกันได้ เพื่อให้ง่ายกับการอธิบายมากขึ้นจึงขอแยกฟังก์ชันก่อกำเนิด $G(x)$ เป็น $F(x)$ และ $H(x)$ โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} G(x) &= F(x)H(x) \\ F(x) &= (1-x^r)^{N-k+1} \\ &= \sum_i f_{ir}x^{ir} \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned} H(x) &= (1-x)^{-(N-k+1)} \\ &= \sum_m h_m x^m \end{aligned} \tag{3.5}$$

จากสมการ (3.4) $F(x)$ สามารถกระจายเป็นอนุกรมกำลัง คือ

$$F(x) = \sum_{i=0}^{N-k+1} (-1)^i \begin{pmatrix} N-k+1 \\ i \end{pmatrix} x^{ir}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดังนั้น

$$f_{ir} = (-1)^i \begin{pmatrix} N-k+1 \\ i \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

ยังมีอีกฟังก์ชันหนึ่งที่ต้องพิจารณา นั่นคือ $H(x)$ ต้องการหา h_n โดย h_n คือสัมประสิทธิ์หน้าพจน์ x^n ในพหุนาม $H(x)$ จากสมการที่ (3.5) เนื่องจาก $(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots$ ดังนั้น $H(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + \cdots)(1 + x + x^2 + x^3 + \cdots)\cdots(1 + x + x^2 + x^3 + \cdots)$ โดยมีคูณกัน $N - k + 1$ เทอม สังเกตว่าเราต้องการผลคูณของทุกวงเล็บใน $H(x)$ เพื่อให้มีเลขยกกำลังเป็น m เลือกพจน์ x^{a_i} จากวงเล็บที่ i โดย $i \leq N - k + 1$ และ $\sum_i a_i = m$ ด้วยวิธีเครื่องหมายดาวและแท่ง (star and bar) โดยให้ a_i เป็นเครื่องหมายดาว และเครื่องหมายคั่นระหว่างวงเล็บเป็นเครื่องหมายแท่ง ซึ่งเครื่องหมายแท่งมีทั้งหมดเท่ากับ $(N - k + 1) - 1$ เครื่องหมาย ยกตัวอย่างเช่น มีลูกบอลเหมือนกันอยู่ 7 ลูกเพื่อใช้ในการทาสี สีที่เลือกใช้มีทั้งหมด 3 สี จะมีวิธีในการทาสีทั้งหมดกี่รูปแบบ ปัญหานี้สามารถแก้โดยนำลูกบอลทั้ง 7 ลูกวางเรียงเป็นหน้ากระดาน นำไม้ 2 แท่งใช้สำหรับแบ่งกลุ่ม โดยตำแหน่งของไม้จะอยู่ระหว่างลูกบอลหรือหัวท้ายขบวนลูกบอลได้เท่านั้น จำนวนลูกบอลที่จะใช้ในการทาสีที่หนึ่ง คือจำนวนลูกบอลที่วางอยู่ด้านซ้ายของไม้แท่งแรก จำนวนลูกบอลที่จะใช้ในการทาสีที่สองคือจำนวนลูกบอลที่วางอยู่ระหว่างไม้ทั้งสอง และจำนวนลูกบอลที่ใช้ในการทาสีที่สามคือจำนวนลูกบอลที่วางอยู่ด้านขวาของไม้แท่งที่สอง หากด้านซ้ายของไม้แท่งแรกไม่มีลูกบอลแสดงว่าไม่มีลูกบอลลูกไหนเลยที่ทาสีที่หนึ่ง หากไม่มีลูกบอลระหว่างแท่งไม้ทั้งสองแสดงว่าไม่มีลูกบอลลูกไหนเลยที่จะถูกทาสีที่สอง และหากไม่มีลูกบอลลูกไหนเลยที่วางอยู่ด้านขวาของไม้แท่งที่สองแสดงว่าไม่มีลูกบอลลูกไหนเลยที่ต้องถูกทาสีที่สาม จำนวนวิธีในการทาสีลูกบอลจึงมีทั้งหมด $\begin{pmatrix} 7+2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} = 36$ วิธี หากมีสีอยู่ทั้งหมดเป็นจำนวน $N - k + 1$ สี จำนวนไม้ที่ต้องใช้ในการแบ่งกลุ่มลูกบอลจะมีเป็นจำนวน $(N - k + 1) - 1$ แท่งใช้ในการคั่นกลุ่มลูกบอลทั้งหมด m ลูก

ดังนั้นจากข้างต้นจะได้ว่า $H(x)$ สามารถกระจายในรูปของอนุกรมกำลัง คือ

$$H(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} (N-k+1)+m-1 \\ m \end{pmatrix} x^m$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$h_m = \begin{pmatrix} (N-k+1)+m-1 \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N-k+m \\ m \end{pmatrix}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดังนั้น

$$h_{m-ir} = \begin{pmatrix} N-k+m-ir \\ m-ir \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

จาก $G(x) = F(x)H(x)$ ทำให้

$$\begin{aligned} G(x) &= \left(\sum_{i=0}^{N-k+1} f_{ir}x^{ir}\right)\left(\sum_{m=0}^{\infty} h_m x^m\right) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty}\left(\sum_{n=0}^{\min(j,r(N-k+1))} f_n h_{j-n}\right)x^j \\ &= \sum_{j=0}^{\infty}\left(\sum_{i=0}^{\left\lfloor\frac{\min(j,r(N-k+1))}{r}\right\rfloor} f_{ir}h_{j-ir}\right)x^j \end{aligned} \tag{3.8}$$

เนื่องจากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน k เครื่อง จำนวนรูปแบบของตำแหน่งกลุ่มของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ $(\psi(N,k,r))$ ในช่องว่างระหว่างอุปกรณ์ดีเป็นจำนวน $N-k+1$ ช่อง แต่ละช่องมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียเป็นจำนวนน้อยกว่า r เครื่องจะมีค่าเท่ากับสัมประสิทธิ์ของ x^k ในสมการ (3.8) ดังนั้น

$$\psi(N,k,r) = \sum_{i=0}^{\left\lfloor\frac{\min(k,r(N-k+1))}{r}\right\rfloor} f_{ir}h_{k-ir}$$

จากสมการ (3.6), (3.7), และ (3.8)

$$\psi(N,k,r) = \sum_{i=0}^{\left\lfloor\frac{\min(r(N-k+1),k)}{r}\right\rfloor} (-1)^i \begin{pmatrix} N-k+1 \\ i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} N-ir \\ k-ir \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

ความหมายสมการ (3.9) มีลักษณะเหมือนการเพิ่มเข้าและลดออกโดยพจน์การเลือกทั้งสองพจน์แสดงถึงจำนวนรูปแบบซึ่งมีอย่างน้อย i ตำแหน่งที่สามารถทำให้สภาวะเชื่อมต่อของโครงข่ายเสียจำนวนรูปแบบที่สถานีต้นทางสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้ เมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีเป็นจำนวน N เครื่องซึ่งถูกผสมโดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่องและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะสามารถติดต่อได้ r เครื่อง จะมีค่าเท่ากับความน่าจะเป็นที่จำนวนรูปแบบที่สถานีต้นทางสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้ เมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีเป็นจำนวน N เครื่องซึ่งถูกผสมโดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่องโดยไม่มีข้อกำหนดใดเพิ่ม ลบด้วยความน่าจะเป็นที่มีอย่างน้อย 1 ตำแหน่งที่โครงข่ายขาดการเชื่อมต่อบวกด้วยความน่าจะเป็นที่โครงข่ายขาดการเชื่อมต่ออย่างน้อย 2

ตำแหน่ง ลบด้วยความน่าจะเป็นที่โครงข่ายขาดการเชื่อมต่ออย่างน้อยตำแหน่งและจะเป็นการเพิ่มเข้าและลดออกไปจนถึงความน่าจะเป็นที่โครงข่ายขาดการเชื่อมต่ออย่างน้อย $\left\lfloor \frac{\min(r(N-k+1),k)}{r} \right\rfloor$ ตำแหน่ง สำหรับทุก ๆ ค่า N และ r ใด ๆ จะมีค่า $\psi(N,k,r)$ โดยเฉพาะเสมอ

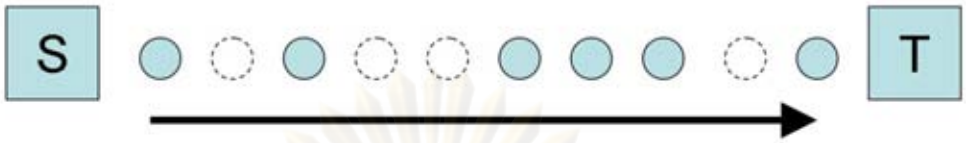
สุดท้ายจากสมการที่ (3.1) และ (3.9) ทำให้สามารถคำนวณความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้เมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวน N เครื่อง ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่องและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถเชื่อมต่อได้เป็นจำนวน r เครื่องเท่ากันหมดทั้งโครงข่ายดังนี้

$$P(N,k,r) = \frac{\sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{\min(r(N-k+1),k)}{r} \right\rfloor} (-1)^i \binom{N-k+1}{i} \binom{N-ir}{k-ir}}{\binom{N}{k}} \tag{3.10}$$

3.3 สภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ

ในทางปฏิบัติรูปแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจึงเป็นแบบเส้นสม่ำเสมอระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง โดยเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้บางเครื่องในโครงข่ายจะส่งผลให้สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีค่าลดลงอย่างไรก็ตามสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีผลกระทบจากระยะการส่งสัญญาณหรือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงด้วย เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้และเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้แล้วจะมีตำแหน่งที่สลับกันดังรูปที่ 3.8 ให้วงกลมธรรมดาเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถใช้การได้และวงกลมที่มีเส้นขอบเป็นเส้นประเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้แล้ว เมื่อมองจากด้านสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางแล้วจะสังเกตเห็นว่าสามารถแบ่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสมณ ขณะนั้นได้ดังนี้

จากรูปที่ 3.9 ตัวเลขเหนือสัญลักษณ์แทนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณคือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสมในขณะนั้น โดยหมายเลข i หมายถึง ตั้งแต่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องแรกที่ไม่สามารถใช้การได้นับจนถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องนั้นมีจำนวน i เครื่อง เช่น จากรูปที่ 3.9 เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องแรกเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้ ดังนั้นสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ จึงมีค่าเป็น 0 หลังจากนั้น เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 2 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถ



รูปที่ 3.8 ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใช้การไม่ได้แล้วที่อยู่สลับกัน

ใช้การได้ ทำให้สถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็น 1 เนื่องจากเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นเครื่องแรก เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 3 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้ดังนั้นสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้จึงกลับมาเป็น 0 อีกครั้ง เพราะเหตุการณ์การนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสมถูกลบล้างไปด้วยเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดที่สนใจในปัจจุบันเป็นเครื่องถ่ายทอดที่ยังสามารถใช้การได้ เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 5 มีสถานะการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสมเป็น 2 เนื่องจากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน 2 เครื่องแล้ว นั่นคือ เป็นเครื่องที่ 4 และ 5 เป็นต้น

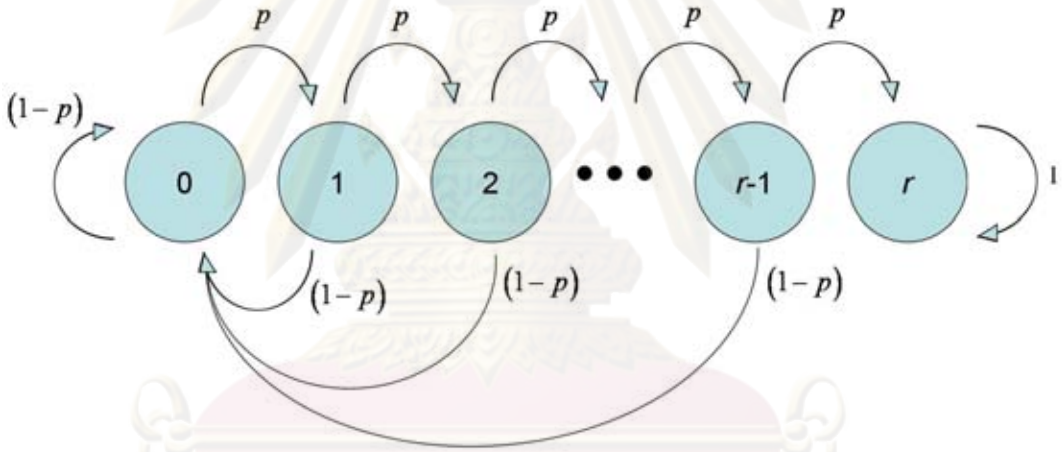
รูปที่ 3.9 การนับจำนวนสะสมของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้

เนื่องจากเหตุการณ์ที่สถานีต้นทางจะยังคงสภาวะเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้ รูปแบบนั้นจะต้องเกิดกับเงื่อนไขที่สถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสมมีค่าไม่ถึง r เครื่อง เพราะฉะนั้นจำนวนสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสมจึงมีอยู่ $r+1$ สถานะ ตั้งแต่สถานะ 0 หมายถึง เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สนใจในปัจจุบันยังใช้การได้อยู่ จนถึงสถานะ r ซึ่งเป็นสถานะที่ทำให้สถานีต้นทางและสถานีปลายทางขาดระหว่างกันพอดี จากนิยามตัวแปรสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสม สามารถเขียนแผนผังการเปลี่ยนสถานะตามวิธีของห่วงโซ่มาร์คอฟแบบเวลาวิยุต (discrete-time markov chain) ดังรูปที่ 3.10 กำหนดให้ p คือความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้ ซึ่งเมื่อ

เทียบกับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียแล้วจะได้ว่า $p = \frac{k}{N}$ การตรวจสอบสถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็นลำดับดังกล่าวตรงกับเงื่อนไขของห่วงโซ่มาร์คอฟและเมตริกซ์ของความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1-p & p & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1-p & 0 & p & \cdots & 0 & 0 \\ 1-p & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1-p & 0 & 0 & \cdots & 0 & p \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(r+1)\times(r+1)} \tag{3.11}$$

จาก สมการ (2.1) กำหนด ให้ จุดเริ่มต้น ของ การ ส่ง สัญญาณ เป็น สถานี ต้นทาง และ จาก



รูปที่ 3.10 ห่วงโซ่มาร์คอฟของสถานะของการนับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้สะสม

สมมติฐานที่กล่าวว่าสถานีต้นทางจะไม่เสีย ดังนั้นสถานะเริ่มต้นของเวกเตอร์สถานะ s_0 จึงเป็น $[1, 0, 0, ..., 0]_{1\times(r+1)}$ ทำให้สามารถทราบความน่าจะเป็นที่การส่งข้อมูลจะไปถึงสถานะต่าง ๆ ได้เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสถานะไปแล้วที่เวลาใด ๆ ตาม การตรวจว่าสถานีต้นทางจะยังคงสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้หรือไม่ ขึ้นอยู่กับมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีตำแหน่งติดกันมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง หรือกล่าวอย่างง่ายคือหากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีตำแหน่งติดกันถึง r เครื่อง สถานีต้นทางจะไม่สามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้ ซึ่งวิธีการตรวจสอบคือ ตรวจสอบสถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณตั้งแต่สถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทาง หากพบว่ามีเหตุการณ์ที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สนใจเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ และก่อนหน้านั้นมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถ

ใช้การได้เช่นกัน มีตำแหน่งติดกันโดยทำให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สนใจอยู่เป็นตำแหน่งที่ r จะสามารถชี้ขาดได้ว่าสถานีต้นทางไม่สามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้แล้ว ดังนั้นจึงต้องตรวจสอบความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สนใจจะมีลักษณะดังกล่าว โดยการตรวจสอบทุกเครื่องทั้งสิ้น N เครื่องหรือ

$$\begin{aligned} s_N &= s_0\mathbf{P}^N \\ &= [s_N(0), s_N(1), s_N(2), ..., s_N(r)] \end{aligned}$$

ซึ่ง $s_N(r)$ คือ ความน่าจะเป็นที่เมื่อเริ่มตรวจเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางแล้วจะเกิดเหตุการณ์ที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีตำแหน่งอยู่ติดกันอย่างน้อย r เครื่องเมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน N เครื่อง ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้จึงมีค่าดังสมการ

$$1 - s_N(r) \tag{3.12}$$

ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้จะมีค่าเท่ากับ 1 ลบด้วยความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะขาดสภาวะเชื่อมต่อที่ตำแหน่งใด ๆ ซึ่งความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะขาดสภาวะเชื่อมต่อที่ตำแหน่งใด ๆ หาได้จากความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะขาดสภาวะเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางในตำแหน่งที่ 1 + ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะขาดสภาวะเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางในตำแหน่งที่ 2 + $\cdots$ + ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะขาดสภาวะเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางในตำแหน่งที่ N ซึ่งแต่ละพจน์เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดพร้อมกัน (mutually exclusive) ยกตัวอย่างเช่น หากระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางขาดกัน 2 ตำแหน่ง ได้แก่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณตำแหน่งที่ 7 และ 13 จะถือว่าสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางขาดกันตั้งแต่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณตำแหน่งที่ 7 ไม่นับตำแหน่งที่ 13 เพราะขาดไปก่อนแล้ว

3.4 สรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการหาความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้สำเร็จ โดยพิจารณาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้หรือโอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ซึ่งเป็นส่วนหลักของวิทยานิพนธ์นี้ โดยวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางไว้ 3 รูปแบบ ซึ่งได้แก่ การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิด การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิด และการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ โดยวิธีการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางสามารถนำมาใช้คำนวณและสามารถ

นำมาประยุกต์ใช้เพื่อออกแบบหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่ายได้ ดังจะได้กล่าวถึงในบทที่ 4 ต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

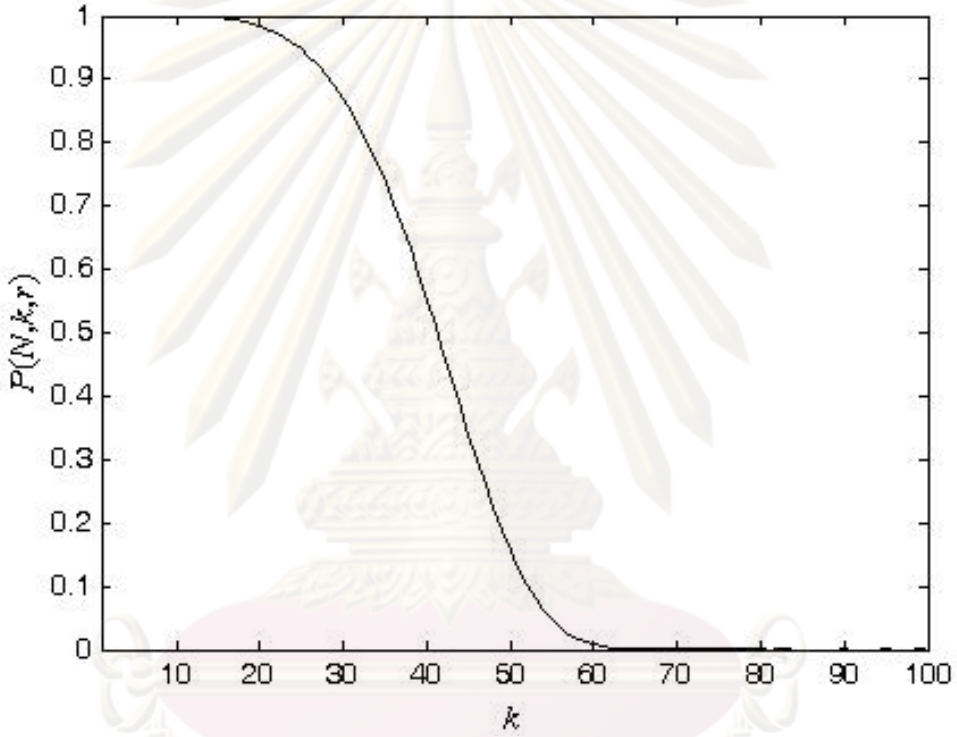
ผลการทดสอบ

การทดสอบในหัวข้อนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในโครงข่ายเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไร้สาย จากผลกระทบของจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายรวมไปถึงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียในโครงข่าย และเพื่อแสดงสมรรถนะของสูตรการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจากบทที่ 3 จากตัวอย่างการจำลองเหตุการณ์ให้มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เกิน 100 เครื่อง แต่ละเครื่องมีโอกาสในการเสียเท่ากัน ตำแหน่งของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นแบบสุ่มสม่ำเสมอโดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องสามารถส่งข้อมูลไปยังเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้เป็นจำนวน 5 เครื่อง ทำการทดลองซ้ำ ๆ กันหลายครั้งจนกระทั่งมั่นใจว่าการประมาณค่าความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลถึงสถานีปลายทางได้มีความแม่นยำเพียงพอแล้วจึงนำมาเปรียบเทียบกับวิธีการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางทั้งสามรูปแบบ เพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพและความถูกต้องของวิธีคำนวณที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ รวมถึงการประยุกต์ใช้สภาวะเชื่อมต่อในการออกแบบโครงข่ายดังจะได้กล่าวในบทนี้ต่อไป

การจำลองเหตุการณ์เพื่อหาความน่าจะเป็นจะต้องทำการทดลองเป็นจำนวนครั้งที่มากเพียงพอเพื่อที่จะนำจำนวนเหตุการณ์ที่ต้องการหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำการทดลองทั้งหมด หากจำนวนเหตุการณ์ที่ทดลองทั้งหมดมีไม่มากพอจะทำให้การหาความน่าจะเป็นที่ต้องการให้ผลที่ยังไม่แม่นยำได้ วิธีการจำลองเหตุการณ์ที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายเมื่อทั้งโครงข่ายมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เกิน 100 เครื่องทำได้โดยกำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน N เครื่องโดย N น้อยกว่าหรือเท่ากับ 100 ให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีตำแหน่งอยู่ติดกับสถานีต้นทางเป็นเครื่องหมายเลข 1 และแต่ละเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีหมายเลขประจำเครื่องโดยจะเพิ่มขึ้นตามความห่างจากสถานีต้นทาง กำหนดให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีเป็นจำนวน k เครื่อง โดยการสุ่มตัวเลขเป็นจำนวน k ตัว หากใน k ตัวนั้น มีเลขบางค่าเรียงติดกันเป็นจำนวนถึง r ถือว่าสถานีต้นทางไม่สามารถส่งข้อมูลถึงสถานีปลายทางได้แล้ว นับจำนวนครั้งที่สถานีต้นทางสามารถส่งสัญญาณไปถึงสถานีปลายทางได้หารด้วยจำนวนครั้งที่ทดลอง (ในวิทยานิพนธ์นี้กำหนดให้จำนวนครั้งที่ทำการทดลองเป็น 1,000 ครั้ง) จะได้ความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางสามารถส่งสัญญาณถึงสถานีปลายทางได้โดยนับเป็น 1 ตัวอย่างสภาวะเชื่อมต่อหลังจากนั้นจึงหาจำนวนตัวอย่างที่เพียงพอเพื่อเฉลี่ยให้ได้สภาวะเชื่อมต่อต่อไป

4.1 การหาจำนวนตัวอย่างในการจำลองเหตุการณ์เพื่อประมาณค่าสภาวะเชื่อมต่อ

จากการทดลองสูตรที่ได้นำเสนอไว้ในบทที่ 3 กำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็น 100 เครื่อง และเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายตั้งแต่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน 1 เครื่อง จนถึง 100 เครื่อง ได้ผลจากการคำนวณดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 สภาวะเชื่อมต่อเมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่าย เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดมี 100 เครื่องและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง 5 เครื่อง

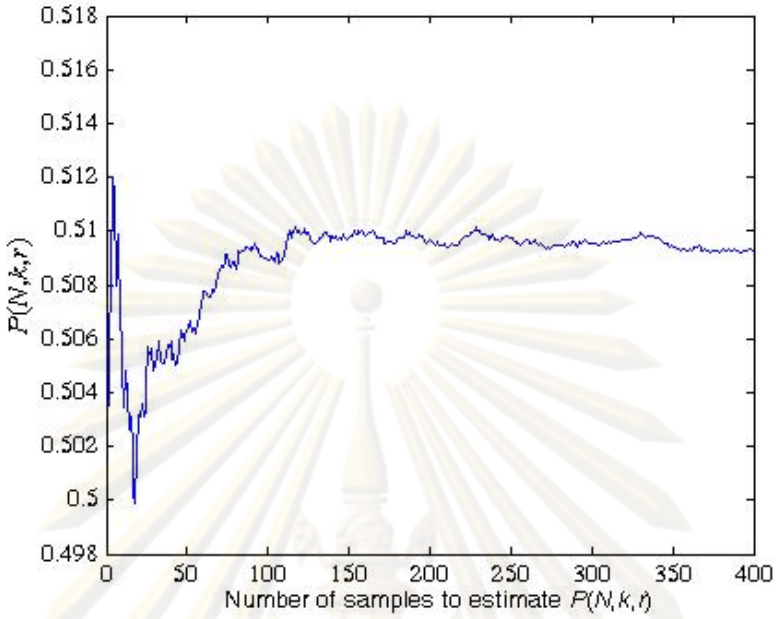
หากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีน้อยมาก สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจะเข้าใกล้ 1 และจากกราฟจะพบว่าที่จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เข้าใกล้ 65 สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง จะเข้าใกล้ 0 มากตลอดช่วงของค่าสภาวะเชื่อมต่อตั้งแต่ 0 ถึง 1 นี้หากทำการจำลองแบบมอนติคาร์โลเพื่อประมาณค่าสภาวะเชื่อมต่อจะพบว่า ความแปรปรวนของข้อมูลจะมีค่ามากเมื่อสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางใกล้เคียงกับ 0.5 ซึ่งหากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมี 100 เครื่อง จะพบว่าจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ซึ่งทำให้สภาวะเชื่อมต่อ

ระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางใกล้เคียงกับ 0.5 คือ 41 เครื่อง ดังนั้นหากทำการจำลองเหตุการณ์การหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งโครงข่ายเป็นจำนวน 100 เครื่องและมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน 41 เครื่องและผลที่ได้เริ่มมีความแม่นยำแล้ว จะสามารถทราบจำนวนครั้งที่ต้องใช้ในการจำลองเหตุการณ์อย่างคร่าว ๆ ได้ ลองทำการทดลองหาค่าสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเมื่อมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งโครงข่ายเป็นจำนวน 100 เครื่อง และมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน 41 เครื่อง โดยแต่ละเครื่องถ่ายทอดสัญญาณสามารถส่งข้อมูลให้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณอื่นในทิศทางจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้เป็นจำนวน 5 เครื่อง

จากรูปที่ 4.2 แกนนอนคือจำนวนตัวอย่างของการจำลองเหตุการณ์และแกนตั้งคือค่าสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่ถูกเฉลี่ยมาตั้งแต่ตัวอย่างที่ 1 ถึงตัวอย่างปัจจุบัน ค่าที่ได้จะถือว่าแม่นยำเมื่อผลจากการจำลองหาค่าเฉลี่ยสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางแกว่งไม่เกิน 0.001 ซึ่งปรากฏว่าจำนวนครั้งที่เหมาะสมในการจำลองเหตุการณ์เป็น 100 ตัวอย่าง จึงทำการจำลองเหตุการณ์การส่งสัญญาณที่มีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เกิน 100 เครื่องและมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวนไม่มากกว่า จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเป็นจำนวน 100 ตัวอย่าง และนำสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางทั้ง 100 ตัวอย่างมาเฉลี่ยกันซึ่งให้ผลดังกราฟพื้นผิวในรูปที่ 4.3

การนำผลการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้จำนวนการจำลองเหตุการณ์ให้ได้ความคลาดเคลื่อนที่เหมาะสมต้องใช้ตัวอย่างของสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางหลายตัวอย่างมาทำการเฉลี่ยกัน โดยแต่ละตัวอย่างความน่าจะเป็นหามาจากการจำลองเหตุการณ์ 1,000 รอบ จากรูปที่ 4.2 พบว่าต้องใช้ 100 ตัวอย่างนำมาเฉลี่ยกันจึงจะให้ความแม่นยำของสภาวะเชื่อมต่อเพียงพอ รวมเป็นจำนวน100,000 รอบ ซึ่งผลการทดสอบการจำลองเหตุการณ์การมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายจะถูกใช้เพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของสูตรการคำนวณเพื่อวิเคราะห์หาสภาวะเชื่อมต่อที่เป็นสูตรซึ่งอธิบายในบทที่ 3

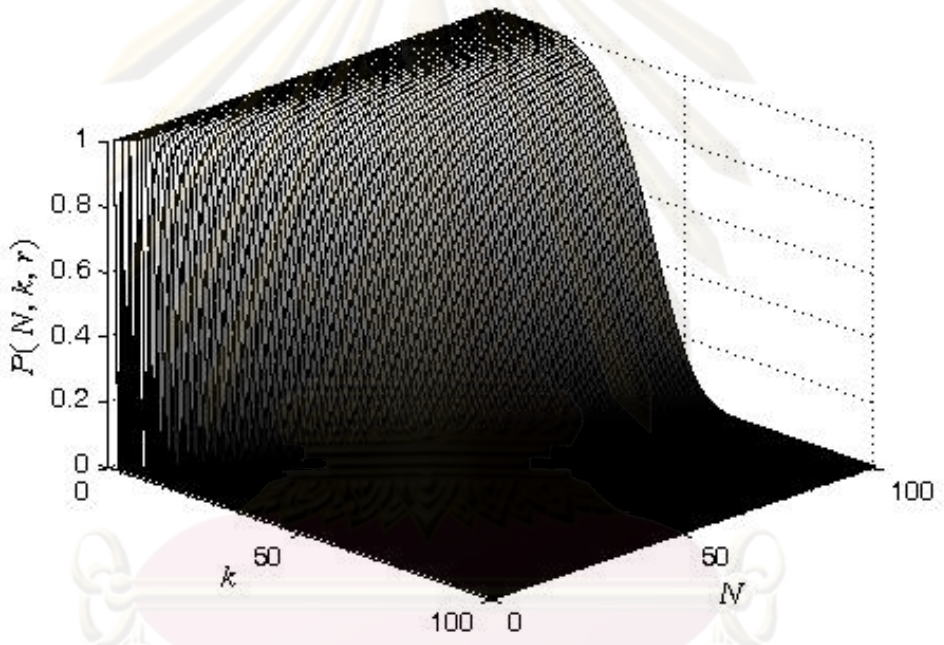
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.2 การหาจำนวนรอบในการจำลองเหตุการณ์ โดยเลือกจำนวนรอบที่น้อยที่สุดที่ให้ให้ผลการทดลองเฉลี่ยที่แม่นยำ โดยจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีทั้งหมด 100 เครื่อง เสียไป 41 เครื่องและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมี 5 เครื่อง

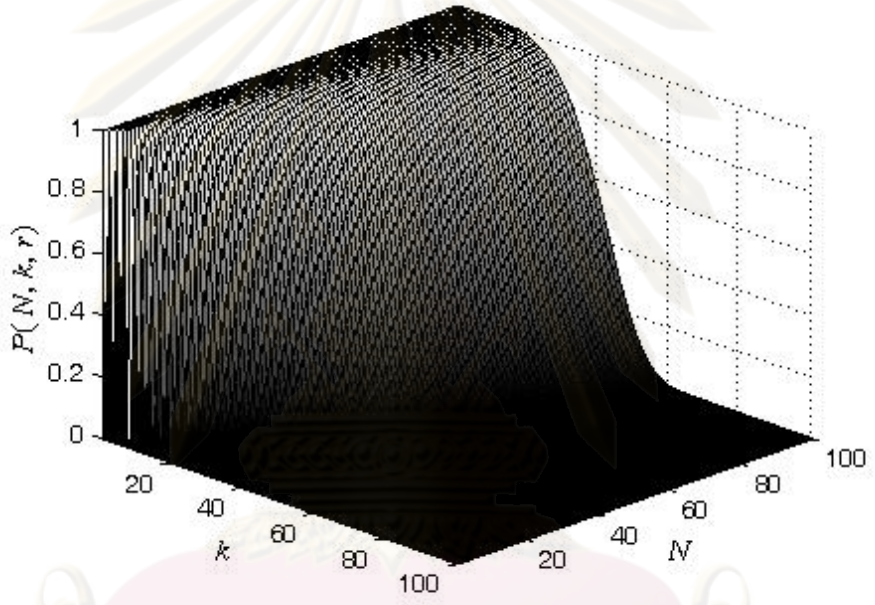
4.2 ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิด

เมื่อเทียบกับการจำลองเหตุการณ์ที่ได้กล่าวมาแล้วการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางด้วยสูตรที่มีรูปแบบสภาวะเวียนเกิดให้ผลการคำนวณที่มีความคลาดเคลื่อนต่ำ โดยวัดจากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนระหว่างการจำลองเหตุการณ์กับการใช้สูตรที่มีรูปแบบสภาวะเวียนเกิด ซึ่งมีค่าเพียง 0.003% เท่านั้น อย่างไรตามการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิดต้องใช้หน่วยความจำในการจำตำแหน่งของเส้นทางการเวียนเกิดด้วย ยิ่งไปกว่านั้นหากมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายมากและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มาก พื้นที่ในการจำเส้นทางให้เกิดสภาวะเวียนเกิดยิ่งต้องใช้มากด้วยส่งผลให้การคำนวณเป็นไปอย่างล่าช้า เพื่อการแก้ปัญหาความล่าช้าและการเปลืองพื้นที่ในการคำนวณ ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิด ซึ่งจะนำเสนอการเปรียบเทียบเวลาในการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางระหว่างสองวิธีนี้ในหัวข้อ 4.5



รูปที่ 4.3 การหาค่าสภาวะเชื่อมต่อจากกระบวนวิธีแบบมอนติคาร์โลเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง

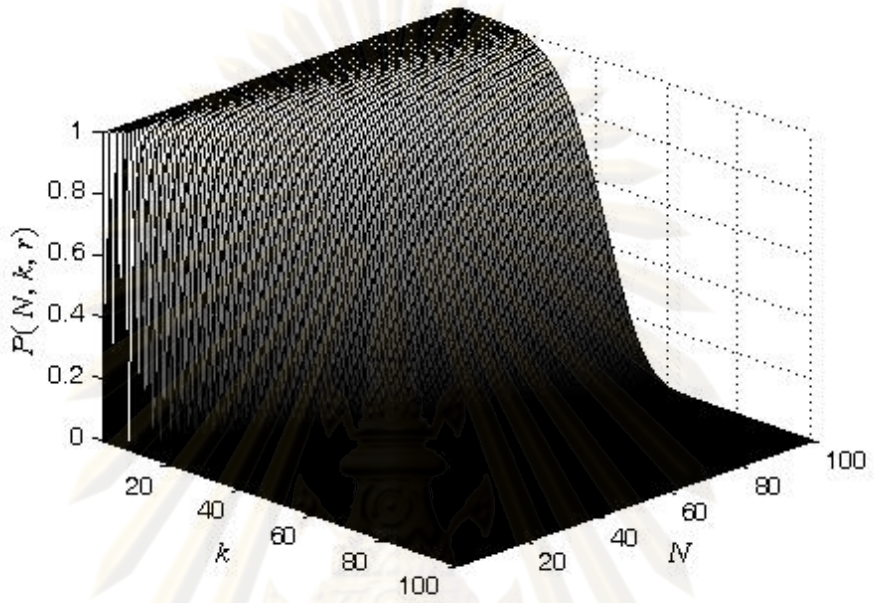
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.4 พื้นผิวสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิดเมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวนไม่เกิน 100 เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายมีจำนวนไม่เกินจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.3 ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิด

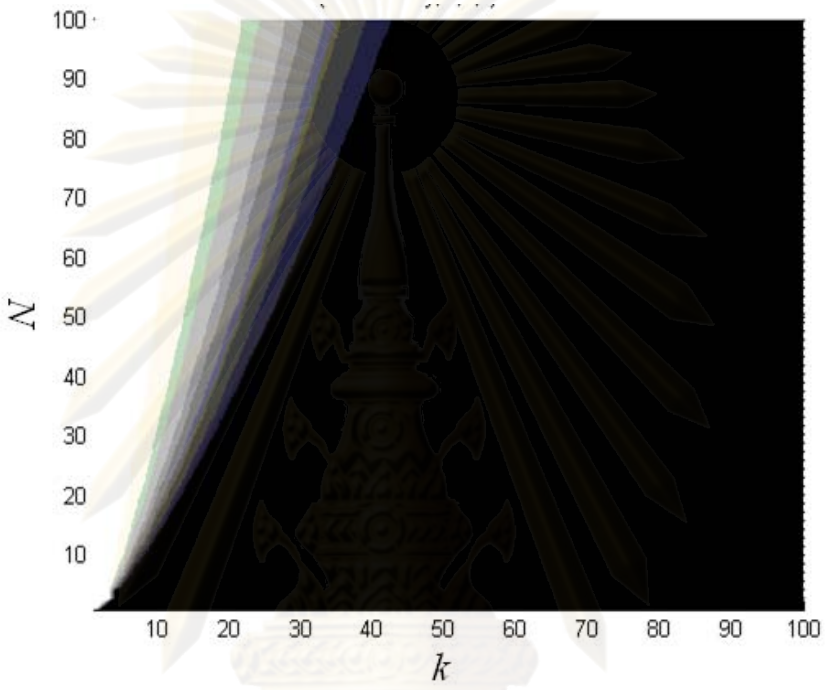


รูปที่ 4.5 พื้นผิวสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันก่อกำเนิดเมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวนไม่เกิน 100 เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ที่ ไม่ สามารถ ใช้การได้ ใน โครงข่าย มี เป็น จำนวน ไม่ เกิน จำนวน เครื่อง ถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง

ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดให้ความถูกต้องเท่ากับผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิด สูตรที่นำเสนอทั้งสองวิธีให้ผลที่เหมือนกันทุกประการ ต่างกันที่เวลาที่ใช้ในการคำนวณซึ่งการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดมีจำนวนพจน์ที่ใช้จำนวนน้อยกว่า และใช้พื้นที่หน่วยความจำน้อยกว่า ทำให้การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดมีความเหมาะสมในการใช้และสามารถประยุกต์ใช้ ในสถานการจริงได้มากกว่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากพื้นผิวผลการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง สรุปได้ว่าการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิดและการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดให้ความถูกต้องที่สูง นอกจากนี้หากมองจากด้านบนของพื้นผิวจะทำให้เห็นพื้นผิวเป็นส่วนต่าง ๆ ดังรูปที่ 4.6 สังเกตว่าสามารถแบ่งพื้นผิวออกได้เป็น 3 ส่วนดังนี้



รูปที่ 4.6 พื้นผิวค่าสภาวะเชื่อมต่อซึ่งคำนวณจากสูตรเมื่อมองจากด้านบน

1. ในส่วนที่ 1 (บริเวณที่พื้นผิวของค่าความน่าจะเป็นแทนด้วยสีขาว) เป็นส่วนที่เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ความน่าจะเป็นในการเชื่อมต่อจะยังคงระดับเดิมเพราะจำนวนของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ ในโครงข่ายมีไม่มากพอที่จะส่งผลกระทบต่อความน่าจะเป็นในการเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง

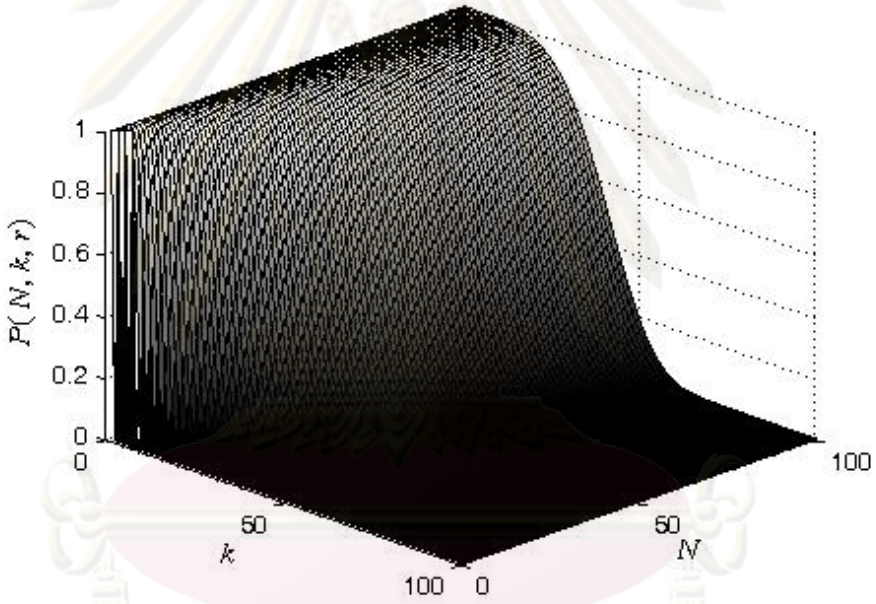
2. ในส่วนที่ 2 (บริเวณที่พื้นผิวของค่าความน่าจะเป็นแทนด้วยสีดำ) สามารถวิเคราะห์ได้ในทำนองเดียวกันกับการวิเคราะห์ส่วนที่ 1 แต่เป็นการให้ผลที่ตรงข้าม นั่นคือเมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดอย่างไรตาม ความน่าจะเป็นในการเชื่อมต่อจะยังไม่เปลี่ยน เพราะมีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียมากเกินไปในโครงข่าย

3. ในส่วนที่ 3 (บริเวณที่พื้นผิวของค่าความน่าจะเป็นแทนด้วยระดับต่าง ๆ ของสีเทา) เป็นส่วนที่เมื่อเพิ่มหรือลดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณหรือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียแล้วจะส่งผลต่อความน่าจะเป็นในการเชื่อมต่ออย่างมาก ในบริเวณนี้เป็นช่วงที่การปรับ

เปลี่ยนโครงข่ายที่ออกแบบ เช่น การเพิ่มหรือลดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ และการปรับปรุงคุณภาพของเครื่องซึ่งส่งผลต่อโอกาสที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้จะสามารถส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อโดยรวมของโครงข่ายทั้งหมด

4.4 ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ

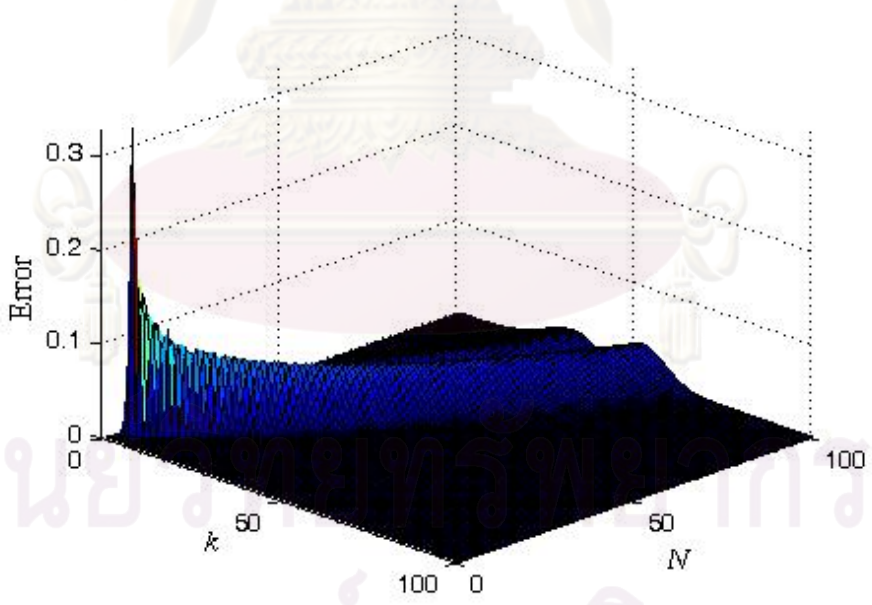
ผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะแสดงในรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 พื้นผิวสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะเมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวนไม่เกิน 100 เครื่องและเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายมีเป็นจำนวนไม่เกินจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากับ 5 เครื่อง

จากข้อได้เปรียบในเรื่องความซับซ้อนในการคำนวณซึ่งการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะใช้เพียงเครื่องหมายสองชนิดเท่านั้นได้แก่บวกและคูณอีกทั้งหน่วยความจำที่ต้องใช้ยังคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ดังนั้นการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะจึงสามารถกระทำ

ได้เมื่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีจำนวนเป็นเท่าใดก็ได้ อย่างไรตามการนิยามสถานะยังมีการทับซ้อนกันอยู่ เช่น หากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่สนใจมีตำแหน่งห่างจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณดีล่าสุดเป็นจำนวนน้อยกว่า r ยังตัดสินไม่ได้ว่าเป็นสถานะเท่ากับความห่างนั้นหรือสถานะเป็น r เพราะไม่ทราบว่าก่อนถึงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สนใจนั้นโครงข่ายมีการขาดแล้วหรือไม่ ทำให้ค่าสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่หาได้ในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะจึงยังคงมีความคลาดเคลื่อนอยู่แต่ผลของความคลาดเคลื่อนนั้นจะลดลงไปเรื่อย ๆ เมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายดังรูปที่ 4.8 โดยความคลาดเคลื่อนหามาจากค่าสัมบูรณ์ของผลต่างระหว่างผลจากการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญกับค่าสภาวะเชื่อมต่อที่หามาจากวิธีเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ ซึ่งหากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีเป็นจำนวนมาก จะทำให้การหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ เป็นวิธีการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางสามารถนำมาใช้ประโยชน์ในทางปฏิบัติได้เช่นกัน



รูปที่ 4.8 ความผิดพลาดจากการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจากเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ

4.5 การเปรียบเทียบการหาสภาวะเชื่อมต่อด้วยวิธีต่าง ๆ

4.5.1 ความถูกต้องของสูตร

จากรูปที่ 4.4 และ 4.5 พบว่าสูตรการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิดตามสมการ (3.2) ให้ค่าซึ่งตรงกันกับการคำนวณภาวะเชื่อมต่อด้วยฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญตามสมการ (3.10) นอกจากนี้เมื่อเทียบกับค่าของสภาวะเชื่อมต่อที่ประมาณจากการจำลองแบบมอนติคาร์โลรูปที่ 4.3 พบว่ามีความคลาดเคลื่อนเพียง 0.03% เท่านั้น ดังนั้นจึงเป็นการยืนยันได้ว่าวิธีการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิดและวิธีฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญที่ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ให้ค่าสภาวะเชื่อมต่อที่ถูกต้อง ส่วนการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางด้วยเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะให้ความถูกต้องขึ้นอยู่กับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมด ในโครงข่ายและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายดังรูปที่ 4.8 ซึ่งความคลาดเคลื่อนคิดจากผลต่างระหว่างสภาวะเชื่อมต่อที่ได้จากวิธีของเมตริกซ์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะกับสูตรการหาสภาวะเชื่อมต่อด้วยวิธีฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญซึ่งได้รับการยืนยันจากการจำลองเหตุการณ์แล้วว่าถูกต้อง

4.5.2 ความซับซ้อนของสูตรการคำนวณ

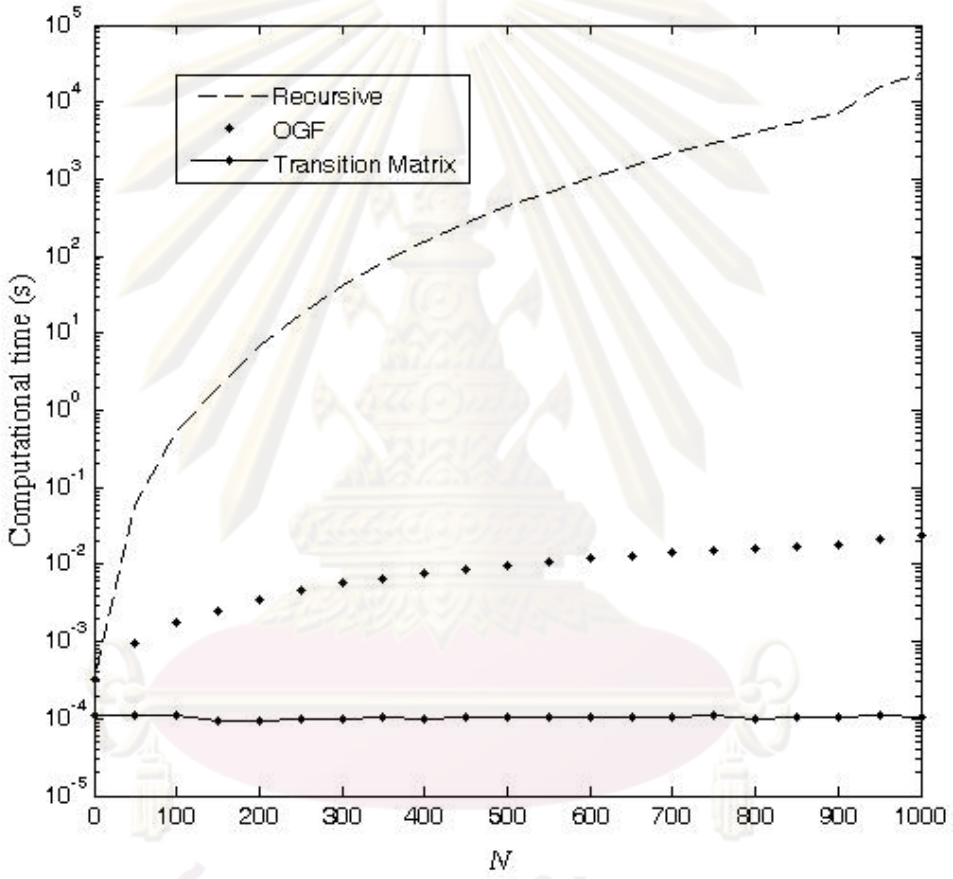
จาก $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{a!}{b!(a-b!)}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันแฟคตอเรียลทั้งหมด ดังนั้นความซับซ้อนของสูตรจึงเท่ากับความซับซ้อนของฟังก์ชันแฟคตอเรียลเท่านั้น และเนื่องจาก $a \geq b$ และ $a \geq a-b$ ทำให้ความซับซ้อนของ $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ จึงมีค่าเท่ากับความซับซ้อนของ $a!$ และความซับซ้อนของ $a!$ มีค่าเท่ากับ $O\left(a\left(\log a \log\log a\right)^2\right)$ [21] กำหนดให้ฟังก์ชัน $C(f)$ คือความซับซ้อนในการคำนวณฟังก์ชัน f ดังนั้น $C(\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}) = C(a) = O\left(a\left(\log a(\log\log a)\right)^2\right)$ ทำให้สมการ (3.2) ซึ่งเป็นการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันเวียนเกิดมีความซับซ้อนเป็น $O(\min(k, N-k+1)^r\left(C(k)+C(N-k+1)\right)+C(N))$ เมื่อเปรียบเทียบกับความซับซ้อนของสมการ (3.10) ซึ่งเป็นการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญโดยเขียนได้เป็น $O(\min\left(\frac{k}{r}, N-k+1\right)\left(C(N)+C(N-k+1)\right)+C(N))$ พบว่าความซับซ้อนของสูตรการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางในรูปแบบของสภาวะเวียนเกิดมีค่ามากกว่าเนื่องจากจำนวนพจน์ที่ต้องใช้ในการคำนวณมีมากกว่าและอัตราการเพิ่มของจำนวนพจน์เป็นแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลเมื่อเทียบกับพารามิเตอร์ r ในขณะที่สูตรการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญมีจำนวนพจน์เป็นเชิงเส้น ส่วนการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของ

เมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะตามสมการ 3.11 เกิดความซับซ้อนจากการคูณเมตริกซ์ เนื่องจากเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะที่ใช้ในการหาภาวะเชื่อมต่อมีเลข 0 เป็นจำนวนมาก ทำให้ความซับซ้อนของการคำนวณน้อยกว่าความซับซ้อนการคูณเมตริกซ์ปกติ เมื่อเมตริกซ์ใด ๆ $\mathbf{A}$ ขนาด $((r+1)\times(r+1))$ คูณกับเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะ หลักที่หนึ่งของเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะซึ่งเป็นพจน์ $(1-p)$ ทั้งหมด r พจน์คูณกับเมตริกซ์ $\mathbf{A}$ ทั้งหมด (r + 1) แถว ดังนั้นจึงมีการกระทำทางเครื่องหมายเป็นจำนวน $r(r+1)$ ครั้ง หลักที่ 2 ถึงหลักที่ r ของเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะมีสมาชิกตัวเดียวที่ไม่ใช่ 0 คูณกับเมตริกซ์ $\mathbf{A}$ ทั้งหมด (r + 1) แถวจึงเกิดการกระทำทางเครื่องหมายเป็นจำนวน $(r-1)(r+1)$ ครั้ง หลักสุดท้ายของเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะซึงมีสมาชิก 2 ตัวที่ไม่เท่ากับ 0 คูณกับเมตริกซ์ $\mathbf{A}$ เป็นจำนวน (r + 1) แถว จึงเกิดการกระทำทางเครื่องหมายเป็นจำนวน $2(r+1)$ ครั้ง รวมการกระทำทางเครื่องหมายทั้งหมดได้ $(2r+1)(r+1)$ ครั้ง แต่การคูณเมตริกซ์เป็นการคูณทีละคู่อย่างมีลำดับขั้นทำให้จำนวนการคูณลดลงเป็น $\log_2 N$ ครั้ง ดังนั้นความซับซ้อนของการหาสภาวะเชื่อมต่อด้วยเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะจึงมีค่าเท่ากับ $O\left(log_2(2r+1)(r+1)\right)$

จากการเปรียบเทียบระยะเวลาในการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อสำหรับโครงข่ายที่มีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เกิน 1,000 เครื่อง และความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสียเป็น 0.25 และประมาณว่ามีจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็น 250 เครื่อง บนคอมพิวเตอร์รุ่น IBM Thinkpad R50e, Jan 2005, Intel(R) Pentium(R) M processor 1.40GHz, 504 MB of RAM พบว่าต้องใช้เวลาในการคำนวณด้วยวิธีต่าง ๆ ดังรูปที่ 4.9 ซึ่งจะเห็นได้ว่าการหาสภาวะเชื่อมต่อด้วยเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะใช้เวลาในการคำนวณน้อยที่สุดในขณะที่การหาสภาวะเชื่อมต่อด้วยฟังก์ชันเวียนเกิดใช้เวลามากที่สุดเพราะรูปแบบของสภาวะเวียนเกิดต้องใช้จำนวนพจน์ในการคำนวณมากที่สุด รองลงมาคือการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ ซึ่งยังต้องใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าแบบเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะอยู่เนื่องจากยังต้องมีการใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนซึ่งใช้ฟังก์ชันแฟคตอเรียลซึ่งใช้เวลาคำนวณนาน ส่วนการคำนวณด้วยการคูณเมตริกซ์การเปลี่ยนแปลงสถานะใช้เพียงเครื่องหมายบวกและคูณเท่านั้นซึ่งให้ผลคือใช้เวลาในการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อน้อยที่สุด ผลการทดลองนี้จึงสอดคล้องกับการวิเคราะห์ความซับซ้อนในการคำนวณดังอธิบายในข้างต้น

4.6 การประยุกต์ใช้สูตรคำนวณสภาวะเชื่อมต่อ

ในโครงข่ายที่มีทอพอโลยีแบบเส้นสม่ำเสมอนั้น เนื่องจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเท่ากันทั้งหมดสำหรับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทุกเครื่องระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทางรวมไปถึงความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้เป็นค่าคงที่จึงสามารถออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่ายระหว่างสถานี



รูปที่ 4.9 เวลาที่ใช้ในการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เมื่อกำหนดให้ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งจะเสียมีค่าเท่ากับ 0.25

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ต้นทางกับสถานีปลายทางให้สามารถใช้กับเหตุการณ์จริงได้ เมื่อต้องติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณระหว่างสถานีปลายทางเพื่อส่งผ่านข้อมูลระหว่างกัน โดยต้นทุนหลักที่ต้องใช้ขึ้นอยู่กับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย ดังนั้นจุดมุ่งหมายของหัวข้อนี้จึงมุ่งพิจารณาการประยุกต์สูตรคำนวณสภาวะเชื่อมต่อเพื่อออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องติดตั้งระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง เพื่อให้ได้สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางที่ต้องการ โดยในที่นี้จะพิจารณาผลของการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ในการออกแบบได้แก่

1. ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสีย ซึ่งส่งผลโดยตรงต่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้

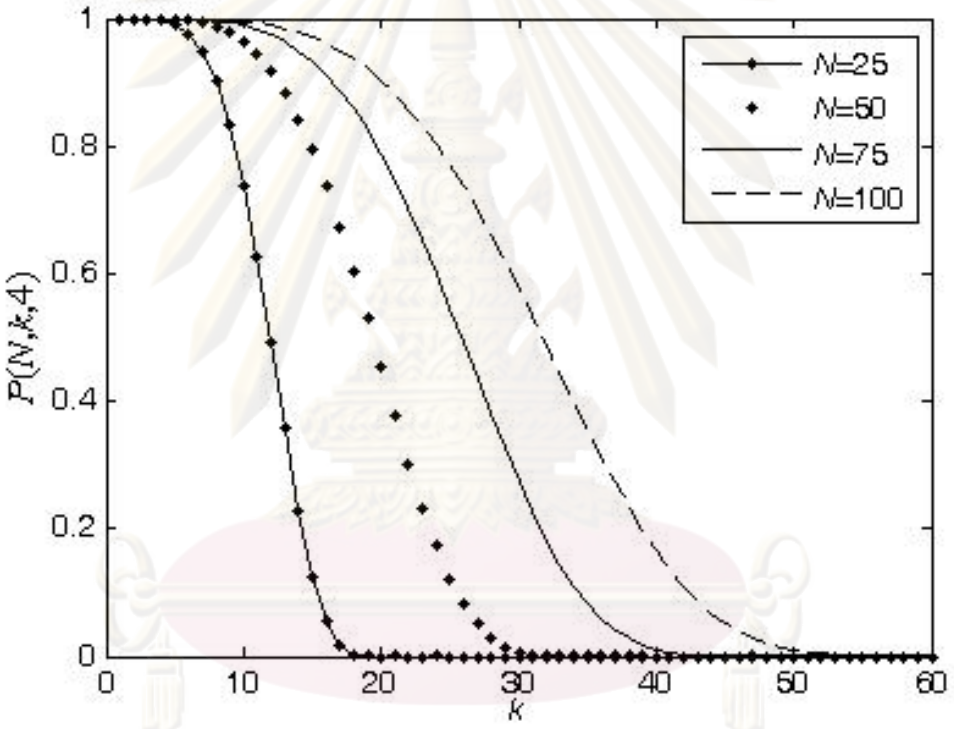
2. จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง

4.6.1 ผลกระทบจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้

หากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ใช้ในการส่งข้อมูลจากสถานีต้นทางไปยังสถานีปลายทางหากไม่มีการเสียเลยและได้รับการออกแบบการวางอย่างสม่ำเสมอ ข้อมูลที่ส่งมาจากสถานีต้นทางจะสามารถส่งถึงสถานีปลายทางได้อย่างแน่นอน แต่เนื่องจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีโอกาสที่จะเสียในทางปฏิบัติทำให้ไม่สามารถมั่นใจได้ว่าสถานีต้นทางจะสามารถส่งข้อมูลถึงสถานีปลายทางได้

รูปที่ 4.10 แสดงผลกระทบจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ เมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดมีจำนวน 25, 50, 75 และ 100 เครื่องคงที่ แกนนอนคือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียและแกนตั้งคือสภาวะเชื่อมต่อ จะเห็นว่าเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีจำนวนเพิ่มขึ้น สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจะลดลงอันเนื่องมาจากการเพิ่มโอกาสให้มีอย่างน้อยหนึ่งตำแหน่งที่จะมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เรียงตัวติดกันเป็นจำนวนอย่างน้อย r เครื่อง จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียจะส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อได้เพียงในบางช่วงที่นั้น

อย่างไรก็ตามในสถานการณ์จริงเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ติดตั้งในโครงข่ายหนึ่ง ๆ จะเป็นรุ่นเดียวกันหมดทั้งโครงข่าย ดังนั้นความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้ซึ่งกำหนดให้เป็นตัวแปร p จึงมีค่าเท่ากันหมด โดยเฉลี่ยแล้วจะได้ค่าของ $k = pN$ นั่นหมายถึงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้จะแปรผันตรงกับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย รูปที่ 4.11 แสดงตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายและสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในสถานการณ์ที่ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีโอกาสในการเสียเท่ากันทั้งหมดในโครงข่าย เมื่อกำหนดให้ $p = 0.05$ และ $r = 4$ โดยแกนนอนแสดงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ

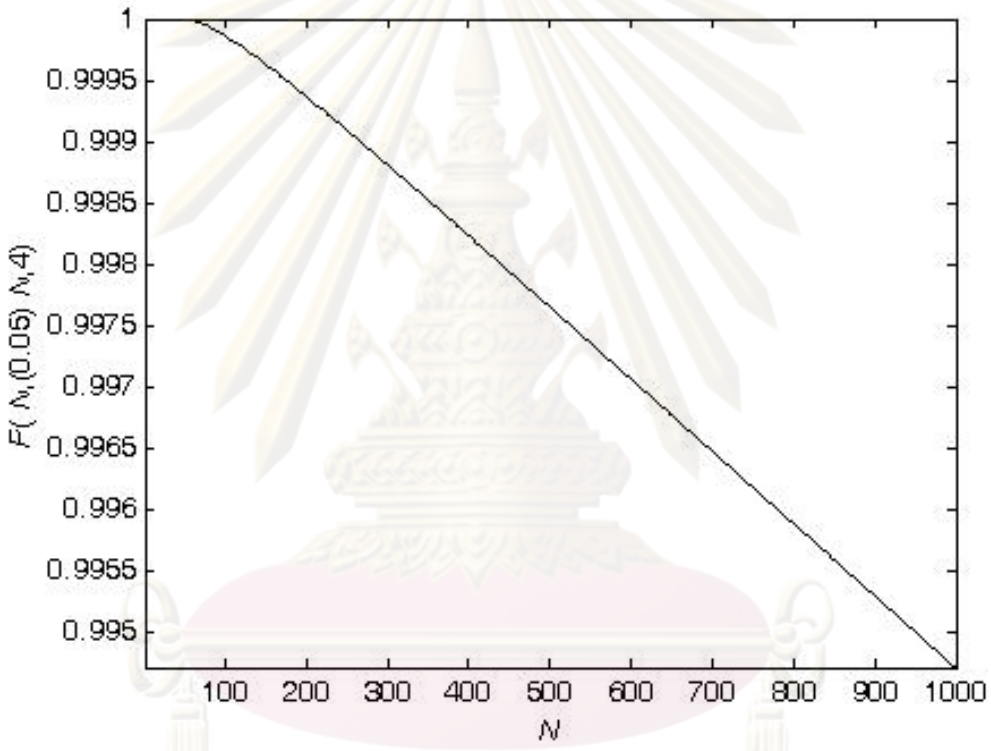


รูปที่ 4.10 ผลกระทบจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทั้งหมดในโครงข่ายและแกนตั้งแสดงสภาวะเชื่อมต่อ จะเห็นว่าเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีจำนวนเพิ่มขึ้นในสถานการณ์นี้สภาวะเชื่อมต่อจะลดลง เนื่องจากสาเหตุ 2 ประการ ได้แก่

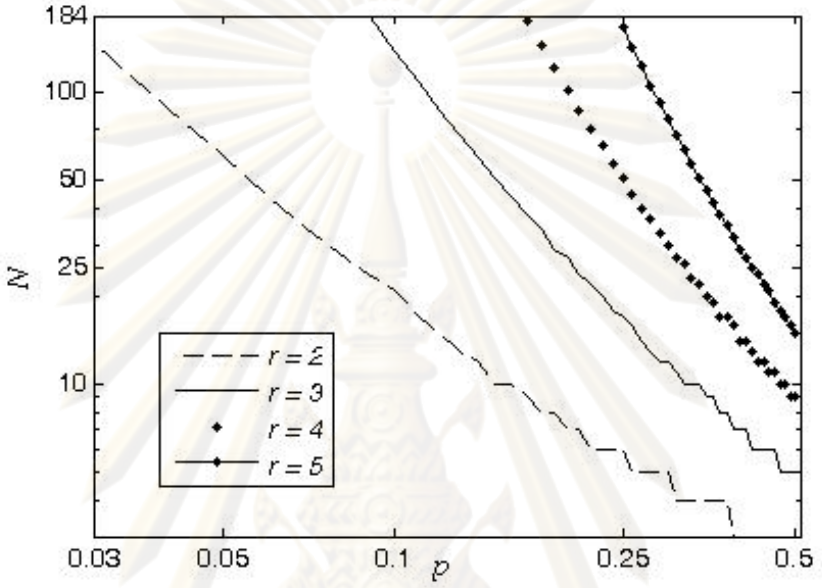
1. จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้มีเป็นจำนวนเพิ่มขึ้นตามจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย
2. จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ต้องใช้ในเส้นทางการส่งจากสถานีต้นทางถึงสถานีปลายทางมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น



รูปที่ 4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายและสภาวะเชื่อมต่อในสถานการณ์ที่ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีโอกาสในการเสียเท่ากันโดยกำหนดให้ $p = 0.05$ **และ** $r = 4$

รูปที่ 4.12 แสดงผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสียที่มีต่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งโครงข่าย โดยแกนนอนคือความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสีย และแกนตั้งคือจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดตั้งในโครงข่าย จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง (r) เป็นจำนวนคงที่ เพื่อให้ได้ภาวะเชื่อมต่อไม่ต่ำกว่า 0.9 จะเห็นว่าเมื่อความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสีย (p) เพิ่ม จะทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดตั้งในโครงข่ายมีค่าน้อยลงเนื่องจากยิ่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ต้องใช้

ในการติดตั้งระหว่างสถานีต้นทางมีเป็นจำนวนมาก ยิ่งลดสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางดังนั้นเพื่อรักษาสภาวะเชื่อมต่อไว้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดตั้งในโครงข่ายจึงยิ่งมีค่าน้อยลง



รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดตั้งในโครงข่ายเพื่อยังคงรักษาสภาวะเชื่อมต่อให้ไม่แย่กว่า 0.9

สังเกตว่าการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ทำให้ต้องใช้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมากขึ้นเมื่อเทียบจากความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้ที่เท่ากัน ที่น่าสังเกตคือการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายที่ r ใด ๆ เมื่อเทียบจากความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้ที่เท่ากัน ไม่ได้เพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น เช่น หากค่าสภาวะเชื่อมต่อที่ต้องการเป็น 0.9 และมีความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้เป็น 0.26 จะได้ว่า เมื่อ $r = 2, 3, 4, 5$ จะต้องใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นจำนวน 9, 16, 47, 143 เครื่องตามลำดับ ซึ่งเป็นไปอย่างก้าวกระโดด ดังนั้นยิ่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงยิ่งน้อย ยิ่งประหยัดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่าย อย่างไรตามในสถานการณ์จริงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่คำนวณออกมาอาจจะไม่เพียงพอต่อพื้นที่บางแห่งได้ เช่น หากระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็น 1 กิโลเมตร และเมื่อคำนวณออกมาแล้ว จำเป็นต้องใช้เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นจำนวน 9 เครื่องโดยแต่ละเครื่องสามารถส่งข้อมูลไปหาเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องอื่นในทิศทางจากสถานี

ต้นทางไปยังสถานีปลายทางได้ 2 เครื่อง ซึ่งแต่ละเครื่องมีรัศมีการส่งสัญญาณ 100 เมตร จะเห็นว่าโครงข่ายสามารถครอบคลุมระยะการส่งสัญญาณได้มากที่สุดเพียง 500 เมตรเท่านั้น ทำให้การคำนวณที่กล่าวมาไม่เหมาะสม และต้องเพิ่ม r เข้าไปอีก ดังนั้นการคำนวณทุกอย่างที่กล่าวมาจะขึ้นอยู่กับพื้นที่จริงด้วยว่าสถานีต้นทางและสถานีปลายทางอยู่ห่างกันเท่าใด และรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็นเท่าใด

ยิ่งความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะเสียมีค่ามากยิ่งทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดตั้งในโครงข่ายลดน้อยลงซึ่งเป็นผลมาจากเมื่อความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้เพิ่มขึ้นจะทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ในโครงข่ายเพิ่มขึ้นด้วย

4.6.2 การออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ติดตั้งในโครงข่าย

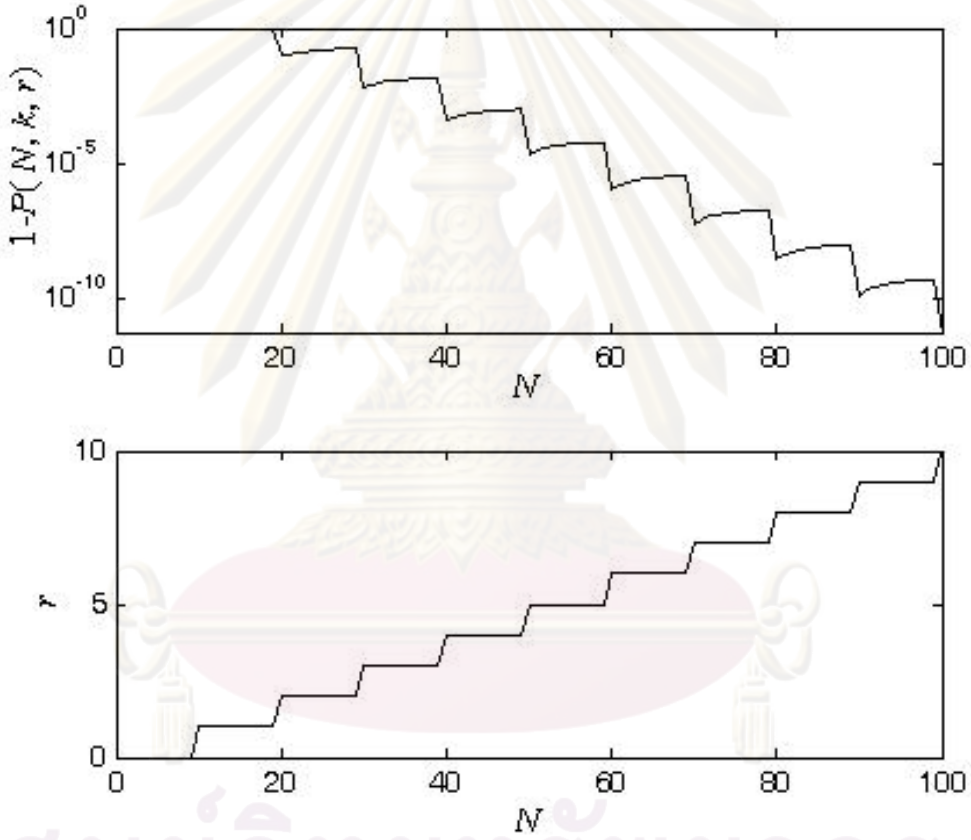
ตัวอย่างที่ได้กล่าวมาแล้วทั้งหมดนั้นอยู่บนสมมุติฐานว่าจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมีเป็นจำนวนเท่ากันทั้งโครงข่าย ซึ่งในความจริงแล้ว ระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็นระยะห่างที่ถูกกำหนดมาอยู่แล้ว เช่น ระยะห่างระหว่างต้นแม่น้ำกับสถานีเตือนภัยน้ำป่า ระยะห่างระหว่างเครื่องตรวจวัดสภาพจราจรบริเวณระหว่างสี่แยกกับป้อมตำรวจ ด้วยเหตุนี้ระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องซึ่งเท่ากันทั้งโครงข่ายจึงทำให้เมื่อเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเข้าไปในโครงข่ายและจัดให้มีลักษณะการวางตัวแบบเส้นสม่ำเสมอจะทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเพิ่มขึ้นตามไปด้วย เนื่องจากการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายที่มีความยาวจำกัดเป็นการเพิ่มความหนาแน่นของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณซึ่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จะทำให้เพิ่มความหนาแน่นจนกระทั่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงต้องเพิ่มขึ้นจะมีค่าเป็นช่วง ๆ คงที่ขึ้นอยู่กับความยาวของโครงข่ายและระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่อง

หากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็นจำนวน r เครื่อง ดังนั้นระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะมีค่าเท่ากับระยะการส่งสัญญาณหารด้วย r ซึ่งจะทำให้ทั้งโครงข่ายต้องมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดมีค่าเท่ากับระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางคูณ r หารด้วยระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่อง โดยสรุปแล้วเราจึงสามารถหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายในช่วงรอยต่อที่จะทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเพิ่มขึ้นจาก

$$\tilde{N}_i = \left(i \times \frac{\text{network length}}{\text{transmission length}} \right) - 1 \tag{4.1}$$

โดยที่ $\tilde{N}_i$ คือ จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เพียงพอสำหรับการเพิ่มให้ $r = i$

เนื่องจาก หาก เพิ่ม จำนวน เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ แต่ ไม่ เพิ่ม จำนวน เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ ข้างเคียง สภาวะเชื่อมต่อจะลดลง อย่างไรก็ตามการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงจะเพิ่มสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีปลายทางได้ ดังนั้นจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้จึงเป็นจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เปลี่ยนจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ดังรูปที่ 4.13 เป็นการแสดงตัวอย่างของความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายกับสภาวะเชื่อมต่อเมื่อมีการปรับเปลี่ยนจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงให้เหมาะสมกับความยาวของโครงข่ายและระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแล้ว



รูปที่ 4.13 ความน่าจะเป็น ที่ เครื่อง ถ่ายทอด สัญญาณ จะ ขาด สภาวะ เชื่อมต่อ เมื่อ ความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสียเป็น 0.1

ดังนั้นการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเข้าไปในโครงข่ายบนสมมุติฐานของโอกาสที่เครื่องถ่ายทอด สัญญาณ แต่ละ เครื่อง จะ ไม่ สามารถ ใช้การได้ เท่า กัน หมด ทั้ง โครงข่าย จะ ส่ง ผลกระทบ ต่อ สภาวะเชื่อมต่อได้ 2 รูปแบบนั่นคือ

1. หากการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายทำให้ r เพิ่มขึ้นพอดี จะทำให้สถานี

ต้นทางมีจำนวนเส้นทางในการส่งข้อมูลไปยังสถานีปลายทางได้มากขึ้นและจะทำให้สภาวะเชื่อมต่อมีค่าสูงขึ้น

2. หากการเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายไม่ทำให้ r เพิ่มขึ้น จะส่งผลให้สภาวะเชื่อมต่อรลดลงอันเนื่องมาจากเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ต้องใช้ในเส้นทางการส่งจากสถานีต้นทางถึงสถานีปลายทางมีจำนวนมากขึ้น

จากความเหมาะสมกับสถานที่และด้านการคำนวณจึงมีวิธีการออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เหมาะสมกับพื้นที่ได้ดังนี้

1. กำหนดค่า $i = 2$
2. แทนค่า i ในสมการที่ (4.1)
3. หาค่า $\tilde{k}_i$ จาก $\tilde{k}_i = p\tilde{N}_i$
4. หาค่า $P(\tilde{N}_i, \tilde{k}_i, i)$ จากบทที่ 3 ถ้า $P(\tilde{N}_i, \tilde{k}_i, i)$ มากกว่าค่าสภาวะเชื่อมต่อที่กำหนดไว้แล้ว จะได้ว่าจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่าย $N = \tilde{N}_i$ และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง (r) มีค่าเท่ากับ i แต่หาก $P(\tilde{N}_i, \tilde{k}_i, i)$ ยังมีค่าน้อยกว่าสภาวะเชื่อมต่อที่กำหนดไว้ ให้เพิ่ม i ขึ้นไปอีก 1 แล้วเริ่มทำข้อ 2 ใหม่ จนกว่าจะได้ N และ r ที่เหมาะสม

ยกตัวอย่างเช่น ต้องการหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้นหมดที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่าย โดยกำหนดให้ระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางทางกัน 1200 เมตร และระยะการส่งสัญญาณเของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็น 100 เมตร โดยเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีโอกาสที่จะไม่สามารถใช้การได้เท่ากับ 0.1 และต้องการให้ได้สภาวะเชื่อมต่ออย่างน้อยเป็น 0.99

1. กำหนดให้ $i = 2$ แทนค่าลงในสมการที่ (4.1) จะได้ว่า $\tilde{N}_2 = \left(2 \times \frac{1200}{100}\right) - 1 = 23$ เครื่อง และ $\tilde{k}_2 = 23 \times 0.1 = 2.3$ เครื่อง เนื่องจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เป็นจำนวนเต็มจึงไม่สามารถใช้สูตรจากบทที่ 3 ได้โดยตรงดังนั้นจึงต้องทำการหาค่ากึ่งกลางแบบเป็นอัตราส่วน (interpolation) โดย $P(23, 2.3, 2) = 0.7 \times P(23, 2, 2) + 0.3 \times P(23, 3, 2) = 0.86443$ ซึ่งยังไม่เพียงพอต่อความต้องการให้สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็น 0.99
2. กำหนดให้ $i = 3$ แทนค่าลงในสมการที่ (4.1) จะได้ว่า $\tilde{N}_3 = \left(3 \times \frac{1200}{100}\right) - 1 = 35$ เครื่อง และ $\tilde{k}_3 = 35 \times 0.1 = 3.5$ เครื่อง เนื่องจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เป็น

จำนวนเต็มจึงไม่สามารถใช้สูตรจากบทที่ 3 ได้โดยตรงดังนั้นจึงต้องทำการหาค่ากึ่งกลางแบบเป็นอัตราส่วน โดย $P(35, 3.5, 3) = 0.5 \times P(35, 3, 3) + 0.5 \times P(23, 4, 3) = 0.9877$ ซึ่งยังไม่เพียงพอต่อความต้องการให้สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็น 0.99

3. กำหนดให้ $i = 4$ แทนค่าลงในสมการที่ (4.1) จะได้ว่า $\tilde{N}_4 = \left(4 \times \frac{1200}{100}\right) - 1 = 47$ เครื่อง และ $\tilde{k}_4 = 47 \times 0.1 = 4.7$ เครื่อง เนื่องจากจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่เป็นจำนวนเต็มจึงไม่สามารถใช้สูตรจากบทที่ 3 ได้โดยตรงดังนั้นจึงต้องทำการหาค่ากึ่งกลางแบบเป็นอัตราส่วน โดย $P(47, 4.7, 4) = 0.3 \times P(47, 4, 4) + 0.7 \times P(47, 5, 4) = 0.99908$ ซึ่งมากเพียงพอตามความต้องการให้โครงข่ายมีภาวะเชื่อมต่อไม่ต่ำกว่า 0.99 แล้ว

ดังนั้น จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่ายคือ 47 เครื่อง ถูกวางเป็นแนวเส้นและระยะห่างระหว่างเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องมีระยะห่างเท่ากัน โดยจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง คือ 4 เครื่อง

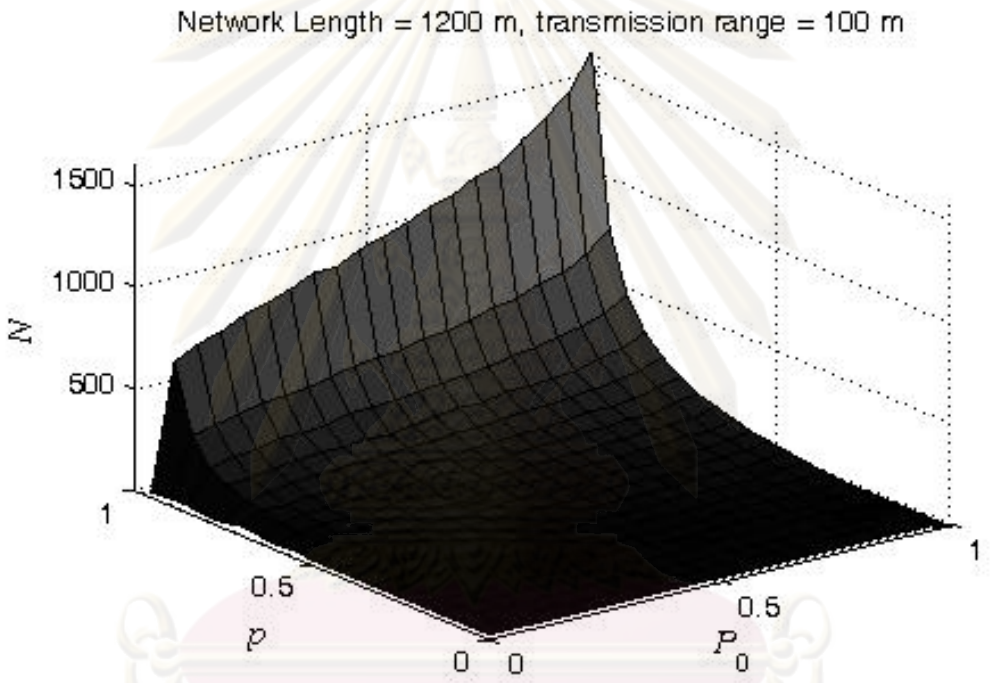
จากการวิเคราะห์วิธีการหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่ายและจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงด้วยวิธีดังกล่าวมาแล้ว เมื่อทำการหาสภาวะเชื่อมต่อค่าใด ๆ และความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะเสียเป็นค่าใด ๆ ทำให้ได้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่ายเป็นดังรูปที่ 4.14 และจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็นดังรูปที่ 4.15

ในสถานการณ์จริงความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้มีค่าน้อยมาก รวมไปถึงความยาวของโครงข่ายส่งผลกระทบต่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่าย ดังรูปที่ 4.16 เป็นการออกแบบจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ คำนวณจากความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้และอัตราส่วนระหว่างความยาวของโครงข่ายหารด้วยระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ซึ่งกำหนดให้ตัวแปร *NLR* คืออัตราส่วนระหว่างความยาวของโครงข่ายหารด้วยระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพื่อให้ได้สภาวะเชื่อมต่อเป็น 0.99 ตำแหน่งที่พื้นผิวมีความไม่ต่อเนื่องเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง ซึ่งจากการเปรียบเทียบรูปที่ 4.14, 4.15 และ 4.16 จะพบข้อสังเกตหลายประการได้แก่

1. จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดตั้งในโครงข่ายแปรผันตามสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง

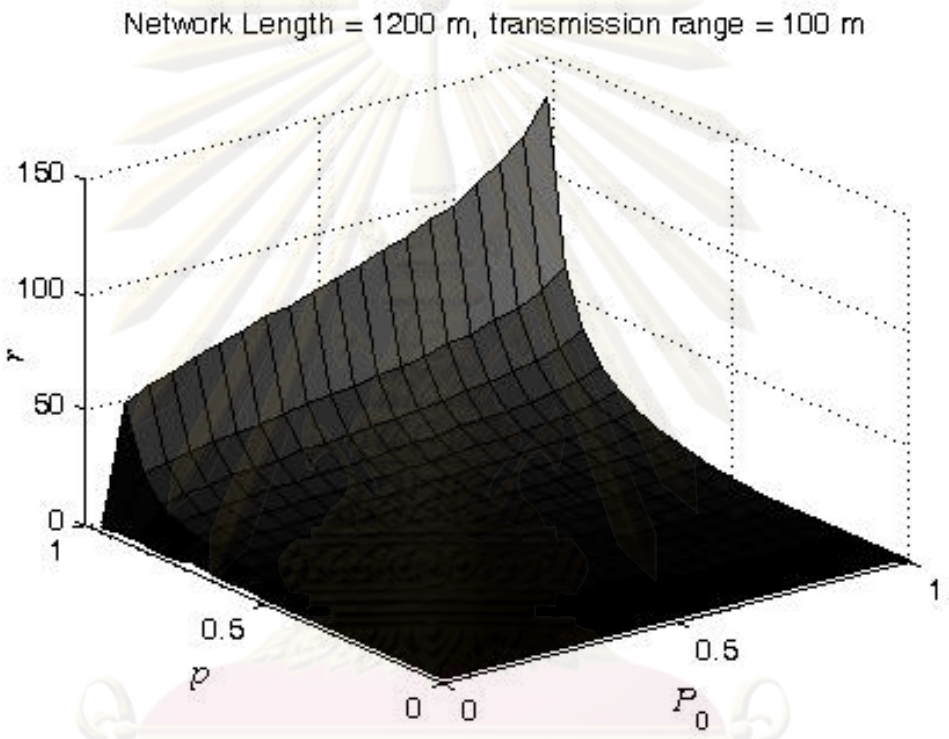
2. จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่สามารถติดตั้งในโครงข่ายแปรผันตามความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



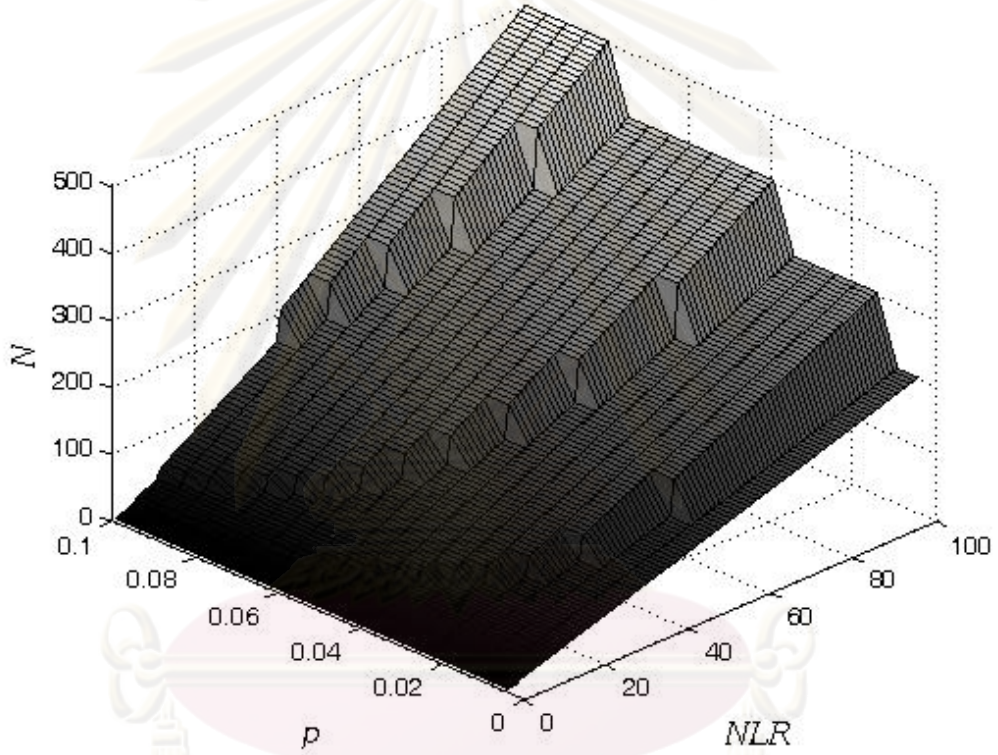
รูปที่ 4.14 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องติดตั้งในโครงข่ายเมื่อกำหนดให้ความยาวของโครงข่ายเป็น 1200 เมตร และระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็น 100 เมตร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.15 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง คำนวณจากความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้และความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณ แต่ละ เครื่องใน โครงข่าย จะ ไม่ สามารถ ใช้การได้ เมื่อ กำหนด ให้ ความ ยาว ของโครงข่ายเป็น 1200 เมตร และระยะ การ ส่ง สัญญาณ ของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องเป็น 100 เมตร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.16 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ต้องการเพื่อให้สภาวะเชื่อมต่อเป็น 0.99 โดยพิจารณาผลกระทบของความยาวของโครงข่ายและความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงแปรผันตามจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในการติดตั้งในโครงข่าย

4.6.3 กรณีพิเศษการหาสภาวะเชื่อมต่อเมื่อ $r = 2$

ยิ่งจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงมีค่าน้อย จะยิ่งสามารถประหยัดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายได้ ถ้าหากไม่ติดเงื่อนไขเกี่ยวกับระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องและระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง ดังนั้นหากไม่สนใจเรื่องเงื่อนไขเกี่ยวกับระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องและระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง การศึกษาเกี่ยวกับสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในกรณีที่ $r = 2$ เป็นที่น่าสนใจ เพราะไม่เสี่ยงเกินไปและประหยัดจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมากที่สุด การประมาณจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในโครงข่ายอย่างคร่าว ๆ เมื่อ $r = 2$ สามารถหาได้เป็นสูตรทางคณิตศาสตร์รูปแบบปิดซึ่งจะได้กล่าวในส่วนนี้

หาก $r = 2$ นั่นหมายถึง ถ้าจะให้สถานีต้นทางสามารถส่งข้อมูลผ่านเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นทอด ๆ จนถึงสถานีปลายทางได้สำเร็จแล้วเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ทุกเครื่องจะต้องไม่มีตำแหน่งไหนเลยที่ติดกัน ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่ายมีอยู่เป็นจำนวน N เครื่อง แต่ไม่สามารถใช้การได้ k เครื่อง ทำให้เหลือเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้อยู่ $N - k$ เครื่อง และหากจัดวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ยังคงสามารถใช้การได้ให้เป็นเส้นระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางจะพบว่ามีช่องว่างให้เติมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้แล้วเป็นจำนวน $N - k + 1$ ช่อง ซึ่งในขณะนี้แต่ละช่องที่สามารถเติมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียได้เพียง 1 เครื่องเท่านั้น เพราะหากเติม 2 เครื่องขึ้นไปจะทำให้สถานีต้นทางและสถานีปลายทางขาดการเชื่อมต่อซึ่งกันและกัน จำนวนรูปแบบการเติมเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้ k เครื่อง ลงในช่อง $N - k + 1$ ช่อง โดยแต่ละช่องสามารถเติมได้มากที่สุด 1 เครื่อง จึงมีรูปแบบการจัดวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเพื่อให้สถานีต้นทางยังคงเชื่อมต่อกับสถานีปลายทางได้ $\begin{pmatrix} N-k+1 \\ k \end{pmatrix}$ รูปแบบ ซึ่งจำนวนรูปแบบที่จะมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้เป็นจำนวน k เครื่องจากทั้งหมด N เครื่องระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีทั้งหมด $\begin{pmatrix} N \\ k \end{pmatrix}$ รูปแบบ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สถานีต้นทางจะสามารถติดต่อกับ

สถานีปลายทางได้สำเร็จจึงมีค่าเท่ากับ

$$P\left(N,k,2\right)=\frac{\left(\begin{array}{c}N-k+1\\k\end{array}\right)}{\left(\begin{array}{c}N\\k\end{array}\right)} \tag{4.2}$$

จากการประมาณสเตอร์ลิง (Stirling's approximation) ซึ่งกล่าวไว้ว่า $n!\sim\left(\frac{n}{e}\right)^{n}\sqrt{2\pi n}$ เมื่อ n มีค่ามาก ทำให้สามารถประยุกต์ใช้กับสมการ (4.2) กลายเป็น

$$\begin{aligned}P(N,k,2) &= \left(\frac{(N-k+1)!}{k!\,(N-2k+1)!}\right)\left(\frac{k!\,(N-k)!}{N!}\right)\\ &\approx \frac{(N-k+1)^{N-k+\frac{3}{2}}\,(N-k)^{N-k+\frac{1}{2}}\,e^{0}\,(2\pi)^{0}}{(N-2k+1)^{N-2k+\frac{3}{2}}\,(N)^{N+\frac{1}{2}}}.\end{aligned}$$

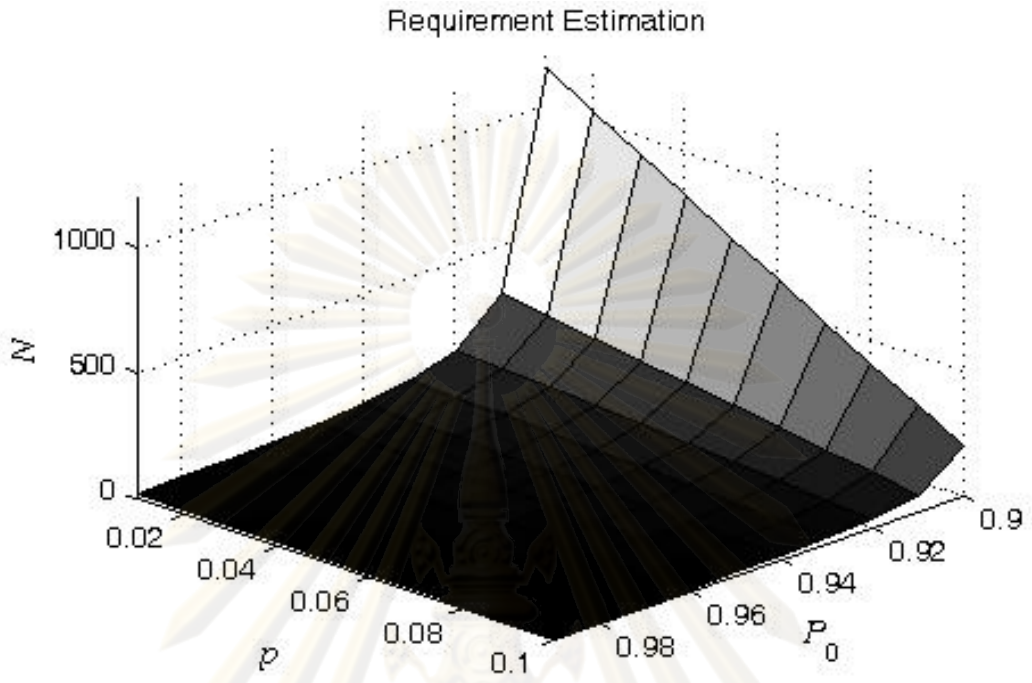
เมื่อมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดเป็นจำนวนมาก ทำให้สามารถละพจน์ที่มีค่าเป็น +1 ได้ทุก ๆ พจน์ในตำแหน่งฐานของการยกกำลัง และกำหนดความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะเสียเป็น $p=\frac{k}{N}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned}P(N,k,2) &\approx \frac{(N-Np)^{N-k+\frac{3}{2}+N-k+\frac{1}{2}}}{(N-2Np)^{N-2k+\frac{3}{2}}\,(N)^{N+\frac{1}{2}}}\\ &= \frac{N^{0}\,(1-p)^{2N-2Np+2}}{(1-2p)^{N-2Np+\frac{3}{2}}}.\end{aligned}$$

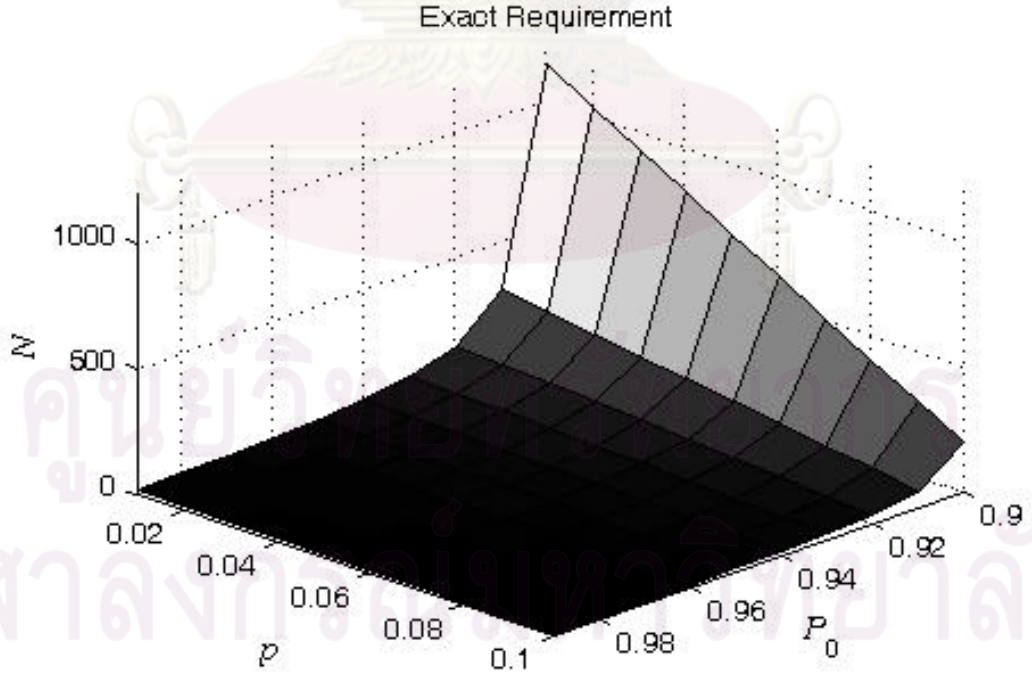
หลังจากนั้นย้ายข้างสมการเพื่อกำหนดตัวแปร N ในรูปแบบของ $p, P(N,k,2)$ โดยกำหนดให้ $P_0=P(N,k,2)$ ดังนั้น

$$N\approx-\frac{1}{2}\left(\frac{4\log\left(1-p\right)-3\log\left(1-2p\right)-2\log\left(P_0\right)}{2\left(1-p\right)\log\left(1-p\right)+\left(2p-1\right)\log\left(1-2p\right)}\right) \tag{4.3}$$

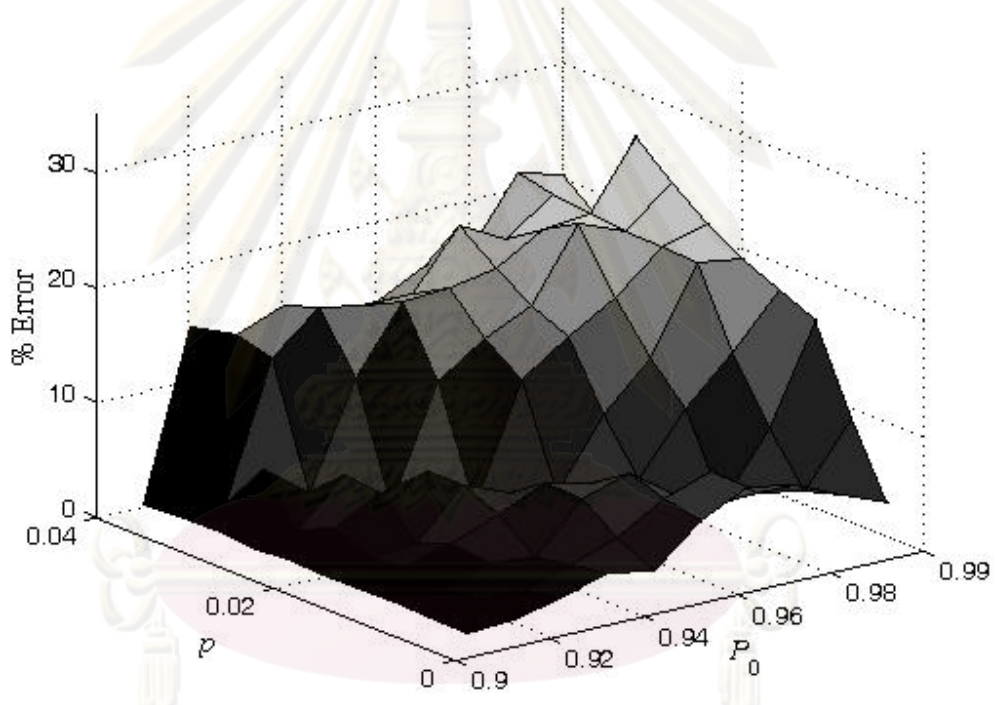
ผลจากสูตร (4.3) ทำให้ทราบจำนวนของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณในกรณีที่จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น 2 ซึ่งคำนวณจากสถาวะเชื่อมต่อที่ต้องการและความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะเสียดังรูปที่ 4.17 โดยเมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่หาจากวิธีการเปลี่ยนค่า N จนกว่าจะเหมาะสมดังรูปที่ 4.18 ซึ่งแสดงถึงความถูกต้องของการประมาณจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจากสูตรมีความผิดพลาดไม่เกิน 30% ดังรูปที่ 4.19 เมื่อสภาวะเชื่อมต่อมีค่าเข้าใกล้ 1 และความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณจะไม่สามารถใช้การได้มีค่าเข้าใกล้ 0 และรูปที่ 4.20 แสดงระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายาทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น 2 และระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็น 1



รูปที่ 4.17 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ถูกประมาณจากสูตร (4.3)

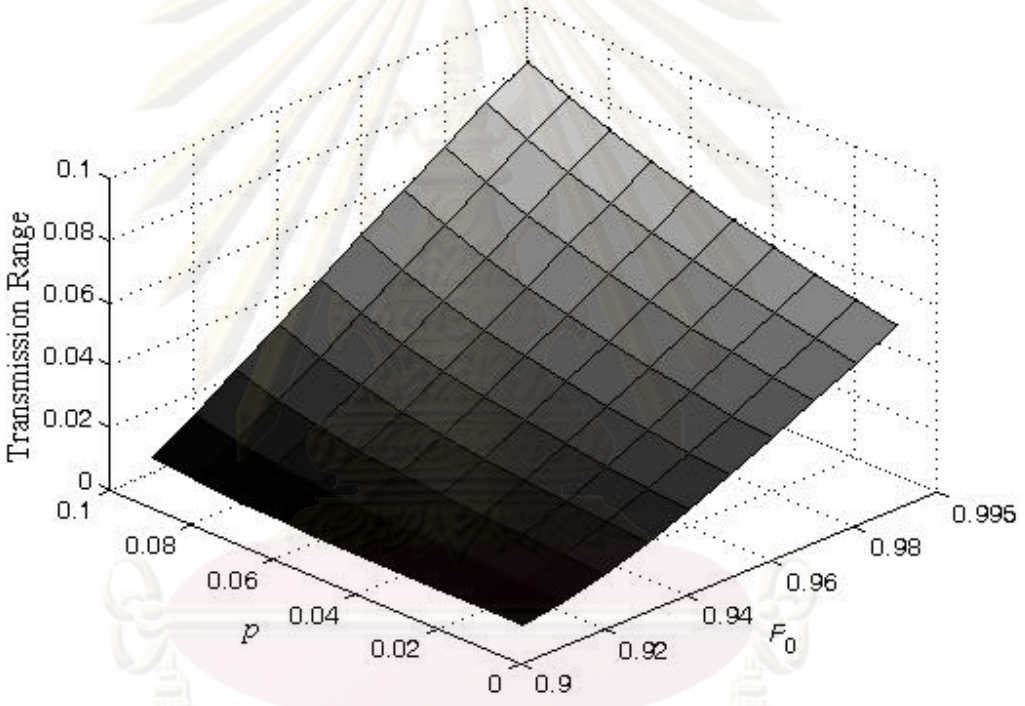


รูปที่ 4.18 จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจากวิธีการเปลี่ยนค่า N จนกว่าจะเหมาะสม



รูปที่ 4.19 เปอร์เซ็นต์จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณคลาดเคลื่อน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



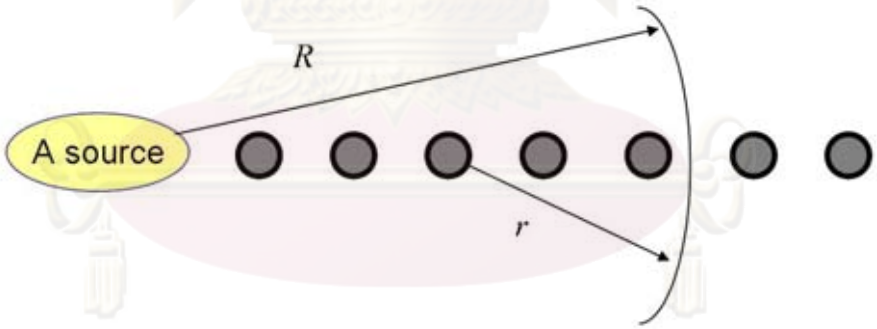
รูปที่ 4.20 ระยะการส่งสัญญาณเมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็น 2 เครื่องและระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเป็น 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.6.4 กรณีพิเศษเมื่อสถานีต้นทางและสถานีปลายทางมีระยะการส่งสัญญาณที่มากกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ

เรียกเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่มีรัศมีคาบเกี่ยวกันระหว่างสถานีต้นทางหรือสถานีปลายทางกับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องสุดท้ายซึ่งมีรัศมีการส่งสัญญาณส่งถึงพอดีกับสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางว่า *เครื่องถ่ายทอดสัญญาณคาดเกี่ยว* ซึ่งในรูปที่ 4.21เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 4 และ 5 และเรียกเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่อยู่ประชิดกับสถานีต้นทางหรือสถานีปลายทางว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณประชิด ซึ่งในรูปที่ 4.21 เป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ 1 ถึง 3 นับจากสถานีต้นทางว่า *เครื่องถ่ายทอดสัญญาณประชิด* สถานะของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณประชิดไม่มีผลต่อสภาวะเชื่อมต่อ การส่งข้อมูลครั้งแรกจะสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับเครื่องถ่ายทอดสัญญาณคาบเกี่ยวเท่านั้น ดังนั้นการวิเคราะห์สภาวะเชื่อมต่อเมื่อสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางมีรัศมีการรับส่งสัญญาณที่มากกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณจึงวิเคราะห์เสมือนสถานีต้นทางเป็นเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องที่ R-r และมีรัศมีการส่งสัญญาณเท่ากันทั้งโครงข่าย

$$P'(N,k,r,R) = P(N-2(R-r), p(N-2(R-r)), r)$$



รูปที่ 4.21 รัศมีการส่งสัญญาณของสถานีต้นทางกับรัศมีการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเมื่อสถานีต้นทางและสถานีปลายทางมีระยะการส่งสัญญาณมากกว่าเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอวิธีการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในรูปแบบของฟังก์ชันเวียนเกิด ฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ และเมตริกซ์การเปลี่ยนแปลงสถานะ โดยมีหลักการพื้นฐานว่า หากมีเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ไม่สามารถใช้การได้อยู่ในตำแหน่งติดกันมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียง สถานีต้นทางจะไม่สามารถติดต่อกับสถานีปลายทางได้เนื่องจากโครงข่ายขาดระหว่างสถานีต้นทางและสถานีปลายทาง สูตรการหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันเวียนเกิดและฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญให้ผลถูกต้อง โดยเมื่อเทียบกับการจำลองเหตุการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โลแล้วมีความคลาดเคลื่อนเพียง 0.03% ส่วนวิธีการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อด้วยวิธีเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะให้ความถูกต้องเมื่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งโครงข่ายมีเป็นจำนวนมาก อย่างไรก็ตามการคำนวณสภาวะเชื่อมต่อด้วยวิธีเมตริกซ์การเปลี่ยนสถานะมีความซับซ้อนในการคำนวณน้อยที่สุด คือ $O\left(\log_2(r+1)(2r+1)\right)$ ซึ่งน้อยกว่าอีกสองวิธี คือ เมื่อกำหนดให้ ความซับซ้อนของ $a! = O\left(a\left(\log a \log\log a\right)^2\right) = O\left(C\left(a\right)\right)$ ดังนั้นวิธีการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบฟังก์ชันเวียนเกิดมีความซับซ้อนในการคำนวณเป็น $O(\min\left(k, N-k+1\right)^r\left(C\left(k\right)+C(N-k+1)\right)+C\left(N\right))$ และการคำนวณหาสภาวะเชื่อมต่อในรูปแบบของฟังก์ชันก่อกำเนิดสามัญ ซึ่งมีความซับซ้อนในการคำนวณเป็น $O(\min\left(\frac{k}{r}, N-k+1\right)\left(C\left(N\right)+C(N-k+1)\right)+C\left(N\right))$

จากผลการทดสอบสูตรการหาสภาวะเชื่อมต่อทั้งสามวิธี พบว่า

1. เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเสียส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อได้ในบางช่วงเท่านั้น คือ เป็นช่วงที่ไม่มากและไม่น้อยเกินไปเมื่อเทียบกับจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณทั้งหมดในโครงข่าย การเปลี่ยนแปลงจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เสียนอกช่วงนี้จะส่งผลกระทบต่อสภาวะเชื่อมต่อเพียงเล็กน้อยเท่านั้น
2. เมื่อจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงคงที่ การเพิ่มจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณไม่ได้ช่วยเพิ่มสภาวะเชื่อมต่อ ในทางกลับกันกลับลดสภาวะเชื่อมต่อลงด้วย เนื่องจากการส่งข้อมูลแต่ละครั้งต้องส่งผ่านเครื่องถ่ายทอดสัญญาณเป็นจำนวนเพิ่มขึ้น ดังนั้นจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ต้องพิจารณาเพื่อให้ได้สภาวะเชื่อมต่อที่ต้องการจึงเป็นจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่ทำให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเพิ่มขึ้นเท่านั้น

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการวิเคราะห์หาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในโครงข่ายในเบื้องต้น เมื่อกำหนดให้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็นจำนวน 2 เครื่องและนำเสนอการใช้สภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางในการคำนวณหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่จำเป็นต้องใช้ในการติดตั้งในโครงข่าย และการออกแบบเพื่อให้ได้จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงและขึ้นอยู่กับสถานที่จริงมากขึ้นรวมไปถึงยังคงได้สภาวะเชื่อมต่อตามความต้องการที่กำหนดไว้ โดยคำนึงถึงตัวแปรเพิ่มขึ้นอีกสองตัวได้แก่ ระยะห่างระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง และระยะการส่งสัญญาณของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่อง และความน่าจะเป็นที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณแต่ละเครื่องจะไม่สามารถใช้การได้ ซึ่งเป็นการประยุกต์สูตรการคำนวณค่าสภาวะเชื่อมต่อที่ได้เสนอไว้และเป็นการแสดงตัวอย่างการประยุกต์วิทยานิพนธ์นี้เพื่อขยายผลไปสู่การใช้งานจริงในทางปฏิบัติได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

หัวข้อที่ควรศึกษาและวิจัยต่อไปในอนาคตคือ

1. การหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเมื่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเป็นจำนวนไม่คงที่ ซึ่งในสถานการณ์จริงอาจจะมีบางกรณีที่จำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณข้างเคียงเปลี่ยนไป เช่น เพื่อให้เหมาะสมกับพื้นที่หรือมีการเคลื่อนที่ของเครื่องถ่ายทอดสัญญาณ ดังนั้นการหาสภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเมื่อเครื่องถ่ายทอดสัญญาณที่เครื่องถ่ายทอดสัญญาณเครื่องหนึ่งจะสามารถติดต่อได้เป็นจำนวนไม่คงที่ จึงเป็นที่น่าสนใจที่จะศึกษาและวิจัยต่อไป

2. นอกจากการหาจำนวนเครื่องถ่ายทอดสัญญาณระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางแล้ว การหาตำแหน่งที่จะติดตั้งเครื่องถ่ายทอดสัญญาณมีความสำคัญเช่นกัน ดังนั้นการออกแบบการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทาง จึงควรทำการวิจัยต่อไปเพื่อใช้ควบคู่กับวิทยานิพนธ์นี้อย่างมีประสิทธิภาพในทางปฏิบัติมากที่สุด

3. การวิเคราะห์สถานการณ์ที่มีสถานีต้นทางและสถานีปลายทางหลายคู่รวมไปถึงการวิเคราะห์ภาวะเชื่อมต่อระหว่างสถานีต้นทางกับสถานีปลายทางเมื่อโครงข่ายมีทอพอโลยีแบบทั่วไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

[1] Ferro, E., and Potorti, F. Bluetooth and WiFi Wireless Protocols a Survey and a Comparison. IEEE Wireless Commun Magazine (June 2004): 1-24.

[2] Tubaishat, M. , Shang, Y., and Shi, H. Adaptive Traffic Light Control with Wireless Sensor Networks. In Proceedings of IEEE CCNC, pp.187-191. 11-13 January 2007. Nevada, 2007.

[3] Delgado, M. C., Cortes, P., Onieva, L., and Escudero, A. Design of an Intelligent Waterway Ambient Infrastructure Based on Multiagent Systems and Wireless Sensor Networks, Journal of Systems Applications, Engineering & Development 2 (2008): 137-146.

[4] Sung, J., Ahn, S., Pard, T., Jang, S., Yun, D., and Kang, J. Wireless Sensor Networks for Cultural Property Protection. In Proceedings of AINAW, pp. 615-620, 2008.

[5] Eu, Z. A., Tan, H. P., and Seah, W. K. G. Routing and Relay Node Placement in Wireless Sensor Networks Powered by Ambient Energy Harvesting. In Proceedings of WCNC, pp. 1-6. 5-8 April 2009. Budapest, Hungary, 2009.

[6] Bettstetter, C. On the Minimum Node Degree and Connectivity of a Wireless Multihop Network. In Proceedings of MOBIHOC, pp. 80-91. 9-11 June 2002. Lausanne, Switzerland, 2002.

[7] Wang, Q., Xu, K., Takahara, G., and Hassanein, H. Locally Optimal Relay Node Placement in Heterogeneous Wireless Sensor Networks. In Proceedings of GLOBECOM, pp.3549-3553. 28 November-2 December 2005. St. Louis, Missouri, 2005.

[8] Srivastava, G., Boustead, P., and Chicharo, J. Link Redundancy Based Connected Topologies in Ad-hoc Networks. In Proceedings of EIT pp. 1-6. 22-25 May 2005. Lincoln, Nebraska, U.S.A. 2005.

[9] Shakkottai, S., Srikan, R., and Shroff, N. Unreliable Sensor Grid: Coverage, Connectivity and Diameter, In Proceedings of INFOCOM, pp. 1073-1083. April 2003. San Francisco, CA, 2003.

[10] Desai, M., and Manjunath, D. On the Connectivity in Finite Ad Hoc Networks, IEEE Commun. Lett. 6 (October 2002): 437-439.

[11] Noshiro, A., and Kurihara, M. Closed Form Solutions for Connectivity of Fixed Radius Random Graphs in One-Dimensional Space. In Proceedings of ICSMC, pp. 2939-2943. 8-11 October 2006. Taipei, Taiwan, 2006.

[12] Ghasemi, A., and Esfahani, S. N. Exact Probability of Connectivity in One-Demensional Ad Hoc Wireless Networks. IEEE Commun. Lett. 10 (April 2006): 251-253.

[13] Foh, C. H., and Lee, B. S. A Closed Form Network Connectivity Formula One-dimensional MANETs. In Proceedings of ICC, pp. 3739-3742. 20-24 June 2004. Paris, 2004.

[14] Antunes, N., Jacinto, G., and Pacheco, A. On the Minimum Hop Count and Connectivity in One-dimensional Ad Hoc Wireless Networks. Telecommunication System 39 (2008): 137-143.

[15] Dawy, Z., and Leelapornchai, P. Optimal Number of Relay Nodes in Wireless Ad Hoc Networks with Non-Cooperative Accessing Schemes. In Proceedings of ISIT, 7-11 October 2002. Xi'an, China, 2002.

[16] Li, J., Andrew, L. L. H., and Foh, C. H. Meeting Connectivity Requirements in a Wireless Multihop Network. IEEE Commum. Lett. 10 (January 2006).

[17] biagioni, E. S., and Sasaki, G. Wireless Sensor Placement for Reliable and Efficient Data Collection. In Proceeding of HICSS'03, 6-9 January 2003. Honolulu, USA, 2002.

[18] Fishman, G. S. A Comparison of Four Monte Carlo Methods for Estimating the Probability of s-t connectedness, IEEE Trans. Reliability, 35 (June 1986): 145-155.

[19] Ramirez-Marquez, J. E., and Coit, D. W. A Monte-Carlo Simulation Approach for Approximating Multi-state Two-terminal Reliability, Reliability Engineering and System Safety 87 (2005): 253-264.

[20] Garcia, L. G., Probability and Random Processes for Electrical Engineering, United States of America: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1994.

[21] Borwein, P. B. On the Complexity of Calculating Factorials. Journal of Algorithm 6 (1985): 376-380

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายธีรพล ศิลาวรรณ์ เกิดเมื่อวันที่ 23 เมษายน พ.ศ. 2529 กรุงเทพมหานคร เป็นบุตรของนายพิสิทธิ์ ศิลาวรรณ์ และ นางประดับศรี ศิลาวรรณ์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2550 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิตในปีการศึกษาถัดมา ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม ได้รับทุนศิษย์ก้นกุฏิขณะศึกษาระดับมหาบัณฑิต และดำรงค์ตำแหน่งประธานกลุ่มความร่วมมือนิสิตบัณฑิตศึกษาวิศวกรรมไฟฟ้าแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย EEPSA-CU (Electrical Engineering Postgraduate Student Assembly of Chulalongkorn University) จนถึง พ.ศ. 2553 และมีบทความวิชาการจากวิทยานิพนธ์ในระหว่างการศึกษาในระดับมหาบัณฑิตดังนี้

[1] ธีรพล ศิลาวรรณ์, จตุพร ชินรุ่งเรือง และ เชาวน์ดิศ อัศวกุล. การวิเคราะห์เชิงคอมบินาทอริกส์ของการวางเครื่องถ่ายทอดสัญญาณสำหรับโครงข่ายเซนเซอร์ไร้สายที่มีทอพอโลยีสม่ำเสมอแบบเส้น, Combinatorial Analysis of Relay Placement in Wireless Sensor Network with Regular String Topology. ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 32 (EECON 32), หน้า 749-752, 28-30 ตุลาคม 2552 ณ โรงแรมทวาวดี รีสอร์ท จังหวัดปราจีนบุรี, 2552.

[2] Silawan, T., Chinrungrueng, J., and Aswakul, C. Connectedness Analysis of Wireless Relay Placement with Regular String Topology by Ordinary Generating Function. In Proceedings of ECTI-CON 2010, 19-21 May 2010. Chiangmai, Thailand, 2010.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย