การจำลองเชิงตัวเลขของเจ็ตสองมิติในกระแสขวางโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม

นายรุ่งโรจน์ วัฒน์จิรานนท์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2552

NUMERICAL SIMULATION OF TWO-DIMENSIONAL JET IN CROSSFLOW USING FINITE VOLUME METHOD

Mr.Rungroj Watjiranont

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2009

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การจำลองเชิงตัวเลขของเจ็ตสองมิติในกระแสขวางโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม
โดย	นายรุ่งโรจน์ วัฒน์จิรานนท์
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ตุลย์ มณีวัฒนา)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)

.... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อศิ บุญจิตราดุลย์)

.... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร)

รุ่งโรจน์ วัฒน์จิรานนท์ : การจำลองเชิงตัวเลขของเจ็ตสองมิติในกระแสขวางโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม. (NUMERICAL SIMULATION OF TWO-DIMENSIONAL JET IN CROSSFLOW USING FINITE VOLUME METHOD) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์, 112 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมเพื่อคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตสองมิติในกระแสขวาง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อจำลองรูปแบบการระบายอากาศ การฟุ้งกระจายของฝุ่นหรือสสารจาก Slot jet ซึ่งสามารถพิจารณาในรูปสองมิติได้ โดยพิจารณาจากวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ต (Jet trajectory) ความเข้มข้นของปริมาณสเกลาร์ (Scalar concentration) และพฤติกรรมการไหลบริเวณใกล้ทางออกของเจ็ต แบบจำลองความปั่นป่วนที่เลือกใช้ คือ แบบจำลอง Standard k-ε และ Low-Reynolds number k-ε โดยพารามิเตอร์ที่พิจารณาคืออัตราส่วนความเร็วของกระแสเจ็ตต่อกระแสขวาง (R) ทั้งในส่วนที่ค่า $R<1$ และค่า $R>1$ นอกจากนี้ ผลลัพธ์จากโปรแกรมซึ่งคำนวณในสองมิติได้ถูกนำไปเปรียบเทียบกับการไหลของเจ็ตในสามมิติหรือ Round jet ที่ตำแหน่งระนาบสมมาตรตรงจุดกึ่งกลางเจ็ต เพื่อเปรียบเทียบคุณลักษณะบางประการที่มีพฤติกรรมใกล้เคียงกันและนำไปสู่การพัฒนาโปรแกรมต่อไป

ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ชี้ให้เห็นว่า ค่า R ที่เพิ่มขึ้นทำให้มีการกระจายตัวที่เพิ่มขึ้นของปริมาณสเกลาร์ด้านหลังทางออกของเจ็ต นอกจากนี้รัศมีความโค้งของวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตและเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ก็เพิ่มมากขึ้นเช่นกัน โดยที่ปริมาณสเกลาร์จะมีรัศมีความโค้งต่ำกว่าวิถีการเคลื่อนที่เล็กน้อย ในกรณีที่ $R>1$ ปริมาณสเกลาร์กระจายตัวได้กว้างตามขนาดการไหลวน แต่ปริมาณที่มีค่าสูงจะอยู่เฉพาะใกล้เคียงบริเวณปากทางออกเจ็ตเท่านั้น ในทางตรงกันข้ามเมื่อค่า $R<1$ ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่าสูงจะเคลื่อนที่ได้ไกลกว่าถึงแม้ว่าการกระจายตัวจะอยู่ในบริเวณใกล้เคียงกับผนังด้านล่างเนื่องจากอิทธิพลของกระแสขวาง สำหรับแบบจำลอง Low-Reynolds number k-ε นั้นสามารถทำนายขนาดการไหลวนและการเปลี่ยนแปลงบริเวณใกล้ผนังได้ดีกว่าแบบจำลอง Standard k-ε ในขณะที่คุณลักษณะอื่นก็ได้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน ส่วนผลคำนวณที่ได้ในสองมิติเมื่อเทียบกับในสามมิติพบว่า เส้นวิถีการเคลื่อนที่ของความเร็วเจ็ตและปริมาณสเกลาร์มีแนวโน้มไปในทางเดียวกัน

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล ลายมือชื่อนิสิต รุ่งโรจน์ วัฒน์จิรานนท์
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
ปีการศึกษา 2552

5070421421 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEYWORDS : JET IN CROSSFLOW / TURBULENT FLOW / STANDARD $k-\varepsilon$ MODEL / LOW-REYNOLDS $k-\varepsilon$ MODEL

RUNGROJ WATJIRANONT : NUMERICAL SIMULATION OF TWO-DIMENSIONAL JET IN CROSSFLOW USING FINITE VOLUME METHOD. THESIS ADVISOR : ASST.PROF.SOMPONG PUTIVISUTISAK, Ph.D., 112 pp.

This thesis presents a finite volume method for prediction of two-dimensional turbulent jet in crossflow. The purpose is to develop two-dimensional air ventilation or substance dissipation models which can be determined by considering the jet trajectory, scalar concentration and flow behavior around the jet exit. The standard *k-ε* and Low-Reynolds number *k-ε* models are utilized here. The considered parameter is the jet to cross-stream velocity ratios (*R*) in two specific ranges i.e. $R<1$ and $R>1$. In addition, the flow characteristics in two-dimensional simulation are compared with those at the symmetry plane of three-dimensional round jet to investigate similar characteristics between these two flows.

The results of the computational program indicate that, when the velocity ratio, *R* increases, the scalar dissipation behind the jet exit increases. Furthermore, the radii of jet trajectory and scalar centerline trajectory also increase with the increasing velocity ratio. For $R>1$, the scalar concentration yields large dissipation with the high values dissipating nearby the jet exit. When $R<1$, the high scalar concentration dissipates close to the bottom wall and further away from the jet exit because of the crossflow influence. It can be seen that the Low-Reynolds number *k-ε* model is able to predict the recirculation and near wall effect better than the standard *k-ε* model. The result comparison between two-dimensional and three-dimensional models shows that the trends of jet trajectory and scalar centerline trajectory are similar.

Department : Mechanical Engineering Student's Signature R. Watjiranont
Field of Study : Mechanical Engineering Advisor's Signature [signature]
Academic Year : 2009

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ต้องขอกราบขอพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ ตั้งแต่เริ่มแรกที่รับเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา อีกทั้งเสนอหัวข้องานวิจัยที่มีประโยชน์นี้ รวมทั้งให้คำแนะนำต่างๆ ในการทำงานด้วยดีเสมอมา

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ตุลย์ มณีวัฒนา ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ดร.อศิ บุญจิตราดุลย์ และ รองศาสตราจารย์ ดร.เอกชัย จันทสาโร กรรมการ ที่ให้คำแนะนำและถ่ายทอดความรู้ได้เป็นอย่างดีตลอดช่วงเวลาที่ทำการศึกษาวิทยานิพนธ์ พร้อมทั้งคำแนะนำต่างๆ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณสถาบันวิจัยพลังงาน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้ทุนสนับสนุนในการทำวิจัยทำให้มีผลงานที่เป็นประโยชน์และควรได้รับการพัฒนาต่อไป

ขอขอบคุณ น้องๆ และสมาชิกในห้องปฏิบัติการทุกคน สำหรับคำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ และกำลังใจในระหว่างการทำงาน จนสำเร็จออกมาตามระยะเวลาที่หวังไว้

และผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวที่สนับสนุนในการเรียนต่อระดับปริญญาโทจนสำเร็จการศึกษาดังที่หวังไว้ และคุณค่าอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นกตัญญุตาบูชาแด่ บิดา มารดา ครูบาอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

หน้า

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

สารบัญภาพ

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

A	พื้นที่หน้าตัดของปริมาตรควบคุม
C_μ, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$	ค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองความปั่นป่วน
D	ความกว้างของช่องทางออกเจ็ต, ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ, ความกว้างของช่องทางเข้า
ER	อัตราส่วนขนาดขยายของช่องทางไหล, $(D+H)/D$
f	ตัวประกอบของการประมาณค่าในช่วง
f_ϕ	Diffusive transport ของปริมาณสเกลาร์
f_μ, f_1, f_2	Damping function
F	Convective mass flux
F_s	แรงเฉือน
H	ความสูงของขั้นบันได
k	Turbulent kinetic energy
k_w	Turbulent kinetic energy ที่ผนัง
l	Turbulent length scale
l_m	Prandtl mixing length
L	ความยาวของท่อ
p	ความดัน
p^*	Modified pressure
Pe	Peclet nujmber
R	อัตราส่วนความเร็ว, v_j / u_∞

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

Re_H	Turbulent Reynolds number, $u_a H / \upsilon_a$
Re_t	Turbulent Reynolds number, $k^2 / \upsilon\varepsilon$
Re_y	Turbulent Reynolds number, $\sqrt{k}\, y / \upsilon$
Sc	Schmidt number
Sc_t	Turbulent Schmidt number
u_∞	ความเร็วของไหลกระแสขวางที่ทางเข้า, ความเร็วของไหลอิสระ
u_i	ความเร็วในทิศทาง i
u^+	ความเร็วไร้มิติ
u_τ	Friction velocity, $(\tau_w / \rho)^{1/2}$
u_ε	Kolmogorov velocity scale, $(\upsilon\varepsilon)^{1/4}$
v_j	ความเร็วของไหลเจ็ต
X_R	Flow reattachment length
x	ระยะในแนวแกน x ของพิกัดคาร์ทีเซียน
y	ระยะในแนวแกน y ของพิกัดคาร์ทีเซียน
y^+	ระยะไร้มิติจากผิวของผนัง, $u_\tau y / \upsilon$
y^*	ระยะไร้มิติจากผิวของผนัง, $u_\varepsilon y / \upsilon$
δ	Boundary layer thickness
δ_{ij}	Kronecker delta
ε	Dissipation rate of turbulent kinetic energy
ε_w	Dissipation rate of turbulent kinetic energy ที่ผนัง

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

κ	Von Karman constant
ρ	ความหนาแน่น
$-\rho\overline{u_i'u_j'}$	Reynolds stresses
μ	ความหนืดสัมบูรณ์
μ_{eff}	Effective viscosity
μ_t	Eddy viscosity
υ	ความหนืดจลนศาสตร์
σ_k, σ_ε	ค่าสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองความปั่นป่วน
τ_w	ค่าความเค้นเฉือนที่ผนัง
τ_{ij}	Reynolds stress tensor
Ω	ปริมาตรควบคุม

ตัวห้อย (Subscripts)

a	ชั้นบรรยากาศ
cf	กระแสขวาง
i, j	Cartesian tensor index
j	เจ็ต
e, w, n, s	ผิวปริมาตรควบคุมที่อยู่ระหว่างจุดต่อ E และ P, P และ W, N และ P, P และ S ตามลำดับ
E, W, N, S	จุดต่อที่อยู่ข้างเคียงปริมาตรควบคุมจุด P

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

ตัวยก (Superscripts)

'	ส่วนที่เป็นผลของการสั่น, ค่าแก้ไข
–	ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

ในปัจจุบันนี้มีผลการศึกษาต่างๆ มากมายที่เกี่ยวข้องกับการไหล ทั้งในส่วนของการวิเคราะห์ปัญหาเชิงทฤษฎีด้วยการใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการไหลอย่างมีเหตุมีผล และการทดลองเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์และความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการไหลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด เนื่องจากผลการศึกษาเหล่านี้สามารถนำไปสู่การประยุกต์ใช้ทางด้านวิศวกรรม และเป็นประโยชน์อย่างมากต่อการพัฒนาสาขาวิชาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกันโดยทั่วไป เราสามารถแสดงลักษณะการไหลต่างๆ อยู่ในรูปความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับคุณสมบัตินั้นๆ ของของไหล ซึ่งสามารถหาผลเฉลยด้วยการวิเคราะห์ปัญหาโดยอาศัยสมมติฐานที่เหมาะสม เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนนั้นให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาการไหลที่มีความซับซ้อน การหาผลเฉลยด้วยวิธีการวิเคราะห์ (Analytical solution) อาจทำได้ไม่ง่ายนัก การนำระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเข้ามาใช้จึงช่วยให้การประมาณค่าผลลัพธ์ง่ายขึ้น โดยอาศัยกระบวนการประมาณค่าอย่างมีเหตุมีผลให้สอดคล้องกับความสัมพันธ์ของค่าต่างๆ ในสมการเหล่านั้นกับคุณลักษณะของการไหล ซึ่งเรียกศาสตร์ที่ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหาการไหลนี้ว่า Computational Fluid Dynamics หรือที่เรียกกันโดยย่อว่า CFD ถึงแม้ว่าในปัจจุบันความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีจะทำให้มีการพัฒนาและคิดค้นโปรแกรมที่ใช้งานในทางวิศวกรรมเป็นจำนวนมาก แต่การประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้คำนวณการไหลขึ้นเฉพาะปัญหานั้นๆ ในงานวิจัยก็ยังมีความสำคัญ ส่งผลให้ยังคงมีงานวิจัยเกี่ยวกับ CFD เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง

การวิเคราะห์ปัญหาการไหลจะแตกต่างกันไปตามคุณลักษณะที่ให้ความสนใจ ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบของการไหลต่างๆ เช่น การไหลในท่อ การไหลผ่านสิ่งกีดขวาง หรือการไหลผ่านช่องทางไหลที่มีความซับซ้อน เรื่องเหล่านี้ก็สามารถนำไปเป็นประเด็นของหัวข้อที่เราสนใจได้ การไหลเจ็ตซึ่งเป็นรูปแบบการไหลชนิดหนึ่งก็มีความน่าสนใจเช่นกัน โดยเรามักพบเห็นการประยุกต์ใช้ของการไหลประเภทนี้อยู่เสมอ ไม่ว่าจะเป็นการเผาไหม้ที่เกิดจากเครื่องยนต์ไอพ่น ควันที่พ่นออกมาจากปล่องไฟ การฉีดพ่นของเหลวสองชนิดให้ผสมกัน การปล่อยของเสียลงสู่แม่น้ำ หรือแม้กระทั่งปรากฏการณ์ทางธรรมชาติอย่างเช่น ควันจากปล่องภูเขาไฟ เป็นต้น การศึกษาการไหลของเจ็ตทำให้ทราบถึงตัวแปรและคุณลักษณะการไหลซึ่งนำไปสู่การประยุกต์ใช้งานได้หลากหลาย ซึ่งการพัฒนาโปรแกรมทาง CFD ช่วยให้สามารถทำนายการไหลแบบเจ็ตได้ดีขึ้น โดยสามารถ

จำลองแบบการไหลเพื่อใช้วิเคราะห์งานบางประเภทที่การทดลองจริงทำได้ยาก หรือมีค่าใช้จ่ายในการทดลองสูง ตัวอย่างเช่น ในห้องเผาไหม้ของ Gas turbine ซึ่งออกแบบให้มีการฉีดพ่นน้ำมันเชื้อเพลิงที่ลักษณะเหมือนเจ็ตเข้าไปในกระแสอากาศจากภายนอก ซึ่งดูดเข้ามาในทิศที่ตั้งฉากกับกระแสเจ็ตเพื่อผสมกันก่อนที่จะมีการจุดประกายไฟ (Ignition) เพื่อเผาไหม้น้ำมันเชื้อเพลิง การไหลเป็นแบบเจ็ตในกระแสขวางเพื่อรักษาระดับกระบวนการเผาไหม้บริเวณใกล้หัวฉีดให้คงที่ และช่วยลดความร้อนที่ปลายหัวฉีดที่เกิดจากการเผาไหม้ การใช้ CFD ศึกษาเจ็ตในกระแสขวางมีส่วนช่วยในการทำนายทิศทางของน้ำมันที่ฉีดพ่นเข้าไปในอากาศ และการกระจายตัวที่เกิดขึ้นระหว่างน้ำมันกับอากาศ ผลที่ได้นี้ช่วยในการปรับความเร็วของเจ็ตน้ำมันที่ทางเข้าและปริมาณอากาศที่เหมาะสม ทำให้ทิศทางการกระจายตัวของเชื้อเพลิงมีลักษณะที่ช่วยให้การเผาไหม้มีประสิทธิภาพดีขึ้น นำไปสู่การประหยัดน้ำมันเชื้อเพลิงและค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น รวมถึงการลดมลภาวะจากการเผาไหม้ได้

การไหลแบบเจ็ตสามารถจำแนกออกเป็นประเภทต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้

1.1.1 การไหลแบบเจ็ตอิสระ

เมื่อของไหลถูกฉีดออกจากหัวฉีดหรือปากทางเข้า เจ็ตจะเกิดการผสมกันกับอนุภาคของไหลที่อยู่นิ่งโดยรอบ และของไหลที่ผสมกันแล้วจะถูกทำให้เคลื่อนที่ไปโดยมวลของเจ็ตจะเพิ่มขึ้นตามทิศทางการเคลื่อนที่ ขณะเคลื่อนที่ความเร็วของเจ็ตก็จะลดลงตามระยะทาง แต่โมเมนตัมโดยรวมยังมีค่าคงที่ ดังแสดงในรูปที่ 1.1

(ก) (ข)

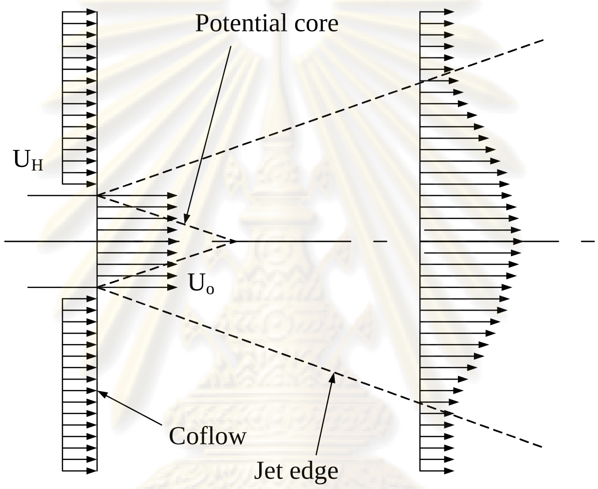
รูปที่ 1.1 การไหลแบบเจ็ตอิสระ

(ก) เจ็ตอิสระ

(ข) ภาพเจ็ตอิสระที่ได้จากวิธี Laser-induced fluorescence, LIF (Zhang and Johari, 1996)

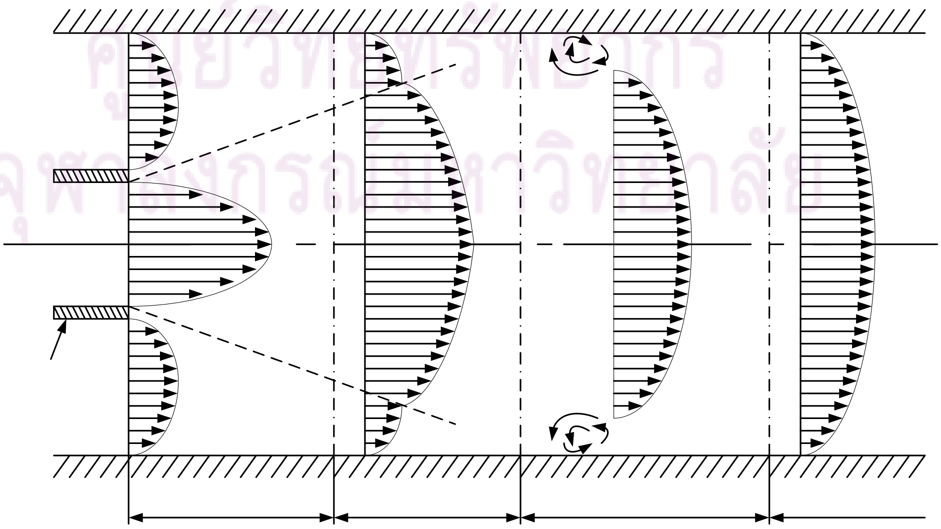
1.1.2 การไหลแบบเจ็ตในกระแสตาม

การไหลแบบเจ็ตในกระแสตามเป็นการไหลของเจ็ตที่มีกระแสรอบข้างไหลไปในทิศทางเดียวกันหรือหมายความว่าเจ็ตกับกระแสรอบข้าง ไม่มีมุมปะทะกันหรือมีมุมปะทะเพียงเล็กน้อย ลักษณะการไหลแบบนี้เจ็ตจะดึงกระแสรอบข้างเข้ามาผสม ทั้งบริเวณใกล้ๆ กับหัวฉีดหรือทางออกของเจ็ตจนเกิดการเปลี่ยนแปลง ซึ่งได้รับอิทธิพลมาจากความแตกต่างของความเร็วระหว่างเจ็ตกับกระแสรอบข้าง โดยการพัฒนาไปเป็นแบบเต็มรูปของเจ็ตจะเกิดขึ้นเร็วกว่ากรณีของเจ็ตอิสระ นั่นคือมีระยะการกระจายตัวลดลง ในขณะที่การกระจายตัวจะแตกต่างจากเจ็ตอิสระที่มีบริเวณรอบๆ หยุดนิ่ง ดังแสดงในรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 การไหลแบบเจ็ตในกระแสตาม

เจ็ตแบบ Confined coflow jet ก็เป็นการไหลแบบเจ็ตในกระแสตามแบบหนึ่ง ซึ่งสามารถแสดง Profile ของความเร็ว ดังในรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 Confined coflow jet

สำหรับเจ็ตประเภทนี้ผลของพื้นที่ปิด จะทำให้เกิดความดันย้อนกลับเมื่อการขยายตัวของเจ็ตเข้าใกล้ผนังซึ่งปิดกั้นการเหนี่ยวนำการผสม (Entrainment) ระหว่างเจ็ตกับกระแสตาม จนเกิดการไหลวนขึ้นบริเวณใกล้ผนังเป็นการผสมกันระหว่างเจ็ตและกระแสตาม ซึ่งเมื่อเกิดการผสมกันโดยสมบูรณ์ของไหลจะมีรูปแบบเป็นการไหลแบบเต็มรูป

1.1.3 การไหลแบบเจ็ตในกระแสทวน

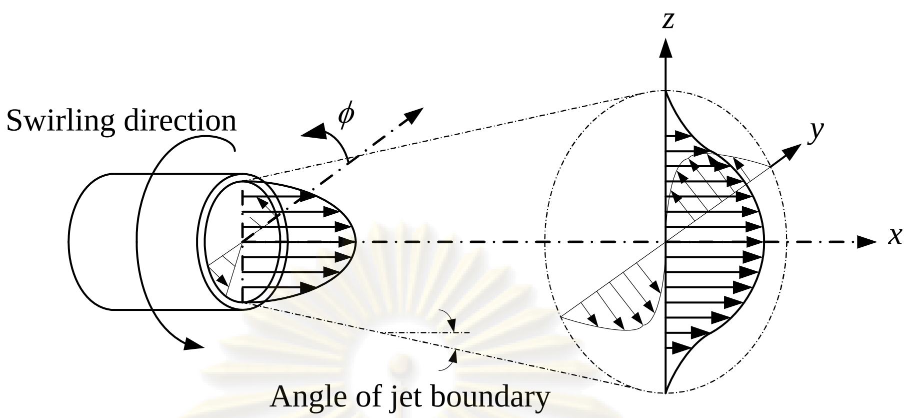
การไหลที่กระแสรอบข้างมีทิศสวนทางกับเจ็ต นั่นคือ มุมปะทะมีค่าเพิ่มขึ้นจนใกล้เคียงค่าประมาณ 180 องศา จะทำให้เจ็ตมีระยะการไหลที่สั้นลงอย่างเห็นได้ชัดเจน เป็นผลเนื่องมาจากการไหลของเจ็ตถูกกระแสลมทวนพัดสวนทางกลับไป ดังแสดงในรูปที่ 1.4 ตัวอย่างการใช้งานอาทิเช่น การศึกษาการเผาไหม้ภายในเครื่องยนต์แบบลูกสูบซึ่งมีการฉีดน้ำมันเชื้อเพลิงโดยตรงเข้ากระบอกสูบในขณะที่มีการอัดอากาศจากลูกสูบ

รูปที่ 1.4 การไหลแบบเจ็ตในกระแสลมทวน

1.1.4 การไหลแบบเจ็ตหมุนควง

การไหลแบบหมุนควงเป็นการผสมคุณลักษณะของการเคลื่อนที่แบบหมุน โดยการเคลื่อนที่แบบหมุนซึ่งเกิดจากการหมุนควงจะถูกส่งผ่านไปยังเจ็ตที่ออกมาจากหัวฉีดทำให้เกิดความเร็วในแนวสัมผัส การหมุนควงจะส่งผลให้เกิด Adverse pressure gradient ในแนวแกนกลางเจ็ต ดังนั้นในการหมุนควงที่มีระดับความแรงค่อนข้างสูงจะทำให้เกิด Adverse pressure gradient ที่มีความ

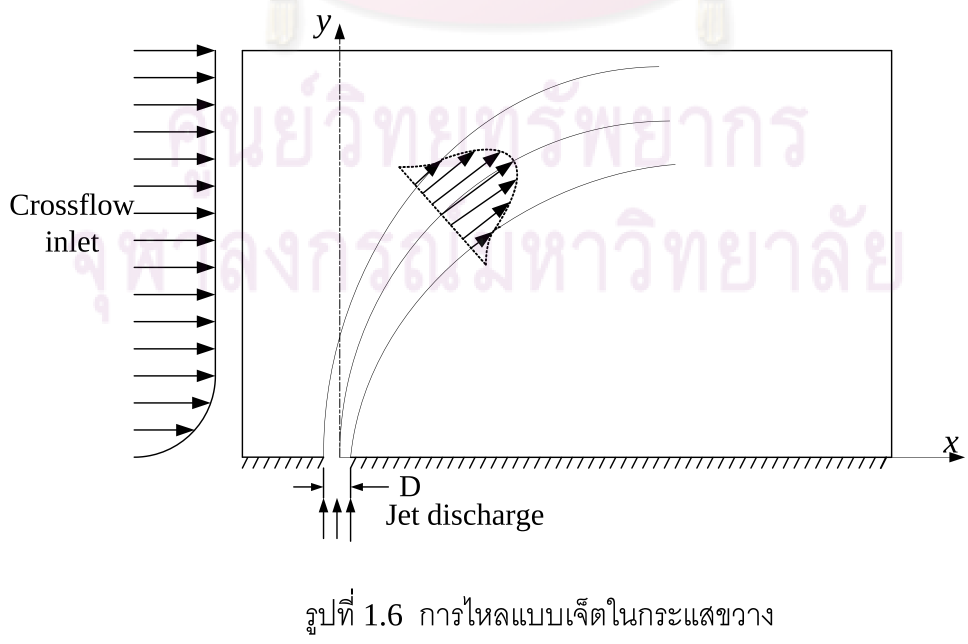
รุนแรงมากจนเกิดกระแสไหลวนจนเป็นวงแหวนวอร์เท็กซ์ที่ตรงกึ่งกลางของการขยายตัวของเจ็ตตามแนวรัศมี ดังแสดงในรูปที่ 1.5



รูปที่ 1.5 Swirling jet

1.1.5 การไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง

เมื่อเจ็ตไหลผ่านเข้าสู่กระแสขวางที่ทำมุมระหว่างกัน จะทำให้ทิศทางการเคลื่อนที่ของเจ็ตเบี่ยงเบนจนกระทั่งเคลื่อนที่ไปในแนวเดียวกับกระแสขวาง ซึ่งลักษณะการไหลแบบนี้พบเห็นได้โดยทั่วไปทั้งในงานวิศวกรรม เช่น การระบายความร้อน หรือ ปรากฏการณ์ธรรมชาติ เช่น ควันที่ปล่องภูเขาไฟ มีผู้ให้ความสนใจศึกษาการไหลแบบนี้ในหลายแง่มุม เช่น เรื่องวอร์เท็กซ์ที่เกิดจากการไหล การเหนี่ยวนำการผสมของของไหลทั้งสองชนิด วิถีโค้งของเจ็ต เป็นต้น รูปแบบของการไหลแสดงดังรูปที่ 1.6



รูปที่ 1.6 การไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง

สำหรับงานวิจัยนี้จะศึกษาการไหลของเจ็ตในกระแสขวาง ซึ่งการไหลแบบนี้มีการประยุกต์ใช้ที่หลากหลายในงานทางวิศวกรรม เช่น การระบายความร้อน (Film cooling) การฉีดพ่นละอองน้ำมันเชื้อเพลิงในห้องเผาไหม้ เป็นต้น แม้ว่าพฤติกรรมหลายอย่างของการไหลของเจ็ตในกระแสขวางจะมีผู้ศึกษาในแบบ 3 มิติ ที่มีความซับซ้อนและมีผู้ให้ความสนใจอยู่มาก แต่ขณะเดียวกันสำหรับงานบางประเภทที่มีรูปแบบของขอบเขตไม่ซับซ้อน และต้องการผลลัพธ์ที่รวดเร็ว การพิจารณาการไหลให้อยู่ในรูปแบบของ 2 มิติ หรือที่เรียกได้ว่าเป็นการไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวางก็สามารถให้ผลลัพธ์ที่ดีซึ่งน่าเชื่อถือได้ ตัวอย่างเช่น การคำนวณของ Kulmala et al. (2007) ซึ่งทำการจำลองแบบเจ็ตที่ใช้เป็นตัวไล่ไอเสีย หรือมลพิษจากอ่างเหล็กหล่อขณะที่รอการเย็นตัวไปยังปล่องระบายควัน ดังแสดงในรูปที่ 1.7

(ก) (ข)

รูปที่ 1.7 การใช้เจ็ตฉีดพ่นไอระเหยจากบ่อเหล็กหล่อไปยังช่องระบายอากาศ (Kulmala et al., 2007)

(ก) เส้นการกระจายตัวของความเข้มข้นที่ได้จากแบบจำลองการคำนวณ

(ข) ภาพถ่ายจากสถานที่ใช้งาน

การใช้แบบจำลองการคำนวณเพื่อหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในการใช้งาน โดยศึกษาความเร็วและตำแหน่งของเจ็ตเพื่อทำนายทิศทางการเคลื่อนที่ของไอเสียจากอ่างเหล็กหล่อ จากตัวอย่างของ Kulmala et al. (2007) ทำให้เข้าใจถึงพฤติกรรมของการไหลได้ดียิ่งขึ้น อีกทั้งยังสามารถปรับเปลี่ยนความเร็วของเจ็ตได้อย่างอิสระ ทำให้ทราบตำแหน่งที่ชัดเจนของการระบายอากาศก่อนที่จะใช้งานจริง จากตัวอย่างนี้ชี้ให้เห็นว่า การทำนายคุณลักษณะของการไหลด้วยวิธีนี้สามารถนำไปใช้งานได้จริง และการวิเคราะห์หรือคำนวณปัญหาก็สามารถทำได้รวดเร็ว ดังนั้นงานวิจัยที่จะดำเนินการต่อไปนี้ จึงมุ่งเน้นที่การพัฒนาแบบจำลองการไหลของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวางเพื่อให้การนำไปประยุกต์ใช้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.2 การศึกษางานวิจัยที่ผ่านมา

Girshovich (1966) ได้สร้างทฤษฎีในการแก้ปัญหาเจ็ตในกระแสขวาง ด้วยการตั้งสมมติฐานดังนี้ 1) แกนเส้นโค้งของเจ็ตเป็นเส้นที่มีค่า Streamline เท่ากับศูนย์ 2) รัศมีความโค้งของแกนเจ็ตมีค่าคงที่ในบริเวณเริ่มต้นของเจ็ต 3) ค่าคงที่ของความดันรวมของความเร็วตามขวางมีค่าน้อยกว่าค่าตามแนวยาว 4) ในบริเวณที่เกิดการผสมกันด้านนอกและด้านในนั้น ช่วงความยาวที่เกิดการผสมมีความสัมพันธ์กับความกว้างของบริเวณที่เกิดการผสมกัน 5) รูปแบบของความเร็วตลอดระยะทางที่มีการผสมกันมีความคล้ายกันทั้งด้านนอกและด้านใน การคำนวณได้พิจารณาถึงอิทธิพลจากการเปลี่ยนแปลงความดันของเจ็ตที่มีต่อกระแสขวาง และได้ทำการทดลองด้วยหัวฉีดขนาดกว้าง 1.5 มิลลิเมตร ยาว 300 มิลลิเมตร และ ขนาดกว้าง 5 มิลลิเมตร ยาว 100 มิลลิเมตร โดยเปรียบเทียบในรูปอัตราส่วนของขนาดหัวฉีด (ความยาวต่อความกว้าง) ตั้งแต่ 5 ถึง 200 และอัตราส่วนความเร็วของเจ็ตต่อความเร็วของกระแสขวางอยู่ในช่วง 2 ถึง 10 ($2 < R < 10$) ผลที่ได้คือ ค่าตามทฤษฎีมีค่าต่ำกว่าค่าที่ได้จากการทดลองมากเมื่อเปรียบเทียบในรูปวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ต เนื่องจากทฤษฎีที่สร้างขึ้นไม่ได้นำอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงความดันระหว่างเจ็ตกับกระแสขวางที่ด้านหลังทางออกเจ็ตมาคำนวณด้วย

Carter (1969) ได้ศึกษาเจ็ตปั่นป่วนแบบระนาบที่มีความร้อนใน Confined crossflow ซึ่งได้วัดอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งต่างๆ กันแล้วนำมาเสนอในรูปแบบของวิถีโค้งของอุณหภูมิที่แปรผันตามการเคลื่อนที่ของเจ็ต โดยนิยามเป็น Locus of maximum temperature สำหรับค่าอัตราส่วนของความเร็วระหว่างความเร็วเจ็ตต่อความเร็วกระแสขวาง (Velocity ratio, *R*) ที่ต่างกัน 3 ค่า

Patankar et al. (1977) ได้ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ในการทำนายผลที่เกิดจาก Round jet ในกระแสขวางที่มีค่าอัตราส่วนความเร็ว $R \geq 2$

McGuirk and Rodi (1978) ได้ใช้วิธีการคำนวณในการทำนายลักษณะเจ็ตแบบปั่นป่วนในกระแสขวาง โดยได้ศึกษาด้านทางเข้าของเจ็ตที่พุ่งเข้าไปในท่อสี่เหลี่ยมด้วยการใช้วิธี Depth-averaged version ของแบบจำลอง $k-\varepsilon$ และได้ทำนายวิถีโค้งของเจ็ตในรูปแบบของ Streamline และขนาดของ Recirculation eddy ซึ่งได้มีการเปรียบเทียบค่าที่ได้กับผลการทดลองของ Mikhail et al. (1975) พบว่า วิถีโค้งของเจ็ตในรูปของ Streamline มีลักษณะใกล้เคียงกับผลการทดลอง แต่ขนาดของ Recirculation eddy แตกต่างกันมาก

Ramaprian and Haniu (1983, 1989) ได้ศึกษาพฤติกรรมของ Buoyant jet และ Nonbuoyant jet ในกระแสขวางที่มีการไหลแบบคงตัวใน 2 มิติ โดยให้ความสนใจทั้งการเปลี่ยนแปลงความเร็วและอุณหภูมิ โดยใช้น้ำเป็น Buoyant jet ซึ่งได้ทำการศึกษาบริเวณใกล้กับทางออก

ของเจ็ตในระยะไม่เกิน 100 เท่าของความกว้างที่ทางออก โดยตัวแปรที่พิจารณาคือ ค่าอัตราส่วนความเร็ว (ความเร็วเจ็ตต่อความเร็วกระแสขวาง) อยู่ในช่วง 1 ถึง 10 ค่า Richardson number ของเจ็ตอยู่ในช่วง 0 ถึง 0.26 ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ของเจ็ตอยู่ในช่วง 270 ถึง 1600 และ ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ของกระแสขวางอยู่ในช่วง 6.7×10^{3} ถึง 2.7×10^{4} มีช่องทางออกเจ็ตขนาดกว้าง 5 มิลลิเมตร และยาว 250 มิลลิเมตร ผลที่ได้คือ รูปแบบของเจ็ตในกระแสขวางมีความคล้ายคลึงกับ Karman vortex street และได้สังเกตว่าอัตราการแผ่กระจายของเจ็ตสูงกว่าปกติที่คาดไว้ อีกทั้งยังสรุปว่าการไหลสามารถพิจารณาให้เป็นแบบ 2 มิติได้

Demuren (1986) ใช้แบบการจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Reynolds stress model (RSM) ในการคำนวณเจ็ตในกระแสขวาง พบว่าเมื่อพิจารณาเฉพาะสนามการไหลโดยเฉลี่ยทั่วๆ ไปนั้น แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ สามารถให้ผลการคำนวณใกล้เคียงกับผลการทดลอง แต่เมื่อพิจารณาถึงการเหนี่ยวนำการผสมกันระหว่างเจ็ตกับกระแสขวาง ควรเลือกใช้แบบจำลองอื่น นอกจากนี้ Demuren (1986) ยังได้แสดงให้เห็นอีกว่าสนามการไหลของเจ็ตปั่นป่วนแบบระนาบ ซึ่งปกติมีลักษณะเป็นแบบ 3 มิติ สามารถจำลองการคำนวณสนามการไหลให้อยู่ในแบบ 2 มิติได้ โดยผลลัพธ์ที่ได้ค่อนข้างใกล้เคียงกับผลการทดลอง

Pelfrey and Liburdy (1986) ได้ทำการทดลองวัดค่าเฉลี่ยและค่าการสั่นของการไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตในระนาบ เพื่อหาผลกระทบที่มีต่อวิถีโค้งของเจ็ตทั้งด้านบนของขอบเจ็ตและด้านล่าง พบว่าขนาดของอัตราความเค้นที่เกิดจากวิถีโค้งมีค่ามากกว่าอัตราความเค้นเฉือนตามความกว้างของเจ็ต และความแตกต่างของค่ารากกำลังสองเฉลี่ย (r.m.s) ของค่าการสั่นในความเร็วที่เกิดขึ้นตามความยาวของเจ็ต เนื่องจากคุณลักษณะที่ไม่มีเสถียรภาพที่ด้านบนของเจ็ต มีแนวโน้มที่จะเพิ่มการสั่นที่ด้านใต้ลมจนทำให้ค่า r.m.s. เพิ่มขึ้นไปตามตำแหน่งของเจ็ตที่มีความเร็วมากที่สุด

Flacks et al. (1994) ได้ทำการทดลองวัดสนามความเร็วในบริเวณที่มีการผสมกันระหว่างเจ็ตกับกระแสขวาง (Mixing region) โดยใช้ Laser velocimeter และได้ศึกษาการไหลใน 2 มิติ โดยการฉีดเจ็ตผ่านช่องแคบ (Slot jet) ในทิศตั้งฉากกับกระแสขวาง โดยทำการสังเกตที่ค่าอัตราส่วนระหว่างโมเมนตัมของเจ็ตกับกระแสขวางที่แตกต่างกัน 3 ค่า ได้แก่ 3.1, 8.1 และ 16.2 ซึ่งสรุปว่า ขนาดของ Mixing region แปรผันตามค่าอัตราส่วนโมเมนตัม

Sarkar and Bose (1995) ได้ทำนายคุณลักษณะของการไหลเจ็ตปั่นป่วนแบบระนาบในกระแสขวางแบบ 2 มิติ ซึ่งเจ็ตที่มีอุณหภูมิต่ำถูกฉีดพุ่งเข้าไปในกระแสขวางอุณหภูมิสูงที่มีความแรงกว่า ($R \le 1.0$) โดยได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองการคำนวณที่ต่างกัน 5 แบบ ได้แก่ แบบจำลองชนิด Low-Reynolds number $k-\varepsilon$ model ที่เสนอโดย Lam and

Bremhorst (1981) และ Chien (1982) และ Low-Reynolds number $k-\omega$ model ที่เสนอโดย Wilcox (1993) แบบจำลองการคำนวณ Algebraic eddy viscosity ของ Baldwin and Lomax (1978) และ แบบจำลองที่ปรับปรุงมาจาก Algebraic eddy viscosity ของ Baldwin and Lomax (1978) พวกเขาพบว่าประสิทธิภาพของแบบจำลอง Lam and Bremhorst ให้ความสอดคล้องกับการไหลมากที่สุดเมื่อเทียบกับแบบจำลองอื่นๆ อย่างไรก็ตามไม่ได้มีการเปรียบเทียบการคำนวณที่ได้กับผลจากการทดลอง

Jones and Wille (1996) ได้สร้างแบบจำลองการคำนวณเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวางด้วยการใช้วิธี Large-eddy-simulation (LES) โดยการกำหนดเงื่อนไขทางเข้าของกระแสขวางและเงื่อนไขขอบขึ้นมาใหม่ แล้วนำผลการคำนวณที่ได้เปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้จาก Standard Smagorinsky-Lilly model กับ Dynamic model มีการประยุกต์ใช้กริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid) เพื่อให้ผลที่ได้มีความแม่นยำมากขึ้นในชั้น Viscous sublayer และเลือกใช้ Numerical scheme เป็นแบบ Second-order central differences ยกเว้นสำหรับค่า Turbulent kinetic energy, k ที่เลือกใช้ Total variation diminishing (TVD) ในการประมาณค่าพจน์การพา โดยสรุปว่า การเปลี่ยนมาใช้เงื่อนไขขอบที่ผนังด้วยแบบจำลองที่คิดมานั้น มีผลต่อผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณน้อยมากถึงแม้ว่าผลการคำนวณที่ได้จะมีค่า Residual scale eddy viscosity ต่างกันมากก็ตาม ซึ่งหมายความว่า LES ไม่มีความสัมพันธ์กับ Residual scale ในบริเวณที่อยู่ห่างจากผนัง

Davidson and Pun (1999) ได้สังเกตว่าที่ค่าอัตราส่วนความเร็วต่ำมากๆ นั้น เจ็ตแบบสามมิติ หรือ Round jet ได้แพร่เข้าไปในกระแสขวางอย่างรวดเร็ว และเจ็ตจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางนั้นด้วยความเร็วเดียวกับกระแสขวาง เนื่องจากกระแสขวางที่มีอิทธิพลมากกว่ากระแสเจ็ตยกเว้นบริเวณใกล้กับทางออกของเจ็ต นอกจากนี้เจ็ตยังถูกเหนี่ยวนำเข้าไปผสมในกระแสขวางโดยอิทธิพลจากโมเมนตัมของกระแสขวางมากกว่าแรง ซึ่งเกิดจากความแตกต่างของความดันระหว่างด้านหน้าและด้านหลังทางออกเจ็ต ในทางกลับกันสำหรับการคำนวณเจ็ตแบบ 2 มิติ ของไหลในกระแสขวางจะเกิดการเหนี่ยวนำการผสมขึ้นอย่างช้าๆ ในกรณีนี้การเปลี่ยนแปลงความดันด้านหน้าและหลังเจ็ตจะมีผลกระทบมากกว่า

Kalita et al. (2002) ได้ใช้แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ในการคำนวณปัญหาการไหลของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวางที่มีความเร็วต่ำและปานกลาง โดยทดสอบที่ค่าอัตราส่วนความเร็วต่างกัน 3 ค่า คือ 6, 9 และ 10 โดยเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Ramaprian and Haniu (1983,1989) ซึ่งผลที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง และพบว่าเมื่ออัตราส่วนความเร็วสูงขึ้นจะมีการเหนี่ยวนำการผสมระหว่างเจ็ตกับกระแสขวางมากขึ้น ในขณะที่เจ็ตมีความเบี่ยงเบนลดลง

ส่วนบริเวณใกล้กับจุดกำเนิดเจ็ตจะเกิดความเร่งขึ้นเล็กน้อยคล้ายคลึงกับกรณีของ Sarkar and Bose (1995) นอกจากนี้ยังได้ศึกษาเพิ่มเติมในส่วนของบริเวณที่เกิดการผสมกันระหว่างเจ็ตกับกระแสขวางอันเกิดจากอิทธิพลของ Streamline curvature โดยปรับปรุงแบบจำลอง $k-\varepsilon$ model ที่มีอยู่แล้ว

Huang et al. (2005) ศึกษาพฤติกรรมของเจ็ตในกระแสขวางที่มีความเร็วต่ำใน 2 มิติด้วยวิธี Laser-induced fluorescence (LIF) โดยแบ่งแยกขนาดกระแสขวางที่มีความเร็วต่ำกับความเร็วสูงด้วยค่า z/Z_{ws} โดยค่า $z/Z_{ws} < 1$ แทนบริเวณที่ขนาดกระแสขวางมีความเร็วต่ำ และ $z/Z_{ws} > 1$ แทนบริเวณที่ขนาดกระแสขวางมีความเร็วสูง (z เป็นพิกัดตามแนวดิ่ง และ Z_{ws} เป็น Length scale หรืออัตราส่วนโมเมนตัมระหว่างเจ็ตกับกระแสขวาง) เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยที่ได้จากการทดลองซึ่งแสดงถึงการสลายตัวของเจ็ต การแผ่ตัวออก และวิถีโค้งของเจ็ต รวมทั้งคุณสมบัติของความปั่นป่วนซึ่งแสดงด้วย r.m.s. และความไม่สม่ำเสมอของค่าการสั่นของความเข้มข้นเจ็ตตามทิศทางการเคลื่อนที่ Huang et al. (2005) ได้สรุปโดยรวมว่า ในกระแสขวางที่มีความเร็วสูงจะมีอัตราการสลายตัวของเจ็ตอย่างรวดเร็วและแบบจำลองทำนายผลได้ไม่ดีนัก โดยการกระจายตัวของเจ็ตจะเพิ่มขึ้นตามความเร็วของกระแสขวาง นอกจากนี้ Huang et al. (2005) ยังได้สร้างสมการความสัมพันธ์แสดงการกระจายตัวของเจ็ต โดยพบว่าค่าสัมประสิทธิ์ Spreading rate (k) เท่ากับ 0.155 สามารถให้รูปแบบการกระจายตัวสอดคล้องกับผลการทดลอง สำหรับการทำนายวิถีโค้งของเจ็ตนั้นได้สรุปว่า ต้องนำผลการเปลี่ยนแปลงความดันตลอดหน้าตัดที่ทางออกของเจ็ตมาพิจารณาด้วย

1.3 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

เพื่อศึกษาและวิเคราะห์คุณลักษณะของการไหลแบบเจ็ตระนาบในกระแสขวางด้วยการใช้แบบจำลองความปั่นป่วนแบบ Two-equation

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1.4.1 ทำการศึกษาพฤติกรรมของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวางภายใต้สมมติฐานต่อไปนี้

- การไหลเป็นแบบคงตัวและอัดตัวไม่ได้ (Steady incompressible flow)
- การไหลเป็นแบบปั่นป่วน
- คุณสมบัติของการไหลมีค่าคงที่ตลอดขอบเขตที่พิจารณา

- ไม่คิดผลกระทบเนื่องจากแรงลอยตัว
- เจ็ตและกระแสขวางเป็นของไหลประเภทเดียวกัน

1.4.2 ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมสำหรับการคำนวณปัญหาการไหลของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวาง

1.4.3 ประยุกต์ใช้แบบจำลองความปั่นป่วน เช่น แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Reynolds number $k-\varepsilon$ ในการคำนวณปัญหาการไหล

1.4.4 วิเคราะห์และสรุปผลการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองหรือผลการคำนวณอื่นที่มีอยู่แล้ว

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1.5.1 ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการไหลแบบปั่นป่วน โดยเฉพาะการไหลของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวาง และแบบจำลองความปั่นป่วนแบบ Two-equation

1.5.2 ศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมสำหรับสมการ Navier-Stokes ของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวาง

1.5.3 ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมสำหรับแก้ปัญหาการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง

1.5.4 ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมด้วยปัญหาอย่างง่ายและปัญหาที่สอดคล้องกับการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง ที่มีผลการทดลองหรือผลเฉลยแม่นตรง

1.5.5 ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมกับผลการทดลองที่ใช้เงื่อนไขในการทดสอบเดียวกันและเปรียบเทียบกับผลการทดลองหรือผลลัพธ์จากแบบจำลองการคำนวณของผู้ศึกษาท่านอื่น

1.5.6 วิเคราะห์และสรุปผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1.5.7 จัดทำวิทยานิพนธ์

1.5.8 เสนอผลงานในงานประชุมวิชาการและสอบวิทยานิพนธ์

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากวิทยานิพนธ์

1.6.1 สามารถนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นไปใช้ในการวิเคราะห์พฤติกรรมการไหลของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวางได้

1.6.2 แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของแบบจำลองความปั่นป่วนที่เลือกและเปรียบเทียบข้อดีและข้อด้อยของแต่ละชนิดเมื่อนำมาใช้วิเคราะห์การไหลเพื่อนำไปสู่การคิดค้นแก้ไขให้ดียิ่งขึ้น

1.6.3 สามารถเปรียบเทียบและเข้าใจถึงพฤติกรรมที่ต่างกันระหว่างการไหลของเจ็ตแบบระนาบซึ่งพิจารณาเป็นสองมิติกับการไหลในสามมิติได้

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

พฤติกรรมที่เกิดขึ้นของเจ็ตในกระแสขวาง เกิดขึ้นจากเจ็ตที่ทำมุมกับกระแสขวางเกิดการเบี่ยงเบนทิศทางการเคลื่อนที่จนกระทั่งมีทิศทางเดียวกันกับกระแสขวาง กระบวนการที่เกิดขึ้นก่อให้เกิดความสนใจถึงตัวแปรที่มีผลต่อทิศทางการเคลื่อนที่ของเจ็ตที่เป็นวิถีโค้ง (Jet trajectory) เช่น อัตราส่วนโมเมนตัมของเจ็ตต่อกระแสขวาง หรือ อัตราส่วนความเร็วเจ็ตต่อกระแสขวาง ขนาดและรูปร่างของปากทางออกเจ็ต รวมไปถึงพฤติกรรมต่างๆ ที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างเจ็ตและกระแสขวาง ได้แก่ การเหนี่ยวนำการผสมของกระแสขวางในเจ็ต การเปลี่ยนแปลงความดันตลอดทางออกของเจ็ต การเกิดวอร์เท็กซ์ และระยะการสลายตัวของเจ็ต

มีผู้ให้ความสนใจศึกษาด้วยการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ต่างๆ จนกระทั่งมีการนิยามความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึง วิถีโค้งของเจ็ตตามเงื่อนไขซึ่งพิจารณาอยู่ในรูปของสมการ Power law

$$\frac{y}{RD} = A\left(\frac{x}{RD}\right)^{b} \tag{2.1}$$

เมื่อ x และ y เป็นระยะตามพิกัดแนวนอนและแนวดิ่ง ตามลำดับ โดย A และ b เป็นค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง ส่วนผลคูณ RD เป็น Length scale ซึ่งแตกต่างกันไปตามผู้วิจัยแต่ละท่าน ส่วนใหญ่มักอยู่ในรูปของอัตราส่วนความเร็ว หรืออัตราส่วนโมเมนตัมของเจ็ตกับกระแสขวางนั่นเอง

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาแบบจำลองการคำนวณเพื่อศึกษาพฤติกรรมต่างๆ ของเจ็ตแบบระนาบในกระแสขวาง ตัวอย่างเช่น การเคลื่อนที่ของเจ็ตและกระแสขวาง การเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นโดยมวล และกระบวนการอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง โดยสามารถระบุได้ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งบ่งบอกถึงพฤติกรรมการไหล รวมถึงได้ทำการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนต่างๆ ที่ใช้ทำนายผลลัพธ์ของการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งสมมติฐานที่ใช้ในการศึกษาคือ

1) การไหลเป็นแบบคงตัวและอัดตัวไม่ได้ (Steady incompressible flow)
2) การไหลเป็นแบบปั่นป่วน (Turbulent flow)
3) คุณสมบัติของการไหลมีค่าคงที่ตลอดขอบเขตที่พิจารณา
4) ไม่คิดผลกระทบเนื่องจากแรงลอยตัว
5) เจ็ตและกระแสขวางเป็นของไหลประเภทเดียวกัน

2.2 สมการพื้นฐานของการไหล

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับพฤติกรรมการไหลซึ่งอธิบายด้วยกฎการอนุรักษ์มวลและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุม โดยเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ คือ สมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัม

สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

จากกฎการอนุรักษ์มวลที่กล่าวว่า มวลไม่สามารถถูกสร้างขึ้นหรือสูญหายไปจากระบบที่พิจารณาได้ ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงมวลทั้งหมดภายในปริมาตรควบคุมใดๆ เท่ากับปริมาณมวลสุทธิที่ไหลออกและเข้าจากผิวของปริมาตรควบคุมนั้นๆ ซึ่งสามารถเขียนสมการในรูปแบบเทนเซอร์ (Tensor) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.2}$$

เมื่อ $i = 1, 2$ และ 3 แสดงปริมาณพิกัดในคาร์ทีเซียน เป็นแกน x, y และ z ตามลำดับ

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of momentum equation)

สมการอนุรักษ์โมเมนตัมกล่าวว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุมใดๆ มีค่าเท่ากับแรงลัพธ์ที่กระทำกับปริมาตรและผิวของปริมาตรนั้นๆ ซึ่งสามารถแสดงด้วยสมการเชิงอนุพันธ์

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i u_j\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)\delta_{ij}\right] \tag{2.3}$$

โดยที่สัญลักษณ์ Kronecker delta, δ_{ij} มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ $i = j$ และ มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ $i \neq j$ จากสมมติฐานที่ใช้สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ สามารถลดรูปของสมการลงได้เป็น

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i u_j\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{2.4}$$

2.3 สมการพื้นฐานของการไหลแบบปั่นป่วน

การไหลแบบปั่นป่วนนั้น ค่าของตัวแปรต่างๆ เช่น ความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิ มีการเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ตามเวลาที่เปลี่ยนไป ดังนั้นจึงสมมติให้คุณสมบัติที่พิจารณาของการไหลแบบ

ปั่นป่วนประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยที่ไม่ขึ้นกับเวลา กับส่วนที่สองแทนผลของการสั่นที่สัมพันธ์กับเวลา ตัวอย่างเช่น ฟังก์ชัน ϕ สามารถเขียนได้เป็น

$$\phi(x,t) = \bar{\phi}(x) + \phi'(x,t) \tag{2.5}$$

ค่าเฉลี่ยของคุณสมบัติต่างๆ ของการไหล เมื่อพิจารณาการไหลในหนึ่งมิติระบุได้ด้วย

$$\bar{\phi}(x) = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \phi(x,t) dt \tag{2.6}$$

และค่าเฉลี่ยผลของการสั่นที่สัมพันธ์กับเวลา มีค่าเท่ากับศูนย์ดังสมการ

$$\bar{\phi}'(x,t) = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \phi'(x,t) dt \equiv 0 \tag{2.7}$$

นอกจากนี้ยังมีค่า r.m.s. ที่เป็นตัวบอกปริมาณเฉลี่ยของการสั่นของความเร็วซึ่งนิยามโดย

$$\phi_{rms} = \sqrt{\overline{(\phi')^2}} = \left[\frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} (\phi')^2 dt \right]^{1/2} \tag{2.8}$$

เมื่อแทนฟังก์ชัน ϕ ด้วยความเร็ว $u_i = \bar{u}_i + u_i'$ และความดัน $p_i = \bar{p}_i + p_i'$ ลงในสมการอนุรักษ์มวลและโมเมนตัม สามารถเขียนใหม่ได้ในรูปเทนเซอร์ดังต่อไปนี้

สมการอนุรักษ์มวล

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.9}$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$\rho \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{u}_i \bar{u}_j\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right)\right] - \frac{\partial \rho \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j} \tag{2.10}$$

สมการข้างต้นเรียกว่า สมการ Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) ซึ่งมีพจน์ไม่ทราบค่าคือ $-\rho \overline{u_i' u_j'}$ ที่เรียกว่า Reynolds stresses ทำให้จำนวนตัวแปรมีมากกว่าจำนวนสมการเดิมที่มี ดังนั้นจึงได้มีการคิดค้นแบบจำลองความปั่นป่วนขึ้นมาเพื่อช่วยในการคำนวณ

Two-equation model ถือได้ว่าเป็นพื้นฐานสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนตลอดเวลาหลายปีที่ผ่านมา โดยมีจุดเริ่มต้นมาจาก Boussinesq approximation และสมการ Turbulent kinetic energy โดยมีปริมาณอื่นๆ เข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น Turbulence length scale (*L*), Dissipation rate (ε) ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกใช้ Two-equation model แบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Reynolds number $k-\varepsilon$

2.4 แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k - ε

สำหรับการไหลซึ่งการพาและการแพร่กระจายมีผลอย่างมากต่อความแตกต่างในการเกิดและสลายตัวของความปั่นป่วนในการไหล ตัวอย่างเช่น การไหลแบบหมุนวน หรือการไหลแบบแยกตัว การใช้ Mixing length จะไม่มีความเหมาะสมในการคำนวณการไหลประเภทนี้ เพื่อให้การคำนวณมีความถูกต้องแม่นยำขึ้น แบบจำลองความปั่นป่วนจึงมุ่งไปที่กลไกที่มีผลกระทบต่อ Turbulent kinetic energy (k) โดยกำหนดให้ค่า Turbulent kinetic energy ของ Turbulent fluctuation ต่อหนึ่งหน่วยมวล มีความสัมพันธ์กับค่า Turbulent velocity fluctuation ดังนี้

$$k=\frac{1}{2}\overline{u_i'u_i'}=\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}\right) \tag{2.11}$$

คำนิยามที่ง่ายที่สุดสำหรับความปั่นป่วน สามารถอธิบายได้ในรูปของ Velocity scale (υ) หรือ $\upsilon=k^{1/2}$ และ Length scale (L) ดังนั้นสามารถเขียน Eddy viscosity ในรูปของความหนาแน่น (ρ) รวมทั้ง Turbulence length scale (L) และ Turbulent kinetic energy ได้ดังนี้

$$\mu_t=\text{constant}\cdot\rho k^{1/2}L \tag{2.12}$$

การหาค่า k มาแทนในสมการ ทำได้โดยอาศัยเทอมของ Reynolds stress tensor ดังนี้

$$\tau_{ii}=-\rho\overline{u_i'u_i'}=-2\rho k \tag{2.13}$$

เทอมของ Reynolds stress tensor แปรผันตาม Kinetic energy ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของ Turbulent fluctuation ซึ่งปริมาณของ k ควรอ้างอิงเป็น Specific turbulent kinetic energy (ปริมาณต่อหนึ่งหน่วยมวล) แต่บ่อยครั้งมักเรียกว่า Turbulent kinetic energy ซึ่งหาค่าได้จากสมการเชิงอนุพันธ์ของ Reynolds stress tensor ดังแสดงในสมการ

$$\bar{u}_k\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_k}=-\tau_{ik}\frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_k}-\tau_{jk}\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_k}+\varepsilon_{ij}-\Pi_{ij}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\nu\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_k}+C_{ijk}\right] \tag{2.14}$$

เมื่อ

$$\Pi_{ij}=\overline{p'\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)} \tag{2.15}$$

$$\varepsilon_{ij} = \overline{2\mu \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k}} \tag{2.16}$$

$$C_{ijk} = \overline{\rho u_i' u_j' u_k'} + \overline{p' u_i'}\delta_{jk} + \overline{p' u_j'}\delta_{ik} \tag{2.17}$$

จัดรูปสมการที่สอดคล้องกับค่า k ด้วยการแทน τ_{ii} ลงในสมการ (2.14) สังเกตได้ว่าเทอมของ Π_{ij} หายไปเมื่อการไหลเป็นแบบไม่อัดตัว จากนั้นจึงจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\underset{(1)}{\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j}} = \underset{(2)}{\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}} - \underset{(3)}{\rho \varepsilon} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\underset{(4)}{\mu \frac{\partial k}{\partial x_j}} - \underset{(5)}{\frac{1}{2}\overline{\rho u_i' u_i' u_j'}} - \underset{(6)}{\overline{p' u_j'}} \right] \tag{2.18}$$

เมื่อค่า ε เป็น Dissipation rate of turbulent kinetic energy ต่อหนึ่งหน่วยมวล และนิยามด้วยความสัมพันธ์ดังนี้

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k}} \tag{2.19}$$

พจน์ต่างๆ ที่ปรากฏในสมการ (2.18) แสดงถึงกระบวนการทางกายภาพเมื่อเกิดความปั่นป่วนขึ้นในการไหล ซึ่งสามารถอธิบายความหมายของแต่ละพจน์ได้ดังต่อไปนี้

พจน์ที่ 1 เป็นพจน์การพา (Convection term) แสดงถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของ k ตามการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหล

พจน์ที่ 2 เป็นพจน์ Production term แสดงถึงอัตราของ Kinetic energy ที่ส่งผ่านจาก Mean flow ไปยัง Turbulent flow หรือเขียนใหม่เป็น $\tau_{ij}S_{ij}$ ซึ่งเทอมนี้เปรียบเสมือนอัตราของงานที่ทำได้จาก Mean strain rate ที่มีต่อ Turbulent stress

พจน์ที่ 3 คือ Dissipation ที่แสดงอัตราการเปลี่ยน Turbulent kinetic energy ไปเป็น Thermal internal energy ซึ่งเท่ากับ อัตราเฉลี่ยของงานที่ได้จากส่วนการสั่นของ Strain rate กับการสั่นของ Viscous stresses

พจน์ที่ 4 คือ Molecular diffusion ที่แสดง Diffusion ของ Turbulence energy ที่เกิดจากกระบวนการเคลื่อนที่โดยธรรมชาติของโมเลกุลในของไหล

พจน์ที่ 5 คือ Turbulent transport ซึ่งเป็นอัตราที่ Turbulence energy ถูกส่งถ่ายไปยังของไหลด้วย Turbulent fluctuation

พจน์ที่ 6 คือ Pressure diffusion แสดงถึงการถ่ายเทความปั่นป่วน ในรูปของความสัม-พันธ์ระหว่างความดันกับ Velocity fluctuation

ผลเฉลยของสมการสามารถหาได้ก็ต่อเมื่อเราทราบค่าของ Reynolds stress tensor, Dissipation, Turbulent transport และ Pressure diffusion

Reynolds stress tensor จะถูกประมาณด้วย Boussinesq approximation โดยมีสมการดังนี้

$$\tau_{ij} = 2\mu_t \overline{s}_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \tag{2.20}$$

เมื่อ $\overline{s}_{ij}$ คือ Mean strain rate tensor หาได้จากความสัมพันธ์ $\overline{s}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)$

μ_t คือ Eddy viscosity กำหนดให้ $\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}$ โดย $C_\mu = 0.09$ เป็นค่าคงที่ และ

δ_{ij} คือ Kronecker delta function ซึ่งนิยามโดย

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & ; \quad i \neq j \\ 1 & ; \quad i = j \end{cases} \tag{2.21}$$

สังเกตว่า พจน์ที่สองทางขวามือในสมการ (2.20) เป็นตัวกำหนดคุณลักษณะของ τ_{ij} เมื่อ $\overline{s}_{ij} = 0$ สำหรับการไหลแบบไม่อัดตัว ดังนั้นสมการ (2.20) จึงเขียนได้ว่า $\tau_{ii} = -2\rho k$ ซึ่งสอดคล้องกับสมการ (2.13)

Turbulent transport และ Pressure diffusion ได้มาจากข้อมูลของ Mansour et al. (1988) ที่ระบุว่า เทอมนี้มีค่าน้อยมากสำหรับการไหลอย่างง่าย ดังนั้นเราประมาณว่า

$$\frac{1}{2}\rho\overline{u_i' u_i' u_j'} + \overline{p' u_j'} = -\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j} \tag{2.22}$$

เมื่อ σ_k เป็นค่าคงที่ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.0

Dissipation อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง Turbulent kinetic energy (k) และ Turbulence length scale (L) ซึ่งคุณสมบัติทั้งสองขึ้นอยู่กับความปั่นป่วนและคุณสมบัติโดยธรรมชาติของของไหลอย่างเช่น Molecular viscosity โดยแสดงค่าได้ดังนี้

$$\varepsilon \approx k^{3/2} / L \tag{2.23}$$

เมื่อรวมสมการ (2.18) – (2.22) เข้าด้วยกัน เราสามารถเขียนสมการ Turbulent kinetic energy ได้ดังนี้

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \rho\varepsilon \qquad (2.24)$$

สมการแท้จริงของ Dissipation rate of turbulent kinetic energy (ε) ประกอบด้วยพจน์ที่ไม่ทราบค่าและวัดไม่ได้มากมาย ในแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ การพิสูจน์หาสมการสามารถคำนวณได้โดยใช้ความคล้ายคลึงทางมิติที่สอดคล้องกันกับสมการ Turbulent kinetic energy ดังนั้นจึงกำหนดให้ ε สามารถอธิบายในรูปของ Turbulent kinetic energy และ Turbulence length scale ดังนี้

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L} \qquad (2.25)$$

เมื่อ L มีความสัมพันธ์กับค่า l_m โดย $L = C_\mu^{-0.75} l_m$ และ l_m คือ Prandtl mixing length ซึ่งนิยามจาก $l_m = \max\left[\kappa y, \lambda\delta\right]$ โดยที่ δ คือ Boundary layer thickness, κ คือ Von Karman constant ($\kappa = 0.41$) และ λ คือ ค่าคงที่ ($\lambda = 0.09$) ซึ่งสามารถเขียนสมการ ε ได้ดังนี้

$$\underbrace{\rho \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}}_{(1)} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]}_{(2)} + \underbrace{C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\tau_{ij}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{(3)} - \underbrace{C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}}_{(4)} \qquad (2.26)$$

โดยพจน์ต่างๆ ในสมการ (2.26) มีความหมายทางกายภาพที่เกิดจากการไหลแบบปั่นป่วน ดังนี้

พจน์ที่ 1 เป็น พจน์การพาของ ε

พจน์ที่ 2 เป็น พจน์การแพร่ของความปั่นป่วน

พจน์ที่ 3 เป็น Production rate ของ ε

พจน์ที่ 4 เป็น อัตราการแยกสลายของ ε

และสรุปค่าสัมประสิทธิ์ที่ใช้ในแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ได้ดังนี้

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92$$

2.5 แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Reynolds number k - ε

จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ หรือ High-Reynolds number $k-\varepsilon$ ที่ได้กล่าวมาข้างต้นจะพบว่าการไหลในบริเวณใกล้ผนังจะถูกประมาณค่าด้วย Wall function เพื่อหลีกเลี่ยงผลของความหนืดที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงระหว่างผิวของผนังกับการไหลแบบปั่นป่วน จึงได้มีการนำเสนอแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Reynolds number $k-\varepsilon$ หรือเรียกแทนสั้นๆ ว่าแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ขึ้นมาเพื่อคิดผลของความหนืดโดยตรงที่มีต่อการไหล ลักษณะโดยรวมของแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ นั้นมีความคล้ายกันกับแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ โดยจะแตกต่างกันเฉพาะพจน์ที่เพิ่มเข้ามาในสมการ Turbulent kinetic energy , สมการ Dissipation rate of turbulent kinetic energy และค่า Eddy viscosity (μ_t) ที่เปลี่ยนไป ดังแสดงต่อไปนี้

สมการ Turbulent kinetic energy

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \rho\varepsilon + D \qquad (2.27)$$

สมการ Dissipation rate of turbulent kinetic energy

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + E \qquad (2.28)$$

เมื่อกำหนดให้ $\varepsilon = \varepsilon_o + D$ และ Eddy viscosity มีค่าดังสมการ

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \qquad (2.29)$$

โดยที่ ค่า D และ E เป็นพจน์พิเศษสำหรับแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ส่วน f_1, f_2 และ f_μ เรียกว่า Damping functions ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงไปตามผู้เสนอแบบจำลอง สำหรับงานวิจัยนี้ได้เลือกแบบจำลองที่เสนอโดย Chang et al. (1995) ซึ่งได้ปรับปรุงการหาค่า f_μ และ f_2 จากเดิมมีผู้วิจัยก่อนหน้าได้เสนอให้อยู่ในรูปของ y^+ ($y^+ = u_\tau y / \upsilon$ และ $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$) เป็นที่ทราบกันว่า ค่าแรงเฉือนที่ผนัง τ_w มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ที่บริเวณใกล้กับตำแหน่ง Reattachment สำหรับการไหลแบบแยกตัวและบริเวณที่มีการไหลวน เช่น การไหลผ่าน Backward facing step หรือ ท่อที่มีหน้าตัดขยายแบบทันทีทันใด ทำให้ค่า f_μ และ f_2 กลายเป็นศูนย์ซึ่งไม่ถูกต้อง Chang et al. (1995) จึงได้เสนอค่า f_μ และ f_2 ให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ของ Reynolds number R_k และ R_t ดังแสดงในสมการ (2.33) และ (2.34) โดยยังคงความสัมพันธ์ $f_\mu \propto y^{-1}$ ทำให้ผลการทำนาย

บริเวณใกล้กับผนังมีความถูกต้องเช่นเดียวกับวิธีการเดิม หรือกล่าวได้ว่ามีค่าที่แน่นอนที่ผิวของผนัง ซึ่งระบุค่าต่างๆ ของแบบจำลองดังต่อไปนี้

$$D = 0 \tag{2.30}$$

$$E = 0 \tag{2.31}$$

$$f_1 = 1.0 \tag{2.32}$$

$$f_2 = \left[1 - 0.01\exp\left(-R_t^2\right)\right] \times \left[1 - \exp\left(-0.0631 R_k\right)\right] \tag{2.33}$$

$$f_\mu = \left[1 - \exp\left(-0.0215 R_k\right)\right]^2 \times \left[1 + \frac{31.66}{R_t^{5/4}}\right] \tag{2.34}$$

และ

$$R_k = \frac{\sqrt{k}\,y}{\upsilon} \tag{2.35}$$

$$R_t = \frac{k^2}{\nu\varepsilon} \tag{2.36}$$

เมื่อ y คือ ระยะห่างจากผนัง

y^* คือ ระยะห่างจากผนังไร้มิติ

และสรุปค่าสัมประสิทธิ์ที่ใช้ใน Low-Re $k-\varepsilon$ model ได้ดังนี้

$C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$

2.6 สมการ Passive scalar

Passive scalar เป็นการกระจายตัวของสิ่งที่ปะปนอยู่ในการไหลของของไหลซึ่งได้รับผลกระทบจากการเคลื่อนที่ของของไหล ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของ Passive scalar จะไม่มีผลต่อความเร็วหรือตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหลนั้นๆ โดยส่วนใหญ่จะกำหนดให้ปริมาณความเข้มข้นสูงเป็นตัวแทนสำหรับปริมาณที่เราสนใจ ตัวอย่างเช่น การไหลอย่างช้าๆ ของอากาศร้อน Passive scalar เปรียบเสมือนอากาศเย็นที่แพร่จากบริเวณรอบๆ ซึ่งอินทิกรัลของสมการอนุรักษ์ปริมาณ Scalar, ϕ สามารถเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\Omega \rho\phi \,\mathrm{d}\Omega + \int_S \rho\phi u \cdot \mathrm{n}\,\mathrm{d}S = \sum f_\phi \tag{2.37}$$

เมื่อ Ω คือ ปริมาตรควบคุมที่พิจารณา

S คือ ผิวขอบของปริมาตรควบคุมที่พิจารณา

n คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับผิวขอบของปริมาตรควบคุมโดยทิศที่ออกจากปริมาตรควบคุมเป็นบวก

u คือ เวกเตอร์ความเร็ว

f_ϕ คือ Diffusive transport ของปริมาณ Scalar

เมื่อพิจารณาเป็น Mass diffusion ตาม Fick's law

$$f_\phi^d = \int_S \Gamma \mathrm{grad}\phi \cdot n\mathrm{d}S \tag{2.38}$$

เมื่อ Γ เป็น Diffusivity ของปริมาณสเกลาร์สำหรับการพิจารณาเป็น Mass concentration กำหนดให้ $\Gamma = \dfrac{\mu}{Sc}$ เมื่อ Sc เป็น Schmidt number และแทน ϕ ด้วยสัญลักษณ์ C เป็น Mass concentration ซึ่งสามารถเขียนสมการที่เรียบเรียงใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\Omega \rho C \mathrm{d}\Omega + \int_S \rho C u \cdot n\mathrm{d}S = \int_S \frac{\mu}{Sc} \mathrm{grad}C \cdot n\mathrm{d}S \tag{2.39}$$

ในพิกัดคาร์ทีเซียนภายใต้รูปแบบเทนเซอร์ สามารถเขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับกฎการอนุรักษ์ได้เป็น

$$\frac{\partial(\rho C)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j C)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\mu}{Sc}\frac{\partial C}{\partial x_j}\right) \tag{2.40}$$

ในงานวิทยานิพนธ์นี้สมมติให้การไหลเป็นแบบคงตัวและเป็นของไหลแบบไม่อัดตัว ดังนั้นจึงลดรูปสมการได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho u_j C}{\partial x_j} = \frac{\mu}{Sc}\frac{\partial^2 C}{\partial x_j^{\,2}} \tag{2.41}$$

เนื่องจากการไหลเป็นแบบปั่นป่วน จึงเขียนอยู่ในรูปของค่าเฉลี่ยปริมาณสเกลาร์ ดังนั้นสมการ (2.41) จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j \bar{C} + \rho \overline{u_j' C'}\right) = \frac{\mu}{Sc}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x_j^{\,2}} \tag{2.42}$$

หรือ

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j \bar{C}\right) = \frac{\mu}{Sc}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x_j^{\,2}} - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \overline{u_j' C'}\right) \tag{2.43}$$

จากสมการ (2.43) จะพบว่ามีพจน์ที่เพิ่มเข้ามาคือ $-\rho \overline{u_j' C'}$ ที่เรียกว่า Scalar flux ซึ่งสามารถเขียนแทนด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ในรูปของเทนเซอร์ได้ดังนี้

$$-\rho\overline{u_j'C'} = \Gamma_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j} \tag{2.44}$$

เมื่อ $\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Sc_t}$ สำหรับ Turbulent diffusivity ของความเข้มข้นมวล

$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{\Pr_t}$ สำหรับ Turbulent diffusivity ของอุณหภูมิ

$\Pr_t$ คือ Turbulent Prandtl number

Sc_t คือ Turbulent Schmidt number มีค่าเท่ากับ 0.8 (Tominaga and Stathopoulos, 2007)

ดังนั้นในกรณีที่เราพิจารณาความเข้มข้นของมวล จะเขียนรูปเต็มของสมการ (2.43) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\bar{u}_j\bar{C}\right) = \frac{\mu}{Sc}\frac{\partial^2\bar{C}}{\partial x_j^2} + \frac{\mu_t}{Sc_t}\frac{\partial^2\bar{C}}{\partial x_j^2} \tag{2.45}$$

สำหรับเงื่อนไขแบบคงตัวและพิจารณาในสองมิติ เมื่อ $\bar{C}$ เป็นความเข้มข้นของสเกลาร์ สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ ของไหลเจ็ตมีค่า $\bar{C} = 1.0$ และของไหลกระแสขวาง มีค่า $\bar{C} = 0.0$

2.7 สรุปสมการสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

เราสามารถสรุปสมการพื้นฐานจากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Reynolds number $k-\varepsilon$ เพื่อคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนได้ดังนี้

สมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนรูปแบบเทนเซอร์สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$

Continuity : $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$

Momentum : $\rho\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{u}_i\bar{u}_j\right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right)\right] - \frac{\partial \rho\overline{u_i'u_j'}}{\partial x_j}$

Turbulent kinetic energy : $\rho\bar{u}_j\frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij}\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]$

Dissipation rate : $$\rho\overline{u}_j\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{\varepsilon1}\frac{\varepsilon}{k}\tau_{ij}\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}-C_{\varepsilon2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}$$

Eddy viscosity : $$\mu_t=C_\mu\rho\frac{k^2}{\varepsilon}$$

Reynolds stress : $$\tau_{ij}=2\mu_t\overline{s}_{ij}-\frac{2}{3}\rho k\delta_{ij}$$

Mean strain-rate tensor : $$\overline{s}_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right)$$

Closure coefficient : $C_\mu=0.09$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.3$, $C_{\varepsilon1}=1.44$, $C_{\varepsilon2}=1.92$

สมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนรูปแบบเทนเซอร์สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Reynolds number $k-\varepsilon$

Continuity : $$\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_i}=0$$

Momentum : $$\rho\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u}_i\overline{u}_j\right)=-\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\right]-\frac{\partial\rho\overline{u_i'u_j'}}{\partial x_j}$$

Turbulent kinetic energy : $$\rho\overline{u}_j\frac{\partial k}{\partial x_j}=\tau_{ij}\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]-\rho\varepsilon+D$$

Dissipation rate :

$$\rho\overline{u}_j\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right]+C_{\varepsilon1}f_1\frac{\varepsilon}{k}\tau_{ij}\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}-C_{\varepsilon2}f_2\rho\frac{\varepsilon^2}{k}+E$$

Eddy viscosity : $$\mu_t=C_\mu f_\mu\rho\frac{k^2}{\varepsilon}$$

Reynolds stress : $$\tau_{ij}=2\mu_t\overline{s}_{ij}-\frac{2}{3}\rho k\delta_{ij}$$

Mean strain-rate tensor : $$\overline{s}_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right)$$

Damping function : $f_1 = 1.0$

$$f_2 = \left[1 - 0.01\exp\left(-R_t^2\right)\right] \times \left[1 - \exp\left(-0.0631 R_k\right)\right]$$

$$f_\mu = \left[1 - \exp\left(-0.0215 R_k\right)\right]^2 \times \left[1 + \frac{31.66}{R_t^{5/4}}\right]$$

Closure coefficient : $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$

สมการพื้นฐานสำหรับการคำนวณ Passive scalar ในการไหลแบบปั่นป่วน

Scalar conservation : $$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho \bar{u}_j \bar{C}\right) = \frac{\mu}{Sc}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x_j^2} + \frac{\mu_t}{Sc_t}\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x_j^2}$$

บทที่ 3

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม

การไหลและคุณลักษณะการไหลต่างๆ สามารถอธิบายได้ด้วยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ ซึ่งส่วนใหญ่ไม่สามารถหาผลเฉลยด้วยวิธีการวิเคราะห์ได้ ยกเว้นปัญหาง่ายๆ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา กระบวนการหาผลเฉลยจะอาศัยวิธีการประมาณเชิงตัวเลข โดยการแบ่งกระจายพจน์ที่พิจารณาจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์เป็นกลุ่มของระบบสมการพีชคณิต จากนั้นจึงทำการจำลองการคำนวณนั้นบนคอมพิวเตอร์ สำหรับงานวิทยานิพนธ์นี้ จะทำการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมกับปัญหาการไหลของเจ็ตในกระแสขวาง ซึ่งขั้นตอนและวิธีการของระเบียบวิธีนี้ประกอบด้วยส่วนประกอบหลัก คือ

1) สมการครอบคลุมพื้นฐานและการดิสครีไทซ์
2) การประมาณพจน์ของการแพร่กระจาย และพจน์การพา
3) เงื่อนไขขอบตามลักษณะการใช้งานตลอดจนกระบวนการหาผลเฉลยด้วยวิธี TDMA ร่วมกับการใช้ SIMPLE algorithm

3.1 สมการครอบคลุมพื้นฐาน (Governing equations)

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่อาศัยการอินทิเกรตสมการอนุรักษ์บนปริมาตรควบคุมโดยแบ่งขอบเขตของปัญหาที่สนใจออกเป็นปริมาตรควบคุมเล็กๆ ซึ่งเราสามารถแสดงสมการครอบคลุมพื้นฐานในรูปทั่วไปของตัวแปร ϕ ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน ได้ดังนี้

$$\frac{\partial\left(\rho\phi u_i\right)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x_i}\right)+S_\phi \tag{3.1}$$

เมื่อ ϕ คือ ตัวแปรต่างๆ ของการไหล เช่น u , v, T เป็นต้น
Γ คือ สัมประสิทธิ์การแพร่

สมการสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนที่ได้กล่าวถึงในบทที่ 2 สามารถนำมาเขียนในรูปแบบทั่วไปเพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น โดยตัวแปรต่างๆที่มีความสอดคล้องกันได้แสดงไว้ในตารางที่ 3.1 เพื่อความสะดวกนับจากนี้เมื่อกล่าวถึงตัวแปร $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{k}$ และ $\bar{C}$ จะเรียกแทนด้วย u , v , k และ C ตามลำดับ

ตารางที่ 3.1 ตัวแปรที่สอดคล้องตามสมการครอบคลุมพื้นฐานทั่วไป

Transport equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuity	1	0	0
x-momentum	$\bar{u}$	$\mu+\mu_t$	$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left[(\mu+\mu_t)\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[(\mu+\mu_t)\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right]$
y-momentum	$\bar{v}$	$\mu+\mu_t$	$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[(\mu+\mu_t)\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[(\mu+\mu_t)\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right]$
Turbulent kinetic energy	$\bar{k}$	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}$	$\mu_t\left[2\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2\right]$ - $\rho\varepsilon$
Dissipation rate	ε	$\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_{\varepsilon 1}\mu_t\left[2\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2\right]\frac{\varepsilon}{k}-C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}$
Scalar	$\bar{C}$	$\frac{\mu}{Sc}+\frac{\mu_t}{Sc_t}$	0

3.2 การดิสครีไทซ์สมการความต่อเนื่อง

จากสมการความต่อเนื่อง สมการ (2.2) เมื่อเขียนในรูปแบบสองมิติจะได้สมการดังนี้

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0 \tag{3.2}$$

อินทิเกรตสมการความต่อเนื่องตลอดปริมาตรควบคุมจะได้

$$\left[(\rho uA)_e-(\rho uA)_w\right]+\left[(\rho vA)_n-(\rho vA)_s\right]=0 \tag{3.3}$$

กำหนดให้ $A_e = A_w = 1\times\Delta y$ เป็นพื้นที่หน้าตัดของปริมาตรควบคุมที่ตำแหน่ง e และ w ตามลำดับ
$A_n = A_s = 1\times\Delta x$ เป็นพื้นที่หน้าตัดของปริมาตรควบคุมที่ตำแหน่ง n และ s ตามลำดับ

3.3 การดิสครีไทซ์ปัญหาการพาและการแพร่กระจาย

จากสมการทั่วไปที่เขียนอยู่ในรูปตัวแปร ϕ ดังแสดงในสมการ (3.1) เมื่อเราใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมเปลี่ยนรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ให้เป็นสมการพีชคณิตด้วยการอินทิเกรตตลอดปริมาตรควบคุม จะได้

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi u_i)}{\partial x_i}\mathrm{d}V = \int_{CV} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x_i}\right)\mathrm{d}V + \int_{CV} S_\phi \mathrm{d}V \tag{3.4}$$

สมการ (3.4) เป็นสมการพื้นฐานในรูปทั่วไปที่เขียนอยู่ในรูปอินทิกรัล เมื่อพิจารณาเป็นปัญหาการแพร่กระจายและการพาในสองมิติจะได้

$$\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_\phi \tag{3.5}$$

เปลี่ยนรูปสมการเชิงอนุพันธ์ด้วยการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม โดยการอินทิเกรตสมการเริ่มต้นตลอดปริมาตรควบคุม

$$\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}\right]\mathrm{d}V = \int_{\Delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_\phi\right]\mathrm{d}V \tag{3.6}$$

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x}dxdy + \int_{\Delta V} \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}dxdy = \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)dxdy + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)dxdy + \int_{\Delta V} S_\phi \mathrm{d}V \tag{3.7}$$

แยกพิจารณาอินทิกรัลแต่ละพจน์จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

1) อินทิกรัลพจน์การพา

$$\begin{aligned}\int_{\Delta V} \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x}dxdy + \int_{\Delta V} \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}dxdy &= \left[(\rho uA)_e\,\phi_e - (\rho uA)_w\,\phi_w\right] \\ &\quad + \left[(\rho vA)_n\,\phi_n - (\rho vA)_s\,\phi_s\right] \\ &= (F_e\phi_e - F_w\phi_w) + (F_n\phi_n - F_s\phi_s)\end{aligned} \tag{3.8}$$

เมื่อ $F = \rho u$ เป็นฟลักซ์การพาของมวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ดังนั้นจะได้

ฟลักซ์การพาของมวลไหลผ่านปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า e

$$F_e = (\rho uA)_e \tag{3.9ก}$$

ฟลักซ์การพาของมวลไหลผ่านปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า w

$$F_w = \left(\rho u A\right)_w \tag{3.9ข}$$

ฟลักซ์การพาของมวลไหลผ่านปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า n

$$F_n = \left(\rho v A\right)_n \tag{3.9ค}$$

ฟลักซ์การพาของมวลไหลผ่านปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า s

$$F_s = \left(\rho v A\right)_s \tag{3.9ง}$$

2) อินทิกรัลพจน์การแพร่กระจาย

$$\begin{aligned}\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) dxdy + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) dxdy &= \left[\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e - \Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w\right] \\ &\quad + \left[\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n - \Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s\right]\end{aligned} \tag{3.10}$$

การแพร่กระจายผ่านผิวของปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า e

$$\Gamma_e A_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e = \Gamma_e A_e \frac{\left(\phi_E - \phi_P\right)}{\delta \mathrm{x}_{\mathrm{PE}}} = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) \tag{3.11ก}$$

การแพร่กระจายผ่านผิวของปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า w

$$\Gamma_w A_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w = \Gamma_w A_w \frac{\left(\phi_P - \phi_W\right)}{\delta \mathrm{x}_{\mathrm{WP}}} = D_w\left(\phi_P - \phi_W\right) \tag{3.11ข}$$

การแพร่กระจายผ่านผิวของปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า n

$$\Gamma_n A_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n = \Gamma_n A_n \frac{\left(\phi_N - \phi_P\right)}{\delta y_{\mathrm{NP}}} = D_n\left(\phi_N - \phi_P\right) \tag{3.11ค}$$

การแพร่กระจายผ่านผิวของปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า s

$$\Gamma_s A_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s = \Gamma_s A_s \frac{\left(\phi_P - \phi_S\right)}{\delta y_{\mathrm{PS}}} = D_s\left(\phi_P - \phi_S\right) \tag{3.11ง}$$

กำหนดให้ D เป็น สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายโดย $D = \dfrac{\Gamma A}{\delta x}$

3) อินทิกรัล Source term

เราสามารถคำนวณค่า Source term ด้วยการประมาณเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น จึงเขียน Source term ได้ในรูปต่อไปนี้

$$S_\phi = S_u + S_P \phi_P \tag{3.12}$$

กำหนด S_ϕ เป็น ส่วนที่มีค่าคงที่

S_P เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ของ ϕ_P

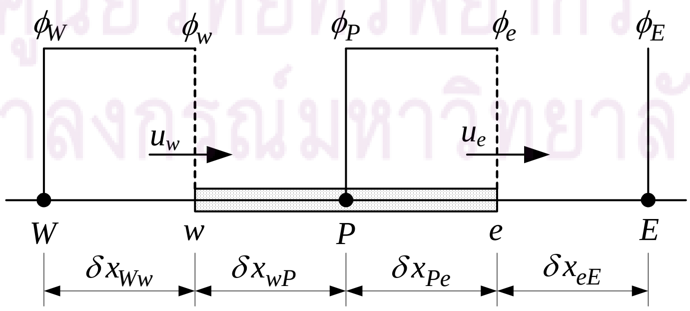
อินทิเกรต Source term จากสมการ (3.12) จะได้

$$\int_{\Delta V} S_\phi \mathrm{d}V = S_u \Delta V + S_P \phi_P \Delta V \tag{3.13}$$

3.4 การประมาณพจน์ของการพา

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการประมาณค่าผิวหน้า (Cell face) ด้านต่างๆ ของปริมาตรควบคุมที่พิจารณา ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้ Upwind differencing scheme (UDS) ในการประมาณค่าที่ Cell face ดังกล่าว

Upwind differencing scheme เป็น First-order scheme ที่มีความเสถียรและสอดคล้องกับทิศทางการเคลื่อนที่ ซึ่งประมาณค่า ϕ จากทิศทางการไหล โดยค่า ϕ ที่ผิวหน้าต่างๆจะมีค่าเท่ากับค่า ϕ ที่โหนดของต้นกระแสการไหล (Upstream node)



รูปที่ 3.1 Upwind differencing scheme

เมื่อการไหลมีทิศทางเป็นบวก $u_w > 0, u_e > 0\,(F_w > 0, F_e > 0)$ กำหนดค่า ϕ ได้ดังนี้

$$\phi_e = \phi_P \qquad (3.14\text{ก})$$
$$\phi_w = \phi_W$$

เมื่อการไหลมีทิศทางเป็นลบ $u_w < 0, u_e < 0\,(F_w < 0, F_e < 0)$ กำหนดค่า ϕ ได้ดังนี้

$$\phi_e = \phi_E \qquad (3.14\text{ข})$$
$$\phi_w = \phi_P$$

และในทำนองเดียวกัน สำหรับค่า ϕ_n และ ϕ_s

เมื่อการไหลมีทิศทางเป็นบวก $u_s > 0, u_n > 0\,(F_s > 0, F_n > 0)$ กำหนดค่า ϕ ได้ดังนี้

$$\phi_n = \phi_P \qquad (3.14\text{ค})$$
$$\phi_s = \phi_S$$

เมื่อการไหลมีทิศทางเป็นลบ $u_s < 0, u_n < 0\,(F_s < 0, F_n < 0)$ กำหนดค่า ϕ ได้ดังนี้

$$\phi_n = \phi_N \qquad (3.14\text{ง})$$
$$\phi_s = \phi_P$$

นำสมการ (3.8), (3.9), (3.10), (3.11) และ (3.13) แทนลงในสมการที่ (3.7) จะได้

$$\left(F_e\phi_e - F_w\phi_w\right) + \left(F_n\phi_n - F\phi_s\right) = \left[D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right)\right]$$
$$+ \left[D_n\left(\phi_N - \phi_P\right) - D_s\left(\phi_P - \phi_S\right)\right] + S_u\Delta V + S_P\phi_P\Delta V$$

จัดรูปใหม่ในรูปของสมการพีชคณิต และใช้ Upwind differencing scheme (สมการ (3.14)) จะได้สมการดิสครีไทซ์

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + S_u\Delta V \qquad (3.15)$$

เมื่อ

$$a_W\phi_W = D_w + \max\left[F_w, 0\right]$$
$$a_E\phi_E = D_e + \max\left[-F_e, 0\right]$$
$$a_S\phi_S = D_s + \max\left[F_s, 0\right]$$
$$a_N\phi_N = D_n + \max\left[-F_n, 0\right]$$

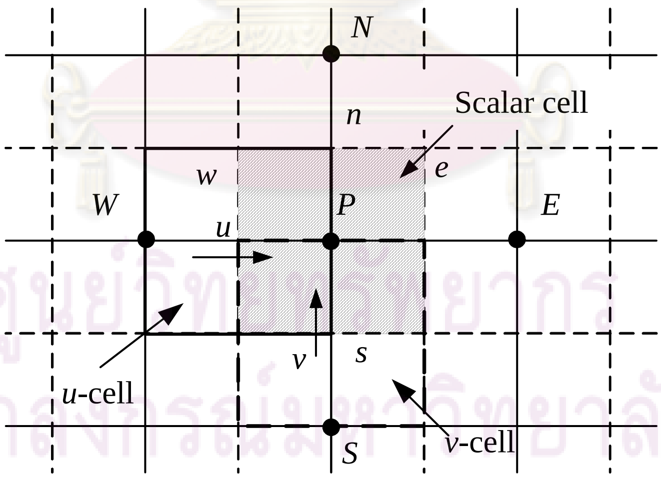
และ

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + \left(F_e - F_w + F_n - F_s\right) - S_P\Delta V$$

3.5 การแบ่งกริดแบบเยื้อง (Staggered grid)

ในหัวข้อที่กล่าวมาก่อนหน้านี้ ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีการดิสครีไทซ์สมการเชิงอนุพันธ์รวมทั้งการประมาณพจน์การแพร่และการพาไปแล้ว ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการกำหนดตำแหน่งของตัวแปรต่างๆ ในพิกัดขอบเขตของการคำนวณ หากพิจารณาอย่างง่ายๆ การระบุตัวแปรทั้งหมด เช่น ความเร็ว ความดัน หรือปริมาณสเกลาร์ ไว้ที่ตำแหน่งเดียวกันย่อมเป็นวิธีที่สะดวก ซึ่งเรียกกริดแบบนี้ว่า Non-staggered grid แต่ลักษณะกริดดังกล่าวมีปัญหาของตัวแปรความดันที่ไม่สอดคล้องกับระบบสมการโมเมนตัมหรือเกิดปัญหา Checker board ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่ไม่เกิดขึ้นจริง เช่น การสั่นของค่าความดันจากการประมาณเชิงเส้น ดังนั้นจึงได้มีการระบุตำแหน่งของตัวแปรความเร็ว แยกออกจากตัวแปรความดันและปริมาณสเกลาร์ ออกเป็น *u*-cell, *v*-cell และ Scalar cell ในรูปแบบของ Staggered grid

Staggered grid มีลักษณะการวาง *u*-cell เยื้องมาทางด้านซ้าย มองได้ว่า ตัวแปร *u* จะเก็บที่ผิวหน้าของปริมาตรควบคุมที่พิจารณาหรือ Scalar cell ในขณะที่ *v*-cell จะเยื้องมาทางด้านล่าง โดยตัวแปร *v* จะเก็บที่ผิวล่างของ Scalar cell ที่พิจารณาดังแสดงในรูปที่ 3.2



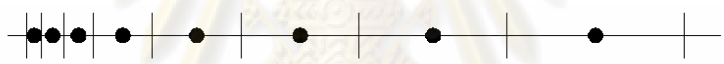
รูปที่ 3.2 ตำแหน่งของ *u*-cell และ *v*-cell ในกริดแบบเยื้อง

3.6 การแบ่งกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid)

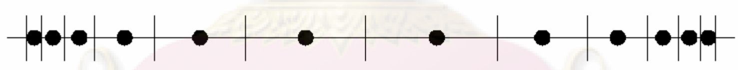
ขอบเขตการไหลที่พิจารณาส่วนใหญ่มักจะมีบริเวณที่เราสนใจเป็นพิเศษ เช่น การไหลวนบริเวณใกล้ผนัง ดังนั้นการใช้กริดแบบไม่สม่ำเสมอจะช่วยให้เราได้ผลเฉลยในบริเวณที่เราสนใจมากขึ้น และลดการใช้กริดที่ละเอียดเกินไปในบริเวณที่ไกลจากผนังหรือบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงน้อย ซึ่งจะเป็นการเพิ่มความถูกต้องแม่นยำให้กับผลลัพธ์รวมถึงลดหน่วยความจำและเวลาที่ใช้ในการคำนวณ

ลักษณะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอมีหลายรูปแบบ ยกตัวอย่างใน 1 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 (ก) แสดงกริดที่มีขนาดเล็กทางด้านขวา ซึ่งกริดแบบนี้เหมาะสำหรับบริเวณทางเข้าก่อนถึงสิ่งกีดขวางหรือด้านหน้าทางออกของเจ็ต (ข) แสดงกริดที่มีขนาดเล็กทางด้านซ้าย เลือกใช้ในบริเวณด้านหลังทางออกของเจ็ต และ (ค) แสดงกริดที่มีขนาดเล็กทั้งทางด้านซ้ายและขวา

(ก) กริดที่มีขนาดเล็กทางขวามือ



(ข) กริดที่มีขนาดเล็กทางซ้ายมือ



(ค) กริดที่มีขนาดเล็กทั้งทางด้านซ้ายและขวา

รูปที่ 3.3 ลักษณะของกริดแบบไม่สม่ำเสมอใน 1 มิติ

สำหรับกริดแบบไม่สม่ำเสมอนั้น ผิวหน้า e และ w ของปริมาตรควบคุมของโหนดทั่วไปอาจจะไม่อยู่กึ่งกลางของโหนด P กับ E และ P กับ W ตามลำดับ ในกรณีนี้ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย (Γ) สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\Gamma_w = \left(1 - f_W\right)\Gamma_W + f_W \Gamma_{\mathrm{P}} \tag{3.17}$$

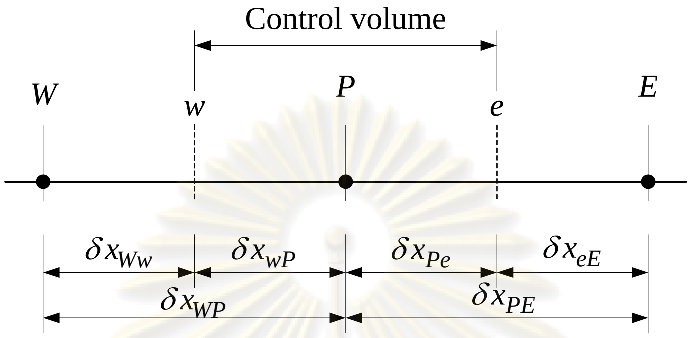
เมื่อ f_W เป็น Interpolation factor ซึ่งหาได้จาก

$$f_W = \frac{\delta x_{Ww}}{\delta x_{Ww} + \delta x_{wP}} \tag{3.18}$$

และ

$$\Gamma_e = \left(1 - f_P\right)\Gamma_P + f_P \Gamma_{\mathrm{E}} \tag{3.19}$$

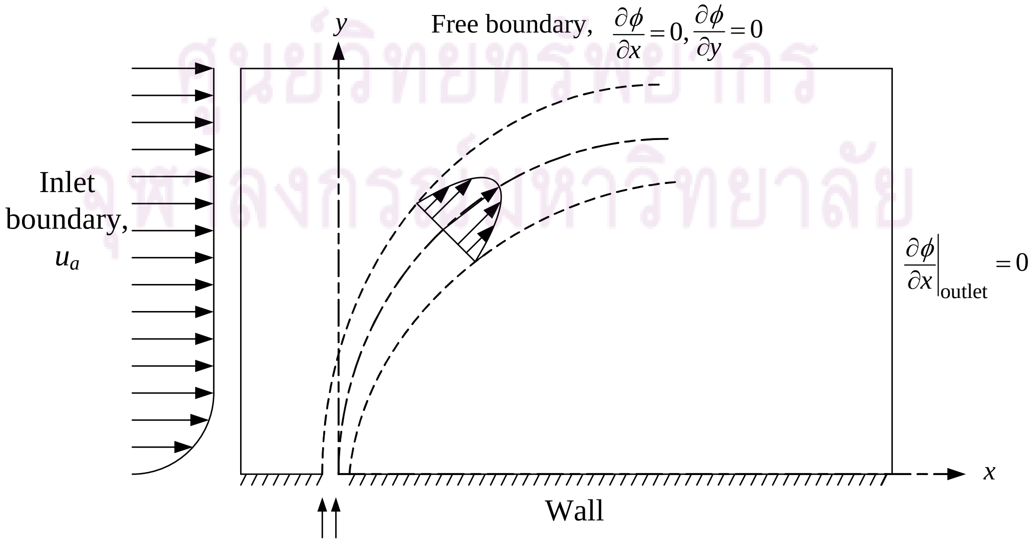
เมื่อ
$$f_P = \frac{\delta x_{Pe}}{\delta x_{Pe} + \delta x_{eE}} \tag{3.20}$$
ส่วนกริดแบบสม่ำเสมอจะมีค่า $f_W = 0.5$ และ $f_P = 0.5$ สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกวิธีการวางตำแหน่งหน้าของปริมาตรควบคุม โดยกำหนดให้โหนดของตัวแปรอยู่กึ่งกลางของปริมาตรควบคุม ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ปริมาตรควบคุม

3.7 เงื่อนไขขอบ (Boundary condition)

สำหรับระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขนั้น การหาผลเฉลยของปัญหาจำเป็นต้องกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบของบริเวณที่เราต้องการจำลองปัญหานั้นๆ ซึ่งจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางกายภาพและตัวแปรที่เราสนใจ ในหัวข้อนี้จะเสนอเงื่อนไขขอบในแบบต่างๆ ที่จะใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำหรับรูปที่ 3.5 เป็นตัวอย่างขอบเขตของปัญหาและเงื่อนไขขอบที่ใช้สำหรับการคำนวณการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง



รูปที่ 3.5 ขอบเขตของปัญหาที่จำลองการคำนวณ

3.7.1 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition)

ค่าตัวแปรในการไหลทุกตัวถูกกำหนดที่ทางเข้า ซึ่งได้แก่ u, v, k และ ε โดยค่าที่กำหนดจะเป็นไปตามเงื่อนไขของการทดลองที่นำมาใช้เปรียบเทียบกับผลการคำนวณ

3.7.2 เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition)

ถ้าทางออกที่พิจารณาไม่มีผลกระทบต่อการไหล รูปร่างของการไหลจะเป็นแบบการไหลเต็มรูปและจะไม่เปลี่ยนแปลงไปตามทิศทางการไหล เราสามารถกำหนดให้ที่ผิวของทางออกนั้นค่าตัวแปรไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่า (Zero gradient) ในทิศการไหล นั่นคือ

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{outlet} = 0$$

3.7.3 เงื่อนไขขอบแบบอิสระ

กำหนดให้ค่าการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามแนวแกนและแนวตั้งฉาก มีค่าเป็นศูนย์

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

3.7.4 เงื่อนไขขอบที่ผนัง

เงื่อนไขแบบไม่ไถล (No-slip condition, $u = 0$, $v = 0$) เป็นเงื่อนไขที่ส่วนของความเร็วที่ขอบมีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องคำนวณสมการโมเมนตัมที่ขอบผนังของปริมาตรควบคุมที่ติดกับผนัง โดยกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ $a_s = 0$ ในสมการพีชคณิต (3.15)

กรณีที่ 1 เงื่อนไขขอบที่ผนังสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนที่ Near-wall turbulent boundary layer และ Thin viscous sub-layer เราต้องใช้กริดจำนวนมากในการคำนวณจึงมีการนำ Wall function เข้ามาประยุกต์ใช้ โดยเริ่มพิจารณาจากค่า y^+ เพื่อกำหนดชั้นขอบเขตที่ใกล้ผนัง ดังในสมการที่ (3.21)

$$y^+ = \frac{\Delta y_P}{\nu}\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{3.21}$$

เมื่อ Δy_P เป็นระยะของโหนด P ใกล้กับผนัง การไหลใกล้ผนังจะเป็นแบบราบเรียบ เมื่อ $y^+ \leq 11.63$ และเป็นการไหลแบบปั่นป่วนเมื่อ $y^+ > 11.63$ สำหรับค่า $y^+ = 11.63$ เป็นจุดเปลี่ยนการไหลแบบราบเรียบในชั้น Buffer layer ซึ่งมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นไปเป็นความสัมพันธ์แบบ Log-law ของ Turbulent wall layer ซึ่งนิยามได้จากสมการ

$$y^{+} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(Ey^{+}\right) \tag{3.22}$$

เมื่อ κ เป็น ค่าคงที่ Von Karman มีค่าเท่ากับ 0.4187 และ E เป็น Integration constant ขึ้นอยู่กับความขรุขระของผิวของผนัง สำหรับผนังเรียบ E มีค่าเท่ากับ 9.793

เงื่อนไขขอบที่ผนังของโดเมนการไหล จะใช้ Wall function ซึ่งในบริเวณนี้ Near-wall flow ได้รับอิทธิพลอย่างมากจากความหนืด Sublayer ของชั้นการไหลจะถูกแบ่งโดยใช้ค่า y^{+} โดยค่าของ Wall shear stress นิยามได้จาก

$$\tau_w = \mu\frac{\Delta u_P}{\Delta y_P} \tag{3.23}$$

เมื่อ u_P เป็นความเร็วที่โหนด ซึ่งแปรผันเชิงเส้นกับระยะห่างจากผนังในการไหลแบบราบเรียบ

$$F_s = -\tau_w A_{cell} = -\mu\frac{u_P}{\Delta y}A_{cell} \tag{3.24}$$

เมื่อ A_{cell} เป็นพื้นที่หน้าของปริมาตรควบคุมด้านที่ติดกับผนัง จะสามารถเขียน Source term ของสมการ u ได้ดังนี้

$$S_P = \frac{\mu}{\Delta y_P}A_{cell} \tag{3.25}$$

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน ถ้าค่า $y^{+} > 11.63$ โหนด P จะถูกพิจารณาให้อยู่ในช่วง Log-law ของ Turbulent boundary layer ในบริเวณนี้สมการของ Wall function กับความสัมพันธ์แบบ Log-law จะถูกใช้คำนวณแรงเฉือนบริเวณใกล้กับผนังผ่านสมการต่อไปนี้

$$u^{+} = \frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(E{y_P}^{+}\right) \tag{3.26}$$

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \tag{3.27}$$

$$\varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \tag{3.28}$$

ในสมการเหล่านี้ ค่า κ และ E เป็นค่าคงที่

ความเร็ว u ขนานไปกับผนัง มีความสัมพันธ์กับผนังด้านทิศใต้ของปริมาตรควบคุม กำหนดให้ $a_s = 0$ และแรงกระทำที่ผนัง F_s ถูกนำไปรวมกับ Source term ของสมการดิสครีไทซ์ของสมการ *x*-momentum

$$S_P = -\frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{u^+} A_{cell} \tag{3.29}$$

สำหรับสมการ Turbulent kinetic energy นั้น ความสัมพันธ์ที่ขอบถูกแทนด้วย $a_s = 0$ ส่วน Source term ของสมการดิสครีไทซ์ Turbulent kinetic energy แสดงได้ดังนี้

$$S_P = -\frac{\rho C_\mu^{3/4} k_P^{*1/2} u^+}{\Delta y_P} \Delta V \tag{3.30}$$

และ

$$S_u = \frac{\tau_w u_P}{\Delta y_P} \Delta V \tag{3.31}$$

สำหรับสมการดิสครีไทซ์ของ Dissipation rate ที่โหนดใกล้ผนังมี Source term คือ

$$S_P = -10^{30} \Delta V \tag{3.32}$$

และ

$$S_u = \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa \Delta y_P} \times 10^{30} \Delta V \tag{3.33}$$

กรณีที่ 2 เงื่อนไขขอบที่ผนังสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$

แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ไม่ได้ใช้ Wall function เพื่อทำนายบริเวณที่ผนังแต่จะอาศัยการสร้างกริดแถวที่ติดผนังให้มีขนาดที่ละเอียดเพียงพอเพื่อที่ให้ค่า $y^* \to 0$ เมื่อสมมติให้ความเร็วที่ตั้งฉากกับผนังมีค่าเท่ากับศูนย์ ($v = 0$) ค่าความเค้นเฉือนและแรงเฉือนที่ผนังมีค่าดังสมการ

$$\tau_w = \frac{\mu u_P}{y_P} \tag{3.34}$$

$$F_s = -\frac{\mu u_P}{y_P} A_{cell} \tag{3.35}$$

ทำให้เราได้พจน์ของ Source ในสมการดิสครีไทซ์ของความเร็ว *u* ดังสมการต่อไปนี้

$$S_P = -\frac{\mu}{y_P} A_{cell} \tag{3.36}$$

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ผนังของสมการ Turbulent kinetic energy และ Dissipation rate นั้น Chang et al. (1995) ได้นิยามดังนี้

$$k_{wall} = 0 \tag{3.37}$$

$$\varepsilon_{wall} = \upsilon\left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2}\right) \tag{3.38}$$

จากรูปของสมการ ε_{wall} มีความไม่เสถียรในการคำนวณเพราะว่าสำหรับอนุพันธ์อันดับสองนั้น ไม่สามารถรับรองได้ว่าค่าที่ได้จะมีค่าเป็นบวก ดังนั้นในเงื่อนไขขอบนี้สำหรับ Dissipation rate บนผิวของผนังจึงกำหนดให้

$$\varepsilon_{wall} = 2\upsilon\frac{k_1}{y_1^2} \tag{3.39}$$

เมื่อตัวห้อย 1 หมายถึง กริดตำแหน่งที่อยู่ใกล้กับผนังที่สุด

ดังนั้นเราสามารถเขียนพจน์ของ Source สำหรับสมการดิสครีไทซ์ของ Dissipation rate of turbulent kinetic energy ของปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดกับผนังได้ดังนี้

$$S_u = 10^{30} \times 2\upsilon\frac{k_1}{y_1^2} \tag{3.40}$$

$$S_p = -10^{30} \tag{3.41}$$

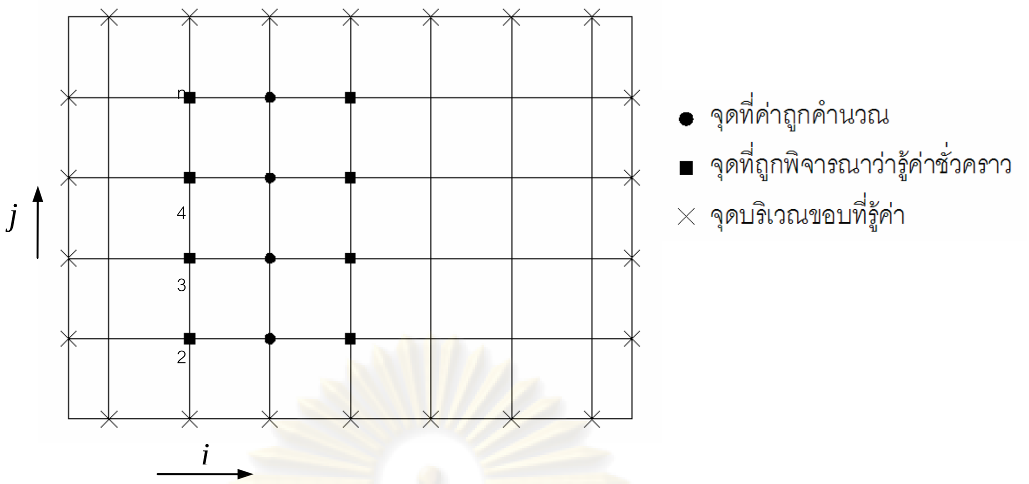
3.8 กระบวนการหาผลเฉลย

จากสมการเชิงอนุพันธ์ที่ถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการพีชคณิต เราสามารถหาผลเฉลยได้โดยใช้วิธี Tri-diagonal matrix algorithm (TDMA) แบบ Line-by-line ซึ่งในการแก้ระบบสมการเพื่อให้สมการความต่อเนื่องกับสมการอนุรักษ์โมเมนตัมมีความสัมพันธ์กัน จะใช้กระบวนการหาคำตอบที่เรียกว่า ขั้นตอนวิธี SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) ซึ่งถูกพัฒนาโดย Patankar (1980)

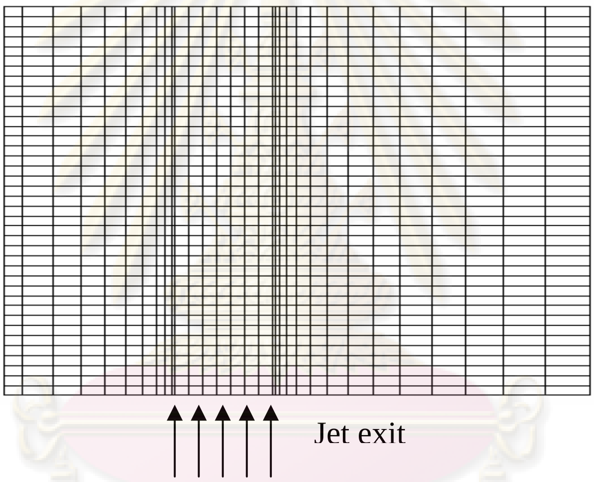
3.8.1 การหาผลเฉลยของสมการดิสครีไทซ์ด้วยวิธี TDMA

ภายในขอบเขตการคำนวณจะมีการกำหนดกริดของแต่ละตำแหน่งใดๆ ขึ้นมาเพื่อให้สะดวกในการอ้างอิงและการระบุปริมาตรควบคุมนั้นๆ ดังนั้นแต่ละปัญหาจึงมีขอบเขตและกริดที่แตกต่างกันไป เพื่อความเข้าใจในการคำนวณที่ง่ายขึ้นจึงแสดงกริดอย่างง่ายไว้ในรูปที่ 3.6 และแสดงตัวอย่างกริดแบบไม่สม่ำเสมอที่จะใช้ในการคำนวณในรูปที่ 3.7

เมื่อพิจารณาขอบเขตการคำนวณดังรูปที่ 3.6 พบว่ามีลักษณะเป็นเส้นๆ ประกอบกันและในแต่ละเส้นถูกหาผลเฉลยโดยใช้วิธี TDMA ด้วยการสมมติว่าทราบค่าของจุดต่อบริเวณข้างเคียง จากนั้นใช้วิธีการคำนวณซ้ำ (Iterative method) จนได้ผลลัพธ์ที่ลู่เข้า



รูปที่ 3.6 กริดอย่างง่ายที่ใช้ในการคำนวณ



รูปที่ 3.7 ตัวอย่างกริดแบบไม่สม่ำเสมอที่ใช้ในการคำนวณ

จากสมการพีชคณิต (3.15) สำหรับจุดหนึ่งบนเส้นตัวอย่างในรูปที่ 3.6 สามารถจัดรูปแบบของสมการพีชคณิตในแบบทั่วไปดังนี้

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_N\phi_N + a_S\phi_S + S_c \tag{3.42}$$

กระบวนการแก้ปัญหา TDMA จะเลือกทิศทางการแก้ปัญหาของสมการในโดเมน เช่น จากตะวันตกไปตะวันออก หรือจากเหนือไปใต้ จากตัวอย่างนี้จะเลือกพิจารณาจากตะวันตกไปตะวันออก ซึ่งสามารถจัดรูปสมการ (3.42) ได้ใหม่ดังนี้

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + \left(a_N\phi_N + a_S\phi_S + S_c\right) \tag{3.43}$$

สมมติให้ทราบค่าของ ($a_N\phi_N + a_S\phi_S + S_c$) ชั่วคราว ดังนั้น สามารถจัดสมการให้อยู่ในรูป

$$D_i\phi_i = A_i\phi_{i-1} + B_i\phi_{i+1} + C_i \tag{3.44}$$

เมื่อ i คือ ตำแหน่งบนจุดต่อบนกริดในแนวแกน x ดังนั้น

$$A_i = a_W$$

$$B_i = a_E$$

$$C_i = a_N\phi_N + a_S\phi_S + S_c$$

$$D_i = \sum a_{nb} - S_p$$

จากกระบวนการทำซ้ำโดยการแทนไปข้างหน้า แล้วจัดรูปจะได้

$$\phi_i = A_i'\phi_{i+1} + C_i' \tag{3.45}$$

ซึ่ง A_i' และ C_i' หาได้จากการแทนไปข้างหน้า (Forward substitution)

$$A_i' = \frac{A_i}{D_i - B_i A_{i-1}'} \tag{3.46}$$

$$C_i' = \frac{C_i + C_{i-1}' B_i}{D_i - B_i A_{i-1}'} \tag{3.47}$$

เนื่องจากทราบเงื่อนไขขอบของโดเมนการคำนวณ คือ ที่จุด $i = 1$ และ $i = n+1$ ดังนั้นจะได้ค่าของ A_i' และ C_i' ที่จุดเหล่านี้ คือ

$$i = 1, \qquad A_1' = 0, \qquad C_1' = \phi_1$$

$$i = n, \qquad A_n' = 0, \qquad C_n' = \phi_{n+1}$$

จากการทราบค่าข้างต้นทำให้เราสามารถหาค่า A_i' และ C_i' สำหรับทุกๆตำแหน่ง i ได้หลังจากนั้นเราสามารถหาค่า ϕ_i โดยใช้วิธีแทนค่าย้อนหลัง (Backward substitution)

3.8.2 Under-relaxation

ในกระบวนการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ อาจเกิดการลู่ออกของผลลัพธ์ระหว่างการคำนวณทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยได้ ดังนั้นจึงมีการใช้ค่า Under-relaxation ควบคุมการลู่เข้าของผลลัพธ์ ซึ่งค่านี้จะช่วยให้เกิดเสถียรภาพในการคำนวณมากขึ้น โดยสามารถเขียนสมการประยุกต์ใช้กับตัวแปรทั่วไปได้ดังนี้

$$\phi_P = \alpha\phi_P^{\text{new}} + (1-\alpha)\phi_P^{\text{old}} \tag{3.48}$$

เมื่อ ϕ_P^{old} คือ ค่า ϕ_P ที่ได้จากการคำนวณซ้ำรอบที่แล้ว

ϕ_P^{new} คือ ค่า ϕ_P ที่ได้จากการคำนวณโดยตรงของสมการดิสครีไทซ์

α คือ ค่า Under-relaxation มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

3.8.3 SIMPLE algorithm

กระบวนการ SIMPLE เป็นกระบวนการที่มีพื้นฐานจากการแก้สมการอนุรักษ์โมเมนตัม โดยการเดาค่าความดัน p^* และความเร็ว u^* และ v^* จากนั้นแทนค่าลงในสมการนาเวียร์-สโตกส์ และสมการความต่อเนื่องเพื่อให้ได้สมการแก้ไขความดันและความเร็ว โดยคำตอบที่ได้จะถูกนำมาปรับเทียบจนกว่าคำตอบจะลู่เข้า

สมการดิสครีไทซ์ของสมการอนุรักษ์โมเมนตัมในปริมาตรควบคุมที่ผิวหน้า w และ s สามารถเขียนได้ดังนี้

แกน x
$$a_W u_W = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \left(p_W - p_P \right) A + S_u \Delta V \tag{3.49}$$

แกน y
$$a_S v_S = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + \left(p_S - p_P \right) A + S_v \Delta V \tag{3.50}$$

หาผลเฉลยเริ่มต้นจากการเดาค่า p^*, u^* และ v^* แล้วแทนค่าลงในสมการ (3.49) และ (3.50) จะได้

$$a_w u_w^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + \left(p_W^* - p_P^* \right) A_w + S_u \Delta V \tag{3.51}$$

$$a_s v_s^* = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + \left(p_S^* - p_P^* \right) A_s + S_v \Delta V \tag{3.52}$$

หลังจากแทนค่าที่เดาเริ่มต้นแล้ว เราจึงนิยามค่าแก้ไขความดัน (Pressure correction, p') ซึ่งก็คือ ความแตกต่างระหว่างความดันที่ถูกต้องกับความดันที่เดาขึ้นมา

$$p = p^* + p' \tag{3.53}$$

และสำหรับค่าแก้ไขความเร็วก็เขียนได้ในทำนองเดียวกัน

$$u = u^* + u' \tag{3.54}$$

$$v = v^* + v' \tag{3.55}$$

เมื่อ u , v คือ ความเร็วที่ถูกต้อง

u^*, v^* คือ ความเร็วที่คำนวณมาจากสมการดิสครีไทซ์โมเมนตัม

u' , v' คือ ค่าแก้ไขความเร็ว

นำสมการ (3.53) – (3.55) แทนลงในสมการ (3.49) และ (3.50) แล้วลบออกด้วยสมการ (3.51) และ (3.52) จะได้

$$a_w u'_w = \sum_{nb} a_{nb} u'_{nb} + \left(p'_W - p'_P \right) A_w \tag{3.56}$$

$$a_s v'_s = \sum_{nb} a_{nb} v'_{nb} + \left(p'_S - p'_P \right) A_s \tag{3.57}$$

เพื่อลดความยุ่งยากของสมการในการหาคำตอบ จึงกำหนดให้ $\sum_{nb} a_{nb} u'_{nb}$ และ $\sum_{nb} a_{nb} v'_{nb}$ มีค่าเท่ากับศูนย์ (Patankar, 1980) เมื่อการไหลมีความสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง จะได้สมการของค่าแก้ไขความเร็วของ u_w คือ

$$a_w u'_w = \left(p'_W - p'_P \right) A_w \tag{3.58}$$

จากสมการ (3.54) และ (3.58) จะได้

$$u_w = u_w^* + \frac{A_w}{a_w}\left(p'_W - p'_P \right) = u_w^* + d_w \left(p'_W - p'_P \right) \tag{3.59ก}$$

เมื่อ $d_w = \dfrac{A_w}{a_w}$

พิจารณาในทำนองเดียวกันสำหรับ u_e , v_s และ v_n จะได้

$$u_e = u_e^* + \frac{A_e}{a_e}\left(p'_E - p'_P \right) = u_e^* + d_e \left(p'_E - p'_P \right) \tag{3.59ข}$$

$$v_s = v_s^* + \frac{A_s}{a_s}\left(p'_S - p'_P \right) = v_s^* + d_s \left(p'_S - p'_P \right) \tag{3.59ค}$$

$$v_n = v_n^* + \frac{A_n}{a_n}\left(p'_N - p'_P \right) = v_n^* + d_n \left(p'_N - p'_P \right) \tag{3.59ง}$$

เมื่อ $d_e = \dfrac{A_e}{a_e}$, $d_s = \dfrac{A_s}{a_s}$ และ $d_n = \dfrac{A_n}{a_n}$

แทนค่าสมการ (3.59) ลงในสมการดิสครีไทซ์ของสมการความต่อเนื่อง (3.3) จะได้สมการของความดันแก้ไขดังนี้

$$a_P p'_P = a_W p'_W + a_E p'_E + a_N p'_N + a_S p'_S + b \tag{3.60}$$

เมื่อ $a_W = \rho_w d_w A_w$

$a_E = \rho_e d_e A_e$

$a_N = \rho_n d_n A_n$

$$a_S = \rho_s d_s A_s$$
$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P$$
$$b = \left(\rho u^* A\right)_e - \left(\rho u^* A\right)_w + \left(\rho v^* A\right)_n - \left(\rho v^* A\right)_s$$

ในการปรับค่าของความดันและความเร็วนั้น บางครั้งจะมีการใส่ค่า Under-relaxation เพื่อให้การคำนวณซ้ำมีเสถียรภาพ ดังนี้

$$p = p^* + \alpha_P p' \qquad (3.61ก)$$

$$u = u^* + \alpha_u u' \qquad (3.61ข)$$

$$v = v^* + \alpha_v v' \qquad (3.61ค)$$

เมื่อ α_P คือ ค่า Under-relaxation สำหรับความดัน p

α_u คือ ค่า Under-relaxation สำหรับความเร็ว u

α_v คือ ค่า Under-relaxation สำหรับความเร็ว v

จากวิธีการที่กล่าวมาในหัวข้อข้างต้นนี้ สามารถสรุปเป็นขั้นตอนของกระบวนการหาผลเฉลยด้วย SIMPLE algorithm ได้ดังนี้

1) เริ่มต้นคำนวณโดยการเดาค่า p^*, u^* และ v^*
2) คำนวณค่า u^* และ v^* จากสมการ (3.51) และ (3.52)
3) หาค่า p' จากสมการ (3.60)
4) คำนวณค่า p จากสมการ (3.61) แล้วแทนค่า p ที่คำนวณได้มาเป็น p^* ค่าใหม่
5) คำนวณค่า u และ v จากสมการ (3.59) และ โดยใช้ค่า p' ที่ได้จากขั้นตอนที่ 3) จากนั้นจึงกำหนดค่า u และ v ที่คำนวณได้ให้เป็น u^* และ v^* เป็นค่าเริ่มต้นใหม่
6) ดำเนินการขั้นตอนที่ 2) ถึง 5) ซ้ำอีกครั้งจนกว่าค่า p^*, u^* และ v^* จะลู่เข้าสู่ค่าที่ถูกต้องโดยตรวจสอบการลู่เข้าใกล้ศูนย์ของพจน์ b (Mass source term) ในสมการ (3.60) ซึ่งแสดงว่าค่า p^*, u^* และ v^* ที่คำนวณได้สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง

บทที่ 4

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุม

ก่อนหน้านี้ในบทที่ 3 ได้กล่าวถึงวิธีการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อแก้ปัญหาการไหลโดยอาศัยความรู้จากทฤษฎีในบทที่ 2 สำหรับบทนี้จะกล่าวถึงการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นเปรียบเทียบกับผลการทดลองหรือผลเฉลยแม่นตรงที่มีอยู่ เพื่อแสดงให้เห็นว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมานั้นมีความน่าเชื่อถือและสามารถนำไปแก้ไขปัญหาการไหลได้ โดยมีกรณีที่ใช้ตรวจสอบดังต่อไปนี้

1) การไหลแบบปั่นป่วนในท่อตรง
2) การไหลแบบปั่นป่วนผ่าน Backward facing step
3) การไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตในกระแสตาม

4.1 การไหลแบบปั่นป่วนในท่อตรง

การไหลแบบปั่นป่วนในท่อตรงจะเกิดขึ้นเมื่อของไหลมีค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ $Re > 2,300$ ซึ่งการไหลจะพัฒนาเป็นการไหลแบบเต็มรูป ณ ตำแหน่ง L โดยประมาณเท่ากับ 25 ถึง 40 เท่าของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ (D) ซึ่งค่า L นี้ จะถูกใช้ในการกำหนดขอบเขตการคำนวณของปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อที่พิจารณา

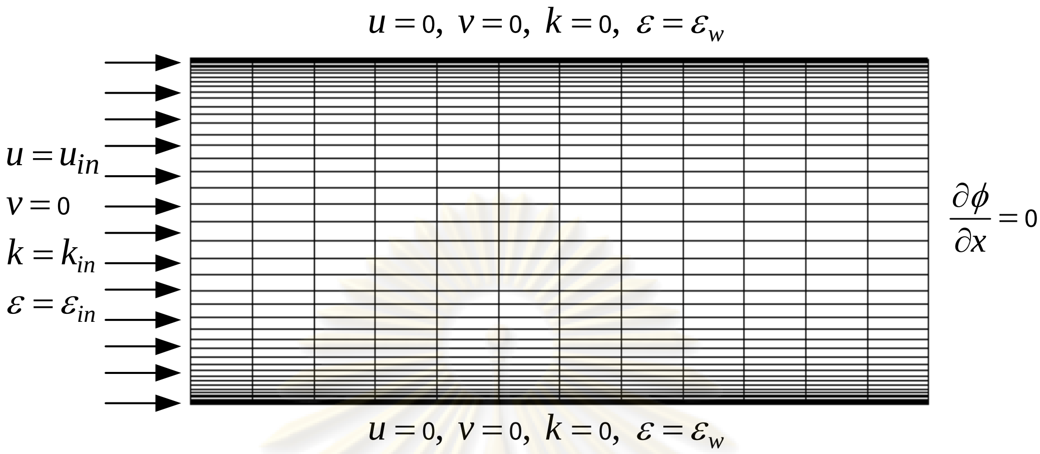
สำหรับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อนั้น จะตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไฟไนต์วอลุมโดยเปรียบเทียบกับผลการทดลองและผลการคำนวณที่มีอยู่แล้วดังต่อไปนี้

1) การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Laufer (1954)
2) การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Lam and Bremhorst (1981) และ Nagano and Tagawa (1990)

4.1.1 การเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Laufer (1954)

สำหรับการแก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมนั้นจะใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 2 แบบจำลอง ได้แก่ แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ แบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ โดยใช้ Upwind และ Central differencing scheme ในการประมาณพจน์ของการพาและการแพร่กระจาย ตามลำดับ จากนั้นนำผลการคำนวณที่ได้เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Laufer (1954) ที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์เท่ากับ 40,000 สำหรับท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 0.24688 เมตร การคำนวณจะใช้กริดแบบไม่สม่ำเสมอ โดยจะมีกริดขนาดเล็กหรือละเอียด

บริเวณใกล้ผนังเพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ขอบเขตการคำนวณกำหนดให้ท่อยาวเท่ากับ $30D$ และมีเงื่อนไขขอบดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ลักษณะกริดและเงื่อนไขขอบของการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนในท่อตรง

กำหนดให้เงื่อนไขทางเข้าของขอบเขตการคำนวณเป็นดังนี้

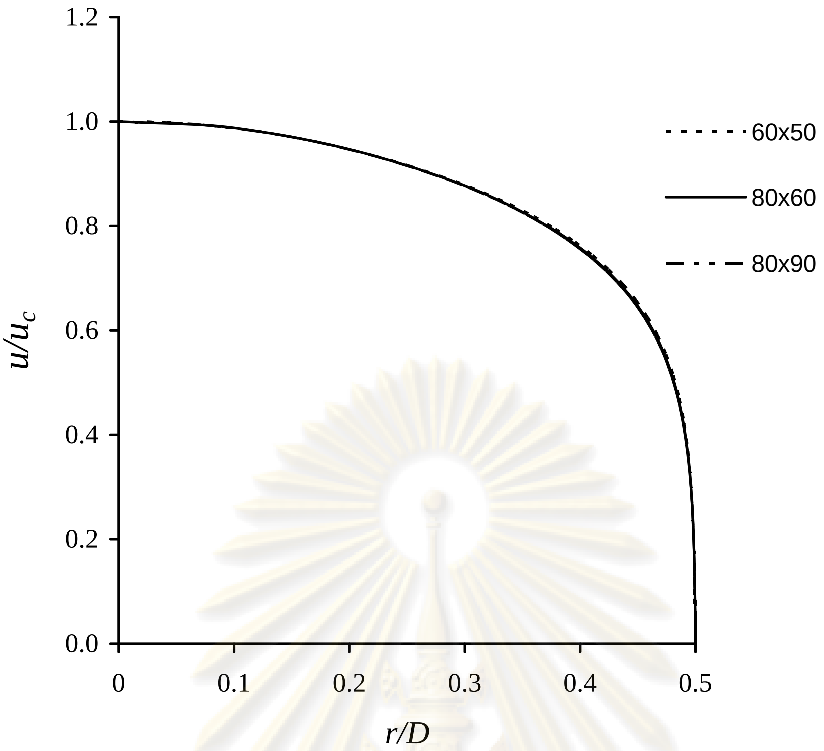
$$k_{in}=0.001u_{in}^2 \tag{4.1}$$

$$\varepsilon_{in}=\frac{C_\mu^{3/4}k^{3/2}}{0.03r} \tag{4.2}$$

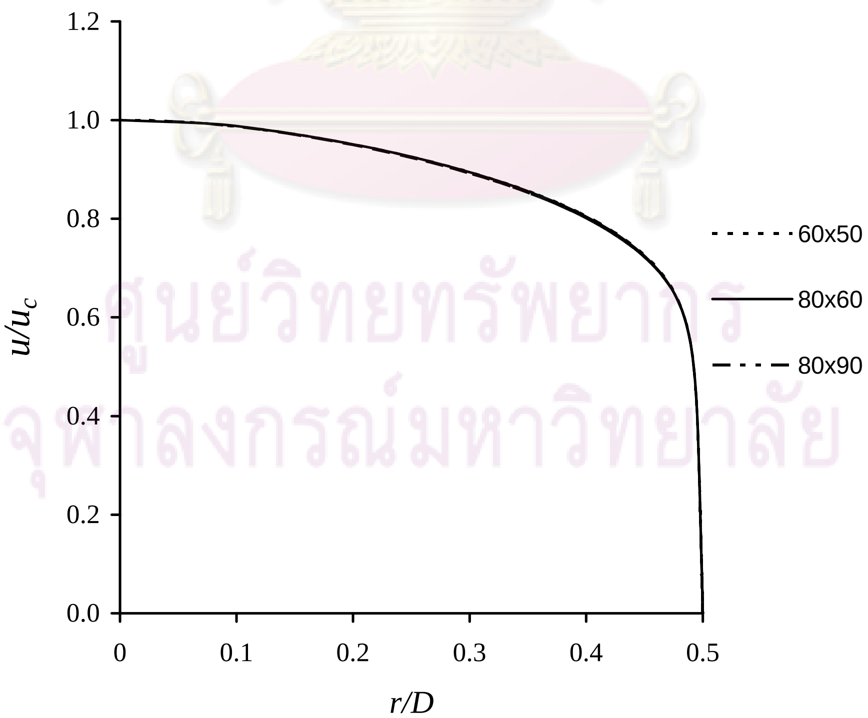
เมื่อ r เป็น รัศมีของท่อ

สำหรับรูปที่ 4.1 ที่แสดงด้านบนนี้ ในส่วนของเงื่อนไขขอบสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ จะกำหนดให้ $\varepsilon_w=0$ และ ใช้ Wall function กำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนัง ส่วนแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ กำหนดให้ $\varepsilon_w=\upsilon\left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2}\right)$ เมื่อ y ในที่นี้คือพิกัดในแนวรัศมีที่ตั้งฉากกับผนัง และไม่ได้ใช้ Wall function สำหรับเงื่อนไขขอบที่ผนัง

สำหรับการทดสอบความเป็น Grid independency ของแบบจำลองความปั่นป่วน จะทำการทดสอบที่กริดขนาดแตกต่างกันสามขนาด ได้แก่ 60×50, 80×60 และ 80×90 เพื่อหาขนาด กริดที่เหมาะสมสำหรับแต่ละแบบจำลองความปั่นป่วน โดยพิจารณาจากตำแหน่งที่เกิดการไหลแบบพัฒนาเต็มรูป หรือที่ทางออกของท่อตรง ดังแสดงในรูปที่ 4.2 และ 4.3 สำหรับแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้จากขนาดของกริดทั้งสามมีความใกล้เคียงกัน



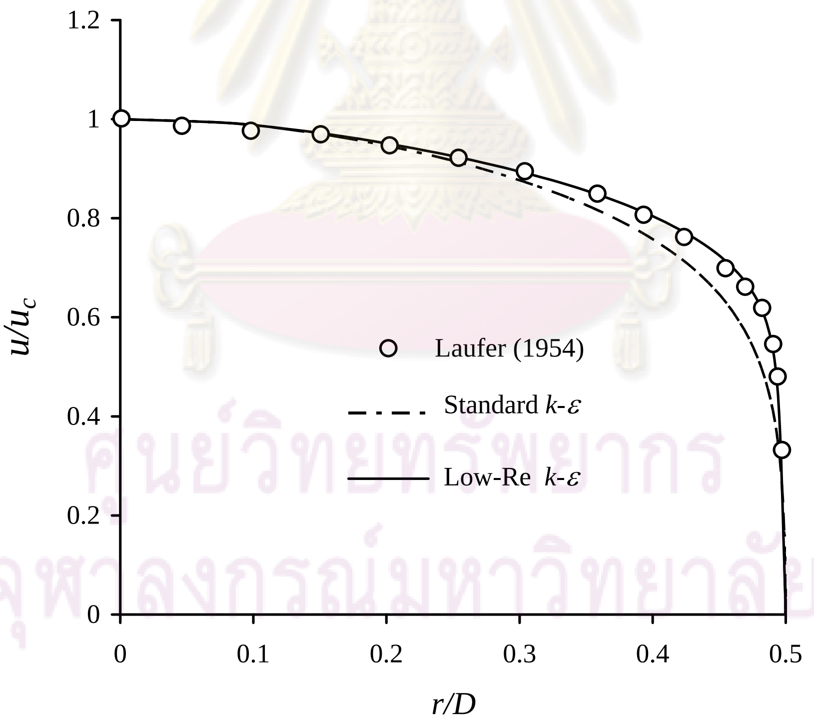
รูปที่ 4.2 การทดสอบ Grid independency ที่ทางออกท่อตรงด้วย u/u_c จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ Re = 40,000



รูปที่ 4.3 การทดสอบ Grid independency ที่ทางออกท่อตรงด้วย u/u_c จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ Re = 40,000

จากรูปที่ 4.2 และ 4.3 ทำให้ตัดสินใจเลือกกริดขนาด 80×60 ไปคำนวณเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นกับผลการทดลองของ Laufer (1954) เนื่องจากกริดขนาด 80×60 และ 80×90 ให้รูปแบบการไหลที่เกือบจะซ้อนทับเป็นเส้นเดียวกันจึงสรุปว่าการเพิ่มขนาดกริดมากกว่า 80×60 ก็ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน แสดงว่าขนาดกริดที่เพิ่มขึ้นไม่มีผลกระทบต่อการคำนวณ สำหรับผลการเปรียบเทียบกับการทดลองสามารถดูได้จากรูปที่ 4.4 ซึ่งแสดงความเร็วเฉลี่ย u/u_c ตามแนวแกนของการไหลแบบเต็มรูป

รูปที่ 4.4 ชี้ให้เห็นถึงความสามารถของโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นจากการใช้แบบจำลองที่เสนอโดย Chang et al. (1995) ซึ่งสามารถให้ผลการคำนวณการไหลในท่อตรงดีมากเมื่อเทียบกับผลการทดลองของ Laufer (1954) ในหัวข้อต่อไปจะแสดงการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในหัวข้อ 4.1.1 กับแบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความสามารถของแบบจำลองและโปรแกรมที่เลือกใช้ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น



รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดลองของส่วนความเร็วเฉลี่ย u/u_c ของการไหลเต็มรูปในท่อตรง สำหรับ Re = 40,000

4.1.2 การเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Lam and Bremhorst (1981) และ Nagano and Tagawa (1990)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วก่อนหน้านี้ว่า แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ นั้น มีผู้เสนอแบบจำลองมากมายตลอดช่วงเวลาที่ผ่านมา โดยส่วนที่แตกต่างกันมักจะเป็นส่วนของ Damping function และพจน์พิเศษที่เพิ่มเข้ามาในสมการ Turbulent kinetic energy และ Dissipation rate of turbulent kinetic energy รวมทั้งการประมาณค่า Dissipation rate ที่ผนัง (ε_{wall}) สำหรับหัวข้อนี้จะแสดงการเปรียบเทียบกับแบบจำลองความปั่นป่วนของ Lam and Bremhorst (1981), Nagano-Tagawa (1990) และ Standard $k-\varepsilon$ ซึ่งนับจากนี้จะแทนคำเรียกแบบจำลองของ Lam and Bremhorst และ Nagano-Tagawa ด้วย LB และ NT ตามลำดับ โดยสรุปความแตกต่างของแต่ละแบบจำลองดังแสดงในตารางที่ 4.1 และ 4.2

ตารางที่ 4.1 และ 4.2 แสดงให้เห็นความแตกต่างที่ชัดเจนในแต่ละพจน์สำหรับแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ยกตัวอย่างเช่น แบบจำลอง LB เสนอเงื่อนไขขอบ ε_{wall} ด้วย $\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}=0$ ซึ่งลดความซับซ้อนจากการคำนวณด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ ในขณะที่แบบจำลอง NT และ Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ถูกกำหนดด้วย $\varepsilon_{wall}=\upsilon\left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2}\right)$ ซึ่งอาจจะมีวิธีการคำนวณและเขียนในรูปของโปรแกรมคอมพิวเตอร์แตกต่างกันไป นอกจากนี้ NT ก็ยังแตกต่างจาก LB และแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ใช้อยู่ในเรื่องของ การใช้ y^+ ใน Damping function ซึ่งมีหลายงานวิจัยลงความเห็นว่า ไม่เหมาะกับการทำนายการไหลแบบที่มีการแยกตัว

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นกับโปรแกรมอื่นนั้น จะใช้ข้อมูลจากการทดลองการไหลในท่อตรงของ Laufer (1954) ที่ Re = 40,000 และจากผลการคำนวณในหัวข้อที่ 4.1.1 ได้เลือกกริดขนาด 80×60 ในการคำนวณ โดยรูปที่ 4.5 และ 4.6 เปรียบเทียบผลการคำนวณในส่วนของ u/u_c และ Turbulent kinetic energy กับแบบจำลองความปั่นป่วน LB และ NT

จากผลการเปรียบเทียบที่ได้จะเห็นได้ว่า แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ใช้สามารถทำนายผลได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลอง LB และ NT ทั้งการเปรียบเทียบด้วย u/u_c และ Turbulent kinetic energy ดังนั้นเมื่อมองในแง่ของการทำนายการไหลบริเวณใกล้ผนัง หรือผลกระทบจากผนังที่มีต่อการไหลนั้น แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ที่เลือกใช้จึงมีความเหมาะสมมาก รวมทั้งการทำนายผลที่ระยะห่างจากผนังหรือในกระแสอิสระก็ได้ผลที่ดีเช่นเดียวกัน

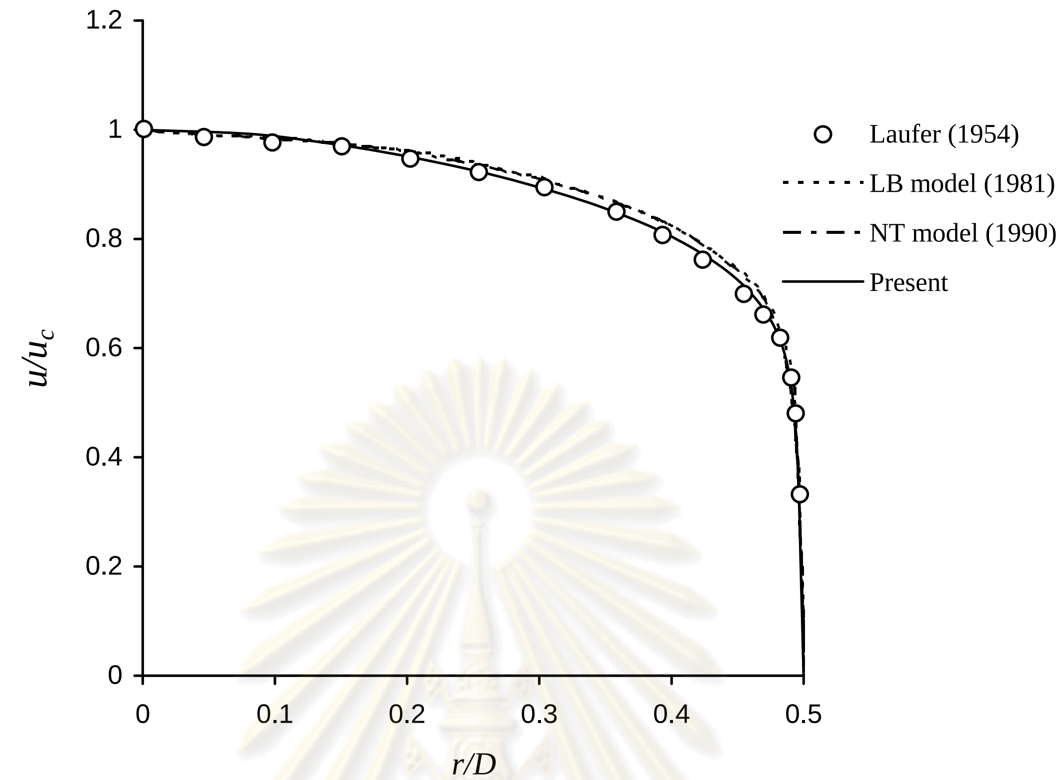
Model	f_μ	f_1	f_2
Standard k-ε	1.0	1.0	1.0
Lam-Bremhorst (1981)	$[1.0\text{-}\exp(-0.0165R_k)]^2(1+20.5/R_t)$	$1.0+(0.05/f_\mu)^3$	$1.0\text{-}0.3\exp(-R_t^2)$
Nagano-Tagawa (1990)	$[1.0\text{-}\exp(-y^+/26)]^2(1+4.1/R_t^{3/4})$	1.0	$\{1.0\text{-}0.3\exp[-(R_t/6.5)^2]\}[1.0\text{-}\exp(-y^+/6)]^2$
Present	$[1.0\text{-}\exp(-0.0215R_k)]^2(1+31.66/R_t^{5/4})$	1.0	$[1.0\text{-}0.01\exp(-R_t^2)][1.0\text{-}\exp(-0.0631R_k)]$

ตารางที่ 4.1 สรุปค่า Damping function ของแบบจำลองที่ใช้ในการเปรียบเทียบ

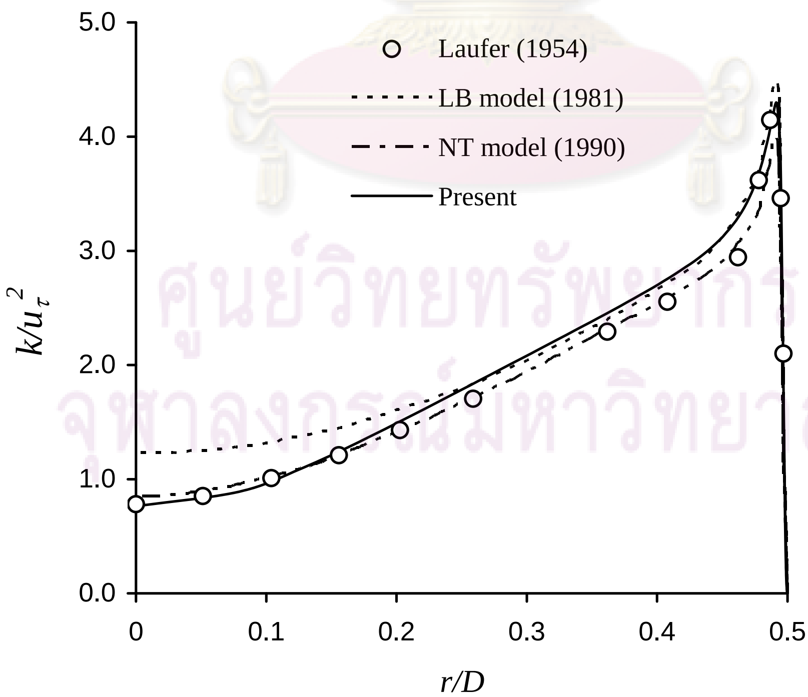
Model	D	E	ε_{wall} – B.C.	C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
Standard k-ε	0	0	Wall function	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
Lam-Bremhorst (1981)	0	0	$\partial\varepsilon/\partial y = 0$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
Nagano-Tagawa (1990)	0	0	$\varepsilon_{wall} = \nu(\partial^2 k/\partial y^2)$	0.09	1.45	1.9	1.4	1.3
Present	0	0	$\varepsilon_{wall} = \nu(\partial^2 k/\partial y^2)$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

ตารางที่ 4.2 สรุปค่าพจน์พิเศษและสัมประสิทธิ์ในสมการครอบคลุมของแบบจำลองความปั่นป่วน

49



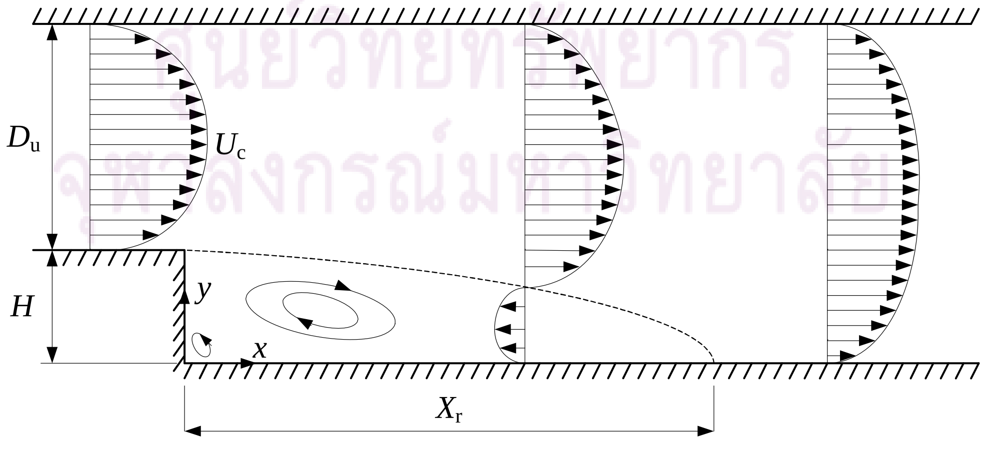
รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบผลการคำนวณกับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ แบบอื่น ด้วยความเร็วเฉลี่ย u/u_c ของการไหลเต็มรูปในท่อตรงที่ Re = 40,000



รูปที่ 4.6 การเปรียบเทียบผลการคำนวณกับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ แบบอื่น ด้วย Turbulent kinetic energy ของการไหลเต็มรูปในท่อตรงที่ Re = 40,000

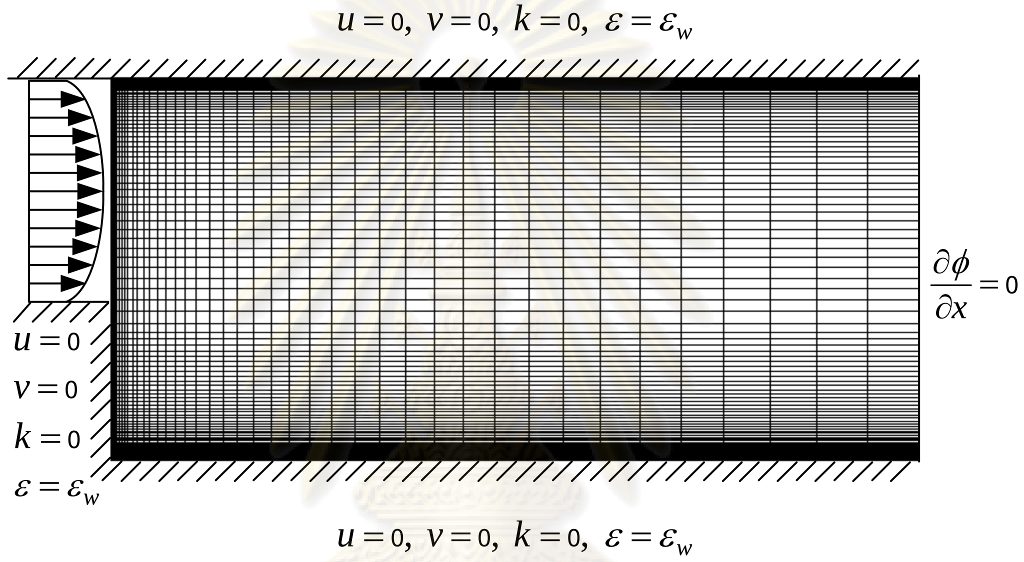
4.2 การไหลแบบปั่นป่วนผ่าน Backward facing step

จากที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ปรับปรุงโดยนักวิจัยหลายท่านซึ่งมีพจน์พิเศษและ Damping function ที่ต่างกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้สามารถทำนายผลของการไหลแบบแยกตัวและ Reattaching flow ได้ดีขึ้น จากตัวอย่างของแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ในหัวข้อที่ 4.1.2 หรือแบบจำลองของผู้วิจัยท่านอื่น อาทิเช่น Chien (1982), Myong and Kasagi (1990) ได้เสนอ Damping function โดยมีความสัมพันธ์กับค่า y^+ ซึ่งมีงานวิจัยที่ผ่านมาระบุว่า แบบจำลองเหล่านี้ไม่เหมาะสมกับการนำมาใช้ในการไหลที่มีการแยกตัวและ Reattachment flow สำหรับงานวิจัยนี้จึงเลือกแบบจำลองของ Chang et al. (1995) ที่ระบุค่า Damping function ในรูปของ $R_k = \sqrt{k}y/\upsilon$ และ $R_t = k^2/\upsilon\varepsilon$ แทนการใช้ y^+ ด้วยเหตุผลที่ว่าสามารถทำนายผลการไหลที่มีการแยกตัวได้ดีกว่า ในหัวข้อนี้จะทำการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมด้วยการไหลแบบ Backward facing step ที่เป็นปัญหาเบื้องต้นของการทดสอบการไหลแบบแยกตัวและ Reattachment flow ซึ่งสอดคล้องกับปัญหาการไหลที่จะกล่าวในบทถัดไป โดยเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Kasagi and Matsunaga (1993) ซึ่งในการทดลองพิจารณาเป็นการไหลในช่องแบบระนาบผ่าน Backward facing step ความสูงขั้นบันได (H) เท่ากับ 41 มิลลิเมตร และมีอัตราส่วนช่องขยาย ($ER = (D_u + H)/D_u$) เท่ากับ 1.504 โดยมีค่าอัตราส่วนความสูงของขั้นบันไดต่อความกว้างช่องการไหลเท่ากับ 1:20 ซึ่งมีค่ามากเพียงพอที่จะสมมติให้เป็นการไหลในสองมิติ ทางเข้ามีค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ Re_H อ้างอิงจากความเร็วที่เส้นกึ่งกลางของช่องการไหลกับความสูงของขั้นบันไดเท่ากับ 5,540 หรือความเร็วที่กึ่งกลางช่องมีค่าเท่ากับ 129.7 mm/s โดยเป็นการไหลแบบพัฒนาเต็มที่ ดังแสดงในรูปที่ 4.7



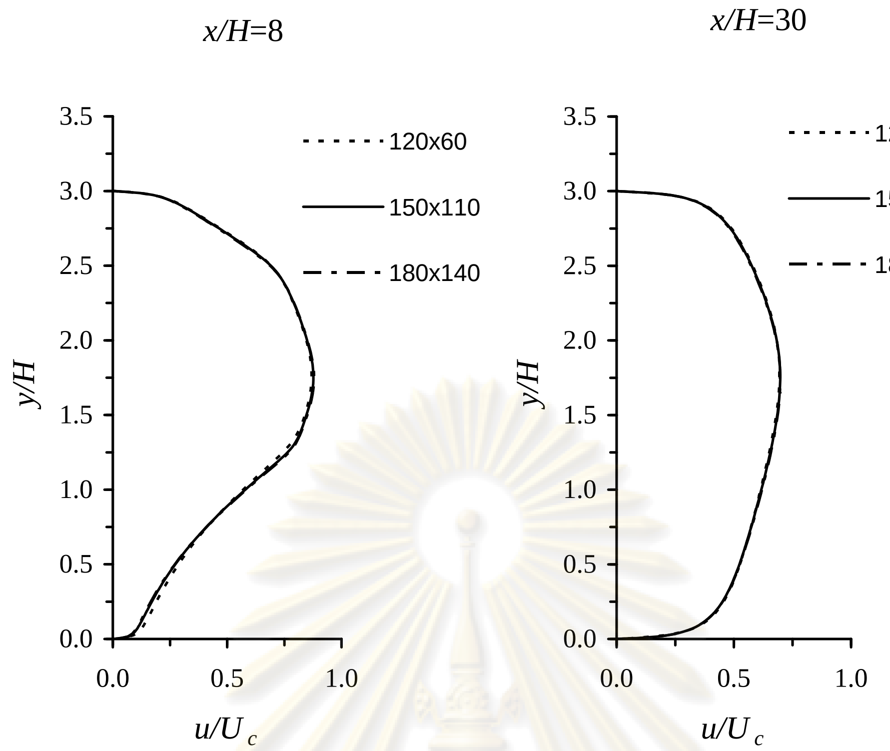
รูปที่ 4.7 ภาพแสดงลักษณะการไหลใน Backward facing step

สำหรับการทดสอบโปรแกรมในที่นี้ จะเลือกใช้กริดแบบไม่สม่ำเสมอทั้งในแนวแกน x และ y การพิจารณาปริมาตรควบคุมที่ใกล้ผนังต้องกำหนดให้มีพิกัดในระยะตั้งฉากกับผนังที่สามารถคำนวณออกมาแล้วมีค่า $y^+ < 1$ ลักษณะกริดและเงื่อนไขขอบแสดงดังรูปที่ 4.8 กำหนด ให้รูปแบบความเร็วที่ทางเข้าเป็นการไหลแบบเต็มรูป ซึ่งได้จากการคำนวณการไหลในช่องคู่ขนาน มีความเร็วที่กึ่งกลาง (U_c) เท่ากับ 129.7 mm/s ขอบเขตของการคำนวณตามแนวแกน y เท่ากับขนาดช่องทางไหลในการทดลอง ส่วนความยาวตามแนวแกน x มีค่าเท่ากับ $50H$ และกำหนดให้ทางออกของช่องทางไหลเป็นการไหลแบบเต็มรูป

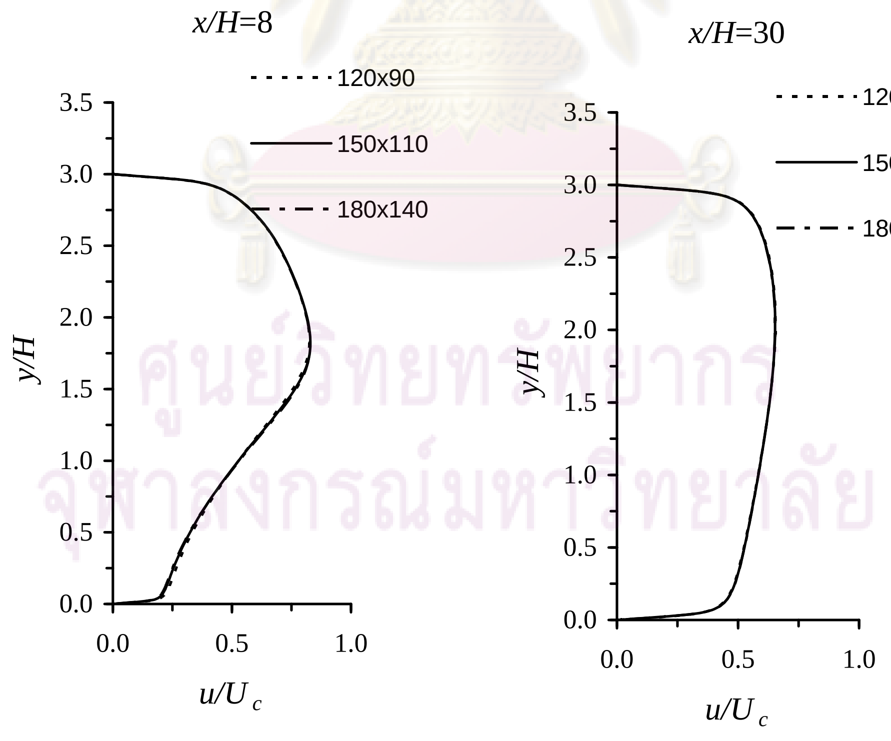


รูปที่ 4.8 ลักษณะกริดและเงื่อนไขขอบของ Backward facing step

หัวข้อนี้จะแสดงผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและประมาณพจน์การพาและพจน์การกระจายด้วย Upwind differencing scheme และ Central differencing scheme ตามลำดับ แก้ปัญหาของระบบสมการด้วยวิธี TDMA และใช้ SIMPLE algorithm ในการทำให้ผลลัพธ์ของความเร็วที่ได้สอดคล้องกับค่าในสมการความต่อเนื่อง สำหรับการทดสอบ Grid independency ของผลลัพธ์ ขนาดกริดที่พิจารณาในแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ คือ 120×60, 150×110 และ 180×140 โดยพิจารณารูปร่างการกระจายตัวของความเร็วตามแนวแกนเทียบกับความเร็วสูงสุดอ้างอิงที่เส้นกึ่งกลางช่องทางเข้า Upstream (u/U_c) ที่ระยะ $x/H = 8$ และที่ระยะ $x/H = 30$ ดังแสดงในรูปที่ 4.9 ส่วนรูปที่ 4.10 แสดงการทดสอบ Grid independency สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ซึ่งมีขนาดกริดที่ทดสอบ คือ 120×90, 150×110 และ 180×140 โดยพิจารณารูปร่างการกระจายตัวของ u/U_c ที่ระยะเดียวกันกับในกรณีที่ใช้แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$



รูปที่ 4.9 การทดสอบ Grid independency ของแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ สำหรับการไหลผ่าน Backward facing step ที่ Re_H = 5,540 ตำแหน่ง $x/H=8$ และ $x/H=30$

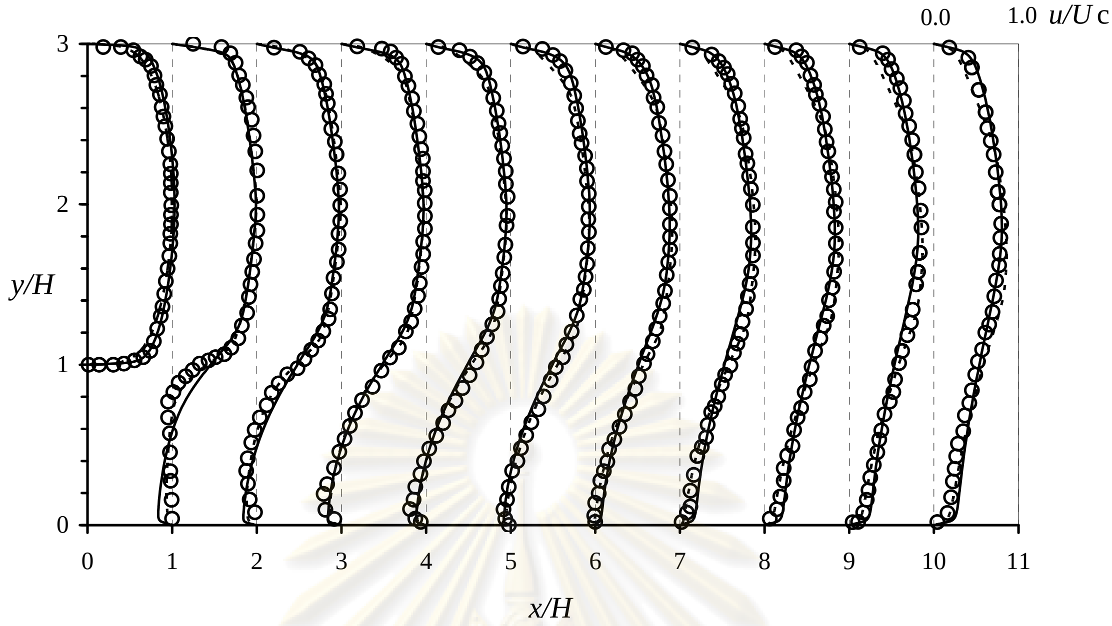


รูปที่ 4.10 การทดสอบ Grid independency ของแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับการไหลผ่าน Backward facing step ที่ Re_H = 5,540 ตำแหน่ง $x/H=8$ และ $x/H=30$

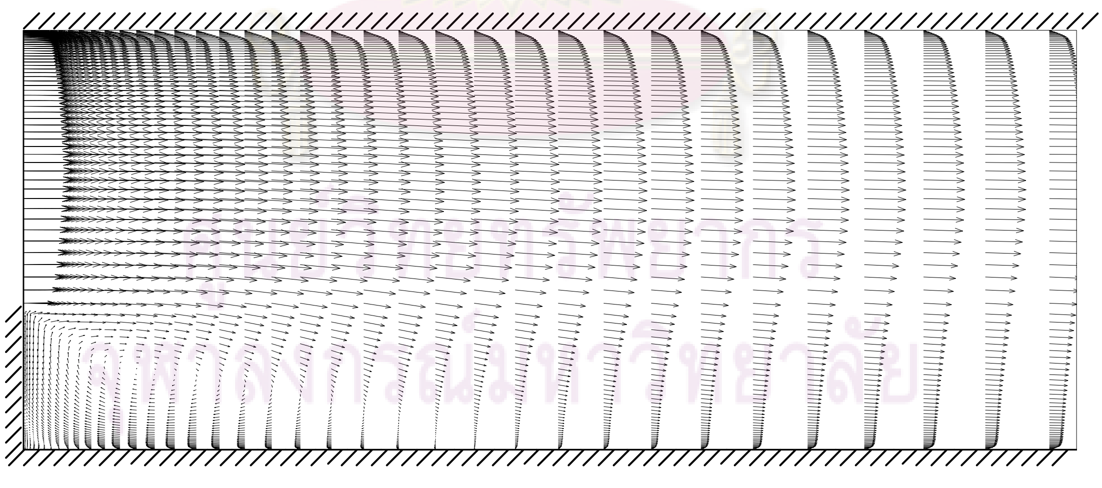
จากรูปที่ 4.9 การเปลี่ยนแปลงขนาดกริดนั้นมีผลน้อยโดยเฉพาะบริเวณใกล้ผนังด้านล่าง หรือ $y/H < 0.5$ เมื่อเทียบระหว่างกริดขนาด 120×60 และ 150×110 โดยเฉพาะที่ระยะ $x/H = 8$ ในขณะที่กริดขนาด 150×110 และ 180×140 จะมีรูปร่างที่ใกล้เคียงกันมากหรือไม่มีความเปลี่ยนแปลง ดังนั้นจึงเลือกกริดขนาด 150×110 ซึ่งมีความละเอียดเพียงพอที่จะใช้ในการคำนวณ ส่วนรูปที่ 4.10 นั้นก็พบการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเดียวกับรูปที่ 4.9 ขนาดกริดที่ 120×90 แตกต่างกับผลที่ได้จากกริดขนาด 150×110 เล็กน้อยบริเวณใกล้ผนังด้านล่างที่ระยะ $x/H = 8$ แต่ผลที่ได้จากกริดขนาด 150×110 จะมีรูปร่างที่เหมือนกันกับที่กริดขนาด 180×140 ซึ่งรูปร่างของความเร็วตามแนวแกน u/U_c ไม่เปลี่ยนแปลงทั้งที่ระยะ $x/H = 8$ กับ $x/H = 30$ หากสังเกตให้ดีจะพบความแตกต่างของรูปที่ 4.9 และ 4.10 ที่ตำแหน่งระยะ $x/H = 30$ ซึ่งพบว่ารูปแบบการไหลที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้งสองมีความแตกต่างกันพอสมควร อย่างไรก็ตามสามารถสรุปได้ว่า ทั้งการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ นั้นจะเลือกใช้กริดขนาด 150×110

รูปที่ 4.11 แสดงการพัฒนารูปแบบการกระจายตัวของความเร็วที่ระยะ $x/H = 0$ ถึง 10 เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็ว u/U_c และการทำนายผลที่บริเวณใกล้ผนัง จากรูปจะพบว่า เมื่อของไหลเคลื่อนที่ห่างจากช่องทางเข้าของขั้นบันไดมากขึ้น แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ จะสามารถทำนายผลบริเวณใกล้ผนังและการพัฒนารูปแบบความเร็วตามระยะทางที่เคลื่อนที่ได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ที่อาศัย Wall function ในการทำนายรูปแบบความเร็วที่ผนังและกำหนดให้ $\varepsilon_w = 0$ แต่ในบริเวณที่มีการไหลวนตรงมุมขั้นบันได การทำนายด้วยแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ จะให้ผลที่ดีกว่า เนื่องจากแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ จะคำนวณในชั้น Sub-layer ด้วย ดังนั้นความเร็วที่ใกล้ผนังจึงคำนวณได้มากกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ซึ่งแสดงให้เห็นการไหลวนที่มากกว่าบริเวณใกล้กับผนัง ในขณะที่การไหลวนในบริเวณมุมขั้นบันไดนั้นไม่สามารถวัดได้จากการทดลอง

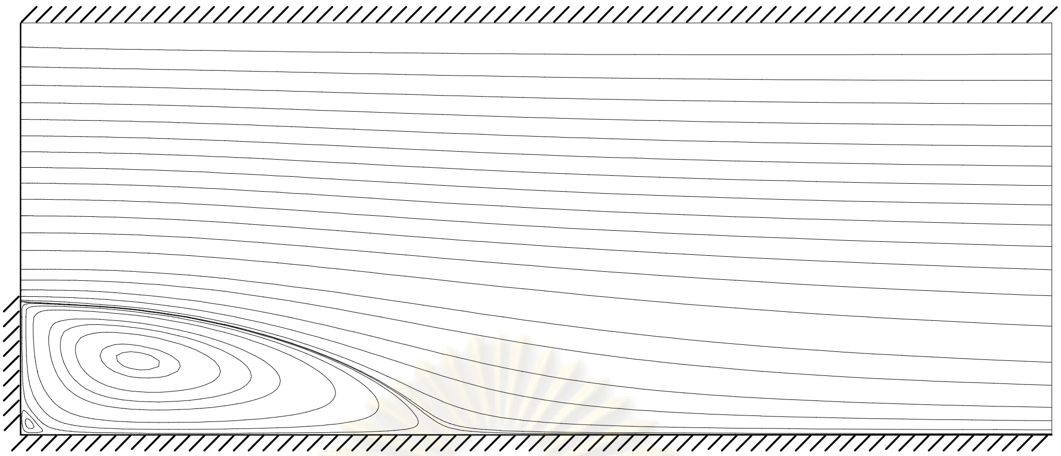
รูปที่ 4.12 และ 4.13 แสดงเวกเตอร์ความเร็วและ Streamline ของการไหลผ่าน Backward facing step ที่ได้จากการทำนายด้วยแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ซึ่งสามารถสังเกตเห็นการหมุนวนบริเวณใกล้ๆ กับผนังด้านล่างและช่องทางไหลได้ชัดเจน ดังแสดงในภาพขยายรูปที่ 4.14 และ 4.15 จะเห็นการหมุนวนเล็กๆ เกิดขึ้นอีกตำแหน่งตรงมุมของขั้นบันได ซึ่งแสดงด้วยเวกเตอร์ความเร็วและ Streamline โดยทั้งสองรูปได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$



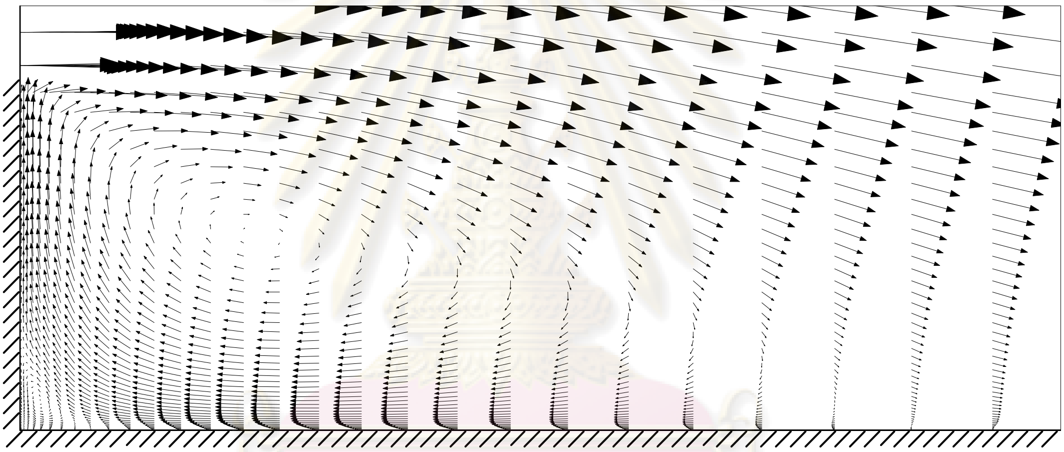
รูปที่ 4.11 ความเร็ว u/U_c จากแบบจำลองการไหลผ่าน Backward facing step เปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ Re_H = 5,540 ที่ระยะ x/H ต่างๆ กัน
(o Experiment, - - - - - Standard $k-\varepsilon$, ——— Low-Re $k-\varepsilon$)



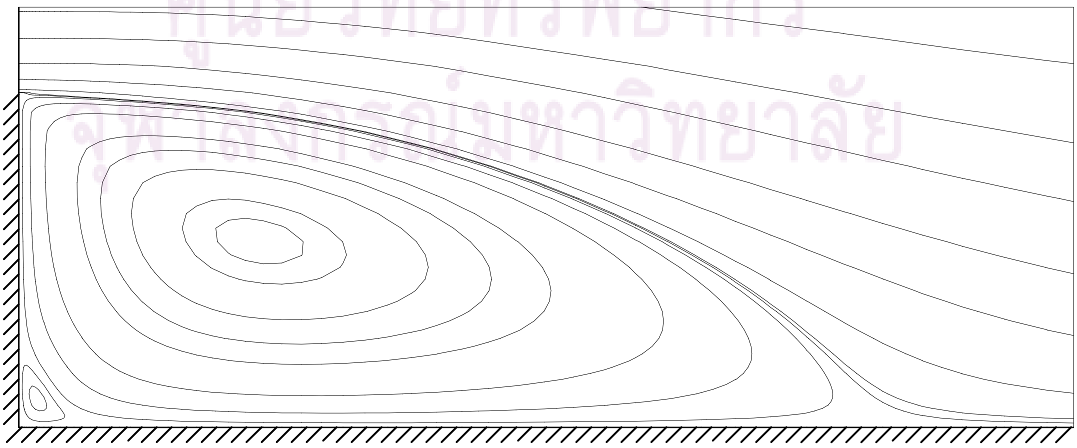
รูปที่ 4.12 เวกเตอร์ความเร็วของการไหลผ่าน Backward facing step สำหรับ Re_H = 5,540



รูปที่ 4.13 Streamline ของการไหลผ่าน Backward facing step สำหรับ $Re_H = 5,540$



รูปที่ 4.14 ภาพขยายเวกเตอร์ความเร็วของการไหลผ่าน Backward facing step

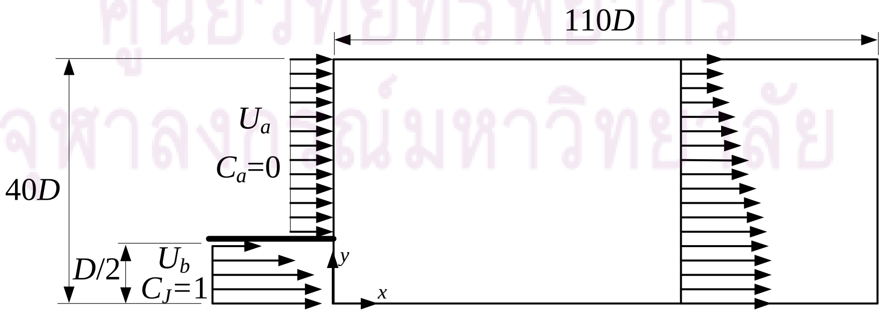


รูปที่ 4.15 ภาพขยาย Streamline ของการไหลผ่าน Backward facing step

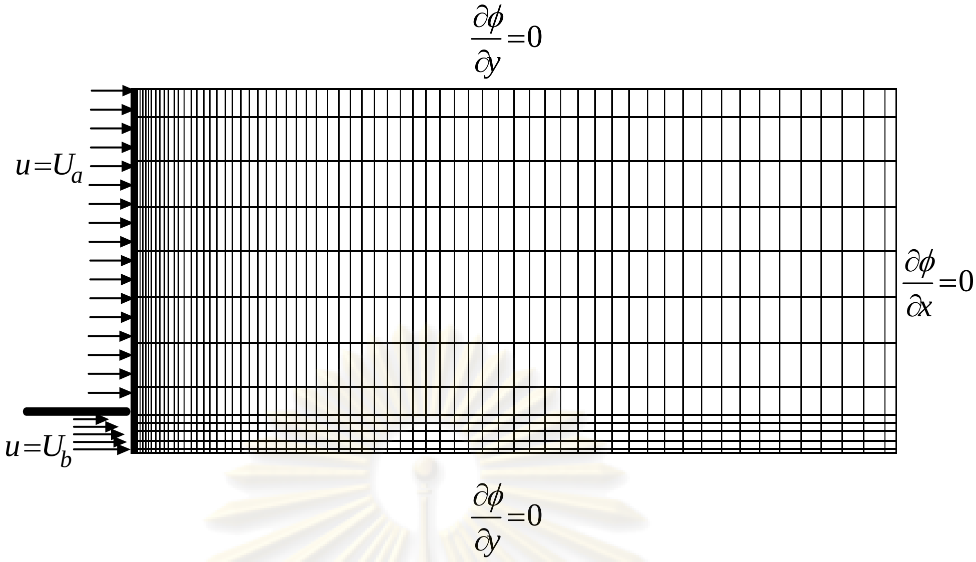
4.3 การไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตในกระแสตาม

สำหรับหัวข้อที่ 4.1 และ 4.2 ที่กล่าวมาก่อนหน้านี้นั้น เป็นการแสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของการสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์จากแบบจำลองความปั่นป่วนที่เสนอโดย Chang et al. (1995) ซึ่งเป็นการทดสอบว่า งานวิจัยนี้ได้ประยุกต์แบบจำลองจนได้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำในกรณีของการไหลในท่อหรือช่องทางไหล ส่วนหัวข้อนี้จะแสดงให้เห็นถึงความสามารถของโปรแกรมที่นำไปแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกันกับวัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้นั่นคือ การไหลแบบเจ็ต สำหรับภาพการกระจายตัวของความเร็วสำหรับการไหลแบบเจ็ตในกระแสตามซึ่งจะใช้ในการเปรียบเทียบผลลัพธ์ในที่นี้ได้แสดงไว้แล้วในรูปที่ 1.2

สำหรับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตในกระแสตามนั้น ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมามีผู้ให้ความสนใจมาโดยตลอด โดยอาศัยการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์บางอย่าง หรืออาศัยเครื่องมือวัดที่ทันสมัยขึ้นเพื่อพัฒนาผลการวิจัยที่ผ่านๆมา ผลการทดลองที่งานวิจัยนี้ยกมาเปรียบเทียบนั้นเป็นงานวิจัยของ Mi et al. (2001) และ Xu and Antonia (2002) ซึ่งทั้งสองงานวิจัยนั้นมีการทดลองและตรวจวัดการไหลแบบปั่นป่วนของเจ็ตในกระแสตาม ที่เกิดจากน้ำที่ไหลผ่านท่อตรงที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) เท่ากับ 9.45 มิลลิเมตร มีค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ที่พิจารณาจากเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเท่ากับ 28,200 และกระแสตามภายนอกท่อนั้นเป็นน้ำที่มีความเร็วต่ำ รูปที่ 4.16 แสดงขอบเขตการคำนวณของเจ็ตในกระแสตาม เนื่องจากลักษณะของปัญหาสามารถพิจารณาเป็นรูปสมมาตรได้ จึงทำการคำนวณในขอบเขตเพียงครึ่งเดียวจากขอบเขตทั้งหมด ซึ่งทำให้ลดขอบเขตการคำนวณลง สำหรับขนาดขอบเขตที่คำนวณ กำหนดให้ระยะตามแนวแกน x เท่ากับ $110D$ และระยะตามแนวแกน y เท่ากับ $40D$ โดยมีขนาดช่องทางออกของเจ็ตเท่ากับ $D/2$



รูปที่ 4.16 ขอบเขตการคำนวณของการไหลแบบเจ็ตในกระแสตาม (Not to scale)



รูปที่ 4.17 ลักษณะกริดแบบสมมาตรและเงื่อนไขขอบสำหรับการคำนวณ (Not to scale)

พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องคือ

U = ความเร็วตามแนวแกน x

U_b = ความเร็วรวมของเจ็ตที่ทางออก (Bulk jet exit velocity, $U_b = \dfrac{\mu \cdot Re}{\rho D}$)

U_a = ความเร็วของกระแสอิสระ

U_{cl} = ความเร็วตามแนวแกน x ที่ $r = 0$

U_{co} = ความเร็วตามแนวแกน x ที่ ระยะ $x = 0$ และ $r = 0$

C = ปริมาณความเข้มข้นสเกลาร์ (Scalar concentration)

C_{cl} = ปริมาณความเข้มข้นสเกลาร์ที่ $r = 0$

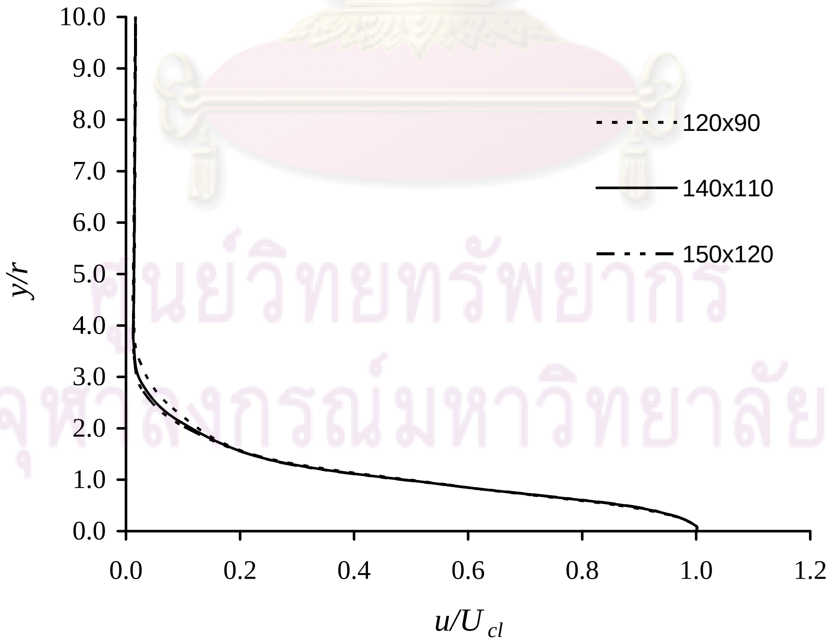
de = Effective diameter

ในการคำนวณนั้น กำหนดให้ของไหลเป็นชนิดเดียวกันคือ น้ำ ดังนั้นความหนาแน่นของของไหลเจ็ต (ρ_j) เท่ากับความหนาแน่นของของไหลกระแสตาม (ρ_a) แต่กำหนดให้อัตราส่วนความเร็ว U_a / U_b เท่ากับ 0.02 ในขณะที่กำหนดให้ปริมาณความเข้มข้นสเกลาร์ของเจ็ต (C_j) เท่ากับ 1 และปริมาณความเข้มข้นสเกลาร์ของกระแสตาม (C_a) เท่ากับ 0 ส่วนค่า Effective diameter (de) เท่ากับ 0.99D จากการทดลองของ Mi et al. (2001) พบว่า รูปร่างของความเร็วตามแนวแกนที่ทางออกของเจ็ตสอดคล้องกับความเร็วที่เส้นผ่านศูนย์กลางและระยะตามแนวรัศมี ดังสมการที่ (4.3)

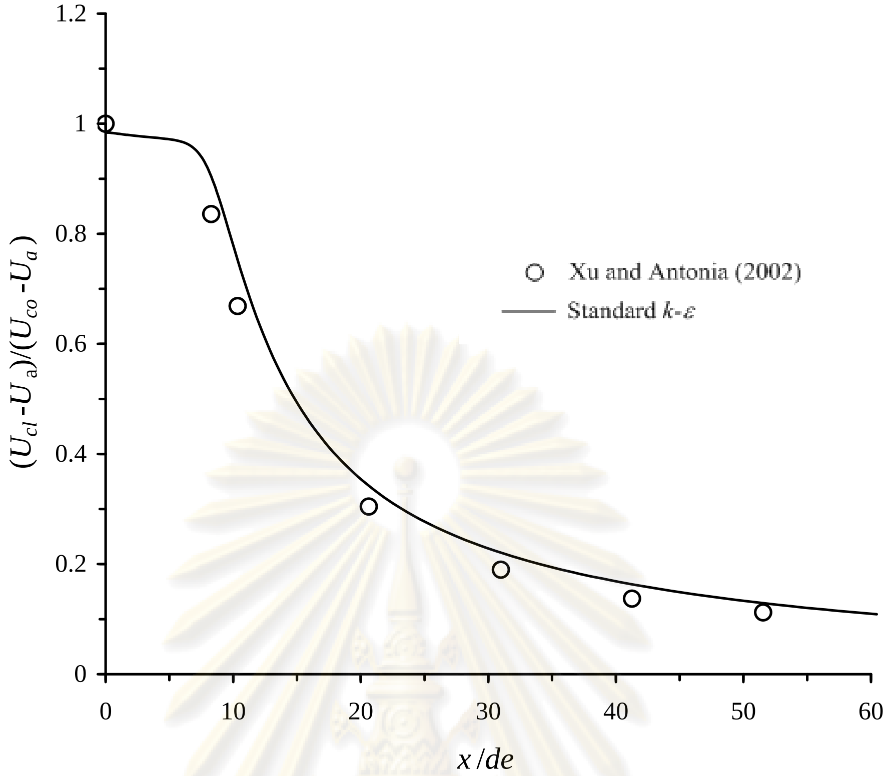
$$\frac{U}{U_{cl}} = \left(1 - 2\frac{r}{D}\right)^{1/6.62} \tag{4.3}$$

รูปที่ 4.17 แสดงลักษณะกริดและเงื่อนไขขอบสำหรับการคำนวณ เลือกใช้กริดที่มีขนาดไม่สม่ำเสมอ ซึ่งมีความละเอียดมากบริเวณปากทางออกของเจ็ต โดยเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ในการเปรียบเทียบ เนื่องจากรูปแบบการไหลไม่ได้ถูกจำกัดด้วยผนังที่ด้านบนและล่าง อีกทั้งการทำนายผลของ Standard $k-\varepsilon$ กับ Low Re $k-\varepsilon$ จะให้ผลที่ใกล้เคียงกันสำหรับการไหลในกระแสอิสระ พจน์การพาถูกประมาณค่าด้วย Upwind differencing scheme และพจน์การกระจายด้วย Central differencing scheme และแก้ปัญหาของระบบสมการด้วย SIMPLE algorithm

การทดสอบ Grid independency สำหรับการคำนวณการไหลแบบเจ็ตในกระแสตามนั้นจะทดสอบด้วยกริดขนาด 120×90, 140×110 และ 150×120 ด้วยการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความเร็ว u/U_{cl} กับระยะตามแนวรัศมี y/r ที่ระยะ $x/r=10$ ดังแสดงในรูปที่ 4.18 จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงความเร็วอยู่ในช่วง $y/r=0$ ถึง 4 ก่อนที่จะมีค่าคงที่เท่ากับกระแสตามด้านนอกซึ่งกริดทุกขนาดให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน ในขณะที่ กริดขนาด 140×110 และ 150×120 มีค่าที่ใกล้เคียงกันจนเกือบจะเป็นเส้นเดียวกันในช่วง $y/r=0$ ถึง 4 ดังนั้นในการคำนวณของไหลเจ็ตแบบกระแสตามจึงเลือกใช้กริดขนาด 140×110 ซึ่งการทดสอบแสดงให้เห็นว่าขนาดกริดที่ละเอียดกว่านี้จะไม่มีอิทธิพลต่อการคำนวณ



รูปที่ 4.18 การทดสอบ Grid independency ของไหลเจ็ตในกระแสตาม สำหรับ Re = 28,200 ที่ระยะ $x/r=10$

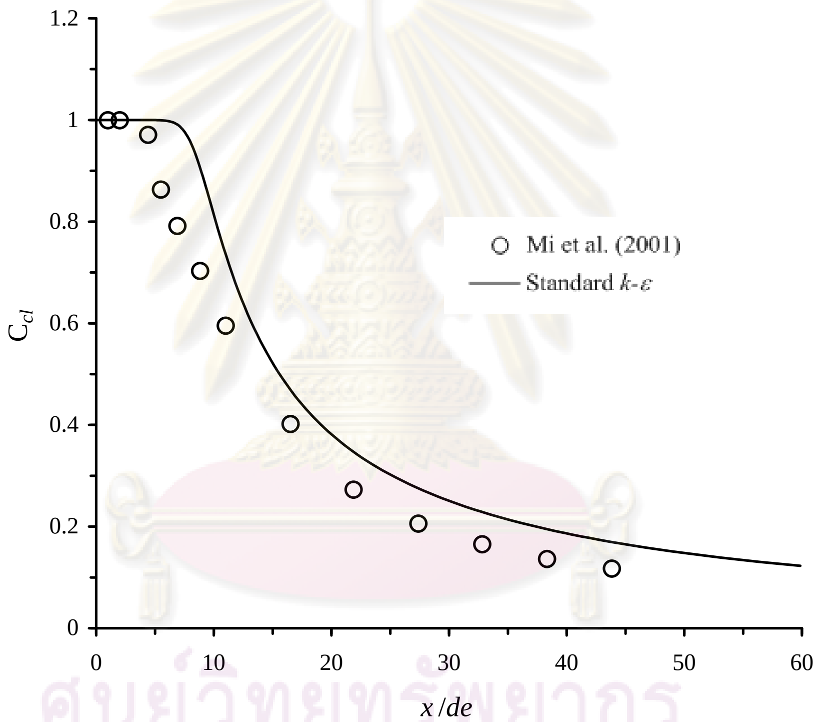


รูปที่ 4.19 ความเร็ว $(U_{cl}-U_a)/(U_{co}-U_a)$ ของของไหลเจ็ตในกระแสตาม สำหรับ *Re* = 28,200 ที่ระยะ x/de ใดๆ

วัตถุประสงค์หลักของหัวข้อนี้คือ การทดสอบความสามารถของโปรแกรมในการประยุกต์ใช้กับการไหลแบบเจ็ต และการทดสอบความถูกต้องในการคำนวณปริมาณสเกลาร์ซึ่งในที่นี้เป็นตัวแทนความเข้มข้นของมวล ดังนั้นจะแบ่งการเปรียบเทียบออกเป็นสองชุดข้อมูล ชุดแรกเป็นการเปรียบเทียบความเร็ว $(U_{cl}-U_a)/(U_{co}-U_a)$ ที่ตำแหน่ง $y/r=0$ และระยะ x/de ใดๆ หรือตามแนวเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีด เทียบกับผลการทดลองของ Xu and Antonia (2002) ดังแสดงในรูปที่ 4.19 ซึ่งจะพบว่าผลการคำนวณที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงที่สอดคล้องและใกล้เคียงกับผลการทดลองเป็นอย่างดี

ผลการคำนวณที่ได้ยังถูกนำมาเปรียบเทียบกับข้อมูลชุดที่สอง ซึ่งเป็นผลการทดลองเจ็ตในกระแสตามของ Mi et al. (2001) จากที่ได้กล่าวแล้วในเบื้องต้นว่า Mi et al. (2001) ได้ใช้ชุดการทดลองเดียวกัน แต่เพิ่มการวัดค่าปริมาณสเกลาร์เข้ามา ดังแสดงในรูปที่ 4.20 ซึ่งเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงปริมาณสเกลาร์ (C_{cl}) ที่ตำแหน่ง $y/r=0$ กับระยะ x/de ใดๆ (ตามแนวเส้นผ่านศูนย์กลางหัวฉีด) กับผลการทดลอง

จากรูปที่ 4.20 จะเห็นว่าแนวโน้มของปริมาณสเกลาร์ที่คำนวณได้มีความใกล้เคียงกับผลการทดลอง เมื่อระยะ x/de เพิ่มขึ้นปริมาณสเกลาร์ก็จะลดลงตามระยะที่ห่างจากปากทางออกของเจ็ต และสังเกตว่าความแตกต่างของผลการคำนวณและผลการทดลองที่บริเวณใกล้ปากทางออกของเจ็ตในช่วง $x/de=0$ ถึง 10 มีค่าที่แตกต่างมากกว่าบริเวณช่วงที่ $x/de>10$ สาเหตุน่าจะเกิดจากบริเวณใกล้ปากทางออกเจ็ตมีค่าความเร็วที่สูง และปริมาณสเกลาร์ก็แปรผันตามความเร็วเช่นกัน ทำให้ผลการคำนวณบริเวณปากทางออกเจ็ตมีความคลาดเคลื่อนที่มากกว่า อย่างไรก็ตาม ผลการคำนวณที่ได้โดยรวมก็ถือว่าให้ผลที่น่าเชื่อถือได้ตามวัตถุประสงค์ของหัวข้อนี้ในการทดสอบความสามารถของโปรแกรมในการคำนวณปริมาณสเกลาร์



รูปที่ 4.20 ปริมาณสเกลาร์ของของไหลเจ็ตในกระแสตาม สำหรับ Re = 28,200 ที่ระยะ x/de ใดๆ

4.4 สรุป

ดังที่ได้แสดงการเปรียบเทียบระหว่างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นกับผลการทดลองในหัวข้อที่ 4.1 ถึง 4.3 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมนั้น พบว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สามารถทำนายผลการไหลบริเวณใกล้ผนังและรูปแบบการไหลแบบเต็มรูปได้ผลที่ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ แต่ขณะเดียวกันสำหรับการไหลวนในบางบริเวณ ผลลัพธ์ที่ได้อาจจะด้อยกว่าบ้างเล็กน้อย ซึ่งเมื่อมองภาพรวมแล้วก็ไม่ได้แตกต่างกัน

มากนัก สำหรับความสามารถของโปรแกรมในการทำนายปริมาณสเกลาร์นั้นก็ให้ผลที่น่าพึงพอใจ ดังนั้นจึงมั่นใจได้ว่า โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมามีประสิทธิภาพเพียงพอในการทำนายผล ในบทต่อไปจะนำแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ที่มีความง่ายต่อการใช้คำนวณและแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ที่สามารถทำนายผลบริเวณใกล้ผนังได้ดี ไปใช้คำนวณการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง

บทที่ 5

การวิเคราะห์คุณลักษณะการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวาง

ผลการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นดังแสดงไว้ในบทที่ 4 นั้น แสดงให้เห็นว่าโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมีความถูกต้องของพื้นฐานการคำนวณ ในบทนี้จะกล่าวถึงการประยุกต์ใช้โปรแกรมกับการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวางเพื่อวิเคราะห์คุณลักษณะที่ได้ ซึ่งเป็นหัวข้อหลักของงานวิจัยนี้ โดยแบ่งกรณีศึกษาออกเป็น 3 กรณี ดังต่อไปนี้

1) การเปรียบเทียบการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวางที่ค่า $R < 1$
2) การเปรียบเทียบการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวางที่ค่า $R > 1$
3) การเปรียบเทียบการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวางของการไหลในสองมิติกับสามมิติ

5.1 ลักษณะของปัญหา

สำหรับการศึกษาคุณลักษณะของการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวางนั้น จะพิจารณาการไหลเป็นแบบสองมิติ โดยมีสมมติฐานขั้นต้นดังต่อไปนี้

1) การไหลเป็นแบบคงตัวและอัดตัวไม่ได้ (Steady incompressible flow)
2) การไหลเป็นแบบปั่นป่วน (Turbulent flow)
3) คุณสมบัติของการไหลมีค่าคงที่ตลอดขอบเขตที่พิจารณา
4) ไม่คิดผลกระทบเนื่องจากแรงลอยตัว
5) เจ็ตและกระแสขวางเป็นของไหลประเภทเดียวกัน

การไหลประเภทนี้เป็นการไหลที่มีความซับซ้อน โดยมีคุณลักษณะที่เราสนใจหลายอย่าง อาทิเช่น วิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตซึ่งบอกตำแหน่งความเร็วสูงสุดในการเคลื่อนที่ การหมุนวนที่เกิดขึ้นด้านหน้าและด้านหลังทางออกของเจ็ต รวมทั้งการเหนี่ยวนำการผสมระหว่างกระแสขวางกับเจ็ตที่มีอิทธิพลต่อการถ่ายเทความร้อนและมวล ตลอดจนความเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นโดยมวลด้วยปริมาณสเกลาร์ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมานั้นจึงมุ่งหวังเพื่อทำนายคุณลักษณะต่างๆ ของการไหลโดยเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่มีอยู่ เพื่อทดสอบความถูกต้องและความน่าเชื่อถือจนสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับกรณีอื่นได้ คุณลักษณะที่สนใจของเจ็ตในกระแสขวางที่ศึกษาในวิทยานิพนธ์ มีดังต่อไปนี้

1) การศึกษาวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ต

วิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตเป็นหนึ่งในหลายๆ คุณลักษณะของการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวางที่มีความน่าสนใจ ความรู้ที่ได้ทำให้สามารถประมาณตำแหน่งการเคลื่อนที่ของเจ็ตได้ดีขึ้น โดยเจ็ตจะมีการเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่เมื่อได้รับอิทธิพลจากทิศการไหลของกระแสขวางจนมีทิศทางเดียวกับกระแสขวาง ดังนั้นจะมีช่วงหนึ่งของเจ็ตที่เราสามารถสังเกตทิศทางการเคลื่อนที่ในแบบวิถีโค้งได้ มีหลายการทดลองที่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ในรูปวิถีโค้งออกมาเป็นสมการยกกำลัง (Power law) โดยมีตัวแปรที่ให้ความสนใจคือ อัตราส่วนความเร็วของเจ็ตต่อกระแสขวาง และขนาดทางออกของเจ็ต (D) ดังแสดงในสมการ (2.1)

$$\frac{y}{RD} = A\left(\frac{x}{RD}\right)^{b} \tag{2.1}$$

โดยค่า A และ b เป็นค่าสัมประสิทธิ์หรือค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง นั่นหมายความว่าค่า A และ b จะเปลี่ยนแปลงตามเงื่อนไขในแต่ละการทดลองนั้นๆ สำหรับงานวิจัยนี้ก็จะใช้ผลการคำนวณที่ได้ในการสร้างวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ต โดยกำหนดให้วิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตหรือ Jet trajectory นั้น เป็นตำแหน่งที่มี Total velocity มากที่สุดในแต่ละระนาบของการเคลื่อนที่แล้วนำมาแสดงผลลัพธ์ในรูปของพิกัดแกน $x-y$ สำหรับงานวิจัยนี้จะพิจารณาค่า R เป็นอัตราส่วนความเร็วของเจ็ตต่อกระแสขวาง โดยอ้างอิงและเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ O'Malley (1984) สำหรับ $R < 1$ และ Ramaprian and Haniu (1983) สำหรับ $R > 1$

2) การเหนี่ยวนำการผสมของของไหล (Jet entrainment)

เมื่อของไหลสองชนิดมาปะทะกันคุณลักษณะที่เราจะเห็นได้ชัดเจนก็คือ เกิดการเหนี่ยวนำการผสมกันหรือมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างของไหลทั้งสองชนิด ยกตัวอย่างเช่น การไหลแบบเจ็ตอิสระ และการไหลแบบเจ็ตในกระแสตาม เป็นต้น ดังนั้นการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวางก็เช่นเดียวกันจะเกิดการเหนี่ยวนำการผสมของกระแสขวางไปยังของไหลเจ็ตทางด้านหน้า หรือด้าน Upstream โดยปกติการทดลองด้วยวิธี ถ่ายภาพ เช่น LIF ก็สามารถแสดงคุณลักษณะนี้ได้ชัดเจน ดังนั้นคุณลักษณะนี้จึงเป็นอีกหัวข้อหนึ่งที่ใช้ตรวจสอบความสามารถของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการทำนายผล หรือแสดงการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น

3) การหมุนวนของการไหล

ในการไหลแบบปั่นป่วนการเกิดกระแสไหลวนเป็นเรื่องปกติที่พบเห็น โดยเฉพาะอย่างยิ่งการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวางซึ่งผลค้นคว้าส่วนใหญ่ให้ความสำคัญกับเรื่องนี้ เพราะการเข้าใจกระแสไหลวนดังกล่าวทำให้เราสามารถพัฒนาการไหลให้ดีขึ้นได้ หรือสามารถควบคุมให้การไหลวนเกิดในบริเวณที่จำกัดได้ โดยเฉพาะการถ่ายเทความร้อนที่เห็นได้ชัดเจนในการระบายความร้อนแบบ Film cooling สำหรับปัญหาในข้อนี้คือ เราสามารถวิเคราะห์ความแตกต่างของการไหลวนที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนพารามิเตอร์บางตัว พร้อมทั้งสามารถอธิบายผลกระทบที่มีต่อการไหลโดยรวมได้ เนื่องด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมามีพื้นฐานสำหรับพิจารณาการไหลแบบสองมิติ ดังนั้นการไหลวนที่เกิดขึ้นและอิทธิพลที่ได้รับจากการไหลวนย่อมแตกต่างกับการไหลในสามมิติ อย่างไรก็ตาม ความสำคัญส่วนใหญ่จะอยู่ที่ความสามารถในการแสดงการไหลวนที่เกิดขึ้นมากกว่าการเปรียบเทียบกับการจำลองแบบสามมิติ รวมถึงความสามารถในการนำไปประยุกต์ใช้จริงได้ หัวข้อนี้เป็นอีกเหตุผลหนึ่งที่ทำให้มีการเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ในการทำนายผลกระทบจากบริเวณใกล้ผนังที่มีต่อการไหลและขนาดการไหลวนของเจ็ตในกระแสขวาง พร้อมทั้งเปรียบเทียบความสามารถที่ได้กับผลลัพธ์จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ง่ายกว่าในการใช้งาน

4) ปริมาณความเข้มข้นสเกลาร์

ปริมาณความเข้มข้นสเกลาร์เป็นตัวแทนความเข้มข้นของมวล ซึ่งเป็นตัวแปรที่เพิ่มเข้ามาในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อศึกษาผลกระทบจากการไหลที่มีต่อปริมาณความเข้มข้นของของไหล การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สามารถช่วยในการทำนายทิศทางหรือบริเวณที่มีความเข้มข้นในจุดที่เราสนใจได้โดยพิจารณาในความหมายเดียวกับ Jet trajectory จุดประสงค์หลักของข้อนี้คือความสามารถในการนำไปประยุกต์ใช้งานจริง เช่น บริเวณใดที่มีความเข้มข้นมากเมื่ออัตราส่วนความเร็วเพิ่มขึ้น หรือลักษณะการกระจายตัวแบบใดที่เหมาะสมในการใช้งานแต่ละประเภท

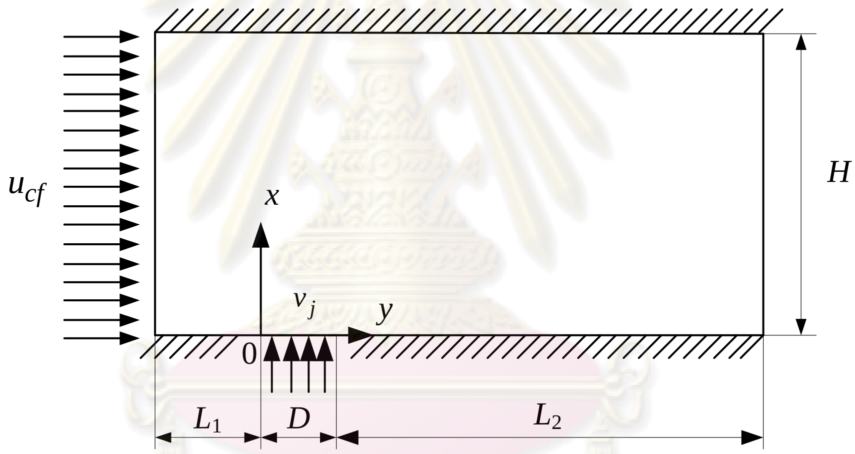
5.2 การเปรียบเทียบการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวางที่ค่า $R < 1$

งานวิจัยของ O’Malley (1984) เป็นการศึกษาการถ่ายเทความร้อนแบบ Film cooling โดยให้กระแสเจ็ตมีอุณหภูมิต่ำกว่ากระแสขวาง และทางออกเจ็ตทำมุมกับทิศของกระแสขวางที่องศาแตกต่างกัน โดยเลือกพิจารณาในช่วง $R = 0.1 - 0.8$ ซึ่งแสดงถึงความเร็วของกระแสขวางที่มีอิทธิพลมากกว่ากระแสเจ็ตที่พุ่งจากช่องทางออก สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ค่า $R = 0.1$ และ 0.8 โดยทางออกของกระแสเจ็ตทำมุม 90 องศากับทิศทางการไหลของกระแสขวาง

สำหรับรูปแบบของการทดลอง ได้กำหนดให้กระแสขวางเป็นอากาศที่ไหลผ่านช่องทางไหลซึ่งมีขนาดจำกัดทางด้านบนและด้านล่าง แต่มีความสูงเพียงพอที่ไม่กระทบต่อกระแสเจ็ตที่พุ่งออกมา กระแสขวางมีความเร็วคงที่ $u_{cf} = 23$ เมตรต่อวินาที และกระแสเจ็ตมีความเร็ว $v_j = 2.3$ และ 18.4 เมตรต่อวินาที หรือเลือกพิจารณาที่ $R = 0.1$ และ 0.8 ตามลำดับ ทางออกเจ็ตมีช่องกว้าง (D) เท่ากับ 0.04 เมตร สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้กำหนดขนาดขอบเขตสำหรับการคำนวณดังนี้

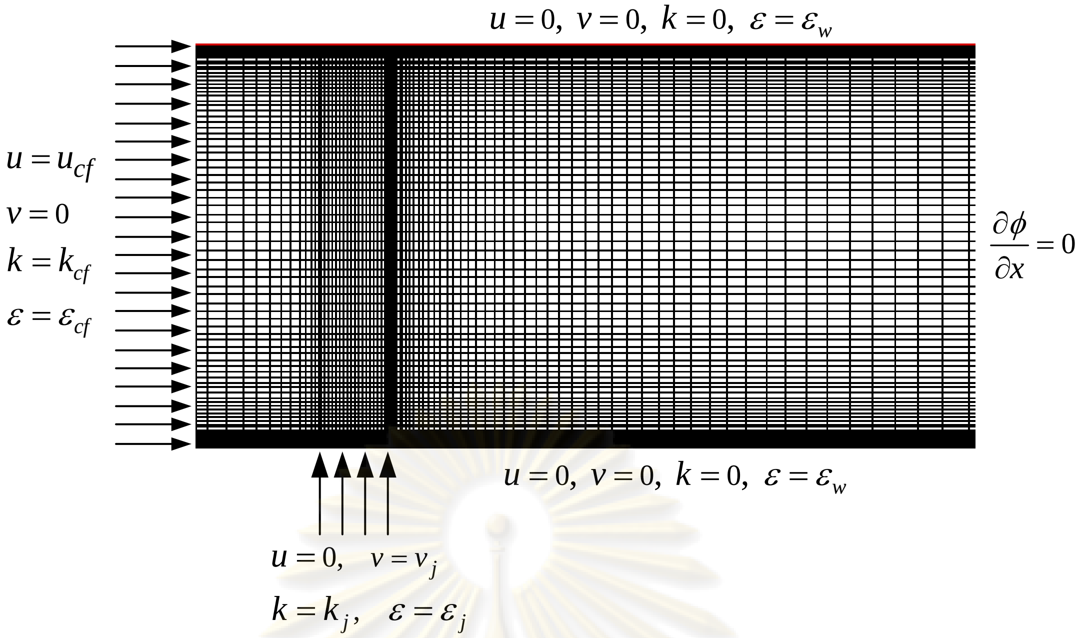
- ระยะก่อนถึงทางออกเจ็ต (Upstream, L_1) = $2D$
- ความสูงของช่องทางเข้าของกระแสขวาง (H) = $6D$
- ระยะด้านหลังทางออกเจ็ต (Downstream, L_2) = $72D$

สำหรับพิกัดเริ่มต้น (0,0) ถูกกำหนดให้อยู่ที่ขอบตำแหน่งปากทางออกของเจ็ต โดยลักษณะขอบเขตการคำนวณได้แสดงในรูปที่ 5.1 และลักษณะกริดแสดงไว้ในรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.1 ขอบเขตการคำนวณที่ใช้เปรียบเทียบกับการทดลองของ O’Malley (1984) (Not to scale)

ลักษณะกริดที่เลือกใช้เป็นแบบขนาดไม่สม่ำเสมอ ซึ่งมีขนาดเล็กบริเวณใกล้ผนังด้านบนและด้านล่าง รวมทั้งบริเวณทางออกของเจ็ต ขนาดเล็กสุดของกริดมีค่าเท่ากับ $0.000025D$ โดยมีค่าน้อยกว่า $y^+ = 1$ ซึ่งขนาดกริดที่ใช้จะพิจารณาแยกตามแต่ละชนิดของแบบจำลองความปั่นป่วนและค่า R ที่พิจารณา



รูปที่ 5.2 ลักษณะกริดและเงื่อนไขขอบที่ใช้คำนวณเปรียบเทียบกับการทดลองของ O’Malley (1984) (Not to scale)

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ใช้ในแบบจำลอง กำหนดให้ความเร็วทางเข้าของกระแสขวาง (u_{cf}) และของไหลเจ็ต (v_j) เป็นการไหลแบบคงตัว โดยมีค่า Turbulent kinetic energy ของกระแสขวาง (k_{cf}) และเจ็ต (k_j) รวมทั้ง Dissipation rate ของกระแสขวาง (ε_{cf}) กับเจ็ต (ε_j) แสดงไว้ดังสมการต่อไปนี้

$$k_j = 0.0020(v_j)^2 \tag{5.1}$$

$$k_{cf} = 0.0001(u_{cf})^2 \tag{5.2}$$

$$\varepsilon_j = \frac{k_{cf}^{3/2}}{0.5D} \tag{5.3}$$

$$\varepsilon_{cf} = \frac{k_{cf}^{3/2}}{0.2H} \tag{5.4}$$

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ทางออก กำหนดให้เป็นการไหลแบบเต็มรูปและมีระยะห่างจากทางออกของเจ็ตพอสมควรจนไม่มีผลกระทบต่อการไหล เงื่อนไขขอบด้านบนและด้านล่างเป็นผนัง กำหนดให้ใช้ Wall function สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ในขณะที่แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ เลือกใช้ Damping function ในการพิจารณาตลอดความยาวของผนัง ยกเว้นทางออกของเจ็ต

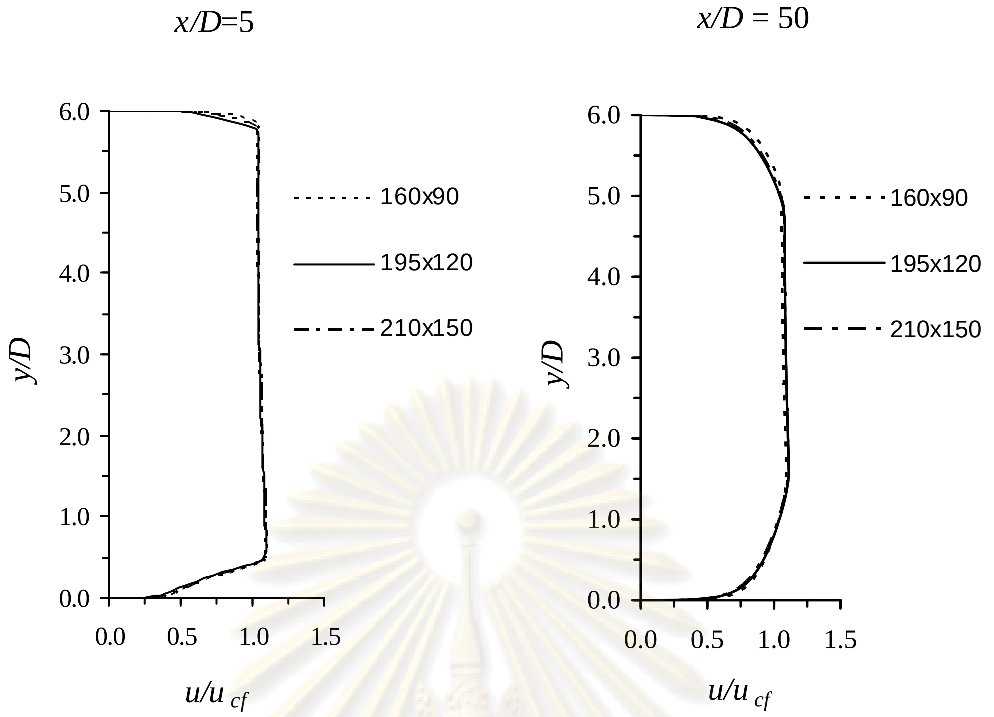
5.2.1 การเปรียบเทียบที่ค่าอัตราส่วนความเร็ว $R = 0.1$

ขนาดกริดที่เลือกใช้ในการทดสอบ Grid independency สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ประกอบด้วยกริดขนาด 160×90, 195×120 และ 210×150 ทดสอบโดยการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} ตามระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D=5$ และ 50 ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ผลการทดสอบปรากฏว่ากริดขนาด 195×120 และ 210×150 ให้ค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ซึ่งแสดงให้เห็นว่ากริด 195×120 มีความละเอียดเพียงพอที่จะทำให้ผลลัพธ์ไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของกริดที่ใช้ จึงเลือกกริดขนาด 195×120 ในการคำนวณและนำผลคำนวณที่ได้เปรียบเทียบกับการทดลองต่อไป

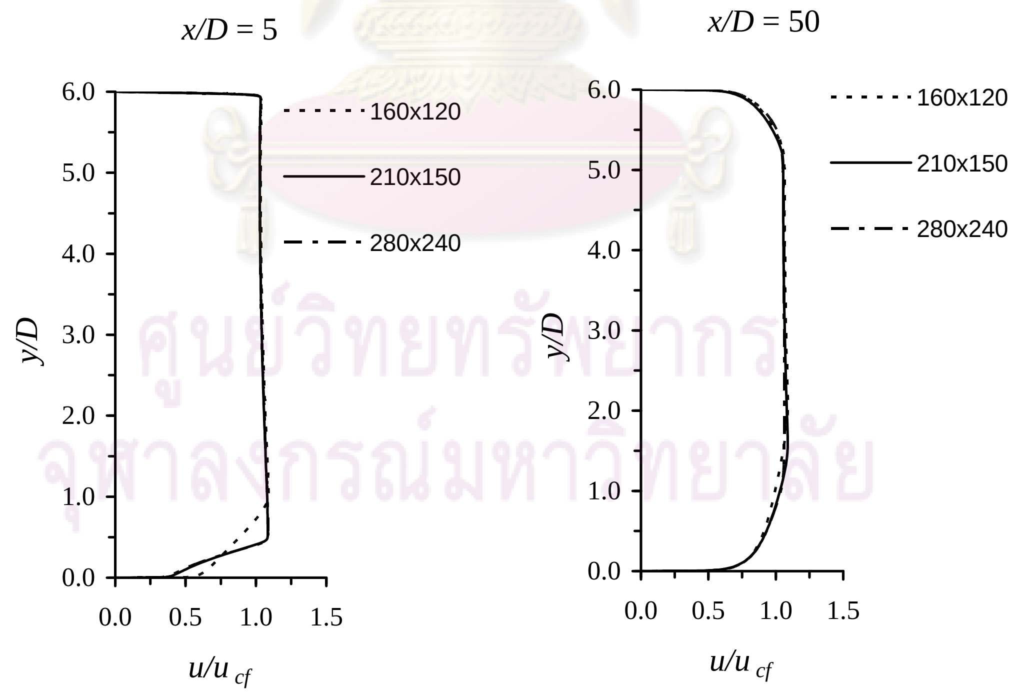
สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ นั้น ขนาดกริดที่เลือกใช้ในการทดสอบ Grid independency ได้แก่ 160×120, 210×150 และ 280×240 ทดสอบโดยการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} ตามระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D=5$ และ $x/D=50$ ดังแสดงในรูปที่ 5.4 ผลการทดสอบปรากฏว่ากริด 210×150 และ 265×200 ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน เพื่อประหยัดเวลาในการคำนวณโดยขนาดกริดไม่มีผลกระทบต่อการคำนวณ จึงเลือกใช้กริดขนาด 210×150

จากการทดสอบ Grid independency ของทั้งสองแบบจำลองความปั่นป่วน จะเห็นได้ว่าที่ระยะ $x/D=50$ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่พิจารณาแสดงว่าเป็นการไหลแบบเต็มรูปแล้ว เราพบว่าแบบจำลองทั้งสองมีลักษณะของรูปแบบที่คล้ายกัน แต่จากการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมในบทที่ 4 ได้แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ จะทำนายผลลัพธ์ได้ใกล้เคียงกว่าสำหรับการไหลในท่อโดยเฉพาะบริเวณใกล้ผนัง ดังนั้นเราจึงเห็นความแตกต่างของทั้งสองแบบจำลองเมื่อค่า y/D เข้าใกล้ค่าที่ผนัง ($y/D=0$ หรือ 6)

จากการใช้ขนาดกริดที่เลือกคือ 195×120 สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ เมื่อนำมาแสดงความสัมพันธ์ของความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} ตามระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D=1.3$, 1.9 และ 3 เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ O'Malley (1984) ดังแสดงในรูปที่ 5.5 จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงบริเวณด้านหลังซึ่งใกล้กับทางออกของเจ็ตที่ $x/D=1.3$ นั้นแบบจำลองความปั่นป่วนทั้งสองแบบจำลองไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ได้ดีนัก ผลการทดลองจะปรากฏการไหลวนขึ้นที่ตำแหน่งนี้ ในขณะที่ผลลัพธ์จากแบบจำลองความปั่นป่วนไม่สามารถทำนายคุณลักษณะดังกล่าวได้ เนื่องจากที่ค่า $R=0.1$ นั้นกระแสขวางมีอิทธิพลมากกว่ากระแสเจ็ตเป็นอย่างมากทำให้บริเวณดังกล่าวอาจเกิดกระแสการไหลวนที่มีขนาดเล็ก รวมทั้งลักษณะของปากทางออกของเจ็ตที่เป็นขอบหรือมุม อาจทำให้มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปแบบความเร็วทางด้านหลังเจ็ตได้เช่นกัน เมื่อพิจารณาที่ระยะห่างจากปากทางออกของเจ็ตไปด้านหลังมากขึ้น



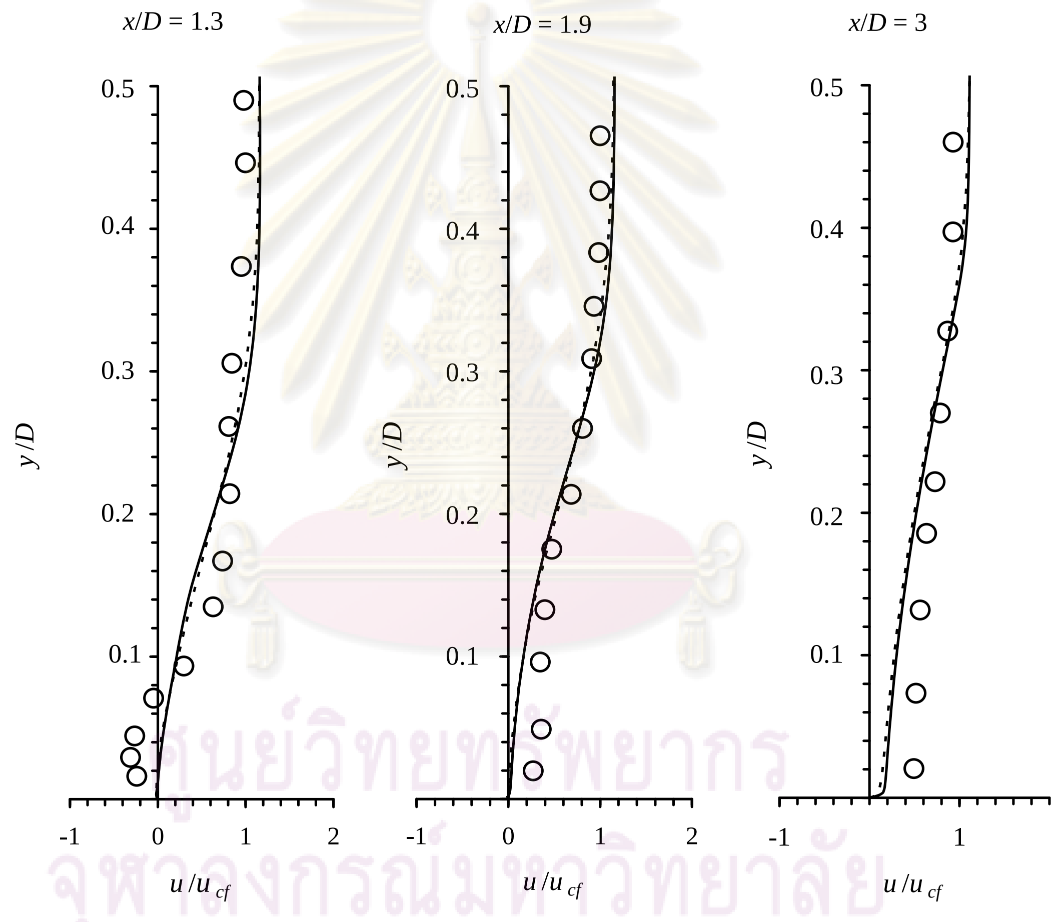
รูปที่ 5.3 การทดสอบ Grid independency ของความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ของแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ที่ตำแหน่ง $x/D=5$ และ $x/D=50$ สำหรับ $R=0.1$



รูปที่ 5.4 การทดสอบ Grid independency ของความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ของแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ตำแหน่ง $x/D=5$ และ $x/D=50$ สำหรับ $R=0.1$

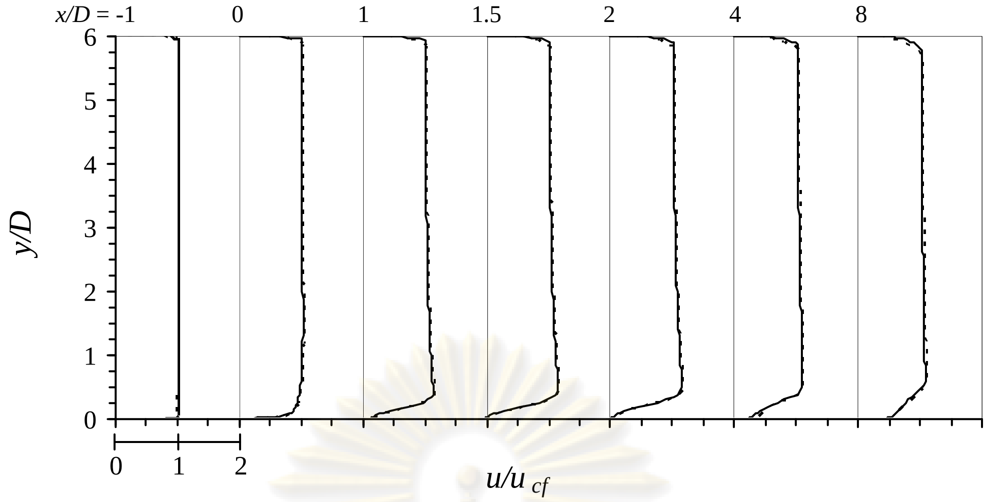
คือ $x/D = 1.9$ และ 3 รูปแบบการไหลเริ่มมีการพัฒนาของรูปร่างความเร็ว เห็นได้ว่าผลลัพธ์จากแบบจำลองสามารถทำนายได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากขึ้นที่บริเวณใกล้ผนัง

สำหรับผลลัพธ์จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ค่า $R = 0.1$ นั้น เห็นได้ชัดเจนว่า ทั้งสองแบบจำลองให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกันเมื่อพิจารณาบริเวณใกล้กับผนัง โดยเฉพาะที่ระยะ $x/D = 1.3$ และ 1.9 ดังแสดงในรูปที่ 5.5 ในขณะที่เริ่มมีความแตกต่างเพียงเล็กน้อยที่ระยะ $x/D = 3$ จึงเป็นที่น่าสนใจว่า เมื่อระยะ x/D เพิ่มขึ้นหรือการไหลเริ่มพัฒนาไปเป็นแบบเต็มรูปมากขึ้น ความแตกต่างของผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองก็แตกต่างกันดังแสดงในรูปที่ 5.3 และ 5.4



รูปที่ 5.5 การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D = 1.3$, 1.9 และ 3 สำหรับ $R = 0.1$

(○ O'Malley, ----- Standard $k-\varepsilon$, ——— Low-Re $k-\varepsilon$)

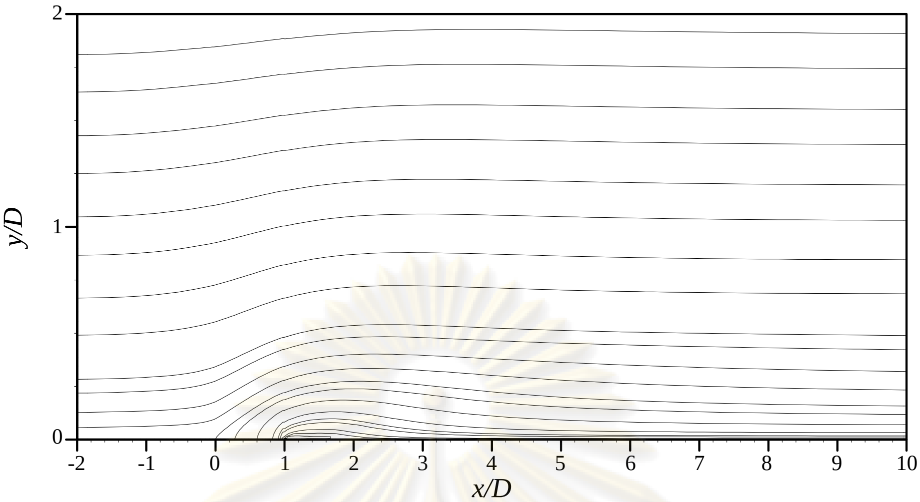


รูปที่ 5.6 การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ระยะ x/D ใดๆ สำหรับ $R = 0.1$ (----- Standard $k-\varepsilon$, ——— Low-Re $k-\varepsilon$)

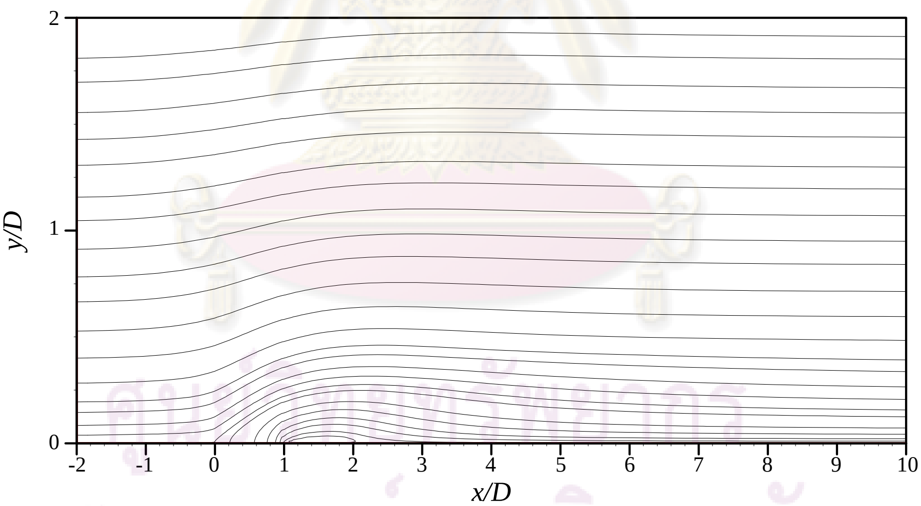
สำหรับความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} ที่ระยะ x/D อื่นๆ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.6 ซึ่งแสดงถึงการพัฒนาความเร็วของการไหลทั้งก่อนและหลังทางออกของเจ็ต จะเห็นได้ว่าทั้งสองแบบจำลองความปั่นป่วนสามารถทำนายได้ใกล้เคียงกัน เนื่องจากมีอัตราส่วนความเร็วที่ต่ำ แตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเมื่อการไหลพัฒนาเป็นแบบเต็มรูปแล้ว ซึ่งแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ทำนายการเปลี่ยนแปลงใกล้ผนังได้ดีกว่า

เมื่อนำผลการคำนวณที่ได้จากทั้งสองแบบจำลองความปั่นป่วนมาแสดงภาพของ Stream line ดังในรูปที่ 5.7 และ 5.8 พบว่าภาพที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนทั้งสองมีความใกล้เคียงกัน และสามารถแสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของกระแสเจ็ตที่ถูกกระทบจากกระแสขวางจนทิศทางการไหลมีการเบี่ยงเบนได้ชัดเจน นอกจากนี้ยังพบว่ามีการไหลวนขนาดเล็กใกล้กับผนังล่างด้านหลังทางออกของเจ็ต การไหลวนขนาดเล็กนี้มีความยาวอยู่ในช่วง $x/D = 1$ ถึง 2

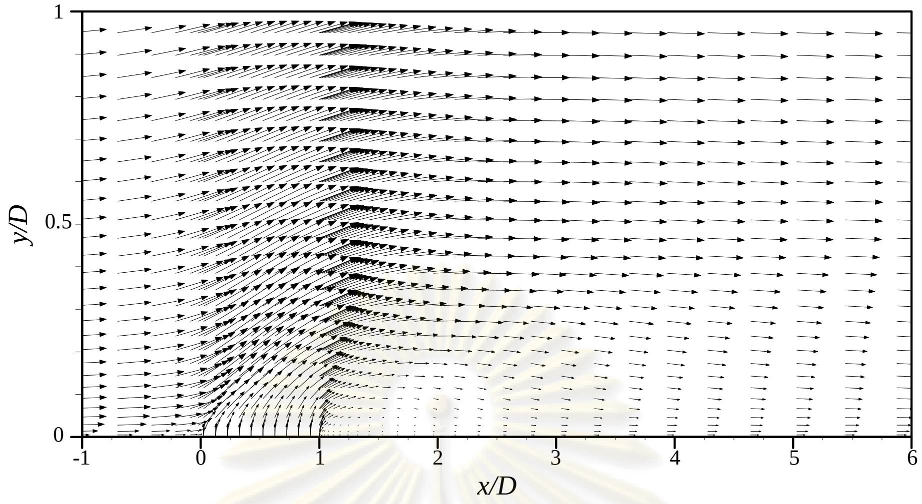
เมื่อนำผลการคำนวณที่ได้มาพล็อตในรูปของเวกเตอร์ความเร็วดังแสดงในรูปที่ 5.9 และ 5.10 รูปเวกเตอร์ความเร็วสามารถแสดงการไหลโดยรวมได้ชัดเจนทั้งบริเวณก่อนถึงทางออกเจ็ตที่กระแสขวางมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางเล็กน้อยก่อนปะทะกับกระแสเจ็ต จนกระทั่งเคลื่อนที่มาถึงบริเวณที่เจ็ตพุ่งออกมาทำให้เห็นการเบี่ยงเบนของทิศทางกระแสเจ็ตที่ชัดเจนขึ้น หลังจากนั้นเจ็ตและกระแสขวางจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกันทางด้านหลังทางออกเจ็ต เมื่อดูรูปขยายในรูปที่ 5.11 จะพบการไหลวนขนาดเล็กที่เกิดขึ้นทางด้านหลังทางออกของเจ็ตและการเหนี่ยวนำการผสมทางด้านหน้าของเจ็ตด้วยเช่นกัน



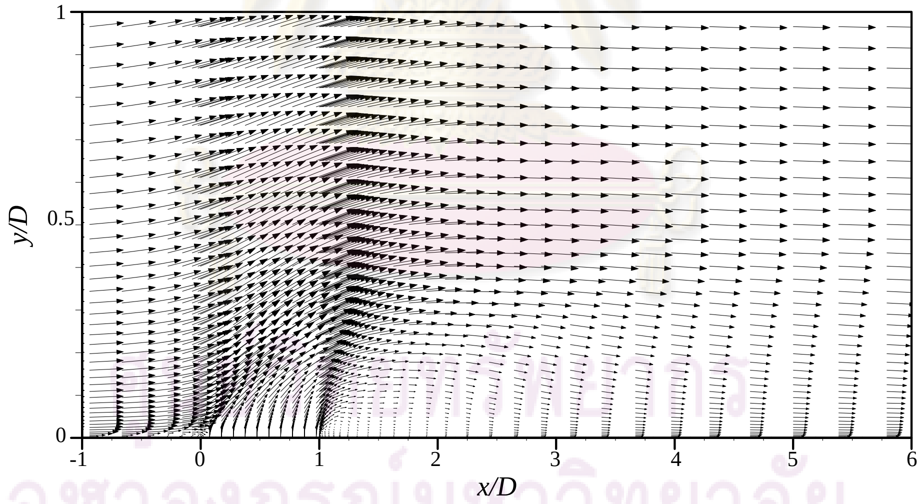
รูปที่ 5.7 Streamline ของแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.1$ (Not to scale)



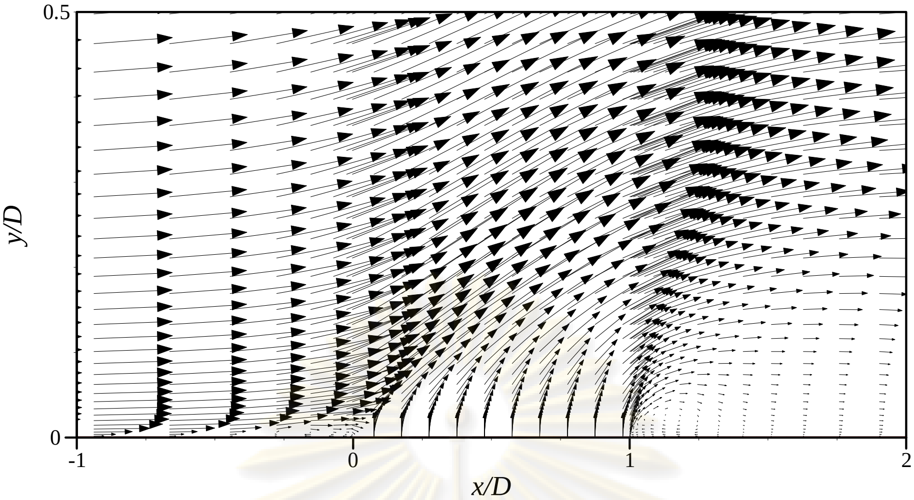
รูปที่ 5.8 Streamline ของแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.1$ (Not to scale)



รูปที่ 5.9 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.1$ (Not to scale)



รูปที่ 5.10 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.1$ (Not to scale)

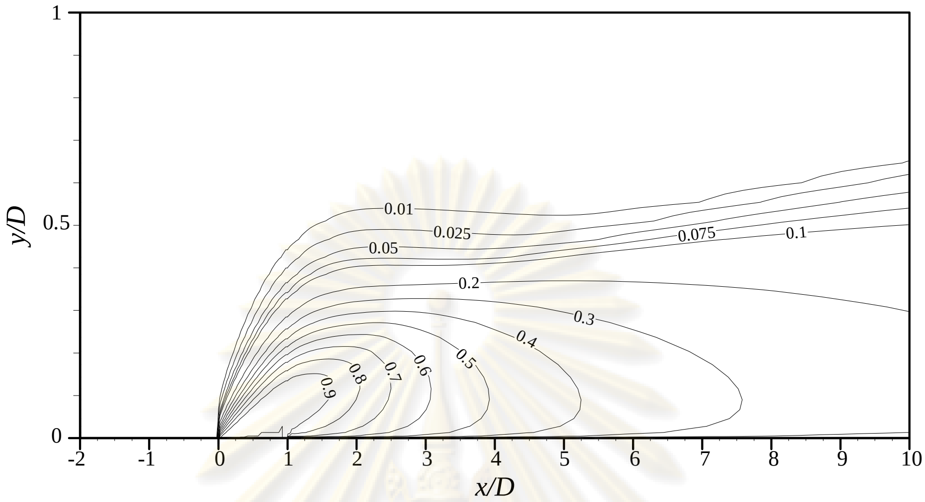


รูปที่ 5.11 ภาพขยายของเวกเตอร์ความเร็ว บริเวณใกล้ทางออกกระแสเจ็ต สำหรับ $R = 0.1$ (Not to scale)

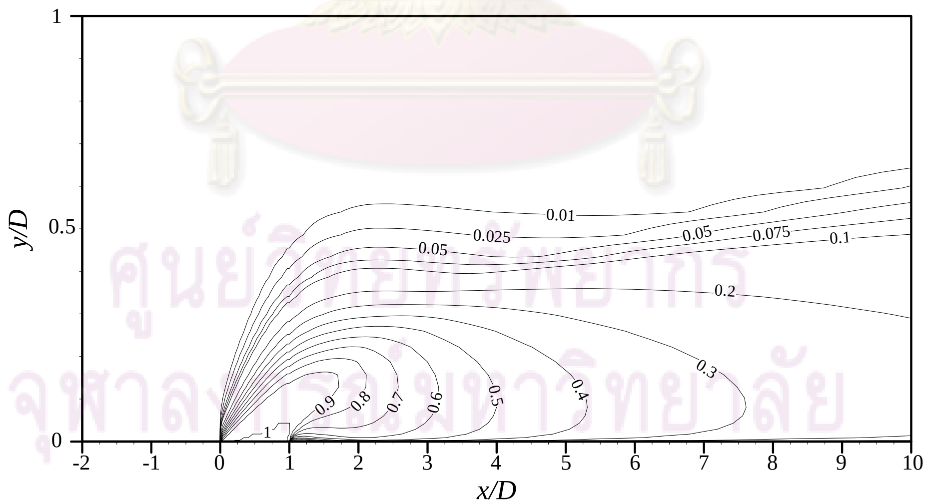
จากผลการคำนวณสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สามารถประมาณค่า Reattachment length ได้ที่ $x/D = 2.05$ และสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ได้ค่า $x/D = 1.83$ ส่วนค่า Reattachment length ที่ได้จากผลการทดลองคือ ที่ $x/D = 1.68$ ซึ่งแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สามารถทำนายค่านี้ได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$

สำหรับปริมาณสเกลาร์ซึ่งในที่นี้ใช้เป็นตัวแทนของปริมาณความเข้มข้นของมวล ซึ่งแสดงการกระจายตัวของความเข้มข้นของมวลในขอบเขตที่พิจารณา ผลการคำนวณปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R = 0.1$ ถูกแสดงในรูปที่ 5.12 และ 5.13 ตามลำดับ จากรูปเมื่อเราพิจารณาให้ปริมาณสเกลาร์สำหรับกระแสเจ็ตมีค่ามากที่สุดเท่ากับ 1 และสำหรับกระแสขวางมีค่าเท่ากับ 0 จะเห็นได้ว่า ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่ามากยังคงอยู่ใกล้ๆ กับปากทางออกของเจ็ตและมีค่าลดลงตามทิศทางการไหล ในขณะเดียวกันปริมาณสเกลาร์มีค่าลดลงตามระยะห่างจากผนังที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากกระแสเจ็ตได้รวมเข้ากับกระแสขวางที่มีปริมาณสเกลาร์ต่ำ อิทธิพลของกระแสขวางก็มีส่วนสำคัญต่อการกระจายตัวของปริมาณสเกลาร์ด้วยเช่นกัน ซึ่งสังเกตได้จากการเปลี่ยนแปลงปริมาณสเกลาร์โดยส่วนใหญ่เกิดขึ้นบริเวณใกล้กับผนังค่อนข้างมาก สอดคล้องกับทิศทางการไหลของกระแสเจ็ตที่ไม่อาจเคลื่อนที่ได้สูงมากนัก ส่งผลให้การกระจายทางด้านหลังของเจ็ตจึงมีมากกว่า ในทางกลับกันเมื่อเราแทนปริมาณ

สเกลาร์ด้วยอุณหภูมิก็จะพบว่าอุณหภูมิสูงๆ ยังคงกระจายตัวรอบๆ ทางออกของกระแสเจ็ต และมีการเปลี่ยนแปลงตามทิศทางการไหลซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริงทางกายภาพ



รูปที่ 5.12 ปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.1$ (Not to scale)

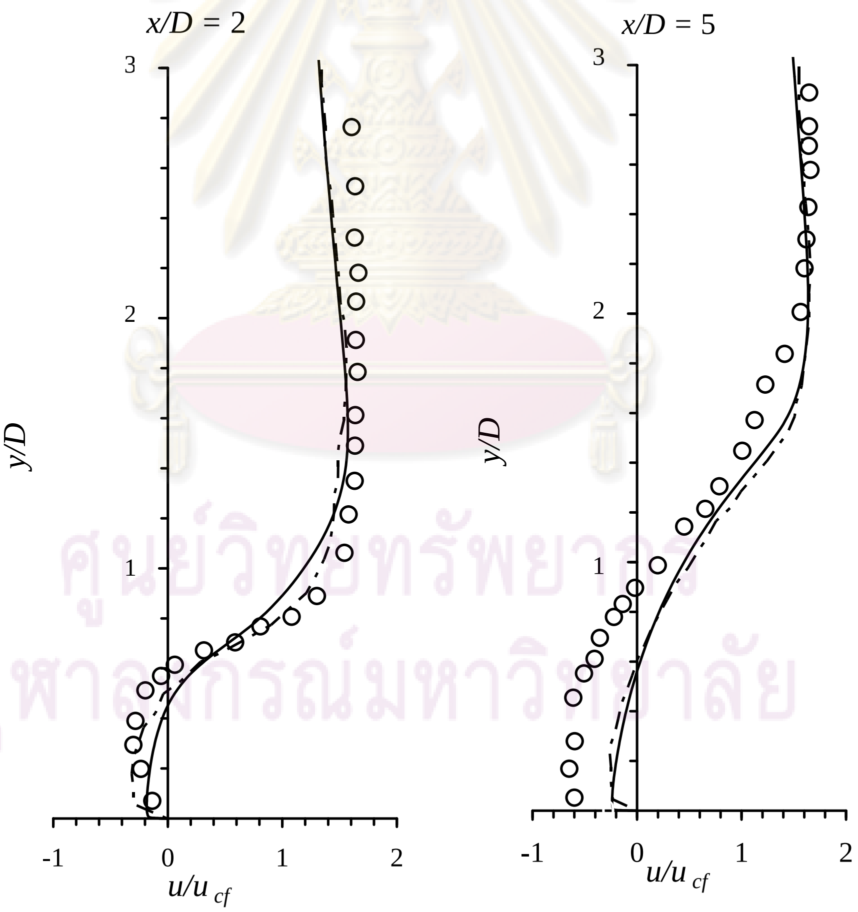


รูปที่ 5.13 ปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.1$ (Not to scale)

5.2.2 การเปรียบเทียบที่ค่าอัตราส่วนความเร็ว R = 0.8

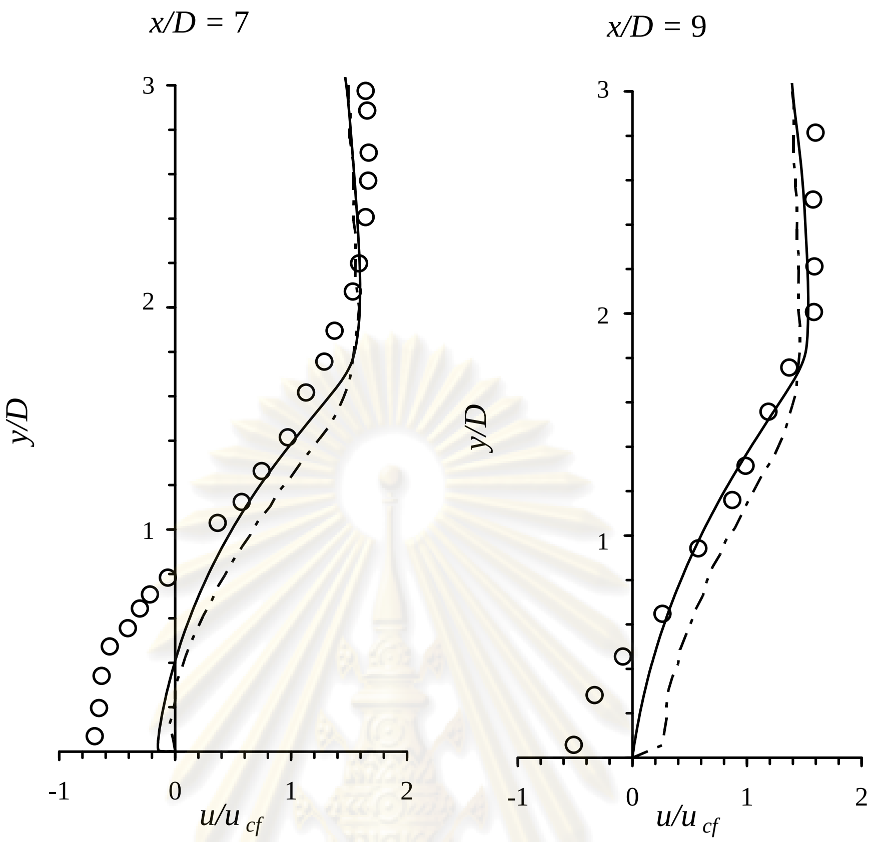
หัวข้อที่ 5.2.1 ได้แสดงการพิจารณาที่ค่า $R = 0.1$ ซึ่งเกิดการไหลวนขนาดเล็กมากๆ ใกล้กับด้านหลังทางออกของกระแสเจ็ต สำหรับหัวข้อนี้ได้เลือกพิจารณาที่ค่า $R = 0.8$ เพื่อศึกษาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ซึ่งเป็นความเร็ว หรืออัตราส่วนความเร็วที่มีต่อการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง

ขนาดกริดอาจจะส่งผลต่อผลลัพธ์ที่คำนวณจากแบบจำลองได้ ดังนั้นจึงได้ทำการทดสอบ Grid independency เช่นเดียวกับหัวข้อที่ 5.2.1 โดยใช้การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D = 5$ และ $x/D = 50$ ผลการทดสอบจากกริดหลายๆ ขนาดทำให้ตัดสินใจเลือกใช้กริดขนาด 160×90 สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และกริดขนาด 210×150 สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ โดยกริดทั้งสองขนาดได้ทดสอบแล้วว่าสามารถให้ผลลัพธ์ที่ไม่ขึ้นกับขนาดที่เพิ่มขึ้น



รูปที่ 5.14 การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D = 2$ และ 5 สำหรับ $R = 0.8$

(○ O'Malley, - - - - Standard $k-\varepsilon$, ——— Low-Re $k-\varepsilon$)

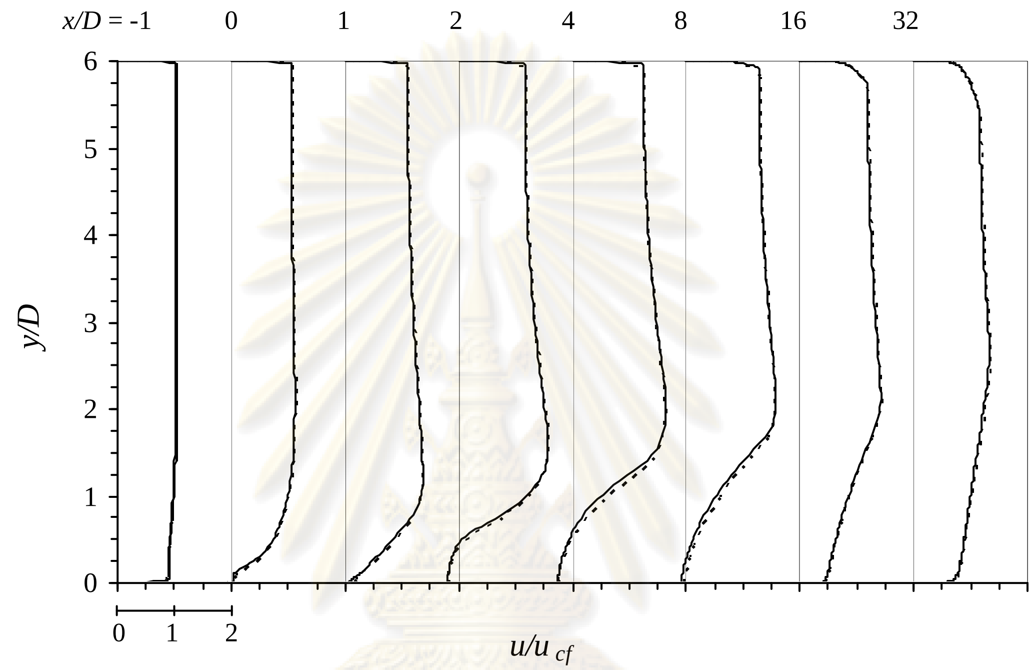


รูปที่ 5.15 การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D=7$ และ 9 สำหรับ $R=0.8$
(○ O’Malley, - - - - · Standard $k-\varepsilon$, ——— Low-Re $k-\varepsilon$)

จากผลการคำนวณด้วยกริดขนาด 160×90 และ 210×150 ของแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ตามลำดับ เมื่อนำมาแสดงความสัมพันธ์ด้วยความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ระยะ $x/D=2$, 5, 7 และ 9 สำหรับ $R=0.8$ เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ O’Malley (1984) ดังแสดงในรูปที่ 5.14 และ 5.15 แสดงให้เห็นว่าตั้งแต่ระยะ $x/D=2$ ถึง 9 นั้นยังคงมีการไหลวนด้านหลังทางออกของเจ็ตอยู่ ส่วนแบบจำลองความปั่นป่วนก็สามารถทำนายผลลัพธ์ได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองแม้ว่าจะยังไม่ค่อยแม่นยำนัก

ที่ระยะ $x/D=9$ จะเห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ นั้น ค่าความเร็วเฉลี่ยเริ่มเป็นบวกหรือมีทิศทางไปด้านหน้าที่บริเวณใกล้ผนังด้านล่าง ในขณะที่ผลลัพธ์จากแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ มีการพัฒนารูปแบบการไหลที่ช้ากว่าหรือใกล้เคียงกับผลทดลองมากกว่าที่ตำแหน่ง $x/D=9$ และที่ตำแหน่งนี้จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่ายังเป็นระยะที่เกิดการไหลวน หรือบอกได้ว่าขนาดของการไหลวนขยายตัวเพิ่มขึ้นมากกว่าที่ $R=0.1$ นอกจากนี้

แบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ยังสามารถทำนายรูปแบบการไหลได้สอดคล้องกับผลการทดลองมากกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ เล็กน้อยที่ระยะห่างจากผนังเพิ่มมากขึ้น และรูปที่ 5.16 แสดงการเปลี่ยนแปลงความเร็ว เฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ระยะ x/D ใดๆ ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนว่าที่ $R=0.8$ นั้น จะมีช่วงการไหลวนที่ยาวกว่าทางด้านหลังเจ็ตเมื่อเทียบกับกรณีที่ $R=0.1$ จึงเป็นเหตุให้การพัฒนาเป็นการไหลแบบเต็มรูปช้ากว่าที่ค่า $R=0.1$

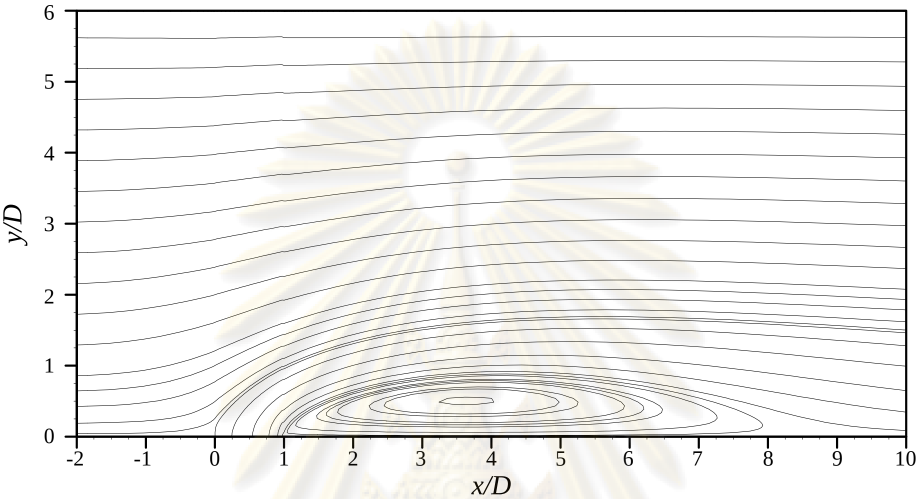


รูปที่ 5.16 การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ระยะ x/D ใดๆ สำหรับ $R=0.8$
(- - - - - Standard $k-\varepsilon$, ——— Low-Re $k-\varepsilon$)

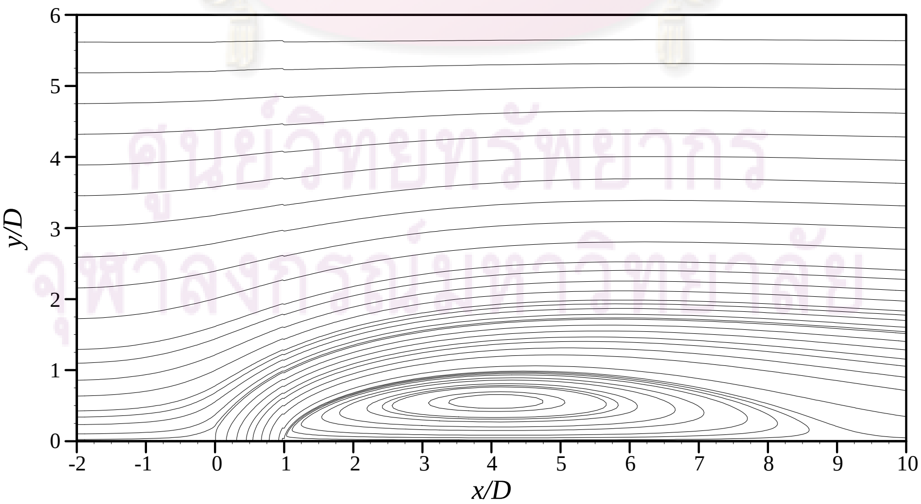
รูปของเส้น Streamline ที่แสดงในรูปที่ 5.17 และ 5.18 จากทั้งสองแบบจำลองมีลักษณะที่คล้ายกันและสามารถแสดงการไหลวนที่เกิดขึ้นในช่วง $x/D=1$ ถึง 9 ได้ชัดเจน ทิศทางการไหลของกระแสเจ็ตยังคงได้รับอิทธิพลจากกระแสขวางจนเบี่ยงเบนทิศทางการไหล เมื่อเปรียบเทียบรูปของ Streamline ที่ $R=0.1$ และ $R=0.8$ จะพบว่าการเพิ่มขึ้นของค่า R ส่งผลต่อขนาดการไหลวนบริเวณผนังด้านล่างทางด้านหลังของเจ็ต แต่ความสูงของขนาดการไหลวนยังคงอยู่ในระดับที่ใกล้เคียงกับผนังด้านล่าง เนื่องจากความเร็วของกระแสขวางมีอิทธิพลเป็นอย่างมากต่อการเคลื่อนที่ของความเร็ว v ในแนวตั้งฉากกับผนัง

ค่าที่วัดได้จากการทดลองอีกค่าหนึ่งก็คือ ระยะ Reattachment ทางด้านหลังของเจ็ต จากการทดลองสำหรับ $R=0.8$ ระยะ Reattachment เท่ากับ 10.3D ในขณะที่ผลลัพธ์ซึ่งได้จาก

แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ เท่ากับ 8.28D และ 9.4D ตามลำดับ จากประเด็นนี้ก็ชี้ให้เห็นว่าแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ได้ถูกพัฒนาให้สามารถทำนายการไหลแบบแยกตัวได้ดีขึ้น และทำนายผลการไหลที่บริเวณใกล้ผนังได้ดีกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$

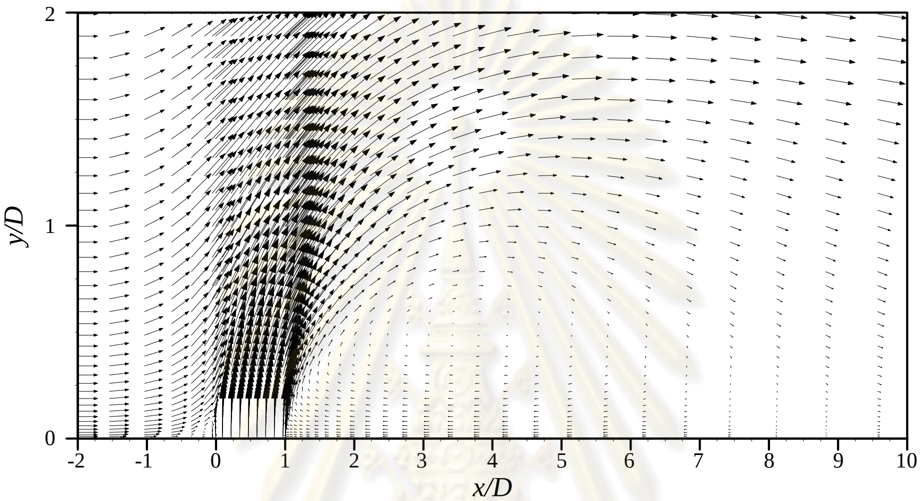


รูปที่ 5.17 Streamline ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.8$ (Not to scale)

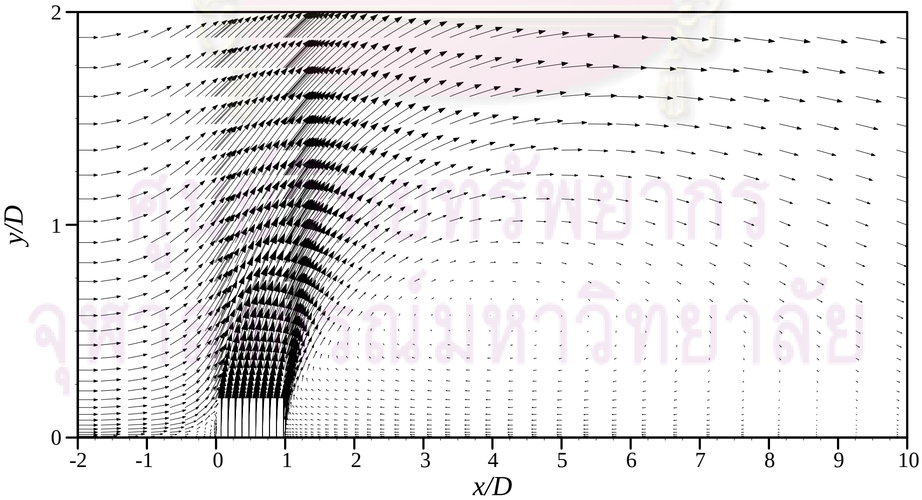


รูปที่ 5.18 Streamline ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.8$ (Not to scale)

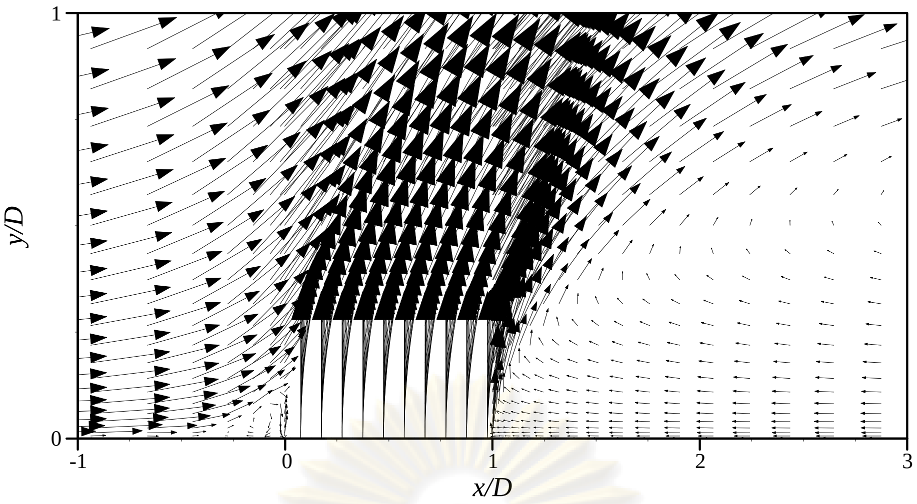
เราสามารถมองเห็นการไหลได้ชัดเจนขึ้นด้วยภาพเวกเตอร์ความเร็วดังแสดงในรูปที่ 5.19 และ 5.20 ที่ค่า $R = 0.8$ ของทั้งสองแบบจำลองความปั่นป่วน ภาพที่ได้แสดงให้เห็นชัดเจนว่ากระแสขวางเมื่อเคลื่อนที่เข้าใกล้ทางออกของกระแสเจ็ตนั้น ทิศทางการไหลจะเบี่ยงเบนไปตามทิศที่พุ่งออกมาของกระแสเจ็ต หรือเกิดการเหนี่ยวนำการผสมกันของกระแสการไหลทั้งสองชนิด จนกระทั่งเคลื่อนที่ผ่านระยะทางออกของเจ็ต กระแสการไหลทั้งหมดก็จะเปลี่ยนทิศทางกลับมาไหลตามทิศกระแสขวางเช่นเดิม พร้อมกันกับการเกิดการไหลวนที่ด้านหลังทางออกของเจ็ต



รูปที่ 5.19 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R = 0.8$ (Not to scale)



รูปที่ 5.20 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R = 0.8$ (Not to scale)

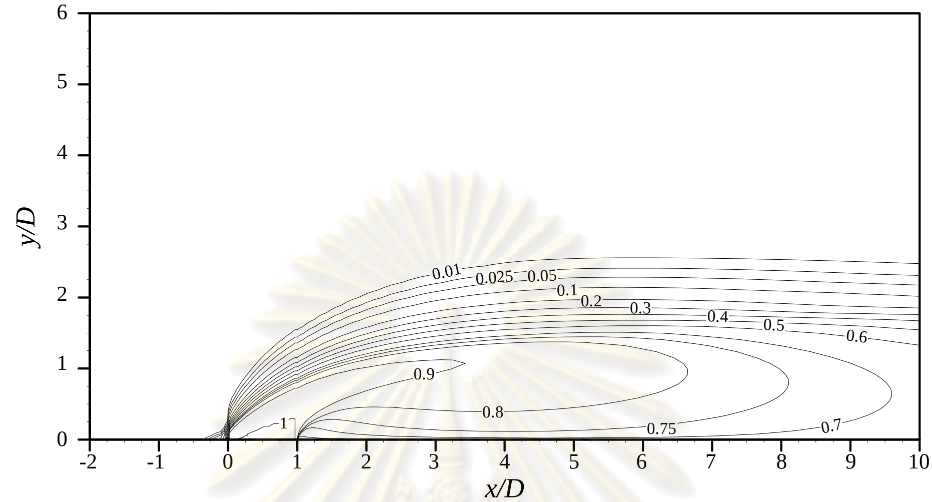


รูปที่ 5.21 ภาพขยายเวกเตอร์ความเร็ว บริเวณใกล้ปากทางออกเจ็ต สำหรับ $R=0.8$ (Not to scale)

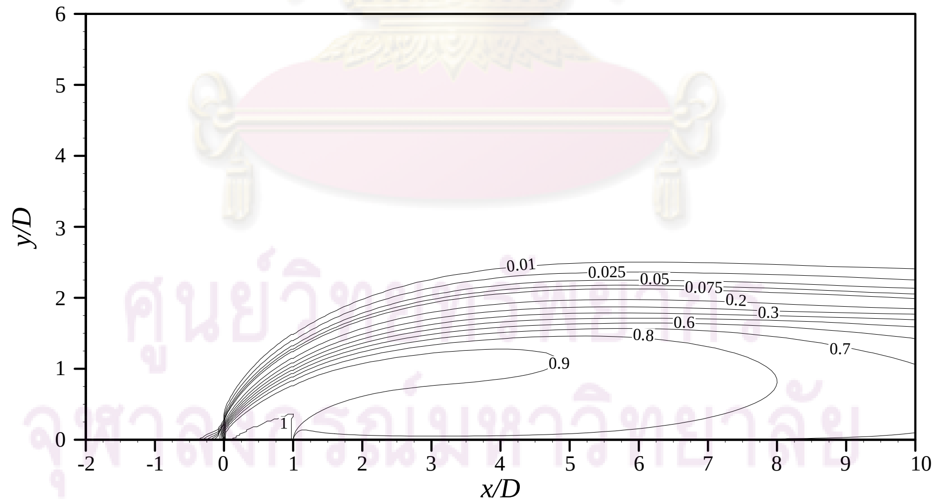
ภาพขยายของเวกเตอร์ความเร็วสำหรับ $R=0.8$ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.21 ทำให้เราสังเกตเห็นการไหลวนขนาดใหญ่ทางด้านหลังของทางออกเจ็ตที่สอดคล้องกับเส้น Streamline และการไหลวนขนาดเล็กที่เพิ่มขึ้นมาซึ่งไม่พบเห็นจากอัตราส่วนความเร็ว $R=0.1$ การไหลวนที่เกิดขึ้นนี้น่าจะเกิดจากการแพร่ของกระแสขวางบางส่วนเข้าไปยังกระแสเจ็ต และกระแสเจ็ตบางส่วนที่แพร่ออกไปยังกระแสขวาง เนื่องจากกระแสเจ็ตเริ่มมีอิทธิพลต่อกระแสขวางมากขึ้นจากค่า R ที่เพิ่มขึ้น รวมทั้งความเร็วของกระแสขวางที่บริเวณใกล้กับผนังมีค่าลดลงเนื่องจากแรงเฉือน ที่เพิ่มขึ้นในบริเวณนี้ แม้ว่าคุณลักษณะนี้ไม่ได้แสดงให้เห็นว่ามีการพบหรือกล่าวถึงในผลการทดลอง

สำหรับรูปที่ 5.22 และ 5.23 ได้แสดงการกระจายตัวของปริมาณสเกลาร์จากแบบจำลองความปั่นป่วนสำหรับ $R=0.8$ จะเห็นได้ว่าการกระจายตัวของปริมาณสเกลาร์แตกต่างกับค่าที่ได้จาก $R=0.1$ อย่างเห็นได้ชัดเจน การเพิ่มความเร็วของกระแสเจ็ตทำให้ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่ามากๆ ซึ่งจากเดิมที่อยู่ใกล้กับปากทางออกเจ็ตก็สามารถกระจายตัวไปได้ไกลกว่าเดิมตามทิศทางด้านหลังเจ็ต ยกตัวอย่างเช่น จากรูปที่ 5.22 และ 5.23 ปริมาณสเกลาร์ $C=0.9$ สามารถเคลื่อนที่ห่างจากปากทางออกเจ็ตได้ $x/D=3$ และ 5 สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ตามลำดับ ในขณะที่รูปที่ 5.12 และ 5.13 นั้น ปริมาณสเกลาร์ $C=0.9$ สามารถเคลื่อนที่ได้เพียงในช่วง $x/D=1$ ถึง 2 เป็นต้น นอกจากนี้การกระจายตัวของปริมาณสเกลาร์ยังเคลื่อนที่ออกห่างจากผนังด้านล่างไปมากกว่าในกรณีที่ค่า $R=0.1$ เมื่อเราให้ปริมาณสเกลาร์เป็นตัวแทนของความเข้มข้นมวลในความหมายทางกายภาพก็จะเปรียบได้ว่าความเข้มข้นของมวลที่มีค่ามากก็สามารถเคลื่อนที่ได้ไกลขึ้น และกระจายตัวได้มากขึ้นตามค่า R ที่เพิ่มขึ้น หรือเปรียบปริมาณสเกลาร์เป็นอุณหภูมิก็หมายความว่าอุณหภูมิสูงๆ ก็จะถูกพัดพาให้ไกลออกไป

จากปากทางออกของเจ็ตมากขึ้น เหมือนที่มีการประยุกต์ใช้คุณลักษณะนี้ในการระบายความร้อนแบบ Film cooling



รูปที่ 5.22 ปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.8$ (Not to scale)



รูปที่ 5.23 ปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=0.8$ (Not to scale)

5.2.3 สรุปผลการคำนวณเมื่อพิจารณาที่ $R < 1$

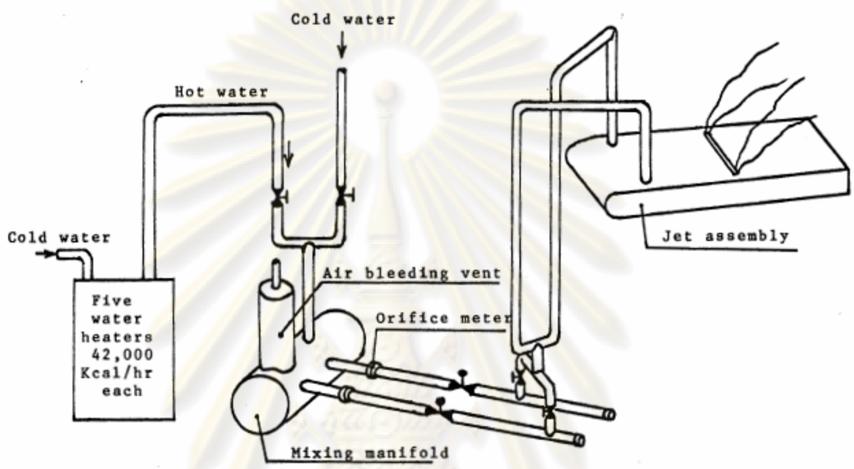
การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความเร็ว R มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะการไหลอย่างชัดเจน สำหรับกรณีที่ $R<1$ การไหลของกระแสขวางมีอิทธิพลต่อกระแสเจ็ตเป็นอย่างมาก และเป็นผลให้คุณลักษณะการไหลส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นเปลี่ยนแปลงตามทิศทางของกระแสขวางและมีขอบเขตที่จำกัด กล่าวคือ ไม่สามารถแสดงการกระจายตัวหรือเคลื่อนที่ห่างจากผนังด้านล่างได้มากนัก ขณะเดียวกันการเพิ่มขึ้นของค่า R ในช่วงนี้ก็มีผลให้ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่าสูงเคลื่อนที่ไปไกลจากทางออกเจ็ตมากขึ้น เช่นเดียวกับขนาดการไหลวนทางด้านหลังของเจ็ตที่มีมากขึ้นด้วยเช่นกัน เมื่อนำแบบจำลองความปั่นป่วนมาใช้ในการทำนายผลการไหล ผลที่ได้ก็มีความน่าพอใจ เช่น แบบจำลองสามารถแสดงให้เห็นการไหลวนทางด้านหลังซึ่งเกิดขึ้นกับเจ็ตในกระแสขวางแบบสองมิติ หรือการเหนี่ยวนำการผสมกันระหว่างกระแสขวางและกระแสเจ็ตทางด้านหน้าทางออกของเจ็ต ถึงแม้ว่าการทำนายบริเวณใกล้ปากทางออกของเจ็ตยังไม่ได้ผลดีนักโดยเฉพาะที่ค่า $R=0.1$ อันเนื่องมาจากในการทดลอง ลักษณะปากทางออกของเจ็ตเป็นเหลี่ยมมุม และกระแสเจ็ตที่เคลื่อนที่ช้าทำให้รูปแบบการไหลมีทิศทางที่ไม่แน่นอน ในขณะที่แบบจำลองการคำนวณได้กำหนดให้ตำแหน่งทางออกของเจ็ตเป็นเพียงเงื่อนไขขอบซึ่งมีรูปแบบความเร็วคงที่ สำหรับความแตกต่างของแบบจำลองความปั่นป่วนที่เลือกใช้นั้น สรุปได้ว่าความสามารถในการทำนายการไหลโดยรวมของแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ มีความใกล้เคียงกันมาก แตกต่างกันเพียงบริเวณใกล้ผนังและระยะ Reattachment ที่แบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ สามารถทำนายได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่า

5.3 การเปรียบเทียบการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวางที่ค่า $R > 1$

ในหัวข้อที่ 5.2 ได้แสดงอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความเร็วในช่วงที่ $R<1$ ซึ่งอัตราส่วนความเร็วในช่วงนี้มีการนำไปใช้งานจริง เช่น ในกระบวนการ Film cooling ของ Turbine blade เป็นต้น ในขณะที่อัตราส่วนความเร็วในช่วง $R>1$ ก็มีการใช้งานจริงในหลายด้านด้วยเช่นกัน เช่น การฉีดพ่นของเชื้อเพลิงในห้องเผาไหม้ ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้เลือกการเปรียบเทียบทั้งสองช่วงเพื่อให้ครอบคลุมกับการใช้งาน และมีผลการทดลองมาเปรียบเทียบเพื่อชี้ให้เห็นความถูกต้องและแม่นยำของโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นมา

การศึกษาหัวข้อนี้ได้เปรียบเทียบผลที่คำนวณได้กับผลการทดลองของ Ramaprian and Haniu (1983) ซึ่งได้สร้างชุดทดลองขนาดเล็กที่สามารถควบคุมอัตราการไหลของเจ็ตและกระแสขวางได้โดยอิสระ โดยทำการทดลองเพื่อหาการเปลี่ยนแปลงการไหลที่ได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนค่า R โดยมีสมมติฐานให้พิจารณารูปแบบการไหลเป็นสองมิติ ตัวอย่างรูปชุดการทดลองได้

แสดงในรูปที่ 5.24 ในการคำนวณกำหนดให้ของไหลเจ็ตและกระแสขวางเป็นน้ำซึ่งพิจารณาที่อุณหภูมิคงที่เท่ากับ 26 ^{o}C โดยไม่มีความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างของไหลทั้งสอง ของไหลเจ็ตที่ทางออกมีความเร็วคงที่ 30 cm/s ที่ทางออกเป็นการไหลแบบเต็มรูป ผ่านช่องกว้างขนาด $D = 5$ มิลลิเมตร ของไหลกระแสขวางมีความเร็วที่พิจารณาเท่ากับ 3 cm/s และ 5 cm/s หรือมีอัตราส่วนความเร็ว R เท่ากับ 10 และ 6 ตามลำดับ รวมทั้งกำหนดให้ของไหลเจ็ตมีค่าความเข้มข้นของมวล $C_j = 1$ และ $C_{cf} = 0$ สำหรับของไหลเจ็ตและกระแสขวางตามลำดับ



รูปที่ 5.24 ชุดการทดลองของ Jet assembly (Ramaprian and Haniu, 1983)

สำหรับเงื่อนไขขอบได้กำหนดให้ด้านล่างเป็นผนังทั้งหมดยกเว้นที่ทางออกของเจ็ต ในขณะที่เงื่อนไขขอบด้านบนเป็นกระแสอิสระที่มีระยะความสูงของโดเมนเพียงพอที่ไม่กระทบกับการไหลของเจ็ต ส่วนความเร็วที่ทางเข้าของกระแสขวางมีความสม่ำเสมอ และทางออกกำหนดให้มีระยะห่างจากทางออกของเจ็ตเพียงพอที่จะทำให้เกิดการพัฒนาการไหลจนเป็นแบบเต็มรูป

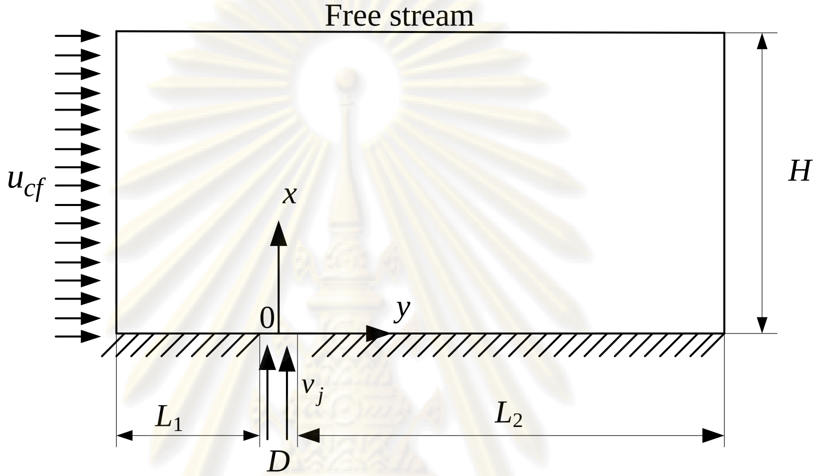
5.3.1 การเปรียบเทียบที่ค่าอัตราส่วนความเร็ว *R* = 6

ขนาดขอบเขตที่ใช้ในการคำนวณจะแตกต่างกันตามค่า R เนื่องจากค่า $R > 1$ หมายถึงความเร็วหรือโมเมนตัมของเจ็ตมีค่ามากกว่ากระแสขวาง โดยกรณีนี้ด้านหน้าทางออกของเจ็ตจะมีความปั่นป่วนมากกว่ากรณีที่ $R < 1$ การกำหนดเงื่อนไขขอบที่ทางเข้าซึ่งเป็นค่าคงที่ให้มีระยะใกล้กับปากทางออกเจ็ตมากเกินไปจะมีผลกระทบต่อกระแสเจ็ต จึงเพิ่มระยะ Upstream (L_1) ให้มากขึ้น ขณะเดียวกันขอบบนซึ่งกำหนดให้เป็นกระแสอิสระนั้นก็มีระยะ (H) ที่เพิ่มขึ้นเพื่อลดผลกระทบจากกระแสเจ็ตซึ่งพุ่งออกมา ส่วนระยะด้านหลังทางออกของเจ็ตก็มีระยะห่างพอสมควร

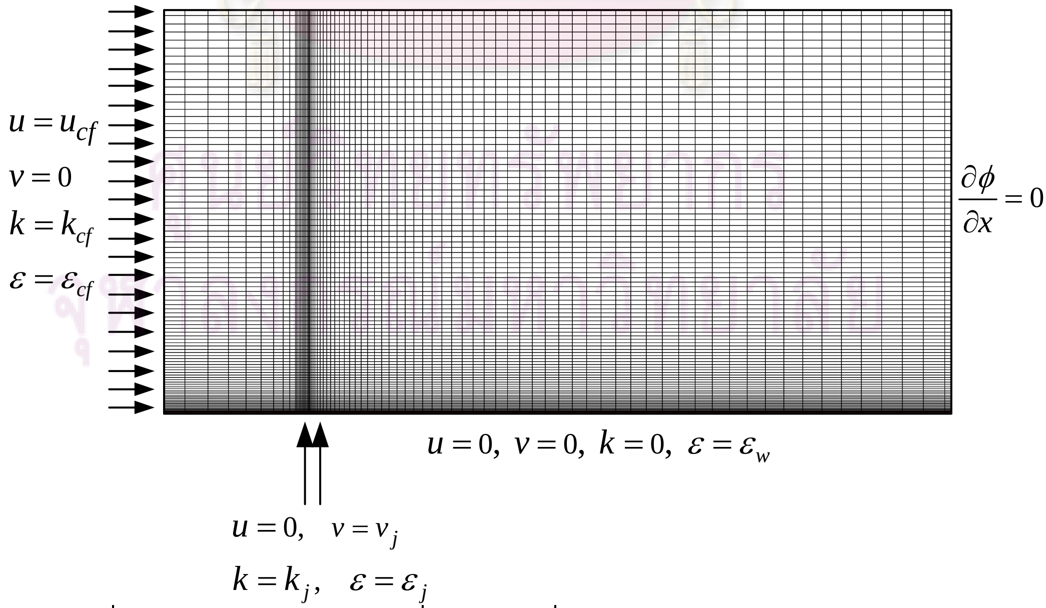
จนทางออกของเจ็ตไม่มีผลกระทบต่อรูปแบบการไหล ดังนั้นสำหรับค่า $R = 6$ จึงกำหนดขอบเขตการคำนวณดังนี้

- ระยะก่อนถึงทางออกเจ็ต (Upstream, L_1) = $80D$
- ความสูงของช่องทางเข้าของกระแสขวาง (H) = $240D$
- ระยะด้านหลังทางออกเจ็ต (Downstream, L_2) = $340D$

สำหรับพิกัดเริ่มต้น (0,0) ถูกกำหนดให้อยู่ที่กึ่งกลางปากทางออกของเจ็ต ดังแสดงในรูปที่ 5.25 และลักษณะกริดที่ใช้คำนวณในหัวข้อที่ 5.3 ได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.26



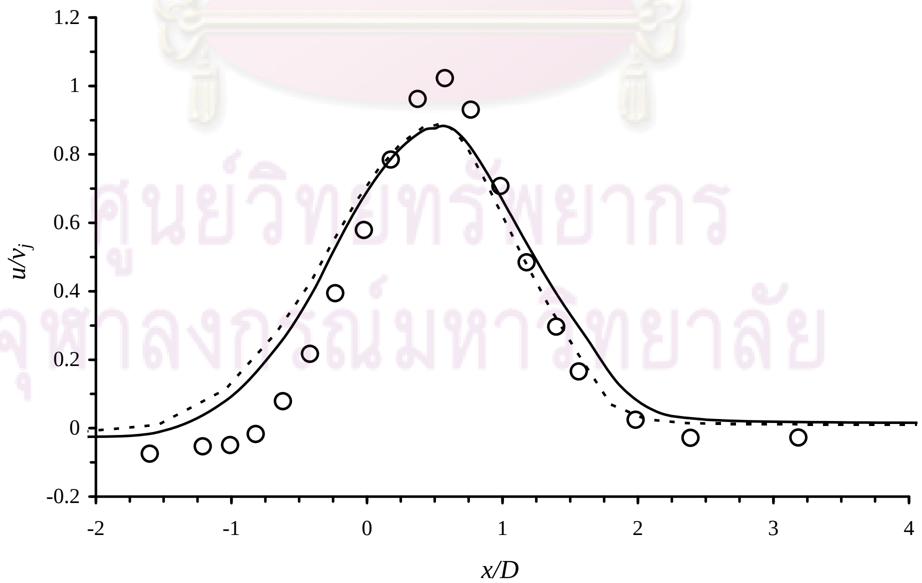
รูปที่ 5.25 ขอบเขตการคำนวณที่ใช้เปรียบเทียบกับการทดลองของ Ramaprian and Haniu (1983) (Not to scale)



รูปที่ 5.26 ลักษณะกริดและเงื่อนไขขอบที่ใช้คำนวณเปรียบเทียบกับการทดลองของ Ramaprian and Haniu (1983) (Not to scale)

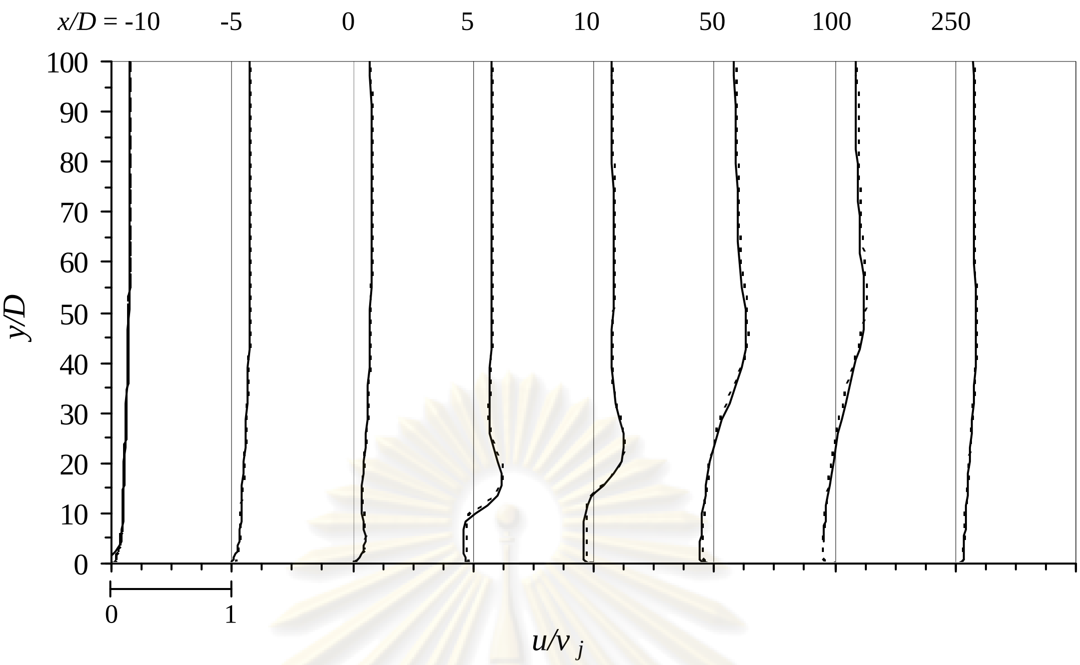
การทดสอบความเป็น Grid independency จะแยกพิจารณาตามแต่ละชนิดของแบบจำลองความปั่นป่วน โดยทั้งแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ได้เลือกพิจารณาจากรูปแบบการกระจายตัวของความเร็ว u/v_j กับระยะห่างจากผนัง y/D ที่ระยะ $x/D=2$ ซึ่งเป็นตำแหน่งใกล้ทางออกของเจ็ตและที่ระยะ $x/D=300$ เมื่อการไหลพัฒนาเป็นแบบเต็มรูปแล้ว จากผลการทดสอบ Grid independency จะเลือกใช้กริดขนาด 246×110 สำหรับแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และเลือกกริดขนาด 220×120 สำหรับแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$

รูปที่ 5.27 แสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณจากแบบจำลองกับผลการทดลอง โดยเปรียบเทียบจากการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเฉลี่ย u/v_j ที่ระยะ $y/D=5$ สำหรับ $R=6$ ลักษณะผลลัพธ์ที่ได้คล้ายกันกับผลการทดลอง โดยทั้งสองแบบจำลองสามารถทำนายผลได้ใกล้เคียงกันและมีความใกล้เคียงกับผลการทดลองเป็นอย่างดี จากรูปจะเห็นได้ชัดเจนว่าตำแหน่งที่มีความเร็ว u/v_j สูงสุดจะเคลื่อนที่เลยตำแหน่งจุดกึ่งกลางทางออกเจ็ต $x/D=0$ สอดคล้องกับพฤติกรรมของเจ็ตในกระแสขวางที่กระแสเจ็ตถูกทำให้มีการเบี่ยงเบนทิศทางการไหล เมื่อพิจารณาช่วง $x/D=-2$ ถึง 0 จากผลการทดลองบ่งชี้ว่าค่า u/v_j ที่น้อยกว่าศูนย์นั้น แสดงให้เห็นถึงการไหลวนทางด้านหน้าของทางออกเจ็ตโดยแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ สามารถแสดงให้เห็นการไหลวนได้ชัดเจนกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ในขณะที่การไหลวนทางด้านหลังของเจ็ตนั้น แบบจำลองทั้งสองไม่สามารถทำนายการไหลวนที่ระยะ $y/D=5$ ได้ชัดเจนนัก



รูปที่ 5.27 การเปรียบเทียบกับผลการทดลองด้วยการกระจายตัวของความเร็วเฉลี่ย u/v_j กับระยะ x/D ใดๆ ที่ $y/D=5$ สำหรับ $R=6$

(○ Ramaprian and Haniu, ---- Standard $k-\varepsilon$, —— Low-Re $k-\varepsilon$)

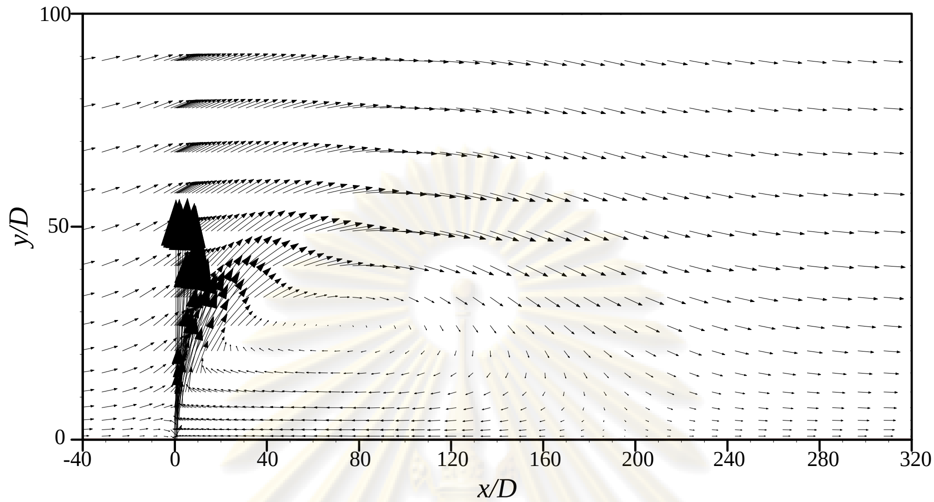


รูปที่ 5.28 การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/v_j กับระยะ y/D ที่ระยะ x/D ใดๆ สำหรับ $R = 6$
(----- Standard $k-\varepsilon$, ——— Low-Re $k-\varepsilon$)

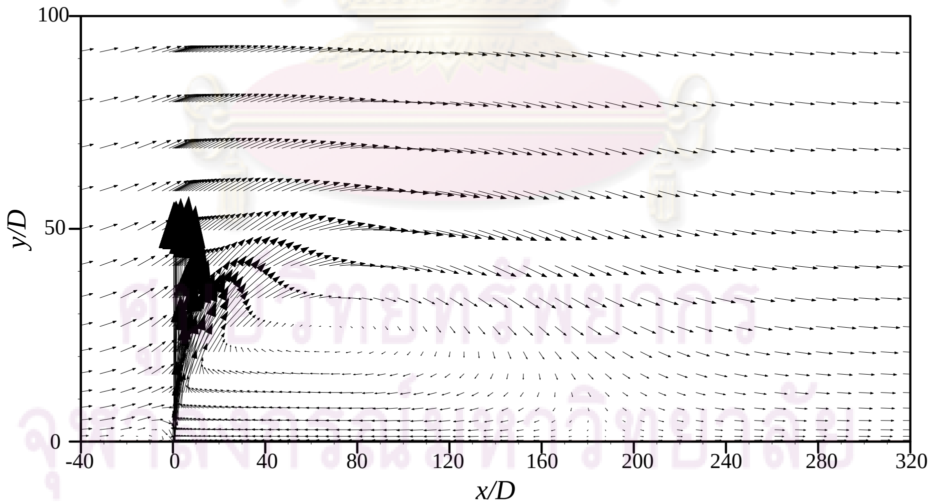
การเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/v_j กับระยะ y/D ที่ระยะ x/D ใดๆ นั้น ได้แสดงในรูปที่ 5.28 จากรูปแสดงให้เห็นว่าความเร็วเฉลี่ย u/v_j มีระยะในการพัฒนาเป็นการไหลแบบเต็มรูปค่อนข้างมาก สำหรับขนาดการไหลวนทางด้านหลังก็เพิ่มขึ้นเช่นเดียวกันทั้งในทิศทางการไหลของกระแสขวางและในระยะ y/D ซึ่งห่างจากผนังมากขึ้น เมื่อเทียบกับการไหลในกรณีที่ $R<1$

นอกจากนี้เมื่อนำผลลัพธ์ซึ่งได้จากแบบจำลองความปั่นป่วนมาแสดงผลด้วยภาพเวกเตอร์ความเร็ว ดังแสดงในรูปที่ 5.29 และ 5.30 จะพบว่าขนาดของเวกเตอร์ในระยะ Upstream และช่วงทางออกเจ็ตแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด เนื่องจากความเร็วของเจ็ตที่มีค่ามากกว่า ทำให้กระแสเจ็ตสามารถเคลื่อนที่ออกจากผนังด้านล่างได้มากขึ้นพร้อมๆ กับขนาดการไหลวนทางด้านหลังเจ็ตที่ขยายตัวตามระยะที่เจ็ตเคลื่อนออกไปได้ก่อนที่กระแสเจ็ตจะถูกอิทธิพลจากกระแสขวางจนเบี่ยงเบนทิศทางไปตามกระแสขวาง เมื่อเปรียบเทียบกับภาพเวกเตอร์ที่ได้กับกรณีที่ค่า $R<1$ ในรูปที่ 5.9, 5.10, 5.19 และ 5.20 จะเห็นได้ชัดว่า รูปร่างของการไหลวนทางด้านหลังเจ็ตจะแตกต่างกัน เมื่อ $R<1$ การไหลวนจะเกิดขึ้นบริเวณใกล้ๆ กับผนังด้านล่างและขยายออกไปตามทิศทางการไหล เนื่องจากอิทธิพลของกระแสขวาง ในขณะที่เมื่อ $R>1$ ขนาดการไหลวนสามารถขยายตัวออกห่างจากผนังมากขึ้นด้วยอิทธิพลของกระแสเจ็ตที่มากขึ้น สำหรับระยะ Reattachment ที่ได้

จากแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ เท่ากับ 196.34D และ 181.9D ตามลำดับ

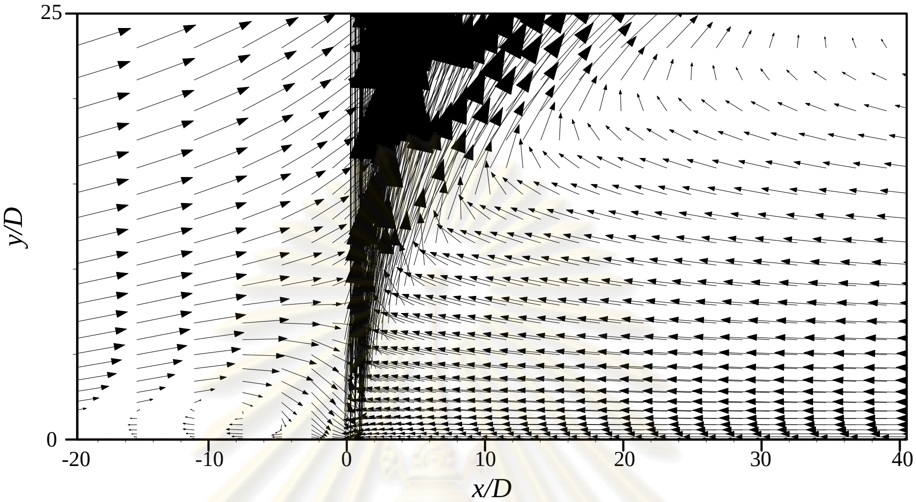


รูปที่ 5.29 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=6$ (Not to scale)

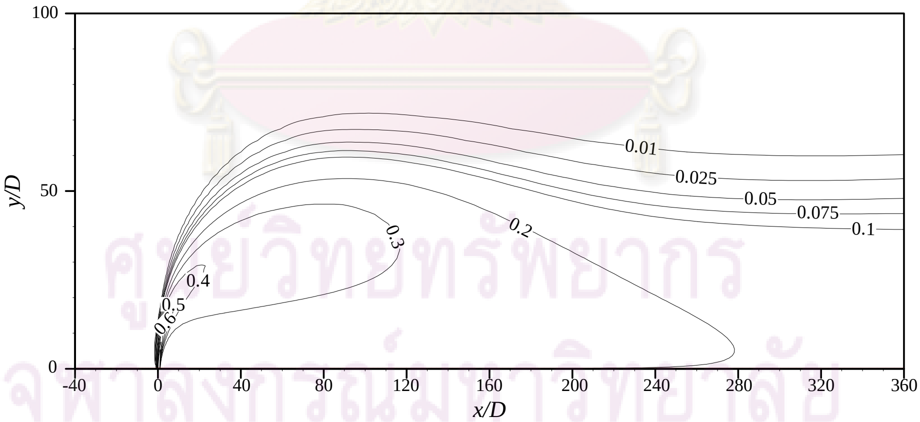


รูปที่ 5.30 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=6$ (Not to scale)

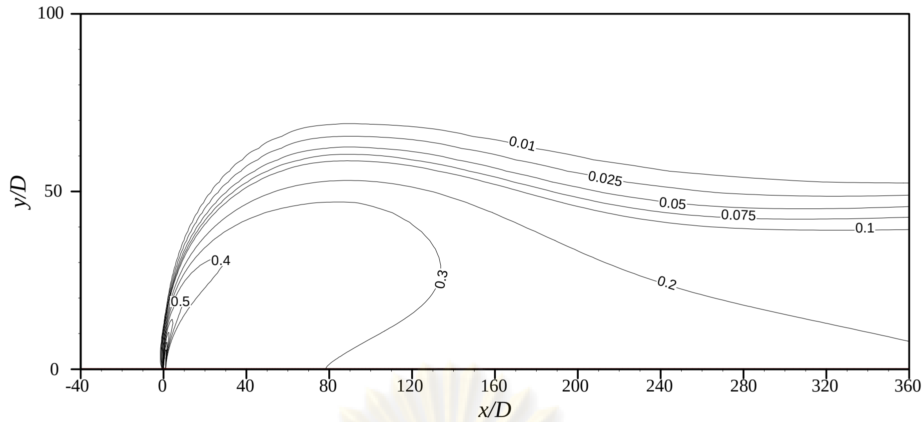
ภาพขยายของเวกเตอร์ความเร็วสำหรับแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ แสดงในรูปที่ 5.31 จากภาพแสดงให้เห็นถึงการไหลวนที่เกิดขึ้นด้านหน้าของทางออกเจ็ตได้อย่างชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับรูปที่ 5.27 ที่แสดงถึงความสามารถของโปรแกรมที่แสดงการไหลวนที่ระยะ $y/D=5$



รูปที่ 5.31 ภาพขยายเวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=6$ (Not to scale)



รูปที่ 5.32 ปริมาณสเกลาร์ ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=6$ (Not to scale)



รูปที่ 5.33 ปริมาณสเกลาร์ ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=6$ (Not to scale)

ปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากโปรแกรมในรูปที่ 5.32 และ 5.33 นั้น แสดงให้เห็นได้ชัดเจนยิ่งขึ้นว่าปริมาณสเกลาร์ก็แปรผันตามค่า R เช่นเดียวกัน การกระจายตัวได้ขยายในบริเวณกว้างเนื่องจากกระแสเจ็ตที่มากขึ้น แต่ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่าสูงยังคงอยู่ใกล้ๆ กับทางออกของกระแสเจ็ตเช่นเดิม นั่นหมายถึงเมื่อ $R<1$ ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่าสูงสามารถเคลื่อนที่ไปได้ไกลกว่าแต่ระดับความสูงยังคงอยู่ใกล้กับผนังด้านล่าง ซึ่งตรงกันข้ามกับกรณีที่ $R>1$ ซึ่งการกระจายจะเป็นบริเวณกว้าง โดยปริมาณสเกลาร์สามารถกระจายตัวห่างจากผนังได้มากขึ้น อย่างไรก็ตามปริมาณสเกลาร์ที่มีค่าสูงยังคงอยู่ใกล้ๆ กับปากทางออกของเจ็ต

5.3.2 การเปรียบเทียบที่ค่าอัตราส่วนความเร็ว *R* = 10

ขนาดขอบเขตที่ใช้ในการคำนวณที่ค่า $R=10$ มีขนาดที่ใหญ่กว่า $R=6$ สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาและทดสอบพบว่าขนาดขอบเขตที่ใช้ในการคำนวณ สามารถกำหนดได้ดังต่อไปนี้

- ระยะก่อนถึงทางออกเจ็ต (Upstream, L_1) = $100D$
- ความสูงของช่องทางเข้าของกระแสขวาง (H) = $400D$
- ระยะด้านหลังทางออกเจ็ต (Downstream, L_2) = $600D$

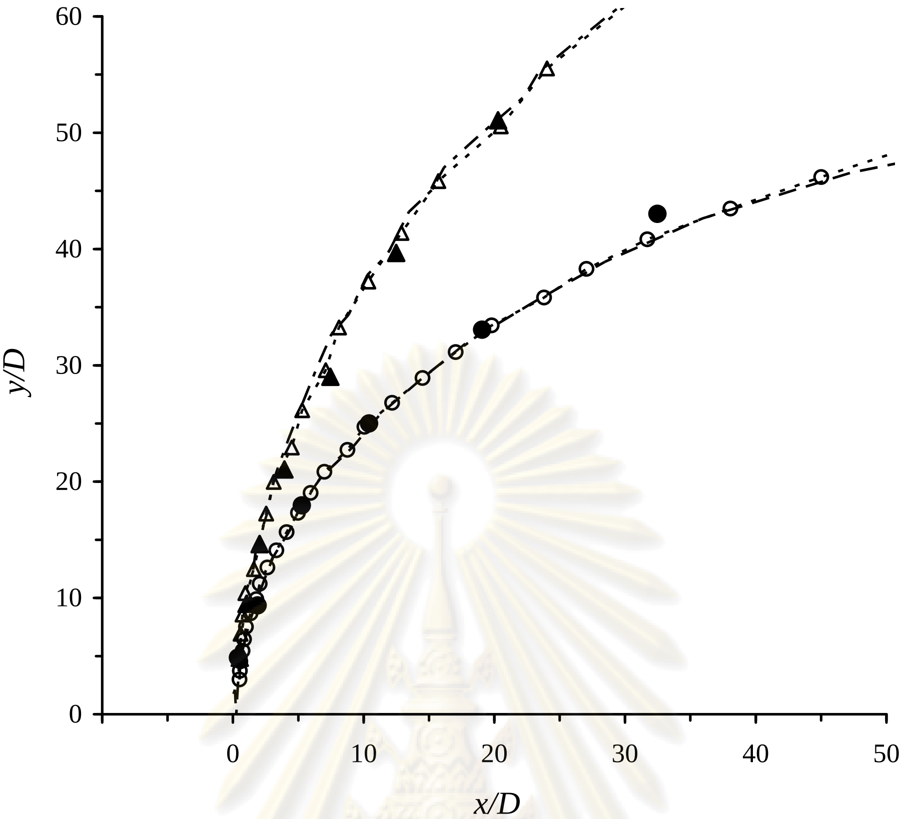
ในเบื้องต้นการทดสอบความเป็น Grid independency ของแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ได้ทดสอบโดยเลือกพิจารณาจากรูปแบบการกระจายตัวของความเร็ว u/v_j กับระยะห่างจากผนัง y/D โดยตำแหน่งที่พิจารณาคือ ระยะ $x/D=2$ ซึ่งเป็นตำแหน่งใกล้ทางออกเจ็ต และ $x/D=500$ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีการไหลแบบเต็มรูป ผลการ

ทดสอบ Grid independency แสดงให้เห็นว่ากริดขนาด 180×90 และ 220×120 มีความเหมาะสมสำหรับแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ตามลำดับ

ดังที่ได้แสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรมกับผลการทดลองไปแล้ว สำหรับ $R=6$ ซึ่งมีความใกล้เคียงกับผลการทดลองเป็นอย่างดีทั้งแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ในลำดับต่อไปจึงนำผลการคำนวณที่ได้จากทั้งสองแบบจำลองมาแสดงเส้นวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตทั้งกรณีที่ $R=6$ และ 10 โดยการเคลื่อนที่ของเจ็ตนั้นนิยามให้เป็นตำแหน่งที่มีขนาดความเร็วสูงสุดในแต่ละแนวพิกัดที่เคลื่อนที่ ในการพิจารณาจะคงที่ค่าตามแนวแกน x ในแต่ละพิกัด และพิจารณาความเร็วลัพธ์ที่มีขนาดมากที่สุดในพิกัดตามแนวแกน y การเปรียบเทียบจะแบ่งออกเป็นสองชุด คือ สำหรับ $R=6$ และ 10 ซึ่งเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Ramaprian and Haniu (1983) ในพิกัด $x-y$ ดังแสดงในรูป 5.34

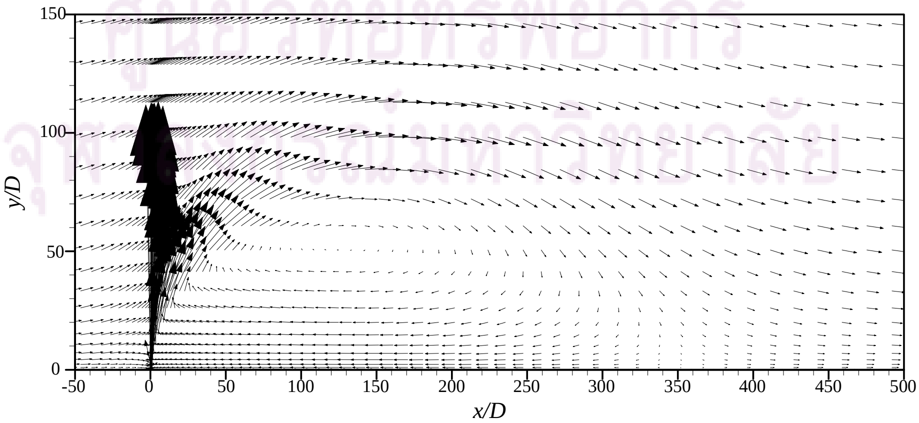
จากรูปที่ 5.34 จะพบว่าวิถีการเคลื่อนที่ซึ่งได้จากการใช้แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ นั้น สามารถทำนายได้ผลใกล้เคียงกับการทดลอง การพิจารณาโดยกำหนดขอบเขตการคำนวณให้มีระยะห่างจากทางออกเจ็ตช่วยลดผลกระทบจากกระแสเจ็ตซึ่งมีความเร็วมากกว่ากระแสขวางสำหรับ $R>1$ ในขณะเดียวกันเมื่อ $R<1$ สามารถลดขอบเขตการคำนวณให้ใกล้กับทางออกของเจ็ตได้ สำหรับรัศมีความโค้งก็เพิ่มขึ้นตามค่า R ที่เพิ่มขึ้น แต่ไม่ได้เพิ่มขึ้นด้วยอัตราส่วนที่แน่นอน ในหลายการทดลองมักกำหนดเป็นช่วงของตัวแปรที่สอดคล้องกับการทดลองที่ได้

รูปที่ 5.35 และ 5.36 แสดงการกระจายตัวของเวกเตอร์ความเร็วที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ภาพของเวกเตอร์ความเร็วได้แสดงให้เห็นการไหลวนของการไหลที่แตกต่างกันตามอัตราส่วน ในกรณีที่ $R=10$ แสดงให้เห็นว่าการไหลวนจะเกิดขึ้นในบริเวณด้านหลังทางออกของเจ็ตที่มีบริเวณกว้างกว่า $R=6$ ทิศทางการเคลื่อนที่ของกลุ่มเวกเตอร์ความเร็วที่มีค่ามากจะมีความสอดคล้องกับวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ต ดังแสดงในรูปที่ 5.34 โดยมีรัศมีความโค้งแปรผันตามอัตราส่วนความเร็วและการไหลวนเกิดขึ้นด้านล่างของเส้นวิถีการเคลื่อนที่ สำหรับระยะ Reattachment ที่ได้จากแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ มีค่าเท่ากับ $373.6D$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ มีค่าเท่ากับ $398.4D$

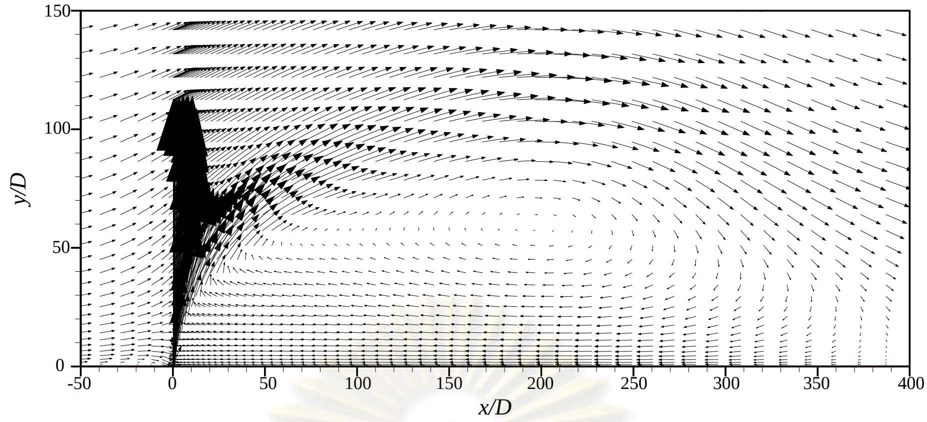


รูปที่ 5.34 วิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตจากแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ เทียบกับผลการทดลองของ Ramaprian and Haniu (1983) สำหรับ R = 6 และ 10

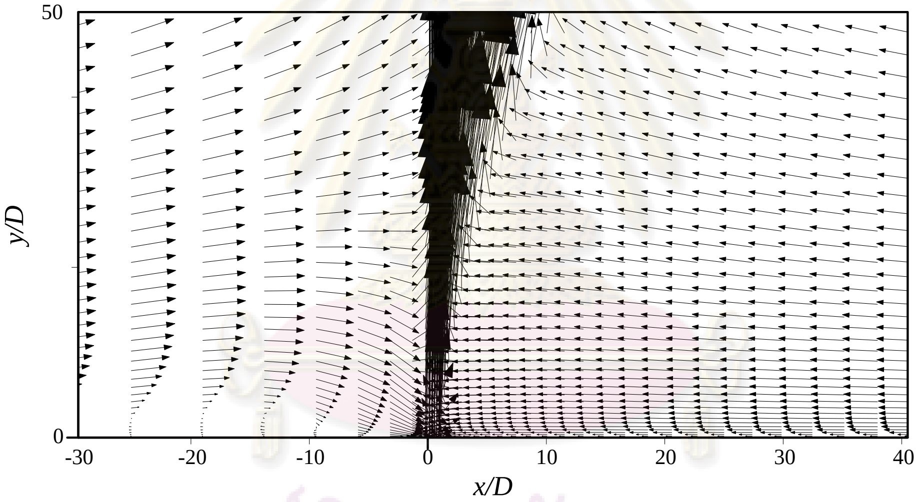
($R=6$, ● Ramaprian et al., –○– Standard $k-\varepsilon$, – – – Low-Re $k-\varepsilon$
$R=10$, ▲ Ramaprian et al., –△– Standard $k-\varepsilon$, –·– Low-Re $k-\varepsilon$)



รูปที่ 5.35 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=10$ (Not to scale)

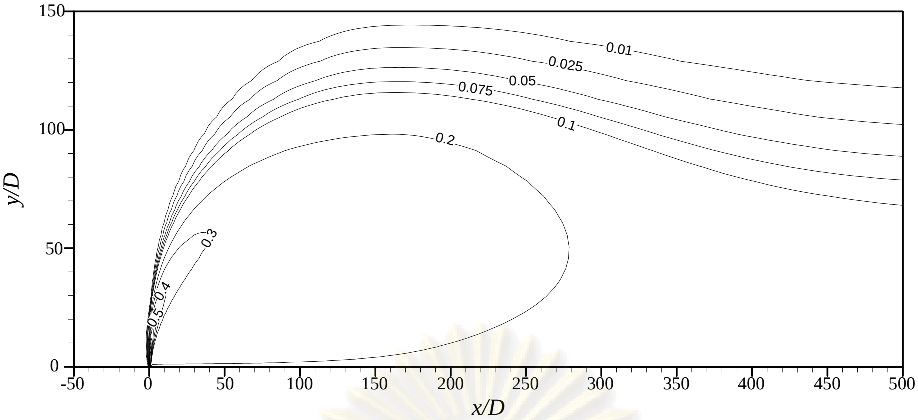


รูปที่ 5.36 เวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=10$ (Not to scale)

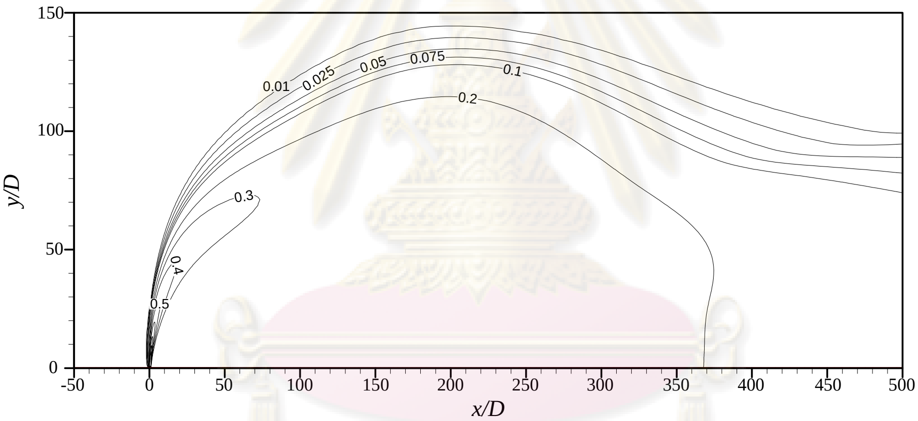


รูปที่ 5.37 ภาพขยายเวกเตอร์ความเร็ว ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=10$ (Not to scale)

ภาพขยายของเวกเตอร์ความเร็วในรูปที่ 5.37 แสดงทิศทางของเวกเตอร์ความเร็วของกระแสการไหลรอบๆ บริเวณทางออกของเจ็ตที่มีทิศพุ่งเข้าหากระแสเจ็ต จากภาพที่ได้สื่อให้เห็นว่าเกิดการเหนี่ยวนำการผสมของของไหลโดยรอบเจ็ตเข้าสู่ของไหลเจ็ต แล้วเคลื่อนที่ไปพร้อมกับเจ็ตเช่นเดียวกับคุณลักษณะของเจ็ตในกระแสอิสระ หรือในกระแสตามที่ของไหลโดยรอบเจ็ตจะเกิดการเหนี่ยวนำการผสมเข้าไปในเจ็ต นอกจากนี้การไหลวนที่เกิดขึ้นทั้งด้านหน้าและด้านหลังของเจ็ตก็มีขนาดเพิ่มขึ้นตามอัตราส่วนความเร็วด้วยเช่นกัน



รูปที่ 5.38 ปริมาณสเกลาร์ ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=10$ (Not to scale)



รูปที่ 5.39 ปริมาณสเกลาร์ ที่ได้จากแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ สำหรับ $R=10$ (Not to scale)

ปริมาณสเกลาร์ที่คำนวณได้จากทั้งสองแบบจำลองความปั่นป่วน ดังแสดงในรูปที่ 5.38 และ 5.39 แตกต่างกันเล็กน้อย โดยแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ สามารถทำนายระยะการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ได้ไกลกว่าเมื่อพิจารณาจากปริมาณสเกลาร์เดียวกัน เช่น ปริมาณสเกลาร์ $C=0.3$ จากแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ สามารถทำนายได้ในช่วง $x/D=0$ ถึง 50 ในขณะที่แบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ทำนายได้ในช่วง $x/D=0$ ถึง 100 นอกจากนั้นยังทำนายปริมาณสเกลาร์ต่ำๆ บริเวณใกล้ผนังได้แตกต่างกันเล็กน้อยซึ่งสังเกตได้จากเส้น Contour โดยสาเหตุของความแตกต่างน่าจะมาจากการใช้เงื่อนไขขอบที่ผนังด้านล่างแตกต่างกัน

สำหรับการกระจายตัวของปริมาณสเกลาร์โดยรวมของทั้งสองแบบจำลอง มีลักษณะเป็นวงกว้างและเคลื่อนที่ไปได้ไกล แสดงให้ถึงการแปรผันตามค่า R เช่นเดียวกัน เมื่อเปรียบเทียบปริมาณสเกลาร์ระหว่างค่า $R<1$ และ $R>1$ นั้น รูปร่างมีลักษณะที่แตกต่างกันค่อนข้างชัดเจน โดยเฉพาะที่ปริมาณสเกลาร์สูงๆ สำหรับ $R<1$ ปริมาณสเกลาร์สูงๆ สามารถเคลื่อนที่ไปได้ไกลขึ้นตามแนวแกน x ด้วยอิทธิพลของกระแสขวาง เมื่อ R เพิ่มขึ้นแต่ไม่มากกว่า 1 ในทางกลับกัน สำหรับ $R>1$ นั้น ปริมาณสเกลาร์สูงๆ สามารถเคลื่อนที่ไปในแนวแกน y ได้ดี แต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ออกห่างจากปากทางออกเจ็ตไปทางด้านหลังได้มากนักเนื่องจากอิทธิพลของกระแสเจ็ต

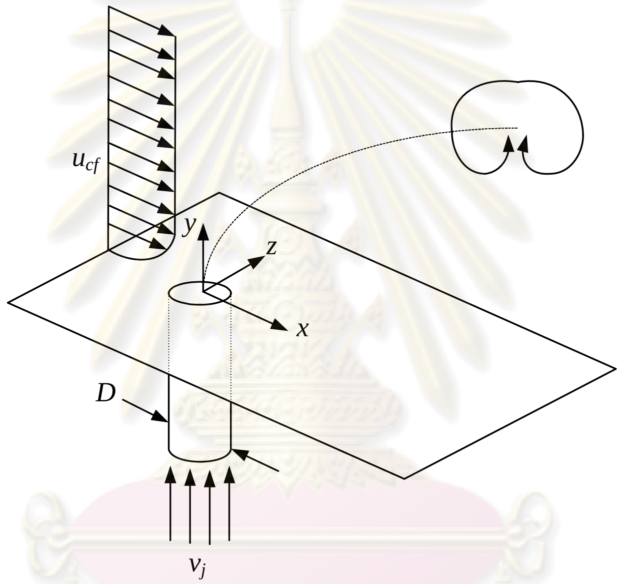
5.3.3 สรุปผลการคำนวณเมื่อพิจารณาที่ $R > 1$

การเปลี่ยนแปลงของค่า R มีผลกระทบอย่างยิ่งต่อการไหลแบบเจ็ตในกระแสขวาง เมื่อพิจารณาในช่วง $R>1$ จะเห็นถึงอิทธิพลของความเร็วเจ็ตซึ่งมากกว่ากระแสขวางที่มีผลกระทบต่อการไหล ส่งผลต่อขอบเขตการคำนวณที่ใหญ่ขึ้นเพื่อลดผลกระทบที่มีต่อผลลัพธ์ที่ได้ สำหรับการไหลวนและการกระจายของปริมาณสเกลาร์เป็นวงกว้าง แต่ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่าสูงยังคงอยู่ใกล้ๆ กับปากทางออกของเจ็ต ในขณะที่ $R<1$ ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่ามากสามารถเคลื่อนที่ไปได้ไกลกว่าแต่มีความสูงไม่ห่างจากผนังล่างมากนัก เมื่อเราเปรียบเทียบปริมาณสเกลาร์ด้วยความเข้มข้นมวลจึงหมายความว่า ความเข้มข้นมวลสูงๆ ยังคงกระจายอยู่ใกล้ๆ กับปากทางออกของเจ็ตและมีเพียงความเข้มข้นมวลที่ต่ำซึ่งถูกพัดไปตามกระแสขวาง หรืออีกนัยหนึ่งเมื่อเราเปรียบเทียบปริมาณสเกลาร์เป็นอุณหภูมิ นั่นหมายถึงมีบริเวณที่อุณหภูมิสูงๆ จะอยู่ตรงปากทางออกของเจ็ตเท่านั้นเอง สำหรับการไหลวนที่เกิดขึ้นนั้นจากโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นสามารถทำนายได้ผลสอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดี มีการไหลวนขนาดเล็กทางด้านหน้า และขนาดใหญ่ทางด้านหลัง ส่วนการทำนายวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตนั้นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นก็สามารถแสดงวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตได้ดี การเพิ่มอัตราส่วนความเร็วทำให้รัศมีการเคลื่อนที่เพิ่มสูงขึ้น แม้ว่าความแตกต่างที่เกิดจากการเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วนทั้งสองแบบจะไม่เด่นชัดก็ตาม

5.4 การเปรียบเทียบการไหลแบบเจ็ตปั่นป่วนในกระแสขวางกับการไหลในสามมิติ

ในหัวข้อก่อนหน้านี้ได้แสดงให้เห็นผลการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นแล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดยลักษณะของปัญหาเป็นการไหลในสองมิติหรือเป็นเจ็ตแบบระนาบที่ไหลปะทะกับกระแสขวาง ผลการเปรียบเทียบที่ได้ก็ให้ผลที่น่าพอใจเมื่อมองในลักษณะการไหลโดยรวม ไม่ว่าจะเป็นการทำนายการไหลวน ระยะ Reattachment วิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตรวมทั้งจุดเด่นและจุดด้อยของแบบจำลองความปั่นป่วนที่เลือกใช้ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณก็

สามารถแสดงการไหลให้เห็นได้อย่างชัดเจน ในขณะเดียวกันเมื่อเรามองการไหลของเจ็ตในกระแสขวางแบบสามมิติโดยยึดถือตำแหน่งแกนสมมาตรของทางออกเจ็ตดังแสดงในรูปที่ 5.40 เพื่อพิจารณาเปรียบเทียบกับการไหลในสองมิติ ก็เป็นประเด็นที่น่าสนใจ ด้วยเหตุที่ว่าความซับซ้อนของการไหลแบบสามมิตินั้น ย่อมมีมากกว่าทั้งเรื่องการไหลวน การเหนี่ยวนำการผสม เป็นต้น แต่ถ้ามองในอีกแง่หนึ่ง การเปรียบเทียบในหัวข้อนี้ทำให้เราสามารถหาคุณลักษณะที่น่าสนใจบางประการที่จะได้จากการเปรียบเทียบ เพื่อแสดงให้เห็นว่าเราสามารถหาคุณลักษณะนั้นได้จากการคำนวณด้วยแบบจำลองในสองมิติแทนการใช้การคำนวณในสามมิติซึ่งมีความซับซ้อน และใช้เวลาในการคำนวณมากกว่ากันหลายเท่า



รูปที่ 5.40 การไหลแบบเจ็ตในกระแสขวางในสามมิติ

5.4.1 การเปรียบเทียบกับการทดลองของ Andreopoulos and Rodi (1984)

การทดลองของ Andreopoulos and Rodi (1984) นั้น เป็นการทดลองเจ็ตในกระแสขวางที่มีค่า $R = 0.5$ เจ็ตที่ทางออกเป็นท่อกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง $D = 50$ มิลลิเมตร ด้วยความเร็ว $v_j = 6.95$ เมตรต่อวินาที มีค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ $Re_D = 20,500$ และกระแสขวางมีความเร็ว $u_{cf} = 13.9$ เมตรต่อวินาที สำหรับการพิจารณาในแบบจำลอง ได้กำหนดให้ของไหลทั้งสองชนิดเป็นอากาศที่มีคุณสมบัติเหมือนกัน สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้กำหนดขนาดขอบเขตสำหรับการคำนวณดังนี้

- ระยะก่อนถึงทางออกเจ็ต (Upstream, L_1) = $2D$
- ความสูงของช่องทางเข้าของกระแสขวาง (H) = $8D$
- ระยะด้านหลังทางออกเจ็ต (Downstream, L_2) = $37D$

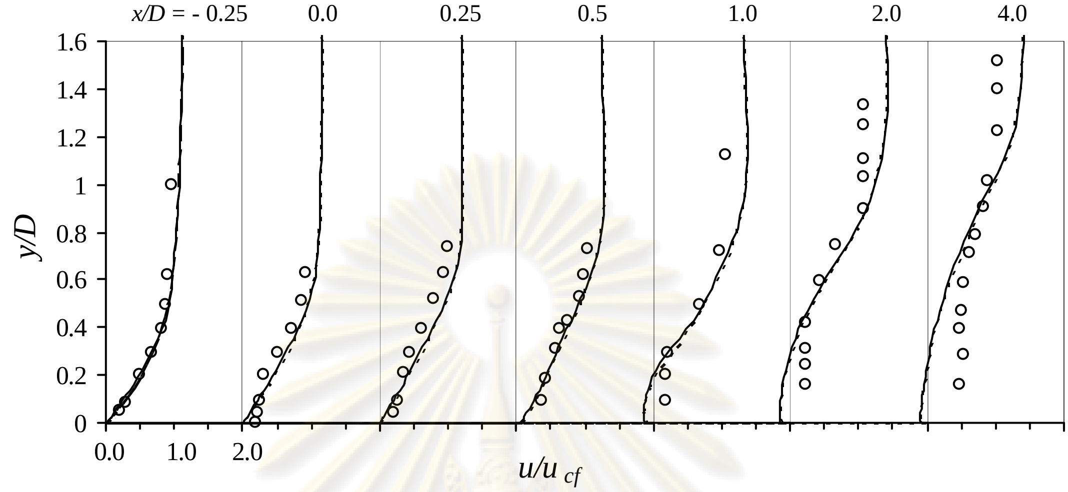
สำหรับเงื่อนไขขอบได้กำหนดแบบเดียวกับการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Ramaprian and Haniu (1984) กำหนดให้เงื่อนไขค่าขอบด้านล่างเป็นผนังยกเว้นทางออกของเจ็ต ในขณะที่เงื่อนไขขอบด้านบนเป็นกระแสอิสระที่มีระยะความสูงเพียงพอที่จะไม่กระทบกับการไหล ความเร็วของกระแสขวางที่ทางเข้าถูกกำหนดให้มีค่าสม่ำเสมอ ส่วนทางออกกำหนดให้มีระยะห่างจากทางออกเจ็ตพอสมควร ซึ่งค่าตัวแปรที่ทางออกไม่เปลี่ยนแปลงตามทิศทางการไหล

ผลจากการทดสอบ Grid independency เพื่อลดปัญหาขนาดกริดที่มีผลต่อการคำนวณสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ เลือกใช้กริดขนาด 175×90 และแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ ใช้กริดขนาด 230×170 ซึ่งทดสอบจากการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ที่ตำแหน่ง $x/D=4$ และ 30

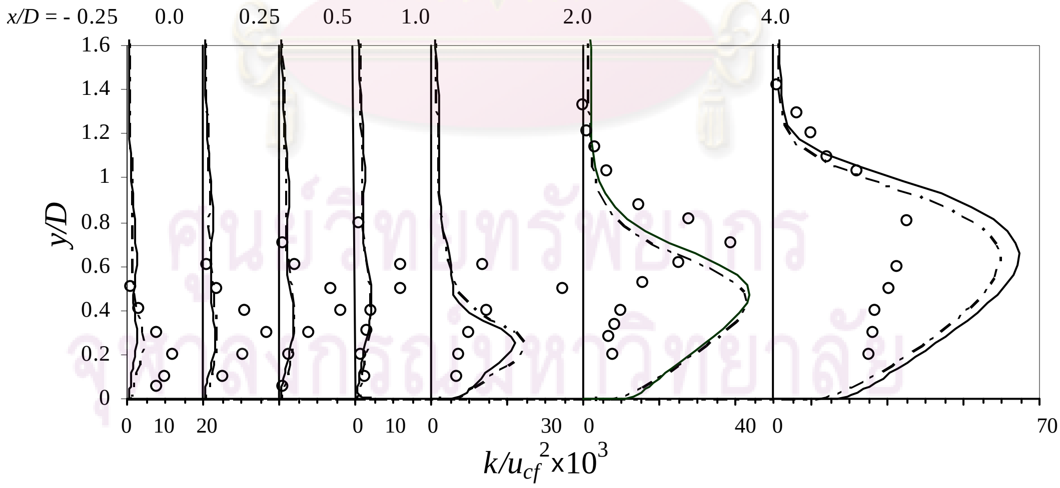
ดังนั้นขนาดกริดที่เลือกใช้ในการคำนวณได้แก่ กริดขนาด 175×90 สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ 230×170 สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Low-Re $k-\varepsilon$ การเปรียบเทียบผลการคำนวณด้วยแบบจำลองความปั่นป่วนในสองมิติกับผลการทดลองที่มีลักษณะเป็นสามมิตินั้น ได้เลือกพิจารณาเฉพาะที่ระนาบสมมาตรหรือ $z=0$ โดยเลือกพิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} และ Turbulent kinetic energy กับ ระยะ y/D ที่ระยะ x/D ต่างๆ กัน ดังแสดงในรูปที่ 5.41 และ 5.42 ตามลำดับ

จากรูปที่ 5.41 และ 5.42 ทำให้เห็นความแตกต่างของความเร็วและ Turbulent kinectic energy ที่เกิดขึ้นสำหรับการไหลแบบสองและสามมิติ ความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} บริเวณใกล้กับปากทางออกของเจ็ต $x/D=-0.25$ ถึง 0.25 ยังคงมีความใกล้เคียงกัน เนื่องจากเป็นการไหลที่มีความเร็วกระแสขวางที่ส่งอิทธิพลมากกว่าทำให้มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} ที่น้อยกว่า เมื่อระยะ x/D เพิ่มมากขึ้น เห็นได้ชัดว่า กรณีการไหลแบบสองมิตินั้น มีการไหลวนค่อนข้างชัดเจนดังในกรณีหัวข้อ 5.2 ในขณะที่ความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} ณ ตำแหน่งระนาบสมมาตรของเจ็ตแบบสามมิตินั้นยังคงเคลื่อนไปด้านหน้าแต่มีค่าลดลงเล็กน้อยที่ระยะ y/D เพิ่มขึ้น ส่วนค่า Turbulent kinetic energy ทั้งในสองมิติและสามมิติจะเพิ่มขึ้นตามทิศทางการเคลื่อนที่ของเจ็ตและระยะ y/D สำหรับความแตกต่างที่ชัดเจนในช่วง $x/D=-0.25$ ถึง 1 น่าจะเกิดจากการกำหนดเงื่อนไขขอบทั้งทางออกกระแสเจ็ตและทางเข้าของกระแสขวางเป็นค่าคงที่ เมื่อพิจารณาที่ระยะด้านหลังทางออกเจ็ต จึงพบว่า ลักษณะของ Turbulent kinetic energy เริ่มเปลี่ยนแปลงลักษณะการกระจายตัวตามทิศทางการไหล โดยทั้งสองแบบจำลองซึ่งคำนวณในสองมิติจะมีค่า

Turbulent kinetic energy ที่มากที่สุดในระดับความสูง y/D ที่ต่ำกว่าการไหลในสามมิติ ซึ่งสาเหตุน่าจะมาจากการไหลวนที่เกิดขึ้นกับการไหลในสองมิติ



รูปที่ 5.41 ความเร็วเฉลี่ย u/u_{cf} กับระยะ y/D ของแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ระยะ x/D ใดๆ เปรียบเทียบกับการทดลอง สำหรับ $R=0.5$
(○ Andreopoulos and Rodi, ‒ ‒ ‒ Standard $k-\varepsilon$, —— Low-Re $k-\varepsilon$)



รูปที่ 5.42 ค่า Turbulent kinetic energy กับระยะ y/D ของแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re $k-\varepsilon$ ที่ระยะ x/D ใดๆ เปรียบเทียบกับการทดลอง สำหรับ $R=0.5$
(○ Andreopoulos and Rodi, ‒ ‒ ‒ Standard $k-\varepsilon$, —— Low-Re $k-\varepsilon$)

จากการใช้แบบจำลองในสองมิติเปรียบเทียบกับแบบจำลองในสามมิติจะพบว่า ในกรณีของ Round jet เกิดการไหลวนที่ผนังด้านล่างและรอบๆ ปากทางออกของเจ็ต ตามทิศทางการไหลหรือระนาบอื่นที่ไม่ใช่ $z = 0$ ในขณะที่แบบสองมิตินั้นการไหลวนจะเกิดที่ด้านหน้าและด้านหลังทางออกเจ็ตตลอดความยาวช่องทางออกเจ็ตเท่านั้น ดังนั้นการเปรียบเทียบจากระนาบสมมาตรของปากทางออกเจ็ตจึงให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน ในความเป็นจริง ผลที่ได้จากระนาบสองมิติถือว่าใกล้เคียงกับ Round jet ซึ่งเป็นสามมิติเฉพาะในช่วงแรก แต่หลังจากเจ็ตพุ่งออกมาก็จะมีความแตกต่างชัดเจนขึ้นในระยะที่ห่างออกไป ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการไหลวนที่ปรากฏในสองมิติ

5.4.2 การเปรียบเทียบกับการทดลองของ Su and Mungal (2004)

Su and Mungal (2004) ได้ทดลองหาลักษณะการไหลของเจ็ตในกระแสขวางกับปริมาณสเกลาร์ด้วยการถ่ายภาพและวิธี Planar laser-induced fluorescence (PLIF) ของเจ็ตในกระแสขวางที่มีอัตราส่วนความเร็ว $R = 5.7$ โดยทางออกของเจ็ตมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 4.53 มิลลิเมตร มีค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์โดยประมาณเท่ากับ 5,000 ในขณะที่กระแสขวางมีความเร็ว 2.95 เมตรต่อวินาที

สำหรับการจำลองแบบการคำนวณนี้ได้พิจารณาให้ของไหลทั้งสองชนิดเป็นของไหลชนิดเดียวกันซึ่งได้เลือกเป็นอากาศ กระแสขวางไหลเข้ามาแบบสม่ำเสมอ ส่วนของไหลเจ็ตนั้นพิจารณาเฉพาะกรณีที่เจ็ตพุ่งออกมาจากผิวของผนังและมีการไหลแบบเต็มรูป โดยกำหนดขอบเขตการคำนวณดังต่อไปนี้

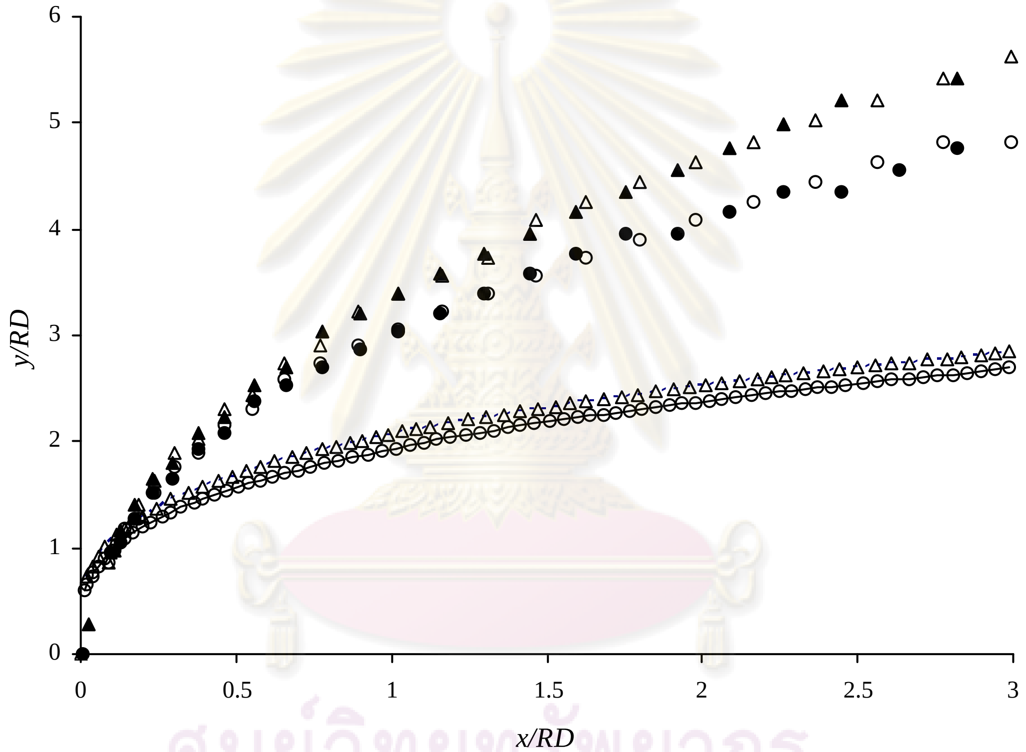
- ระยะก่อนถึงทางออกเจ็ต (Upstream, L_1) = $100D$
- ความสูงของช่องทางเข้าของกระแสขวาง (H) = $110D$
- ระยะด้านหลังทางออกเจ็ต (Downstream, L_2) = $600D$

ขอบเขตและเงื่อนไขขอบใช้วิธีการเดียวกับหัวข้อ 5.3 คือ กำหนดให้ด้านบนและด้านล่างยกเว้นทางออกของเจ็ตเป็นผนัง และทางออกของขอบเขตกำหนดเป็นการไหลที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามทิศทางการไหล รวมทั้งใช้เงื่อนไขในการกำหนดค่า Turbulent kinetic energy กับ Dissipation rate ที่เหมือนกัน

การทดสอบ Grid independency ของแบบจำลองความปั่นป่วนนั้น ทดสอบด้วยการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเฉลี่ย u/v_j กับระยะ y/D ที่ระยะ $x/D = 2$ และ 300 จากการทดสอบได้พิจารณาเลือกกริดขนาด 260×130 เพื่อใช้ในการคำนวณในแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ และ กริดขนาด 270×160 สำหรับ แบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$

สำหรับหัวข้อนี้ได้เลือกเปรียบเทียบลักษณะที่สนใจคือ วิถีการเคลื่อนที่ของความเร็วเจ็ต และปริมาณสเกลาร์ โดย Su and Mungal (2004) ได้เสนอการสร้างวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตด้วย *RD* scale หรือ การเคลื่อนที่แปรผันตามค่าอัตราส่วนความเร็วและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเจ็ต โดยกำหนดในรูปของสมการ Power law ดังสมการที่ (2.1)

สำหรับการสร้างเส้นศูนย์กลางของปริมาณสเกลาร์นั้นก็ใช้หลักการเดียวกันกับเส้นวิถีการเคลื่อนที่ของความเร็วเจ็ต คือ นิยามให้เป็นตำแหน่งที่มีปริมาณสเกลาร์มากที่สุดในแต่ละระนาบหรือพิกัดที่พิจารณา การพิจารณาก็เริ่มจากการคงที่ค่าในพิกัด x เพื่อดูค่าที่มากที่สุดในแนวแกน y ดังแสดงในรูปที่ 5.43



รูปที่ 5.43 วิถีการเคลื่อนที่และเส้นผ่านศูนย์กลางปริมาณสเกลาร์ของเจ็ตในกระแสขวาง แบบสามมิติ และ แบบจำลองในสองมิติ

(Scalar trajectory, –○–Su and Mungal, ● Standard $k-\varepsilon$, ○ Low-Re $k-\varepsilon$
Velocity trajectory, –△–Su and Mungal, ▲ Standard $k-\varepsilon$, △ Low-Re $k-\varepsilon$)

ในรูปที่ 5.43 เป็นการพล็อตวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตและเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากการการทดลอง และผลลัพธ์การคำนวณจากแบบจำลองความปั่นป่วนของโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้น เห็นได้ว่าวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตจะสูงกว่าเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่

ของปริมาณสเกลาร์พอสมควร และผลการคำนวณในสองมิติก็ได้แนวโน้มของเส้นทั้งสองไปในทิศทางเดียวกัน ซึ่งการไหลในสองมิติให้วิถีโค้งที่สูงกว่า สาเหตุที่เป็นเช่นนี้น่าจะเกิดจากการไหลวนบริเวณด้านหลังทางออกของเจ็ตในสองมิติที่มีขนาดใหญ่กว่าเจ็ตสามมิติดังเห็นได้จากการเปรียบเทียบในหัวข้อ 5.4.1 กระแสไหลวนที่ย้อนกลับมาจะถูกเหนี่ยวนำเข้ามาผสมกับกระแสเจ็ตทำให้ทิศทางของเจ็ตสามารถเคลื่อนที่ได้สูงขึ้น

Su and Mungal (2004) ได้คำนวณความสัมพันธ์ของเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ในรูปของสมการที่ (2.1) ปรากฏว่าสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (5.5)

$$\left(\frac{y}{RD}\right) = 1.95\left(\frac{x}{RD}\right)^{0.302} \tag{5.5}$$

และวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตดังสมการต่อไปนี้

$$\left(\frac{y}{RD}\right) = 1.92\left(\frac{x}{RD}\right)^{0.342} \tag{5.6}$$

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ดังสมการที่ (2.1) ได้ดังนี้

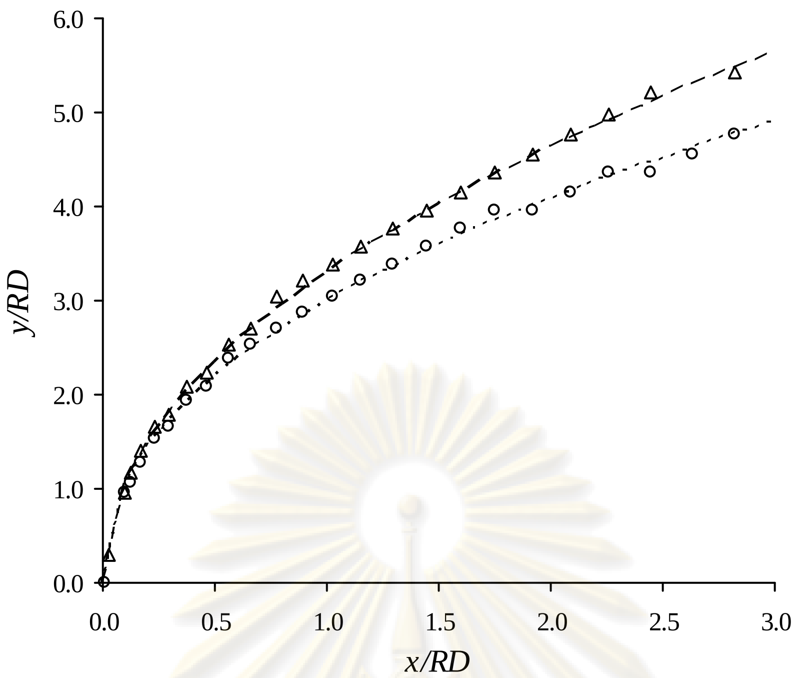
สมการเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ สำหรับ $R = 5.7$

$$\left(\frac{y}{RD}\right) = 2.993\left(\frac{x}{RD}\right)^{0.45} \tag{5.7}$$

สมการวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ต สำหรับ $R = 5.7$

$$\left(\frac{y}{RD}\right) = 3.3\left(\frac{x}{RD}\right)^{0.49} \tag{5.8}$$

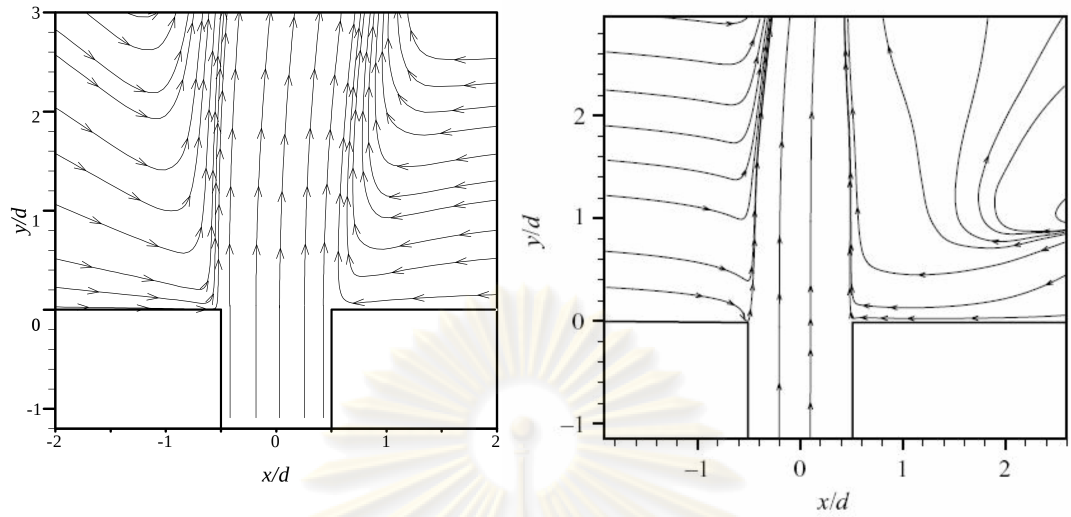
จะเห็นได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ในสมการ (5.7) และ (5.8) สำหรับผลการคำนวณของการไหลแบบสองมิติที่ได้มีค่ามากกว่าสมการสำหรับการไหลแบบสามมิติ ดังนี้ ค่าสัมประสิทธิ์ A เพิ่มขึ้น 53% และ 72% ในขณะที่ค่าสัมประสิทธิ์ b เพิ่มขึ้น 49% และ 43% สำหรับเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนของปริมาณสเกลาร์และวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ต ตามลำดับ ความแตกต่างของค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้ชี้ให้เห็นแนวทางประมาณเส้นวิถีการเคลื่อนที่ และเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ของการไหลในสามมิติซึ่งมีความซับซ้อนด้วยการคำนวณในสองมิติแทน รวมทั้งต้องจำกัดช่วงของค่า R และ D ที่ใช้พิจารณาด้วยเช่นกัน รูปที่ 5.44 ได้แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ในสมการที่ (5.7) และ (5.8) ซึ่งได้จากผลการคำนวณในสองมิติ



รูปที่ 5.44 ภาพวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตและปริมาณสเกลาร์ที่ได้จากผลการคำนวณ และจากสมการ Power law ของการไหลในสองมิติ

(Scalar trajectory, ○ Standard $k-\varepsilon$, ---- Power law
Velocity trajectory, △ Standard $k-\varepsilon$, — — Power law)

นอกจากนี้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นก็สามารถแสดงให้เห็นถึงการเหนี่ยวนำการผสมรอบๆ ทางออกเจ็ตซึ่งได้ผลลัพธ์คล้ายคลึงกันกับผลของ Su and Mungal (2004) ซึ่งใช้แบบจำลอง DNS ในการคำนวณ ดังแสดงในรูปที่ 5.45 ซึ่งแสดงด้วยเส้น Streamline โดยทิศทางของไหลจะมีทิศพุ่งเข้าหาของไหลเจ็ตทั้งด้านหน้าซึ่งเกิดจากกระแสขวาง และของไหลที่วนย้อนกลับมาทางด้านหลังเจ็ต นอกจากนี้ ยังสามารถเห็นความแตกต่างของการทำนายการไหลแบบสองมิติและสามมิติได้อีกประการหนึ่งคือ การคงรูปภาคหน้าตัดของกระแสเจ็ตตลอดเส้นทางการเคลื่อนที่ จากรูปที่ 5.45 นั้น ในการคำนวณแบบสองมิติภาคหน้าตัดของเจ็ตยังมีลักษณะใกล้เคียงกับปากทางออกของเจ็ตและมีแนวโน้มที่จะขยายตัวออกทางด้านหน้าและด้านหลังเจ็ต ในขณะที่การคำนวณในสามมิตินั้น ภาคหน้าตัดของเจ็ตมีขนาดเล็กลงอันเกิดจากการขยายตัวทางด้านข้างมากกว่าด้านหน้าหรือหลังเจ็ต อันเกิดจากความแตกต่างของลักษณะทางออกเจ็ตในสองมิติที่เป็นช่องกว้างหน้าตัดคงที่ ในขณะที่เจ็ตสามมิตินั้นช่องทางออกมีลักษณะเป็นวงกลม



(ก) (ข)

รูปที่ 5.45 เส้น Streamline รอบทางออกเจ็ต

(ก) แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

(ข) แบบจำลอง DNS ของ Su and Mungal (2004)

5.4.3 สรุปผลการเปรียบเทียบกับการไหลในสามมิติ

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นสำหรับวิเคราะห์การไหลแบบเจ็ตในกระแสขวางแบบสองมิตินั้นให้ผลลัพธ์ที่ดีเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่สามารถพิจารณาเป็นสองมิติได้ ในขณะเดียวกัน การเปรียบเทียบกับระนาบสมมาตรของเจ็ตแบบสามมิติซึ่งมีลักษณะของปัญหาที่ต่างกันโดยในสองมิตินั้น ทางออกเจ็ตมีลักษณะเป็นช่องกว้างยาวเท่ากันตลอด ในขณะที่เจ็ตในสามมิตินั้นเป็น Round jet ทำให้ผลที่คำนวณได้แตกต่างกันพอสมควร เนื่องจากการไหลวนในมิติที่สามซึ่งไม่สามารถทำนายได้ด้วยแบบจำลองสองมิติ ส่งผลให้ตัวแปรที่คำนวณได้มีความแตกต่างค่อนข้างชัดเจน แต่ขณะเดียวกันบางคุณลักษณะที่สนใจก็ให้ผลที่ดี เช่น แนวโน้มของเส้นวิถีการเคลื่อนของเจ็ตและเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ที่มีความคล้ายคลึงกัน แตกต่างกันเพียงรัศมีความโค้งที่ได้จากเจ็ตในสองมิติซึ่งมีค่ามากกว่า แต่การระบุถึงค่าความแตกต่างที่ชัดเจนนั้นขึ้นอยู่กับตัวแปรที่สำคัญในสมการแสดงเส้นวิถีการเคลื่อนที่ ได้แก่ ค่าอัตราส่วนความเร็วและขนาดทางออกของเจ็ต นอกจากนี้แบบจำลองในสองมิติก็ยังสามารถพบเห็นการเหนี่ยวนำการผสมที่ทางออกของเจ็ตได้เช่นเดียวกับในแบบจำลองสามมิติ จากที่กล่าวมา ถ้ามีการทดสอบการคำนวณในสองมิติด้วยอัตราส่วนความเร็ว และขนาดทางออกเจ็ตของการทดลองในสามมิติที่

หลากหลายกว่านี้ อาจสามารถสรุปความแตกต่างของสมการวิถีการเคลื่อนที่ในสามมิติกับการคำนวณในสองมิติได้ดีขึ้น

บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

งานวิทยานิพนธ์นี้แสดงการวิเคราะห์ปัญหาการไหลของเจ็ตในกระแสขวางแบบสองมิติ โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและแบบจำลองความปั่นป่วน ผลการวิเคราะห์ปัญหาการไหลในแบบสองมิติที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี ในขณะเดียวกันการเปรียบเทียบกับการไหลในสามมิติก็แสดงให้เห็นคุณลักษณะบางอย่างที่คล้ายกัน เช่น การเหนี่ยวนำการผสมของกระแสขวางและเจ็ต และวิถีการเคลื่อนที่ ถึงแม้ว่าลักษณะการไหลแบบสองมิติของเจ็ตแบบระนาบและแบบสามมิติของ Round jet จะมีความแตกต่างกัน แต่ผลการเปรียบเทียบที่ได้สามารถบ่งบอกว่าความแตกต่างในสองมิติและสามมิตินั้น ยังมีกระบวนการที่มีความคล้ายกัน ซึ่งหากมีการพัฒนาต่อไปก็จะสามารถทำนายผลได้ดียิ่งขึ้น

รูปแบบการไหลของเจ็ตในกระแสขวางเป็นการไหลแบบปั่นป่วนที่ได้รับความสนใจปัญหาหนึ่งเนื่องจากมีการประยุกต์ใช้ที่พบเห็นได้ทั่วไป ลักษณะการจำลองปัญหาทางกายภาพจะมีรูปแบบที่ไม่ยากนัก แต่การประยุกต์ใช้ความรู้ทางด้านระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมมีความยุ่งยากพอสมควร เนื่องจากการไหลที่มีลักษณะซับซ้อน นอกจากต้องศึกษากระบวนการดิสครีไทซ์สมการครอบคลุมซึ่งได้แก่ สมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมแล้ว การเลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วนที่เหมาะสมก็มีความสำคัญเช่นเดียวกัน ในวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกใช้ทั้งแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ และ Low-Re number $k-\varepsilon$ ในการวิเคราะห์ปัญหา และเปรียบเทียบความสามารถของทั้งสองแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะที่สนใจ สำหรับแบบจำลอง Low-Re number $k-\varepsilon$ ที่เลือกใช้นั้น ได้เลือกจากคุณสมบัติที่ถูกพัฒนาให้สามารถทำนายการไหลแบบแยกตัวได้ดี (แสดงรายละเอียดในบทที่ 3) เพื่อให้สอดคล้องกับปัญหาที่ศึกษานี้

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมที่ใช้เป็นกระบวนการหนึ่งในหลายวิธีสำหรับแก้ปัญหาการไหล ซึ่งในทางกายภาพเป็นการแบ่งขอบเขตรูปร่างของปัญหาให้เป็นปริมาตรควบคุมย่อยๆ และสอดคล้องกับสมการครอบคลุมอันได้แก่ สมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัม ซึ่งอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ จากนั้นเริ่มต้นด้วยการดิสครีไทซ์สมการครอบคลุมให้อยู่ในรูปสมการพีชคณิตร่วมกันกับการใช้ Numerical scheme ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นตรงรอยต่อระหว่างปริมาตรที่แบ่งไว้และปริมาตรที่อยู่ใกล้เคียง จากนั้นจึงจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบของสมการพีชคณิตเพื่อความสะดวกในการแก้ระบบสมการ ในที่นี้เลือกใช้วิธี Tri-diagonal Matrix

Algorithm (TDMA) เพื่อหาผลเฉลย แล้วเข้าสู่กระบวนการคำนวณซ้ำจนได้ผลลัพธ์ที่ลู่เข้าของระบบสมการที่ได้มาร่วมกันกับการใช้กระบวนการแก้ปัญหา SIMPLE algorithm เพื่อให้ค่าความเร็วและความดันมีความสอดคล้องกันตามสมการความต่อเนื่อง

วิธีการข้างต้นนำมาสู่กระบวนการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้แก้ปัญหาการไหลของเจ็ตในกระแสขวาง ซึ่งทำการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์กับปัญหาอย่างง่ายที่มีผลลัพธ์ที่แน่นอนและใกล้เคียงกับปัญหาที่สนใจ การทดสอบความถูกต้องนี้ช่วยให้มั่นใจได้ว่าโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นสามารถใช้แก้ปัญหาได้จริงก่อนที่จะประยุกต์ใช้ต่อไป วิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกปรับเทียบความถูกต้องของโปรแกรมกับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนในท่อตรง การไหลผ่าน Backward facing step และ การไหลแบบเจ็ตในกระแสตาม ซึ่งได้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี โดยแบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ สามารถทำนายผลบริเวณใกล้ผนังกับการไหลแบบแยกตัวได้ใกล้เคียงกับการทดลอง ในขณะที่การทำนายผลการไหลที่ระยะห่างจากผนังนั้นแบบจำลองทั้งสองให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน

บทที่ 5 ได้แสดงการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นไปวิเคราะห์การแก้ปัญหาเจ็ตในกระแสขวางแบบสองมิติ โดยมีพารามิเตอร์ที่ให้ความสนใจคือ ค่าอัตราส่วนความเร็ว ซึ่งได้วิเคราะห์จากค่าอัตราส่วนความเร็วในช่วง $R<1$ และ $R>1$ ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังต่อไปนี้

1. ค่าอัตราส่วนความเร็ว $R<1$ แสดงให้เห็นถึงอิทธิพลของกระแสขวางที่มีต่อของไหลเจ็ต การไหลวนที่เกิดขึ้นทางด้านหลังของเจ็ตจะเกิดขึ้นใกล้ๆ กับผนังด้านล่าง ความยาวหรือขนาดการไหลวนจะเพิ่มขึ้นตามค่า R ที่มากขึ้น โดยปริมาณสเกลาร์ (ในที่นี้คือ ความเข้มข้นโดยมวล) ที่มีค่าสูงจะสามารถเคลื่อนที่ไปได้ไกลขึ้นตามค่า R ที่เพิ่มขึ้นนี้ด้วย
2. ค่าอัตราส่วนความเร็ว $R>1$ แสดงให้เห็นถึงอิทธิพลของเจ็ตที่มีต่อกระแสขวาง เพื่อลดอิทธิพลของเงื่อนไขขอบที่มีต่อกระแสเจ็ต จึงต้องกำหนดระยะขอบเขตการไหลก่อนถึงทางออกของเจ็ตให้มีขนาดมากกว่ากรณี $R<1$ เพราะเจ็ตที่พุ่งออกมาจะรบกวนเงื่อนไขทางเข้าของกระแสขวางแล้วส่งผลต่อผลลัพธ์ที่ได้ ส่วนการไหลวนทางด้านหลังเจ็ตมีบริเวณกว้างขึ้นอย่างเห็นได้ชัดทั้งระยะและความสูง ซึ่งขนาดการไหลวนแปรผันตามค่า R ที่เพิ่มขึ้น โดยมีรัศมีของวิถีการเคลื่อนที่เพิ่มขึ้นตามค่า R ที่เพิ่มขึ้นนี้ด้วย ในทางตรงกันข้ามปริมาณสเกลาร์จะมีการกระจายเป็นวงกว้างตามลักษณะการไหล แต่ปริมาณสเกลาร์ที่มีค่าสูงยังคงอยู่ใกล้ๆ กับปากทางออกของเจ็ตเท่านั้น

3. เมื่อเปรียบเทียบการไหลของเจ็ตในกระแสขวางแบบสองมิติกับเจ็ตในสามมิติ หรือ Round jet ที่ระนาบสมมาตรของทางออกเจ็ตนั้น แม้จะทราบว่าการไหลทั้งสองแบบเป็นคนละปัญหากัน ก็ไม่ได้หมายความว่าคุณลักษณะทุกประการจะต่างกันโดยสิ้นเชิง บางคุณลักษณะก็มีความคล้ายกันอย่างเช่น วิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตและเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ โดยเจ็ตแบบสองมิติจะให้รัศมีของเส้นวิถีการเคลื่อนที่สูงกว่า โดยมีเส้นศูนย์กลางการเคลื่อนที่ของปริมาณสเกลาร์ที่มีรัศมีต่ำกว่าวิถีการเคลื่อนที่เล็กน้อย อย่างไรก็ดีทิศทางและแนวโน้มของวิถีการเคลื่อนที่ค่อนข้างเหมือนกันทั้งในสองและสามมิติ อีกทั้งการเหนี่ยวนำการผสม เข้าหาเจ็ตซึ่งเกิดขึ้นทั้งด้านหน้าและด้านหลังทางออกเจ็ตก็แสดงให้เห็นได้ในสองมิติ ในขณะที่การเปรียบเทียบยังแสดงให้เห็นอิทธิพลอื่นที่มีผลต่อความแตกต่าง ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากในการวิเคราะห์การไหลวน โดยเจ็ตในสองมิติจะเกิดการไหลวนบริเวณด้านหลังเจ็ตเพียงอย่างเดียวตลอดความยาวของช่องทางออก ในขณะที่เจ็ตสามมิติจะเกิดการไหลวนรอบๆ ขอบทางออกของเจ็ตแต่ไม่พบการไหลวนที่ด้านหลังทางออกของเจ็ต
4. สำหรับความสามารถของแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้นั้น ถึงแม้ว่าในการวิเคราะห์การไหลแบบเจ็ตในกระแสขวางจะให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน แต่แบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ จะสามารถทำนายผลในบริเวณใกล้ผนังได้ดีกว่าแบบจำลองความปั่นป่วน Standard $k-\varepsilon$ ดังจะเห็นได้จากผลการทำนายระยะ Reattachment ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่า อย่างไรก็ตาม การเลือกใช้แบบจำลองจะขึ้นอยู่กับเรื่องที่สนใจ เช่น หากสนใจวิถีการเคลื่อนที่ของเจ็ตหรือปริมาณสเกลาร์ การเลือกใช้แบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ ซึ่งง่ายต่อการใช้ก็จะมีความสะดวกกว่า ในอีกด้านหนึ่งหากสนใจการเปลี่ยนแปลงบริเวณใกล้กับผนังรอบๆ ทางออกของเจ็ต หรือระยะ Reattachment รวมทั้งขนาดการไหลวน การเลือกใช้แบบจำลอง Low-Re $k-\varepsilon$ ก็เป็นตัวเลือกที่น่าสนใจกว่า

6.2 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมาสามารถวิเคราะห์ปัญหาการไหลของเจ็ตในกระแสขวางแบบสองมิติได้ผลดีเป็นที่น่าพอใจ อย่างไรก็ตามการพัฒนาเพื่อให้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สามารถใช้งานได้หลากหลายขึ้นก็มีความน่าสนใจเช่นกัน โดยอาจจะพัฒนาโปรแกรมต่อไปได้ดังนี้

1. ทดลองใช้แบบจำลองความปั่นป่วนวิเคราะห์ปัญหาในพิกัดอื่นๆ นอกจากพิกัดคาร์ทีเซียน เช่น พิกัด *n-s* ที่เคลื่อนที่ไปตามเส้นทางการไหลของเจ็ต ทำให้ช่วยในการหา

พารามิเตอร์ต่างๆ ได้สอดคล้องกับเจ็ตมากกว่าเดิม ซึ่งมีหลายการทดลองที่ได้วัดค่าต่างๆ ในพิกัดนี้

2. เลือกใช้แบบจำลองความปั่นป่วนอื่นๆ หรือสมการที่เกี่ยวกับ Quasi-2D เพื่อให้สามารถนำผลจากการไหลในสามมิติมาเป็นพารามิเตอร์หนึ่งสำหรับวิเคราะห์ในสองมิติ ซึ่งจะช่วยลดปริมาณการคำนวณและยังคงทำนายอิทธิพลจากการไหลในสามมิติโดยได้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำยิ่งขึ้น

รายการอ้างอิง

Andreopoulos, J., and Rodi, W. Experimental investigation of jets in a crossflow. Journal of Fluid Mechanics 138 (1984): 93-127.

Baldwin, B.S. and Lomax, H. Thin layer Approximation and algebraic model for separated turbulent flows. AIAA Paper 78-257 (1978): 1-8.

Carter, H. H. A Preliminary report on the characteristics of a heated jet discharged horizontally into a transverse current, part1-constant depth. Technical Report No. 61, Chesapeake Bay Inst., Johns Hopkins University, Baltimore, MD,1969.

Chang, K.C., Hsieh, W. D., and Chen, C. S. A modified low-Reynolds-number turbulence model applicable to recirculating flow in pipe expansion. Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering 117 (1995): 417-423.

Chien, K.Y. Predictions of channel and boundary layer flows with low-Reynolds-number two-equation model of turbulence. AIAA Journal. 20 (1982): 33-38

Davidson, M.J., and Pun, K.L. Weakly advected jets in cross flow. Journal of Hydraulic Engineering ASCE 125(1) (1999): 47-58.

Davidson, M.J., and Wang, H. J. Strongly advected jet in a coflow. Journal of Hydraulic Engineering ASCE (2002): 742-752.

Demuren, A.O. Modeling turbulent jets in crossflow. in N.P. Cheremisinoff (ed.). Encyclopedia of Fluid Mechanics chap. 17 vol. 2. Houston TX: Gulf Publishing Company, 1986.

Flacks, R., Dullenkopf, K., and Scherer, V. Constituency measurements in the mixing region of a cross flow jet using a laser velocimeter. Experiments in Fluids 17 (1994): 198-204.

Girshovich, T.A. Theoretical and experimental study of a plane turbulent jet in a cross-flow. Izv, AN SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza 1(5) (1966): 121-126.

Huang, J.F., Davidson, M.J., and Nokes, R.I. Two-dimensional and line jets in a weak cross-flow. Journal of Hydraulic Research 43 (2005) : 390-398.

Jones, W.P., and Wille, M. Large-eddy simulation of a plane jet in a cross-flow. Journal of Heat and Fluid Flow 17 (1996): 296-306.

Kalita, K., Dewan, A., and Dass, A.K. Prediction of turbulent plane jet in crossflow. Numerical Heat Transfer Part A 41 (2002): 101-111.

Kasagi, N. and Matsunaga, A. Turbulence measurement in a separated and reattaching flow over a backward-facing step with the aid of three-dimensional particle tracking velocimetry. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamiccs 46 & 47 (1993): 821-829.

Kulmala, I., Hynynen, P., Welling, I., and Saamanen, A. Local ventilation solution for large, warm emission sources. Annals of Occupational Hygiene 51 (2007): 35-43.

Lam, C.K.G., and Bremhorst, K.A. A modified form of the k-ε model for predicting wall turbulence. ASME Journal of Fluids Engineering 103 (1981): 456-460.

Laufer, J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. NACA Report 1174 (1954).

Launder, B.E., and Spalding, D.B. The numerical prediction of turbulent flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3 (1974): 269-289.

Mansour, N.N., Kim, J. and Moin, P. Reynolds stress and dissipation rate budgets in turbulent channel flow. Journal of Fluid Mechanics 194 (1988): 15-44.

McGuirk, J.J., and Rodi, W. A depth-averaged mathematical model for the near field of side discharges into open-channel flow. Journal of Fluid Mechanics 86 (1978): 761-781.

Mi, J., Nathan, G.J., and Nobes, D.S. Mixing Characteristics of axisymmetric free jets from a contoured nozzle, an orifice plate and a pipe. ASME Journal of Fluids Engineering 123 (2001b): 878-883.

Mikhail, R., Chu, V.H., and Savage, S.B. The reattachment of a two-dimensional turbulent jet in a confined cross flow. Proceedings of 16th IAHR Congress, Sao Paulo, Brazil (1975): 414-419.

Myong, H.K., and Kasagi, N. A new approach to improved k-ε turbulence model for wall-bounded shear flows. JSME International Journal Series II 33 (1990): 63-72.

Nagano, Y., and Tagawa, M. An improved k-ε model for boundary layer flows. ASME Journal of Fluids Engineering 112 (1990): 33-39.

O'Malley, K. Theoretical aspects of film cooling. Doctoral dissertation, University of Oxford, 1984.

Patankar, S. V., Basu D. K., and Alpay S. A. Prediction of three-dimensional velocity field of a deflected turbulent jet. ASME Journal of Fluids Engineering 99 (1977) : 758-762.

Patankar, S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. New York: Hemisphere, 1980.

Pelfrey, J.R.R., and Liburdy, J.A. Effect of curvature on the turbulence of two-dimensional jet. Experiments in Fluids 4 (1986): 143-149.

Ramaprian, B.R., and Haniu, H. Turbulence measurements in plume jets and plumes in cross flow. Technical Report No.266. IIHR. University of Iowa, Iowa City, IA, 1983.

Ramaprian, B.R., and Haniu, H. Studies on two-dimensional curved nonbuoyant jets in cross flow. ASME Journal of Fluids Engineering 111 (1989): 130-138.

Sarkar, S., and Bose, T.K. Comparison of different turbulence models for prediction of slot-film cooling, flow and temperature field. Numerical Heat Transfer Part B 28 (1995): 217-238.

Su, L.K., and Mungal, M.G. Simultaneous measurements of scalar and velocity field evolution in turbulent crossflowing jets. Journal of Fluid Mechanics 513 (2004): 1-45.

Tominaga, Y., and Stathopoulos, T. Turbulent Schmidt numbers for CFD analysis with various types of flowfield. Atmospheric Environment 41 (2007): 8091-8099.

Versteeg, H.K., and Malalasekera, W. An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method. 2nd ed. London: Pearson Education, 2007.

Wilcox, D.C. Turbulence modeling for CFD. California : DCW Industries Inc., 1993.

Xu, G., and Antonia, R.A. The effect of different initial conditions on turbulent round jet. Experiments in Fluids 33 (2002): 677-683.

Zhang, Q., and Johari, H. Effects of acceleration on turbulent jets. Physics of Fluids 8 (1996): 2185-2195.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายรุ่งโรจน์ วัฒน์จิรานนท์ เกิดเมื่อวันที่ 17 เดือนตุลาคม พุทธศักราช 2521 จังหวัดตรัง สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ เมื่อปีการศึกษา 2543 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2550