

การโกร่งงอของเปลือกบางแบบตื้นรูปไข่ปาร์



นายณัฐ จุยฉัย

004082

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2524

工158237A

BUCKLING OF SHALLOW HYPAR SHELL

Mr. Thanu Chouychai

A thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Mechanical Engineering

Graduate School

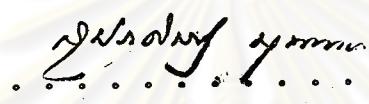
Chulalongkorn University

1981

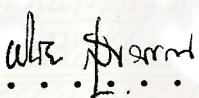
หัวข้อวิทยานิพนธ์	การโก่งงอของเปลือกบางแบบตื้นรูปไฮเปิร์
โดย	นายณู ฉัยฉาย
ภาควิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ. ดร. วิธีช์ อึ้งภากรณ์

---

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

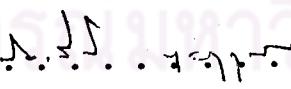
  
..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุประดิษฐ์ บุนนาค)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. พินัย สุวรรณ)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. วิธีช์ อึ้งภากรณ์)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. อิทธิพล ปานงาม)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กornekrat Achayarak)

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การโก่งงอของเปลือกบางแบบตื้นรูปไปร์

ชื่อ

นายอนุ ฉุยฉาย

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ. ดร. วิธีชัย อึ้งภากรณ์

ภาควิชา

วิศวกรรมเครื่องกล

ปีการศึกษา

2523



บพศดยอ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้แสดงถึงวิธีการหาแรงวิกฤติที่จะทำให้เกิดการโก่งงอของเปลือก-  
บางแบบตื้นรูปไปร์ ที่ตั้งอยู่บนแพลนส์เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีค่าทั้งสองยาวย a และ b ถูกกระทำ  
ด้วยแรงที่กระเจ้ายอกไปอย่างสม่ำเสมอต่อพื้นที่ภาพฉาย และมีสภาพการรองรับแบบธรรมดा (rein-  
ply support) วิธีการวิเคราะห์ทำโดยการหาสมการของการโก่งงอให้อยู่ในรูปของตีเฟลคชั่นและ  
สมมติฟังก์ชันของตีเฟลคชั่นให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียทวีคูณ ที่สอดคล้องกับสภาพของขอบ ของ-  
เปลือกบางทั้งหมดแล้วทำการแก้สมการโดยใช้วิธีของกาเลอгин

ผลของการคำนวณแสดงเป็นกราฟอยู่ในเทอมไร้มิติ โดยมีอัตราส่วน a/b จาก 0.2  
ถึง 1.0 และ c/h มีค่าถึง 100 ผลทางทฤษฎีมีความสอดคล้องกับผลทางทฤษฎีที่มีอยู่แล้วตี แต่ผลที่  
ได้มีความแตกต่างกับค่าทางการทดลองมากซึ่งสรุปได้ว่า เปลือกบางชนิดนี้มีความไวต่อความไม่สมบูรณ์  
ตามที่ สท.<sup>๖</sup>ได้บอกเอาไว้

ฐานยิ่งใหญ่ทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Thesis Title                    Buckling of Shallow Hypar Shell  
Name                            Mr. Thanu Chouychai  
Thesis Advisor                 Associate Professor Variddhi Ungbhakorn, Ph.D  
Department                    Mechanical Engineering  
Academic Year                1980

#### ABSTRACT

A method for the determination of the buckling load of the simply supported shallow hypar shell on rectangular plans of sides  $a$  and  $b$  subject to uniformly distributed load per projected area is presented. The buckling load is solved by assuming a deflection function in term of double Fourier series which satisfies all boundary conditions exactly. The Galerkin's method was employed in solving the differential equation.

The results are presented in term of non-dimensional quantities with the ratios of sides from 0.2 to 1.0 and rise to thickness up to 100. Comparison with other theoretical results shows good agreement but the results differ from the experimental results<sup>6</sup> substantially. This indicates that the hypar shell is imperfection sensitive as concluded by Leet<sup>6</sup>.



กิติกรรมประภาค

ผู้เขียนขอขอบพระคุณอาจารย์วาริทธิ์ อึ้งภากรณ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและให้การสนับสนุนอย่างดียิ่งแก่ผู้เขียนตลอดมาจนทำให้วิทยานิพนธ์แบบนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และคณาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมลั่งสอนผู้เขียนมาตั้งแต่ต้นจนกระหึ่มทำให้ผู้เขียนได้มีโอกาสเขียนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณ คุณสมพล แสงชลิน ที่ให้ความช่วยเหลือทางด้านเทพคอมพิวเตอร์ และคุณศรีสมร พนาศิลป์ ที่ช่วยตรวจสอบ, คณาจารย์และเจ้าหน้าที่สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าฯ วิทยาเขตพระนครเนื่อง และคณาจารย์คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้สนับสนุนและให้กำลังใจแก่ผู้เขียนด้วยดีตลอดมา

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย .....	๗
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	๘
กิจกรรมประจำ .....	๙
รายการภาพประกอบ .....	๑๐
รายการลัญญาลักษณ์ .....	๑๔



บทที่

1. บทนำ .....	1
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	4
3. การแก้ปัญหา .....	11
4. ผลการวิเคราะห์ .....	14
5. การอภิปรายผลการวิจัย .....	19
6. ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ .....	21
เอกสารอ้างอิง .....	23
ภาคผนวก .....	25
ประวัติการศึกษา .....	53

## รายการภาพประกอบ

ภาพที่	หน้า
1. สักขีพะของเปลือกบางแบบตื้นรูปไข่ปาร์ .....	1
2. แรงบนเอลลิ เม้นทของเปลือกบางในระนาบ $xz$ .....	5
3. แรงบนเอลลิ เม้นทของเปลือกบางในระนาบ $yz$ .....	6
4. แรงบนเอลลิ เม้นทของเปลือกบางในระนาบ $xy$ .....	7
5. การรองรับแบบธรรมชาติของเปลือกบาง .....	11
6. ผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณกับผลของทีโนเม เชนโกและเซาท์เวล และสแกน ของแผ่นแบบรองรับแบบธรรมชาติ .....	14
7. ผลการเปรียบเทียบทางทฤษฎี .....	15
8. ผลการเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการคำนวณกับผลจากการทดลองของสีท .....	16
9. แรงวิกฤติของเปลือกบางไข่ปาร์ .....	17
10. แรงวิกฤติของเปลือกบางไข่ปาร์ .....	18
11. แสดงหลังคาเปลือกบางที่คำนวณ .....	30

**ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**

### รายการสัญลักษณ์

- a ... ความยาวของเปลือกบางในแกน x
- b ... ความกว้างของเปลือกบางในแกน y
- c ... ส่วนที่โง่งขึ้นหรือลงของเปลือกบาง
- D ...  $\frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$  เพล็คซูรัลริกิตี้ (Flexural Rigidity)
- E ... โมดูลัสของความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity)
- $F_z$  ... ผลรวมของแรงในแนวตั้ง
- G ... โมดูลัสของการเฉือน (Shear Modulus)
- h ... ความหนาของเปลือกบาง
- i, j . ตัวตัวนี้แสดงการรวม
- k ...  $z_{xy}$ , ตัวตัวนี้แสดงการรวม
- K ...  $Eh(1 - \nu^2)$
- m, n . ตัวตัวนี้แสดงการรวม
- M ... สเตรลส์บเปิล
- N ... สเตรลรีชลแแตนท์
- q ... แรงในแนวตั้ง
- $q_{cr}$  . แรงวิกฤติ
- $q^*$  .. ตัวไวร์มิติของแรงวิกฤติ (buckling parameter)
- Q ... เชียร์ลสเตรลรีชลแแตนท์
- u ... ติลเพลซ เมนท์ในแกน x
- v ... ติลเพลซ เมนท์ในแกน y
- w ... ติลเพลซ เมนท์ในแกน z, ดีเพล็คซ์น
- x ... ระบบแกน

$y \dots$  ระบบแกน

$z \dots$  ระบบแกน

$$\alpha \dots \gamma a^4 = 48(1 - v^2) \left(\frac{c}{h}\right)^2 \beta^2$$

$$\beta \dots a/b$$

$$\gamma \dots \frac{4k^2 Eh}{D} \quad \text{พารามิเตอร์ของเปลือกบาง (shell parameter)}$$

$\delta \dots$  พงกชั้นของค่าผิดพลาด

$\epsilon \dots$  ความเครียด

$$\lambda_m \dots m\pi/a$$

$$\lambda_n \dots n\pi/b$$

$$\lambda_i \dots i\pi/a$$

$$\lambda_j \dots j\pi/b$$

$v \dots$  ปานของเรโซ (Poisson's ratio)

$\phi \dots$  พงกชั้นใด ๆ

$$( \cdot ), x. \quad \partial(\cdot)/\partial x$$

$$( \cdot ), y. \quad \partial(\cdot)/\partial y$$

$$\nabla^2(\cdot). \quad (\cdot),_{xx} + (\cdot),_{yy}$$

$$\nabla^4(\cdot). \quad \nabla^2 \nabla^2(\cdot)$$

$$\nabla^8(\cdot). \quad \nabla^4 \nabla^4(\cdot)$$