หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

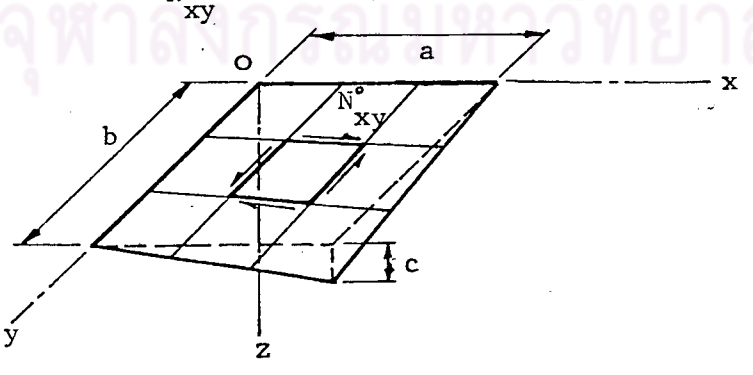
บทที่ 1

บทนำ

1. ความเป็นมาของปัญหา

สถาปัตยกรรมทางด้านหลังคาเปลือกโลก ใช้ประโยชน์สำหรับครอบคลุมพื้นที่กว้าง ๆ ได้โดยไม่ต้องมีเสารองรับอยู่ในระหว่างพื้นที่ และยังให้ความสวยงามแก่สิ่งก่อสร้างเป็นอย่างมาก จึงเป็นที่นิยมใช้ในงานก่อสร้างต่าง ๆ เพิ่มขึ้นทุกวัน หลังคาเปลือกบางรูปไฮเปอร์โบลิคพาราโบลอยด์ หรือที่เรียกสั้น ๆ ว่ารูปไฮปาร์ (hypar) เป็นชนิดของเปลือกบางชนิดหนึ่งที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ทั้งนี้เพราะสามารถสร้างได้ง่ายกว่าเปลือกบางชนิดอื่น ๆ และสามารถนำหลาย ๆ ชิ้นมาต่อกันขึ้นจนเป็นรูปที่สวยงาม พิสดารออกไปอีกหลายแบบ เนื่องจากความยากในการวิเคราะห์หาความเค้นดัดที่เกิดขึ้นภายในเปลือกบางรูปไฮปาร์ ดังนั้นผู้ออกแบบส่วนมากจึงใช้แต่เพียงทฤษฎีเมมเบรน (membrane theory) ในการประมาณค่าความเค้นเท่านั้น ในกรณีที่เปลือกบางมีขนาดใหญ่มากและก่อให้เกิดความไม่มั่นใจเกี่ยวกับขนาดของความเค้นที่ได้จากทฤษฎีเมมเบรน ก็จะมีการทำแบบจำลองขึ้นมาทดสอบอีกทีหนึ่ง จากทฤษฎีเมมเบรนพบว่าเปลือกบางรูปไฮปาร์ซึ่งรับแรงในแนวดิ่งที่กระจายออกไปอย่างสม่ำเสมอต่อพื้นที่ภาพฉาย จะมีความเค้นเฉือนเกิดขึ้นแต่เพียงอย่างเดียว ดังเช่นที่แสดงอยู่ในรูปที่ 1 ซึ่งมีขนาด

$$N^{o}_{xy} = -qab/2c$$



รูป 1 ลักษณะของเปลือกบางแบบดั้นรูปไฮปาร์

ความเค้นเฉือนนี้ทำให้เกิดแรงกดขึ้นในแนวทะแยงมุม และอาจจะมีผลให้เปลือกบางรูปไฮปาร์เกิดการโก่งงอได้ ดังนั้นในการออกแบบเปลือกบางรูปไฮปาร์นี้นอกจากจะต้องประมาณความเค้นที่เกิดขึ้นแล้ว ยังจะต้องตรวจสอบดูแรงวิกฤติที่จะทำให้เกิดการโก่งงอขึ้นอีกด้วย

2. การสำรวจผลงานวิจัยในอดีต

ผลงานทางด้านการวิเคราะห์หาแรงวิกฤติสำหรับเปลือกบางรูปไฮปาร์ภายใต้แรงในแนวดิ่งนี้มีน้อยมาก ไรสเนอร์ (Reissner)[11] เป็นคนแรกที่ได้ทำการวิเคราะห์หาแรงวิกฤติของเปลือกบางรูปไฮปาร์ ซึ่งมีการรองรับแบบธรรมดาที่ขอบ (simply supported) ซึ่งได้ผลว่า

$$q_{cr1} = \frac{2}{\sqrt{3}} E\left(\frac{c}{a}\right)^2 \left(\frac{h}{b}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \nu^2}} \qquad (1.1)$$

และมีความยาวของคลื่นของการโก่งงอเท่ากับ

$$\ell_\eta = \frac{\pi}{2\sqrt[4]{3(1 - \nu^2)}} \sqrt{\frac{abh}{c}} \qquad (1.2)$$

และคลื่นนี้จะเกิดเป็นรอยย่นขึ้นในแนวเส้นทะแยงมุมของแรงกด (compression diagonal) ต่อมาดายาราทนามและเกิสเติล (Dayaratnam and Gerstle)[8] ได้ใช้ทฤษฎีพลังงาน (energy method) ในการวิเคราะห์ปัญหาเดียวกันนี้ โดยคิดให้มีคานยึดติดอยู่กับขอบของเปลือกบางด้วย เขาได้เสนอผลของการคำนวณสำหรับเปลือกบางรูปไฮปาร์บนแปลนสี่เหลี่ยมจัตุรัสไว้ดังนี้

$$q_{cr} = 2E\left(\frac{c}{a}\right)^2 \left(\frac{h}{a}\right)^2 \sqrt{\frac{2}{3}\left(1 + \frac{2EI}{Da}\right)} \qquad (1.3)$$

โดยที่ EI เป็นเฟลคเจอรัลสติฟเนส (flexural stiffness) ของคานที่รองรับอยู่

ถ้าไม่คิดว่ามีคานรองรับอยู่ที่ขอบแล้ว สมการ (1.3) จะลดรูปเหลือ

$$q_{cr2} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} E\left(\frac{c}{a}\right)^2 \left(\frac{h}{a}\right)^2 \qquad (1.4)$$

เมื่อทำการเปรียบเทียบแรงวิกฤติของไฮปาร์บนแปลนสี่เหลี่ยมจัตุรัสในสมการ (1.1) และ (1.4) แล้วจะได้ว่า

$$q_{cr2}/q_{cr1} = \sqrt{2(1 - \nu^2)} \qquad (1.5)$$

ซึ่งถ้าค่า $\nu = 0.3$ แล้วจะเห็นว่าผลการคำนวณแตกต่างกันถึง 1.35 เท่า ทำให้ผู้ออกแบบไม่แน่ใจว่าควรจะยึดถือค่าใดเป็นหลักในการประมาณแรงวิกฤติ

สำหรับงานทางด้านการทดลองก็มีของนิลสัน (Nilson)[1] เบอร์เตโรกับจอนซอย (Bertero and John Choi)[2] ยูกับเคริสซ์ (Yu and Kriz)[3] และลีท (Leet)[6] แต่ผลของการทดลองซึ่งพอจะเปรียบเทียบกับทฤษฎีได้ก็คือผลการทดลองของลีท เขาได้พบว่าแรงวิกฤติของเปลือกบางรูปไฮปาร์ซึ่งทำขึ้นอย่างดีที่สุดได้เพียง 71% ของค่าที่ได้จากสมการ (1.1) เท่านั้น ดังนั้นเขาจึงทำการทดลองหาความไวต่อความไม่สมบูรณ์ (imperfection sensitivity) ของเปลือกบางชนิดนี้ว่าจะมีผลต่อแรงวิกฤติอย่างไรบ้าง และเขาได้สรุปว่า เปลือกบางรูปไฮปาร์มีความไวต่อความไม่สมบูรณ์มากพอสมควร

เนื่องจากว่าเกิดความแตกต่างระหว่างผลทางทฤษฎีกับการทดลองดังกล่าวมาแล้ว จึงมีความจำเป็นที่จะต้องทำการวิเคราะห์ทางทฤษฎีโดยวิธีใหม่เพิ่มเติมอีก เพื่อให้สามารถประมาณค่าของแรงวิกฤติได้

3. ปัญหาสำหรับการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการพยายามที่จะทำนายแรงวิกฤติของเปลือกบางรูปไฮปาร์ ซึ่งตั้งอยู่บนแปลนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และรับแรงในแนวดิ่งที่กระจายออกไปอย่างสม่ำเสมอต่อพื้นที่ภาพฉาย โดยขอบได้รับการรองรับแบบธรรมดา การวิเคราะห์ปัญหาทำได้โดยการหาสมการดิฟเฟอร์เรนเชียลที่แสดงถึงการโก่งงอของเปลือกบางชนิดนี้ สมการดิฟเฟอร์เรนเชียลนี้แก้ได้โดยการใช้อนุกรมฟู - เรียร์ทวีคูณ (double Fourier Series) ซึ่งสอดคล้องกับสภาพของขอบของเปลือกบางทั้งหมด และวิธีของกาเลอกิน (Galerkin's) ดังนั้นผลที่ได้จึงควรจะเป็นคำตอบที่แน่นอนเมื่อใช้เทอมในอนุกรมฟูเรียร์ทวีคูณจำนวนมากพอ ผลของการคำนวณแสดงเป็นกราฟอยู่ในรูปของเทอมไร้มิติ โดยมีอัตราส่วน a/b จาก 0.2 ถึง 1.0 และ c/h มีค่าถึง 100 ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการประมาณค่าของแรงวิกฤติสำหรับผู้ออกแบบต่อไป