

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3



นางสุพัตรา จอมคำสิงห์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต


สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF USING WORKED EXAMPLES IN ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING
ACTIVITIES ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION
OF NINTH GRADE STUDENTS



Mrs. Supattra Jomkhamsing

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Faculty of Education
Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มี
ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนใน
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

โดย

นางสุพัตรา จอมคำสิงห์

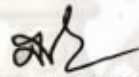
สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร.คันสนีย์ เณรเทียน


คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต



คณบดีคณะครุศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร. ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)



อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร.คันสนีย์ เณรเทียน)



กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล)

ศูนย์วิทยุทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สุพัตรา จอมคำสิงห์ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (EFFECTS OF USING WORKED EXAMPLES IN ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF NINTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร.คันสนีย์ เณรเทียน , 209 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนราชินีบน จำนวน 108 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 54 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 54 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่ามัธยฐานเลขคณิต ค่ามัธยฐานเลขคณิตร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที (t-test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50
2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ระดับนัยสำคัญ .05
3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาควิชา.....หลักสูตร.....การสอนและเทคโนโลยี

ลายมือชื่อนิสิต.....

สาขาวิชา.....การศึกษาคณิตศาสตร์

ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

ปีการศึกษา..... 2552

5083422227 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: WORKED EXAMPLES / MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY / MATHEMATICS LEARNING RETENTION

SUPATTRA JOMKHAMSING: EFFECTS OF USING WORKED EXAMPLES IN ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF NINTH GRADE STUDENTS. THESIS ADVISOR: SANSANEE NENTHIEN, Ph.D., 209 pp.

The purposes of this research were :

- 1) to study mathematics problem solving ability of ninth grade students being organized mathematics learning activities by using worked examples,
- 2) to compare mathematics problem solving ability of ninth grade students between groups being taught by using worked examples and by using conventional approach,
- 3) to compare mathematics learning retention of ninth grade students between groups being taught by using worked examples and by using conventional approach.

The populations of this research were ninth grade students of Rajinibon School in Bangkok. The subjects were 108 ninth grade students in first semester, academic year 2009 in Rajinibon School. They were divided into two groups, one experimental group with 54 students and one controlled group with 54 students. Students in experimental group were organized mathematics learning activities by using worked examples and those in control group were organized mathematics learning activities by using conventional approach. The data collection instruments were the mathematics problems solving test and the mathematics learning achievement test. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans using worked examples and lesson plans using conventional approach. The data were analyzed by means of arithmetic, mean of percentage, standard deviation, t-test and analysis of covariance (ANCOVA).

The results of the study revealed that:

- 1) Mathematics problem solving abilities of ninth grade students being organized mathematics learning activities by using worked examples were higher than minimum criteria of 50 percent.
- 2) Mathematics problem solving abilities of ninth grade students being organized mathematics learning activities by using worked examples were not different from those of students being organized mathematics learning activities by using conventional approach at .05 level of significance.
- 3) Mathematics learning retention of ninth grade students being organized mathematics learning activities by using worked examples were not higher than those of students being organized mathematics learning activities by using conventional approach at .05 level of significance.

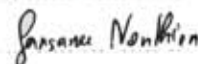
Department : Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Field of Study : Mathematics Education

Academic Year : 2009

Student's Signature

Advisor's Signature



กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสามารถจาก อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่ายิ่ง และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ งานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยครั้งนี้

อนึ่งในการศึกษาปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิตครั้งนี้ ผู้วิจัยได้รับทุนการศึกษาจากราชินีมูลนิธิ ด้วยความกรุณาจากหม่อมราชวงศ์ทิพย์ยางค์ กาญจนดุล ท่านผู้จัดการโรงเรียนราชินีบน คุณครูสุกัญญา จันทร์เสน ผู้อำนวยการโรงเรียนราชินีบน คุณครูกนิษฐา คุ่มวงษ์ชัย อดีตผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ คุณครูนรรัตน์ รุขมธูร์ ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ คุณครูอรัญญา ศรีแก้ว หัวหน้าแผนกมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยจักระลึกถึงบุญคุณของท่านและจะปฏิบัติงานอย่างสุดความสามารถเพื่อให้เกิดคุณค่าและประโยชน์สูงสุดแก่โรงเรียนราชินีบน และผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คณะครู และนักเรียนโรงเรียนราชินีบน ที่ให้ความร่วมมือในการนำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยไปทดลองใช้ และคอยช่วยเหลือตลอดระยะเวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้รับทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์ส่วนหนึ่งจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งผู้วิจัยขอขอบพระคุณอย่างยิ่งและหวังว่างานวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งคุณค่าและประโยชน์ที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ให้ความรู้หรือความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัย

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อประมวล อันโยธา คุณแม่สวาท อันโยธา ด.ญ.ณัชชา จอมคำสิงห์(ลูกสาวตัวน้อย) รวมทั้งสามี น้องๆ และญาติๆ ที่ให้กำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์และตลอดมา จนกระทั่งผู้วิจัยประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฐ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
3. สมมติฐานการวิจัย.....	6
4. ขอบเขตของการวิจัย.....	7
5. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
1. ตัวอย่างงาน.....	11
1.1 ความหมายของตัวอย่างงาน.....	11
1.2 ประเภทของตัวอย่างงาน.....	12
1.3 ประโยชน์ของการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน.....	13
1.4 แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน.....	14
2. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	14
2.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์.....	14
2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	17
2.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์.....	19
2.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี.....	25
2.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	28

2.6 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	37
2.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	44
2.8 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	49
3. ความคงทนในการเรียน.....	55
3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน.....	55
3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน.....	56
3.3 ความหมายของการจำ.....	57
3.4 กระบวนการของการจำและระบบการจำ.....	58
3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ.....	61
3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียนรู้.....	63
3.7 การวัดความคงทนในการเรียน.....	65
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	66
4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวอย่างงาน.....	67
4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	68
4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์.....	73
4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์.....	78
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	80
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	80
2. การออกแบบการวิจัย.....	81
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	81
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	83
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	100
6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	101
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	102
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	103

บทที่	ณ หน้า
5 สรุปลผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	110
1. สรุปลผลการวิจัย.....	113
2. อภิปรายผล.....	113
3. ข้อเสนอแนะ.....	117
รายการอ้างอิง.....	119
ภาคผนวก.....	135
ภาคผนวก ก.....	136
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย.....	137
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ.....	138
หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	143
ภาคผนวก ข.....	144
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	144
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	145
ภาคผนวก ค.....	160
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	161
ภาคผนวก ง.....	205
แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของ คะแนนสอบภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปี การศึกษา 2551 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในแต่ละห้องก่อนการ ทดลอง	206
แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน สอบภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2551 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)	207
แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ก่อนการทดลอง ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)	208
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	209

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงรูปแบบการวิจัย	81
2	แสดงแผนการจัดการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น.....	84
3	แสดงกรอบ แนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่ม ควบคุม.....	85
4	แสดงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method)	89
5	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลข คณิตร้อยละ ($\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	105
6	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	106
7	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	107
8	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของ นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	108

9	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของความคงทนในการเรียน คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance: ANCOVA) โดยตัวแปร ร่วม (covariate) คือ คะแนนผลสัมฤทธิ์หลังการทดลองทันที.....	109
10	แสดงการวิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบ วัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น	162
11	แสดงการวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น.....	163
12	แสดงการวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัด และพฤติกรรมด้าน พุทธิพิสัย ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบ สมการเชิงเส้น ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2.....	164
13	แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 1 ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ Brooks (2003)	165
14	แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 2 ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ Brooks (2003)	166
15	แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700	184
16	แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700.....	195
17	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน สอบปลายภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปี การศึกษา 2551 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละห้องก่อน การทดลอง	206
18	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน สอบภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2551 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)	207

19	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ก่อนการทดลอง	208
----	--	-----



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงรูปแบบการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ	33
2	แสดงกระบวนการการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของยุพิน พิพิธกุล	35
3	แสดงขั้นตอนกระบวนการจำ	59
4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความจำระยะสั้นและความจำระยะยาว	61



ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันสังคมไทยมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว เป็นผลมาจากความก้าวหน้าของวิทยาการต่าง ๆ ซึ่งแนวโน้มของสังคมไทยในอนาคต จะเป็นสังคมที่ใช้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและเป็นสังคมข่าวสารหรือสังคมสารสนเทศ (Information Society) มากขึ้น ระบบการศึกษาเป็นการเตรียมคนสำหรับในอนาคต และจะต้องเตรียมคนให้เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถ รู้จักติดตามข้อมูล ข่าวสาร วิทยาการใหม่ๆ รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและหลากหลาย รู้จักคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และใฝ่เรียนใฝ่รู้ รู้จักเลือกรับวิทยาการต่าง ๆ อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่ดีงาม ทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน รู้จักการช่วยเหลือเกื้อกูลประโยชน์แก่กันโดยไม่เห็นแก่ตัว มีความสามารถ และทักษะในการติดต่อสื่อสารกับบุคคลอื่น ดังนั้นการพัฒนาผู้เรียนให้พร้อมที่จะใช้ชีวิตอยู่ในสังคมในอนาคตได้ ต้องพัฒนาให้เป็นคนมีคุณภาพ เป็นผู้ที่มีความรู้ ทักษะและความสามารถต่าง ๆ รวมทั้งสามารถนำความรู้และทักษะต่าง ๆ นั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจอย่างมีเหตุผล อีกทั้งสามารถทำงานและแก้ปัญหา ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญ ในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนที่มีคุณลักษณะดังกล่าวข้างต้น อีกทั้งวิชาคณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (กรมวิชาการ, 2544: 1) และยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และวิชาคณิตศาสตร์เป็นรากฐานของวิชาต่าง ๆ ดังที่ ยูพิน พิพิธกุล (2539: 1) กล่าวไว้ว่า “วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลาย ๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น” นอกจากนี้สิริพร ทิพย์คง (2545: 15) ก็ได้กล่าวไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาศักยภาพของบุคคล ให้เป็นคนมีเหตุผล คิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีระบบ รู้จักวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย และมีความสามารถในการแก้ปัญหา จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้มีการบรรจุสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรและ

จัดให้มีการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในทุกๆระดับชั้น ตั้งแต่ประถมศึกษาจนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น (กรมวิชาการ, 2544: 2)

แต่ปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยกรมวิชาการในปี พ.ศ. 2543-2545 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 คือ มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 32.37 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545: 8-9) และจากผลการสอบวัดคุณภาพการศึกษาระดับชาติ (NT) ที่วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในปีการศึกษา 2549 โดยสำนักทดสอบทางการศึกษาเป็นผู้ดำเนินการจัดทดสอบ พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 31.15 (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2551) ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยสำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ คือ ร้อยละ 50 ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องหาทางแก้ไขและพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น

การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ อาจเนื่องมาจากหลายสาเหตุ เช่น กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผ่านมายังคงยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูเป็นผู้สอนหรือบอกคำตอบเป็นส่วนใหญ่ โดยไม่ได้ให้โอกาส ส่งเสริมหรือสนับสนุนให้นักเรียนคิด พิจารณาหาข้อมูลอย่างรอบด้านเพื่อหาข้อสรุปของบทเรียน จึงทำให้นักเรียนไม่ได้รับการพัฒนาส่งเสริมด้านการใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้ ซึ่งความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่าง ส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล หรืออาจเป็นเพราะวิชาคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรมสูง ซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิด เป็นการใช้สัญลักษณ์มากกว่าการใช้สื่อและอุปกรณ์ ดังนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็นและแก้ปัญหาเป็น ควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการกิจกรรมหลายๆ รูปแบบ มีการใช้วัสดุช่วยสอนหรือสื่อการสอนเพื่อให้นักเรียนได้สรุปความรู้ด้วยตนเอง ดังที่สัวธนา อุทัยรัตน์ (2549: 37) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาวิธีหนึ่งเพื่อให้นักเรียนเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์ได้นั้น น่าจะพยายามสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชานามธรรมให้ไปสู่วิชาที่เป็นรูปธรรมให้มากที่สุด และในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรม ต้องเลือกเนื้อหาบางเนื้อหาที่สามารถเข้าใจง่ายมาประกอบการอธิบายและอาศัยสื่อการเรียน

การสอน แต่ครูส่วนใหญ่ไม่ต้องการเสียเวลาทำสื่อการสอน หรือหาวิธีสอนใหม่ๆ จึงทำให้นักเรียนไม่เข้าใจในบทเรียนเพราะได้ฝึกคิดและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนน้อย (จากรูวรรณ ทศนโกวิท, 2544: 3) นอกจากนี้การที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการวัดผลสัมฤทธิ์นั้นส่วนหนึ่งวัดประเมินว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่ง Reys and other (1998 อ้างถึงใน สุจิตดา นานข้า, 2549) ได้ให้ข้อสรุปว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายหนึ่งที่สำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ ฉะนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูต้องตระหนักถึงการสร้างความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นแก่นักเรียน ซึ่ง Adams (1967: 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการคงไว้ซึ่งผลทางการเรียนหรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมา หรือมีประสบการณ์มาก่อน หลังจากทิ้งช่วงไประยะเวลาหนึ่ง

ทักษะการแก้ปัญหา ถือเป็นคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ที่สำคัญข้อหนึ่งที่ต้องพัฒนาให้เกิดขึ้นแก่ผู้เรียน ดังที่ Kennedy and Tipps (1994: 135) ได้กล่าวว่า ทักษะกระบวนการที่เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ คือ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ทำให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์เรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้ และตามจุดมุ่งหมายของการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 2 พ.ศ. 2542 ซึ่งมีใจความแสดงถึงความสำคัญของทักษะการแก้ปัญหาในมาตรา 24 ข้อ 2 กล่าวคือ “ให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องมีกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อคนไทยได้ฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และประยุกต์ความรู้ มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา” ซึ่งข้อความดังกล่าว สอดคล้องกับแผนการศึกษาแห่งชาติ วัดดูประสงค์ที่ 2 แนวนโยบายเพื่อการดำเนินการที่ 5 เป้าหมายข้อที่ 1 กล่าวว่า “ให้คนไทยทุกคนมีทักษะและกระบวนการในการคิด การวิเคราะห์ และทักษะการแก้ปัญหา มีความใฝ่รู้และสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม สามารถพัฒนาตนเองได้อย่างต่อเนื่อง เติบโตตามศักยภาพ” ดังนั้นแนวทางการจัดการเรียนการสอนจึงต้องเน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาเป็น

Roxana (2006: 170) ได้เสนอว่า แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่จะทำให้ผู้เรียนได้ฝึกคิด ฝึกแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจดีขึ้น มีความคล่องแคล่ว ชำนาญการคิดคำนวณ และแก้โจทย์ปัญหาได้ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน ซึ่งสอดคล้องกับ Miller (2006) ที่ได้ศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการสอน พบว่าการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานเป็นอีกแนวทางหนึ่งที่ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของผู้เรียน นอกจากนี้ Crissman (2006) ได้กล่าวว่า การสอนโดยการให้ตัวอย่างงานเป็นวิธีการสอนการแก้ปัญหาอีกวิธีหนึ่งซึ่งเหมาะกับปัญหาที่มีโครงสร้างหรือรูปแบบเฉพาะ เช่น ปัญหาในทางพีชคณิตศาสตร์ หรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์

สำหรับตัวอย่างงานนั้น Atkinson and others (2000) ให้ความหมายของตัวอย่างงานว่า ตัวอย่างงานเป็นเครื่องมือที่ผู้เชี่ยวชาญแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ และ Renkl and others (1998 อ้างถึงใน Roxana 2006) ได้ให้ความหมายของตัวอย่างงานไว้ว่า ตัวอย่างงานเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการสอนทักษะการแก้ปัญหาโดยแสดงตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนจนได้คำตอบ นอกจากนี้ Crissman (2006) กล่าวว่า ตัวอย่างงานเป็นสื่อการสอนอีกแบบหนึ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในระดับที่สูงขึ้นไป

สำหรับการสอนโดยใช้ตัวอย่างงาน Sweller and Cooper (1985) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานหลังจากที่ผู้สอนให้ความรู้พื้นฐานแก่ผู้เรียนแล้ว ผู้เรียนจะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาผ่านตัวอย่างงานโดยการศึกษาวิธีการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบจากตัวอย่าง ซึ่งผู้เรียนสามารถซักถามข้อสงสัยจากผู้สอนได้ตลอดเวลา แต่ถ้าผู้เรียนใช้เวลามากเกินไปผู้สอนต้องให้ความช่วยเหลือ นอกจากนี้ Anderson, Fincham and Douglass (1997) กล่าวไว้ว่า การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการให้ตัวอย่างของปัญหาแต่ละประเภทเพื่อให้นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างเพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งนักเรียนต้องสรุปกฎ หรือหลักการในการแก้ปัญหาแต่ละประเภท เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาใหม่ต่อไป

สำหรับในประเทศไทยมีงานวิจัยของจากรุวรรณ ทศนโกวิท (2544: 3) กล่าวถึงเอกสารตัวอย่างงานไว้ว่า เอกสารตัวอย่างงานประกอบด้วย เนื้อหาย่อยแต่ละเนื้อหา ตัวอย่างโจทย์พร้อมคำอธิบายขั้นตอนและเหตุผลในการแก้ปัญหาในรูปแบบเฉพาะใดๆ ตลอดจนมีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกฝน นอกจากนี้อัมพร ม้าคนอง (2546: 83) กล่าวว่า เอกสารตัวอย่างงานเป็นเอกสารที่ประกอบด้วยตัวอย่างงานที่ผู้สอนต้องการให้นักเรียนทำ มักใช้กับงานที่มีขั้นตอนเฉพาะหรือที่มีความแตกต่างจากขั้นตอนทั่วไป และผู้สอนต้องการเน้นให้ผู้เรียนเห็นถึงความแตกต่างเหล่านั้น

การศึกษาตัวอย่างงานมีมาอย่างต่อเนื่องและในปี 2007 Xiaoxia ได้ศึกษาและแบ่งตัวอย่างงานออกเป็น 4 แบบ ดังนี้

1. ตัวอย่างงานแบบมาตรฐาน (Standard worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีขั้นตอนแสดงวิธีทำไว้ให้ศึกษา ซึ่งเหมือนตัวอย่างทั่วไป
2. ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีการแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน และในแต่ละขั้นตอนอาจมีบางขั้นตอนที่จะมีคำถาม หรือมีการเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้ผู้เรียนเขียนคำอธิบายประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจตนเอง

3. ตัวอย่างงานแบบอธิบายวิธีทำ (Worked examples with instructional explanations) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหา มีการแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนอย่างละเอียด และชัดเจน พร้อมกับมีคำอธิบายประกอบไว้ให้อย่างละเอียด

4. ตัวอย่างงานแบบผสมแบ่งส่วน (Worked examples with a combination of instructional explanations and self-explanation prompts) เป็นตัวอย่างงานที่มีการรวมกันระหว่าง ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts) กับตัวอย่างงานแบบสมบูรณ์ (Worked examples with instructional explanations) โดยแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรกจะแสดงตัวอย่างปัญหาที่มีการแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนอย่างละเอียด และชัดเจน พร้อมกับมีคำอธิบายไว้ให้อย่างละเอียด และส่วนหลังจะเป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละขั้นตอนอาจมีบางขั้นตอนที่จะมีคำถาม หรือมีการเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้ผู้เรียนเขียนคำอธิบายประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจตนเอง

นอกจากนี้ Xiaoxia (2007) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้ตัวอย่างงานทั้ง 4 แบบข้างต้นพบว่า ตัวอย่างงานแต่ละแบบมีข้อดีข้อเสียต่างกัน เช่น ตัวอย่างงานแบบมาตรฐาน (Standard worked examples) นักเรียนไม่เห็นการอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาทำให้ไม่ค่อยเข้าใจและมีแรงจูงใจในการทำแบบฝึกหัดน้อย ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts) ทำให้นักเรียนมีภาระงานด้านพุทธิปัญญา (Cognitive load) สูงเกินไปและใช้เวลาในการทำแบบฝึกหัดมาก แต่ก็ทำให้นักเรียนจำในสิ่งที่เรียนได้ดี ส่วนตัวอย่างงานอธิบายวิธีทำ (Worked examples with instructional explanations) ช่วยลดภาระงานด้านพุทธิปัญญา (Cognitive load) และเหมาะกับนักเรียนที่เริ่มเรียนเรื่องนั้นโดยยังไม่มีความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องนั้นมาก่อน เป็นต้น และจากงานวิจัยของ Faulkner and David (1999) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานเปรียบเทียบกับการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งสองแบบส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมีความคงทนในการเรียนวิทยาศาสตร์ดีขึ้น และจากที่จารุวรรณ ทศนโกวิท (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน ดังนั้นผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อัตนศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยนำตัวอย่างงาน 2 ชนิดตามที่ Xiaoxia ได้แบ่งไว้ ได้แก่ ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts) และตัวอย่าง

งานแบบอธิบายวิธีทำ (Worked examples with instructional explanations) มาผสมผสานกัน เป็นตัวอย่างงานอีกลักษณะหนึ่ง แต่ไม่ใช่ตัวอย่างงานแบบผสมแบ่งส่วน (Worked examples with a combination of instructional explanations and self-explanation prompts) ซึ่งต่างกันที่ไม่ได้แบ่งเป็น 2 ส่วนที่ชัดเจนเหมือนตัวอย่างงานแบบผสมแบ่งส่วน แต่ผสมผสานกันตามความเหมาะสมของเนื้อหา

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

จากที่สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดเกณฑ์มาตรฐานการศึกษาเพื่อการตัดสินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้รายปี ซึ่งเกณฑ์ขั้นต่ำของมาตรฐานสถานศึกษากำหนดไว้ว่า มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับร้อยละ 50 (ดังรายละเอียดการประเมินเพื่อสรุปผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์รายปี บทที่ 2 หน้า 48-49) ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นองค์ประกอบหนึ่งทางด้านพุทธิพิสัยและทักษะพิสัยที่กำหนดไว้ในเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ดังรายละเอียดตามสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ในบทที่ 2 หน้า 34-47) และจากงานวิจัยของ Carroll (1994) ได้ศึกษาเปรียบเทียบการใช้ตัวอย่างงานเพื่อพัฒนาการสอนพีชคณิตในห้องเรียน โดยทำการทดลองกับนักเรียนสองกลุ่ม กลุ่มแรกทดลองกับนักเรียนที่เรียนตามปกติโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารตัวอย่างงานเป็นการบ้าน ส่วนกลุ่มที่สองใช้ตัวอย่างงานในการสอนซ่อมเสริม ผลการวิจัยพบว่า การใช้ตัวอย่างงานทำให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และจากงานวิจัยของ Abdel, Juhani and Alan (2005) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการใช้ตัวอย่างงานเปรียบเทียบกับการใช้แบบฝึกหัดการแก้ปัญหาในการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า การใช้ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพในการเรียนมากกว่าการใช้แบบฝึกหัดการ

แก้ปัญหาประกอบการเรียนการสอน นอกจากนี้ ปิยนุช ศรีบุรณ์ (2541) ได้ศึกษาผลของการแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนโดยใช้เอกสารฝึกหัด ผลการวิจัยพบว่า ในภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยสำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งหมด

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากงานวิจัยของ Walters and Borgers (1995) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความคงทนทางการเรียนของนักเรียนพบว่า การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้อธิบายถึงวิธีการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาของตนเอง มีผลให้เกิดความคงทนในการเรียนของนักเรียน และจากงานวิจัยของ จารุวรรณ ทศนโกวิท (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน และเนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนราชินีบน กรุงเทพมหานคร

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้น

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **ตัวอย่างงาน** หมายถึง ตัวอย่างโจทย์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการแสดงขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งคำอธิบายในแต่ละขั้นตอนโดยละเอียด และมีการแทรกคำถามทบทวนความรู้ คำถามตรวจสอบกระบวนการคิดและความเข้าใจของผู้เรียน และคำถามเน้นในสิ่งที่ผู้เรียนมักผิดพลาด เพื่อให้ผู้เรียนเห็นขั้นตอนการทำงาน แล้วนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งผู้วิจัยพัฒนามาจากแนวคิดของตัวอย่างงาน 2 ชนิดของ Xiaoxia (2007) ได้แก่ ตัวอย่างงานแบบอธิบายวิธีทำ (Worked examples with instructional explanations) และ ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts)

2. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนศึกษาการแก้ปัญหาจากตัวอย่างงานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยผู้เรียนและผู้สอนมีการอภิปรายและวิเคราะห์ร่วมกันในระหว่างที่เรียนเกี่ยวกับหลักการหรือวิธีการในการแก้ปัญหา และในระหว่างที่ผู้เรียนศึกษาตัวอย่างงานนั้น ผู้เรียนสามารถซักถามข้อสงสัยกับผู้สอนได้ตลอดเวลา สำหรับการเรียนการสอนแต่ละชั่วโมงผู้สอนจะวางแผนแบ่งช่วงเวลาที่จะมีการเฉลยข้อคำถามที่แทรกอยู่ในตัวอย่างงาน มีการเฉลยปัญหาที่ให้นักเรียนฝึกและมีการสรุปย่อ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องและตรงกัน แต่ถ้าผู้เรียนใช้เวลาในช่วงใดมากเกินไป ผู้สอนต้องให้ความช่วยเหลือ

3. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

4. **ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

โดยพิจารณาจากการแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ โพลยา (Polya, 1957: 5-40) ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการสรุปปัญหา บอกประเด็นสำคัญของปัญหา ระบุได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง โจทย์ถามอะไร และเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้ข้อมูลที่ได้วิเคราะห์ไปแล้วในขั้นที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณาว่า ข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบ

4) ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆ ในการหาคำตอบ

ความสามารถนี้วัดได้จากคะแนนรวมจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

5. **ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้จากการเรียนหรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หลังจากทิ้งช่วงไปประมาณ 2 สัปดาห์ ซึ่งวัดจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 2 ฉบับ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบคู่ขนานกัน โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 จะให้ผู้เรียนทดสอบทันทีหลังจากเรียนจบแล้ว และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 จะให้ผู้เรียนทดสอบหลังจากเวลาผ่านไปอีก 2 สัปดาห์

6. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน กรุงเทพมหานคร

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ตัวอย่างงาน

- 1.1 ความหมายของตัวอย่างงาน
- 1.2 ประเภทของตัวอย่างงาน
- 1.3 ประโยชน์ของการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน
- 1.4 แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน

2. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.3 ประเภทของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี
- 2.5 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.6 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.8 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3. ความคงทนในการเรียน

- 3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน
- 3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน
- 3.3 ความหมายของการจำ
- 3.4 กระบวนการจำและระบบความจำ
- 3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ
- 3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน
- 3.7 การวัดความคงทนในการเรียน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวอย่างงาน
- 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา
- 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
- 4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

1. ตัวอย่างงาน

1.1 ความหมายของตัวอย่างงาน

มีนักการศึกษาต่างประเทศได้กล่าวถึงความหมายของตัวอย่างงานไว้ดังนี้

Atkinson and others (2000: 181) ให้ความหมายของตัวอย่างงานว่า ตัวอย่างงานเป็นเครื่องมือที่ผู้เชี่ยวชาญแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้

Renkl and others (1998 อ้างถึงใน Roxana 2006) ได้ให้ความหมายของตัวอย่างงานไว้ว่า ตัวอย่างงานเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการสอนทักษะการแก้ปัญหาโดยแสดงตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนจนได้คำตอบ

Faulkner and David (1999: 166) ได้ให้ความหมายของตัวอย่างงานว่า ตัวอย่างงานเป็นปัญหาขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาให้ผู้เรียนศึกษาเป็นขั้นๆ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาใหม่ได้

Crissman (2006) กล่าวว่า ตัวอย่างงานเป็นสื่อการสอนอีกแบบหนึ่งที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในระดับที่สูงขึ้นไป

Pass and Van (2006) ได้ให้ความหมายของตัวอย่างงานไว้ว่า ตัวอย่างงานเป็นวิธีการสอนที่มีประสิทธิผลที่นำไปใช้สอนทักษะการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน

สำหรับในประเทศไทยยังไม่มีนักการศึกษาที่ให้ความหมายของตัวอย่างงานโดยตรง แต่มีผู้ให้ความหมายของเอกสารตัวอย่างงานไว้ดังนี้

จากรุวรรณ ทศนโกวิท (2544: 6) ได้ให้ความหมายของเอกสารตัวอย่างงานว่า เอกสารตัวอย่างงาน หมายถึง เอกสารที่ครูจัดทำให้นักเรียน ซึ่งประกอบด้วย การสรุปเนื้อหาย่อแต่ละ

เนื้อหาย่อย ตัวอย่างโจทย์พร้อมคำอธิบายขั้นตอนและเหตุผลในการแก้ปัญหาในรูปแบบเฉพาะ
ใดๆ ตลอดจนมีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกทำในตอนท้าย

อัมพร ม้าคนอง (2546: 83) ได้กล่าวเกี่ยวกับเอกสารตัวอย่างงานว่า เอกสารตัวอย่าง
งานเป็นเอกสารที่ประกอบด้วยตัวอย่างงานที่ผู้สอนต้องการให้นักเรียนทำ มักใช้กับงานที่มี
ขั้นตอนเฉพาะหรือที่มีความแตกต่างจากขั้นตอนทั่วไป และผู้สอนต้องการเน้นให้ผู้เรียนเห็นถึง
ความแตกต่างเหล่านั้น

จากความหมายของตัวอย่างงานที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ตัวอย่างงาน หมายถึง
ตัวอย่างโจทย์หรือปัญหาที่ผู้สอนจัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการสอนการแก้ปัญหาได้ ซึ่ง
มีการแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือมีคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาไว้ให้ศึกษา

1.2 ประเภทของตัวอย่างงาน

การศึกษาตัวอย่างงานมีมาอย่างต่อเนื่องแต่ก็ยังมีนักการศึกษาที่มีการแบ่งประเภทของ
ตัวอย่างงานไว้ไม่มากนัก นักการศึกษาที่ได้จัดแบ่งประเภทของตัวอย่างงานไว้มีดังนี้

Xiaoxia (2007) แบ่งตัวอย่างงานออกเป็น 4 แบบ ดังนี้

1. ตัวอย่างงานแบบมาตรฐาน (Standard worked examples) เป็นตัวอย่าง
งานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีขั้นตอนแสดงวิธีทำไว้ให้ศึกษา ซึ่งเหมือนตัวอย่างทั่วไป
2. ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with
self-explanation prompts) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีการแสดงวิธีทำเป็น
ขั้นตอนอย่างชัดเจน และในแต่ละขั้นตอนอาจมีบางขั้นตอนที่จะมีคำถาม หรือมีการเว้นช่องว่าง
ไว้เพื่อให้ผู้เรียนเขียนคำอธิบายประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจตนเอง
3. ตัวอย่างงานแบบอธิบายวิธีทำ (Worked examples with instructional
explanations) เป็นตัวอย่างงานที่ในแต่ละตัวอย่างปัญหามีการแสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนอย่าง
ละเอียดและชัดเจน พร้อมกับมีคำอธิบายประกอบไว้ให้อย่างละเอียด
4. ตัวอย่างงานแบบผสมแบ่งส่วน (Worked examples with a combination
of instructional explanations and self-explanation prompts) เป็นตัวอย่างงานที่มีการ
รวมกันระหว่าง ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-
explanation prompts) กับตัวอย่างงานแบบสมบูรณ์ (Worked examples with instructional
explanations) โดยแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรกจะแสดงตัวอย่างปัญหามีการแสดงวิธีทำเป็น
ขั้นตอนอย่างละเอียดและชัดเจน พร้อมกับมีคำอธิบายไว้ให้อย่างละเอียด และส่วนหลังจะเป็น

ตัวอย่างงานที่ในแต่ละขั้นตอนอาจมีบางขั้นตอนที่จะมีคำถาม หรือมีการเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้ผู้เรียนเขียนคำอธิบายประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจตนเอง

Van (2008) ได้แบ่งประเภทของตัวอย่างงานไว้ 2 ประเภท คือ

1. ตัวอย่างงานแบบมุ่งผลลัพธ์ (product-oriented worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่แสดงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียว
2. ตัวอย่างงานมุ่งกระบวนการ (process-oriented worked examples) เป็นตัวอย่างงานที่แสดงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของตัวอย่างงานอาจแบ่งได้แตกต่างกัน เช่น ตามลักษณะของตัวอย่างงาน หรือแบ่งตามจุดมุ่งหมายของตัวอย่างงาน

1.3 ประโยชน์ของการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน

Anderson and others (1981 อ้างถึงใน Xiaoxia 2007: 3) พบว่า การสอนโดยใช้ตัวอย่างงานทำให้นักเรียนสนใจศึกษารายละเอียดจากตัวอย่างมากกว่าการเขียนอธิบายของครู

Zhu and Simon (1987: 170) ได้ศึกษาการใช้ตัวอย่างงานและพบว่าการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนมีประโยชน์ดังนี้

1. ถ้ามีการออกแบบและเรียงลำดับขั้นตอนของตัวอย่างงานที่ดี ก็สามารถนำตัวอย่างงานนั้นไปสอนการแก้ปัญหาทางการคำนวณได้โดยไม่ต้องมีผู้สอนก็ได้ เช่น กรณีผู้สอนไม่อยู่ในห้องเรียน ซึ่งอาจเป็นการให้งานผู้เรียนไว้
2. การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนช่วยประหยัดเวลาในการสอน ทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้รวดเร็วกว่าการเรียนการสอนแบบปกติ
3. ผู้เรียนชอบการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานมากกว่าการเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องจดบันทึกตามผู้สอน

Pass and Van (1994: 3) พบว่า การใช้ตัวอย่างงานสามารถเพิ่มประสิทธิภาพของการสอน

Atkinson and others (2000) พบว่า ตัวอย่างงานที่มีการออกแบบเป็นอย่างดีมีประโยชน์มากในการใช้เป็นสื่อการสอนที่จะใช้สอนการแก้ปัญหาที่ยากแก่การอธิบาย แต่จะสอนให้บรรลุวัตถุประสงค์โดยผ่านตัวอย่างงานที่สร้างขึ้น

Clark and Mayer (2003) พบว่า ตัวอย่างงานมีประโยชน์สำหรับผู้สอนเมื่อผู้สอนต้องการสอนเนื้อหาใหม่ๆ ซึ่งถ้าใช้ตัวอย่างงานจะช่วยประหยัดเวลาในการสอนโดยผู้เรียนจะเปรียบเทียบความแตกต่างของปัญหาหรือแบบฝึกหัดจากตัวอย่างงาน และจะทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการเรียนรู้

1.4 แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน

มีนักการศึกษากล่าวเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนไว้ดังนี้

Sweller and Cooper (1985) กล่าวว่า การเรียนการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานหลังจากที่ผู้สอนให้ความรู้พื้นฐานแก่ผู้เรียนแล้ว ผู้เรียนจะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาผ่านตัวอย่างงานโดยการศึกษาวิธีการแก้ปัญหาแต่ละรูปแบบจากตัวอย่าง ซึ่งผู้เรียนสามารถซักถามข้อสงสัยจากผู้สอนได้ตลอดเวลา แต่ถ้าผู้เรียนใช้เวลามากเกินไปผู้สอนต้องให้ความช่วยเหลือ

Anderson, Fincham and Douglass (1997) กล่าวว่า การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการให้ตัวอย่างของปัญหาแต่ละประเภทเพื่อให้นักเรียนศึกษาจากตัวอย่างเพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งนักเรียนต้องสรุปกฎ หรือหลักการในการแก้ปัญหาแต่ละประเภท เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาใหม่ต่อไป

Crissman (2006) ได้กล่าวว่า การสอนโดยการใช้ตัวอย่างงานเป็นวิธีการสอนการแก้ปัญหาอีกวิธีหนึ่งซึ่งเหมาะกับปัญหาที่มีโครงสร้างหรือรูปแบบเฉพาะ เช่น ปัญหาในทางฟิสิกส์ คณิตศาสตร์ หรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์

Roxana (2006) ได้เสนอว่า แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่จะทำให้ผู้เรียนได้ฝึกคิด ฝึกแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจดีขึ้น มีความคล่องแคล่ว ชำนาญการคิดคำนวณ และแก้โจทย์ปัญหาได้ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน

2. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Bruckner (1957: 301) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้

Anderson and Pingry (1973: 288) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้ดีนั้นต้องมีวิธีการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผนและการตัดสินใจประกอบกันไป ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้

Adams (1977: 176) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า หมายถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจลงมือกระทำเพื่อหาคำตอบ โดยที่ปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่ใช้ภาษา เรื่องราวหรือคำพูดก็ได้

Bell (1978:310) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งหากเขาเอาใจใส่ ต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ทันที การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลนั้น

Krulik and Rudnick (1993: 6) กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่ต้องการการคิด สังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อหาทางออก ซึ่งเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้พื้นฐานหรือความรู้เดิม ทักษะและความเข้าใจในการแก้ปัญหา/สถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย กระบวนการดังกล่าวเริ่มต้นด้วยการเผชิญปัญหาและหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์ในสิ่งที่เขาได้เรียนมาและนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

Cruikshank and Sheffield (2000: 38) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาวิธีการแก้ได้ทันทีทันใดหรือไม่ทราบวิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์แต่ไม่ได้หมายความว่า จะเกี่ยวกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

สุพัตรา ผาติวิสันต์ (2535: 13) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหาให้สำเร็จลงได้

พิชากร แปลงประสพโชค (2540: 18) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่เรา ต้องแก้หรือหาทางออกของปัญหา แต่ยังมีสิ่งที่เป็นทางออกหรือ คำตอบของสถานการณ์ไม่ได้ เนื่องจากมีอุปสรรคขัดขวางปัญหาเราอยู่ ผู้แก้ปัญหาคือ บุคคลที่มีปัญหาและรู้เป้าหมายที่ต้อง บรรลุเพื่อแก้ปัญหานั้นๆ แต่ยังไม่มีความรู้หรือวิธีการใดๆ อันจะนำไปสู่เป้าหมายนั้น

ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) กล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียน จะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือเป็นปัญหาเกี่ยวกับ วิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหาคือ

กรมวิชาการ (2544: 9) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นงานที่บุคคลเผชิญ อยู่และต้องการหาคำตอบแต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ประกอบด้วยสิ่งสำคัญ 3 ประการ คือ ความต้องการที่จะค้นหาคำตอบ ตอบคำถามของปัญหานั้นไม่ได้ทันทีทันใด และต้องใช้ความ พยายามอย่างสม่ำเสมอจะแก้ปัญหานั้นได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 16) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้หาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือ คำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหานั้นและเวลา บางสถานการณ์อาจเป็น ปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลอื่นก็ได้

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 15) ให้ความหมายของคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็น สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ทันที การได้มาซึ่ง คำตอบต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ และวิธีการที่เหมาะสมในการตัดสินใจ

ราตรี เกตบุตรดา (2546: 38) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ คือ คำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการ คำตอบเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ ซึ่งเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหานั้นไม่คุ้นเคยมาก่อนไม่สามารถ หาคำตอบได้ทันที ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์และ วิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาคือ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 79) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระกระบวนการ หรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการตัดสินใจ

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือเป็นโจทย์ปัญหา

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 52) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นๆ

จากความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการตอบคำถามหรือหาคำตอบของสถานการณ์นั้นๆ

2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศหลายท่าน ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Bell (1978: 310) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้หาคำตอบพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหา

Branca (1980: 3-8) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 3 นัย ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a goal)
2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process)
3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill)

Polya (1980: 1) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการหรือทางออกในสิ่งที่ยุ่งยาก สิ่งที่เป็นอุปสรรค ซึ่งไม่สามารถที่จะคิดหาคำตอบได้ในทันทีทันใด การแก้ปัญหาคือความสำเร็จของสติปัญญาซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะบุคคล

Kennedy (1984: 81) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ปัญหา

Mayer and Hegarty (1987: 31) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หมายถึง การที่ผู้แก้ปัญหาคิดหรือหาทางออกว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องเข้าใจสถานการณ์ที่กำหนดให้เพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมาย

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 14) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาคือการรวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 18) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ผสมผสานกับข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

ปฐมพร บุญลี (2545: 10) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือกระบวนการ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหาคือต้องอาศัยความรู้ ความจำ ความคิดวิเคราะห์ รวมทั้งประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้แก้ปัญหานั้นเอง

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 54) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการหรือคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหานั้น

จากความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ต้องอาศัยความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์

2.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์แตกต่างกันไป ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

Russell (1961: 256) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏในแบบเรียนและหนังสือเรียนต่างๆ ไป
2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบได้ทั่วไปในชีวิตประจำวัน

LeBlance (1977: 17-25) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียน
2. ปัญหาที่พบในหนังสือทั่วไปที่ไม่ใช่แบบเรียน

Krulik and Reys (1980: 24) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่หาส่วนที่ขาดหายไป
5. ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์

Charles (1985: 6-10) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ได้ 6 ประเภท โดยพิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้ความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็น

ปัญหาย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนา ยุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ในมิต และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวมและการแทนข้อมูล การตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการในมิติ ข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้เห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดา สุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ บางครั้งต้องใช้วิธีที่ไม่ธรรมดา หรือต้องใช้ความรู้ที่ลึกซึ้ง ปัญหาประเภทนี้จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ และมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

Polya (1985: 123-128) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาในการค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์ พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา

Charles and others (1987: 11-13) กล่าวถึงประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ครูควรสอนให้กับนักเรียน ได้แก่

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาที่ให้ผู้แก้ปัญหาต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้แก้ปัญหาขั้นตอนเดียว คือ การเลือกวิธีดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน ปัญหาประเภทนี้ต่างจากปัญหาขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน คือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ โดยการเลือกดำเนินการได้ทันที แต่ต้องใช้กระบวนการต่างๆช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายแบบ

4. ปัญหาการประยุกต์ บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่างๆทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่โจทย์กำหนดและไม่ได้กำหนดให้ การจัดการกระทำกับข้อมูล เป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Mayer and Hegarty (1987: 32) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหารู้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง รู้ว่าต้องใช้วิธีการใดจึงจะเหมาะสม

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่ทราบในทันทีทันใดว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร

Hatfield, Noney and Bitter (1993: 37) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา แบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาปลายเปิด (Open – Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่า กระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้ผู้เรียนใช้ในการหาคำตอบ

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่เป็นลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ไขปัญหา ผู้เรียนไม่รู้สึกรอคอยหวังในการหาคำตอบ

Kutz (1991: 93) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. การแก้ปัญหารวมดาหรือโจทย์ปัญหา (Routine or word problem solving) เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา

2. การแก้ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine or word problem solving) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอดและหลักการต่างๆที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่ท้าทายและให้ความสนุกสนาน

Baroody (1993: 2-34 – 2-36) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากเป้าหมายในการหาคำตอบของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) หรือปัญหาอย่างง่าย หรือปัญหาขั้นเดียว (Simple (one step) Translation Problem) เป็นปัญหาที่ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว และสามารถแก้ปัญหานั้นโดยตรง

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) แบ่งออกเป็น 7 ลักษณะ ดังนี้

2.1 ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายขั้น (Complex (Multistep) Translation Problem) เป็นปัญหาที่ต้องประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 2 การดำเนินการขึ้นไปในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาที่ต้องปรับใช้สิ่งอื่นของปัญหา (Other Modification of Translation Problem) เป็นการรวบรวมปัญหาหลายขั้นและขั้นเดียวแล้วเปลี่ยนเป็นวิธีการอื่น ๆ เพื่อต้องการความคิดวิเคราะห์ได้แก่ ปัญหาที่ต้องการหาค่าประกอบที่ผิด หรือสิ่งที่ผิดของโจทย์ ปัญหาที่ต้องการประยุกต์คำตอบ ปัญหาที่ให้ข้อมูลมากๆ หรือข้อมูลน้อยๆ หรือข้อมูลที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาที่สามารถแก้ปัญหามากกว่า 1 วิธี ปัญหาที่ต้องการคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ปัญหาที่ต้องใช้ความอดทนในการแก้ปัญหา

2.3 ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆในการแก้ปัญหา

2.4 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่มีเทคนิค และต้องการความลึกซึ้ง เป็นปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาประเภทนี้จะทำให้เกิดความสนุกสนานและท้าทาย

2.5 ปัญหาเฉพาะที่ไม่ระบุเป้าหมาย (Nongoal – Specific Problem) ปัญหาประเภทนี้ มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขคำตอบ

2.6 ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) ขยายจากสถานการณ์ในชีวิตจริง

2.7 ปัญหายุทธวิธี (Strategy Problem) กำหนดจุดมุ่งหมายที่จะต้องแก้ ผู้เรียนบางคนอาจจะมุ่งไปที่คำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ แต่ปัญหาประเภทนี้จะช่วยระบุหรือเน้น ยุทธวิธีที่จะช่วยทำให้เข้าใจปัญหา และกระบวนการในการแก้ปัญหา

Reys and others (2004: 16) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากผู้ แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหารoutineหรือปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเรื่องราวที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว

2. ปัญหาไม่routineหรือปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ประมวลความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์หลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2536:432-433) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาเกี่ยวกับสาระ ได้แก่ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือทั่วไปเป็นปัญหาที่ นำความรู้เกี่ยวกับวิธีคำนวณที่เรียนมาแล้วมาใช้หาคำตอบของสภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันปัญหาชนิดนี้มุ่งขยายประสบการณ์ด้านการคิดคำนวณมากกว่าการเรียนรู้ด้านการ แก้ไขปัญหาอย่างแท้จริง

2. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นปัญหาที่มุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบ มากกว่าตัวคำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณ หาร มาใช้แต่ ใช้กระบวนการคิดอื่นๆ ปัญหาชนิดนี้พัฒนาความสามารถในการแก้ไขปัญหได้ดีและยังส่งเสริม วิธีการคิดอย่างสร้างสรรค์และสร้างความรู้สึกล้าทำทายอีกด้วย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 53) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้การให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาก็ต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

อเนก จันทจรูญ (2545: 8) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน สามารถใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา และผู้แก้ปัญหาคู่เคยกับโครงสร้างของปัญหาได้แก่ ปัญหาในหนังสือเรียน

2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นกับปัญหาที่จะแก้ ผู้แก้จะต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง พร้อมทั้งการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาช่วยแก้ปัญหานั้นๆ

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่างๆในการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะพบว่าประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งได้หลายประเภท ขึ้นกับเกณฑ์ในการจำแนกตามแนวคิดของนักการศึกษาแต่ละท่าน เช่น แบ่งประเภทของปัญหา

ตามรูปแบบของปัญหา แบ่งตามที่มาของปัญหา แบ่งตามเป้าหมายของการฝึกหรือจุดประสงค์ของปัญหา แบ่งตามความซับซ้อนของปัญหา หรือแบ่งตามหลักการแก้ปัญหา เป็นต้น

2.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

Clyde (1967: 108) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นต้น

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาไม่ประสพการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วไป

Nelson and Kirkpartrik (1975 อ้างถึงใน กษมา วุฒิสารวิวัฒนา, 2549: 33-34) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาที่ดีสำหรับนักเรียน ดังนี้

1. ปัญหานั้นควรเป็นข้อพิสูจน์ที่แสดงถึงความเป็นจริงหรือความถูกต้อง
2. สถานการณ์ของปัญหาควรนำมาซึ่งสิ่งที่เป็นจริงหรือประยุกต์มาจากสิ่งที่เป็นจริง
3. ควรเป็นปัญหาที่นักเรียนสนใจ
4. ควรให้นักเรียนสามารถนำปัญหามาเปลี่ยนแปลงให้อยู่ในรูปธรรมได้
5. ควรมีวิธีการที่แตกต่างกันในทางแก้ปัญหา
6. ลักษณะของปัญหาควรมีความเป็นไปได้
7. ควรสร้างปัญหาให้นักเรียนมีความเชื่อว่าเขาสามารถแก้ปัญหาได้และรู้ว่าเมื่อใดควรได้คำตอบ

Krulik and Reys (1980: 280) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

Thiessen and others (1989: 38) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นปัญหาที่ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ น่าสนใจ ให้ความบันเทิงและเป็นปัญหาที่หลากหลาย เช่น ปัญหาปริศนาหรือเกมส์ต่างๆ

Krulik and Rudnick (1993: 10-20) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจ ทำทหายความสามารถของนักเรียน และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวผู้เรียน
2. ต้องใช้ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการสังเกต
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์กัน
4. เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการทางคณิตศาสตร์และการสรุปนัยทั่วไปทางคณิตศาสตร์
6. มีวิธีการหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี และมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

Cruikshank and Sheffiend (2000: 38) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สรุปได้ว่า ควรเป็นปัญหาที่ทำให้ผู้แก้ปัญหาที่มีความสนใจและพยายามที่จะหาคำตอบ ปัญหาที่ดีไม่รวมถึงโจทย์ที่เป็นเรื่องราวของหนังสือแบบเรียนเท่านั้น เพราะนักเรียนมีความคุ้นเคยแก้ปัญหาได้และไม่เกิดความสนใจ

ประเสริฐ แสงสุมาตย์ (2533: 11) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้ดังนี้

1. เป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหาและชีวิตประจำวัน
2. เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาในลักษณะที่เข้าใจง่าย
3. เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานของผู้เรียน
4. เป็นปัญหาที่มีความยากง่ายพอเหมาะกับผู้เรียน
5. เป็นปัญหาที่ให้โอกาสแก่ผู้แก้ปัญหาใช้ทักษะเบื้องต้นในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาร์เย็นผล (2538: 90) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าสิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหา ที่จะนำมาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ และกล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ทำทหายความสามารถของผู้เรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ทำทหาย แต่ถ้ายากเกินไป ผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ
2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่ผู้เรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาขึ้นมา
ก่อน

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดหาทาง
เลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีต้องไม่ทำให้ผู้เรียนต้องมีปัญหาเกี่ยวกับ
ภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

กรมวิชาการ (2544:18) ได้อธิบายถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีว่าควรมี
ลักษณะที่ดีดังนี้

1. ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียนช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิดทำหาคำ
ความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นไม่ยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
8. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย เป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถวาดภาพฉายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยใน
การแก้ปัญหา

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 18) สรุปลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจมี
ลักษณะดังนี้

1. ปัญหาควรเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและน่าสนใจสำหรับนักเรียน
2. ปัญหาควรใช้ภาษาที่ง่ายต่อความเข้าใจ
3. ปัญหาที่เหมาะสมกับพื้นฐานของนักเรียน
4. ปัญหาที่ทำให้นักเรียนสามารถแสดงวิธีการที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 79) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า
ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้
3. ข้อมูลมีความทันสมัยและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ทำทลายความสามารถของผู้เรียน
2. ใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายเหมาะสมกับวัยและความรู้พื้นฐานของผู้เรียน
3. มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย นำไปสู่การอภิปรายและการมีปฏิสัมพันธ์กัน

2.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น ผู้แก้ปัญหาต้องใช้กระบวนการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1957: 5-40) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นตอนการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจคำ ประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหад้วยวิธีใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ/กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้ เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบจากวิธีการทางคณิตศาสตร์
4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

Helton (1958: 203) กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ไขปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการอะไร และต้องการให้หาตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวหรือมากกว่านั้น

2. กำหนดสัญลักษณ์แทนตัวที่ไม่ทราบค่า
3. หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับโจทย์
4. เขียนสมการ
5. แก้สมการ
6. สรุปคำตอบและให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย บอกคุณภาพ
7. ตรวจสอบคำตอบ

Atkinson (1961 อ้างถึงใน วงษ์สันติ แสงดอกไม้, 2540: 124) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาซึ่งมีทั้งหมด 9 ขั้นตอน สามารถสรุปได้ดังนี้

1. กำหนดปัญหา
2. พิจารณาและตรวจสอบการทดลองเดิมที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
3. ค้นคว้าความคิดใหม่ ๆ หรือหาข้อเท็จจริงมาสนับสนุนการแก้ปัญหา
4. ศึกษาและประเมินผลการค้นคว้า
5. ตัดสินเลือกวิธีที่ดีที่สุดมาใช้
6. ขันทดลอง
7. ขันสรุปผล
8. สรุปผลและนำไปใช้กับสถานการณ์ที่คุ้นเคย
9. นำข้อสรุปไปใช้ในสถานการณ์หรือปัญหาใหม่

Mark (1965: 401 – 402) กล่าวถึงกระบวนการในการสอนแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ค้นหาว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไร และโจทย์ถามอะไร
2. ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มาเพื่อจะนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการให้

หา

3. วิเคราะห์ข้อมูลและหาความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์
4. ตรวจสอบความถูกต้อง

Guildford (1971: 130) ได้กำหนดลำดับการแก้ปัญหาว่าควรประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียมการ คือ การกำหนดปัญหาหรือค้นหาปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์
คืออะไร

2. **ขั้นวิเคราะห์ปัญหา** คือ การพิจารณาว่ามีสิ่งใดที่เป็นสาเหตุสำคัญของปัญหา หรือสิ่งใดไม่ใช่สาเหตุของปัญหา
3. **ขั้นเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา** คือ การหาวิธีการแก้ปัญหา คือ การหาวิธีการแก้ปัญหาซึ่งตรงกับสาเหตุของปัญหาและแสดงออกมาในรูปแบบของวิธีการแก้ปัญหาและได้ผลลัพธ์ในขั้นสุดท้าย
4. **ขั้นตรวจสอบผล** คือ การเสนอเกณฑ์เพื่อตรวจสอบผลลัพธ์ที่มาจากการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ก็ต้องเสนอวิธีการแก้ปัญหาใหม่จนกว่าจะได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง
5. **ขั้นประยุกต์** คือ การนำวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องไปใช้ในโอกาสอื่นเมื่อพบกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหาคคล้ายกับปัญหาเดิม

Krulik (1977: 650 - 651) ได้สรุปกระบวนการในการสอนแก้ปัญหาให้ได้ผลดีควรเป็นไปตามขั้นตอนดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเขียนรูปหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอก และข้อมูลที่โจทย์ควรทราบด้วยการคิดย้อนกลับว่าเราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลาย ๆ ข้อ เพื่อหาทางทดสอบสมมติฐานนั้นๆ
3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน
4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสิ่งที่ค้นพบนั้น เป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงไร

Leblance (1977: 17 – 25) ได้เสนอกระบวนการในการสอนแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหาครูควรถามคำถามเพื่อให้นักเรียนหาว่าอะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบว่าปัญหาถามอะไร
2. ครูนำอภิปรายในการแก้ปัญหา ครูเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่ง
3. ลงมือแก้ปัญหา กลวิธีที่คิดไว้ในขั้นที่ 2 จะถูกนำออกมาใช้ บางครั้งแผนที่วางไว้ในข้อ 2 อาจจะไปสู่คำตอบได้ ถ้าไม่เป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นตอนที่ 2 อีก

4. ทบทวนปัญหาและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญมากที่สุด โดยแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ ย้อนกลับ และลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ปัญหาเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

Krulik and Rey (1980: 280-281) เสนอกระบวนการในการปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และโจทย์ถามหาอะไร
2. วางแผนแก้ปัญหา เป็นข้อที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่

Bell (1981: 308 – 323) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. เสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาอีกครั้งในรูปแบบที่แสดงการแก้ปัญหา
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่เป็นไปได้

Charles (1985: 50) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. การเลือกและเก็บข้อมูลที่ต้องการใช้แก้ปัญหา
3. การเลือกวิธีการหาคำตอบ
4. การตอบปัญหา
5. การประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ

Gick (1986: 101) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การสร้างตัวแทนของปัญหา โดยใช้การสร้างสัญลักษณ์ วาดรูป ทำตาราง หรือแผนผัง เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น
2. การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อนำไปสู่คำตอบ รวมไปถึงการวางแผน และจัดลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผน และขั้นตอนที่กำหนดไว้ การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ว่ามุ่งไปสู่คำตอบ หรือเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่อาจ ทบทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นใหม่ ว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการ แก้ไขปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

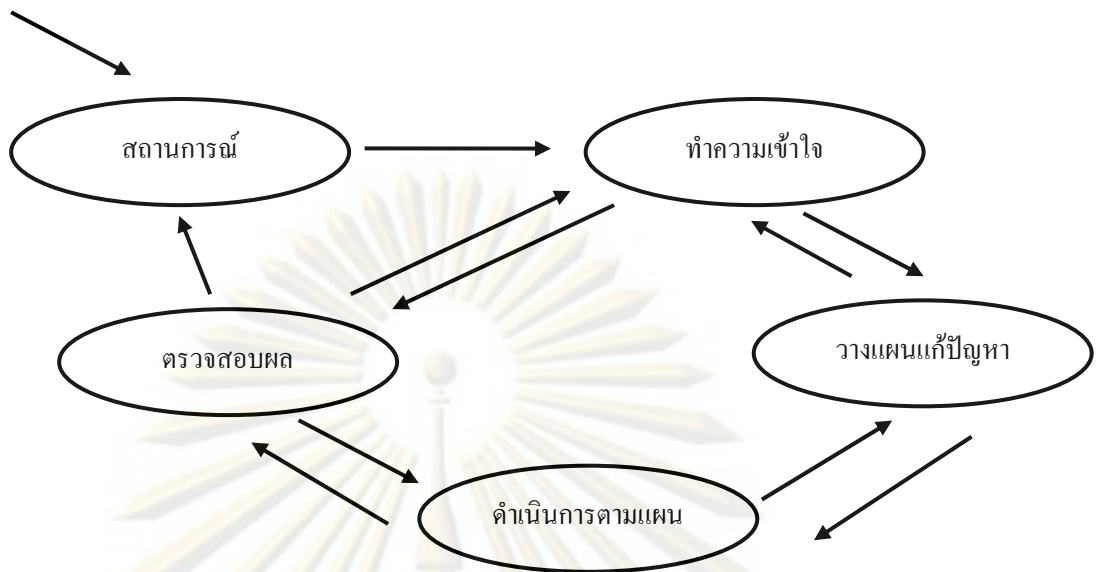
Talton (1988: 40) ได้ศึกษาและรวบรวมกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. อ่านโจทย์
2. กำหนดว่าโจทย์ถามหาอะไร
3. กำหนดว่าโจทย์กำหนดอะไร
4. เลือกวิธีการแก้ปัญหา
5. ลงมือแก้ปัญหา

Krulik and Rudnick (1993: 5 – 6) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นตอนอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบข้อเท็จจริงและการประเมินผล การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา
2. ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นการวางแผนเพื่อหาคำตอบโดยการ จัดลำดับข้อมูลข่าวสาร พิจารณาถึงความเพียงพอของข้อมูล จัดข้อมูลในรูปตาราง การสร้างข้อสรุป สร้างรูปแบบ
3. ขั้นคัดเลือกยุทธวิธี เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่าเป็นความยากกว่าทุกขั้นตอน โดยการการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา
4. ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ เพื่อหาคำตอบ เช่น ใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณ
5. ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล โดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ได้ตอบคำถามของโจทย์ครบถ้วนหรือไม่และคำตอบที่ได้อธิบายเหตุผลอย่างเพียงพอหรือไม่

Wilson and others (1993: 60 – 62) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาอาจ ไม่ได้เป็นแนวตรงเสมอไป เขาจึงเสนอรูปแบบที่การแก้ไขปัญหาคือเป็นพลวัต (Dynamic) โดยปรับปรุงจากขั้นตอนของโพลยา แสดงดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 แสดงการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ

(Wilson et al., 1993: 60 – 62)

Troutman and Lichtenberg (1995: 4 -7) ได้เสนอ กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดพื้นฐานจากระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ โพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาคงต้องมีความรู้ในสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สิ่งสำคัญในขั้นนี้ คือ การตั้งคำถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง
2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยหนึ่งแผน การกำหนดแผนหลาย ๆ แผนทำให้สามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนของตน ซึ่งแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งแปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ในกลุ่ม หากทุกคนในกลุ่มใช้วิธีการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มจะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันอีกในการแก้ปัญหาย่างรอบคอบ ซึ่งจะทำให้ทำงานเสร็จลุล่วงอย่างรวดเร็วและสมบูรณ์

4. ประเมินผลและคำตอบ ซึ่งดำเนินการโดย

4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือสมเหตุสมผลหรือไม่

4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา

หรือไม่

4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้แผนการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่

ได้

4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบเพื่อนคนอื่น ๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายได้ การขยายปัญหาจะช่วยเสริมสร้างทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งทำได้โดย

5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายปัญหาเดิม

5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ผู้แก้ปัญหาค้นหารูปแบบทั่วไป กฎหรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา เพื่อสามารถรู้พื้นหรือทบทวนความพยายามของผู้แก้ปัญหา ซึ่งจะเป็ประโยชน์ต่อผู้แก้ปัญหาต่อไป สิ่งทีควรจดจำบันทึก ได้แก่

6.1 แหล่งของปัญหา

6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด

6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ

6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้ได้

6.5 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

Sternberg (1999: 351 – 354) ได้กล่าวถึงขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุปัญหา (Problem Identification) เพื่อกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ควรระบุสาเหตุของปัญหาที่แท้จริงก่อน

2. การจำกัดความของปัญหา (Definition of Problem) เมื่อสามารถระบุปัญหาที่แท้จริงได้แล้ว จำเป็นต้องให้คำจำกัดความของปัญหา เพราะหากไม่มีการให้คำจำกัดความ หรือคำจำกัดความของปัญหานั้นคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง โอกาสในการแก้ปัญหาได้สำเร็จจะลดน้อยลง

3. การสร้างกลยุทธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Constructing Strategy for Problem Solving) เป็นขั้นตอนการวางแผนกลยุทธ์ต่าง ๆ และวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหาที่ซับซ้อนให้เห็นเป็นขั้นตอน หรือสังเคราะห์องค์ประกอบหลายชนิดที่มีความสัมพันธ์กันแล้วนำมาเชื่อมโยงกันเพื่อใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา

4. การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Organizing Information about a Problem) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จ หรือการสร้างภาพในใจ ที่ช่วยในการกำหนดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. การจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Allocation of Resources) คนส่วนใหญ่จะเผชิญหน้ากับปัญหาแต่ละปัญหาต้องใช้ทรัพยากรในปริมาณที่ต่างกัน เช่น ปัญหาบางตัวต้องอาศัยระยะเวลาในการแก้ปัญหา และต้องการเครื่องมือหลายชนิด ในขณะที่บางปัญหาอาศัยทรัพยากรเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ประสิทธิภาพของการจัดสรรทรัพยากรในการแก้ปัญหาจึงขึ้นอยู่กับความรู้ความชำนาญของแต่ละบุคคลด้วย

6. การตรวจสอบการแก้ปัญหา (Monitoring Problem Solving) การแก้ไขปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้รู้แน่ชัดว่าขั้นตอนต่าง ๆ ดำเนินไปอย่างถูกต้องและนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ เพราะหากพบว่ามีข้อบกพร่องเกิดขึ้นแล้ว การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาก็จะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที่

7. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluation Problem Solving) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาสิ้นสุดลง ซึ่งเป็นการประเมินความสำเร็จและทบทวนการทำงานในขั้นตอนต่าง ๆ บางครั้งการประเมินผลการแก้ปัญหานี้จะทำให้สามารถรู้ถึงกลยุทธ์ใหม่ที่จะนำไปปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ยุพิน พิพิธกุล (2530:136) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้



แผนภาพที่ 2 กระบวนการการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของยุพิน พิพิธกุล (2530:136)

รสกุล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 22) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจ โดยอาศัยทักษะการเปลี่ยนแปลงความหมาย การวิเคราะห์ ข้อมูล ว่าปัญหาถามอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ทั้งที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้และข้อมูลที่เป็นผลตามมาจากสิ่งที่กำหนดให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์หลักการ ความคิดรวบยอด มาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอออกมาในรูปแบบวิธีการ

3. ขั้นคำนวณคำตอบที่ถูกต้อง ตามแผนที่วางไว้ ต้องรู้จักวิธีคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนวิธีการตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาต้องกลับไปวางแผนแก้ปัญหาใหม่

สมศักดิ์ โสภณพิณีจ (2547:17) ได้สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจในปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุ และหาหนทาง ที่จะแก้ไข

3. วางแผนการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หายุทธวิธีในการแก้ไขปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินตามแผนที่วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผล ที่ได้ดำเนินการแก้ไขปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด จำนวนถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นที่ต้องระบุได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ถามอะไร และเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ต้องใช้ข้อมูลที่ได้วิเคราะห์ไปแล้วในขั้นที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ และวางแผนในการแก้ปัญหาโดยสร้างสมการหรือสัญลักษณ์ทางพีชคณิต หรือรูปภาพ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

3) ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นตอนดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบ

4) ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆ ในการหาคำตอบ

2.6 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นผู้รู้เรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ชำนาญเพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อไป มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

Greenes (1972 อ้างในยุพิน พิพิธกุล, 2530:134) ได้กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดา เป็นการเสี่ยงคาดคะเน เพื่อจะได้หาสิ่งที่ต้องการอ้างอิงต่อไป
2. การทำให้เป็นอย่างง่าย เป็นการทำให้โจทย์ให้เป็นกรณีง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป
3. การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น การโยนลูกเต๋า การสร้างรูป การวัด คำนวณ การสังเกตว่าผลการเปลี่ยนแปลงอย่างไร หรือการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล
4. การสร้างแผนภาพ เช่น สอนเรื่องสมการโดยการเขียนภาพประกอบ ซึ่งช่วยให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัด มองเห็นแนวทางในการคิด
5. การทำตาราง เป็นการช่วยให้มองเห็นข้อที่เหมือนกัน หรือต่างกัน อันจะนำไปสู่การนำสรุป และการแก้ปัญหาได้
6. การเขียนกราฟ ซึ่งช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล เห็นแนวทางถึงสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

Matlin (1983: 225 – 229) ได้เสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 วิธี คือ

1. การใช้สัญลักษณ์ (Symbol) ถือเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากในการสร้างตัวแทนที่เป็นนามธรรมที่ไม่ซับซ้อนมากนัก
 2. การเขียนรายการ (List) สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถแปลงข้อมูลให้เป็นสัญลักษณ์ได้ก็สามารถใช้การเขียนรายการแทนโดยเขียนเฉพาะข้อมูลสำคัญของปัญหา ซึ่งทำให้สามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น
 3. การใช้ตารางสัมพันธ์ (Matrices) เป็นตารางที่ชี้ให้เห็นถึงการเชื่อมโยงของข้อมูลของปัญหา ใช้ได้ดีกับปัญหาที่มีความซับซ้อน
 4. การใช้กราฟ (Graphs) มีประโยชน์สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์หรือการเขียนรายการ หรือการใช้ตารางสัมพันธ์ในการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยที่การใช้กราฟยังสามารถแสดงการเคลื่อนไหวของสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วย
 5. การเขียนภาพ (Figure) เป็นการเขียนภาพประกอบ เพื่อสร้างความเข้าใจในปัญหา การเขียนภาพอาจเขียนจากการใช้จินตนาการ (Visual Imagery) ซึ่งมีประโยชน์ในการใช้เก็บข้อมูลที่ไม่มีกฎเกณฑ์ และช่วยจัดรูปแบบเก่า ๆ ในการหาสิ่งที่เป็นตัวแทนของปัญหานอกจากนี้อาจเขียนภาพเป็นแผนภูมิหรือโครงร่างแทนความเข้าใจ
- ซึ่งในการสร้างตัวแทนของปัญหานั้นไม่อาจกล่าวได้ว่าวิธีใดเป็นวิธีที่ดีที่สุดเพราะบางวิธีไม่สามารถใช้กับบางปัญหาและบางปัญหาอาจต้องใช้หลายวิธีร่วมกัน

Kennedy (1984: 82) , Hatfield, Edwards and Bitter (1993: 50 – 60) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ยุทธวิธีหาแบบรูป (Look for a Pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณาแบบรูปของส่วนแรกใน ลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อนแล้วจึงค้นหาไปอีก
2. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้เป็นปัญหาย่อย ๆ (Identify a Sub Goal) ในการวางแผนแก้ปัญหบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมาก ๆ หรือที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อย ๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้
3. ยุทธวิธีคิดย้อนหลัง (Work Backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ
4. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a Diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญห นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหได้ ยุทธวิธีนี้มีคุณค่าและประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นวิธีการอันชาญฉลาดในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

5. การวาดภาพ กราฟและตาราง (Drawing Pictures, Graphs, and Table)

ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที ในการแก้ปัญหาจะใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อ (1) แจกแจงกรณีที่เป็นไปไม่ได้ทั้งหมด (2) แจกแจงกรณีบางกรณีที่เป็นและเพียงพอ (3) หาความสัมพันธ์ของข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และ (4) หานัยทั่วไปของความสัมพันธ์

6. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและ

ใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจสอบคำตอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป

7. ตรวจสอบว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่

ให้มาไม่เพียงพอมีบางส่วนขาดหายไป

8. การตัดข้อมูลที่ไม่วางออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบาง

ปัญหามีทั้งข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้เรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

9. พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations)

สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

10. เขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้

เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอน ที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

11. ยุทธวิธีพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ (Simplifying

the Problem) เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อนโดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อนหรือแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วน ๆ เพื่อลดระดับความซับซ้อนลงและแก้ปัญหาจากกรณีที่ย่าง ๆ นั้นก่อนแล้วนำความคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้

12. ยุทธวิธีแจงกรณีเป็นไปไม่ได้ (Account for all possibilities) ยุทธวิธีนี้ผู้เรียนจะ

ใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ ผู้เรียนอาจจะแจงความเป็นไปได้ทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการหรือสร้างตารางเหมาะสำหรับปัญหาที่มีจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก

13. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your point of view) ปัญหาบางปัญหา

ต้องการเปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหยุดความคิดนั้น ดังนั้น ต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

Cruikshank and Sheffield (2000: 41 – 44) เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
สรุปได้ดังนี้

1. การเดาหรือตรวจสอบ (Guess and Check)
2. การหาแบบรูป (Look for a Pattern)
3. เขียนรายละเอียดของโจทย์ (Make a Systematic List)
4. สร้างและวาดรูปหรือแบบจำลอง (Make and Use a Drawing or Model)
5. กำจัดสิ่งที่เป็นไปไม่ได้ (Eliminate Possibilities)

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 21 – 71) ได้กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. กลยุทธ์เดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา
กำหนดแล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดา
ใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผล จากการคาดเดาครั้งแรก

2. กลยุทธ์การวาดภาพ เป็นการแสดงสถานการณ์ ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
ออกมาเป็นภาพเพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้นทำให้มองเห็นความสัมพันธ์
ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถกำหนดแนวในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น

3. กลยุทธ์สร้างตาราง เป็นการแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสถานการณ์ที่
ปัญหากำหนดโดยนำมาเขียนในรูปตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของ
ข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4. กลยุทธ์ใช้ตัวแปร แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้อง
กับจำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วศึกษาหา
คำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5. กลยุทธ์ค้นหาแบบ เป็นการศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ แล้ววิเคราะห์ค้นหา
ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบ และสรุปเป็นรูปแบบหรือกฎเกณฑ์ของ
ข้อมูลเหล่านั้น ทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

6. กลยุทธ์แบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณีทำให้แต่ละ
กรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาหาคำตอบของทุก
กรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

7. กลยุทธ์การใช้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้
เกิดผล ซึ่งต้องผสมผสานกับความรู้ และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่
ต้องการ

8. กลยุทธ์สร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม แต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งเป็นปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม

9. กลยุทธ์สร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการสื่อที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ของปัญหา และรวมไปถึงการใช้สื่อในการแก้ปัญหา

10. กลยุทธ์ทำย้อนกลับ ปัญหาบางชนิดสามารถแก้ไขง่ายกว่าถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลยุทธ์มองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่กำหนด

สมศักดิ์ ไสภณพินิจ (2547: 18 – 20) ได้รวบรวมยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มองภาพรวม ๆ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวม ๆ เป็นการทบทวนภาพทั้งหมด ทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจทำได้โดยการอ่านหลาย ๆ รอบเพื่อที่จะได้ไม่หลงทาง มองภาพให้มุมกว้างจนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่คิดไม่ออกอาจจะเปลี่ยนมุมมองเสียใหม่

2. กำหนดหนทางไว้เลือกหลาย ๆ ทาง การหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดไว้หลาย ๆ ทาง เพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่า ทางเลือกใดที่ดีและเป็นไปได้มากที่สุด การพิจารณาเพื่อตัดสินใจเลือกนั้นต้องกระทำอย่างรอบคอบ

3. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไป เหลือไว้แต่ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยเฉพาะขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่ พิจารณาทางเลือกที่เป็นไปได้โดยตัดหนทางที่เป็นไปไม่ได้หรือประโยคที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไปเสียก่อน โดยใช้หลักตรรกศาสตร์แล้วค่อยพิจารณาตัดสินใจจากข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบกัน

4. เลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะสม โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีที่สมควรนำมาใช้จึงจะได้ผล และควรจะใช้การคำนวณ บวก ลบ คูณ หาร หาค่าราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างใดมาช่วยในการคำนวณ

5. ใช้การเดาแล้วทดสอบ โดยใช้เหตุผลในการพิจารณาคำตอบควรจะเป็นเช่นใด การเดาจะต้องเดาอย่างมีหลักเกณฑ์ สมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่าง

ช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อม มาประกอบการพิจารณา

6. การสร้างรูปแบบที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลาย ๆ มิติ รูปแบบที่สร้างขึ้น จำลองขึ้นอาจจะเป็นคน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้าง เครือข่าย เพื่อให้เกิด ต้นแบบและสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้

7. หาแบบรูปที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหา เรื่องราวบางเรื่องราว อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลข เป็นรูป เรขาคณิต เป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่ลำดับ หรือเป็นฤดูกาล เป็นต้น การหาแบบรูปได้จะทำให้สามารถไขปัญหาได้

8. จัดระบบข้อมูลใหม่ หมายถึง การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นให้มี รูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นรายการ ทำเป็นตาราง ทำเป็นข้อสังเกต รวมข้อมูลเรื่องราว เดียวกันไว้ ตัดข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยออกไป รวมทั้งให้บันทึกข้อมูลที่สูญหายไปซึ่งอาจจะเป็นเบาะแสให้ แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่าง ชัดเจน หากข้อมูลที่มีอยู่มีลักษณะที่เป็นการบรรยายความ เป็นตารางตัวเลขสามารถทำให้ ชัดเจนขึ้นได้โดยการสร้างภาพประกอบ โดยการเขียนกราฟประกอบคำอธิบาย เขียนรูปเรขาคณิต สเกตซ์ภาพลายเส้น เขียนเป็นไดอะแกรม จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10. แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิม แต่อยู่ในรูปลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า มีตัวเลขที่ซับซ้อนน้อยกว่าแต่เป็นโจทย์ ปัญหาลักษณะเดียวกัน เมื่อสามารถแก้ปัญหาที่เล็กกว่าได้จะมองเห็นแนวทางในการแก้ไขปัญหา ที่เล็กกว่าได้จะมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาย่อยที่ยากซับซ้อนมากขึ้นได้ ในทางพิสูจน์ทาง คณิตศาสตร์ เราใช้ Mathematical reduction อ้างอิงจากเรื่องย่อย ๆ มาสรุปเป็นเรื่องที่ใหญ่กว่า ได้

11. ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาโดยใช้สามัญสำนึก ใช้ หลักการและเหตุผล บ่อยครั้งที่พบว่า การแก้ปัญหาในบางครั้งผู้ที่พยายามแก้ปัญหา อาจจะมอง ลึกซึ่งจนเกินไปและลืมนึกถึงความเป็นจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึกทำให้หาหนทาง แก้ไขที่เหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยงจากเหตุ ไปสู่ผลการใช้วิธีแบบอนุमानและอุปมาน เป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12. คิดย้อนกลับ การแก้ไขปัญหาโดยเริ่มพิจารณาเหตุในบางครั้งไม่สามารถ กระทำได้ง่ายนัก การสืบสาวจากผลย้อนหลังไปหาเหตุในบางครั้งสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่า

ตัวอย่างการพิสูจน์เรขาคณิต ทรีโกณมิติ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่าง ๆ เป็นต้น ในบางครั้งจะพบว่าสามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์ (ปลายทาง) เพื่อไปสู่เหตุ (ต้นทาง) ได้ง่ายและรวดเร็วมากขึ้น

13. ใช้สูตร ปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้ บางสูตรใช้ได้กับหลายปัญหา ในการแก้ปัญหาจะต้องพิจารณาก่อนว่าสูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้อง และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ ให้วิเคราะห์ปัญหาแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้นจำเป็นต้องตรวจสอบความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้อย่างถูกต้องกับเรื่องราวนั้น ๆ

14. ตั้งคำถามที่เหมาะสมโดยตนเองหรือโดยผู้อื่น สามารถใช้แง่คิดที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไม เป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้นจะช่วยให้เกิดความกระฉ่างในปัญหามากขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาได้ การตั้งคำถามและหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

15. ค่อย อภิปรายหรือระดมความคิด เป็นยุทธวิธีหนึ่งซึ่งทำให้ได้ความคิดหรือเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา เนื่องจากการค่อยหรือการอภิปราย ทำให้เกิดการมองเห็นปัญหาจากมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาได้หลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองจากบางมุมไม่เห็น นอกจากนั้นยังจะพบว่า คำพูดบางคำทำให้สะกดใจหรือเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 73 – 77) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหามองจะต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการใช้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาก็ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูป นิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจจะเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นถึงความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นกลวิธีการแก้ปัญหาคัดค้านกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที้นำมาจัดรูปแบบได้

4. สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้น ๆ

5. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ให้ได้กรณีที่มีจำนวนกรณีที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ทางปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้เห็นว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อนกลับยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการเรื่องของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด การดำเนินการย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

8. แบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา บางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาอาจเหมาะกับยุทธวิธีหนึ่งแต่บางปัญหาอาจเหมาะกับการใช้หลาย ๆ ยุทธวิธีพร้อมกัน การแก้ปัญหาต้องเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมจึงจะทำให้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ

2.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สิ่งที่มีความสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัจจัยที่จะทำให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Clyde (1967: 112) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์และความสามารถในการอ่านของนักเรียน

Henny (1971: 223-224) ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่างๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

Adams, Leslie and Beeson (1977: 174-175) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. สติปัญญา
2. การอ่าน
3. ทักษะพื้นฐาน

Heimer and Trueblood (1977: 30-32) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์จะช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
2. ทักษะการคำนวณ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Zalewski (1978: 2804-A) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่างๆ ดังนี้

1. ความเข้าใจในการอ่านศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์
4. ความสามารถในการจัดกระทำ
5. การมีทักษะในการคำนวณ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 57) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง ผู้เรียนต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าจะทำอะไรและอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการระลึก การนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ย่อมมีโอกาสที่จะพบปัญหาต่างๆ หลายรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึง หรือแตกต่างกัน การเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการส่งเสริมประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล เมื่อทำความเข้าใจกับปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งบางปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณ บางปัญหาต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจในกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในระดับของตน

4. แรงขับ ในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่หรือที่ไม่เคยพบเจอมาก่อน ปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะหาคำตอบให้ได้ จึงจำเป็นที่ผู้เรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ เจตคติ แรงจูงใจ สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งแรงขับนี้ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน

5. ความยืดหยุ่น การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบ การแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการแก้ปัญหาโดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอ สามารถนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหา ระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาดี จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

7. การอบรมเลี้ยงดู ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ให้โอกาสแสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่า ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย หรือเข้มงวดเกินไป

8. วิธีสอนของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับการคิดของผู้เรียน ย่อมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่า แบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ผู้สอนแต่เพียงฝ่ายเดียว นอกจากนี้ การจัดสภาพแวดล้อม ก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน เช่นกัน

Heddens and William (1992: 34-35) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

Baroody (1993: 2-10) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านความรู้ ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนจะตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาและจะติดตามควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

Cruikshank and Sheffield (2000: 40) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์
3. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของตนเอง
4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
5. ความสามารถทางสมองของนักเรียน

วินัย คำสุวรรณ (2529: 28) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของบุคคลจะสูงหรือต่ำขึ้นอยู่กับปัญหาที่บุคคลนั้นได้รับและตัวของผู้นั้นแก้ปัญหาเองว่ามีพื้นฐานความรู้ ประสบการณ์เดิมและวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมมากน้อยเพียงไร

กำจร มณีแก้ว (2539: 19) สรุปปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการรวบรวมข้อมูล
2. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคสัญลักษณ์
3. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. ความสามารถในด้านความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
6. ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
7. ความสามารถในการคาดคะเนคำตอบ
8. ความสามารถค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป

กรมวิชาการ (2544: 106-107) กล่าวถึง ปัจจัยสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง
4. การเริ่มต้นแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน
5. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ
6. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาดูต่าง ๆ
7. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากหลาย ซึ่งคล้ายกับการที่จะเป็นนักศิลปะที่เก่ง นักกอล์ฟฝีมือเยี่ยมก็ต้องฝึกฝนฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ

จากที่กล่าวมา สรุปปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

1. การสอนของครู
2. ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงความรู้พื้นฐาน

ประสบการณ์

3. ความสามารถในการเลือกวิธีแก้ปัญหที่ที่เหมาะสมของนักเรียน
4. ความสามารถในการอ่านของนักเรียน
5. เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์

2.8 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Bitter (1990: 43-44) เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน
3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำไปใช้แก้ปัญหและต้องใช้ข้อมูลอื่นใดบ้างในการแก้ปัญหานั้นๆ
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหถามอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหาข้อนั้นใหม่ และหากจำเป็นจริงๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหหลายๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหที่ซ้ำซากและไม่ทำลายความสามารถ
6. ควรให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหบ่อยๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหหลายๆ ข้อ โดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อเป็นการฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหหลายๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่นๆ อีกที่จะใช้แก้ปัญหในข้อนั้นได้
8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหที่เหมาะสมในข้อนั้นๆ
9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหในข้อนั้นคล้ายกับปัญหที่เคยพบมาก่อนหรือไม่
10. ควรให้เวลานักเรียนในการแก้ปัญห อภิปรายผลการแก้ปัญหและวิธีดำเนินการแก้ปัญห
11. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบและทดสอบคำตอบที่ได้เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญห

สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NTCM, 1991: 57) เสนอแนวทางการจัดสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน
2. ใช้เวลาสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อาคัดเดา
5. ให้นักเรียนให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

Gonzales (1994: 74) ให้นำแนวคิดโดยสรุปได้ว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เข้มงวด เอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้าผู้เรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะเย้ยจากเพื่อน ผู้เรียนไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้น ผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

ประกาย วิโรจน์กุล (2532: 17) กล่าวถึงแนวการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ผู้เรียนต้องมีส่วนร่วมให้มากที่สุด ไม่ใช่เป็นเพียงผู้ฟังเท่านั้น
2. บรรยากาศการเรียนต้องเป็นอิสระเปิดโอกาสและกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น
3. มีการสอนอภิปรายหรือค้นคว้าด้วยตนเองมากขึ้น

สิริพร ทิพย์คง (2536:165 – 167) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบดูว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอหรือไม่ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลางและง่าย เพื่อให้ นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับทุกคน

5. ควรทดสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้

6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7. ควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้

8. ควรช่วยนักเรียนคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหาที่คล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหานั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ

9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีอื่นๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่คล้ายข้อนี้ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำในการแก้ปัญหานั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยๆ หรือให้นำปัญหามาเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 66-67) เสนอวิธีการสอนของครูโดยพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหา จำทำให้ปัญหาความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกิดความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลได้ใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาแก่นักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคืออะไร การคิดออกมาดังๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแผนภาพ และแบบแผน แสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้นๆ ควรเน้นวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 ควรจัดหาปัญหามาให้แก่นักเรียนฝึกบ่อยๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ

2.5 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะเริ่มทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้นๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นๆ ได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 64) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า เป้าหมายของการพัฒนาคือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอนดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนอ่านโจทย์อย่างละเอียดแล้วทำความเข้าใจ จำแนกสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็นส่วนๆ โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถตอบคำถามต่อไปนี้ โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้ผู้เรียนตอบ ต่อไปจึงให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจเอาเอง

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนเชื่อมโยงหรือมองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ผู้เรียนบอกความหมาย อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล และแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่างๆ เช่น ใช้แผนภาพ ตาราง หรือเทคนิคอื่นๆ เพื่อสร้างความกระจ่างชัด และเห็นเป็นรูปธรรม แล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหา ให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจโจทย์ปัญหาดีแล้ว

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักประมาณคำตอบ โดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับคำตอบที่ประมาณในใจ ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

บุญเพ็ญ บุบผามาตะนัง (2542: 40-43) เสนอบัญญัติ 9 ประการในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ผู้เรียนเพื่อศึกษาว่านักเรียนแต่ละคนมีความสามารถอยู่ในระดับใด แตกต่างกันขนาดไหน มีจุดเด่นจุดด้อยตรงไหน

2. การเลือก-สร้างโจทย์ปัญหา ควรเป็นเนื้อเรื่องที่นักเรียนสนใจสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียนและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน สถานการณ์ในโจทย์ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อที่เป็นของจริงหรือของจำลองประกอบการสอนได้ ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัย ไม่ใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือยซับซ้อน

3. การวิเคราะห์โจทย์ เป็นขั้นตอนสำคัญในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะหากผู้เรียนสามารถแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีข้อมูลส่วนใดที่ไม่จำเป็น ก็จะทำให้ผู้เรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

4. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ อันประกอบด้วยตัวเลข เครื่องหมายแทนจำนวนและข้อความก่อนที่นักเรียนจะสามารถเขียน ประโยคสัญลักษณ์ได้ควรจะได้ทราบความหมายและสัญลักษณ์ของคำต่างๆ เช่น บวก ลบ คูณ หาร เท่ากับ ไม่เท่ากับ มากกว่า น้อยกว่า หลังจากนั้นจึงเริ่มฝึกการเขียนประโยคสัญลักษณ์ โดย อาจดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

4.1 ครูเขียนโจทย์บนกระดานดำแล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์

4.2 ครูอ่านโจทย์ให้นักเรียนฟัง แล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์

4.3 ครูเขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดานดำ แล้วให้นักเรียนเขียน โจทย์ตาม เป็นต้น

5. การประมาณคำตอบ การประมาณคำตอบ คือ กระบวนการหาค่า โดยประมาณ เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจ หรือพิจารณาความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ การประมาณ คำตอบจึงเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้นักเรียนฝึกปฏิบัติจนเกิดเป็นนิสัยก่อนลงมือ แก้ปัญหาทุกครั้ง โดยอาจเริ่มจากการนำโจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันหรือเรื่องราวที่กำลัง อยู่ในความสนใจมาให้นักเรียนฝึกคิดหาคำตอบโดยไม่ต้องเขียน มีการเสริมแรงเพื่อกระตุ้นให้คิด แก้ปัญหาที่ยากขึ้น

6. การเสริมสร้างทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการคิดคำนวณ คือ การที่นักเรียน สามารถบวก ลบ คูณ หาร ได้อย่างถูกต้องแม่นยำและรวดเร็วในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะการคำนวณเป็นส่วนสำคัญที่ควรฝึกให้เกิดขึ้นกับนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมหลายๆ อย่างที่จะส่งเสริมให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ โดยเริ่มจากปัญหาที่ง่ายและใกล้ตัว ให้การ เสริมแรงเป็นระยะๆ จนเกิดเป็นนิสัย สามารถคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็ว

7. ฝึกการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี โจทย์เดียวกันอาจมีวิธีการหาคำตอบได้หลาย วิธี ดังนั้น ครูไม่ควรจำกัดขอบเขตของการคิดว่าจะต้องทำตามวิธีการและขั้นตอนที่ครูสอนเท่านั้น เพราะการทำตัวอย่างหรือเลียนแบบโดยขาดความเข้าใจ นักเรียนจะไม่สามารถแก้ปัญหาที่มี ข้อความแตกต่างจากที่เคยพบในห้องเรียนได้ ในทางกลับกัน ควรส่งเสริมนักเรียนที่มีแนวคิด แตกต่างออกไปจากที่ครูสอน แต่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องตรงกันกับวิธีที่ครูสอน

8. การพัฒนาความสามารถทางภาษา เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ นั้น เนื่องจากขาดความเข้าใจภาษา ขาดทักษะในการอ่าน การเก็บใจความ และความหมายของ คำต่างๆ เช่น คำว่า รวม ผลต่าง หักออก ใช้ไป หามาเพิ่ม มากกว่า น้อยกว่า หรือแม้กระทั่งความ เข้าใจหน่วยในการชั่ง ตวง วัด ตลอดจนคำย่อต่างๆ ซึ่งครูต้องนำไปสอนให้เกิดความสัมพันธ

ระหว่างวิชาภาษาไทยกับคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ ความสามารถทางภาษาไทยมาใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

9. การใช้สื่อประกอบการเรียนการสอน เป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพราะจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมมากขึ้นช่วยในการจินตนาการและการคิดค้นหาคำตอบ สื่อการสอนอาจเป็นของจริง เช่น ไม้ไอศกรีม ฝาจากน้ำอัดลม ก้อนหิน เป็นต้น ส่วนสื่อที่เป็นรูปภาพอาจตัดจากหนังสือพิมพ์ ปฏิทิน ครูหรือนักเรียนวาดขึ้นเอง เป็นต้น หลังจากเห็นว่ามันมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องแล้วก็ฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหานั้นใจเพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543:48) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จะต้องพัฒนาทักษะในด้านต่าง ๆ คือ

1. ทักษะในการทำความเข้าใจปัญหา
2. ทักษะในด้านการอ่าน เพื่อการสื่อความหมายที่ถูกต้อง
3. ทักษะในด้านการคิดคำนวณ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางควรนำมาพิจารณาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้นได้แก่ ปัญหาที่นำมาใช้ บรรยากาศในชั้นเรียน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิด เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้สอน ซึ่งทุกอย่างล้วนมีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานี้ทั้งสิ้น

3. ความคงทนในการเรียน

3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ดังนี้

Adams (1967:9) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ได้สรุปว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลการเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียนหรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่ง

Good (1973:124) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่าเป็นการจำที่คงทนหลังจากที่ได้รับ จากการกระตุ้น ประสบการณ์ หรือการตอบสนองต่าง ๆ

Gagne (1977:36) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ซึ่งเป็นการ
ความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงทนอยู่ หรือกลายเป็นความจำระยะยาว

สุชา จันทน์เอม (2531:181) ได้กล่าวถึงความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า
ความคงทนในการเรียน คือ การเก็บหรือรักษา การรับรู้ และความเข้าใจที่เกิดจากการรับรู้และ
เข้าใจโดยผ่านประสาทสัมผัสต่าง ๆ

บุญสิริ สุวรรณเพ็ชร (2538: 433) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า
ความคงทนในการเรียนหมายถึง สิ่งที่ยังคงเหลืออยู่เป็นผลลัพธ์ของประสบการณ์ ก่อให้เกิด
พื้นฐานของการเรียนรู้ การจำได้ นิสัย ทักษะ และพัฒนาการทุกด้าน

สุรางค์ ไคว้ตระกูล (2544:250) กล่าวว่าไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการเก็บสิ่งที่เรียนรู้
และประสบการณ์ไว้

จากความหมายของความคงทนในการเรียนที่นักการศึกษาให้ไว้ อาจสรุปได้ว่า ความ
คงทนในการเรียนหมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการระลึกได้ถึงประสบการณ์ที่เคยได้รับมา
ก่อน หรือสิ่งที่ได้เคยเรียนรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ระยะหนึ่ง

3.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนไว้ ดังนี้

Hulsc and others (1984:300) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของความ
คงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความคงทนในการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด
เนื่องจากผลของประสบการณ์เรียนจะต้องได้รับการเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ

Gordon (1989:195-196) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า
ความจำมีบทบาทต่อพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เรากระทำในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการเดินทางหรือการ
สนทนา ในการแสดงพฤติกรรมแต่ละขั้นตอนที่เราคิดว่าจะเป็นสิ่งที่เรากระทำโดยอัตโนมัตินั้นเป็น
ผลมาจากการมีความคงทนในการเรียนทั้งสิ้น

Purdy and others (2001:2) ได้ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า
การเรียนรู้และความจำมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต สำหรับสัตว์หมายถึง
ความสามารถในการจำแหล่งอาหาร และที่ซ่อนของศัตรู สำหรับมนุษย์หมายถึงความสามารถใน
การเรียนรู้ที่จะพูด อ่าน เขียน ขับรถ และใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นต้น หากการดำรงชีวิตของ

มนุษย์ดำเนินไปโดยไม่มีการเรียนรู้และการจำ ชีวิตจะไม่มีอดีตหรืออนาคต แล้วเราจะทำสิ่งนั้น ๆ ซ้ำ ๆ ไม่ว่าสิ่งนั้นจะเป็นประโยชน์หรือไม่

ชัยพร วิชชาวุธ (2520:1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การจดจำ เหตุการณ์ต่างๆ ที่คนรับรู้ มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อม เราจะจำชื่อตัวเองจำบ้านที่อยู่ของตน จำญาติพี่น้องและเพื่อนฝูง จำสิ่งที่เคยเกิดขึ้นในอดีตว่าถ้าทำอย่างนั้นแล้วจะเกิดผลอย่างไร จำความคิดและความเข้าใจว่าจะทำอะไร ฯลฯ ความต่อเนื่องกันของการดำรงชีวิต และการรู้จักเลี่ยงสิ่งที่ไม่ชอบหรือสิ่งที่เป็นภัยอันตรายแก่ตน ย่อมจะเกิดขึ้นไม่ได้หากเราปราศจากความจำ

จากความคิดเห็นของนักการศึกษาดังกล่าวสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิต เพราะสิ่งมีชีวิตต้องอาศัยความจำในการเรียนรู้และการปรับตัว ดังนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนอย่างแท้จริง จึงจำเป็นต้องศึกษาความรู้เกี่ยวกับความจำด้วย

3.3 ความหมายของการจำ

Lachman, Lachman and Butterfield (1979 อ้างอิงใน โยธิน ศันสนยุท 2533: 96) กล่าวไว้ว่า การจำ หมายถึง การเก็บรักษาข้อมูลไว้ระยะหนึ่ง ช่วงระยะเวลาที่ข้อมูลถูกเก็บรักษาเอาไว้ นั่น อาจเป็นระยะเวลาน้อย กว่าหนึ่งวินาที หรืออาจจะยาวตลอดชีวิต

Myer (1992:253) กล่าวว่า การจำ คือ สิ่งที่ใช้เป็นตัวบ่งชี้ถึงการคงอยู่ของสิ่งที่ได้เรียนรู้

Anderson (1995:5) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง การบันทึกประสบการณ์ให้มีความคงทน ซึ่งอาศัยการเรียนรู้เป็นพื้นฐาน

สุชา จันทร์เอม (2531:181) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ คือ สภาพหรืออาการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้วออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน อธิบายอีกนัยหนึ่งก็คือ การที่บุคคลสามารถถ่ายทอดสิ่งที่เคยรับรู้ และเก็บเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ประสบมาแล้วออกมาได้อย่างถูกต้อง

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา และคณะ (2516) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง การนำบางส่วนของการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้ว ออกมาแสดง ให้เห็นอีกในปัจจุบัน เช่น เคยแก้โจทย์สมการชั้นเดียวได้เมื่อลองทำอีกครั้งหนึ่งก็ทำได้ แสดงว่ายังจำได้

จิราภา เต็งไตรรัตน์และคณะ (2544: 138) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถคงสิ่งที่ได้เรียนรู้และระลึกได้ การจำ เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ เช่นเดียวกับการรับรู้การคิดพฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายในจิตใจนี้เป็นพฤติกรรมภายในไม่สามารถสังเกตเห็นได้โดยตรง

สุรางค์ ไคว์ตระกูล (2544: 250) กล่าวไว้ว่า ความจำ คือ ความสามารถที่จะเก็บสิ่งที่เรียนรู้ไว้ได้ เป็นเวลานานและสามารถค้นคว้ามาใช้ได้หรือระลึกได้

ถวิล ธาราโกชน์ และศรันย์ ดำริสุข (2545:93) กล่าวถึงความหมายของการจำว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวต่าง ๆ ไว้ในตัวของเราและระลึกออกมาเมื่อมีการอ้างถึงเรื่องนั้น ๆ

จากความหมายของการจำดังที่กล่าวข้างต้น อาจสรุปได้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวที่ได้เรียนรู้ หรือประสบการณ์ที่ผ่านมาไว้ในตัวเราซึ่งไม่สามารถสังเกตเห็นได้ แต่จะสามารถระลึกมาใช้ได้เมื่อต้องการนำความรู้ที่นั้น ๆ มาใช้

3.4 กระบวนการของการจำและระบบการจำ

3.4.1 กระบวนการของการจำ (Memory Process)

Gagne (1970:70-71) ได้อธิบายขั้นตอนของกระบวนการจำดังนี้

1. ขั้นสร้างความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า
2. ขั้นเรียนรู้ ในขั้นนี้จะเกิดการเปลี่ยนแปลงเกิดเป็นความสามารถอย่างใหม่
3. ขั้นเก็บไว้ในความจำ คือ การนำเอาสิ่งที่เรียนรู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำในช่วงระยะเวลาหนึ่ง
4. ขั้นการรื้อฟื้น คือ การเอาสิ่งที่เรียนไปแล้วและเก็บเอาไว้ที่ออกมาในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

Atkinson and others (1990) ได้จำแนกกระบวนการจำออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การเข้ารหัส (Encoding) เป็นการทำงานของระบบสัมผัสที่รับข้อมูลเข้ามาจากสิ่งเร้าซึ่งข้อมูล นั้น อาจจะเป็นภาษา สัญลักษณ์หรือเหตุการณ์ และสมองจะแปลความหมายเหล่านั้นจนเกิดความเข้าใจ
2. การเก็บ (Storage) ข้อมูลดังกล่าวจะถูกกลไกทางสมองเก็บรักษาข้อมูลเหล่านั้นไว้เป็นการเก็บไว้ในความจำระยะยาว

3. การค้นคืน (Retrieval) เป็นการค้นคืนข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำระยะยาวมาใช้เมื่อต้องการ นำข้อมูล ความจำบางอย่างค้นคืนได้เร็ว เช่น เลขหมายโทรศัพท์ แต่บางอย่างจะต้องใช้ความพยายาม ที่จะระลึก บางครั้งจำเป็นต้องใช้เครื่องมือชี้แนะ (Cues)

ขั้นตอนการจำตามกระบวนการดังกล่าวแสดงได้ดังแผนภาพที่ 3



แผนภาพที่ 3 ขั้นตอนกระบวนการจำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520: 3-20) ได้แบ่งลำดับขั้นของความจำออกเป็น 3 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นเสนอสิ่งเร้า คือ การเสนอสิ่งที่ต้องการให้จำให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้สิ่งนั้นจนเข้าใจเสียก่อน
2. ขั้นกิจกรรมแทรก คือ การให้ผู้เรียนทำกิจกรรมอื่นเป็นกิจกรรมที่สอดแทรกระหว่างขั้นเสนอสิ่งเร้าและขั้นการทดสอบ
3. ขั้นการทดสอบ จะบ่งชี้ว่าผู้เรียนสามารถจำสิ่งที่เรียนมาขั้นตอนนำเสนอสิ่งเร้าได้มากน้อยเพียงใด มีวิธีทดสอบความจำ 3 วิธีคือ

3.1 การจำได้ เป็นการทดสอบความจำโดยแสดงสิ่งเร้าที่เคยประสบมาแล้ว

3.2 การระลึกได้ เป็นการระลึกสิ่งที่เคยเป็นอดีตออกมา โดยไม่มีสิ่งเร้าที่เคยปรากฏมาปรากฏให้เห็น

3.3 การเรียนรู้ หมายถึง การทำซ้ำๆ หรือเสนอสิ่งเร้าซ้ำๆ ในการเรียนรู้ การเรียนรู้แบบนี้มักใช้วัดด้วยเวลาหรือจำนวนครั้ง

3.4.2 ระบบความจำ (System of Memory)

วิภาพร มาพบสุข (2542) กล่าวว่า ระบบความจำของมนุษย์จำแนกออกเป็น 3 ระบบ คือ ระบบความจำจากการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) ระบบความจำระยะสั้น (Short – term Memory) และระบบความจำระยะยาว (Long – term Memory)

1. ระบบความจำจากการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) หมายถึง การคงอยู่ของการรู้สึก สัมผัส หลังจากการเสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลง การคงอยู่ของสัมผัสดังกล่าวนี้ทำให้

เกิดการเห็นภาพซ้อนต่อเนื่องกันไป ซึ่งเป็นหลักการของการฉายภาพยนตร์ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัสมีหลายประเภทได้แก่

1.1 ความจำภาพติดตา (Iconic Memory) เป็นภาพที่ติดอยู่ในความทรงจำหลังจากที่การเสนอภาพซึ่งเป็นสิ่งเร้าทางตาสิ้นสุดลงแล้ว แต่ภาพที่คนเราเห็นนั้นไม่ได้หายไปทันทีพร้อมกับรูปภาพ ภาพยังคงติดตาอยู่เกือบ 1 นาที ในระหว่างที่เป็นภาพติดตานั้น ภาพใดได้รับการตีความจากสมองก็จะเป็นการรับรู้และเข้าสู่ความจำระยะสั้น ส่วนภาพใดที่ไม่ได้รับการตีความก็จะเลือนหายไป

1.2 ความจำเสียงก้องหู (Echoic Memory) หมายถึง การที่เสียงยังคงอยู่ในระบบการได้ยินหลังจากที่พลังเสียงได้เงียบหายไปแล้ว การคงอยู่ของเสียงช่วยให้เราสามารถตีความเสียงที่เราได้ยินได้ครบถ้วน

2. ระบบความจำระยะสั้น (Short – term Memory) เป็นความจำหลังการรับรู้ซึ่งสิ่งเร้าที่ได้ตีความหมายจนเกิดเป็นการรับรู้แล้วฝังตัวอยู่ในความจำระยะสั้นเราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ในขณะที่จำอยู่เท่านั้น เช่น การจำชื่อบุคคลที่เคยรู้จัก การจำอัตราแลกเปลี่ยนเงินตรา ต่างประเทศ เป็นต้น

ความจำระยะสั้นนี้สูญหายไปจากความทรงจำได้ง่ายมาก ถ้าผู้จำไม่ได้ใส่ใจอยู่กับสิ่งที่ต้องการจำนั้น นอกจากนี้ความจำระยะสั้นยังเก็บข้อมูลไว้ได้ปริมาณจำกัด

3. ระบบความจำระยะยาว (Long – term Memory) เป็นความจำที่มีความคงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น อาจจำได้เป็นเดือนหรือเป็นปีโดยปกติเราจะไม่รู้สึกถึงที่เป็นความจำระยะยาว แต่เมื่อต้องการ ใช้ข้อมูลเหล่านั้นก็สามารถฟื้นความจำและแสดงออกมาได้ เช่น ประสบการณ์ประทับใจ ในวัยเด็กที่เราสามารถ จำได้นานจนบัดนี้ ความจำในลักษณะนี้จัดว่าเป็นความจำระยะยาวทั้งสิ้น

สิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาวจะอยู่ในรูปของความหมาย หรือความเข้าใจในสิ่งเร้าที่ตนได้สัมผัส ซึ่งความหมายและความเข้าใจนี้เป็นผลของการตีความสิ่งเร้าในความจำระยะสั้น เช่น ในขณะที่เราดูภาพยนตร์ ภาพและเสียงในภาพยนตร์นั้นจะอยู่ในความจำระยะสั้น สมองจะตีความหมายภาพและเสียงติดต่อกันไปเรื่อย ๆ ตั้งแต่ต้นจนจบ เราเกิดความเข้าใจเรื่องราวของภาพยนตร์นั้นโดยตลอด ภาพและเสียงเหล่านั้นจะถูกปลดปล่อยให้สลายตัวไปกับความจำระยะสั้น ส่วนความหมายและความเข้าใจเกี่ยวกับภาพยนตร์นั้นจะอยู่ในความจำระยะยาว เมื่อมีเพื่อนมาถามว่าดูหนังสนุกไหมหรือให้เล่าให้ฟัง เราจะเริ่มทบทวนเนื้อเรื่องในภาพยนตร์และเล่าให้ฟังตามความเข้าใจของตนเอง

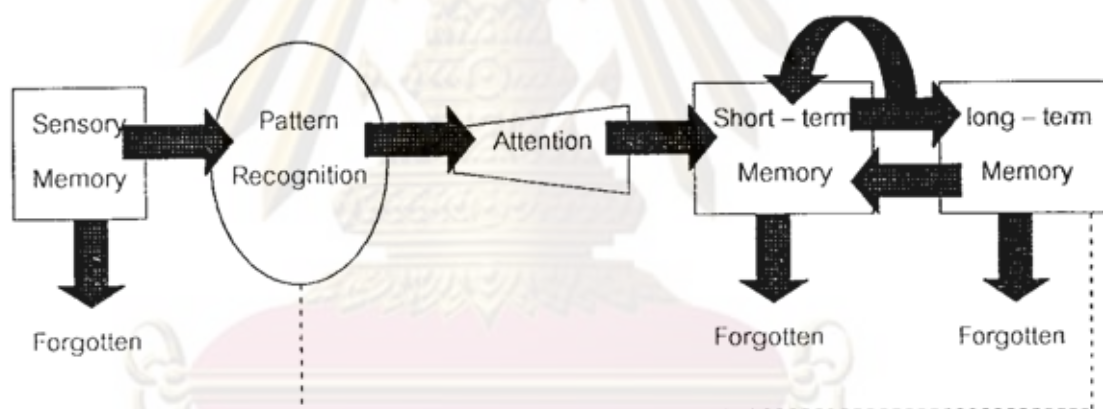
เนื่องจากสิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาวเป็นความหมายหรือความเข้าใจที่เกิดจากการตีความสิ่งเร้าตามประสบการณ์ ตามความเชื่อ และตามความสนใจของเราเอง ดังนั้นความเข้าใจ

ที่อยู่ในความทรงจำระยะยาวอาจจะตรงหรือไม่ตรงกับสิ่งเร้าจริงก็ได้ เช่น การสนทนาในชีวิตประจำวัน บางครั้งมีการเข้าใจผิดเกิดขึ้นโดยผู้พูดต้องการสื่อความหมายอย่างหนึ่ง แต่ผู้ฟังตีความหมายจนเกิดความเข้าใจไปอีกทางหนึ่งซึ่งไม่ตรงกัน

3.4.3 การเปลี่ยนจากความจำระยะสั้นเป็นความจำระยะยาว (Transfer from Short-term to Long-term Memory)

ทฤษฎีที่จะอธิบายถึงการเปลี่ยนสิ่งที่อยู่ในความทรงจำระยะสั้นให้เป็นความจำระยะยาวได้แก่ ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual – Memory Theory)

ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual – Memory Theory) เป็นทฤษฎีของ Atkinson และ Shiffrin (1971) มีใจความว่า ข้อมูลต่าง ๆ ที่เข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น (S.T.M.) ข้อมูลนั้นต้องได้รับการทบทวน ตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำเกี่ยวกับข้อมูลนั้นจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็ว กลายเป็นการลืมและข้อมูลใดก็ตาม ถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นเป็นเวลานานเท่าไร ข้อมูลนั้นก็มิโอกาสฝังตัวเป็นความจำระยะยาวมากขึ้นเท่านั้น การทบทวนซ้ำๆ ไม่เพียงแต่ทำให้ข้อมูลยังคงอยู่ในความจำระยะสั้นเท่านั้น แต่ยังทำให้ข้อมูลอยู่ในความจำระยะยาวด้วย ดังแผนภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างความจำระยะสั้นและความจำระยะยาว

ที่มา : Atkinson et al. (1990:289)

3.5 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

Hunter (1993: 5) กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำมี 5 ประการ ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหาที่เรียน (Meaning) นักเรียนที่จดจำความหมายของวัตถุจะสามารถเรียนรู้ได้ดีกว่าคนไม่เรียนรู้ความหมาย เช่น การเรียนขั้นตอนการหารยาว ถ้าขาดความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก ลบ คูณ หาร ก็จะทำให้ลืมขั้นตอนการหารยาวได้อย่างรวดเร็ว

2. ระดับความรู้เริ่มต้น (Degree of Original Learning) เรื่องราวบางอย่าง

สามารถเรียนรู้ได้ดี ในตอนเริ่มต้น เช่น ถ้าได้รู้จักชื่อใครสักคนในตอนแรกและรู้สึกประทับใจ เวลาต่อมาก็จะไม่ลืมชื่อเขา

3. การแสดงความรู้สึกของจิตใจ (Presence of Feeling Tone) เป็นสิ่งสำคัญที่สุดของ การจำ ความคงทนของระดับความรู้สึกนำไปสู่การจำ คนเราจดจำสิ่งที่ดีที่สุด ถ้ารู้สึกประทับใจ ต่อมา อาจจำบางสิ่ง ในระดับที่ไม่พอใจทั้ง ๆ ที่พยายามจะขจัดทิ้งไปจากความทรงจำ

4. การถ่ายโยงทางบวกและทางลบ (Positive and Negative Transfer) การถ่ายโยงทางบวกเป็นเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ช่วยให้คนเราจดจำบางอย่างในปัจจุบันและนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ได้อย่างเหมาะสมดี การถ่ายโยงทางลบเป็นการเรียนรู้สิ่งที่ยุ่งยากพยายามที่จะหลีกเลี่ยงอุปสรรคเหล่านั้น

5. การฝึกหัด (Schedule of Practice) เป็นตัวสร้างให้เกิดการจำ การฝึกหัดที่ดีควร เพิ่มความ ซับซ้อนมากขึ้น จึงประสบความสำเร็จ พยายามจำลักษณะพิเศษหรือปัจจัยที่กระตุ้นให้เกิดความ คงทน ความทรงจำจะเพิ่มขึ้นทีละน้อย และจะคงทนเป็นความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย

ประสาธ อิศรปริดา (2518:183) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำของมนุษย์ว่ามีอยู่หลายประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหา เนื้อหาที่นักเรียนเข้าใจและมีความหมายต่อนักเรียน นักเรียนจะจำได้ดีกว่าเนื้อหาที่ไม่มี ความหมาย

2. การทบทวน การทบทวนได้อ่านอยู่เสมอช่วยให้ความจำดีขึ้น

3. การเรียนรู้สอดแทรก ความจำจะดีหรือไม่ขึ้นขึ้นอยู่กับการเรียนรู้อื่น ๆ ที่แทรกขึ้นมา อาจเป็นการเรียนรู้เก่าหรือความรู้ใหม่ก็ได้ ถ้าสิ่งที่เรียนรู้เก่าไปขัดขวางสิ่งที่เรียนรู้ใหม่จะทำให้การจำความรู้ใหม่ยากขึ้น ในทางตรงข้ามถ้าสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ไปขัดขวางทำให้การจำสิ่งที่เรียนรู้มาก่อน หรือความรู้เก่า เลอะเลือนหรือลดน้อยลง ดังนั้นควรควรเลือกสถานการณ์การเรียนรู้ต่าง ๆ ที่จะส่งเสริมซึ่งกันและกัน

4. ความสัมพันธ์ของเนื้อหา ก่อนที่จะให้เด็กท่องเรื่องต่าง ๆ ต้องให้เด็กเข้าใจก่อนว่ามี รายละเอียดอย่างไร สัมพันธ์กันอย่างไร แล้วลงมือท่องโดยยึดความสัมพันธ์เป็นหลัก

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 239) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำ สรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้ (Learning) ผู้ที่สามารถจำได้มักเกิดจากการเรียนรู้ที่แท้จริง มีเหตุผล และมีหลักเกณฑ์ สามารถสะสมหรือจำแนกเหตุการณ์ต่างๆ นั้นได้ เช่น เรียนรู้ว่า 1 บาท มี 4 สลึง ถ้าคนซื้อ 2 บาท โดยใช้เหรียญสลึงแทนเหรียญบาท จะต้องได้ถึง 8 สลึง เป็นต้น

2. ความสามารถในการสะสม (Retention) หมายถึง การรวบรวมประสบการณ์

ต่าง ๆ ที่เกิดจากการเรียนรู้ทางตรงและทางอ้อม เช่น การที่ลิงชิมแปนซีของโคห์เลอร์รวบรวม
ประสบการณ์ การสอยผลไม้มาแก้ปัญหา การสอยกล้วยกินเมื่อถูกขังอยู่ในกรง เป็นต้น

3. ความสามารถในการถ่ายทอดได้ (Reproduction) หมายถึง การที่บุคคล
สามารถดึงเอาสิ่งที่สะสมอยู่มาใช้ โดยการเล่าหรืออธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งนอกจาก 2 รูปแบบ คือ

3.1 การระลึกได้ (Recall) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมาโดย
การเล่าบรรยาย หรืออธิบายถึงสิ่งที่เคยจำได้นั้นออกมาได้ถูกต้อง โดยไม่ต้องมีสิ่งนั้นมาปรากฏ
ให้เห็น

3.2 การจำได้ (Recognition) หมายถึง การถ่ายทอดความจำออกมา
โดยการชี้สิ่งนั้น ได้ถูกต้อง เมื่อมีสิ่งเร้าอื่น ๆ ประปนอยู่ด้วย เช่น การชี้ตัวผู้ต้องหามาในโรงพัก
แม้จะมีผู้อื่นที่ไม่ใช่ผู้ต้องหา ประปนอยู่ด้วย

จากแนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อการจำของผู้เรียนสามารถสรุปได้ว่าปัจจัยที่มี
อิทธิพลต่อการจำนั้นมีหลายประการ ทั้งกระบวนการเรียนรู้ การทบทวน ความเข้าใจในเนื้อหา
ซึ่งในการเรียนรู้ถ้าผู้เรียนจำสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างเข้าใจ ก็จะทำให้สิ่งนั้นคงทนอยู่นานและสามารถ
นำข้อมูลเหล่านั้นมาใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

3.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียนรู้

วารินทร์ รัตมีพรหม (2532:29) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนที่มีผลต่อความคงทน
ในการเรียนดังนี้

1. การเรียนรู้สิ่งที่มีความหมายต่อผู้เรียนจะทำให้ผู้เรียนเรียนได้เร็วและจำได้นาน
กว่าสิ่งที่ไร้ความหมาย

2. การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องมากกว่า 2 อย่างขึ้นไปจะ
เกิดขึ้นได้ถ้านำวัตถุหรือเหตุการณ์นั้นไว้ติดกันหรือต่อเนื่องกัน หลักการนี้คือ หลักความใกล้ชิด
(Proximity) และหลักการความต่อเนื่อง (Contiguity)

3. ความถี่ของสิ่งเร้า (Stimulus) และการตอบสนองที่เกิดขึ้นหรือคล้ายกันมี
อิทธิพลต่อการเรียนรู้ตามกฎความถี่ของธอร์นไดค์ การกระทำซ้ำ ๆ หรือการฝึกฝนจะส่งเสริมความ
คงทนของข้อมูลในระยะสั้น ๆ แต่กระบวนการที่ใช้ เช่น การใช้รหัส การเสริมแต่ง และการถ่าย
ทอดจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในความจำระยะยาว การทำซ้ำ ๆ เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียน
ทักษะและการเรียนรู้สิ่งไร้ความหมาย ดังนั้นผู้ออกแบบสวดต้องออกแบบสวดให้มีความหมายที่
ผู้เรียนสามารถจำได้ดีขึ้น

4. การเรียนขึ้นอยู่กับผลการเรียน ถ้าผลการเรียนนั้นให้ความชื่นชอบ ลดความตึงเครียด มีประโยชน์ เป็นการให้รางวัล หรือเป็นข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นและคงทนมากขึ้นตามกฎฮอธอร์นไดค์ (Law of effect)

วิธีการที่จะช่วยให้เกิดความจำระยะยาวได้ดี แบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ การจัดบทเรียนให้มีความหมาย และการจัดสภาพส่งเสริมการเรียน

1. การจัดบทเรียนให้มีความหมาย หากเนื้อหาที่มีความหมายเพียงพอแล้วย่อมไม่มีการลืมเนื้อหานั้น แม้เนื้อหาจะมีโครงร่างไม่ดีนัก แต่หากมีความหมายแก่ผู้เรียนเขาก็จะจดจำได้นาน ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนหรือความจำดีขึ้น โดยใช้วิธีการดังนี้

1.1 การสร้างสื่อสัมพันธ์ (Mediation) เป็นการสร้างสัมพันธ์อย่างมีความหมาย ช่วยในการจำบทเรียนที่ขาดความหมาย

1.2 การจัดเป็นระบบไว้ล่วงหน้า (Advanced Organization) เป็นการสรุปโครงสร้างหรือกระบวนการเกี่ยวกับบทเรียนให้นักเรียนทราบก่อนการเรียนในเนื้อหาวิชานั้น ๆ

1.3 การจัดเป็นลำดับขั้น (Hierarchical Structure) เน้นการจัดบทเรียนให้เป็นลำดับขั้นการเรียนรู้ ในลำดับขั้นต่ำกว่าจะมีพื้นฐานให้ผู้เรียนเรียนรู้ขั้นที่สูงขึ้นเป็นลำดับไป นักเรียนต้องมีความรู้ในขั้นแรกก่อนที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไป

1.4 การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่ (Organization) เป็นการจัดข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วมาจัดให้เข้าเป็นระบบระเบียบและเข้าแบบแผน จะใช้ในกรณีสร้างความเชื่อมโยงของข้อมูลจำนวนมาก ๆ การจัดข้อมูลนี้เป็นการประหยัดเนื้อที่การเก็บข้อมูลในสมอง ปัญหาของการเก็บข้อมูลในความจำระยะยาว คือ การรื้อฟื้นรอยจำขึ้นมาได้ยาก แต่การจัดระเบียบแบบแผนอาจกระทำได้โดยการจัดตามหัวข้อเรื่องและการจัดตามลำดับอนุกรม ประเภท ความยากง่าย เป็นต้น

2. การจัดสภาพส่งเสริมการเรียนรู้อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทำกิจกรรมต่าง ๆ เกี่ยวกับบทเรียนมากขึ้น ทั้งในระหว่างการเรียนการสอนและภายหลังการเรียนการสอนแล้ว โดยใช้วิธีการดังนี้

2.1 การนึกถึงสิ่งที่เรียนขณะฝึกฝนอยู่ (Recall during practice) หมายถึงการทบทวนบทเรียนภายหลังที่อ่านจบแต่ละครั้ง สมมติว่าบทเรียนหนึ่งต้องใช้เวลาอ่านทีละ 30 นาที ครูกำหนดเวลาอ่าน 2 ชั่วโมง นักเรียนที่อ่านตั้งแต่ต้นจนจบครบ 4 เทียวจะจำได้น้อยกว่านักเรียนที่อ่านจบหนึ่งเทียวแล้วทบทวนข้อความที่อ่านนั้น เพื่อทำความเข้าใจชัดเจนขึ้น แม้จะใช้เวลา 2 ชั่วโมงเท่ากันก็ตาม

2.2 การเรียนเพิ่มเติม (Over Learning) หมายถึง การเรียนภาพหลังที่จำบทเรียนนั้นได้แล้ว ลักษณะนี้เห็นได้ชัดเจนที่จำข้อความสั้น ๆ ซึ่งอ่านเพียงครั้งเดียวก็จำได้ แต่ถ้า

เราอ่านเพียงเที่ยวเดียว ในเวลาเพียงไม่กี่วินาทีเราก็อ่านได้ 4 – 5 เที่ยว จะทำให้จำได้ดีขึ้นและจำได้นาน

2.3 การท่องจำ (Recitation) การท่องจำจะยิ่งทำให้จำได้มากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เพราะผู้ที่ท่องอย่างมีความตั้งใจมักจะมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และเมื่อท่องไปได้ระยะหนึ่งผู้ท่องจะทราบความก้าวหน้าของตนเองทำให้เกิดกำลังใจที่จะท่องต่อไป นอกจากนี้การท่องเป็นกิจกรรมที่มีจุดหมายแน่ชัด ผู้ท่องจะตั้งระดับความมุ่งหวังไว้และมุ่งให้บรรลุถึงเป้าประสงค์

2.4 การสร้างจินตภาพ (Imagery) หมายถึง การสร้างรหัสโดยนัยภาพในใจเป็นการเอาสิ่งที่ต้องการจำไปเชื่อมโยงกับสิ่งที่จำได้ดีแล้ว โดยการนัยภาพเป็นคู่สัมพันธ์ หากนัยภาพได้แปลกเท่าใดความคงทนจะยิ่งมากขึ้น

อุดม จักรพันธ์ (2541:118) ได้อธิบายเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริงและมีความคงทนในการเรียน ต้องจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัส การรับรู้และการจำที่ดี ซึ่งมีข้อคำนึงในการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1. จัดระบบระเบียบสื่อเอกสารที่ใช้ในการเรียนให้เป็นหมวดหมู่ สะดวกต่อการเรียนรู้
2. ช่วยให้นักเรียนเกิดการรับรู้ที่มีความหมาย โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมและความรู้ใหม่ที่ได้รับ
3. สื่อเอกสารข้อสนเทศที่ซับซ้อนต้องมีการเรียงลำดับก่อนหลังให้เอื้อต่อการเรียนรู้
4. จัดเตรียมคำสรุปความรู้ที่ถูกต้องเอาไว้ให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน
5. จัดให้มีการฝึกฝนหรือการทบทวนเพื่อให้เกิดความคงทนในการจำ
6. ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบและประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

จากที่กล่าวข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน ครูควรจัดบทเรียนให้มีความหมาย มีความเป็นระบบ เป็นตามลำดับขั้นตอน เป็นหมวดหมู่ และจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับสัมผัส การรับรู้และการจำที่ดีและให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ทำกิจกรรมให้มากที่สุด

3.7 การวัดความคงทนในการเรียน

ภายหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนการสอนแล้ว นอกจากครูจะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ของนักเรียนแล้ว ครูควรวัดความคงทนในการเรียนของนักเรียนด้วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่งการวัดความคงทนในการเรียนนั้นมีนักการศึกษาและนักวิชาการกล่าวถึงไว้ดังนี้

Nunnally (1959:105-108) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนเพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้น ช่องเวลาในการทำสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

Lindvall and Nitko (1967:127) ได้กล่าวถึง ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิด ความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520:118) ได้กล่าวถึงระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า ช่วงระยะเวลาที่จำเป็นระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในความจำนั้นใช้เวลาประมาณ 14 วัน หลังจากที่ได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว

ชวาล แพรัตกุล (2525:1) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ว่าการวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การสอบซ้ำ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันไปสอบกับกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกกับครั้งที่สอง ควรเว้นห่างกันประมาณ 2 – 4 สัปดาห์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปว่า ระยะเวลาที่เหมาะสมในการวัดความคงทนในการเรียนคือ ประมาณ 2 สัปดาห์ หลังจากที่ได้เรียนผ่านไป สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดสอบและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และวัดหลังจากการวัดครั้งแรก เป็นเวลา 2 สัปดาห์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับตัวอย่างงาน ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอดังต่อไปนี้

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวอย่างงาน

Carroll (1994) ได้ศึกษาเปรียบเทียบการใช้ตัวอย่างงานเพื่อพัฒนาการสอนพีชคณิตในห้องเรียน โดยทำการทดลองกับนักเรียนสองกลุ่ม กลุ่มแรกทดลองกับนักเรียนที่เรียนตามปกติ โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารตัวอย่างงานเป็นการบ้าน ส่วนกลุ่มที่สองใช้ตัวอย่างงานในการสอนซ่อมเสริม ผลการวิจัยพบว่า การใช้ตัวอย่างงานทำให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

Leong and Robyn (1996: 421 -432) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานกับนักเรียนที่มีผลการเรียนมีปัญหา โดยใช้สอนวิชาเรขาคณิตในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งในการทดลองเป็นการทดลอง 2 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกมีคำแนะนำให้ในแต่ละคน กลุ่มที่สอง ให้ทำในรูปแบบของแบบฝึกหัด ผลปรากฏว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

Sweller and others (1999: 334-341) ได้ศึกษาเรื่องการเปรียบเทียบสติปัญญากับการเรียนแบบค้นพบและตัวอย่างงาน ซึ่งทำการวิจัยกับนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มแรก ใช้พื้นฐานการรับรู้โดยการค้นพบ กลุ่มที่สอง ใช้พื้นฐานจากทฤษฎีทางสติปัญญา ซึ่งเน้นการใช้ตัวอย่างงาน ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ไม่เคยใช้ฐานข้อมูลมาก่อน ได้รับผลประโยชน์มากกว่าเมื่อใช้ตัวอย่างงาน

Faulkner and David (1999) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานเปรียบเทียบกับการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งสองแบบส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นและมีความคงทนในการเรียนวิทยาศาสตร์

Van and other (2002: 87-105) ได้ศึกษาวิธีการพัฒนาความรู้และทักษะตามแนวทฤษฎี cognitive load theory (CLT) โดยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของเด็กกับผู้ใหญ่ที่เรียนโดยการใช้ตัวอย่างงานแทนแบบฝึกหัด พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของเด็กที่เรียนโดยการใช้ตัวอย่างงานสูงกว่าผู้ใหญ่และสูงกว่าที่เรียนโดยใช้แบบฝึกหัด

Darabi and Nelson (2004: 19-23) ได้ศึกษาผลของการฝึกทักษะการเชื่อมโยงความรู้ผ่านตัวอย่างงานโดยใช้คอมพิวเตอร์ระหว่างกลุ่มที่ใช้ตัวอย่างงานแบบมุ่งผลลัพธ์ (product-oriented worked examples) กับตัวอย่างงานแบบมุ่งกระบวนการ (process-oriented worked examples) ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

Abdel, Juhani and Alan (2005) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของการใช้ตัวอย่างงานเปรียบเทียบกับการใช้แบบฝึกหัดการแก้ปัญหาในการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า การใช้ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพในการเรียนมากกว่าการใช้แบบฝึกหัดการแก้ปัญหาประกอบการเรียนการสอน

Pass and others (2006) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้โดยการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนสถิติ โดยกลุ่มทดลองใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน กลุ่มควบคุมมีการเรียนการสอนแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มที่เรียนโดยใช้ตัวอย่างงานมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าและใช้เวลาในการเรียนน้อยกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

Xiaoxia (2007) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้ตัวอย่างงานทั้ง 4 แบบ(ดูรายละเอียดในหน้า 12) พบว่า ตัวอย่างงานแต่ละแบบมีข้อดีข้อเสียต่างกัน เช่น ตัวอย่างงานแบบมาตรฐาน (Standard worked examples) นักเรียนไม่เห็นการอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาทำให้ไม่ค่อยเข้าใจและมีแรงจูงใจในการทำแบบฝึกหัดน้อย ตัวอย่างงานแบบตรวจสอบความเข้าใจตนเอง (Worked examples with self-explanation prompts) ทำให้นักเรียนมีภาระงานด้านพุทธิปัญญา (Cognitive Load) สูงเกินไปและใช้เวลาในการทำแบบฝึกหัดมาก แต่ก็ทำให้นักเรียนจำในสิ่งที่เรียนได้ดี ส่วนตัวอย่างงานแบบสมบูรณ์ (Worked examples with instructional explanations) ช่วยลดภาระงานด้านพุทธิปัญญา (Cognitive Load) และเหมาะกับนักเรียนที่เริ่มเรียนเรื่องนั้นโดยยังไม่มีความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องนั้นมาก่อน

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Hall (1979: 6324-A) ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 30 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่งกลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองเรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทดสอบการวิเคราะห์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ และนักเรียนที่เรียนการวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

Clarkson (1979: 4104-A) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

โดยทดสอบความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหา 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ ผลการศึกษาพบว่า การแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทักษะการแปลความหมายโจทย์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Putt (1979: 5382A) ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวนสองห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนวิธีแก้ปัญหา ส่วนอีกห้องพยายามให้รับประสบการณ์ตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่างๆ เอง ระยะเวลาในการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน

Muraski (1979: 4104A) ศึกษาผลของการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนเกรด 6 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

Lynn (1993: 167-169) ศึกษาปัจจัยที่เป็นอุปสรรคและปัจจัยที่ส่งผลต่อการแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 12 คน ซึ่งได้รับการสอนแบบเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 คน แต่ละกลุ่มจะถูกบันทึกวิดีโอขณะร่วมกันแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ปัจจัยที่เป็นอุปสรรคต่อการแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้แก่ 1. การขาดประสบการณ์เกี่ยวกับกรอบของปัญหานั้นๆ 2. การกำหนดข้อจำกัดที่มากเกินไปจนเกินไป 3. การขาดการกำกับความสามารถด้านสติปัญญาของตนเอง และ 4. การขาดความเชื่อ นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยที่ส่งผลและสนับสนุนการแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1. ความร่วมมือช่วยกันภายในกลุ่ม 2. การกำกับภายในกลุ่ม และ 3. แนวปฏิบัติ/บรรทัดฐานของสังคมในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย

Tougaw (1994: 2934-A) ศึกษาเจตคติและพฤติกรรมแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิด (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและไม่มี ความแตกต่างระหว่างเพศในพฤติกรรมแก้ปัญหา

Jackson (2000: i) ได้พัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในตอนเหนือของรัฐอิลลินอยส์ กลุ่มตัวอย่างได้รับการฝึกทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่าโดยใช้เทคนิคการคิดที่หลากหลายและสอนกลยุทธ์การแก้ปัญหา ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหาของตนเองมากขึ้น และมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สุพัตรา ผาติวิสันต์ (2534: 70-72) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2534 จำนวน 378 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบหลายชั้นตอนจากโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบความสามารถทางการคำนวณและแบบสำรวจแบบการเรียนซึ่งดัดแปลงจากแบบสำรวจการเรียนของคอล์บ (Kolb) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีแบบการเรียนแบบคิดออกเนกนัย แบบดูซึม แบบเอกนัยและแบบปรับปรุง มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.05

กัจจ มูณีแก้ว (2539: 48-50) ศึกษาผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดการออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดสำนักงานสภาพัฒนาการศึกษาระดับมัธยมศึกษา โดยใช้นักเรียน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ณัฐรี เจริญเกียรติบวร (2539: 58-65) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนและความตระหนักในเมตาคอนิชั่นกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 640 คน ที่เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบสอบถามพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียน แบบวัดความตระหนักในเมตาคอนิชั่น แบบทดสอบวัดความสามารถ

ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ความตระหนักในเมตาคognition มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียน และความตระหนักในเมตาคognition มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อนันต์ โพธิกุล (2543: 77-84) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 50 คน ได้รับการสอนกลุ่มละ 15 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มใหญ่ ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย ขั้นนำเสนอผลการปฏิบัติของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ขั้นปฏิบัติรายบุคคล ผลการวิจัย พบว่า

1. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนค่อยๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนวทางในการแก้ปัญหอย่างละเอียด

2. ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาก่อนเรียนในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและการสื่อความคิดในการแก้ปัญหานักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน พบว่า พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับ “ดี”

3. ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101

คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

นวนลจันทร์ ผมอูดทา (2545 : 58-59) ศึกษาผลการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 82 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง จำนวน 42 คน ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คนได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อเนก จันทร์จรรณู (2545: 51) ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้ชุดการสอนสูงกว่าก่อนเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ราตรี เกตบุญตา (2546: บทคัดย่อ) ศึกษาผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนขวาววิทยา อำเภอเสลภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด โดยนักเรียนห้อง ม.2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก นักเรียนห้อง ม.2/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการสอนที่เน้นการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก สำหรับกลุ่มทดลองโดยกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ แผนการสอนที่เรียนแบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุมเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 15 แผน โดยใช้สอน 15 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

รุ่งทิwa คนการณั (2549: บทคัดย่อ) ศึกษาการใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกุแก้ววิทยา จังหวัดอุดรธานี จำนวน 2 ห้อง ห้องละ 44 คน การดำเนินการทดลองแบ่งเป็น 2 ระยะ ระยะที่ 1 ใช้กระบวนการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 5 หน่วยการเรียนรู้ ระยะที่ 2 ใช้กระบวนการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดไปใช้ หน่วยการเรียนรู้ละ 120 นาที โดยครูนำเสนอปัญหา (Posing) และจัดอุปกรณ์ให้นักเรียนทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดร่วมกันในกลุ่ม ซึ่งครูและผู้ช่วยร่วมกันสังเกตและจดบันทึกพฤติกรรมนักเรียนพร้อมทั้งบันทึกเสียงและวิดีโอ จากนั้นวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้วิธีการบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์โดยเน้นกระบวนการนำเสนอของเลซ (Lesh, 1979) ผลการวิจัย พบว่า

1. กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดที่เกิดจากการใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดก่อให้เกิดการบูรณาการระหว่างเนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ได้จริงในระดับปฏิบัติการตามความคาดหวังของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

2. กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะกระบวนการนำเสนอที่เกิดขึ้น ได้แก่ การใช้วัสดุ อุปกรณ์ รูปภาพ สัญลักษณ์ทางการพูด สัญลักษณ์ทางการเขียนและบริบทในชีวิตจริง ถูกเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดในบริบทชั้นเรียน

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

Corry and Michel (1968: 17-19) ได้ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้ ระหว่างการใช้ชุดการสอนด้วยตนเอง กับการสอนปกติ วิชาจิตวิทยาเบื้องต้น กลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ชุดการสอนด้วยตนเอง จำนวน 18 คน ในกลุ่มควบคุมโดยใช้ฟังคำบรรยาย ผลการทดลองพบว่า กลุ่มทดลองการเรียนรู้ได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และหลังจากเรียน 1 เดือน ทำการทดสอบทั้ง 2 กลุ่ม ปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มควบคุม

Weaver (1976; 2689 – A) ได้เปรียบเทียบผลการเรียนรู้และความคงทนในการจำจากการที่เด็กทำแบบฝึกหัดรวมครั้งเดียว กับการให้ทำเป็นระยะในวิชาคณิตศาสตร์ การลงนี้กระทำกับนักเรียนระดับ 4 จำนวน 350 คน กลุ่มทดลองคือ กลุ่มที่ได้ทำแบบฝึกหัดรวม และกลุ่มควบคุมคือ กลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดเป็นระยะ หลังการเรียน 3 เดือน ทดสอบความคงทนในการจำ ผลปรากฏว่า ความคงทนในการจำของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

Walters (1995) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความคงทนทางการเรียนของนักเรียนพบว่า การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้อธิบายถึงวิธีการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาของตนเอง มีผลให้เกิดความคงทนในการเรียนของนักเรียน

พรรณี ไสยะโร (2527: 50) ได้ศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และกลุ่มควบคุม ไม่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน ผลการวิจัยพบว่า ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผนอย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ฝนทิพย์ อมาตยกุล (2531: 92) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลการวิจัยปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ธีระศักดิ์ แสงสัมฤทธิ์ (2531: 92) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ หลังจากเสร็จสิ้นการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสม และการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อุบล แสงทอง (2531: 61) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความคงทนการเรียนรู้ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการเรียนเพื่อรอบรู้และเรียนด้วยตนเองเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของการเรียนของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์ (2531: 65) ได้เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู ผลการวิจัยปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องสมการ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้หลักการเรียน เพื่อรู้แจ้งกับนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ 0.01

ชวลิต พงษ์สวัสดิ์ (2532: 113) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความคงทนของมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการสอนรายวิชา

ย่อยกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลปรากฏว่า ความคงทนของมนโคติในการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2533: 154) ได้ศึกษาผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับกลุ่มที่เรียนตามคู่มือ
ครู สสวท. ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง มีความคงทนในการ
เรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู สสวท.

เพชรชาย โชคประเสริฐ (2534: 56) ได้ศึกษาผลการแข่งขันเป็นทีม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ใน
การเรียนคณิตศาสตร์ ความคงทนในการจำ และเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำของนักเรียน ที่เรียนแบบ
ร่วมมือโดยใช้วิธีการแข่งขันเป็นทีมสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่
ระดับ 0.01

ณรงค์ เดิมสันเทียะ (2535: 86) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการ
เรียนรู้ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการ
สอนโดยบทเรียนโปรแกรมเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. ผลการวิจัยปรากฏว่า ความ
คงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเป็น
คณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จารุวรรณ ทัดนโกวิท (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ
ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้
เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โรงเรียนโยธินบำรุง จังหวัดนครศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 108 คน
แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 54 คน และกลุ่มควบคุม 54 คน นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้เอกสาร
ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนโดยไม่ใช้เอกสารตัวอย่าง
งานประกอบการเรียนการสอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ทดลอง คือ แผนการสอนเรื่องเลขยกกำลัง พหุนาม จำนวนจริง
สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียน
โดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่
แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ.05 แต่นักเรียนที่เรียนโดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการ
เรียนการสอนมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เอกสาร
ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เนตร หงษ์ไกรเลิศ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการควบคุมบทเรียนในการเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบเกม 3 แบบได้แก่ แบบที่ผู้เรียนเป็นผู้ควบคุมบทเรียน แบบโปรแกรมควบคุมบทเรียนและการควบคุมบทเรียนแบบผสมผสานระหว่างผู้เรียนและโปรแกรม กลุ่มตัวอย่างได้จากนักเรียนในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานครที่ได้รับการระบุลักษณะของนักเรียนเป็นเด็กสมาธิสั้นและมีพฤติกรรมไม่อยู่นิ่งจากแบบสังเกตพฤติกรรมและแบบวัดสมาธิต่อเรื่องที่แปลและเรียบเรียงโดยแพทย์หญิงจิตวี แก้วพรสวรรค์ และจากการสุ่มเลือกจำนวน 120 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่มและกลุ่มควบคุม 1 กลุ่มกลุ่มละ 30 คน เครื่องมือวิจัยเป็นบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 4 กลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติส่วนระยะเวลาในการเรียนพบว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โชติ จันทรวิง (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพของนักเรียนเตรียมทหาร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเตรียมทหารชั้นปีที่ 1 โรงเรียนเตรียมทหาร จำนวน 56 นาย แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลอง 28 นายได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ และกลุ่มควบคุม 28 นายได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพ ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด คือ ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70
2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพมีความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพผ่านเกณฑ์ที่กำหนด คือ ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

ยลนภา พลชัย (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่

2 โรงเรียนวังสามหมอวิทยาคาร อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี ปีการศึกษา 2548 จำนวน 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มทดลอง 35 คน ได้รับการสอนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุม 36 คน ได้รับการสอนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุธิดา นานซำ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 2 กลุ่มกลุ่มละ 45 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศศิวรรณ เมลืองนนท์ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนราชินีกรุงเทพมหานคร ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่มกลุ่มทดลอง 43 คน ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และกลุ่มควบคุม 44 คน ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบ

ปกติ แต่มีความคงทนในการเรียนไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ ที่ระดับ
นัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ปราณี พรภวิษย์กุล (2549: บทคัดย่อ) ศึกษาเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และ
ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 รับการสอนโดยการจัด
กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดพลับพลาชัย กรุงเทพมหานคร เขต 1 ในภาคการศึกษาปลาย ปี
การศึกษา 2549 จำนวน 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มทดลอง 44 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการ
เรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุม 44 คน ได้รับการสอนโดยการจัด
กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทาง
คณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่
ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทาง
คณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิต
ศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้
รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า การจัดกิจกรรม
การเรียนการสอนที่ใช้รูปแบบที่แตกต่างกัน มีผลต่อการเรียนรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาต่างๆ และ
ความจำของนักเรียน ซึ่งรูปแบบที่ใช้สอนที่แตกต่างกันนี้มีผลต่อความคงทนในการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกัน

4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนใน การเรียนคณิตศาสตร์

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 53-55) ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับ
สัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร กลุ่ม
ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชพิพิธ กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปี
การศึกษา 2545 กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และ
การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ โดยทั้งสอง
กลุ่มใช้เวลาในการเรียน 27 คาบ คาบละ 50 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแบบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม และ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม ผลการศึกษา

พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการเน้นพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แต่ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการเน้นพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นุตริยา จิตตารมย์ (2548: 93-94) ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 86 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ จะเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้รูปแบบที่ต่างกัน มีผลต่อการเรียนรู้และความเข้าใจในเนื้อหานั้นๆ ของนักเรียน ซึ่งรูปแบบที่ใช้สอนที่ต่างกันนี้มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกัน

ศูนย์วิจัยทรัพยากรชีวภาพและพันธุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างประชากร
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร บทความ วารสาร และงานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับหลักการสอน การใช้ตัวอย่างงาน เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนราชินีบน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3)
3. ศึกษาเนื้อเรื่องระบบสมการเชิงเส้น จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และจากหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้
4. ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับหลักการและวิธีสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ รวมทั้งหลักการวัดและประเมินผลการศึกษา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดทั้งสองชนิด

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบของการทดลองปรากฏดังตารางที่ 1 ตารางที่ 1 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	ทดสอบทันทีหลังการทดลอง	ทดสอบหลังการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์
E	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 2
C	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)
- C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)
- X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน
- ~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกด้วยเทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนราชินีบน เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ ซึ่งในปีการศึกษานี้มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 ห้องเรียนห้องเรียนละประมาณ 50 คนและมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูง ปานกลาง และต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน นอกจากนี้ผู้บริหารและคณะครูในโรงเรียนให้ความร่วมมือและ

สนับสนุนในการทำวิจัยเป็นอย่างดี ผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนห้องที่มีความสามารถใกล้เคียงกันเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียนดังนี้

ผู้วิจัยนำผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของนักเรียนจำนวน 5 ห้องเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) แล้วผู้วิจัยเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน ที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกัน ได้แก่ ห้อง ม.3/1 และ ห้อง ม.3/3 ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 41.94 และ 42.31 ตามลำดับ นำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบภาคเรียนที่ 2 ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนสอบภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบทดสอบวัดพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ซึ่ง ห้อง ม.3/1 และ ห้อง ม.3/3 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เท่ากับ 25.54 และ 26.26 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน หลังจากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.3/3 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและนักเรียนชั้น ม.3/1 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่ใช้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 14 แผน ใช้ในการทดลองสอน 14 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ขึ้นเองทั้ง 2 แบบ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

4.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีของการจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวอย่างงาน จากเอกสารและตำราต่างๆ

4.1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนราชินีบน ที่อิงตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แล้วเลือกเนื้อหาเรขาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่ต้องใช้หลักการและขั้นตอนในการแก้ปัญหา จึงน่าจะเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

4.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.4 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของเนื้อหาที่ใช้ทดลอง เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

4.1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 2 แบบ ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย หัวข้อเรื่องสาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระการเรียนรู้ย่อย กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองแบบจะมีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 3 ขั้นตอนเหมือนกัน คือ ขั้นนำ ขั้นสอนและขั้นสรุป แต่จะมีความแตกต่างกันที่กิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นสอน ส่วนขั้นนำและขั้นสรุปจะเหมือนกัน โดยกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นสอนของกลุ่มทดลอง จะมีการใช้ตัวอย่างงานประกอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ส่วนกลุ่มควบคุม จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการต่างๆ ตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่แนะนำไว้ในคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2544 และเป็นไปตามแนวการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง สำหรับรายละเอียดสาระการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 14 แผน แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงแผนการจัดการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	1
2	กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	1
3	ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟ	1
4-5	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง	2
6-7	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีแทนค่าตัวแปรหนึ่งในรูปตัวแปรหนึ่ง	2
8	สรุปหลักการแก้ระบบสมการเชิงเส้นและการพิจารณาลักษณะคำตอบของระบบสมการ	1
9	โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเกี่ยวกับจำนวน	1
10	โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1
11	โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็วและเวลา	1
12-14	โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ	3
รวม		14

4.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 14 แผน ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งผลจากการพิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

- ก. ควรเขียนอธิบายกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ให้ละเอียดและชัดเจน
- ข. จำนวนตัวอย่างและเนื้อหาของแต่ละแผนควรกำหนดให้มีจำนวน

เหมาะสมกับเวลา

ค. ตัวอย่างงานแต่ละชุดของกลุ่มทดลองต้องละเอียด ชัดเจนแต่ไม่ซ้ำซ้อน ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษามีข้อเสนอแนะในรายละเอียดของตัวอย่างงานมากมาย เนื่องจากต้องใช้ตัวอย่างงานในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะยกตัวอย่างข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาดังต่อไปนี้

- ควรออกแบบรูปแบบของตัวอย่างงานให้น่าสนใจ น่าศึกษาน่าอ่าน เช่น อาจมีตัวการ์ตูน
- ในส่วนที่เป็นความรู้หรือหลักการบางอย่างให้นักเรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตัวเอง ไม่ควรบอกหมดทุกอย่าง
- การตั้งคำถามในตัวอย่างงาน ควรตั้งเป็นคำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดหรือสามารถตอบคำถามได้ แต่ถ้าคำถามใดที่ยากเกินไป ควรถามในลักษณะให้ช่วยกันคิดตอนดำเนินกิจกรรมในห้องเรียนพร้อมกัน
- ในส่วนที่จะแสดงให้นักเรียนเห็นถึงขั้นตอนการทำงาน ควรแสดงและอธิบายโดยละเอียดทีละขั้น ไม่ข้ามขั้นตอน และใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายและชัดเจนไม่กำกวม
- ตัวอย่างใดที่ต้องใช้หลักการเดิมๆ แต่อาจแตกต่างกันที่ความยากง่ายหรือรูปแบบเท่านั้น ไม่ควรอธิบายซ้ำซ้อน แต่อาจตั้งเป็นคำถาม
- ในกรณีที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตัวเองผ่านตัวอย่างงานไม่ควรแจกใบความรู้ก่อน

ง. กลุ่มควบคุมกับกลุ่มทดลองควรได้รับเนื้อหาและความรู้ต่างๆ เท่าเทียมกัน ซึ่งจะแตกต่างกันเพียงวิธีการจัดการเรียนรู้เท่านั้น

4.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป (ดูตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ในภาคผนวก ข หน้า 145)

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานของกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติของกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
<p>ชั้นนำ</p> <p>ครูทบทวนหลักการหรือเนื้อหาที่เรียนผ่านมาเมื่อชั่วโมงที่แล้ว หรือจัดสถานการณ์ หรือ</p>	<p>ชั้นนำ</p> <p>ครูทบทวนหลักการหรือเนื้อหาที่เรียนผ่านมาเมื่อชั่วโมงที่แล้ว หรือจัด</p>

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
<p>กล่าวถึงสถานการณ์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>1. ครูแจกใบความรู้หรือใช้คำถามและการอธิบาย เพื่อเตรียมความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน</p> <p>2. แจกตัวอย่างงานให้นักเรียนและให้เวลานักเรียนศึกษาแต่ละตัวอย่างปัญหาที่ ซึ่งมีการดำเนินการดังนี้</p> <p>2.1) ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างปัญหาที่ละตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนพิจารณาขั้นตอนและวิธีการทำงานของตัวอย่างงานนั้นๆ อย่างละเอียด พร้อมทั้งให้นักเรียนตอบคำถามแทรกที่มีอยู่ในแต่ละตัวอย่างงาน เพื่อทบทวนความรู้ ตรวจสอบกระบวนการคิดและความเข้าใจของนักเรียน หรือเน้นในสิ่งที่นักเรียนมักผิดพลาด</p> <p>2.2) เมื่อนักเรียนทำเสร็จในแต่ละตัวอย่างงาน ให้ครูเฉลยคำถามเพื่อให้เข้าใจในข้อความที่ครูต้องการสื่อสารได้ถูกต้องและตรงกัน</p> <p>2.3) ครูให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับตัวอย่างปัญหาที่นักเรียนได้ศึกษา</p> <p>2.4) นักเรียนและครูร่วมกันเฉลยปัญหาที่นักเรียนฝึกแก้ด้วยตนเอง และร่วมกันสรุปย่อยเกี่ยวกับหลักการหรือวิธีการที่ได้จากตัวอย่างงานนั้นๆ</p>	<p>สถานการณ์ หรือกล่าวถึงสถานการณ์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>1) ครูแจกใบความรู้หรือใช้คำถามและการอธิบาย เพื่อเตรียมความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน</p> <p>2) ครูสอน ตามแนวการจัดการเรียนรู้ที่ระบุในหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้คือ</p> <p>2.1) ครูยกตัวอย่างในเรื่องที่จะสอนที่ละตัวอย่าง โดยบางตัวอย่างอาจสาธิตวิธีการทำให้นักเรียนดูและบางตัวอย่างอาจให้นักเรียนช่วยกันทำ และใช้การถาม-ตอบ หรือการอภิปรายร่วมกัน และครูอาจใช้คำถามช่วยเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ข้อความรู้</p> <p>2.2) ครูให้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเอง และร่วมกันเฉลยและอภิปรายร่วมกัน</p> <p>2.3) ครูแจกเอกสารฝึกหัด หรือใบงานให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหา</p>

กลุ่มทดลอง (จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน)	กลุ่มควบคุม (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
<p>ทั้งนี้ในขณะที่นักเรียนศึกษาตัวอย่างงานหรือฝึกแก้ปัญหา ถ้านักเรียนเกิดข้อสงสัยหรือมีปัญหา หรือใช้เวลาช่วงใดมากเกินไป ครูอาจให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบายหรือใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเข้าใจและตอบข้อสงสัยได้</p> <p>ขั้นสรุป</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและความคิดรวบยอดที่ได้รับหรือสิ่งที่ได้เรียนมาแล้วในชั้นเรียนจากการทำกิจกรรม ซึ่งอาจสรุปในลักษณะต่างๆ เช่น ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปหรือทบทวน หลังจากนั้นครูทดสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยอาจถาม-ตอบถึงสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว หรือให้นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือในเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน</p>	<p>ขั้นสรุป</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและความคิดรวบยอดที่ได้รับหรือสิ่งที่ได้เรียนมาแล้วในชั้นเรียนจากการทำกิจกรรม ซึ่งอาจสรุปในลักษณะต่างๆ เช่น ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปหรือทบทวน หลังจากนั้นครูทดสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยอาจถาม-ตอบถึงสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว หรือให้นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่เหลือในเอกสารฝึกหัดเป็นการบ้าน</p>

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งคู่ขนานกันจำนวน 2 ฉบับ รวมเป็นทั้งหมด 4 ฉบับ ดังนี้

- 1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้วัดพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อเลือกนักเรียน 2 กลุ่มที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน และใช้เป็นข้อมูลในการเลือกใช้สถิติ

2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ใช้วัดเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นฉบับที่ 1 ใช้วัดทันทีเมื่อสิ้นสุดการทดลอง

4) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นฉบับที่ 2 (สร้างแบบสอบคู่ขนานกันกับฉบับที่ 1) ใช้วัดหลังจากสิ้นสุดการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ เพื่อนำผลการทดสอบของแต่ละห้องไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบฉบับที่ 1 และวัด ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดผู้วิจัยสร้างขึ้นเองตามขั้นตอนการสร้างต่อไป

1. ขั้นตอนการสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1.1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครู สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนราชินีบน ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในรายวิชาและเรื่องที่จะสร้างแบบวัด

1.3) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ทั้งสองระดับทั้งสองเรื่อง และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบสอน

1.4) สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ Polya (1957: 5-40) เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ฉบับละ 6 ข้อซึ่งแต่ละข้อจะมี 4 ข้อย่อยเรียงตามขั้นต่างๆ ได้แก่

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยสรุปปัญหา บอกประเด็นสำคัญของปัญหา ระบุได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง โจทย์ถามอะไร และเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2) วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่นำมาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2) พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4) ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบการแก้ปัญหทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ

โดยผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์จากการสังเคราะห์จากแนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาคณิตศาสตร์และปรับเพื่อความชัดเจนในการตรวจให้คะแนน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method)

ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา	คะแนน
(1) วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	1
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องเพียงบางส่วน	0.5
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถระบุได้เลยว่าโจทย์กำหนดอะไรให้	0
(2) วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถาม	
- บอกสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	1
- บอกสิ่งที่โจทย์ถามให้ได้อย่างถูกต้องเพียงบางส่วน	0.5
- บอกสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถระบุได้เลยว่าโจทย์ถามหาอะไร	0
ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา	
- แสดงขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง	4
- แสดงขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหาเพียงบางส่วน แต่เขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง	3

ตารางที่ 4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method) (ต่อ)

ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา	
- แสดงขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง แต่เขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือ แสดงขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่เขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	2
- แสดงขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหาได้บางส่วน และเขียนในรูปวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ได้	1
- แสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงเลย	0
ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ	
(1) การดำเนินการแก้ปัญหา	
- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้ถูกต้อง	4
- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาแต่ไม่สำเร็จ	2
- ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย	0
(2) การสรุปคำตอบ	2
- สรุปคำตอบได้ถูกต้องและครบถ้วน	1
- สรุปคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน	0
- สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปคำตอบ	0
ความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ	
- ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา การหาคำตอบ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์	3
- ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา การหาคำตอบ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ได้ถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์	1.5
- ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา การหาคำตอบ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตรวจสอบเลย	0

1.5) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา กับ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

ก. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น

เช่น

โจทย์เดิม “ปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตร 33 ปี เมื่อ 6 ปีที่แล้วอายุของบิดาเป็น 12 เท่าของบุตร อีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นกี่เท่าของบุตร ”

แก้ไขเป็น “ปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตรอยู่ 33 ปี แต่เมื่อ 6 ปีที่แล้วบิดามีอายุเป็น 12 เท่าของอายุของบุตร จงหาว่าในอีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นกี่เท่าของอายุของบุตร ”

ข. ปรับปรุงหรือเปลี่ยนโจทย์ให้เป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้ความรู้ในเรื่องที่จะสอนมาแก้ปัญหาได้ เช่น

โจทย์เดิม “น้ำเชื่อมสองชนิด ชนิดแรกมีน้ำตาล 20% ชนิดที่สองมีน้ำตาล 15% ถ้าต้องการนำน้ำเชื่อมทั้งสองชนิดนี้มาผสมกันให้ได้น้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 18% จำนวน 800 ลิตร จะต้องใช้น้ำเชื่อมแต่ละชนิดอย่างละกี่ลิตร”

แก้ไขเป็น “พ่อค้าคนหนึ่งซื้อน้ำตาลทรายมาสองชนิด ชนิดที่หนึ่งซื้อมากิโลกรัมละ 8 บาท ส่วนชนิดที่สองซื้อมากิโลกรัมละ 10 บาท รวมเป็นเงิน 1,000 บาท แล้วนำน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดมาผสมกันและขายไปในราคา กิโลกรัมละ 12 บาท ปรากฏว่าได้กำไร 32% จงหาว่าพ่อค้าซื้อน้ำตาลทรายมาชนิดละกี่กิโลกรัม”

1.6) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ดูรายนามผู้ทรงคุณวุฒิ ในภาคผนวก ก หน้า 137) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา กับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความเหมาะสมของสำนวนภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ความสอดคล้องของภาษา ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม “สระน้ำแห่งหนึ่งมีนกกระจาบบินจับดอกบัวอยู่ ซึ่งถ้านกจับดอกบัวดอกละตัวจะเหลือนก 3 ตัว ที่ไม่มีดอกบัวจับ และถ้านกจับดอกบัวดอกละ 2 ตัว จะเหลือดอกบัว 4 ดอก ที่ไม่มีนกจับ จงหาว่า ในสระนี้มีดอกบัวกี่ดอกและมีนกกระจาบบินกี่ตัว”

แก้ไขเป็น “สระน้ำแห่งหนึ่งมีนกกระจาบบินจับดอกบัวอยู่ ซึ่งถ้านกทั้งหมดจับดอกบัวทุกดอกดอกละตัวจะเหลือนก 3 ตัว ที่ไม่มีดอกบัวจับ และถ้านกทั้งหมดจับดอกบัวดอกละ 2 ตัว จะเหลือดอกบัว 4 ดอก ที่ไม่มีนกจับ จงหาว่า ในสระนี้มีดอกบัวกี่ดอกและมีนกกระจาบกี่ตัว”

ข. ปรับปรุงสถานการณ์ข้อความในโจทย์ให้เป็นปัญหาที่อยู่ในชีวิต

ประจำวัน เช่น

โจทย์เดิม “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 3 นิ้ว ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ยาว 48 นิ้ว จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า”

แก้ไขเป็น “ห้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าห้องหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 3 เมตร ถ้าห้องนี้มีความยาวรอบรูปเป็น 48 เมตร จงหาว่าถ้าจะปูกระเบื้องพื้นห้องจะต้องใช้กระเบื้องทั้งหมดกี่กล่อง (กำหนดให้กระเบื้อง 1 กล่อง = 1 ตารางเมตร)”

1.7) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิทั้งสองฉบับๆ ละ 6 ข้อไปทดลองใช้เพื่อทดสอบความเหมาะสมของเวลาและการสื่อความหมายของภาษา ดังนี้

1.7.1 การทดลองใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร จำนวน 53 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างประชากร จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนดังกล่าวมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ในข้อ 1.4 จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.62
ค่าความยาก	มีค่า	0.32 – 0.63

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.24 – 0.73

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 5 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์จำนวน 4 ข้อ

1.7.2 การทดลองใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนราชินีบน เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างประชากรและนักเรียนได้เรียนเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นมาแล้ว จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนดังกล่าวมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ในข้อ 1.4 จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.72
ค่าความยาก	มีค่า	0.54 – 0.85
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.25 – 0.71

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 5 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์จำนวน 4 ข้อ

1.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (ดูตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก ค หน้า 183)

2. ขั้นตอนการสร้างและพัฒนาแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 30 ข้อ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้ทั้ง 2 ฉบับ (คู่ขนานกัน) ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 ผู้วิจัยกำหนดจุดมุ่งหมายของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

2.2 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น จากหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรและกำหนดจำนวนข้อของแบบวัด
พิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้

2.4 สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการ
เชิงเส้น เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์พฤติกรรม
ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับการวัดประเมินผลของ
Wilson (1971: 643-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

ความรู้ ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) หมายถึง
ความสามารถในการระลึกถึง ความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วเกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ

ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการนำ
ความรู้ที่รู้อยู่แล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุป
ความ และขยายความได้

การนำไปใช้ (Application) หมายถึง การคิดแก้ปัญหาโดยการนำ
ความรู้ กฎ สูตร ทฤษฎี หลักการ วิธีการ ตลอดจนเทคนิคต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปประยุกต์ใช้ใน
สถานการณ์ที่แปลกใหม่ออกไป

การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาหา
ส่วนที่สำคัญ หาความสัมพันธ์ของส่วนที่สำคัญ และหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านั้นมีความสัมพันธ์
กัน เพื่อแก้ปัญหาที่แปลกกว่าปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อนได้

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชนิดเลือกตอบ คือ
คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

2.5 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้
อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลา ความสอดคล้อง
ระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้
ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจ
พิจารณาแล้วอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรตรวจสอบความสอดคล้องของระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย
ของข้อสอบในแต่ละข้อ และแก้ไขให้ถูกต้อง เช่น

โจทย์ (3,4) เป็นคำตอบของระบบสมการในข้อใด

ก. $3x + 3y = 20$ และ $3x - 2y = 17$

ข. $3x + 2y = 17$ และ $x - y = -1$

ค. $x + y = 7$ และ $2x - 2y = 6$

ง. $3x - 3y = 21$ และ $3x - 2y = 5$

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับวิเคราะห์ แก้ไขเป็นระดับความเข้าใจ

ข. จำนวนข้อสอบในแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมต้องสอดคล้องกับเนื้อหาและจำนวนชั่วโมงที่ปฏิบัติการสอน

ค. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น

เช่น

โจทย์เดิม “ คำตอบของระบบสมการ $x + 2y = 5$ และ $x - 2y = 1$ มีค่า xy เท่าไร ”

แก้ไขเป็น “ กำหนดให้ (x, y) เป็นคำตอบของระบบสมการ $x + 2y = 5$ และ $x - 2y = 1$ จงหาค่าของ xy ตรงกับข้อใด ”

โจทย์เดิม “ จากระบบสมการ $x - y = 1$ และ $2x + y = 3$ ถ้าจะแก้ระบบสมการนี้โดยวิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง ถ้าจะดำเนินการขั้นต่อไป ข้อใด**ไม่ถูกต้องที่สุด** ”

ก. นำสมการที่ 1 บวกกับสมการที่ 2

ข. นำสมการที่ 1 ลบด้วยสมการที่ 2

ค. นำ 2 คูณสมการที่ 1

ง. นำ -1 คูณสมการที่ 2 ”

แก้ไขเป็น “ กำหนดให้ $x - y = 1$ (1) และ

$$2x + y = 3 \text{ (2)}$$

ถ้าจะแก้ระบบสมการนี้โดยวิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง ในการดำเนินการขั้นต่อไป ข้อใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง**

ก. นำสมการที่ 1 บวกกับสมการที่ 2

ข. นำสมการที่ 1 ลบด้วยสมการที่ 2

ค. นำ 2 คูณสมการที่ 1

ง. นำ -1 คูณสมการที่ 2 ”

โจทย์เดิม “ ชายไปชามีอยู่ในราคา กิโลกรัมละ 36 บาท ได้กำไร 20% แล้วนำใบชาที่ซื้อมาใหม่ราคา กิโลกรัมละ 36 บาท มาผสมกับใบชาที่มีอยู่เดิมในอัตราส่วนเท่าใด จึงจะทำให้ชายไปชาผสมไป กิโลกรัมละ 40 บาท แล้วได้กำไร 25% ”

แก้ไขเป็น “ แม้ค้าชายไปชาที่มีอยู่เดิมในราคา กิโลกรัมละ 36 บาท จะได้กำไร 20% แต่ถ้าจะนำใบชาที่ซื้อมาใหม่ราคา กิโลกรัมละ 36 บาท มาผสมกับใบชาที่มีอยู่เดิม ต้องการทราบว่า แม้ค้าต้องนำใบชาที่มีอยู่เดิมและใบชาที่ซื้อมาใหม่มาผสมกันในอัตราส่วนเท่าใด จึงจะทำให้แม้ค้าชายไปชาผสมไป กิโลกรัมละ 40 บาท แล้วยังได้กำไร 25% ”

- โจทย์เดิม “ จำนวนหนึ่งประกอบด้วยเลขสองหลัก และมีค่าเป็นสามเท่าของผลบวกของเลขทั้งสองหลัก ถ้าจำนวนนี้บวกกับ 45 มีค่าเท่ากับ จำนวนที่สลับหลักกันแล้ว ผลต่างของเลขทั้งสองเป็นเท่าใด ”
- แก้ไขเป็น “ จำนวนจำนวนหนึ่งประกอบด้วยเลขสองหลัก และมีค่าเป็นสามเท่าของผลบวกของตัวเลขทั้งสองหลักของจำนวนนั้น ซึ่งถ้านำจำนวนดังกล่าวบวกกับ 45 จะมีค่าเท่ากับจำนวนที่เกิดจากการสลับตัวเลขในแต่ละหลักของจำนวนนั้น จงหาว่าผลต่างของตัวเลขในแต่ละหลักของจำนวนดังกล่าวมีค่าเป็นเท่าใด ”
- โจทย์เดิม “ น้ำเชื่อมสองชนิด มีน้ำตาลอยู่ 8% และ 4% ต้องนำน้ำเชื่อมชนิดแรกมากี่ลิตร เมื่อรวมกับน้ำเชื่อมชนิดที่สองแล้ว จะได้น้ำเชื่อม 80 ลิตร และมีน้ำตาลอยู่ 5% ”
- แก้ไขเป็น “ มีน้ำเชื่อมสองชนิด ชนิดแรกมีน้ำตาลอยู่ 8% ชนิดที่สองมีน้ำตาลอยู่ 4% ต้องการนำน้ำเชื่อมทั้งสองชนิดมาผสมกันเพื่อให้เป็นน้ำเชื่อมที่มีน้ำตาลอยู่ 5% จำนวน 80 ลิตร จงหาว่าต้องใช้น้ำเชื่อมชนิดแรกกี่ลิตร ”
- ง. ควรปรับปรุงโจทย์ให้ น่าสนใจและเหมาะสมกับสถานการณ์ในปัจจุบัน เช่น
- โจทย์เดิม “ สมมุติซื้อมะนาวราคาผลละ 25 สตางค์ และผลละ 40 สตางค์ มาคละกันแล้วขายไปราคาผลละ 30 สตางค์ ปรากฏว่าเท่าทุนพอดี จงหาอัตราส่วนของจำนวนมะนาวสองชนิดนี้ ”
- แก้ไขเป็น “ แม่ค้าซื้อไข่มาสองขนาดโดย ไข่เบอร์หนึ่งซื้อมาฟองละ 4 บาท และไข่เบอร์สองซื้อมาฟองละ 2.5 บาท นำมาคละกันแล้วขายไปราคาฟองละ 3 บาท ปรากฏว่าเท่าทุนพอดี จงหาอัตราส่วนของจำนวนไข่ทั้งสองขนาดนี้ ”
- โจทย์เดิม “ ปากกา 4 ด้าม ดินสอ 2 แท่ง ราคารวมกัน 24 บาท แต่ถ้าปากกา 6 ด้าม ดินสอ 5 แท่ง ราคารวมกัน 40 บาท ดังนั้น ปากกา 1 ด้าม ดินสอ 1 แท่ง ราคารวมกันเท่าไร ”
- แก้ไขเป็น “ พ่อค้าขายปากกา 4 ด้ามกับดินสอ 2 แท่ง คิดเป็นเงินรวมกัน 24 บาท แต่ถ้าขายปากกา 6 ด้ามกับดินสอ 5 แท่ง คิดเป็นเงินรวมกัน 40 บาท จงหาว่าพ่อค้าขายปากกา 1 ด้ามกับดินสอ 1 แท่ง จะคิดเป็นเงินรวมกันเท่าใด ”
- โจทย์เดิม “ ชายสองคนอยู่ห่างกัน 27 กิโลเมตร ต่างออกเดินทางพร้อมกัน ถ้าเขาสองคนเดินทางเข้าหากันจะพบกันในเวลา 3 ชั่วโมง แต่ถ้าเขาทั้งสองออกเดินทางไปทางเดียวกัน จะพบกันในเวลา 9 ชั่วโมง จงหาอัตราเร็วในการเดินทางของชายทั้งสอง ”

แก้ไขเป็น “ชายสองคนมีบ้านอยู่ห่างกัน 27 กิโลเมตร ถ้าชายทั้งสองเดินทางออกจากบ้านพร้อมกัน พบว่า ถ้าเขาสองคนเดินทางเข้าหากันจะพบกันเมื่อเวลาผ่านไป 3 ชั่วโมง แต่ถ้าเขาทั้งสองเดินทางไปในทิศทางเดียวกัน จะพบกันเมื่อเวลาผ่านไป 9 ชั่วโมง จงหาอัตราเร็วในการเดินทางของชายทั้งสอง ”

2.6 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (ดูรายนามผู้ทรงคุณวุฒิ ในภาคผนวก ก หน้า 137) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. แก้ไขความสอดคล้องของระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของข้อสอบดังนี้ เช่น

โจทย์ “แม่ค้าขายใบชาที่มีอยู่เดิมในราคา กิโลกรัมละ 36 บาท จะได้กำไร 20% แต่ถ้าจะนำใบชาที่ซื้อใหม่ราคา กิโลกรัมละ 36 บาท มาผสมกับใบชาที่มีอยู่เดิม ต้องการทราบว่า แม่ค้าต้องนำใบชาที่มีอยู่เดิมและใบชาที่ซื้อใหม่มาผสมกันในอัตราส่วนเท่าใด จึงจะทำให้แม่ค้าขายใบชาผสมไป กิโลกรัมละ 40 บาท แล้วยังได้กำไร 25% ”

ก. 1:4

ข. 1:3

ค. 2:1

ง. 2:3

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับการนำไปใช้ แก้ไขเป็นระดับวิเคราะห์

โจทย์ “ถ้า $(2,1)$ เป็นคำตอบของระบบสมการ $nx - y = 5$ และ $x + my = 3$ จงหาว่าค่าของ $n^2 - m^2$ เท่ากับข้อใด

ก. $n^2 + m^2$

ข. $n^2 - 1$

ค. $3m^2$

ง. $n - 3m$ ”

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับวิเคราะห์ แก้ไขเป็นระดับการนำไปใช้

โจทย์ “ กำหนดให้ (x, y) เป็นคำตอบของระบบสมการ $3(2x + y) - (x - 2y) = 10$ และ $2(3x - 2y) - 3(x + 2y) = 6$ จงหาว่าค่าของ $y^3 - x^3$ เท่ากับเท่าใด

ก. -8

ข. 8

ค. -9

ง. 9 "

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับความเข้าใจ แก้ไขเป็นระดับการนำไปใช้

2.7 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนราชินีบน เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างประชากรและนักเรียนได้เรียนเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นมาแล้ว โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสองฉบับภายในวันเดียวกันให้เสร็จ

2.8 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 40 คน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบทั้งสองฉบับดังนี้

2.8.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.78

ค่าความยาก มีค่า 0.25 – 0.95 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.661

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.00 – 0.73 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.319

2.8.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.79

ค่าความยาก มีค่า 0.13 – 0.98 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.611

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า -0.31 – 0.76 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.304

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และมีค่าความยากและอำนาจจำแนกระหว่างฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ใกล้เคียงกันซึ่งหมายถึงมีความเป็นคู่ขนาน จำนวน 15 ข้อ และไม่เป็นไปตามเงื่อนไข จำนวน 30 ข้อ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน ปรับตัวเลขที่ง่ายไปให้ยากขึ้น ปรับตัวเลขที่ยากไปให้ให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้นและสลับตัวเลขใหม่ในบางข้อ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

2.9 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว จำนวน 45 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนราชินีบน เขต ดุสิต กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างประชากรและนักเรียนได้เรียน เนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นมาแล้ว โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทั้งสองฉบับภายในวันเดียวกันให้เสร็จ ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

2.9.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1

ค่าความเที่ยง	มีค่า 0.90	
ค่าความยาก	มีค่า 0.25 – 0.85	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.603
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า 0.28 – 0.73	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.550

2.9.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2

ค่าความเที่ยง	มีค่า 0.73	
ค่าความยาก	มีค่า 0.23 – 0.83	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.579
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า 0.25 – 0.76	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.520

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และมีค่าความยากและอำนาจจำแนกระหว่างฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 ใกล้เคียงกันซึ่งหมายถึงมีความเป็นคู่ขนาน จำนวน 37 ข้อ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ

2.10 ผู้วิจัยนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เป็นไปตามเกณฑ์ และครอบคลุมตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัด ดังนี้

2.10.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1

ค่าความเที่ยง	มีค่า 0.92	
ค่าความยาก	มีค่า 0.40 – 0.70	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.587
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า 0.25 – 0.75	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.592

2.10.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2

ค่าความเที่ยง	มีค่า 0.91	
ค่าความยาก	มีค่า 0.46 – 0.75	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.594
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า 0.25 – 0.76	ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.592

2.11 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (ดูตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก ค หน้า 160)

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม และแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

5.1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนราชินีบน เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร โรงเรียนในความดูแลของสำนักบริหารงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน กรุงเทพมหานคร

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบก่อนการทดลอง เพื่อวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 4 ข้อ

5.2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้โดยทำการทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 ชั่วโมง ต่อสัปดาห์เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 โดยสอนตามชั่วโมงปกติที่ทางโรงเรียนราชินีบน จัดไว้สำหรับการเรียนการสอนในเนื้อหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 8 มิถุนายน 2552 ถึงวันที่ 17 กรกฎาคม 2552

5.2.3 เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามที่กำหนดไว้ในแผนการสอน ผู้วิจัยจะดำเนินการทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 4 ข้อ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1 จำนวน 30 ข้อ

5.2.4 เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 2 สัปดาห์ ผู้วิจัยนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2 (ซึ่งคู่ขนานกับฉบับแรก) โดยใช้เวลาเท่าเดิมมาทดสอบ เพื่อวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

5.2.5 ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS) ดังนี้

6.1 วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้จากกลุ่มทดลอง โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

6.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for two independent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.3 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองทันที ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for two independent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.4 เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ด้วยการใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance: ANCOVA) โดยตัวแปรร่วม (covariate) คือ คะแนนสอบหลังการทดลองทันที

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ (Test Analysis Program: TAP Version 4.3.5) ที่พัฒนาขึ้นโดย Brooks (2003) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก <http://www.watpon.com> [2009, July 10] ส่วนการหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรม B-Index 700 ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก <http://www.watpon.com> [2009, July 10]

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) การทดสอบค่าที (t-test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 6 ตอน โดยใช้สัญลักษณ์แทนค่าสถิติต่างๆ ดังนี้

\bar{x}	แทน	ค่ามัธยฐานเลขคณิตของข้อมูล
$\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$	แทน	ค่ามัธยฐานเลขคณิตร้อยละ
s	แทน	ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
SS	แทน	ผลบวกกำลังสองของคะแนน
df	แทน	ขั้นของความเป็นอิสระ
MS	แทน	ค่าเฉลี่ยกำลังสองของคะแนน
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบ t - distribution
F	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบ F - distribution

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 5

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 6

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 7

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
มัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการทดลองทันทีและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของกลุ่ม
ทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่ม
ควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดัง
ตารางที่ 8

ตอนที่ 5 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองที่
ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่
ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 9

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	$\bar{x}_{\text{ร้อยละ}}$
ทดลอง	54	33.80	17.32	56.33
ควบคุม	54	31.76	18.84	52.93

จากตารางที่ 5 ผลปรากฏว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เท่ากับ 33.80 โดยมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 17.32 ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเท่ากับ 56.33 และค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน เท่ากับ 31.76 โดยมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 18.84 ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเท่ากับ 52.93 นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	t
ทดลอง	54	33.80	17.32	0.585
ควบคุม	54	31.76	18.84	

*p < .05

จากตารางที่ 6 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เท่ากับ 33.80 และ 31.76 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t-independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่ม	n	\bar{x}	s	t
ทดลอง	54	16.78	5.72	2.077*
ควบคุม	54	14.72	4.49	

*p < .05

จากตารางที่ 7 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับ 16.78 และ 14.72 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t-independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ดังนั้นในการวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) เนื่องจากผลการทดสอบค่าที (t-independent) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการทดลองทันทีและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่ม	N	คะแนนเต็ม	ทดสอบหลังการทดลองทันที		ทดสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์	
			\bar{x}	s	\bar{x}	s
			ทดลอง	54	30	16.78
ควบคุม	54	30	14.72	4.50	14.96	5.45

จากตารางที่ 8 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ในการทดสอบหลังการทดลองทันที ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 16.78 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.72 และทดสอบทดสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 17.15 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.80 ส่วนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ในการทดสอบหลังการทดลองทันที ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 14.72 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.50 และทดสอบทดสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์คิดเป็นค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 14.96 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.45

ตอนที่ 5 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและกลุ่มควบคุมที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance: ANCOVA) โดยตัวแปรร่วม (covariate) คือ คะแนน ผลสัมฤทธิ์หลังการทดลองทันที

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	24.77	1	24.77	0.78
ภายในกลุ่ม	47.86	1	47.86	1.512
ความคลาดเคลื่อน	3293.09	104	31.66	
รวม	3481.67	106		

*F.05 (1,105) = 3.94

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ ตัวอย่างงานและนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีความแปรปรวน ของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนราชินีบน กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนราชินีบน เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ซึ่งมีทั้งหมด 5 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกห้องที่มีค่ามัธยเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้องเรียน คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 จำนวน 54 คนและ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 จำนวน 54 คนแล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัธยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้อง ด้วยการทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งพบว่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบทดสอบวัดพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่ง ห้อง ม.3/1 และ ห้อง ม.3/3 มีค่ามัธยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 25.54 และ 26.26 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน

ที่ระดับนัยสำคัญ .05 แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน หลังจากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.3/3 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานและนักเรียนชั้น ม.3/1 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่ใช้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งเขียนไว้ในแผนเดียวกัน เนื่องจากมีองค์ประกอบต่างๆ ในแผนเหมือนกัน แต่มีเพียงกิจกรรมการเรียนรู้ชั้นสอนเท่านั้นที่มีความแตกต่างกัน ดังนั้นมีแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 14 แผน โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 14 คาบ ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่างๆ ในแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุง และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ทดสอบก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.87 ค่าความยากเป็น 0.24 – 0.55 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.23 – 0.85

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ทดสอบหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.72 ค่าความยากเป็น 0.54 – 0.85 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.25 – 0.71

2.3 แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น (คู่ขนานกับฉบับที่ 2) เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ทดสอบหลังเรียนทันที ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีค่า

ความเที่ยงเป็น 0.92 ค่าความยากเป็น 0.40 – 0.70 ค่าความยากเฉลี่ยเป็น 0.587 ค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.25 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ยเป็น 0.592

2.4 แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น (คู่ขนานกับฉบับที่ 1) เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ทดสอบหลังเรียนเมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 2 สัปดาห์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.91 ค่าความยากเป็น 0.46 – 0.75 ค่าความยากเฉลี่ยเป็น 0.594 ค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.25 – 0.76 และค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ยเป็น 0.592

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 3 คาบ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวม 14 คาบ เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1 จำนวน 30 ข้อ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที ทดสอบหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และหลังจากนั้นประมาณ 2 สัปดาห์ผู้วิจัยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับที่ 2 จำนวน 30 ข้อ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที ทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) และผู้วิจัยนำคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ครั้ง คือ ทดสอบหลังการทดลองทันทีและทดสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ซึ่งพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน จึงนำคะแนนสอบหลังการทดลองทันทีมาเป็นตัวแปรร่วม (covariate) และวิเคราะห์ความ

แปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance: ANCOVA) เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 33.80 จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 56.33 % สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 1 การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา และทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจดีขึ้น มีความคล่องแคล่วชำนาญการคิดคำนวณ และแก้โจทย์ปัญหาได้ (Roxana, 2006) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Leong and Robyn (1996: 421 -432) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการสอนโดยใช้ตัวอย่างงานกับนักเรียนที่มีผลการเรียนมีปัญหา โดยใช้สอนวิชาเรขาคณิตในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งในการทดลองเป็นการทดลอง 2 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกมีคำแนะนำให้ในแต่ละคน กลุ่มที่สอง ให้ทำในรูปของ

แบบฝึกหัด ผลปรากฏว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น นอกจากนี้ผลการวิจัยยังพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีค่ามัธยฐานคะแนนคิดเท่ากับ 31.76 จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 52.93 % ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเช่นกัน การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะในชั้นต่างๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของทั้งสองกลุ่มมีการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาเหมือนกัน แต่จะแตกต่างกันเพียงวิธีการการจัดการเรียนรู้เท่านั้น นอกจากนี้ทั้งสองกลุ่มยังได้รับการสอนจากครูผู้สอนคนเดียวกัน ซึ่งอาจส่งผลให้ครูเน้นให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของณัฐวีเจริญเกียรติบวร (2539: 58-65) ที่ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนและความตระหนักในเมตาคognitionขึ้นกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งพบว่า พฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2. จากการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นผลเนื่องมาจาก

2.1 การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนนั้น ครูจะแจกตัวอย่างงานให้นักเรียนศึกษาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองในช่วงแรก ซึ่งนักเรียนกลุ่มทดลองยังไม่คุ้นเคยกับการใช้ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนมาก่อนเพราะยังยึดติดกับการเรียนการสอนแบบที่ให้ครูอธิบายให้ฟัง จึงไม่ค่อยใส่ใจศึกษาตัวอย่างงานเท่าที่ควร ซึ่งการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนนั้น นักเรียนต้องเอาใจใส่ศึกษาตัวอย่างงานนั้นอย่างจริงจังและมีส่วนร่วมในกิจกรรมในชั้นเรียนตลอดเวลา จึงจะทำให้การใช้ตัวอย่างงานนั้นประสบผลสำเร็จ ดังผลการวิจัยของ Hoge and Luce (1979: 481) พบว่า พฤติกรรมไม่เอาใจใส่ต่อการเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน นอกจากนี้ผลการวิจัยของ Cobb and Hops (1973: 108-113) พบว่าพฤติกรรมการเอาใจใส่ต่อการเรียนเพิ่มขึ้น ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น

2.2 การที่นักเรียนต้องศึกษาตัวอย่างงานด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนบางคนอาจไม่เข้าใจตัวอย่างงานทั้งหมด เนื่องจากมีปัญหาในการอ่านและการตีความ ดังผลของงานวิจัยของ Muraski (1979: 4104A) ที่ศึกษาผลของการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการ

แก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนเกรด 6 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์

2.3 การที่นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน อาจเนื่องมาจากลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของทั้งสองกลุ่มมีความใกล้เคียงกัน กล่าวคือจะเหมือนกันในขั้นนำและขั้นสรุป สำหรับในขั้นสอนจะแตกต่างกันตรงกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยที่กลุ่มทดลองได้รับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Putt (1979: 5382A) ที่ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวนสองห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนวิธีแก้ปัญหา ส่วนอีกห้องพยายามให้รับประสบการณ์ตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่างๆ เอง ระยะเวลาในการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน

3. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นผลเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองกลุ่มของผู้สอนต่างส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้ กล่าวคือในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองกลุ่มครูผู้สอนได้จัดเรียงเนื้อหาอย่างเป็นระบบระเบียบสะดวกต่อการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังจัดให้มีการการฝึกฝนและทบทวนเนื้อหาอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งสอดคล้องกับ Hunter (1993: 5) และประสาท อิศรปริดา (2518:183) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำของมนุษย์ว่ามีอยู่หลายประการ เช่น การทบทวน การฝึกหัด ความหมายของเนื้อหาที่เรียนและความสัมพันธ์ของเนื้อหา

ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย

1. จากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ทดสอบหลังการทดลองทันทีของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้

ตัวอย่างงานสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Pass and others (2006) ที่ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยการใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนสถิติ โดยกลุ่มทดลองใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอน กลุ่มควบคุมมีการเรียนการสอนแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มที่เรียนโดยใช้ตัวอย่างงานมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานทำให้ประหยัดเวลาในการสอนตัวอย่างปัญหาแต่ละปัญหา เนื่องจากครูและนักเรียนสามารถศึกษาการแก้ปัญหาจากตัวอย่างงานได้เลย โดยครูไม่ต้องเสียเวลาในการเขียนอธิบายบนกระดานอีก และทำให้ครูสามารถให้ตัวอย่างปัญหาแก่นักเรียนได้มากกว่าการสอนแบบปกติ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Pass and others (2006) ที่พบว่านักเรียนที่ใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนสถิติใช้เวลาในการเรียนน้อยกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ และยังสอดคล้องกับ Zhu and Simon (1987: 170) ที่ได้ศึกษาการใช้ตัวอย่างงานและพบว่า การใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนช่วยประหยัดเวลาในการสอน ทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้รวดเร็วกว่าการเรียนการสอนแบบปกติ

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานมีลักษณะบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกเป็นอิสระ และสามารถศึกษาด้วยตนเองได้ ซึ่งเหมาะกับผู้เรียนที่ไม่กล้าถามเมื่อเกิดความสงสัยในบทเรียน ที่อาจมาจากหลายสาเหตุ เช่น อายเพื่อน กลัวครู หรือกลัวถามผิด ฯลฯ รวมทั้งนักเรียนทุกคนสามารถนำไปใช้ทบทวนบทเรียนหรือประกอบการทำแบบฝึกหัดโดยการศึกษาด้วยตนเองได้ในทุกที่ ทุกเวลา

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานมีลักษณะการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งผู้เรียนจะศึกษาเนื้อหาด้วยตนเอง ซึ่งน่าจะมีประโยชน์มากในกรณีที่ครูผู้สอนมีทักษะในการอธิบายไม่ดีพอ แต่สามารถวางแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานได้อย่างดี โดยอาจใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนได้

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับครูผู้สอนที่จะนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานเป็นรูปแบบการจัดการเรียนการสอนอีกรูปแบบหนึ่งที่สามารถนำไปพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ครูผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องอาจนำวิธีการสอนโดยใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานไปใช้เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน ครูผู้สอนควรเลือกเนื้อหาที่สามารถใช้ตัวอย่างงานในการเรียนการสอนได้และสร้างตัวอย่างงานให้มีประสิทธิภาพ โดยครูผู้สอนต้องวางแผนและศึกษาเนื้อหาอย่างละเอียดซึ่งอาจจะต้องใช้เวลาพอสมควร แต่เมื่อนำตัวอย่างงานไปใช้ในการเรียนการสอนจะช่วยให้ผู้สอนประหยัดเวลาในการอธิบายและการเขียนบนกระดานได้ แต่อย่างไรก็ตามกิจกรรมในชั้นเรียน การใช้คำถามกระตุ้นในการเรียนการสอนจะทำให้การใช้ตัวอย่างงานมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงาน เป็นวิธีสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยนักเรียนทุกคนต้องศึกษาตัวอย่างงานและร่วมทำกิจกรรมด้วยตนเองการเรียนการสอนจึงจะมีประสิทธิภาพ ซึ่งครูผู้สอนจะต้องควบคุมให้นักเรียนร่วมมือให้ได้มากที่สุด โดยเฉพาะช่วงที่ต้องศึกษาตัวอย่างงานด้วยตนเอง และช่วงที่ต้องตอบคำถามจากตัวอย่างงาน
4. ครูผู้สอนจะมีส่วนสำคัญมากที่จะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานเกิดประสิทธิผล ซึ่งครูผู้สอนต้องมีลักษณะดังนี้
 - 4.1 ออกแบบตัวอย่างงานให้เหมาะสมกับนักเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ตลอดจนพื้นฐานหรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนแต่ละคน
 - 4.2 ควบคุมการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ให้ทันกับเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนแต่ละคาบเรียน
 - 4.3 มีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และให้นักเรียนสามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์หรือข้อความรู้ต่างๆ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนเกิดความเข้าใจเนื้อหา

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาในการเรียนในรายวิชาต่างๆ และในระดับชั้นอื่นๆ เพื่อประโยชน์ต่อวงการศึกษาต่อไป
2. ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ เช่น การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การสื่อสาร และการนำเสนอ หรือความคิดสร้างสรรค์



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. 2528. **จิตวิทยาการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์
กุฎราชวิทยาลัย.
- กษมา วุฒิสารวัฒนา. 2548. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดย
เน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
จังหวัดพะเยา**. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กำจร มูณีแก้ว. 2539. **ผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดสำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ**. วิทยานิพนธ์
ปริญญาามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
2539.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2545. **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ
พุทธศักราช 2542**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: บริษัทสกายบุ๊กส์ จำกัด.
- จารุวรรณ ทศนโกวิท. 2544. **ผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3: การเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสาร
ตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน**. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต.
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จิราภา เต็งไตรรัตน์ และคณะ. 2544. **จิตวิทยาทั่วไป**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร:
สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ชวลิต พงษ์สวัสดิ์. 2532. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ด้านมโนคติและความคงทนของ
มโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการ
สอนโดยชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอนตามคู่มือครู สสวท**. วิทยานิพนธ์
ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชวาล แพรัตกุล. 2525. **เทคนิคการวัดผล**. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช.
- ชัยพร วิชชาวุธ. 2520. **มูลสารจิตวิทยา**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.

- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2533. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจและ ความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ โดยการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอน ตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.
- โชติ จันทร์วัง. 2547. ผลของการใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพในการเรียนการ สอนคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และ ความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพของนักเรียน เตรียมทหาร. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะ ครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณรงค์ เดิมสันเทียะ. 2535. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะและการสอนตามคู่มือ ครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ณัฐรี เจริญเกียรติบวร. 2539. ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการ รับรู้ของนักเรียนและความตระหนักในเมตาคอนนิชันกับความสามารถในการแก้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2536. โจทย์ปัญหา ปัญหาโจทย์. วารสารคณิตศาสตร์. 37(พฤศจิกายน- ธันวาคม): 432-433.
- ถวิล ธาราโกชน และศรัณย์ ดำริสุข. 2545. พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาตน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.
- ทีศนา แคมมณี. 2544. 14 วิธีสอนสำหรับครูมืออาชีพ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทุดิยา จันทร์ปลอด. 2550. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการ รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการกำกับตนเอง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัด นครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ธีระศักดิ์ แสงสัมฤทธิ์. 2531. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรัฐวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสมกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- นวลจันทร์ ผมออุทา. 2545. ผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เนตร หงษ์ไกรเลิศ. 2545. ผลของการควบคุมบทเรียนในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบเกมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีสมาธิสั้นและมีพฤติกรรมอยู่ไม่นิ่งระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญา ดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นุตริยา จิตตารมย์. 2548. ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญเพ็ญ บุบผามาตะนัง. 2542. บัญญัติ 9 ประการของการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารวิชาการ 2, 2: 40-43.
- บุญสิริ สุวรรณเพ็ชร. 2538. พจนานุกรมจิตวิทยาฉบับสมบูรณ์. กรุงเทพมหานคร: เอสแอนด์เค บุ๊คส์.
- เบญจมาศ ฉิมมาลี. 2550. ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิทที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปฐมพร บุญดี. 2545. การสร้างแบบฝึกหัดทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- ประสาธ อิศรปรีดา. 2518. **ธรรมชาติและกระบวนการเรียนรู้**. กรุงเทพมหานคร: จิตทัศน์การพิมพ์.
- ประกาย วิโรจน์กุล. 2532. **ผลของปัจจัยนำเข้าบางประการและสภาพการเรียนการสอนต่อความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักศึกษาพยาบาลในระบบการศึกษาพยาบาลศาสตร์ที่เน้นชุมชน**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.
- ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา และคณะ. 2516. **จิตวิทยาทั่วไป ฉบับที่ 1-2**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- ประเสริฐ แสงสุมาตย์. 2534. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง บทประยุกต์ โดยใช้วิธีสอนแบบเทคนิค 4 คำถาม กับวิธีสอนตามปกติ**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปราณี พรภวิชัยกุล. 2549. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2538. **การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544. **กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปิยนุช ศรีบุญรัตน์. 2541. **ผลของการแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เอกสารฝึกหัด**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ฝนทิพย์ อมาตยกุล. 2531. **การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พรรณี ไสยะโร. 2527. **ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้น**

มัธยมศึกษาปีที่ 4 . วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.**

พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พัฒนาคุณภาพวิชาการ, สถาบัน. 2548. **แผนการจัดการเรียนรู้สองแนวทางที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ.** กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

พิชากร แปลงประสพโชค. 2540. **การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.** วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.

เพชรชาย โชคประเสริฐ. 2534. **ผลของเกมการแข่งขันเป็นทีมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ความคงทนในการจำและเจตคติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.** วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ยุพิน พิพิธกุล. 2524. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: บริษัทกรพิมพ์.

ยุพิน พิพิธกุล. 2530. **การสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. **การสอนคณิตศาสตร์.** ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. 2542. **การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์.** 485-487(กุมภาพันธ์-เมษายน): 2542. 5-12.

ยลนภา พลชัย. 2548. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี.** วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โยธิน คันสนยุท. 2533. **จิตวิทยา.** กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2545. **ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.**

วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราตรี เกตบุตรดา. 2546. **ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา.**

วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รุ่งทิศา คนการณ. 2549. **การใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้น**

กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชา
คณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2549.

วงษ์สันติ แสงดอกไม้. 2540. **ผลของการใช้แบบสอบ เอ็ม อี คิว ที่มีต่อความสามารถใน**
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วารินทร์ วัศมีพรหม. 2532. **การออกแบบสาร: หลักการและทฤษฎี.** กรุงเทพมหานคร:
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. **การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร:
องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544ก. **คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการ**
เรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: กรมวิชาการ.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544ข. **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช**
2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. **สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการ**
เรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2546. **การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้**
คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วินัย ดำสุวรรณ. 2529. **ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์กับ**
ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทมหาบัณฑิต. ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิภาพร มาพบสุข. 2542. **จิตวิทยาทั่วไป.** กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

ศศิวรรณ เมลืองนนท์. 2549. **ผลของการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยใช้**
โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชา
การศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2545. **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่ม**
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2546. **คู่มือวัดผลประเมินผล**

คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ศรีเมืองการพิมพ์.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2548. **คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.**

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สมสว่าง ธนะพานิชย์สกุล. 2539. **การสร้างแบบทดสอบวัดกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สมศักดิ์ ไสภณพินิจ. 2543. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน). **วารสารคณิตศาสตร์** (พฤษภาคม-กรกฎาคม 2543): 44.

สมศักดิ์ ไสภณพินิจ. 2547. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์(กับการสอน). **วารสารคณิตศาสตร์เฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ** (2547) : 14-25.

สมเดช บุญประจักษ์. 2540. **การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมเดช บุญประจักษ์. 2550. **การแก้ปัญหา (Problem Solving).** วารสารคณิตศาสตร์ 51. 562-564(กุมภาพันธ์-เมษายน): 71-73.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. **การแก้ปัญหา.** เอกสารคำสอนวิชา 158522: ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง. 2545. **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สุกัญญา คล้ายทอง. 2546. **การประเมินความตรงตามเนื้อหาและความเท่าเทียมกันของเนื้อหาในแบบสอบคู่ขนานโดยใช้โมเดลสมการโครงสร้าง.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุชา จันทน์หอม. 2531. **จิตวิทยาทั่วไป.** พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

สุธิดา นานข้าว. 2549. **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง.** วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- สุพัตรา ผาติวิสันต์. 2534. **การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนรู้ต่างกัน.** วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุรางค์ โค้วตระกูล. 2544. **จิตวิทยาการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. 2549. **วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักทดสอบทางการศึกษา, กระทรวงศึกษาธิการ. 2551. **ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2549**[online]. แหล่งที่มา: <http://bet.obec.go.th/eqa/images/2008/document/nt2549inal.pdf> [14 สิงหาคม 2551]
- อดุลย์ศักดิ์ ดวงคำน้อย. 2538. **หลายรูปแบบเทคนิควิธีสอน.** ขอนแก่น: โรงพิมพ์คลังนานาวิทยา.
- อนันต์ โพธิกุล. 2543. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู.** วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต, สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. 2550. **หลักการสอน (ฉบับปรับปรุง).** กรุงเทพมหานคร: โอ.เอส.พริ้นติ้งเฮ้าส์.
- เอนก จันทรวงกูญ. 2545. **การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการสอน.** วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อัมพร ม้าคอง. 2546. **คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. 2547. **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา 2704643 การพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2547).** กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (เอกสารอัดสำเนา)
- อุดม จำรัสพันธุ์. 2541. **เอกสารประกอบการสอนวิชาจิตวิทยาการสอนเด็กวัยเรียน.** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

อุบล แสงทอง. 2531. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการเรียนรู้เพื่อรอบรู้และการเรียนรู้ด้วยตนเองเป็นกลุ่ม. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ภาษาอังกฤษ

Abdel, K., Juhani, E. & Alan, A. 2005. Empirical Evidence on the Relative Efficiency of Worked Examples versus Problem-solving Exercises in accounting Principles Instruction. *Issues in Accounting Education*. [online]. Available from: <http://vpn.chula.ac.th/http/0/proquest.umi.com/pqdweb?> [2008, August 2]

Adams, J. A. 1967. *Human Memory*. New York : McGraw – Hill.

Adams, S. 1977. *Teaching Mathematics*. New York: Harper & Row.

Adams, S ; Leslie E ; and Beeson, B.F. 1977. *Teaching Mathematics with Emphasis in the Diagnostic Approach*. New York : Harper & Row.

Anderson, J. 1995. *Learning and Memory: An Integrated Approach*. New York: John and Sons.

Anderson, J. R., Fincham, J. M. & Douglass, S. 1997. The role of examples and rules in the acquisition of a cognitive skill. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 23: 932-945.

Anderson, K.B., and Pingry, R.E. 1973. *Problem-Solving in Mathematics ; Its Theory and Practice*. Washington, D.C. The National Council of Teachers of Mathematics.

Atkinson, R. K., et al. 1990. *Introduction to Psychology*. New York: Harcourt Brace Jovanovich.

Atkinson, R. K., Derry, S. J., Renkl, A. & Wortham, D. 2000. Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of Educational Research*, 70: 181–214.

Baroody, A.J. 1993. *Problem Solving, Reasoning and Communicating, K-8 : Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing.

Bell, Frederick H. 1978. *Teaching and Learning Mathematics (in secondary schools)*. Dubuque, Iowa: Wm.C. Brown.

- Bell, Frederick H. 1981. **Teaching and Learning Mathematics (in secondary schools)**. Dubuque, Iowa: Wm.C. Brown.
- Bitter, Gray G. 1990. **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School : A Comprehensive Approach**. Boston: Allyn and Bacon.
- Branca, N.A. 1980. Problem Solving as a Goal, Process and Basics Skill. In Krulik, S., and Reys, R.E.(eds.), **Problem Solving in School Mathematics ; Yearbook**, pp. 3-8. Reston, VA: NCTM.
- Bruckner, L.J. **Developing Mathematics Understanding in the Upper Grad**. Philadelphia: the John C Winston, 1957.
- Carroll, W. M. 1994. Using Worked Examples as an Instructional Support in the Algebra Classroom. **Journal of Educational Psychology**, 86(3) : 360-367.
- Charles, R. L. 1985. The role of Problem Solving. **Arithmetic Teacher**, 22 (February 1985): 50.
- Charles, S., et al. 1987. **How to Evaluate Progress in Problem Solving**. Reston, VA: NCTM.
- Clark, R. C., & Mayer, R. E. 2003. **e-Learning and the Science of Instruction : Proven Guidelines for Consumers and Designers of Multimedia Learning**. San Francisco: Jossey-Bass.
- Clarkson, S. P. 1979. A Study of the Relationship among Translation and Problem Solving Abilities. **Dissertation Abstracts International**. 39 (January): 4101-A.
- Clyde, C. G. 1967. **Teaching Mathematics in the Elementary School**. New York: Ronald Press.
- Cobb, J. A. & Hops, H. 1973. Effects of Academic Survival. Skill Training on Low Achieving First Graders. **Journal of Educational Research**, 67: 108-113.
- Cooper, G. & Sweller, J. 1987. The effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer. **Journal of Educational Psychology**, 79: 347-362.
- Corry, J. R. & Michel J. S. 1968. Retention in a S.P.T. Introductory Psychology Course, learning rack age in American education. **Educational Technology Publication**. New Jersey, Englewood: 17-19.
- Crissman, K. J. 2006. **The Design and Utilization of Effective Worked Examples: A**

- Meta-Nalysis** [online]. Available from:<http://vpn.chula.ac.th/http/0/proquest.umi.com/pqdweb?> [2008, August 2]
- Cruikshank, D. E., and Sheffield, L. J. 2000. **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**. United States of America: John Wiley & Sons.
- Darabi, A and Nelson, D. W. 2004. Training and Transfer of Complex Cognitive Skills: Effects of Worked Examples and Conventional Problem-Solving. **Association for Educational Communications and Technology**. 27(Ocyober): 19-23.
- Faulkner and David, R. 1999. **A Comparition of Worked-Examples and Problem-Based Learning on the Achievement and Retention of Middle School Science Student Teams**. [online]. Available from: <http://vpn.chula.ac.th/http/0/proquest.umi.com/pqdweb?> [2008, August 2]
- Gagne, R. M. 1970. **The Conditions of Learning**. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Gagne, R. M. 1977. **The Conditions of Learning and Theory of Instruction**. Japan: CBS College Publishing.
- Gonzales, N. A. 1994. A Problem Posing: A Neglected Component in Mathematics Course for Prospective Elementary and Middle School Teachers. **School Science and Mathematics**. 94, 2: 78-84.
- Good, C. V. 1973. **Dictionary of Education**. 2nd ed. New York: McGraw Hill Book.
- Gordon, W. C. 1989. **Learning and Memory**. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing.
- Guilford, J. P. 1971. **The Analysis of Intelligence**. New York: McGraw-Hill.
- Hatfield, M. M.; Noney, T. E.; and Bitter, G. G. 1993. **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School**. Boston: Allyn and Bacon.
- Hall, D. W. 1979. A Study of the Relationship between Estimation and Mathematical Problem Solving Among Fifth Grade Students. **Dissertation Abstracts International** 37, 4: 6324-A.
- Heddens, J. W. & William R. S. 1992. **Problem Solving, Decision Making, and Communicating in Mathematics**. 7th ed. New York: Macmillan Publishing Company.
- Henny, M. 1971. Improving Mathematics verbal Problem Solving Ability through

- Reading Instruction. *Arithmetic Teacher* 18, 4: 223-224.
- Heimer, R. T. & Trueblood, C. R. 1977. **Strategies for Teaching Children Mathematics**. Reading Mass: Addison Wesley.
- Hoge, R. D. & Luce S. 1979. Predicting Academic Achievement from Classroom Behavior. *Educational Research*, 49: 479-496.
- Hulse, S. H., et al. 1984. **The Psychology of Learning**. 5th ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Hunter. 1993. **Retention Theory for Teachers: A Programmed Book**. 36th ed. El Segundo, California: Tip.
- Jackson, L. 2000. **Increasing Critical Thinking Skills to Improve Problem-Solving Ability in Mathematics**. Master of Arts Action Research Project. Graduate Faculty, Saint Xavier University.
- Kennady, L. M. 1984. **Guiding Children's Learning of Mathematics**. 4th ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing.
- Kennedy, L. M. & Tipp, S. 1994. **Guiding Children's Learning of Mathematics**. 5th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing.
- Krulik, S. 1977. Problem, Problem Solving and Strategy Games. *The Mathematics Teachers* 7, 9: 650-651.
- Krulik, S., and Reys, R. E. 1980. **Problem Solving in School Mathematics: National Council of Teacher of Mathematics 1980 Year Book**. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Krulik, S., and Rudnick, J. A. 1993. **Reasoning and Problem-Solving: A Handbook for Elementary School Teachers**. Boston: Allyn and Bacon.
- Kutz, R. E. 1991. **Teaching Elementary Mathematics**. Boston: Allyn and Bacon,.
- Kyun, S. & Lee, H. (2008). **The Effects of Worked Examples in Web Based Instruction: Focus on the Presentation Format of Worked Examples**. In K. McFerrin, et al. (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology and Teacher Education International Conference 2008* (pp. 4491-4498).
- LeBlance, J. F. 1977. You Can Teach Problem Solving. *Arithmetic Teacher* 25 (November): 17-25.

- Leong, L., Robyn, S. & Dennis, W. 1997. **Worked Examples Versus Non-Goal-Specific Problems: A Test of Schema Development in Geometry**. *Experimental Educational Psychology*, 17: 421-432.
- Lindvall, C.M. & Nitko, A. J. 1967. **Measuring and Human Abilities**. New York: Harcourt Brance Jovanvich.
- Lynn, C. H. 1993. Some Factor That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving. *Journal Research of Mathematics Education*. (March): 167-169.
- Mark, J. L. 1965. **Teaching Elementary School Mathematics for Understanding**. New York: McGraw-Hill Book.
- Matlin, M. 1983. **Cognition**. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Mayer, E. R., and Hegarty, M. 1987. The Process of Understanding Mathematical Problems. In Sternberg, R. J., and Baron, J. B. (eds.), **Teaching Thinking Skills : Theory & Practice**, pp.31-33. New York: W. IT Freeman and Company.
- Miller. 2006. Instruction design in technology areas. **Australian Educational Review No. 43** . Acer Press.
- Muraski, S. V. 1979. A Study of Effect of Explicit Reading Instruction on Reading Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Grade. **Dissertation Abstracts International**. 39: 4014-A.
- Myer, D. G. 1992. **Memory**. 3rd ed. New York: Worth.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1991. **Professional Standards for Teaching Mathematics**. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunnally, J. C. 1959. **Test and Measurements**. New York: McGraw – Hill Book Company.
- Paas, F. 1992. Training strategies for attaining transfer of problem solving skill in statistics: A cognitive load approach. *Journal of Educational Psychology*, 84, 429–434.
- Paas, F. & Van, M. J. 1994. Variability of worked examples and transfer of geometrical Problem-Solving Skill: A Cognitive-Load Approach . *Journal of Educational Psychology*, 16: 122-133.

- Paas, F., Renkl, A. & Sweller, J. 2003. Cognitive load theory and instructional design: Recent developments. *Educational Psychologist*, 38: 1–4.
- Paas and Van G., 2006. Optimising worked example instruction: Different ways to increase germane cognitive load. *Learning and Instruction*. v16. 87-91.
- Polya, G. 1957. **How To Solve It : A New Aspect of Mathematical Method**. New York: Doubleday and Company.
- Polya, G. 1980. On Solving Mathematical Problems in High School. **Problem Solving in School Mathematics : Yearbook**. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, G. 1985. **How To Solve It : A New Aspect of Mathematical Method**. Princeton, N. J.: Princeton, University Press.
- Purdy, J. E., et al. 2001. **Learning and Memory**. 2nd ed. Belmont, CA: Wadsworth/ Thomson Learning.
- Putt, J. 1979. An Exploratory Investigation of Methods of Instruction in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level. **Dissertation Abstracts International**. 339, 3: 5382-A.
- Reys, R.E., et al. 2004. **Helping Children Learn Mathematics**. 7th ed. New York: Wiley & Sons.
- Reys, R.E., Suydam, M.N., Lindquist, M.M. & Smith, N.L. 1998. **Helping Children learn Mathematics**. 5th ed. Boston : Allyn and Bacon.
- Renkl, A. & Atkinson, R. K. 2003. Structuring the transition from example study to problem solving in cognitive skills acquisition: A cognitive load perspective. *Educational Psychologist*, 38, 15-22.
- Roxana, M. 2006. When worked examples don't work: Is cognitive load theory at an Impasse?. *Learning and Instruction*, 16: 170-181.
- Russell, P. V. 1961. **Essential of Mathematics**. New York: John Wiley & Sons.
- Stenberg, R. J. 1999. **Cognitive Psychology**. 2nd ed. New York: Harcourt Brance College Publisher.
- Sweller, J. & Cooper, G. A. 1985. "The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra". *Cognition and Instruction* 2(1): 59–89.

- Sweller, J., Tuovinen, E. & Juhani. 1999. A Comparison of cognitive load associated With Discovery Learning and Worked Examples. *Journal of Educational Psychology*, 91(2): 334-341.
- Talton, C. F. 1988. Let's Solve the Problem We Find the Answer. *Arithmetic Teacher* 36, 1: 40.
- Thiessen, D., et al. 1989. *Elementary Mathematics Method*. 3rd ed. New York: Macmillan Publishing.
- Tougaw, P. W. 1994. A Study of Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem Solving Behaviors of Secondary School Students. *Dissertation Abstracts International*. 54, 8 (February): 2934-A.
- Troutman, A. P. & Lichtenberg, B. K. 1995. *Mathematics: A Good Beginning*. 5th ed. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole.
- Van Gerven, et al. 2002. Cognitive Load Theory and Aging: Effects of Worked Examples on training efficiency. *Learning and Instruction*. 12, 1(February): 87-105.
- Van Gog, et al. 2008. Effects of studying sequences of process-oriented and product-oriented worked examples on troubleshooting transfer efficiency. *Learning and Instruction*. v18. 211-222.
- Walter, D. M. & Borgers, S. B. 1995. *Student retention: is it effective. [Electronic version]? School Counselor*, 42(4): 300-310.
- Ward, M. & Sweller, J. 1990. Structuring Effective Worked Examples. *Cognition and Instruction*, 7(1): 1-39.
- Weaver, J. R. 1976. The relative Effects of Massed Versus Distributed Practice upon Learning and Retention of Eighth Grade Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. November: 2698-A.
- Wilson, J. W. 1971. Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. In *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A.: Mc. Graw-Hill.
- Wilson, et al. 1993. Mathematical Problem Solving. *Research Idea for the Classroom : High School Mathematics*. New York: McMillan Publishing.
- Xiaoxia H. 2007. The Effect of Different Types of Worked Examples on Student

Learning and Transfer of a Problem Solving Task. [online]. Available from:

<http://vpn.chula.ac.th/http/0/proquest.umi.com/dissertations>. [2008, August 3]

Zalewski, C. J. 1978. An investigation of Selected Factor, Contributing to Success in Solving Mathematical World Problem. *Dissertation Abstracts International*. (July 1978): 2804-A.

Zhu, X. & Simon, H. A. 1987. Learning mathematics from examples and by doing.

Cognition and Instruction, 4, 137-166.



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. อาจารย์ฐิติพร ลิณีฐฎา อาจารย์คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
2. นางสาวนวลจันทร์ ผมอูดทา นักวิชาการสาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
3. อาจารย์ปานจิต รัตนพล อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนวชิราวุธวิทยาลัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณา ความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. อาจารย์จิราพร พรายมณี อาจารย์คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
2. อาจารย์ฐิติพร ลิณีฐฎา อาจารย์คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
3. นางสาวรจนา รัตนานิคม นักวิชาการสาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/1035

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2552

เรื่อง ขออนุมัติบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน คณบดีคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสุพัตรา จอมคำสิงห์ นิสิตชั้นปริญญาโท ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทน ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมี อาจารย์ ดร.สันสนีย์ เฌรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขออนุญาต อาจารย์จตุติพร ลิณีธูญา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพแบบสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัย จะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์จตุติพร ลิณีธูญา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตน์อุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/1036

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน คณบดีคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพัชรา จอมคำสิงห์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมี อาจารย์ ดร.สันสนีย์ เฌรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์จิราพร พรายมณี เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้มีสื่อดูวิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์จิราพร พรายมณี เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/1037

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน หัวหน้าสาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสุพัตรา จอมคำสิงห์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมี อาจารย์ ดร.สันสนีย์ เฌรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ นางสาวจนา รัตนานิกม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ติดต่อผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจนา รัตนานิกม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศร ๐512.6(2771)1039

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2552

เรื่อง ขอลงชื่อบุคลากร ในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน ผู้บังคับการ โรงเรียนวชิราวุธวิทยาลัย

ถึงที่ส่งมอบหัตถ์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสุพัตรา ขอมคำสิงห์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ อยู่ระหว่างการศึกษาปริญญาโทวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี อาจารย์ ดร.สันสมัย เศวรเทียน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ปณิจิต รัตนผล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ทั้งนี้มีมติผู้วิจัยได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ปณิจิต รัตนผล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ดังกล่าว เพื่อประเมินหาวิธีการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อารัญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรรณคณบดี

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศส 0512.6(2771)19038



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน หัวหน้าสาขาเคมีศาสตร์มีชัยศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพัชรา จอมคำสิงห์ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาศาสตร์ อยู่ระหว่างการศึกษาวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัด กิจกรรมการเรียนรู้เคมีศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารในการแก้ปัญหาเคมีศาสตร์และความคงทน ในการเรียนเคมีศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ ฆนทเวียง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ นางสาววณัจฉินทร์ หมออุทธา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาเคมีศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะ ให้ประธานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาววณัจฉินทร์ หมออุทธา เป็น ผู้ทรงคุณวุฒิผู้สังเกตว่า เพื่อประโยชน์ทางการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญอุทธา วัฒนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ศูนย์วิจัยทรัพยากร

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ศบ 0512.6(2771)1444

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

28 พฤษภาคม 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

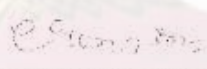
เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนราชสีมา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สวัสดีครับ นางสุพิชชา จอมคำสิงห์ นักวิจัยที่ปฏิบัติงานตามบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยี การศึกษา สาขาวิชาการศึกษาเพื่อผลิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการจัดดำเนินการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัด กิจกรรมการเขียนโครงงานเชิงวิทยาศาสตร์ให้เด็กวัย 6-7 ขวบที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทน ในการเขียนโครงงานเชิงวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3” โดยมี อาจารย์ ดร.กัมปนาถ ใจเดชาวิทย์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้มีความจำเป็นที่จะต้องเก็บรวบรวมข้อมูล และทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แตรแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กับ นักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้เครื่องมือจะได้รับการรายงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนขอความช่วยเหลือจากคุณครูและบุคลากรในโรงเรียนของคุณ นางสุพิชชา จอมคำสิงห์ ให้ช่วยเก็บข้อมูล วิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางการศึกษาต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ


ดร.ชานตา จอมคำสิงห์
รองคณบดี
ปฏิบัติการแผนกคบส

สำนักงานวิชาการ ทักษะสูงและการประเมิน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้น เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
 ผู้สอน นางสุพัตรา จอมคำสิงห์ จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอีกวิธีหนึ่ง คือ การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้สมบัติการบวกและการคูณของการเท่ากัน

2. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1) นำความรู้ที่เรียนมาแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

- 1) แก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง
- 2) ให้เหตุผลเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาและสมบัติที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้
- 3) สื่อสารโดยการพูดหรือเขียนระหว่างที่ทำกิจกรรมกับเพื่อนร่วมชั้นและครูผู้สอนได้
- 4) เชื่อมโยงความรู้ที่เรียนกับสถานการณ์ใหม่ได้

ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นักเรียน

- 1) มีความรับผิดชอบ และมีความรอบคอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- 2) ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
- 3) ทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย

3. สาระการเรียนรู้

- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ การหาค่าของตัวแปรทั้งสองตัวแปร ที่ทำให้ระบบสมการนั้นเป็นจริง ซึ่งคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจมีค่าเดียว มีหลายค่า หรือไม่มีคำตอบก็ได้
- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นมีหลายวิธีแต่ในชั้นนี้จะให้นักเรียนเรียนรู้ 3 วิธี คือ
 1. โดยการใช้กราฟ
 2. โดยการกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่ง
 3. โดยการแทนค่าตัวแปรตัวหนึ่งในรูปตัวแปรตัวหนึ่ง
- การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง ต้องใช้สมบัติการบวกและการลบ เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนจริงใดๆ
 1. สมบัติการบวก ถ้า $a = b$ และ $c = d$ แล้ว $a + c = b + d$
 2. สมบัติการลบ ถ้า $a = b$ และ $c = d$ แล้ว $a - c = b - d$

แล้วทำตามขั้นตอนดังนี้

1. ถ้าต้องการกำจัดตัวแปรใด ให้ใช้สมบัติการคูณ ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดนั้นให้เท่ากัน หรือให้เป็นจำนวนตรงข้ามกัน
2. ถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัด เท่ากัน ให้ใช้สมบัติการลบ จะทำให้ตัวแปรนั้นหายไป
3. ถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดเป็นจำนวนตรงข้ามกัน ให้ใช้สมบัติการบวก จะทำให้ตัวแปรนั้นหายไป
4. แก้สมการหาค่าตัวแปรที่เหลือ
5. นำค่าของตัวแปรที่ได้ในข้อ 4 แทนค่าในสมการที่โจทย์กำหนดสมการใดสมการหนึ่ง จะได้ค่าของตัวแปรที่เหลือ

ตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

จงแก้ระบบสมการ $2x + y = 5$ และ $2x + 4y = 8$

จากโจทย์กำหนดให้ $2x + y = 5$ ----- (1)

$2x + 4y = 8$ ----- (2)

นำ (2) - (1) ; $2x + 4y - (2x + y) = 8 - 5$

$$2x + 4y - 2x - y = 3$$

$$3y = 3$$

นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{1}{3}\right)(3y) = \left(\frac{1}{3}\right)3$$

จะได้ $y = 1$

นำ $y = 1$ ไปแทนค่า ในสมการ (1)

$$2x + 1 = 5$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

นั่นคือ คำตอบของระบบสมการ $2x + y = 5$ และ $2x + 4y = 8$ คือ (2,1)

ตรวจคำตอบ โดยแทนค่าตัวแปร $x = 2$ และ $y = 1$ ในสมการทั้งสอง จะได้

$$2(2) + 1 = 5 \text{ เป็นจริง และ}$$

$$2(2) + 4(1) = 8 \text{ เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ $2x + 4y = 16$ และ $3x - 4y = -6$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $2x + 4y = 16$ ----- (1)

$3x - 4y = -6$ ----- (2)

นำ (1) + (2) ; $2x + 4y + 3x - 4y = 16 - 6$

$$2x + 4y + 3x - 4y = 10$$

$$5x = 10$$

นำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{1}{5}\right)(5x) = \left(\frac{1}{5}\right)10$$

จะได้ $x = 2$

นำ $x = 2$ ไปแทนค่า ในสมการ (1)

$$2(2) + 4y = 16$$

$$4y = 12$$

$$y = 3$$

นั่นคือ คำตอบของระบบสมการ $2x + 4y = 16$ และ $3x - 4y = -6$ คือ (2,3)

ตรวจคำตอบ โดยแทนค่าตัวแปร $x = 2$ และ $y = 3$ ในสมการทั้งสอง จะได้

$$2(2) + 4(3) = 16 \text{ เป็นจริง และ}$$

$$3(2) - 4(3) = -6 \text{ เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ระบบสมการ $3x - y = 4$ และ $9x - 3y = 12$

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ $3x - y = 4$ ----- (1)

$9x - 3y = 12$ ----- (2)

นำ $3 \times$ (1) ; $9x - 3y = 12$ ----- (3)

นำ (2) - (3) ; $9x - 3y - (9x - 3y) = 12 - 12$

$$9x - 3y - 9x + 3y = 0$$

$$0 = 0 \text{ เป็นจริงเสมอ}$$

นั่นคือ คำตอบของระบบสมการ $3x - y = 4$ และ $9x - 3y = 12$ คือ $(x, 3x - 4)$

ตรวจคำตอบ โดยแทนค่าตัวแปร $x = 2$ และ $y = 3x - 4$ ในสมการทั้งสอง จะได้

$$3x - (3x - 4) = 4 \text{ เป็นจริง และ}$$

$$9x - 3(3x - 4) = 12 \text{ เป็นจริง}$$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นนำ</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นที่ต้องใช้ในการแก้สมการ เช่น สมบัติการบวกและสมบัติการคูณในการแก้สมการ โดยการถาม-ตอบ</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>1) ครูแจกตัวอย่างงานชุดที่ 4 ให้นักเรียนและให้เวลานักเรียนศึกษาตัวอย่างปัญหาที่ละตัวอย่างโดยเริ่มจากตัวอย่างปัญหาที่ 1 พร้อมทั้งตอบคำถามที่แทรกอยู่เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้องและตรงกัน</p> <p>2) ครูเฉลยคำถามที่แทรกอยู่และใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปหลักการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยการกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งในตัวอย่างปัญหาที่ 1 ได้</p> <p>3) นักเรียนศึกษาตัวอย่างปัญหาที่ 2 และ 3 ตามลำดับ ซึ่งนักเรียนจะได้เห็นลักษณะคำตอบและขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นที่มีลักษณะแตกต่างกัน คือ ระบบมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ และไม่มีคำตอบ ในระหว่างนี้หากนักเรียนสงสัยหรือมีปัญหา หรือถ้านักเรียนใช้เวลามากเกินไปครูอาจให้ความช่วยเหลือโดยการอธิบายหรือใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเข้าใจและตอบข้อสงสัยได้</p> <p>4) ครูแจกเอกสารฝึกหัดชุดที่ 4 ให้นักเรียนทำข้อ 1-3 เพื่อฝึกแก้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับตัวอย่างปัญหาที่ผ่านมา เพื่อให้นักเรียนจะได้ฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเอง</p> <p>5) นักเรียนและครูร่วมกันเฉลยปัญหาที่นักเรียนฝึกแก้ด้วยตนเอง</p>	<p>ขั้นนำ</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นที่ต้องใช้ในการแก้สมการ เช่น สมบัติการบวกและสมบัติการคูณในการแก้สมการ โดยการถาม-ตอบ</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>1) ครูยกตัวอย่างการแก้ระบบสมการโดยวิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งที่ละตัวอย่างโดยบางตัวอย่างอาจสาธิตวิธีการทำให้นักเรียนดูและบางตัวอย่างอาจให้นักเรียนช่วยกันทำ และใช้การถาม-ตอบ หรือการอภิปรายร่วมกัน และครูอาจใช้คำถามช่วยเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ข้อความรู้</p> <p>2) ครูแจกเอกสารฝึกหัดชุดที่ 4 ให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเองและร่วมกันเฉลยและอภิปรายร่วมกัน</p>



สวัสดีครับน้อง
นักเรียน วันนี้ผม
และน้องชมพู จะ
พาน้องๆ ไป
ศึกษาวิธีการแก้
ระบบสมการเชิง
เส้นโดยวิธีกำจัด
ตัวแปรใดตัวแปร
หนึ่งจากตัวอย่าง
ต่อไปนี้กันนะครับ



ถ้าน้องนักเรียนจะ
เขียนแสดงวิธีแก้
ระบบสมการนี้
ตามลำดับขั้นตอน
สามารถดูได้ดังใน
หน้าถัดไปค่ะ

ตัวอย่างงานชุดที่ 4

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ $2x + y = 5$ และ $2x + 4y = 8$

จากโจทย์เราต้องกำหนดสมการที่ให้มาเป็นสมการที่ 1 และสมการที่ 2 เพื่อให้สะดวกต่อการใช้ดำเนินการต่อไป ดังนี้

$$\begin{array}{l} \text{กำหนดให้} \quad 2x + y = 5 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1} \\ \text{และ} \quad 2x + 4y = 8 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2} \end{array}$$

จากนั้นให้พิจารณาสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร x หรือ y ว่าเท่ากันหรือเป็นจำนวนตรงข้ามกันหรือไม่ เพื่อจะได้กำจัดตัวแปรนั้นก่อน แต่โจทย์นี้สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร x เท่ากัน เราจะกำจัดตัวแปร x โดยนำสมการทั้งสองมาลบกันโดยใช้สมบัติการลบ แล้วแก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปร y ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{นำ } \textcircled{2} - \textcircled{1}; \quad & 2x + 4y - (2x + y) = 8 - 5 \\ & 2x + 4y - 2x - y = 3 \\ & 3y = 3 \\ \text{นำ } \frac{1}{3} \text{ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ; } & \left(\frac{1}{3}\right)3y = \left(\frac{1}{3}\right)3 \\ & y = 1 \end{aligned}$$

เมื่อได้ค่าของตัวแปร y ให้นำไปแทนลงในสมการใดสมการหนึ่งก็จะได้ค่าตัวแปร x ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{นำ } y = 1 \text{ ไปแทนค่าในสมการ } \textcircled{1}; \quad & 2x + 1 = 5 \\ \text{แก้สมการจะได้ค่าตัวแปร} \quad & x = 2 \\ \text{ซึ่งคำตอบของระบบสมการจะอยู่ในรูปคู่อันดับ } & (x, y) \\ \text{ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ } 2x + y = 5 \text{ และ } & 2x + 4y = 8 \text{ คือ } (2, 1) \end{aligned}$$

น้องๆ คิดว่าถ้าเรานำ $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ จะได้
ค่าตัวแปร y เท่าเดิมหรือไม่ ลองทำดูแล้ว
บอกที่

น้องๆ คิดว่าถ้าเรานำ $y = 1$ ไปแทนค่า
ในสมการ $\textcircled{2}$ จะได้ค่าตัวแปร y เท่า
เดิมหรือไม่ ลองทำดูแล้วบอกที่
.....



ชมพู่ขอถามน้องนักเรียน 3 ชั้นนะคะ

คำถามแรก : ถ้าระบบสมการมีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเป็นจำนวนตรงข้ามกันดังเช่น ระบบสมการนี้ $2x + 4y = 16$ และ $3x - 4y = -6$ เราจะกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งได้เราต้องทำอย่างไรคะ

ตอบ

.....
.....

คำถามที่ 2 : ถ้าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรของระบบสมการที่กำหนดให้ไม่เท่ากันและไม่เป็นจำนวนตรงข้ามกัน ดังเช่น ระบบสมการนี้ $x + 5y = 16$ และ $3x - 4y = -6$ เราจะกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งได้เราต้องทำอย่างไรคะ

ตอบ

.....
.....

คำถามที่ 3 : ถ้าสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรทั้งสองของระบบสมการที่กำหนดให้เท่ากันทั้งสองสมการดังเช่น ระบบสมการ $2x + 5y = 3$ และ $2x + 5y = 6$ น้องนักเรียนว่าเมื่อเรากำจัดตัวแปรจะเกิดอะไรขึ้น

ตอบ

.....
.....

น้องๆ อาจจะศึกษาต่อจากตัวอย่างที่ 2 นะคะ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ $2x + 5y = 3$ และ $2x + 5y = 6$

จากโจทย์เรากำหนดสมการที่ให้มาเป็นสมการที่ 1 และสมการที่ 2 เช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

กำหนดให้ $2x + 5y = 3$ ----- (1)

และ $2x + 5y = 6$ ----- (2)

จากนั้นให้พิจารณาสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร x หรือ y ว่าเท่ากันหรือเป็นจำนวนตรงข้ามกันหรือไม่ เพื่อจะกำจัดตัวแปรนั้น แต่โจทย์นี้สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร x และ y เท่ากัน เราจะกำจัดตัวแปร โดยนำสมการทั้งสองมาลบกันโดยใช้สมบัติการลบ ดังนี้

นำ (2) - (1) ; $2x + 5y - (2x + 5y) = 6 - 3$

$$2x + 5y - 2x - 5y = 3$$

$$0 = 3 \text{ ซึ่งไม่จริง}$$

ถ้านักเรียนเจอกรณีแบบนี้ จะสรุปได้ว่าระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ เนื่องจากกราฟของสมการทั้งสองขนานกันจึงไม่ตัดกัน ดังนั้น ระบบสมการ $2x + 5y = 3$ และ $2x + 5y = 6$ ไม่มีคำตอบ



ชมพู่เห็นตัวอย่างนี้แล้วขอลองที่เก่งนะคะว่า ถ้าระบบสมการที่กำหนดให้เป็น $2x + 5y = 3$ และ $4x + 10y = 6$ ซึ่งเมื่อทำสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งให้เท่ากัน จะได้ สมการเป็น $4x + 10y = 6$ และ $4x + 10y = 6$ ซึ่งเมื่อกำจัดตัวแปรโดยนำสมการทั้งสองมาลบกันจะได้ $0 = 0$ ซึ่งเป็นจริง เราจะสรุปคำตอบของระบบสมการอย่างไรคะ



ถ้าเจอกรณีแบบนี้ แปลว่าระบบสมการนั้นเป็นสมการเดียวกัน ซึ่งเราจะสรุปคำตอบของระบบสมการนั้นว่ามีคำตอบมากมายนับไม่ถ้วน แต่มีเงื่อนไขว่า ค่าตัวแปร x ต้องสัมพันธ์กับตัวแปร y โดยนำสมการมาจัดรูปค่าของตัวแปร y ในเทอมของตัวแปร x พี่ว่าเราไปดูในตัวอย่างที่ 3 ดีกว่านะครี

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ระบบสมการ $2x+5y=3$ และ $4x+10y=6$

จากโจทย์เราต้องกำหนดสมการที่ให้มาเป็นสมการที่ 1 และสมการที่ 2 เพื่อให้สะดวกต่อการใช้ดำเนินการต่อไป ดังนี้

กำหนดให้ $2x+5y=3$ ----- (1)

และ $4x+10y=6$ ----- (2)

เนื่องจากสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรทั้งสองไม่เท่ากันเลยจึงต้องนำสัมประสิทธิ์ไปหา ค.ร.น. เพื่อให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน ดังนี้

จะทำสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร x ให้เท่ากัน หา ค.ร.น. ของ 2 กับ 4 ได้ 4

นำ 2 คูณสมการที่ 1 จะได้ $4x+10y=6$ ----- (3)

จากนั้นนำสมการทั้งสองมาลบกันโดยใช้สมบัติการลบ ดังนี้

นำ (2) - (3) ; $4x+10y-(4x+10y)=6-6$

$$4x+10y-4x-10y=0$$

$$0=0 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ถ้านักเรียนเจอกรณีแบบนี้ จะสรุปได้ว่าระบบสมการนี้มีคำตอบมากมายนับไม่ถ้วน เนื่องจากกราฟของสมการทั้งสองเป็นสมการเส้นเดียวกันกันแต่มีเงื่อนไขว่า ค่าตัวแปร x ต้องสัมพันธ์กับตัวแปร y โดยนำสมการใดสมการหนึ่งมาจัดรูปค่าของตัวแปร y ในเทอมของตัวแปร x ดังนี้

จาก $2x+5y=3$

$$\text{จะได้ } y = \frac{-2x+3}{5}$$

ดังนั้น ระบบสมการ $2x+5y=3$ และ $4x+10y=6$ มีคำตอบมากมายนับไม่ถ้วนในรูป $\left(x, \frac{-2x+3}{5}\right)$

เมื่อเข้าใจแล้ว
น้องๆ ลองไป
ช่วยกันแก้ระบบ
สมการในเอกสาร
ฝึกหัดนะครับ



4. จงแก้ระบบสมการ $x+2y=7$ และ $2x+4y=14$



ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

1. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

- ตารางแสดงจำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
- ตารางแสดงพฤติกรรมที่ต้องการในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
- ตารางแสดงผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัดและพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
- ตารางแสดงค่าความเที่ยง ความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2
- แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 พร้อมเฉลย

2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ตารางแสดงค่าความเที่ยง ความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

- ตารางแสดงค่าความเที่ยง ความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น



แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

เนื้อหา	จำนวนคาบที่สอน	จำนวนข้อสอบที่ใช้ทดลอง	จำนวนข้อสอบใช้จริง
1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟ	3	11	8
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	5	18	11
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	6	16	11
รวม	14	45	30

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 วิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

เนื้อหา	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย				
	ความรู้ ความจำ	เข้าใจ	นำไปใช้	วิเคราะห์	รวม
1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟ	1	3	2	2	8
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	1	5	2	3	11
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	-	-	10	1	11
รวม	2	8	14	6	30

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัด และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2

เนื้อหา	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย			
		จำนวนข้อ จำแนกตาม			
		ความรู้ ความ จำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์
1.ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปรและกราฟ	นักเรียนสามารถ : 1. บอกลักษณะของสมการเชิง เส้นสองตัวแปร ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปรได้ 2. เขียนและแปลความหมาย กราฟของสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรและระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปรได้	1 (1)	3 (2,3,6)	2 (7, 8)	2 (4,5)
2. การแก้ ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร	3. บอกลักษณะคำตอบของ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัว แปรได้ 4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรได้	1 (10)	5 (9,11,12, 15,18)	2 (13,19)	3 (14,16, 17)
3. โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการ เชิงเส้นสองตัว แปร	5. แก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการ เชิงเส้นสองตัวแปรได้			10 (20,22- 30)	1 (21)
	รวม	2	8	14	6

ตารางที่ 13 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบุบที่ 1 ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ Brooks (2003)

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.50	0.750	16	0.70	0.500
2	0.60	0.750	17	0.40	0.667
3	0.70	0.500	18	0.50	0.750
4	0.60	0.500	19	0.60	0.750
5	0.50	0.750	20	0.60	0.750
6	0.70	0.750	21	0.50	0.750
7	0.60	0.750	22	0.60	0.750
8	0.60	0.750	23	0.60	0.750
9	0.60	0.750	24	0.50	0.417
10	0.50	0.417	25	0.60	0.417
11	0.50	0.417	26	0.70	0.250
12	0.70	0.500	27	0.60	0.750
13	0.70	0.750	28	0.70	0.750
14	0.60	0.750	29	0.60	0.417
15	0.50	0.417	30	0.50	0.417

ค่าความเที่ยง = 0.92

ค่าความยาก = 0.40 – 0.70 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.587

ค่าอำนาจจำแนก = 0.25 – 0.75 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.592

ตารางที่ 14 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 2 ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบของ Brooks (2003)

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.46	0.750	16	0.70	0.500
2	0.64	0.500	17	0.40	0.667
3	0.64	0.500	18	0.50	0.750
4	0.64	0.500	19	0.60	0.750
5	0.55	0.750	20	0.60	0.750
6	0.64	0.750	21	0.50	0.750
7	0.64	0.750	22	0.60	0.750
8	0.64	0.750	23	0.60	0.750
9	0.64	0.750	24	0.50	0.417
10	0.55	0.417	25	0.60	0.500
11	0.55	0.417	26	0.70	0.250
12	0.64	0.500	27	0.60	0.750
13	0.64	0.750	28	0.70	0.750
14	0.55	0.750	29	0.60	0.417
15	0.55	0.417	30	0.50	0.417

ค่าความเที่ยง = 0.91

ค่าความยาก = 0.46 – 0.75 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.594

ค่าอำนาจจำแนก = 0.25 – 0.76 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.592

ศูนย์วิจัยที่รพช. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 1

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ใช้เวลา 50 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ

#####

1. ข้อใดไม่ใช่สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ก. $\frac{1}{x} = \frac{5}{y}$

ข. $\frac{5}{y} + \frac{2}{x} = 8$

ค. $\frac{x-5}{y} = 3$

ง. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3}{2}$

2. เส้นตรง $x - 2 = \frac{-2y}{5}$ จะตัดแกน Y ที่จุดใดบนระนาบ

ก. (0,0)

ข. (0,2)

ค. (0,5)

ง. (0,7)

3. จงหาว่าจุดตัดของกราฟของสมการ $3x + y = 14$ และ $2x - 3y = 2$ อยู่ห่างจากแกน X กี่หน่วย

ก. 0 หน่วย

ข. 2 หน่วย

ค. 4 หน่วย

ง. 6 หน่วย

4. กราฟของเส้นตรงในข้อใดขนานกับกราฟของ $3x - 5y = 15$
- $12x + 20y = 15$
 - $3x + 5y = 12$
 - $5x - 3y = 20$
 - $6x - 10y = 45$
5. กราฟของเส้นตรงในข้อใดเป็นเส้นตรงเดียวกันกับกราฟของเส้นตรง $2x + y = 5$
- $y - 2x = 5$
 - $3x + 4y = 5$
 - $6x + 3y = 15$
 - $\frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y = 1$
6. ถ้ากราฟของเส้นตรง $2x - 5y = 8$ และ $x + 3y = -7$ ตัดกัน แล้วจุดตัดกันของเส้นตรงทั้งสองอยู่ใน
- ควอดรันต์ที่เท่าใด
- ควอดรันต์ที่ 1
 - ควอดรันต์ที่ 2
 - ควอดรันต์ที่ 3
 - ควอดรันต์ที่ 4
7. กราฟของสมการในข้อใด ผ่านจุดตัดกันของกราฟของสมการ $5x - 4y = 7$ และ $x + y - 5 = 0$
- $9x - 9y + 19 = 0$
 - $9x + 9y - 19 = 0$
 - $18x - 9y - 5 = 0$
 - $9x + 18y - 63 = 0$
8. ถ้ากราฟของเส้นตรงสองเส้น ซึ่งมีสมการเป็น $mx + ny = 7$ และ $nx + my = 8$ ตัดกันที่จุด $(1,2)$ แล้ว ค่าของ $m + n$ เท่ากับเท่าใด
- 2
 - 3
 - 5
 - 6

14. กำหนดให้ (x, y) เป็นคำตอบของระบบสมการ $x + 2y = 5$ และ $x - 2y = 1$ ถ้า $(xy)^2 = \sqrt{a}$ แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าใด
- ก. 3
ข. 9
ค. 81
ง. 243
15. ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบของระบบสมการ $\frac{x-2}{3} + \frac{y-1}{2} = 2$ และ $\frac{x-8}{3} + \frac{y-7}{4} = -2$
- ก. $(5, -3)$
ข. $(-5, 3)$
ค. $(-5, -3)$
ง. $(5, 3)$
16. ระบบสมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ **ไม่มีคำตอบ**
- ก. $x + y = 5$ และ $x - y = 5$
ข. $y = x + 5$ และ $x - y = 5$
ค. $2x - y = 5$ และ $4x - 2y = 10$
ง. $2x - y = 5$ และ $2x + y = 5$
17. ระบบสมการในข้อใดต่อไปนี้มีคำตอบมากมายไม่จำกัดในรูป $(x, \frac{x-1}{2})$
- ก. $x - 2y = 1$ และ $x + 2y = 1$
ข. $x - 2y = 1$ และ $2x - 2y = 2$
ค. $x - 2y = 1$ และ $2x - 4y = 2$
ง. $x - 2y = 1$ และ $2x - 4y = 4$
18. ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบของระบบสมการ $\frac{2x-y}{3} = 1$ กับ $8x - 4y = 12$
- ก. $(1, -1)$
ข. $(0, -3)$
ค. $(2, 1)$
ง. $(3, 7)$

19. ถ้า (x, y) เป็นคำตอบของระบบสมการแล้ว ค่าของ $x + y$ จากข้อใดต่อไปนี้มีค่ามากที่สุด
- ก. $x + y = 4$ และ $2x + 3y = 12$
 ข. $x - y = 1$ และ $3x + y = 3$
 ค. $x + y + 3 = 0$ และ $4x + 2y + 6 = 0$
 ง. $2x - 3y = 5$ และ $3x - \frac{3y - 2}{5} = 4$
20. จำนวนจำนวนหนึ่งประกอบด้วยเลขสองหลัก และมีค่าเป็นสามเท่าของผลบวกของตัวเลขทั้งสองหลักของจำนวนนั้น ซึ่งถ้านำจำนวนดังกล่าวบวกกับ 45 จะมีค่าเท่ากับจำนวนที่เกิดจากการสลับตัวเลขในแต่ละหลักของจำนวนนั้น จงหาว่า ผลต่างของตัวเลขในแต่ละหลักของจำนวนดังกล่าวมีค่าเป็นเท่าใด
- ก. 4
 ข. 5
 ค. 6
 ง. 7
21. แม่ค้าขายใบชาที่มีอยู่เดิมในราคา กิโลกรัมละ 36 บาท จะได้กำไร 20% แต่ถ้าจะนำใบชาที่ซื้อใหม่ราคา กิโลกรัมละ 36 บาท มาผสมกับใบชาที่มีอยู่เดิม ต้องการทราบว่า แม่ค้าต้องนำใบชาที่มีอยู่เดิมและใบชาที่ซื้อใหม่มาผสมกันในอัตราส่วนเท่าใด จึงจะทำให้แม่ค้าขายใบชาผสมไป กิโลกรัมละ 40 บาท แล้วยังได้กำไร 25%
- ก. 1:4
 ข. 1:3
 ค. 2:1
 ง. 2:3
22. อัตราส่วนของอายุปัจจุบันของ ก. ต่อ ข. เป็น 5:6 แต่เมื่อ 8 ปีที่แล้ว อัตราส่วนของอายุของ ก. ต่อ ข. เป็น 3:4 จงหาว่าปัจจุบันทั้งสองคนมีอายุรวมกันกี่ปี
- ก. 33 ปี
 ข. 44 ปี
 ค. 48 ปี
 ง. 56 ปี
23. แม่ค้าซื้อไข่มาสองขนาดโดย ไข่เบอร์หนึ่งซื้อมาฟองละ 4 บาท และไข่เบอร์สองซื้อมาฟองละ 2.5 บาท นำมาคละกันแล้วขายไปราคาฟองละ 3 บาท ปรากฏว่าเท่าทุนพอดี จงหาอัตราส่วนของจำนวนไข่ทั้งสองขนาดนี้
- ก. 2:1
 ข. 3:1
 ค. 3:2
 ง. 3:4

24. มีน้ำเชื่อมสองชนิด ชนิดแรกมีน้ำตาลอยู่ 8% ชนิดที่สองมีน้ำตาลอยู่ 4% ต้องการนำน้ำเชื่อมทั้งสองชนิดมาผสมกันเพื่อให้เป็นน้ำเชื่อมที่มีน้ำตาลอยู่ 5% จำนวน 80 ลิตร จงหาว่าต้องใช้น้ำเชื่อมชนิดแรกกี่ลิตร
- 10 ลิตร
 - 20 ลิตร
 - 30 ลิตร
 - 40 ลิตร
25. ชายสองคนมีบ้านอยู่ห่างกัน 27 กิโลเมตร ถ้าชายทั้งสองเดินทางออกจากบ้านพร้อมกันพบว่า ถ้าเขาสองคนเดินทางเข้าหากันจะพบกันเมื่อเวลาผ่านไป 3 ชั่วโมง แต่ถ้าเขาทั้งสองเดินทางไปในทิศทางเดียวกัน จะพบกันเมื่อเวลาผ่านไป 9 ชั่วโมง จงหาอัตราเร็วในการเดินทางของชายทั้งสอง
- ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็ว 3 และ 6 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 - ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็ว 4 และ 4.5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 - ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็ว 3.5 และ 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 - ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็ว 4.5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
26. สมชายใช้เวลาเดินทางจากบ้านไปสถานีรถไฟ โดยที่ถ้าเดินชั่วโมงละ 3 กิโลเมตร จะไปถึงสถานีรถไฟสายไปจากเวลาปกติ 20 นาที แต่ถ้าเดินชั่วโมงละ 5 กิโลเมตร จะไปถึงสถานีรถไฟเร็วไปจากเวลาปกติ 12 นาที อยากทราบว่าเขาต้องเดินชั่วโมงละกี่กิโลเมตร จึงจะถึงสถานีรถไฟทันเวลาพอดี
- 3.5
 - 4.0
 - 4.2
 - 4.5
27. ในการเข้าชมการแสดงละครสัตว์คณะหนึ่ง มีผู้เข้าชมทั้งสิ้น 835 คน และเก็บค่าผ่านประตูได้ 34,085 บาท โดยเก็บจากผู้ใหญ่คนละ 50 บาท และเด็กคนละ 35 บาท อยากทราบว่าจำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมการแสดงละครสัตว์นี้มีน้อยกว่าเด็กกี่คน
- 169 คน
 - 178 คน
 - 187 คน
 - 196 คน

28. จีน่าเลี้ยงไก่และแมวที่บ้านรวมกัน 17 ตัว และเมื่อนับจำนวนขาสัตว์จะได้ทั้งหมด 52 ขา จงหาว่าจีน่า เลี้ยงไก่และแมวอย่างละกี่ตัว
- ก. ไก่ 7 ตัวและแมว 10 ตัว
 - ข. ไก่ 8 ตัวและแมว 9 ตัว
 - ค. ไก่ 9 ตัวและแมว 8 ตัว
 - ง. ไก่ 10 ตัวและแมว 7 ตัว
29. พ่อค้าขายปากกา 4 ด้ามกับดินสอ 2 แท่ง คิดเป็นเงินรวมกัน 24 บาท แต่ถ้าขายปากกา 6 ด้ามกับดินสอ 5 แท่ง คิดเป็นเงินรวมกัน 40 บาท จงหาว่าพ่อค้าขายปากกา 1 ด้ามกับดินสอ 1 แท่ง จะคิดเป็นเงินรวมกันเท่าใด
- ก. 4 บาท
 - ข. 5 บาท
 - ค. 6 บาท
 - ง. 7 บาท
30. มีเหรียญสิบบาทกับเหรียญห้าบาทวางรวมกันทั้งหมด 22 เหรียญ รวมเป็นเงิน 155 บาท จงหาว่ามีเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทอย่างละกี่เหรียญ
- ก. เหรียญสิบบาท 8 เหรียญ เหรียญห้าบาท 14 เหรียญ
 - ข. เหรียญสิบบาท 14 เหรียญ เหรียญห้าบาท 8 เหรียญ
 - ค. เหรียญสิบบาท 9 เหรียญ เหรียญห้าบาท 13 เหรียญ
 - ง. เหรียญสิบบาท 13 เหรียญ เหรียญห้าบาท 9 เหรียญ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 1

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	ข	16	ข
2	ค	17	ค
3	ข	18	ง
4	ง	19	ก
5	ค	20	ข
6	ค	21	ค
7	ง	22	ข
8	ค	23	ก
9	ข	24	ข
10	ข	25	ก
11	ข	26	ข
12	ค	27	ค
13	ง	28	ข
14	ค	29	ง
15	ง	30	ค

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) ใช้เวลา 50 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
4. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ

#####

1. ข้อใดไม่ใช่สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ก. $\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 0$

ข. $\frac{y+2}{x} = 5$

ค. $\frac{x}{5} + \frac{y}{6} = 7$

ง. $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 3$

2. เส้นตรง $x-2 = \frac{-2y}{5}$ จะตัดแกน X ที่จุดใดบนระนาบ

ก. (0,0)

ข. (2,0)

ค. $(\frac{1}{2}, 0)$

ง. (5,0)

3. จงหาว่าจุดตัดของกราฟของสมการ $3x + y = 14$ และ $2x - 3y = 2$ อยู่ห่างจากแกน Y กี่หน่วย

ก. 0 หน่วย

ข. 2 หน่วย

ค. 4 หน่วย

ง. 6 หน่วย

4. กราฟของเส้นตรงในข้อใดขนานกับกราฟของ $6x - 10y = 15$
- ก. $12x + 20y = 15$
- ข. $3x + 5y = 12$
- ค. $5x - 3y = 20$
- ง. $6x - 10y = 45$
5. กราฟของเส้นตรงในข้อใดเป็นเส้นตรงเดียวกันกับกราฟของเส้นตรง $2x - y = 5$
- ก. $y - 2x = 5$
- ข. $3x + 4y = 5$
- ค. $6x + 3y = 15$
- ง. $\frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y = 1$
6. กราฟของเส้นตรง $3x + 6y = 12$ และ $2x - 3y = 1$ ตัดกัน แล้วจุดตัดกันของเส้นตรงทั้งสองอยู่ในควอดรันต์ที่เท่าใด
- ก. ควอดรันต์ที่ 1
- ข. ควอดรันต์ที่ 2
- ค. ควอดรันต์ที่ 3
- ง. ควอดรันต์ที่ 4
7. กราฟของสมการในข้อใดไม่ผ่านจุดตัดกันของกราฟของสมการ $x + y = 1$ และ $2x + 3y = 3$
- ก. $9x - 9y + 9 = 0$
- ข. $9x + 9y - 9 = 0$
- ค. $18x - 9y - 5 = 0$
- ง. $9x + 18y - 18 = 0$
8. ถ้ากราฟของเส้นตรงสองเส้น ซึ่งมีสมการเป็น $mx + ny = 7$ และ $nx + my = 8$ ตัดกันที่จุด $(1, 2)$ ค่าของ $m - n$ เท่ากับเท่าไร
- ก. 1
- ข. 2
- ค. 3
- ง. 4

9. กำหนดให้ $x - y = 1$ (1) และ
 $2x + y = 3$ (2) ถ้าจะแก้ระบบสมการนี้โดยวิธีกำจัดตัวแปร

ใดตัวแปรหนึ่ง ในการดำเนินการขั้นต่อไปข้อใดเหมาะสมและทำได้รวดเร็วที่สุด

- ก. นำสมการที่ 1 บวกกับสมการที่ 2
- ข. นำสมการที่ 1 ลบด้วยสมการที่ 2
- ค. นำ 2 คูณสมการที่ 1
- ง. นำ -1 คูณสมการที่ 2

10. ข้อใดไม่ใช่ลักษณะคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น

- ก. มีคำตอบเดียว
- ข. มีสองคำตอบ
- ค. มีหลายคำตอบ
- ง. ไม่มีคำตอบ

11. กำหนดให้ (m, n) เป็นคำตอบของระบบสมการ $2m + n = 1$ และ $m - 2n + 7 = 0$ จงหาว่า m มีค่าตรงกับข้อใด

- ก. -1
- ข. -3
- ค. 1
- ง. 3

12. ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบของระบบสมการ $0.2x - 0.3y = 1.4$ และ $0.3x + 0.2y = 0.8$

- ก. (10, 2)
- ข. (4, -2)
- ค. (-2, 4)
- ง. (3, 5)

13. กำหนดสมการให้ดังต่อไปนี้

$$7x - 9y - 3(x - 4y) = 38 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$5(x + 2y) - (3x + 11y) = 14 \quad \dots\dots\dots(2)$$

และให้ (x, y) เป็นคำตอบของระบบสมการข้างต้น จงหาค่าของ $x - 2y$ มีค่า

มากกว่าหรือน้อยกว่าค่าของ $\frac{x - y}{2}$ อยู่เท่าใด

- ก. มากกว่าอยู่ 1
- ข. มากกว่าอยู่ 2
- ค. น้อยกว่าอยู่ 1
- ง. น้อยกว่าอยู่ 2

14. กำหนดให้ (x, y) เป็นคำตอบของระบบสมการ $x + 2y = 5$ และ $x - 2y = 1$ ถ้า

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{n} \text{ แล้ว } n \text{ มีค่าเท่ากับเท่าใด}$$

ก. $\frac{3}{4}$

ข. 3

ค. 2

ง. $\frac{4}{3}$

15. ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบของระบบสมการ $\frac{x+3}{2} + \frac{y-2}{3} = 1$ และ $\frac{x-5}{6} + \frac{y+2}{3} = 1$

ก. (3,5)

ข. (3,-5)

ค. (-3,-5)

ง. (-3,5)

16. ระบบสมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ **ไม่มีคำตอบ**

ก. $2x + y = 5$ และ $2x - y = 5$

ข. $y = x - 5$ และ $x - y = 5$

ค. $2x - y = 10$ และ $4x - 2y = 10$

ง. $2x - y = 5$ และ $2x + y = 5$

17. ระบบสมการในข้อใดต่อไปนี้มีคำตอบมากมายไม่จำกัดในรูป $\left(x, \frac{x+3}{2}\right)$

ก. $2x + 3y = 1$ และ $x - 2y = 1$

ข. $x - 2y = -3$ และ $3x - 6y = -9$

ค. $x - 2y = 3$ และ $2x - 3y = 2$

ง. $2x - 4y = 4$ และ $x - 2y = 1$

18. ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบของระบบสมการ $4x - 2y = 6$ กับ $\frac{2x - y}{3} = 1$

ก. (2,1)

ข. (1,-1)

ค. (0,-3)

ง. (-1,5)

19. ถ้า (x, y) เป็นคำตอบของระบบสมการแล้ว ค่าของ $x + y$ จากข้อใดมีค่าน้อยที่สุด
- ก. $x - y = 1$ และ $3x + y = 3$
- ข. $2x - 3y = 5$ และ $3x - \frac{3y - 2}{5} = 4$
- ค. $x + y + 3 = 0$ และ $4x + 2y + 6 = 0$
- ง. $x + y = 4$ และ $2x + 3y = 12$
20. จำนวนจำนวนหนึ่งประกอบด้วยตัวเลขสองหลัก และมีค่าเป็นสี่เท่าของผลบวกของตัวเลขทั้งสอง ซึ่งถ้านำจำนวนดังกล่าวบวกกับ 27 จะมีค่าเท่ากับจำนวนที่เกิดจากการสลับตัวเลขในแต่ละหลักของจำนวนนั้น จงหาว่า ผลต่างของตัวเลขในแต่ละหลักของจำนวนดังกล่าวมีค่าเป็นเท่าใด
- ก. 2
- ข. 3
- ค. 4
- ง. 5
21. พ่อค้าขายมะม่วงที่มีอยู่เดิมในราคา กิโลกรัมละ 36 บาท จะได้กำไร 20% แต่ถ้าจะนำมะม่วงที่ซื้อใหม่ราคา กิโลกรัมละ 36 บาท มาผสมกับมะม่วงที่มีอยู่เดิม ต้องการทราบว่าพ่อค้าต้องนำมะม่วงที่มีอยู่เดิมกับมะม่วงที่ซื้อใหม่มาผสมกันในอัตราส่วนเท่าใด จึงจะทำให้พ่อค้าขายมะม่วงผสมไป กิโลกรัมละ 40 บาท แล้วยังได้กำไร 20%
- ก. 1:3
- ข. 2:3
- ค. 4:5
- ง. 5:6
22. อัตราส่วนของอายุปัจจุบันของ ก. ต่อ ข. เป็น 3:5 แต่เมื่อ 11 ปีที่แล้ว อัตราส่วนของอายุของ ก. ต่อ ข. เป็น 1:2 จงหาว่าปัจจุบันทั้งสองคนมีอายุรวมกันกี่ปี
- ก. 33 ปี
- ข. 55 ปี
- ค. 78 ปี
- ง. 88 ปี
23. พ่อค้ามีแป้งสองชนิดโดยที่แป้งชนิดแรกราคา กิโลกรัมละ 30 บาท และแป้งชนิดที่สองราคา กิโลกรัมละ 36 บาท ถ้าจะนำแป้งทั้งสองชนิดมาผสมกันให้ได้แป้งผสมที่มีต้นทุนราคา กิโลกรัมละ 34 บาท จงหาว่าพ่อค้าต้องนำแป้งทั้งสองชนิดมาผสมกันในอัตราส่วนเท่าใดตามลำดับ
- ก. 1:2
- ข. 1:3
- ค. 2:3
- ง. 3:4

24. มีน้ำเชื่อมสองชนิด ชนิดแรกมีน้ำตาล 20% ชนิดที่สองมีน้ำตาล 15% ถ้าต้องการนำน้ำเชื่อมทั้งสองชนิดนี้มาผสมกันให้ได้น้ำเชื่อมที่มีน้ำตาล 18% จำนวน 800 ลิตร จะต้องใช้น้ำเชื่อมแต่ละชนิดอย่างละกี่ลิตร
- ก. ใช้น้ำเชื่อมชนิดแรก 300 ลิตรและชนิดที่สอง 500 ลิตร
 ข. ใช้น้ำเชื่อมชนิดแรก 450 ลิตรและชนิดที่สอง 350 ลิตร
 ค. ใช้น้ำเชื่อมชนิดแรก 480 ลิตรและชนิดที่สอง 320 ลิตร
 ง. ใช้น้ำเชื่อมชนิดแรก 520 ลิตรและชนิดที่สอง 280 ลิตร
25. พี่น้องสองคนมีที่ทำงานอยู่ห่างกัน 27 กิโลเมตร ถ้าทั้งสองคนต่างออกเดินทางพร้อมกันพบว่า ถ้าทั้งสองคนเดินทางเข้าหากันจะพบกันเมื่อเวลาผ่านไป 3 ชั่วโมง แต่ถ้าทั้งสองคนออกเดินทางไปในทิศทางเดียวกัน จะพบกันเมื่อเวลาผ่านไป 9 ชั่วโมง จงหาว่าชายทั้งสองคนเดินทางด้วยอัตราเร็วต่างกันเท่าใด
- ก. ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็วต่างกัน 2 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 ข. ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็วต่างกัน 3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 ค. ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็วต่างกัน 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
 ง. ชายทั้งสองเดินทางด้วยอัตราเร็วต่างกัน 5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
26. เก่งถีบจักรยานจากบ้านไปโรงเรียนด้วยความเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงโรงเรียนเร็วไปจากเวลาปกติ 4 นาที แต่ถ้าเขาถีบจักรยานด้วยความเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะถึงโรงเรียนช้าไปจากเวลาปกติ 4 นาที จงหาว่าบ้านของเก่งอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร
- ก. 3 กิโลเมตร
 ข. 4 กิโลเมตร
 ค. 8 กิโลเมตร
 ง. 10 กิโลเมตร
27. ในการเข้าชมพิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่ง วันหนึ่งมีผู้เข้าชมทั้งสิ้น 425 คน และเก็บค่าผ่านประตูได้ 7,890 บาท โดยเก็บจากผู้ใหญ่ คนละ 30 บาท และเด็กคนละ 10 บาท อยากทราบว่าจำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมพิพิธภัณฑ์แห่งนี้น้อยกว่าเด็กกี่คน
- ก. 61 คน
 ข. 182 คน
 ค. 243 คน
 ง. 311 คน

เฉลยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ฉบับที่ 2

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	ง	16	ค
2	ข	17	ข
3	ค	18	ง
4	ง	19	ค
5	ง	20	ข
6	ก	21	ค
7	ค	22	ง
8	ก	23	ก
9	ก	24	ค
10	ข	25	ข
11	ก	26	ค
12	ข	27	ก
13	ก	28	ง
14	ก	29	ข
15	ง	30	ง



แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว ซึ่งคำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	p	r
1	0.51	0.62
2	0.63	0.73
3	0.32	0.24
4	0.47	0.58

ค่าความเที่ยง = 0.62

ค่าความยาก = 0.32 – 0.63

ค่าอำนาจจำแนก = 0.24 – 0.73

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจงในการตอบ

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบสอบชนิด
อัตนัย มีจำนวน 4 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้
นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจ
ปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2) วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูล
ที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อ
พิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือ
ลงมือแก้ปัญหาดังที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2) พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4) ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการ
ตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผล
ของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบ
กระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 50 นาที

3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ห้อง และเลขที่ในแบบวัดฉบับนี้ทุกหน้า

4. แบบทดสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 15 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้อง
ของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็ม
ความสามารถ

6. หากมีปัญหาใดๆโปรดสอบถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

ปัญหาที่ 1 จำนวนคู่บวก 5 จำนวนเรียงกัน รวมกันได้ 230 จงหาผลบวกของจำนวนคู่บวก
ที่มากที่สุดกับจำนวนคู่บวกที่น้อยที่สุด

1) สิ่ง โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

ปัญหาที่ 2 ปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตรอยู่ 33 ปี แต่เมื่อ 6 ปีที่แล้วบิดามีอายุเป็น 12 เท่าของอายุของบุตร จงหาว่าในอีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นกี่เท่าของอายุของบุตร

1) สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้ คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

ปัญหาที่ 3 ห้องรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าห้องหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 3 เมตร ถ้าห้องนี้มีความยาวรอบรูปเป็น 48 เมตร จงหาว่าถ้าจะปูกระเบื้องพื้นห้องจะต้องใช้กระเบื้องทั้งหมดกี่กล่อง (กำหนดให้กระเบื้อง 1 กล่อง = 1 ตารางเมตร)

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

ปัญหาที่ 4 บีตีบจักรยานไปบ้านเพื่อนด้วยความเร็วคงที่ 9 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ขากลับเขาถีบด้วยความเร็วคงที่ 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รวมเวลาเดินทางไปและกลับ 1 ชั่วโมง 35 นาที จงหาว่าบ้านของบีอยู่ห่างจากบ้านเพื่อนกี่กิโลเมตร

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ดังนี้

3.1) ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2) สรุปคำตอบ

.....

.....

4) แสดงการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 16 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ซึ่ง
คำนวณโดยใช้โปรแกรม B-Index700

ข้อที่	p	r
1	0.76	0.49
2	0.54	0.71
3	0.63	0.66
4	0.68	0.63

ค่าความเที่ยง = 0.72

ค่าความยาก = 0.54 – 0.76

ค่าอำนาจจำแนก = 0.49 – 0.71

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

คำชี้แจงในการตอบ

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบสอบชนิด
อัตนัย มีจำนวน 4 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้
นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนทำความเข้าใจ
ปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2) วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูล
ที่วิเคราะห์ไปแล้วในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อ
พิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือ
ลงมือแก้ปัญหตามี่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2) พร้อมทั้งสรุปคำตอบ

ข้อย่อยที่ 4) ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ ให้นักเรียนแสดงการ
ตรวจสอบการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ การพิจารณาความสมเหตุสมผล
ของคำตอบ และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบ
กระบวนการต่างๆในการหาคำตอบ

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 50 นาที

3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ห้อง และเลขที่ในแบบวัดฉบับนี้ทุกหน้า

4. แบบทดสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 15 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้อง
ของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็ม
ความสามารถ

6. หากมีปัญหาใดๆโปรดสอบถามอาจารย์ผู้คุมสอบ

7. ขอขอบคุณในความร่วมมือของท่าน

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

ปัญหาที่ 1 จำนวนจำนวนหนึ่งประกอบด้วยเลขสองหลัก และมีค่าเป็น 5 เท่าของผลบวกของตัวเลขทั้งสองหลักของจำนวนนั้น ซึ่งถ้านำจำนวนดังกล่าวบวกกับ 9 จะมีค่าเท่ากับจำนวนใหม่ที่เกิดจากการสลับตัวเลขในแต่ละหลักของจำนวนนั้น จงหาว่า จำนวนใหม่นี้คือจำนวนใด

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

ปัญหาที่ 2 พ่อค้าคนหนึ่งซื้อน้ำตาลทรายมาสองชนิด ชนิดที่หนึ่งราคา กิโลกรัมละ 10 บาท ส่วนชนิดที่สองราคา กิโลกรัมละ 12 บาท รวมเป็นเงิน 780 บาท แล้วพ่อค้านำน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดมาผสมกันและขายน้ำตาลทรายที่ผสมแล้วไปราคา กิโลกรัมละ 15 บาท ปรากฏว่าได้กำไร 270 บาท จงหาว่าพ่อค้าซื้อน้ำตาลทรายทั้งสองชนิดมาชนิดละกี่กิโลกรัม

1) สิ่ง โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

.....

สิ่งที่ โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

.....

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยุทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

.....

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

ปัญหาที่ 3 ในระยะทางที่เท่ากันเอกใช้เวลาในการขับรถยนต์ 4 ชั่วโมง แต่ยอดใช้เวลาในการขับรถยนต์ เพียง 3 ชั่วโมง แต่ระยะทางที่เอกขับรถในเวลา 5 ชั่วโมงน้อยกว่าระยะทางที่ยอดขับรถในเวลา 4 ชั่วโมงอยู่ 60 กิโลเมตร จงหาอัตราเร็วในการขับรถยนต์ของเอกและยอด เมื่อความเร็วในการขับรถยนต์ของเอกและยอดคงที่

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....
.....
.....
.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....
.....
.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....
.....

ชื่อ-นามสกุล ห้อง เลขที่

ปัญหาที่ 4 สวนดอกไม้แห่งหนึ่งมีผีเสื้อบินจับดอกไม้อยู่ ซึ่งถ้าผีเสื้อทั้งหมดจับดอกไม้ทุกดอก ดอกละตัวจะเหลือผีเสื้อ 3 ตัว ที่ไม่มีดอกไม้จับ และถ้าผีเสื้อทั้งหมดจับดอกไม้ดอกละ 2 ตัว จะเหลือดอกไม้ 6 ดอก ที่ไม่มีผีเสื้อจับ จงหาว่า ในสวนนี้มีดอกไม้กี่ดอกและมีผีเสื้อกี่ตัว

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา คือ

.....

2) วางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

.....

ภาคผนวก ง

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่าความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนสอบปลายภาค ปีการศึกษา 2551 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2551 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง
- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2551 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)
- แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ก่อนการทดลอง ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 17 แสดงค่ามัธยิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2551 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

ห้อง	จำนวนนักเรียน (คน)	\bar{x}	s
ม. 3/1	54	41.94	12.01
ม. 3/2	54	41.62	9.47
ม. 3/3	54	42.31	11.56
ม. 3/4	54	40.33	14.16
ม. 3/5	54	40.60	12.52

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 18 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบภาคเรียนที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2551 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	\bar{x}	s	F	t
ม. 3/1	54	41.94	12.01	0.213	-0.163
ม. 3/3	54	42.31	11.56		

*p<.05



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 19 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{x}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ก่อนการทดลอง

ห้อง	n	\bar{x}	s	F	t
ม. 3/1	54	25.54	13.41	1.619	-0.246
ม. 3/3	54	26.15	12.43		

*p<.05



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสุพัตรา จอมคำสิงห์ เกิดเมื่อวันจันทร์ที่ 29 สิงหาคม พุทธศักราช 2520
อยู่บ้านเลขที่ 63/26 หมู่ที่ 5 ตำบลลำโพ อำเภอบางบัวทอง จังหวัดนนทบุรี 11110 สำเร็จ
การศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับสอง) สาขาวิชา มัธยมศึกษา วิชาเอก
คณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2543 เข้าศึกษาต่อ
ในหลักสูตร ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอน
และเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2550



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย