

บรรณานุกรม



หนังสือ

ชวาล แพร์ตกุล. เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช, 2508.

ประคอง กรวรรณสุต. สถิติศาสตร์ประยุกต์สำหรับครู. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพมหานคร: ไทโยวัฒนาพานิช, 2522.

พนัส หันนาคินทร์. "วิธีสอนคณิตศาสตร์ ตำราครูมัธยมของครูสภา". กรุงเทพมหานคร: องค์การคำครูสภา, 2505.

ภิญโญ สาธร. การฝึกฝนความอดทนที่รอกคนแก่. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์เบญจมิตร, 2522.

ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: กรุงเทพมหานครพิมพ์, 2519.

สงวน สุทธิเลิศอรุณ และคณะ. จิตวิทยาสังคม. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชัยศิริ, 2522.

สุโท เจริญสุข. จิตวิทยาการศึกษาฉบับมูลฐานสำหรับครู. พระนคร: สำนักพิมพ์แพรวพิทยา, 2515.

สุรัช ขวัญเมือง. วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: กรมการฝึกหัดครู, 2522.

โสภณ บำรุงสงฆ์และคณะ. เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: ไทโยวัฒนาพานิช, 2520.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สาม เล่มสอง. กรุงเทพมหานคร: ครูสภา, 2524.

\_\_\_\_. แบบเรียนคณิตศาสตร์ เล่มสามชั้นมัธยมศึกษาปีที่สาม. กรุงเทพมหานคร: ครูสภา, 2524

\_\_\_\_. สัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสังคม. พระนคร: โรงพิมพ์ครูสภา, 2521.

บทความ

กิตติวดี บุญเชื้อ. "บทบาทของการบ้านต่อการเรียน." วิทยาสาร 21 (มกราคม 2513): 10.

ก่อ สวัสดิพิพานิชย์. "คำบรรยายเรื่องข้อคิดเรื่องการศึกษา." วารสารกรมวิสามัญศึกษา 8 (สิงหาคม 2514): 19-24.

ประนิน มหาจันทร์. "การให้การบ้าน." ประชาศึกษา 6 (มกราคม 2521): 327.

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา. "การบ้านในทรรศนะของผู้ปกครอง." ศูนย์ศึกษา 12 (มีนาคม 2508): 42-48.

ละเมียด ลิมอักษร. "การบ้าน." ศูนย์ศึกษา 12 (พฤศจิกายน 2508): 59-63.

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์. "คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน." ศรีนครินทร์สาร 2 (ตุลาคม 2518-มกราคม 2519): 16.

สุรัตน์ ศิลปอนันต์. "การบ้าน" มิตรครู 16 (พฤษภาคม 2517): 22.

## เอกสารอื่นๆ

- จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. คณะครุศาสตร์. "การสัมมนาของนิสิตปริญญาครุศาสตร์ เรื่อง การปรับปรุงการเรียนการสอนในชั้นเรียน." พระนคร คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2503 ( อักสำเนา)
- ขจรสุภา เหล็กเพชร. "การสร้างแบบสำรวจเจตคติและทัศนคติในการเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.
- วัฒนา หงษ์ภู. "ความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่หก สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัด ฉะเชิงเทรา." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.
- นวลศรี เฉลิมรัตน์. "สาเหตุการไม่ทำการบ้านส่งครูของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2507.
- ปรารธนา นาชัยสิทธิ์. "การเปรียบเทียบผลของการให้งานในวิชาคณิตศาสตร์เป็นรายครั้งกับรายย่อคที่มีต่อนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่สี่ โรงเรียนคาราคาม." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.
- พัชรีย์ เอี่ยมทัศน์. "การเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์หน่วย"ร้อยละ" โดยวิธีการชวนการกลุ่มสัมพันธ์และวิธีสอนแบบธรรมชาติ ในชั้นประถมศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.
- ไพฑูริย์ บุญวัฒน์วิบูลย์. "ผลของเวลาและการตรวจแบบฝึกหัดต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภาคเรียนที่ 1 วิชาการศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาวิจัยการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.

ศรีสมร พุ่มสะอาด. "การสร้างแบบสำรวจเจตคติและทัศนคติในการเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย." วิทยานิพนธ์ ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.

สุวรรณี นิมมานพิสุทธิ์. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างการทำแบบฝึกหัด และการทดสอบย่อยหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง." วิทยานิพนธ์ ปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษาบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524.

### Books

Ashworth, A.E The Teaching of Mathematics. London: Hodder and Stoughton, Inc., 1972.

Blair, Glem M. Educational Psychology. New York: The Macmillan Company, 1963.

Bloom, Benjamin Samuel. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1971.

Buffie, Edward G. and others, Mathematics Strategies of Teaching. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1968.

Butler, Charles H. and Wren, Lynwood F. The Teaching of Secondary Mathematics. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.

Charter, W.W Teaching the Common Branches. Boston: Houghton Mifflin Co., 1924.

- Cronbach, Lee J. Essentials of Psychological Testing. New York: Harper and Row, 1970.
- Ebel, Robert L. Measuring Educational Achievement. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1965.
- Garrett, Harry E. Statistics of Psychology and Education. New York: Longmans Co., 1972.
- Garrison, Karl C. Educational Psychology. New York: Meredith Publishing Company, 1964.
- Good, Carter V. Dictionary of Education. 3d ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1973.
- Johnson, Palmer O. Statistical Method in Research. New York: Princeton-Hall Inc., 1949.
- Lindquist, E.F. Educational Measurement. Washington: American Council on Education, 1951.
- Page, Terry G.; Thomas J.B and Marshall, Alan R. International Dictionary of Education. New York: Nichols Publishing Company, 1977.
- Phillips, E. Lakin and Wiener, Daniel N. Discipline Achievement and Mental Health. 2d ed. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, Inc., 1972.
- Schorling Raleigh. The Teaching of Mathematics. Michigan: The Ann Arbor Press, 1936.

Strang, Ruth. Guide Study and Homework. Washington D.C: National Education Association, 1960.

Thondike, Robert L. Measurement and Evaluation in Psychology and Education. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1955.

Willoughby, Stephen S. Contemporary Teaching in Secondary Mathematics. New York: John Wiley & Sons. Inc., 1967.

#### Articles

Austin, Joe Dan. "Do Comment on Mathematics Homework Affect Student Achievement?" School Science and Mathematics 76 (February 1976): 159.

\_\_\_\_\_. "Homework Research in Mathematics." School Science and Mathematics 79 (February 1979): 119-120.

\_\_\_\_\_. and Austin, Kethleen A. "Homework Grading Procedures in Junior High Mathematics Class." School Science and Mathematics 74 (February 1974): 269-272.

Goldstein, Avram. "Does Homework Help?" A Review of Research. The Elementary School Journal 61 (January 1960): 216.

Gray, Roland F. and Allison, Donald E. "An Experimental Study of the Relationship of Homework to Pupil Success in Computation with Fraction." School Science and Mathematics 71 (April 1971): 340.

Reges, Lauries Hart. "Sexual Stereotyping in Mathematics : Beyon Textbooks." Arithmetic Teacher 26 ( April 1979 ):25-26.

Other Materials

Doane, Bradford Sales. "The Effects of Homework and Locus of Control on Arithmetic Skills Achievement in Fourth-Grade Students." Dissertation Abstracts International 33(April, 1973): 5548-A.

Frieson, Charles Donovan. "The Effects of Exploratory and Review Homework Exercises Upon Achievement, Retention and Attitude in a First- Year Algebra Course." Dissertation Abstracts International 36 (April 1976): 6527-A.

Hansen, David Williams. "An Investigation of The Effects of Required Homework on Achievement in College Mathematics." Dissertation Abstracts International 33(December), 1972): 2814-A.

Harris, Virgil William. "Effects of Peer Tutoring, Homework and Consequence Upon the Academic Performance of Elementary School Children." Dissertation Abstracts International 32 (May , 1973 ): 6175-A.

Hayes, Davis Thomas. "Effect of Two Method of Presenting Homework Upon Attitude, Achievement, and Perceptions of Study Habits in a College Mathematics Course." Dissertation Abstracts International 33 (October, 1972): 1538-A.

Pankurst , Babara Elaine."The Relationship between Shorthand Achievement and Two Plans of Homework in Shorthand."

Dissertation Abstracts International 32 ( February 1973):  
4249-A.

Slay , Jack C."The Effects of Two Methods Used to Integrate Homework and Classwork on Attitude and Achievement in College Algebra."Dissertation Abstracts International 33(October 1972): 1334-A.

Urwiller , Stanley La Verne."A Comparative Study of Achievement, Attention, and Attitude toward Mathematics between Students in Using Traditional Homework Assignment in Second Year Algebra."Dissertation Abstracts International 32 (August 1971): 845-A.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

บันทึกการสอน

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โพลีโนเมียล

จุดประสงค์ทั่วไป

1. ให้นักเรียน เข้าใจความหมายของโพลีโนเมียล
2. เป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
2. ยกตัวอย่างโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
3. บอกดีกรีและ ส.ป.ส. ของโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
4. หาคำตอบของสมการโพลีโนเมียลดีกรีสูงได้อย่างถูกต้อง
5. เขียนเซตของคำตอบของสมการโพลีโนเมียลดีกรีสูงได้อย่างถูกต้อง
6. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการของโพลีโนเมียลดีกรีสูงได้อย่างถูกต้อง
7. ใช้พีธีเศษในการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลดีกรีสูงที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มได้อย่างถูกต้อง
8. หาผลหารและ เศษที่เกิดจากการหารโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
9. บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนของโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
10. เขียนเศษส่วนของโพลีโนเมียลให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้อง
11. หาคำตอบและ เขียนเซตของคำตอบของสมการ เศษส่วนของโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง

12. สร้างสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
13. หาคำตอบของสมการที่สร้างได้อย่างถูกต้อง
14. แยกตัวประกอบของพหุนามในเมียดได้อย่างถูกต้อง
15. หา ค.ร.น. ของพหุนามในเมียดที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
16. หาค่าของฟังก์ชันที่จุดใด ๆ ได้อย่างถูกต้อง
17. หาค่าของ ส.ป.ส. ของพหุนามในเมียดโดยใช้ทฤษฎีเศษได้อย่างถูกต้อง

คาบที่ 1 สูตร  $(a + b)^3$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

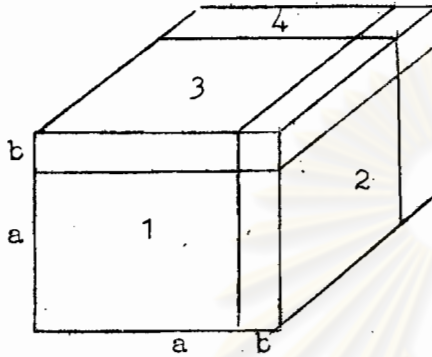
1. แยกตัวประกอบของพหุนามในเมียดดีกรีสองได้ถูกต้อง
2. เขียนพหุนามในเมียดดีกรีสามให้อยู่ในรูป  $(a + b)^3$  ได้ถูกต้อง
3. กระจายพหุนามในเมียดรูป  $(a + b)^3$  ได้ถูกต้อง
4. หาคำตอบและเขียนเซตของคำตอบของสมการพหุนามในเมียดได้ถูกต้อง
5. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 90 %

เนื้อหา  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

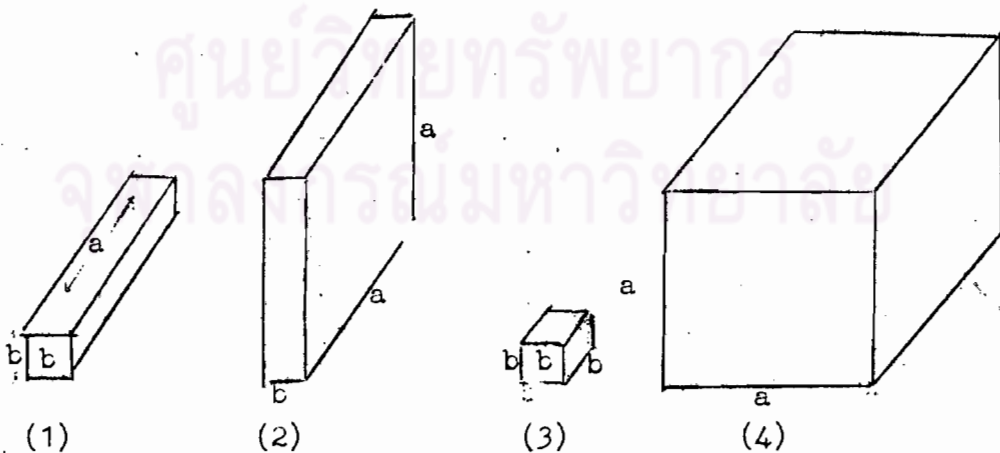
สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบของพหุนามในเมียดดีกรีสอง

2. กลองทำควยพลาสติกใสขนาด  $a + b$  ลูกบาศก์หน่วย ซึ่งสามารถแยกออกเป็นรูปย่อย ๆ ได้



3. แผนภูมิในรูปตารางแสดงผลการหาปริมาตรโดยแยกรูปออกเป็นรูปย่อย
- กิจกรรม 1. ครูทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามเส้นดีกรีสองโดยให้นักเรียนแยกตัวประกอบของ ก.  $3x + 21$  ข.  $x^2 - 9x + 14$   
ค.  $81 - x^2$  ง.  $4x^2 - 11x - 3$
2. ครูเฉลยคำตอบโดยใช้แผนภูมิที่ครูเตรียมมา
3. ครูนำกลองขนาด  $a + b$  หน่วย มาสาธิตการหาปริมาตรโดยการแยกออกเป็นรูปย่อย ๆ



4. ครูแสดงตารางให้นักเรียนออกไปเติมผลของการสาธิต โดยครูปิดคำตอบไว้ แล้วครูเฉลยคำตอบโดยการเปิดกระดาษที่ปิดไว้

ตาราง 1

กล่องที่	กว้าง	ยาว	สูง	ปริมาตร
1	a	a	a	$a^3$
2	b	a	a	$3a^2b$
3	b	a	b	$3ab^2$
4	b	b	b	$b^3$

5. ครูให้นักเรียนสรุปออกมาเป็นสูตรทั่วไปจะได้

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

6. ครูแสดงตัวอย่างการใส่สูตรโดยวิธีตามคอบ

ตัวอย่าง 1 จงแยกตัวประกอบ

ก.  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

ข.  $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$

วิธีทำ ก.  $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x+y)^3$

ข.  $a^3 + 6a^2 + 12a + 8 = a^3 + 3a^2(2) + 3(a)(2)^2 + 2^3$   
 $= (a+2)^3$

ตัวอย่าง 2 จงแก้สมการและเขียนเซตของคำตอบ

$$\text{ก. } x^3 + 6x^2 + 8 + 12x = 0$$

$$\text{ข. } 1 + 3a + a^3 + 3a^2 = 0$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ก. } x^3 + 6x^2 + 8 + 12x &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \\ &= x^3 + 3x^2(2) + 3(x)(2)^2 + 2^3 \\ &= (x+2)^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (x+2)^3 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x+2 = 0$$

$$x = -2$$

$$\text{เซตของคำตอบคือ } -2$$

$$\text{ข. } 1 + 3a + 3a^2 + a^3 = 0$$

$$(1+a)^3 = 0$$

$$1+a = 0$$

$$a = -1$$

$$\text{เซตของคำตอบคือ } -1$$

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้ในห้องเรียน

$$\text{ก. จงแยกตัวประกอบของ } b^3 + 3b^2a + 3ba^2 + a^3$$

$$\text{ข. จงหาคำตอบและเซตของคำตอบของ } b^3 + 3b^2 + 3b + 1 = 0$$

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้เป็นการบ้าน  
แบบฝึกหัด 2.1

7. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1.  $a^3+9a^2+27a+27$

2.  $8+12m+6m^2+m^3$

3.  $1+8r^2+r^3+3r$

4.  $8t^3+bt+1+12t^2$

5.  $36t+27t^3+8+54t^2$

2. จงหาคำตอบของสมการพร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

1.  $s^3+3s^2+8s+1 = 0$

2.  $27y^3+9y+1 = -27y^2$

3.  $8+12x+8x^3+24x^2 = 0$

4.  $64m^3+48m^2+1 = -12m$

3. จงกระจายพหุนามต่อไปนี้

1.  $(2x+1)^3$

2.  $(4a+2)^3$

3.  $(a+2b)^3$



## คาบที่ 2 สูตร $(a-b)^3$

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

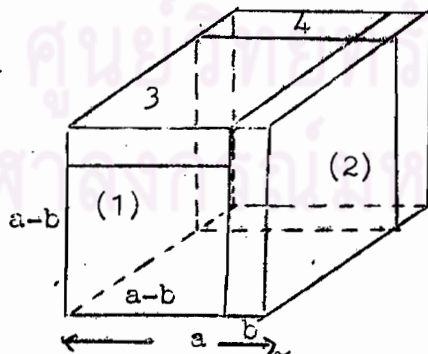
เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. แยกตัวประกอบของโพลิโนเมียลดีกรีสามให้อยู่ในรูป  $(a-b)^3$  ได้ถูกต้อง
2. กระจายโพลิโนเมียล  $(a-b)^3$  ให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ถูกต้อง
3. หาค่าตอบและเขียนเซตของคำตอบของสมการโพลิโนเมียลได้ถูกต้อง
4. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 90 %
5. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 90 %

เนื้อหา  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

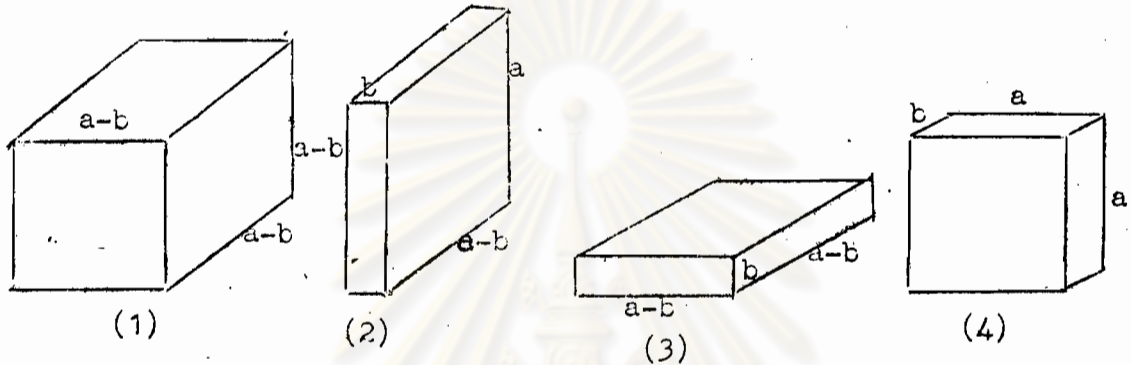
### สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรค่าแสดงการแยกตัวประกอบของโพลิโนเมียลดีกรีสาม ของ
  - ก.  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  ข.  $1 + 3b^2 + 3b + b^3$  ค.  $27 + 54x + 36x^2 + 8x^3$
2. กล่องพลาสติกขนาด  $a$  ลบ.หน่วย ซึ่งสามารถแยกออกเป็น ส่วนย่อยได้ดังรูป



- กิจกรรม 1. ครอบหวนการแยกตัวประกอบของโพลิโนเมียลดีกรีสามโดยการ  
ใช้บัตรคำตอบ

2. ครูสาธิตการหาปริมาตรของกล่องขนาด  $a^3$  ลบ.หน่วย โดยการแยกออกเป็นสี่ส่วนย่อย แล้วให้นักเรียนเติมผลลงในตารางซึ่งปิกค่าตอบที่ถูกต้อง



กล่องที่	กว้าง	ยาว	สูง	ปริมาตร
1	$a-b$	$a-b$	$a-b$	$(a-b)^3$
2	$b$	$a-b$	$a$	$ab(a-b)$
3	$b$	$a-b$	$a-b$	$b(a-b)^2$
4	$b$	$a$	$a$	$a^2b$

3. ให้นักเรียนหาปริมาตรของกล่องที่ 1

จะได้ กล่อง 1 =  $a^3$  - กล่อง 2 - กล่อง 3 - กล่อง 4

$$(a-b)^3 = a^3 - ab(a-b) - b(a-b)^2 - a^2b$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 - b(a^2 - 2ab + b^2) - a^2b$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 - a^2b$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\therefore (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$



4. ให้นักเรียนเขียนสรุปออกมาเป็นสูตรทั่วไปจะได้

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

5. ครูแสดงตัวอย่างการใช้สูตรโดยวิธีตามคอบ เฉพาะข้อ ก ส่วนข้อ ข ให้นักเรียนทำเป็นแบบฝึกหัดในห้องเรียน

ตัวอย่าง 1 จงแยกตัวประกอบของ

ก.  $x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3$

ข.  $8b^3 - 12b^2a + 6ba^2 - a^3$

วิธีทำ

ก.  $x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3 = (x-a)^3$

ข.  $8b^3 - 12b^2a + 6ba^2 - a^3 = (2b)^3 + 3(2b)^2a + 3(2b)a^2 - a^3$   
 $= (2b-a)^3$

ตัวอย่าง 2 จงกระจายพหุนามเมื่อยลต่อไปนี้

ก.  $(4a-1)^3$

ข.  $(2x-3y)^3$

วิธีทำ

ก.  $(4a-1)^3 = (4a)^3 - 3(4a)^2(1) + 3(4a)(1)^2 - 1^3$   
 $= 64a^3 - 48a^2 + 12a - 1$

ข.  $(2x-3y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 - (3y)^3$   
 $= 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

ศูนย์วิจัยและพัฒนา  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่าง 3 จงหาคำตอบและเขียนเซตของคำตอบ

ก.  $(2x-5)^3 = 0$

ข.  $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 0$

วิธีทำ

ก.  $(2x-5)^3 = 0$

$$2x-5 = 0$$

$$2x-5+5 = 0+5 = 5$$

$$\therefore 2x = 5$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

เซตของคำตอบคือ  $2\frac{1}{2}$

ข.  $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = (x-y)^3 = 0$

$$x-y = 0$$

$$\therefore x = y$$

เซตของคำตอบคือ  $\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ และ } x = y\}$

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้เป็นการบ้าน

แบบฝึกหัด 2.2

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1.  $m^3 - 9m^2 + 27m - 27$

2.  $8n^3 - 12n^2 + 6n - 1$

3.  $t^3 - 6t^2 + 12t - 8$

2. จงเขียนพหุนามต่อไปนี้ในรูปการกระจาย

1.  $(2m-4)^3$

2.  $(n-5)^3$

3.  $(2x-3y)^3$

3. จงหาคำตอบและเขียนเซตของคำตอบของสมการต่อไปนี้

$$1. (4m-8)^3 = 0$$

$$2. t^3 - 6t^2 + 12t - 8 = 0$$

$$3. x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0$$

คาบที่ 3 กฎผลบวกของกำลังสาม ( $a^3 + b^3$ )

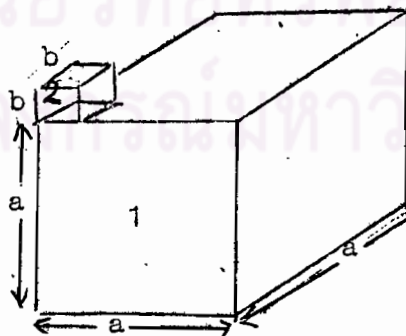
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. แยกตัวประกอบของพหุนามในเมียดที่สามที่อยู่ในรูปผลบวกของกำลังสามได้ถูกต้อง
2. เขียนพหุนามในเมียดให้อยู่ในรูปผลบวกของกำลังสามได้ถูกต้อง
3. ทำแบบฝึกหัดโดยถูกต้อง 90 %
4. ทำการบ้านโดยถูกต้อง 90 %

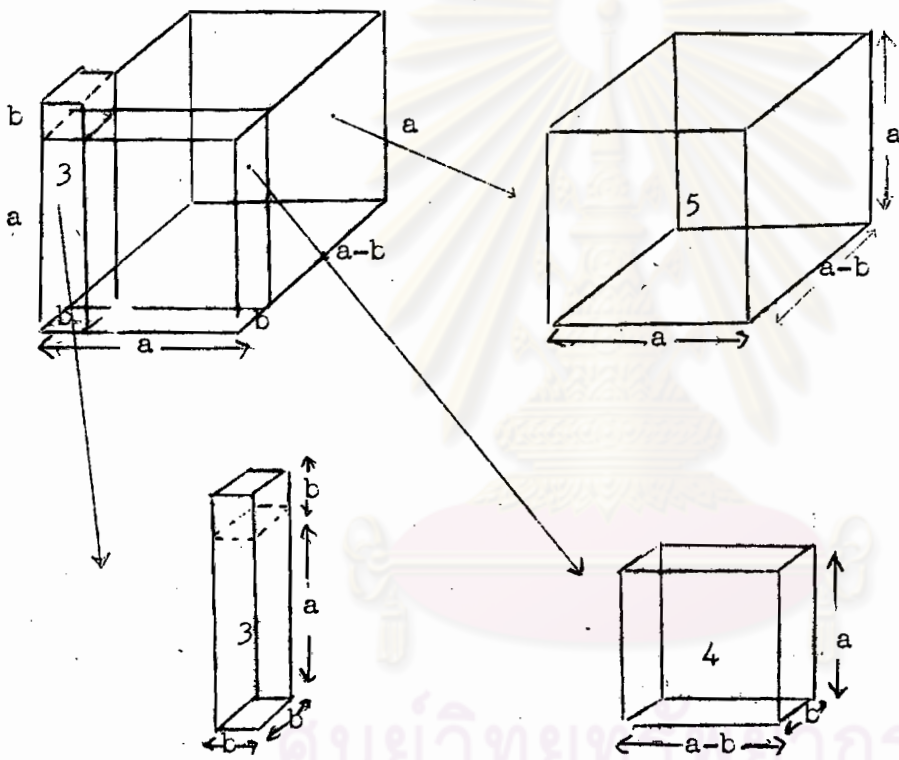
สื่อการเรียนการสอน

กล่องขนาด  $a^3$  และ  $b^3$  กังรูป



- กิจกรรม 1. ครอบคลุมการแยกตัวประกอบของพหุนามในเมียดโดยการใช้สูตร  $(a+b)^3(a-b)^3$  ของพหุนามในเมียด  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ,  $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

2. ครุศาสตร์วิธีหาสูตร  $a^3+b^3$  โดยการไขกล่องที่เตรียมมา  
แยกออกเป็นรูปย่อย ๆ



ศูนย์วิทยทรรพอากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ให้นักเรียนเติมค่าของลงในตาราง แล้วครูแสดงวิธีหาสูตร

กล่องที่	ยาว	กว้าง	สูง	ปริมาตร
1	a	a	a	$a^3$
2	b	b	b	$b^3$
3	b	b	a-b	$b^2(a+b)$
4	a-b	b	a	$ab(a-b)$
5	a	a-b	a	$a^2(a-b)$

แตกกล่อง 1+ กล่อง 2 = กล่อง 2+ กล่อง 4+ กล่อง 5

$$a^3+b^3 = b^2(a+b)+ab(a-b)+a^2(a-b)$$

$$= b^2(a+b)+(a-b)(ab+a^2)$$

$$= b^2(a+b)+(a-b)a(b+a)$$

$$= (a+b)(b^2+a(a-b))$$

$$= (a+b)(b^2+a^2-ab)$$

$$\therefore a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

4. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปเป็นสูตรทั่วไป จะได้

$$a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

5. ครูให้ตัวอย่างโดยวิธีตามคณ

ตัวอย่าง 1 จงเขียนพหุนามในเม็ลตอไปนี้อยู่ในรูปผลบวกของกำลังสาม

ก.  $8x^3+y^3$

ข.  $27a^3+64b^3$

วิธีทำ

ก.  $8x^3+y^3 = (2x)^3+y^3$

ข.  $27a^3+64b^3 = (3a)^3+(4b)^3$

ตัวอย่าง 2 จงแยกตัวประกอบของพหุนามในเม็ลตอไปนี

ก.  $125b^3+8$

ข.  $27x^3+343y^3$

วิธีทำ

ก.  $125b^3+8 = (5b)^3+2^3$

$$= (5b+2) (5b)^2-5b(2)+2^2$$

$$= (5b+2)(25b^2-10b+4)$$

ข.  $27x^3+343y^3 = (3x)^3+(7y)^3$

$$= (3x+7y) (3x)^2-(3x)(7y)+(7y)^2$$

$$= (3x+7y)(9x^2-21xy+49y^2)$$

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้ในห้องเรียน

1. จงเขียน  $512a^3+b^3$  ให้อยู่ในรูปผลบวกของกำลังสาม

2. จงแยกตัวประกอบของ  $343+a^3b^3$

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 ก. หน้า 35-36

ข้อ 1. เฉพาะข้อ (1), (4), (5), (8), (10)

ข้อ 2. เฉพาะข้อ (2), (3), (5), (7).

#### คาบที่ 4 กฎผลต่างของกำลังสาม $a^3 - b^3$

##### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

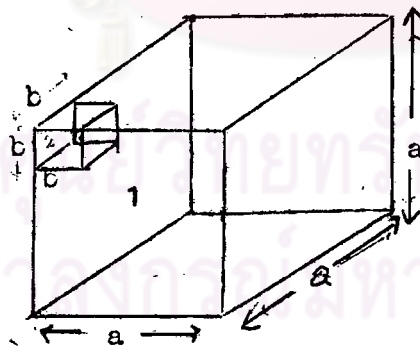
เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนพหุนามในเมเยลให้อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสามได้ถูกต้อง
2. แยกตัวประกอบของพหุนามในเมเยลดีกรีสามที่อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสามได้ถูกต้อง
3. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 90 %
4. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 90 %

เนื้อหา  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

##### สื่อการเรียนการสอน

กล่องขนาด  $a^3$  และ  $b^3$  ทั้งรูป

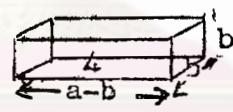
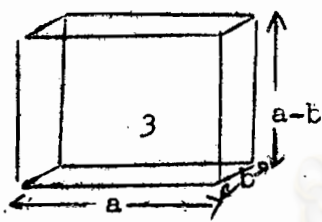
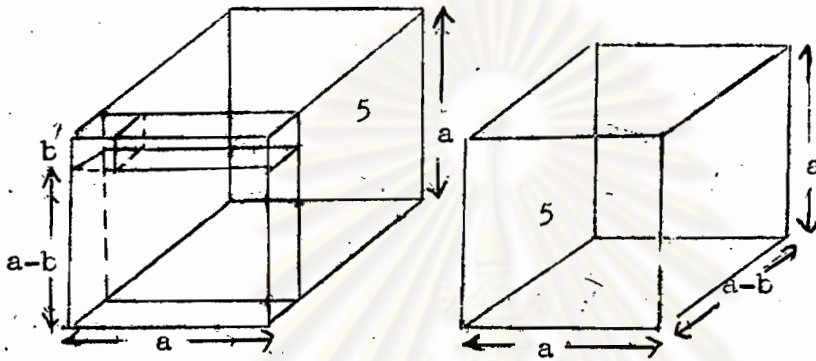


- กิจกรรม
1. ระบุทวินามคูณผลบวกของกำลังสามโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้
    - ก. จงแยกตัวประกอบของ  $x^6+y^6$
    - ข. จงแสดงว่า  $3a+4b$  เป็นตัวประกอบของ  $27a^3+64b^3$
  2. ให้นักเรียนส่งตัวแทนมาแสดงวิธีทำบนกระดาน ถ้ามีข้อบกพร่องครูช่วยแก้ไข พร้อมทั้งอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ เปิดโอกาสให้ซักถาม
  3. ครูนำอุปกรณ์ที่เตรียมมาเพื่อจะสาธิตการหาปริมาตรของกล่องขนาด  $a^3-b^3$  โดยวิธีแยกออกเป็นรูปย่อยให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนออกมาเติมผลลงในตาราง



คุรุวิทยาลัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





ศูนย์วิทยทรัพยากร

ภาควิชาคณิตศาสตร์

กล่องที่	กว้าง	ยาว	สูง	ปริมาตร
1	a	a	a	$a^3$
2	b	b	b	$b^3$
3	a	b	a-b	$ab(a-b)$
4	a-b	b	b	$b^2(a-b)$
5	a	a-b	a	$a^2(a-b)$

4. กรุณาแสดงวิธีหาปริมาตร  $a^3 - b^3$

กลองที่ 1- กลองที่ 2 = กลอง 3+ กลอง 4+ กลอง 5

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= ab(a-b) + b^2(a-b) + a^2(a-b) \\ &= (a-b)(ab + b^2 + a^2) \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

5. นักเรียนสรุปเป็นสูตรทั่วไป

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

6. กรุณาให้ตัวอย่าง 1, 2, 3 เฉพาะข้อ ก, ข ส่วนข้อ ค ให้นักเรียนทำในห้องเรียน

ตัวอย่าง 1 จงเขียนให้อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสาม

ก.  $x^3y^3 - 27$

ข.  $64x^3 - 216y^3$

ค.  $343a^3 - 216b^3$

วิธีทำ ก.  $x^3y^3 - 27 = (xy)^3 - 3^3$

ข.  $64x^3 - 216y^3 = (4x)^3 - (6y)^3$

ค.  $343a^3 - 216b^3 = (7a)^3 - (6b)^3$

ตัวอย่าง 2 จงแยกตัวประกอบของพหุคูณในตัวอย่าง 1

วิธีทำ ก.  $x^3y^3 - 27 = (xy)^3 - 3^3$   
 $= (xy-3)(xy)^2 + 3xy + 3^2$   
 $= (xy-3)(x^2y^2 + 3xy + 9)$

ข.  $64x^3 - 216y^3 = (4x)^3 - (6y)^3$   
 $= (4x-6y)(4x)^2 + (4x)(6y) + (6y)^2$   
 $= (4x-6y)(16x^2 + 24xy + 36y^2)$

$$\begin{aligned}
 \text{ค. } 343a^3 - 216b^3 &= (7a)^3 - (6b)^3 \\
 &= (7a-6b) (7a)^2 + (7a)(6b) + (6b)^2 \\
 &= (7a-6b)(49a^2 + 42ab + 36b^2)
 \end{aligned}$$

3. นักเรียนช่วยกันสรุปหลักในการแยกตัวประกอบที่เรียนมาทั้งหมด

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 ข หน้า 38 ข้อ 1

คาบที่ 5. การหาเซตของค่าเฉลยของสมการโพลิโนเมียลดีกรีสูง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของสมการโพลิโนเมียลดีกรีสูงได้อย่างถูกต้อง
2. ยกตัวอย่างสมการโพลิโนเมียลดีกรีสูงได้ถูกต้อง
3. เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างสมการควอดราติกกับสมการโพลิโนเมียลดีกรีสูงได้อย่างถูกต้อง
4. หาเซตของค่าเฉลยของสมการโพลิโนเมียลดีกรีสูงได้ถูกต้อง
5. แสดงการตรวจสอบค่าเฉลยของสมการโพลิโนเมียลดีกรีสูงได้ถูกต้อง /
6. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 90 %
7. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 85. %

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## เนื้อหา การแก้สมการโพลิโนเมียลดีกรีสูง

### สื่อการเรียนการสอน

แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบของโพลิโนเมียลดีกรีสูง

- กิจกรรม 1.** ครูทบทวนการแยกตัวประกอบของโพลิโนเมียลดีกรีสูงโดยให้นักเรียนทำโจทย์จากแผนภูมิโดยครูปิดคำตอบไว้ เมื่อนักเรียนทำเสร็จครูเปิดเฉลย พร้อมทั้งอธิบายให้นักเรียนฟัง

โจทย์	คำตอบ
$x^3 - 25x$	$x(x-5)(x+5)$
$(a^2 - b^2) + (a - b)$	$(a - b)(a + b + 1)$
$(2 + x)^3 + (1 - x)^3$	$9(1 + x + x^2)$
$a^9 - b^6$	$(a^3 - b^2)(a^6 + a^3b^2 + b^4)$
$m^4 + m^3 + 2m + 2$	$(m + 1)(m^3 + 2)$

- ครูให้นักเรียนบอกความหมายของสมการควอดราติกพร้อมทั้งยกตัวอย่าง
- ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างโพลิโนเมียลดีกรีสูงโดยให้ตัวแทนของแถวออกมาเขียนบนกระดานแถวละ 1 จำนวน

4. ครูเลือกโพลีโนเมียลที่นักเรียนเขียนซึ่งมีตัวแปรเดียวกัน เช่น ตัวแปร  $x$  เหมือนกัน , ตัวแปร  $y$  เหมือนกัน แล้วเขียนเครื่องหมายเท่ากับคั่นกลาง แล้วให้นักเรียนบอกว่าโพลีโนเมียลที่มีเครื่องหมายเท่ากับคั่นกลางเรียกว่าอะไร (สมการของโพลีโนเมียล)
5. ให้นักเรียนยกสมการโพลีโนเมียลที่มีดีกรีตั้งแต่สามขึ้นไป ซึ่งเรียกว่าสมการของโพลีโนเมียลดีกรีสูง
6. ให้นักเรียนบอกความแตกต่างของสมการควอดราติกกับสมการของโพลีโนเมียลดีกรีสูง
7. ครูสรุปอีกครั้ง  
(สมการควอดราติก หมายถึงสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และดีกรีของโพลีโนเมียลเป็นดีกรี 2)  
(สมการของโพลีโนเมียลดีกรีสูง หมายถึงสมการที่มีตัวแปรเดียว และดีกรีของโพลีโนเมียลมากกว่า 2 ขึ้นไป)
8. ครูแสดงวิธีการแก้สมการ  $x^3 - x^2 - 6x = 0$  โดยวิธีตามคอม  
อาศัยความรู้การแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลดีกรีสูง  
เพราะว่า  $x^3 - x^2 - 6x = 0$   
แต่โดยกฎการกระจาย  $x^3 - x^2 - 6x = x(x^2 - x - 6)$   
และ  $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$   
∴  $x^3 - x^2 - 6x = x(x-3)(x+2)$   
ดังนั้น  $x(x-3)(x+2) = 0$   
เพราะฉะนั้น  $x = 0$  หรือ  $x-3 = 0$  หรือ  $x+2 = 0$   
จะได้  $x = 0$  หรือ  $x = 3$  หรือ  $x = -2$   
คำตอบของสมการคือ  $0, 3, -2$

ตรวจคำตอบ โดยการแทนค่า  $x$  ด้วย 0, 3 และ -2

<p>เมื่อ <math>x = 0</math></p> $\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= x^3 - x^2 - 6x = 0^3 - 0^2 - 6(0) \\ &= 0 - 0 - 0 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$	<p>เมื่อ <math>x = 3</math></p> $\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= x^3 - x^2 - 6x \\ &= 3^3 - 3^2 - 6(3) \\ &= 27 - 9 - 18 \\ &= 0 = \text{ข้างขวา} \end{aligned}$
---	---

เมื่อ  $x = -2$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= x^3 - x^2 - 6x = -(-2)^3 - (-2)^2 - 6(-2) \\ &= -8 - 4 + 12 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

ดังนั้นเซตของคำตอบคือ  $\{-2, 0, 3\}$

9. ครุแสดงวิธีการแกสมการ  $r^3 + 2r^2 - 9r = 18$  โดยวิธีถ้ามถอย

$$\therefore r^3 + 2r^2 - 9r = 18$$

$$\therefore r^3 + 2r^2 - 9r - 18 = 0 \quad r^3 + 2r^2 - 9r - 18 = r^2(r+2) - 9(r+2)$$

$$\text{ดังนั้น } r^2(r+2) - 9(r+2) = 0$$

$$\text{ใช้กฎการกระจาย } (r+2)(r^2-9) = 0$$

$$\text{แต่ } r^2 - 9 = r^2 - 3^2 = (r-3)(r+3)$$

$$\therefore (r+2)(r^2-9) = (r+2)(r-3)(r+3) = 0$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } r+2 = 0 \text{ หรือ } r+3 = 0 \text{ หรือ } r-3 = 0$$

$$\text{จะได้ } r = -2 \text{ หรือ } r = -3 \text{ หรือ } r = 3$$

ตรวจคำตอบ โดยการแทนค่า  $r$  ค่าย  $-2, -3$  และ  $3$

เมื่อ  $r = -2$  ซางซ้าย =  $r^3 + 2r^2 - 9r = (-2)^3 + 2(-2)^2 - 9(-2) = -8 + 8 + 18 = 18 =$  ซางขวา

เมื่อ  $r = -3$  ซางซ้าย =  $r^3 + 2r^2 - 9r = (-3)^3 + 2(-3)^2 - 9(-3) = -27 + 18 + 27 = 18 =$  ซางขวา

เมื่อ  $r = 3$  ซางซ้าย =  $r^3 + 2r^2 - 9r = 3^3 + 2(3)^2 - 9(3) = 27 + 18 - 27 = 18 =$  ซางขวา

ดังนั้นเซตของคำตอบของสมการคือ  $\{-3, -2, 3\}$

10. ให้นักเรียนช่วยกันแก้สมการ  $5x^3 + 8x^2 = 5x + 8$  โดยออกมาเขียนแผนกระดานคำ

เพราะว่า  $5x^3 + 8x^2 = 5x + 8$

ดังนั้น  $5x^3 + 8x^2 - 5x - 8 = 0$

$$(5x^3 - 5x) + (8x^2 - 8) = 0$$

$$5x(x^2 - 1) + 8(x^2 - 1) = 0$$

โดยกฎการกระจาย  $(x^2 - 1) \{ (5x + 8) \} = 0$

$$(x - 1)(x + 1)(5x + 8) = 0$$

ดังนั้น  $x - 1 = 0$  หรือ  $x + 1 = 0$  หรือ  $5x + 8 = 0$

นั่นคือ  $x = 1$  หรือ  $x = -1$  หรือ  $x = -\frac{8}{5}$

ตรวจคำตอบ โดยการแทนค่า  $x$  ค่าย  $-\frac{8}{5}, -1, 1$

เมื่อ  $x = -\frac{8}{5}$  ซางซ้าย =  $5x^3 + 8x^2 = 5\left(-\frac{8}{5}\right)^3 + 8\left(-\frac{8}{5}\right)^2 = -\frac{512}{25} + \frac{512}{25} = 0$

ซางขวา =  $5x + 8 = 5\left(-\frac{8}{5}\right) + 8 = -8 + 8 = 0$

ดังนั้น ซางซ้าย = ซางขวา

เมื่อ  $x = -1$  ซางซ้าย =  $5x^3 + 8x^2 = 5(-1)^3 + 8(-1)^2 = -5 + 8 = 3$

ซางขวา =  $5x + 8 = 5(-1) + 8 = -5 + 8 = 3$

ดังนั้น ซางซ้าย = ซางขวา

เมื่อ  $x = 1$  ซางซ้าย =  $5x^3 + 8x^2 = 5(1)^3 + 8(1)^2 = 5 + 8 = 13$

ซางขวา =  $5x + 8 = 5(1) + 8 = 5 + 8 = 13$

ดังนั้น ซางซ้าย = ซางขวา

เพราะฉะนั้น เซตของคำตอบคือ  $\left\{-\frac{8}{5}, -1, 1\right\}$

11. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 ข ข้อ 2. ข้อ 2,4,6,10  
16 เป็นการบ้าน

คาบที่ 6 การใช้ทฤษฎีเศษในการแยกตัวประกอบของโพลิโนเมียล

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. หาผลหารและเศษ เมื่อกำหนดโพลิโนเมียลตัวตั้งและตัวหารมาให้ ได้ถูกต้อง
2. หาคาของฟังก์ชันที่จุดใด ๆ ได้ถูกต้อง
3. แยกตัวประกอบของโพลิโนเมียลที่กรูสูงโดยใช้ทฤษฎีเศษได้ถูกต้อง
4. ตรวจสอบว่าโพลิโนเมียลที่ให้เป็นตัวประกอบของโพลิโนเมียลที่กำหนดมาให้โดยไม่คงตัวหารได้ถูกต้อง
5. หาคาสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า เมื่อกำหนดโพลิโนเมียลและตัวหารมาให้ ได้ถูกต้อง
6. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 90 %
7. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 90 %

การเรียนการสอน

1. แผนภูมิแสดงการหาคาของฟังก์ชันที่จุดใด ๆ
2. แผนภูมิแสดงผลหารและเศษของโพลิโนเมียล



- กิจกรรม 1. ครูศึกษแผนภูมิแสดงการหาค่าของฟังก์ชันที่จุดใด ๆ โดยปิดค่าตอบที่ถูกไว้

ฟังก์ชัน( $f(x)$ )	$c$	$f(c)$
$3x^2-1$	1	2
$3x^3-14x^2+13x-10$	-1	-40
$x^3-2x^2-5x+6$	3	0
$2x^3-3x^2-12x+20$	-2	16

ให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีหาค่าฟังก์ชันตามจุดที่กำหนด แล้วเขียน  
ผลลงในตาราง

- ครูเฉลยคำตอบ พร้อมอธิบาย
- ครูแสดงการหารพหุคูณในเมียด  $3x^3+13x^2+11x+15$  ด้วย  $x+3$   
โดยวิธีตามตล

$$\begin{array}{r}
 3x^2+4x-1 \\
 x+3 \overline{) 3x^3+13x^2+11x+5} \\
 \underline{3x^2+9x^2} \\
 4x^2+11x+5 \\
 \underline{4x^2+12x} \\
 -x+5 \\
 \underline{-x-8} \\
 8
 \end{array}$$

ดังนั้น ผลหาร =  $3x^2+4x-1$  เศษ = 8

4. ครูคิดแผนภูมิโพยแสดงตัวตั้ง ตัวหาร ให้นักเรียน  
แบ่งกลุ่มเป็น 5 กลุ่ม ส่งตัวแทนออกไปแสดงการตั้งหาร  
เพื่อหา ผลหาร และเศษ แล้วเติมค่าคงลงในตาราง

กลุ่มที่	ตัวตั้ง	ตัวหาร	ผลหาร	เศษ
1	$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$	$x + 1$	$x^2 - x - 4$	8
2	$x^3 - 5x^2 + 18x^2 + 11x - 15$	$x - 2$	$x^2 + 15x + 41$	-67
3	$3x^3 + 18x^2 + 11x - 15$	$x + 5$	$3x^2 + 3x - 4$	5
4	$4x^3 - 21x^2 + 26x - 17$	$x - 4$	$4x^2 - 5x + 6$	7
5	$2x^3 - 3x^2 - 5x + 9$	$x - 2$	$2x^2 + x - 3$	3

ครูเฉลยค่าคงที่ถูกต้อง

5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาคาของโพลิโนเมียลที่จุกตั้งต่อไปนี้

กลุ่มที่ 1 หาคา  $p(1)$  และ  $p(-1)$

กลุ่มที่ 2 หาคา  $p(2)$  และ  $p(-2)$

กลุ่มที่ 3 หาคา  $p(3)$  และ  $p(-3)$

กลุ่มที่ 4 หาคา  $p(4)$  และ  $p(-4)$

กลุ่มที่ 5 หาคา  $p(-2)$  และ  $p(2)$

ตัวอย่าง 1 จงหาเศษเมื่อหาร  $x^4 - 2x^3 + x - 4$  ด้วย  $x + 3$  โดยไม่ต้องตั้งหาร

วิธีทำ จากทฤษฎีเศษ  $p(x) = x^4 - 2x^3 + x - 7$  หารด้วย  $x + 3$  จะเหลือเศษ  $p(-3)$

$$\begin{aligned} p(-3) &= (-3)^4 - 2(-3)^3 + (-3) - 7 \\ &= 125 \end{aligned}$$

∴ เศษคือ 125

ตัวอย่าง 2 จงแสดงให้เห็นว่า  $x+7$  เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ  $x^3-39x+70$   
โดยไม่ลองหาร

วิธีทำ (ถ้า  $x+7$  เป็นตัวประกอบของ  $x^3-39x+70$  แล้วเศษที่ได้จะเท่ากับศูนย์)

$$\text{ให้ } p(x) = x^3 - 39x + 70$$

$$p(-7) = (-7)^3 - 39(-7) + 70$$

$$= -343 + 273 + 70 = 0$$

$$= 0$$

นั่นคือ  $x+7$  เป็นตัวประกอบของ  $x^3-39x+70$

ตัวอย่าง 3 จงแยกตัวประกอบของ  $x^3-x^2-4x+4$

วิธีทำ ให้  $p(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

จะหาตัวประกอบของ  $p(x)$  นั่นคือหา  $x-c$  ซึ่งทำให้  $p(c) = 0$

$$\text{ให้ } c = 1, p(1) = 1^3 - 1^2 - 4 + 4 = 0$$

$\therefore x-1$  เป็นตัวประกอบหนึ่งของ  $x^3-x^2-4x+4$

$$\text{ให้ } c = 2, p(2) = 2^3 - 2^2 - 4(2) + 4$$

$$= 8 - 4 - 8 + 4$$

$$= 0$$

$\therefore x-2$  เป็นตัวประกอบหนึ่งของ  $x^3-x^2-4x+4$

$$\text{ให้ } c = -2, p(-2) = (-2)^3 - (-2)^2 - 4(-2) + 4$$

$$= -8 - 4 + 8 + 4$$

$$= 0$$

$\therefore x+2$  เป็นตัวประกอบหนึ่งของ  $x^3-x^2-4x+4$

$$\text{ดังนั้น } x^3 - x^2 - 4x + 4 = (x-1)(x-2)(x+2)$$

ข้อสังเกต ขอนำพาทำได้วิธีหนึ่งคือ

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - 4x + 4 &= (x^3 + x^2) - (4x - 4) \\ &= x^2(x-1) - 4(x-1) \\ &= (x-1)(x^2 - 4) \\ &= (x-1)(x-2)(x+2)\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 4 จงหาค่าของ  $a$  เมื่อ  $x-2$  หาร  $2x^3 + ax^2 + 7x - 2$  ลงตัว

วิธีทำ  $x-2$  หาร  $2x^3 + ax^2 + 7x - 2$  ลงตัวแสดงว่าเศษ  $= 0$

$$\text{ดังนั้น } p(2) = 2(2)^3 + a(2)^2 + 7(2) - 2 = 0$$

$$16 + 4a + 14 - 2 = 0$$

$$4a = -28$$

$$a = -7$$

6. ให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างผลของการหาค่าของฟังก์ชันที่จุดต่าง ๆ กับเศษในตาราง

จะได้	กลุ่มที่ 1	ค่าของ $p(-1)$	เท่ากับ	เศษ
	กลุ่มที่ 2	ค่าของ $p(2)$	เท่ากับ	เศษ
		ค่าของ $p(-5)$	เท่ากับ	เศษ
		ค่าของ $p(2)$	เท่ากับ	เศษ

7. ครูให้นักเรียนเขียนตัวหารให้อยู่ในรูป  $x-c$  เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้

$$\text{กลุ่มที่ 1 } x+1 = x-(-1) \therefore c = -1$$

$$\text{กลุ่มที่ 2 } x-2 = x-2 \therefore c = 2$$

$$\text{กลุ่มที่ 3 } x+5 = x-(-5) \therefore c = -5$$

$$\text{กลุ่มที่ 4 } x-2 = x-2 \therefore c = 2$$



8. ให้นักเรียนเติมผลของข้อ 6,7 ลงในตาราง

ตัวตั้ง (p(x))	ตัวหาร (x-c)	ผลหาร	เศษ	p(c)
$x^3-2x^2-5x+6$	$x+1 = x-(-1)$	$x^2-x-4$	8	8
$x^3-5x^2+8x-1$	$x-2$	$x^2-3x+2$	3	3
$3x^3+18x^2+11x-15$	$x+5=x-(-5)$	$3x^2+3x-4$	5	5
$4x^3-21x^2+26x-17$	$x-4$	$4x^2-5x+6$	7	7
$2x^3-3x^2-5x+9$	$x-2$	$2x^2+x-3$	3	3

9. ซึ่งจากตารางให้นักเรียนสรุปผล ครูเขียนผลสรุป  
ทฤษฎีเศษ ถ้าหารพหุนาม p(x) ด้วย x-c  
 จะมีเศษเท่ากับ p(c) เมื่อ c เป็นจำนวนจริงใดๆ
10. ครัวให้ตัวอย่าง
11. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้ในห้องเรียน  
 จงแยกตัวประกอบของ  $2x^3+x^2-5x+2$
12. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้เป็นการบ้าน  
แบบฝึกหัด 2.3 ข้อ 1. (1), (3)  
 ข้อ 2. (2), (4)  
 ข้อ 3. (1), (3)  
 ข้อ 4. (4), (6)  
 ข้อ 5. (1), (2)
- โจทย์พิเศษ ถ้า  $x^3+2x^2+3x+a$  และ  $x^3+x^2+9$   
 หารลงตัวด้วย  $x+2$  เหลือเศษเท่ากัน a มีค่าเท่าไร

## คาบที่ 7 การคูณเศษส่วนของพหุนาม

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของพหุนาม และยกตัวอย่างพหุนามได้อย่างถูกต้อง
2. คูณเศษส่วนของพหุนามกับเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
3. คูณเศษส่วนของพหุนามกับเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
4. คูณเศษส่วนของพหุนามกับเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
5. คูณจำนวนจริงที่เป็นเศษส่วนได้อย่างถูกต้อง
6. ใช้กฎการกระจายในการแก้โจทย์หาโจทย์ได้อย่างถูกต้อง
7. ใช้กฎในการแยกตัวประกอบของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
8. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 90 %
9. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 85 %

### เนื้อหา การคูณเศษส่วนของพหุนาม

#### สื่อการเรียนการสอน

1. วงล้อแสดงกฎผลบวก และผลต่างกำลังสอง
2. แผนภูมิแสดงกฎการกระจาย และกฎการคูณจำนวนจริง เป็นเศษส่วน และแสดงผลคูณของเศษส่วนของพหุนาม

กิจกรรม 1. ครูติดแผนภูมิแสดงกฎการกระจาย โดยปิดคำตอบไว้ให้นักเรียนเติมคำตอบ

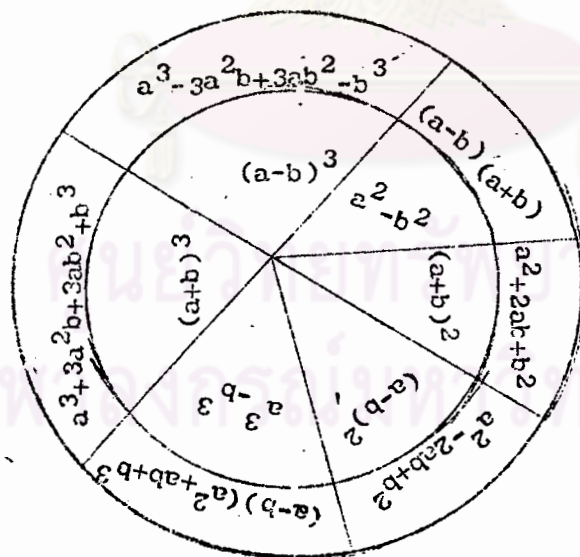
จงเติมคำตอบ	
1.	$a(3a-2a^2) = 3a^2 - 2a^3$
2.	$3(x - \boxed{9}) = \boxed{3x} - 27$
3.	$8x+16x^2 = 4x(2 + \boxed{4x})$
สรุปในรูปทั่วไป $a(b+c) = ab+ac$	

ครูเฉลยคำตอบ โดยการ เปิดคำตอบที่ปิดไว้

2. ครูฝึกแผนภูมิแสดงกฎการคูณจำนวนจริงที่เป็นเศษส่วน ให้นักเรียนหาคำตอบ โดยครูปิกคำตอบไว้

โจทย์	คำตอบ
$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$
$(\frac{-3}{5}) \times \frac{5}{9}$	$-\frac{1}{3}$
$(\frac{-4}{5}) \times (\frac{-25}{2})$	10
<u>สรุปทั่วไป</u>	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

3. ครูอธิบายทบทวนหลักการแยกตัวประกอบของโพลิโนเมียลดีกรีสอง ดีกรีสาม โดยใช้วงล้อหาคำตอบ



4. ให้นักเรียนบอกความหมายของโพลิโนเมียล พร้อมทั้งยกตัวอย่าง

5. ครูคิดแผนภูมิการคูณโพลิโนเมียลให้นักเรียนออกมาแสดงการคูณแล้วเติมคำตอบ

โจทย์	ผลลัพธ์
$(x)(x^2)$	$x^3$
$(x)(x-1)$	$x^2-x$
$(x-1)(x+1)$	$x^2-1$
$(x+2)(x^2+1)$	$x^3+2x^2+x+2$

6. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างโพลิโนเมียลที่ไม่ใช่ศูนย์ ๒ จำนวน ครูเขียนอยู่ในรูปผลหารหรือเศษส่วน จะได้เศษส่วนของโพลิโนเมียล
7. ให้นักเรียนยกตัวอย่างเศษส่วนของโพลิโนเมียลหลาย ๆ จำนวน
8. ครูคิดแผนภูมิแสดงการคูณเศษส่วนของโมโนเมียล กับเศษส่วนของโมโนเมียล โดยปิดคำตอบไว้ก่อนให้นักเรียนหาคำตอบเขียนในตาราง

เศษส่วนของโมโนเมียล	เศษส่วนของโมโนเมียล	ผลคูณ
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{x}{2}$	$(\frac{2}{5})(\frac{x}{2}) = \frac{2x}{10} = \frac{x}{5}$
$\frac{x}{5}$	$\frac{10x^2}{3y}$	$(\frac{x}{5})(\frac{10x^2}{3y}) = \frac{10x^3}{15y} = \frac{2x^3}{3y}$

9. ครูให้นักเรียนสังเกตผลของการคูณเศษส่วนของโมโนเมียลกับโมโนเมียลแล้วช่วยกันสรุป จะได้ เศษส่วนโมโนเมียลคูณเศษส่วนของโมโนเมียล เป็นเศษส่วนโมโนเมียล



10. ครูฝึกแผนภูมิแสดงการคูณเศษส่วนของโมนอเมียล กับเศษส่วนของโพลิโนเมียล โดยปิดคำคอบไว้ ให้นักเรียนหาคำคอบ ครูเปิดเฉลย พร้อมให้คำอธิบายเพิ่มเติม

เศษส่วนของโมนอเมียล	เศษส่วนของโพลิโนเมียล	ผลคูณ
$\frac{1}{3}$	$x+1$	$\frac{1}{3}(x+1) = \frac{x}{3} + \frac{1}{3}$
$\frac{2x}{3}$	$2x+1$	$\frac{2x}{3}(2x+1) = \frac{4x^2}{3} + \frac{2x}{3}$
$\frac{x^2}{4}$	$x^2+2x+1$	$\frac{x^2}{4}(x^2+2x+1) = \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{4} + \frac{x^2}{4}$

11. ครูให้นักเรียนตั้งเกศผลคูณ แล้วเขียนสรุป จะได้  
เศษส่วนโมนอเมียลคูณเศษส่วนโพลิโนเมียล เป็นโพลิโนเมียล
12. ครูฝึกแผนภูมิแสดงการคูณเศษส่วนของโพลิโนเมียลกับเศษส่วนของโพลิโนเมียล โดยปิดคำคอบไว้ ให้นักเรียนส่งตัวแทนมาแสดงวิธีทำบนกระดาน

เศษส่วนของโพลิโนเมียล	เศษส่วนของโพลิโนเมียล	ผลคูณ
$\frac{x^2}{x-1}$	$\frac{x-1}{x}$	$(\frac{x^2}{x-1})(\frac{x-1}{x}) = x$
$\frac{a^4}{a+1}$	$a^2-1$	$(\frac{a^4}{a+1})(\frac{a^2-1}{a^2}) = \frac{a^4(a-1)(a+1)}{a^2(a+1)} = a^2(a-1)$
$\frac{3a^2-2a}{4a^3}$	$\frac{2a^2(a+5)}{6(3a-2)}$	$(\frac{3a^2-2a}{4a^3})(\frac{2a^2(a+5)}{6(3a-2)}) = (\frac{a(3a-2)}{4a^3})(\frac{2a^2(a+5)}{6(3a-2)})$ $= \frac{a+5}{12}$
$\frac{2}{x+2}$	$\frac{x+2}{x^2-4}$	$(\frac{2}{x+2})(\frac{x+2}{x^2-4}) = \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)(x+2)}$ $= \frac{2}{(x+2)(x-2)}$

13. ครูเฉลยคำตอบให้นักเรียนสังเกตผลคูณช่วยกันสรุป จะได้  
เศษส่วนของพหุนามคูณเศษส่วนของพหุนามเป็น โมโนเมียลหรือ  
พหุนาม

14. ครูคิดแผนภูมิแสดงตารางรวมการคูณเศษส่วนของพหุนามให้นักเรียนทำ

เศษส่วนของ โมโนเมียล	เศษส่วนของ โมโนเมียล	เศษส่วนของ พหุนาม	เศษส่วนของ พหุนาม	ผลคูณ
$\frac{2}{3}$	$\frac{4x^2}{5}$	-	-	$\frac{8x^2}{15}$
$\frac{4x}{5}$	$\frac{5x^2}{4}$	-	-	$x^3$
-	$\frac{x}{2}$	$x+1$	-	$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2}$
-	$\frac{x}{7y}$	$\frac{21(x+y)}{x^2}$	-	$\frac{3(x+y)}{xy}$
-	-	$\frac{x}{x+2}$	$\frac{x^2-4}{x+3}$	$\frac{x(x+2)}{x+3}$
-	-	$\frac{x+5}{x-6}$	$\frac{x-6}{2x+1}$	$\frac{x+5}{2x+1}$

ครูเฉลยคำตอบ

15. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.3 ก ข้อ 1,3,5,7,9 เป็นการบ้าน

## ความที่ 8 การหารเศษส่วนของพหุนาม

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบค่านักเรียนสามารถ

1. หาผลคูณเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
2. หาผลหารเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
3. เขียนเศษส่วนของพหุนามให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ถูกต้อง
4. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 90 %
5. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 85 %

### เนื้อหา การหารเศษส่วนของพหุนาม

### สื่อการเรียนการสอน

แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบของพหุนาม

- กิจกรรม 1. ครูฝึกแผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบของพหุนามให้นักเรียนหาคำตอบ โดยครูฝึกคำตอบไว้ เฉลยคำตอบเมื่อนักเรียนทำเสร็จ

โจทย์	คำตอบ
$-2+6x$	$2(3x-1)$
$a^2 - b^2$	$(a+b)(a-b)$
$a^3 - a^2$	$a(a^2-1) = a(a+1)(a-1)$
$3x^2 + 7x - 6$	$(3x-3)(x+3)$
$2n^2 - n - 21$	$(2n-7)(n+3)$

2. ให้นักเรียนเขียนการหารให้อยู่ในรูปการคูณ แล้วหาคำตอบ

โจทย์	รูปการคูณ	คำตอบ
$4 - \frac{1}{2}$	$4 \times 2$	8
$\frac{1}{6} - \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6} \times 3$	$\frac{1}{2}$
$\frac{x}{6} - \frac{x}{12}$	$\frac{x}{6} \times \frac{12}{x}$	2
$\left(\frac{x+1}{x+2}\right) - \frac{4}{x^2-4}$	$\left(\frac{x+1}{x+2}\right) \times \left(\frac{x^2-4}{4}\right)$	$\frac{(x+1)(x-2)}{4}$

3. ครูให้ตัวอย่าง 1 โดยให้นักเรียนส่งตัวแทนของแต่ละแถวมาแสดงวิธีทำบนกระดาน  
ตัวอย่าง 1 จงหาผลหารและเขียนในรูปอย่างง่าย

$$\left(\frac{xy-ay}{ax^2-4a^2}\right) \div \left(\frac{y^2}{3ax+2a^2}\right)$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \left(\frac{xy-ay}{ax^2-4a^2}\right) \div \left(\frac{y^2}{3ax+2a^2}\right) &= \left(\frac{xy-ay}{ax^2-4a^2}\right) \times \left(\frac{3ax+2a^2}{y^2}\right) \\ &= \frac{y(x-a)}{(3x+2a)(3x-2a)} \times \frac{a(3x+2a)}{y^2} \\ &= \frac{a(x-a)}{y(3x-2a)} \end{aligned}$$

4. ให้นักเรียนทุกคนทำตัวอย่าง 2 และ 3 ในสมุด ส่งตัวแทนมาเฉลยบนกระดาน

ตัวอย่าง 2 จงหาผลหารและเขียนในรูปอย่างง่ายของ  $\left(\frac{3x^2+5x-2}{-2+6x}\right) \div (5x^2+6x-8)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \left(\frac{3x^2+5x-2}{-2+6x}\right) \div (5x^2+6x-8) &= \left(\frac{3x^2+5x-2}{-2+6x}\right) \times \frac{1}{5x^2+6x-8} \\ &= \frac{(3x-1)(x+2)}{2(-1+3x)} \times \frac{1}{(5x-4)(x+2)} \\ &= \frac{1}{2(-1+3x)(5x-4)} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 3 จงหาผลหารและเขียนอยู่ในรูปอย่างง่ายของ  $\left(\frac{b^2-100}{a^2-b^2}\right) \div \left(\frac{b+10}{a-b}\right)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \left(\frac{b^2-100}{a^2-b^2}\right) \div \left(\frac{b+10}{a-b}\right) &= \frac{(b-10)(b+10)}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)}{(b+10)} \\ &= \frac{(b-10)}{(a+b)} \end{aligned}$$

5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายชั่วโมง

โจทย์ จงหาผลหารและเขียนในรูปอย่างง่ายของ

$$\left(\frac{9-x^2}{18}\right) \div \left(\frac{3-x}{54x^2}\right)$$

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.3 ก ข้อ 2 เป็นการบ้าน  
คาบที่ 9 การบวกเศษส่วนของโพลิโนเมียล

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. หา ค.ร.น. ของโมนอเมียลได้อย่างถูกต้อง
2. หา ค.ร.น. ของโพลิโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
3. ใช้หลักการหา ค.ร.น. หาผลบวกของเศษส่วนของโพลิโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
4. เขียนโพลิโนเมียลให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้อง
5. ทำแบบฝึกหัดท้ายชั่วโมงได้อย่างถูกต้อง 90 %
6. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 85 %

เนื้อหา การบวกเศษส่วนของโพลิโนเมียล

### สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรคำโจทย์ปัญหาการหา ค.ร.น. บัตรคำแสดงคำตอบ
2. แผนภูมิแสดงการหา ค.ร.น.

กิจกรรม

1. ครูให้นักเรียนตั้ง 5 กลุ่ม ส่งตัวแทนมา 5 คน เลือกบัตรคำปัญหาให้นักเรียนหา ค.ร.น. เสร็จแล้ว ให้นักเรียนเลือกคำตอบในกล่องคำตอบ จับคู่กับคำถาม

โจทย์	คำตอบ
1, 3, 7	21
2, 4, 8	8
2, a, ab	$2a^2b$
x, xy, $x^2y^2$	$x^2y^2$
$5a^3b^2$ , $6a^2b^4$ , $4a^3b^2$	$60a^3b^4$

2. ครูเฉลยคำตอบ แล้วถามนักเรียนที่ตอบถึงวิธีการหา ค.ร.น. ที่นักเรียนหาไปแล้ว ซึ่งจะได้ว่า เมื่อแยกตัวประกอบทุกพจน์แล้ว เลือกตัวประกอบที่ไม่ซ้ำกันเลขทุกตัว และตัวประกอบที่ซ้ำกันก็เลือกเอามาเพียงตัวเดียวคูณกัน จะได้เป็น ค.ร.น.  
(ถ้านักเรียนตอบไม่ได้ให้ดูตัวอย่างก่อนหลาย ๆ ตัวอย่าง)

3. ครูคิดแผนภูมิแสดงวิธีหา ค.ร.น. ของ  $5a^3b^2c$ ,  $6a^2b^4$ ,  $4a^3b^2c^2$

$$\begin{aligned}
 5a^3b^2c &= 5 \times a \times a \times a \times b \times b \times c \\
 6a^2b^4 &= 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b \times b \times b \\
 4a^3b^2c^2 &= 2 \times 2 \times a \times a \times a \times b \times b \times c \times c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ค.ร.น.} &= 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times c \times c \\
 &= 60a^3b^4c^2
 \end{aligned}$$

4. ครูให้นักเรียนหา ค.ร.น. ของ
- $2x-y$  ,  $x-2y$
  - $a^2-1$  ,  $a-1$
  - $x^2-4x+3$  ,  $x^2+x-12$
5. ครูคิดแผนภูมิแสดงการบวกเศษส่วนของโมนีเมียลกับเศษส่วนของโมนีเมียลให้นักเรียนหาคำตอบ โดยครูปิดคำตอบไว้ก่อน จึงเฉลยภายหลังเมื่อนักเรียนทำเสร็จทุกคน

เศษส่วนของโมนีเมียล	เศษส่วนของโมนีเมียล	ผลบวก
$\frac{x}{y}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{x+3}{y}$
$\frac{3x}{4}$	$\frac{x^2}{16}$	$\frac{3x}{4} + \frac{x^2}{16} = \frac{12x+x^2}{16} = \frac{x(12+x)}{16}$
$\frac{a}{2b}$	$\frac{a}{3b}$	$\frac{3a+2a}{6b} = \frac{5a}{6b}$

6. ให้นักเรียนสังเกตผลบวกจะได้  
เศษส่วนของโมนีเมียล บวกกับเศษส่วนของโมนีเมียล เป็น เศษส่วนของโมนีเมียลหรือเศษส่วนของโพลิโนเมียล
7. ครูคิดแผนภูมิแสดงการบวกเศษส่วนของโมนีเมียลกับเศษส่วนของโพลิโนเมียลโดยปิดคำตอบไว้ ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบออกมาเติมลงตาราง



เศษส่วนของโมโนเมียล	เศษส่วนของโพลีโนเมียล	ผลบวก
$\frac{m}{3}$ $\frac{2a}{3b}$ $\frac{x}{3}$	$\frac{m+1}{6}$ $\frac{a+b}{6b}$ $\frac{x^2-1}{x+2}$	$\frac{3m+1}{6}$ $\frac{4a+a+b}{6b} = \frac{5a+b}{6b}$ $\frac{x}{3} + \frac{x^2-1}{x+2} = \frac{x(x+2)+3(x^2-1)}{3(x+2)}$ $= \frac{x^2+2x+3x^2-3}{3(x+2)}$ $= \frac{4x^2+2x-3}{3(x+2)}$

8. ครูให้นักเรียนสังเกตผลบวก เขียนสรุป จะได้  
เศษส่วนของโมโนเมียล บวกกับเศษส่วนของโพลีโนเมียล เป็น โพลีโนเมียล
9. ครูคิดแผนภูมิแสดงการบวกเศษส่วนของโพลีโนเมียลกับเศษส่วนของโพลีโนเมียล  
 ให้นักเรียนหาคำตอบโดยปิดคำอธิบายไว้ก่อน

เศษส่วนของโพลีโนเมียล	เศษส่วนของโพลีโนเมียล	ผลบวก
$\frac{3(x-5)}{2a}$ $\frac{5}{x-1}$ $\frac{x+1}{2}$	$\frac{2(x-3)}{4a}$ $\frac{3}{x-3}$ $\frac{x-2}{4}$	$\frac{6(x-5)+2(x-3)}{4a} = \frac{8x-36}{4a} = \frac{2x-9}{a}$ $\frac{5(x-3)+3(x-1)}{(x-1)(x-3)} = \frac{8x-18}{(x-1)(x-3)}$ $\frac{2x+2+x-2}{4} = \frac{3x}{4}$



10. ครูให้นักเรียนสังเกตผลบวก เขียนสรุป จะได้  
เศษส่วนของพหุนามในเมเยลบวกเศษส่วนของพหุนามในเมเยล เป็น  
โมโนเมเยลหรือพหุนามในเมเยล

11. ครูคิดแผนภูมิโยทโยให้นักเรียนหาคำตอบ โดยครูปิดคำตอบไว้ก่อน  
 เมื่อนักเรียนทำเสร็จจึงเปิดเฉลย

เศษส่วน โมโนเมเยล	เศษส่วน โมโนเมเยล	เศษส่วน พหุนามในเมเยล	เศษส่วน พหุนามในเมเยล	ผลบวก
$\frac{2}{5x}$	$\frac{8}{5x}$	—	—	$\frac{2}{x}$
$\frac{2}{3y}$	$\frac{2}{4y}$	—	—	$\frac{85}{12y}$
—	$\frac{5y}{8}$	$\frac{y-1}{8}$	—	$\frac{6y-1}{8}$
—	$\frac{3x}{10a}$	$\frac{2x+1}{10a}$	—	$\frac{5x+1}{10a}$
—	—	$\frac{4a-3x}{a+x}$	$\frac{2a+9x}{a+x}$	6
—	—	$\frac{3x}{x-y}$	$\frac{2y}{x-y}$	$\frac{3x+2y}{x-y}$

12. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.3 ก. ข้อ 1,3,5,7,9

คาบที่ 10. การลบเศษส่วนของพหุนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. หา ค.ร.น. ของส่วนของเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
2. แยกตัวประกอบของส่วนของเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
3. บวกลบคูณหารพหุนามได้อย่างถูกต้อง
4. หาค่าคงที่ของเศษส่วนของพหุนามได้อย่างถูกต้อง
5. เขียนเศษส่วนของพหุนามให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้อง
6. ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 90 %
7. ทำการบ้านถูกต้อง 85 %

เนื้อหา การลบเศษส่วนของพหุนาม

สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภูมิแสดงการบวกเศษส่วนของพหุนาม
2. บัตรคำโจทย์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร พหุนาม
3. กระดาษนึ่ง

กิจกรรม 1. ครูทบทวนเกี่ยวกับการ บวก ลบ พหุนามโดยให้นักเรียนเลือกบัตรคำปัญหา หาคำตอบ แล้วเลือกคำตอบที่คิดว่าที่กระเป๋านึ่ง

โจทย์	คำตอบ
$2x^4+4x+3x+1$	$2x^4+7x+1$
$1-x+1+x$	2
$5x^3-2x^3+2$	$3x^3+2$
$\frac{3x^5}{2}-4x-\frac{1x^5}{2}-x+7$	$x^5-5x+7$
$x^2+4+2y^3+x-y^3+7x^2$	$8x^2+y^3+x+4$

2. ครูทบทวนการบวกเศษส่วนของพหุนามโดยการคิดแผนภูมิให้นักเรียนทุกคนทำโดยครูบิค่าคอมไว้ก่อน เมื่อนักเรียนทำเสร็จจึงเฉลย

โจทย์	คำตอบ
$\frac{2}{5x} + \frac{8}{5x}$	$\frac{10}{5x} = \frac{2}{x}$
$\frac{2}{3y} + \frac{9}{4y}$	$\frac{8+27}{12y} = \frac{25}{12y}$
$\frac{5}{x-1} + \frac{3}{x-3}$	$\frac{5(x-3)+3(x-1)}{(x-1)(x-3)} = \frac{2(4x-9)}{(x-1)(x-3)}$
$\frac{b+1}{2b-1} + \frac{3}{1-2b}$	$\frac{-(b+1)+3}{1-2b} = \frac{-b-1+3}{1-2b} = \frac{2-b}{1-2b}$
$\frac{1}{2x-3y} + \frac{x+y}{4x^2-9y^2}$	$\frac{(2x+3y)+(x+y)}{(2x-3y)(2x+3y)} = \frac{3x+4y}{(2x-3y)(2x+3y)}$

3. ครูยกพหุนามในเมเยลต่อไปให้นักเรียนหาจำนวนตรงข้าม

โจทย์	คำตอบ
$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$\frac{2x}{5}$	$-\frac{2x}{5}$
$-\frac{x^2}{3y}$	$\frac{x^2}{3y}$

ครูเฉลยคำตอบประกอบคำอธิบาย

4. ครูให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปผลบวก แล้วหาคำตอบ

โจทย์	ผลบวก	คำตอบ
$\frac{3}{5} - (-\frac{2}{3})$	$\frac{3}{5} + (\frac{2}{3})$	$1\frac{4}{15}$
$5 - \frac{2x}{5^2}$	$5 + (-\frac{2x}{5^2})$	$\frac{125-2x}{25}$
$\frac{x}{y} - \frac{x}{3y}$	$\frac{x}{y} + (-\frac{x}{3y})$	$\frac{2x}{3y}$

5. ครูให้นักเรียนสังเกตผลจากข้อ 4. แล้วสรุปวิธีหาผลต่างของเศษส่วนของโพลิโนเมียล แล้วให้ตัวอย่างโดยการถามตอบ (โดยการเขียนอยู่ในรูปการบวกกับจำนวนตรงข้าม)

ตัวอย่าง จงหาผลต่าง  $\frac{1}{2x-3y} - \frac{x+y}{4x^2-9y^2}$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned} \frac{1}{2x-3y} - \frac{x+y}{4x^2-9y^2} &= \frac{1}{2x-3y} + \frac{[-(x+y)]}{4x^2-9y^2} \\ &= \frac{1}{2x-3y} + \frac{[-(x+y)]}{(2x-3y)(2x+3y)} \\ &= \frac{(2x+3y) + [-(x+y)]}{(2x-3y)(2x+3y)} \\ &= \frac{(2x+3y)-(x+y)}{(2x-3y)(2x+3y)} \\ &= \frac{2x+3y-x-y}{(2x-3y)(2x+3y)} \\ &= \frac{2(x-1)}{(2x-3y)(2x+3y)} \end{aligned}$$

5. ครูถามนักเรียนถึงวิธีลด ให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีลด  
ของโจทย์ต่อไปนี้

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ.  $\frac{5x}{x+4} - \frac{4x^2+2x-1}{x^2+x-12}$

วิธีทำ  $\frac{5x}{x+4} - \frac{4x^2+2x-1}{x^2+x-12} = \frac{5x}{x+4} - \frac{4x^2+2x-1}{(x+4)(x-3)}$   
 $= \frac{5x(x-3) - (4x^2+2x-1)}{(x+4)(x-3)}$   
 $= \frac{5x^2 - 15x - 4x^2 - 2x + 1}{(x+4)(x-3)}$   
 $= \frac{x^2 - 17x + 1}{(x+4)(x-3)}$

6. ครูเฉลยและอธิบายวิธีทำ ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปท้ายชั่วโมง  
จงหาผลต่าง

1.  $\frac{2}{x^4} - \frac{1}{x^6}$

2.  $\frac{a+1}{a+2} - \frac{a+2}{a+3}$

3.  $\frac{x+2y}{2x-y} - \frac{2x+y}{x-2y}$

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.3 ข. ข้อ 2, 11, 13, 14. เป็นการบ้าน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คาบที่ 11 การแก้สมการของเศษส่วนของโพลิโนเมียล

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของเศษส่วนของโพลิโนเมียล พร้อมตัวอย่างได้อย่างถูกต้อง
2. หาเขตของค่าตอบของสมการเศษส่วนของโพลิโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
3. ตรวจสอบคำตอบของสมการเศษส่วนของโพลิโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
4. หาเขตของค่าตอบของสมการโพลิโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
5. บอกคุณสมบัติของการเท่ากันได้ได้อย่างถูกต้อง
6. หา ค.ร.น. ของโพลิโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
7. ทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 95 %
8. ทำการบ้านได้อย่างถูกต้อง 85 %

### เนื้อหา

### ตัวอย่าง

การแก้สมการของเศษส่วนของโพลิโนเมียล

จงแก้สมการและตรวจสอบคำตอบ

$$1. \quad \frac{x}{5} = \frac{5}{x}$$

$$2. \quad \frac{5}{x-3} = \frac{x+2}{x-3} + 3$$

$$3. \quad \frac{3z-2}{4z^2-9} = \frac{3z}{4z^2-16z+15}$$

### วิธีทำ

$$1. \quad \frac{x}{5} = \frac{5}{x}$$

คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย  $5x$

$$5x\left(\frac{x}{5}\right) = (5x)\left(\frac{5}{x}\right)$$

$$x^2 = 25$$

$$\therefore x = \pm 5$$

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า  $x$  ด้วย  $-5$  และ  $5$

$$\text{เมื่อ } x = -5 \quad \text{ชาย} = \frac{x}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$\text{ชาย} = \frac{5}{x} = \frac{5}{-5} = -1$$

$$\therefore \text{ชาย} = \text{ชาย}$$

$$\text{เมื่อ } x = 5 \quad \text{ชาย} = \frac{x}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\text{ชาย} = \frac{5}{x} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\therefore \text{ชาย} = \text{ชาย}$$

ดังนั้นเซตของคำตอบคือ  $\{-5, 5\}$

วิธีทำ 2.  $\frac{5}{x-3} = \frac{x+2}{x-3} + 3$

คูณด้วย  $x-3$

$$\frac{5}{x-3}(x-3) = \left(\frac{x+2}{x-3}\right)(x-3) + 3(x-3)$$

$$5 = x+2+3x-9$$

$$12 = 4x$$

$$\therefore x = 3$$

ตรวจสอบคำตอบ ชาย =  $\frac{5}{x-3} = \frac{5}{0-3} = \frac{5}{0}$  หาค่าไม่ได้

ชาย  $\Rightarrow \frac{x+2}{x-3} = \frac{3+2}{3-3} = \frac{5}{0}$  หาค่าไม่ได้

$\therefore$  ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

วิธีทำ 33  $\frac{3z-12}{4z^2-9} = \frac{3z}{4z^2-16z+15}$

$$\frac{3z-12}{4z^2-9} = \frac{3z}{4z^2-16z+15}$$

$$\frac{3(z-4)}{(2z-3)(2z+3)} = \frac{3z}{(2z-5)(2z-3)}$$

$$(2z-3)(2z-5)(2z+3)$$

$$3(z-4)(2z-5) = 3z(2z+3)$$

$$3(2z^2-13z+20) = 6z^2+9z$$

$$-48z = -60$$

$$z = \frac{60}{48} = \frac{5}{4}$$

เพราะฉะนั้นเซตของคำตอบคือ  $\left\{ \frac{5}{4} \right\}$

ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อ  $z = \frac{5}{4}$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= \frac{3z-12}{4z^2-9} = \frac{3\left(\frac{5}{4}\right)-12}{4\left(\frac{5}{4}\right)^2-9} = \frac{\frac{15-48}{4}}{\frac{25-36}{4}} = \frac{-33}{-11} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข้างขวา} &= \frac{3z}{4z^2-16z+15} = \frac{3\left(\frac{5}{4}\right)}{4\left(\frac{25}{16}\right)-16\left(\frac{5}{4}\right)+15} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{25-80+60}{4}} = \frac{15}{5} = 3 \end{aligned}$$

$\therefore$  ข้างซ้าย = ข้างขวา

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผนภูมิคำถามและคำตอบ
2. แผนภูมิแสดงคุณสมบัติของการเท่ากัน



- กิจกรรม 1. แบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ส่งตัวแทนมาแสดงการแก้สมการโพลิโนเมียลต่อไปนี้ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

<u>โจทย์</u>	<u>คำตอบ</u>
$x+2 = 3$	1
$a-5 = 10$	15
$5y = 15$	3
$\frac{x}{2} = 4$	8

2. ครูถามคุณสมบัติที่นักเรียนใช้ในการแก้สมการ พร้อมทั้งศึกษแผนภูมิแสดงคุณสมบัติการเท่ากัน

<u>คุณสมบัติการเท่ากัน</u>	<u>รูปทั่วไป</u>
สิ่งที่เท่ากันบวกด้วยสิ่งที่เท่ากันผลยอมเท่ากัน	ถ้า $x = a$ แล้ว $x+b = a+b$
สิ่งที่เท่ากันลบด้วยสิ่งที่เท่ากันผลยอมเท่ากัน	ถ้า $x = a$ แล้ว $x-b = a-b$
สิ่งที่เท่ากันคูณด้วยสิ่งที่เท่ากันผลยอมเท่ากัน	ถ้า $x = a$ แล้ว $xb = ab$
สิ่งที่เท่ากันหารด้วยสิ่งที่เท่ากันผลยอมเท่ากัน	ถ้า $x = a$ แล้ว $\frac{x}{b} = \frac{a}{b}$

3. ครูให้นักเรียนแข่งกันหา ค.ร.น. ของ  $(x-7)$  และ  $x^2-49$   
นักเรียนคนไหนทำเสร็จเร็วจะเป็นผู้ชนะ
4. ครูศึกษาคำถามต่อไปนี้ ให้นักเรียนตอบคำถาม โดยปิดคำตอบที่ถูกไว้

1. ให้  $\frac{2x-9}{x-7} + \frac{x}{2} = \frac{5}{x-7}$

1.1 7 เป็นคำตอบของสมการนี้หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่ใช่เพราะจะทำให้ส่วนของเศษส่วนของโพลิโนเมียลเป็นศูนย์



1.2 ค.ร.น. ของส่วนจากเศษส่วนของโพลิโนเมียลในสมการนี้  
คือจำนวนใด

ตอบ  $2(x-7)$

1.3 ค่าคงของสมการคือจำนวนใด

ตอบ  $-4$

2 ให้  $\frac{n}{2n-6} - \frac{3}{n^2-6n+9} = \frac{n-2}{3n-9}$

2.1 ถ้าเขียนส่วนให้อยู่ในรูปการคูณของตัวประกอบ จะได้สมการ  
เป็นอย่างไร

ตอบ  $\frac{n}{2(n-3)} - \frac{3}{(n-3)(n-3)} = \frac{n-2}{3(n-3)}$

2.2 ค.ร.น. ของส่วนจากสมการในข้อ ๒.๑ เป็นเท่าใด

ตอบ  $6(n-3)(n-3)$

2.3 ถ้าจะทำให้ส่วนเป็นหนึ่ง ต้องคูณด้วยจำนวนตั้งสองข้าง  
ของเครื่องหมายเท่ากับ ด้วยจำนวนใด

ตอบ  $6(n-3)(n-3)$

2.4 จากผลคูณที่ได้ เขียนสมการใหม่ได้อย่างไร

ตอบ  $n^2+n-30 = 0$

2.5 ค่าคงของสมการ คือจำนวนใด

ตอบ  $-6, 5$

5. ให้สังเกตวิธีการจากข้อ 4 แล้วช่วยกันสรุปเป็นกฎเกณฑ์ การแกสมการ  
เศษส่วนเป็นลำดับขั้น
- ขั้นที่ 1 หา ค.ร.น. ของส่วน
  - ขั้นที่ 2 ทำให้ส่วนเป็น 1 โดยการคูณด้วย ค.ร.น.
  - ขั้นที่ 3 ทำให้เป็นผลสำเร็จ
  - ขั้นที่ 4 แยกตัวประกอบ
  - ขั้นที่ 5 หาคำตอบ
  - ขั้นที่ 6 ตรวจสอบคำตอบ
6. ให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมาแสดงวิธีแกสมการ ของตัวอย่าง 1 , 2 บนกระดาน  
พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ
7. ครูให้ตัวอย่าง 3
8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.4 หน้า 3 ยกเว้นข้อ (5), (7), (22) เป็นการบ้าน

## คาบที่ 12 โจทย์สมการ

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. สร้างสมการโดยอาศัยเงื่อนไขที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง
2. หาเซตของคำตอบของสมการที่สร้างได้อย่างถูกต้อง
3. แสดงการตรวจสอบคำตอบของสมการได้อย่างถูกต้อง
4. ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 90 %
5. ทำการบ้านถูกต้อง 85 %

## เนื้อหา โจทย์สมการ

### สื่อการเรียนการสอน

แผนภูมิแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหา โจทย์สมการ

- กิจกรรม 1. ครูทบทวนการแก้สมการเศษส่วนของโพลีโนเมียลโดยคิดโจทย์บนกระดาน  
ให้นักเรียนทุกคนหาคำตอบลงในสมุด  
จงแก้สมการ

$$1.1 \quad \frac{x}{2} + 3 = \frac{x}{3}$$

$$2.2 \quad \frac{x(94-2x)}{2} = 496$$

ให้นักเรียนส่งตัวแทนมาแสดงวิธีทำบนกระดาน ครูเฉลยพร้อมทั้งอธิบาย  
ให้นักเรียนฟังอีกครั้ง

2. ครูคิดโจทย์สมการ ให้นักเรียนสร้างและแก้สมการ  
โจทย์ มีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองแปลง แปลงแรกมีพื้นที่ 99 ตารางเมตร  
และคานยาว ๆ กวาคานกว้าง 2 เมตร อีกแปลงหนึ่งมีคานยาว ๆ กวาคานยาว  
ของแปลงแรก 6 เมตร และคานกว้างสั้นกว่าคานกว้างของแปลงแรก 2 เมตร  
จงหาว่าที่ดินแปลงทั้งสองมีพื้นที่เท่าใด ?

ครูเฉลยคำตอบดังนี้

เนื้อหา

ที่ดิน 2 แปลง  
 แปลงแรกพื้นที่ = 99 ตร.ม.  
 กว้างยาวกว่าด้านกว้าง 2 ม.  
 แปลงที่ 2 กว้างยาวกว่าแปลงแรก 6 ม.  
 ด้านกว้างสั้นกว่าแปลงแรก 2 ม.

สร้างปัญหา

ที่ดินแปลงที่ 2 มีพื้นที่ = ?

ตอบปัญหา

ที่ดินแปลงแรกกว้าง (a) x ยาว (a+2) = 99  
 แปลงสองกว้าง (a-2) ยาว (a+2)+6

สรุปปัญหา

ที่ดินแปลงแรก ,  $a(a+2) = 99$

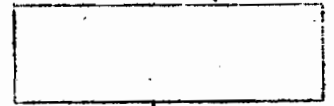
↑  
 ตรวจสอบ

↑  
 ตรวจสอบ

แปลงแรก

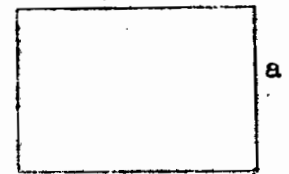
99 ตร.ม.

แปลงที่ 2  $\xrightarrow{6 \text{ ม.}}$



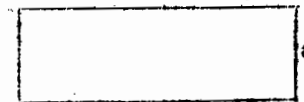
?

a+2



a+2

$\xrightarrow{6 \text{ ม.}}$



$\leftarrow (a+2)+6 \rightarrow$

วิธีทำ ให้แปลงแรกกว้าง  $a$  ม.

$$\therefore \text{ยาว} = a+2 \text{ ม.}$$

$$\text{พ.ท.} = a(a+2) = 99$$

$$a^2+2a = 99$$

$$a^2+2a-99 = 0$$

$$(a+11)(a-9) = 0$$

นั่นคือที่ดินแปลงแรกกว้าง 9 ม. ยาว  $= 9+2 = 11$

ดังนั้นที่ดินแปลงที่สองกว้าง  $= 9-2 = 7$  ม. ยาว  $= 11+6 = 17$

$\therefore$  ที่ดินแปลงที่สองมีพื้นที่  $= 7 \times 17 = 119$  ตารางเมตร

ตรวจสอบ

ที่ดินแปลงแรก กว้าง 9 ม. ยาว 11 ม. มีพื้นที่  $= 9 \times 11 = 99$  ตร.ม.

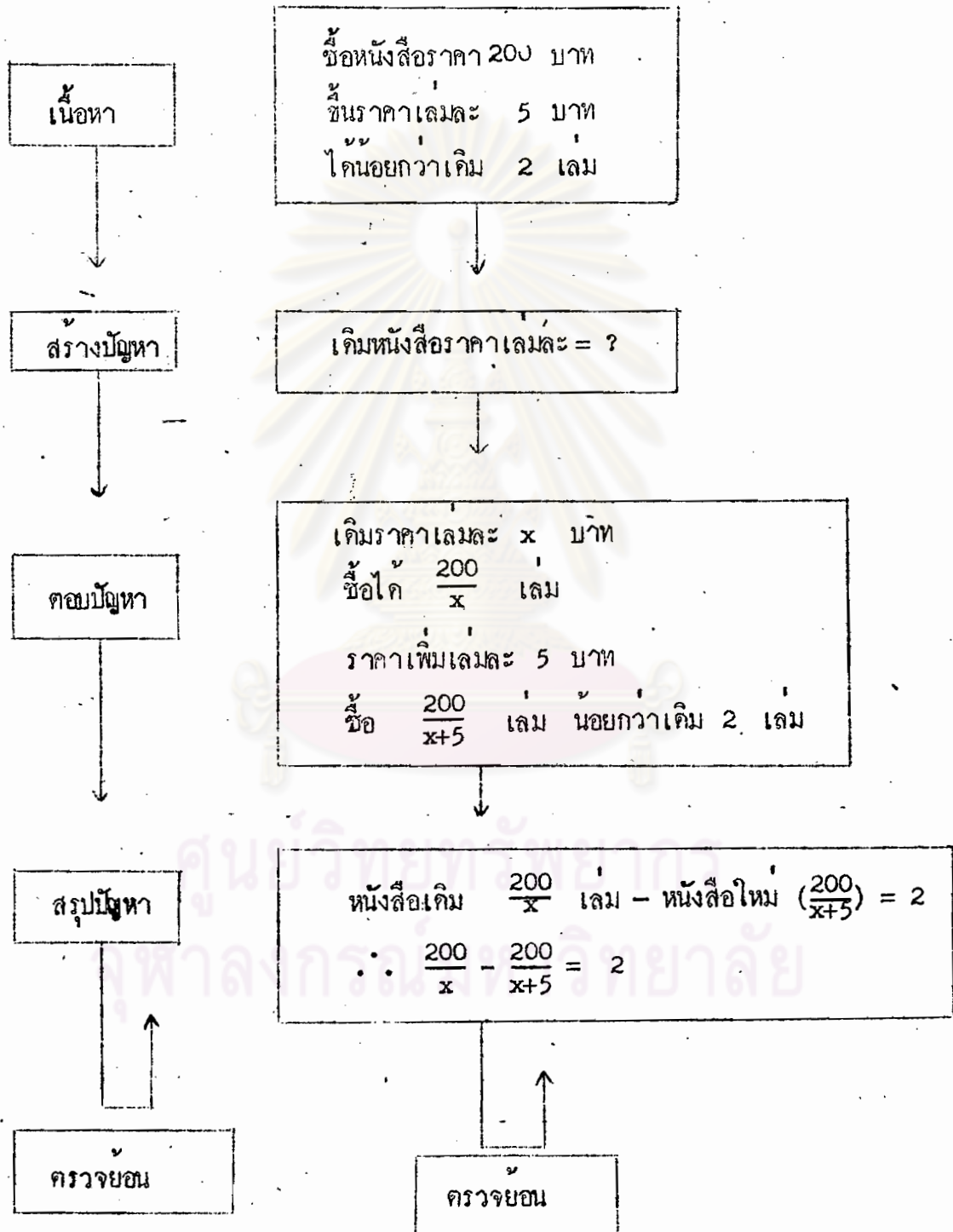
ตรงตามโจทย์

3. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่าง โจทย์สมการ

ตัวอย่าง ซื้อหนังสือจำนวนหนึ่งคิดเป็นเงิน 200 บาท ถ้าหนังสือขึ้นราคาอีกเล่มละ 5 บาท เงินจำนวนนี้จะซื้อหนังสือได้น้อยกว่าเดิม 2 เล่ม อยากทราบว่า เกมหนังสือราคาเล่มละเท่าไร ?

4. ให้นักเรียนอ่านโจทย์ในใบทุกคน ให้นักเรียนออกมา 1 คน เขียนลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนอีกคนเขียนผังกราฟ ๆ ตามลำดับขั้นตอน

- ทำเช่นนี้จนครบทุกขั้นตอน



5. เมื่อเขียนยังแสดงลำดับชั้นการทำงานแล้ว ให้นักเรียนทุกคนเขียนออกมาในรูปวิธีทำ ดังนี้

ให้เล่มหนังสือราคาเล่มละ  $x$  บาท

ซื้อหนังสือเป็นจำนวนเงิน 200 บาท

$$\therefore \text{ซื้อได้} = \frac{200}{x} \text{ เล่ม}$$

ถ้าหนังสือขึ้นราคาอีกเล่มละ 5 บาท

$\therefore$  หนังสือครึ่งหลังราคาเล่มละ  $x+5$  บาท

ดังนั้นซื้อหนังสือได้  $\frac{200}{x+5}$  เล่ม

แต่ใจทยบอกว่าซื้อได้น้อยกว่าเดิม 2 เล่ม

$$\therefore \frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$$

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x+5} = 1$$

$$100(x+5) - 100x = x(x+5) = x^2+5x$$

$$100x+500 - 100x = x^2+5x$$

$$x^2+5x-500 = 0$$

$$(x+25)(x-20) = 0$$

$$x = -25, 20$$

$\therefore$  หนังสือราคาเล่มละ 20 บาท

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.5 ข้อ 2, 4, 21 เป็นการบ้าน



## คาบที่ 13 โจทย์ระคน

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. หา ค.ร.น. ของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้ได้อย่างถูกต้อง
2. แยกตัวประกอบของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้ได้อย่างถูกต้อง
3. หาค่าคสมการของสมการของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้ได้อย่างถูกต้อง
4. บวก ลบ คูณ ทหาร เศษส่วนของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้ได้อย่างถูกต้อง
5. เขียนเศษส่วนของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้อง
6. ทำโจทย์ที่เศษทศนิยมถูกต้อง 90 %
7. ทำการบ้านถูกต้อง 90 %

- เนื้อหา
1. การแยกตัวประกอบของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้
  2. การแก้สมการของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้
  3. การบวก ลบ คูณ ทหาร เศษส่วนของพหุนามในเมียดังต่อไปนี้

### สื่อการเรียนการสอน

ของคำถาม ของคำตอบ

### กิจกรรม

1. แบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมากลุ่มละ 3 คน
2. จัดของคำถามลงในกล่อง 3 กล่อง ดังนี้

แยกตัวประกอบ	แก้สมการ	การบวกลบคูณหาร เศษส่วน
$2x^3 - 11x^2 + 5x + 4$	$4x^3 = 10x^2 + 6x$	$\left(\frac{a^2 - b^2}{9}\right) \left(\frac{3}{a - b}\right)$
$x^3 - 3x + 2$	$x^4 - 25x^2 = -144$	$\frac{5(x - y)}{6(x + y)} - \frac{2(x - y)}{x + y}$
$x^4 - 2x^3 - 6x - 9$	$5x^3 + 8x^2 = 5x + 8$	$\frac{x + 3}{x + 1} + \frac{x^2 - 2}{x^2 + 8x + 7}$
$x^3 y^3 z^3 - 216$	$\frac{x - 2}{x^2 - 16} - \frac{x + 2}{x^2 + 8x + 16} = 0$	$\frac{2(x + 1)}{x} - \frac{x + 1}{6}$
$729a^3 b^3 + 512c^3$		



3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกของคำถามในแต่ละกล่อง กล่องละ 1 ครั้ง โดยจะเลือกในกล่องใดก่อนก็ได้ ให้เวลาตอบข้อละ 3 นาที
4. เมื่อเสร็จแล้วให้เขียนลงในกระดาษที่แจกให้ ส่งคืนพร้อมคำตอบ ครูหยิบของคำตอบ เผลยคำตอบ ทำเช่นนั้นจนแต่ละกลุ่มเลือกของครบทั้ง 3 กล่อง
5. รวมคะแนน ถ้ามีกลุ่มใดคะแนนเท่ากัน ให้ไขปัญหาต่อไปนี้ เป็นปัญหาคัดสิน

ปัญหา จงหาผลต่างของ  $\frac{x}{2x^2-xy-10y^2} - \frac{x+y}{15y^2-xy-2x^2}$

6. มอบชิงแกกกลุ่มผู้ชนะ
7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้เป็นการบ้าน (เฉพาะข้อ 1 ให้ทำในห้อง) จงทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1.  $\frac{3x}{x-y} + \frac{2y}{x-y}$

2.  $\frac{2x-3}{(x-2)(x-1)} - \frac{x}{(x-2)(x+1)}$

3.  $\frac{x}{x-2} + \frac{3}{x-3}$

4.  $\frac{x-2}{x^2-16} - \frac{x+2}{x^2+8x+16}$

5.  $\left(\frac{x^2-x-20}{x^2-25}\right) \left(\frac{x-x-2}{x^2+2x-8}\right)$

6.  $\frac{a^2+4a-12}{a^2+9a+18} \div \frac{3a+12}{6a+18}$

ภาคผนวก ข

ตารางที่ 8 การหาค่ามัธยฐานเลขคณิต และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ  
ก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1 (อธิบายก่อนทำการบ้าน)

คะแนน ( $x_1$ )	ความถี่ ( $f$ )	$fx_1$	$fx_1^2$
28	1	28	784
29	1	29	841
30	1	30	900
33	4	132	4356
34	1	34	1156
35	2	70	2450
38	1	38	1444
39	1	39	1521
40	1	40	1600
42	1	42	1764
43	2	86	3698
45	1	45	2025
46	3	138	6348
47	2	94	4418
48	3	144	6912
49	1	49	2401
51	3	153	7803

ตารางที่ 8: (ต่อ)

คะแนน ( $x_1$ )	ความถี่ ( $f$ )	$fx_1$	$fx_1^2$
52	2	104	5408
53	4	212	11236
54	1	54	2916
56	1	56	3136
57	1	57	3248
63	1	63	3963
64	3	192	12288
65	1	65	4225
66	1	66	4356
69	1	69	4761
$N = 45$		$\sum fx_1 = 2129$	$\sum fx_1^2 = 105958$

จากข้อมูลในตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนก่อนทดลองสอนดังนี้

๑. หาค่ามัธยฐานเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x}_1 &= \frac{\sum fx_1}{N_1} \\
 &= \frac{2129}{45} \\
 &= 47.31
 \end{aligned}$$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } S.D_{x_1} &= \sqrt{\frac{\sum fx_1^2 - \frac{(\sum fx_1)^2}{N}}{N-1}} \\
 &= \sqrt{\frac{105958 - \frac{(2129)^2}{45}}{44}} \\
 &= \sqrt{\frac{5232.6445}{44}} \\
 &= \sqrt{118.92374} \\
 &= 10.91
 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9, การหาค่ามัธยฐานเลขคณิตและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนก่อน  
การทดลองของกลุ่มทดลองที่ 2 (อธิบายหลังตรวจการบ้าน)

คะแนน ( $x_2$ )	ความถี่ ( $f$ )	$fx_2$	$fx_2^2$
28	1	28	784
29	1	29	841
30	1	30	900
32	2	64	2048
33	2	66	2178
35	1	35	1225
37	2	64	2368
38	3	114	4332
39	2	78	3042
40	1	40	1600
41	2	82	3362
42	1	42	1764
44	2	88	3872
45	1	45	2025
46	1	46	2116
47	1	47	2209
48	2	96	4609
50	3	150	7500
52	1	52	2704

ตารางที่ 9 (ต่อ)

คะแนน ( $x_2$ )	ความถี่ ( $f$ )	$fx_2$	$fx_2^2$
53	4	212	11236
54	1	54	2916
54	1	54	2916
57	1	57	3249
58	1	58	3364
60	1	60	3600
63	1	63	3969
69	1	69	4761
71	1	71	5041
75	1	75	5625
77	1	77	5928
$N = 42$		$\sum fx_2 = 1992$	$\sum fx_2^2 = 99168$

จากข้อมูลในตารางหาค่ามัธยฐานและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

๑. หาค่ามัธยฐาน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x}_2 &= \frac{\sum fx_2}{N_2} \\
 &= \frac{1992}{42} \\
 &= 47.43
 \end{aligned}$$

หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

120

จากสูตร

$$\begin{aligned} S.D_{x_2} &= \sqrt{\frac{\sum fx_2^2 - \frac{(\sum fx_2)^2}{N_2}}{N_2 - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{99168 - \frac{(1992)^2}{42}}{41}} \\ &= \sqrt{114.39721} \\ &= 10.696 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 10 การหาค่ามัธยฐานเลขคณิตและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน  
ก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 3 (อธิบายหลังทำการบ้าน)

คะแนน ( $x_3$ )	ความถี่ ( $f$ )	$fx_3$	$fx_3^2$
81	1	81	6561
73	1	73	5329
65	2	130	8450
64	1	64	4096
63	1	63	3969
62	2	124	7688
52	5	260	13520
51	3	150	7500
49	2	98	4802
48	3	144	6912
47	6	282	13254
46	3	138	6348
45	2	90	4050
44	1	44	1936
43	1	43	1849
42	1	42	1764
41	1	41	1681
40	1	40	1600
39	1	39	1521
38	1	38	1441

ตารางที่ 10 (ต่อ)

คะแนน ( $x_3$ )	ความถี่ ( $f$ )	$fx_3$	$fx_3^2$
37	1	37	1369
35	1	35	1225
28	1	28	784
24	1	24	576
$N = 48$		$\Sigma = fx_3 = 2274$	$\Sigma^2 fx_3^2 = 118629$

จากข้อมูลในตารางหาค่ามัธยฐาน เลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

1. หาค่ามัธยฐาน เลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x}_3 &= \frac{\Sigma fx_3}{N_3} \\
 &= \frac{2274}{48} \\
 &= 47.375
 \end{aligned}$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } S.D_{x_3} &= \sqrt{\frac{\Sigma fx_3^2 - \frac{(\Sigma fx_3)^2}{N_3}}{N_3 - 1}} \\
 &= \sqrt{\frac{118629 - \frac{(2274)^2}{48}}{47}} \\
 &= \sqrt{\frac{10898.25}{47}} \\
 &= 15.23
 \end{aligned}$$

## วิเคราะห์ความแปรปรวนโดยใช้ ANOVA

กลุ่มที่

	1	2	3
$\Sigma x$	2129	1992	2274
$\Sigma x^2$	105958	99168	118629
$\bar{x}$	47.31	47.43	47.375
n	45	42	48
$\Sigma \Sigma x =$	6395		$\Sigma \Sigma x^2 = 323755$

มีค่าคชชงน

1. หา Correction term (c) จากสูตร

$$c = \frac{(\Sigma \Sigma x)^2}{N} = \frac{(6395)^2}{135} = 302933.51$$

2. หา Total of squares ( $SS_T$ ) จากสูตร

$$\begin{aligned} SS_T &= \Sigma \Sigma x^2 - c \\ &= 323755 - 302933.51 \\ &= 20821.49 \end{aligned}$$

3. หา Sum of squares between groups.

$$\begin{aligned} SS_b &= \frac{(\Sigma x_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma x_2)^2}{n_2} + \frac{(\Sigma x_3)^2}{n_3} - c \\ &= \frac{(2129)^2}{45} + \frac{(1992)^2}{42} + \frac{(2274)^2}{48} - 302933.51 \\ &= 100725.35 + 94477.714 + 107730.75 - 302933.51 \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

4. หา Sum of squares within group

$$\begin{aligned} SS_W &= SS_T - SS_b \\ &= 20821.49 - 0.3 = 20821.19 \end{aligned}$$

5. หา Mean squares

$$\begin{aligned} MS_b &= \frac{SS_b}{k-1} = \frac{0.3}{3-1} = \frac{0.3}{2} = 0.15 \\ MS_W &= \frac{SS_W}{n-k} = \frac{20821.19}{132} = 157.74 \end{aligned}$$

6. หา F ratio จากสูตร

$$F = \frac{MS_b}{MS_W} = \frac{0.15}{157.74} = .00095$$

7. ที่  $\alpha = .05$  df(2,132) จะได้ F มีค่า 3.07

ซึ่งค่า F จากการคำนวณน้อยกว่า F จากตาราง ดังนั้นการทดสอบไม่มีนัยสำคัญ

นั่นคือทั้งสองกลุ่มมีมัธยฐานเลขคณิตไม่แตกต่างกันที่ระดับ 0.05

ศูนย์วิทยุทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 การหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถามในการทดลองใช้ครั้งที่ 1

คะแนน (x)	ความถี่ (f)	fx	fx <sup>2</sup>
50	1	50	2500
48	1	48	2304
46	1	46	2116
44	1	44	1936
43	1	43	1849
41	1	41	1681
40	2	80	3200
37	1	37	1369
32	4	128	4096
31	2	62	1922
30	3	90	2700
29	1	29	841
27	2	54	1458
26	1	26	676
25	1	25	625
24	4	96	2304
23	3	69	1587
22	1	22	484
21	1	21	441
20	2	40	800

ตารางที่ 11 ( ต่อ )

คะแนน ( x )	ความถี่ ( f )	fx	fx <sup>2</sup>
19	4	76	1444
12	1	12	144
9	1	9	81
N = 40		$\Sigma fx = 1148$	$\Sigma fx^2 = 36558$

จากข้อมูลในตารางที่ 4 หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

สูตร

$$\begin{aligned}
 S.D_x &= \sqrt{\frac{\Sigma fx^2 - \frac{(\Sigma fx)^2}{N}}{N-1}} \\
 &= \sqrt{\frac{36558 - \frac{(1148)^2}{40}}{39}} \\
 &= \sqrt{\frac{3610.4}{39}} \\
 &= \sqrt{92.574359}
 \end{aligned}$$

$$= 9.62$$

ตารางที่ 12 การหาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยง ( $r_{tt}$ ) ของแบบสอบที่ทดลองใช้ครั้งที่ 6

ข้อที่	p	q	pq
1	0.775	0.225	0.174
2	0.325	0.675	0.219
3	0.850	0.150	0.128
4	0.450	0.550	0.248
5	0.475	0.525	0.249
6	0.025	0.975	0.024
7	0.325	0.675	0.219
8	0.300	0.700	0.210
9	0.050	0.950	0.475
10	0.050	0.950	0.475
11	0.625	0.375	0.234
12	0.450	0.550	0.248
13	0.450	0.550	0.248
14	0.550	0.450	0.248
15	0.475	0.525	0.249
16	0.475	0.525	0.249
17	0.700	0.300	0.210
18	0.500	0.500	0.250
19	0.725	0.275	0.199
20	0.725	0.275	0.199



ตารางที่ 12 (ต่อ)

ข้อ ข้อที่	p	q	pq
21	0.550	0.450	0.248
22	0.400	0.600	0.240
23	0.375	0.625	0.234
24	0.700	0.300	0.210
25	0.325	0.675	0.219
26	0.775	0.225	0.174
27	0.625	0.375	0.234
28	0.150	0.850	0.128
29	0.500	0.500	0.250
30	0.675	0.325	0.219
31	0.500	0.500	0.250
32	0.225	0.775	0.174
33	0.700	0.300	0.210
34	0.700	0.300	0.210
35	0.725	0.275	0.199
36	0.650	0.350	0.228
37	0.450	0.550	0.248
38	0.350	0.650	0.228
39	0.275	0.725	0.199
40	0.250	0.750	0.188



ตารางที่ 12 (ต่อ)

ข้อที่	p	q	pq
41	0.025	0.975	0.024
42	0.550	0.450	0.248
43	0.175	0.825	0.144
44	0.400	0.600	0.240
45	0.675	0.325	0.219
46	0.600	0.400	0.240
47	0.375	0.625	0.234
48	0.550	0.450	0.248
49	0.225	0.775	0.174
50	0.55	0.45	0.248
51	0.25	0.75	0.188
52	0.35	0.65	0.228
53	0.475	0.525	0.249
54	0.225	0.775	0.174
55	0.575	0.425	0.244
56	0.200	0.800	0.160
57	0.300	0.700	0.210
58	0.225	0.775	0.174
59	0.150	0.850	0.128
60	0.325	0.675	0.219

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ข้อที่	p	q	pq
61	0.150	0.850	0.128
62	0.125	0.875	0.109
63	0	1	0
64	0.700	0.300	0.210
65	0.25	0.75	0.188
66	0.475	0.525	0.249
67	0.55	0.45	0.248
68	0.350	0.650	0.228
69	0.125	0.875	0.109
70	0.150	0.850	0.128

$$\Sigma pq = 13.948$$

จากข้อมูลในตารางที่ 5 หาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยง ( $r_{tt}$ )

$$\text{จากสูตร } r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\Sigma pq}{S_x^2} \right]$$

$$\Sigma pq = 13.948, S_x^2 = 90.26$$

$$\begin{aligned} \therefore r_{tt} &= \frac{70}{69} \left[ 1 - \frac{13.948}{90.26} \right] \\ &= (1.0144927)(.8455) \\ &= 0.8577535 \\ &= 0.858 \end{aligned}$$

ตารางที่ 13 การหาค่าความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r)  
ของแบบสอบถามที่ทดลองใช้ครั้งที่ 1

ข้อที่	U	L	U+L	U-L	$F = \frac{U+L}{2N}$	$r = \frac{U-L}{N}$
1	18	15	33	3	.825	0.15
2	8	5	13	3	.325	0.15
* 3	15	9	24	6	0.600	0.30
4	7	11	18	-4	0.450	-0.20
5	11	8	19	3	0.475	0.15
6	1	0	1	1	0.025	0.015
7	8	5	13	3	.325	0.15
* 8	12	0	12	12	0.300	0.60
9	0	2	2	-2	0.050	-0.10
10	1	1	2	0	0.025	0.00
* 11	18	7	25	11	0.625	0.55
* 12	14	4	18	10	0.450	0.50
* 13	14	4	18	10	0.450	0.50
14	10	12	22	-2	0.550	-0.10
* 15	13	6	19	7	0.475	0.35
* 16	14	5	19	9	0.475	0.45
17	15	13	28	2	0.700	0.10
18	14	6	20	8	0.500	0.400
19	14	15	29	-1	0.725	-0.05
* 20	19	10	29	9	0.725	0.45

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ข้อที่	U	L	U+L	U-L	$P = \frac{U+L}{2N}$	$r = \frac{U-L}{N}$
* 21	16	4	22	14	0.550	0.70
* 22	15	1	16	14	0.400	0.70
* 23	12	3	15	9	0.375	0.45
24	11	17	28	-6	0.700	-0.30
* 25	9	4	13	5	0.325	0.25
26	18	15	33	3	0.825	0.15
* 27	15	10	25	5	0.625	0.25
28	3	3	6	0	0.150	0.00
* 29	12	8	20	4	0.300	0.20
* 30	16	11	27	5	0.675	0.25
* 31	14	6	20	8	0.500	0.40
* 32	7	2	9	5	0.225	0.25
* 33	17	11	28	6	0.700	0.30
* 34	17	11	28	6	0.700	0.30
* 35	17	12	29	5	0.725	0.25
* 36	17	9	26	8	0.650	0.40
* 37	14	4	18	10	0.450	0.50
* 38	13	1	14	12	0.350	0.60
39	6	5	11	1	0.275	0.05
40	5	5	10	0	0.250	0.00
41	0	1	1	-1	0.025	-0.05

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ข้อที่	U	L	U+L	U-L	$F = \frac{U+L}{2N}$	$r = \frac{U-L}{N}$
42	14	8	22	6	0.550	0.30
43	5	2	7	3	0.175	0.15
* 44	10	6	16	4	0.400	0.20
* 45	17	10	27	7	0.625	0.35
* 46	18	6	24	12	0.600	0.600
* 47	12	3	15	9	0.375	0.45
48	11	11	22	0	0.550	0.00
49	9	4	13	5	0.325	0.25
50	16	6	22	10	0.550	0.50
51	2	8	10	-6	0.250	-0.30
52	8	6	14	2	0.350	0.10
53	10	9	19	1	0.475	0.05
54	5	4	9	1	0.225	0.05
* 55	17	6	23	11	0.575	0.35
* 56	7	1	8	6	0.200	0.30
57	7	5	12	2	0.300	0.10
* 58	7	2	9	5	0.225	0.25
59	5	1	6	4	0.150	0.20
* 60	9	4	13	5	0.325	0.25
61	2	4	6	-2	0.150	-0.10
62	4	1	5	3	0.125	0.15

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ข้อที่	U	L	U+L	U-L	$F = \frac{U+L}{2N}$	$r = \frac{U-L}{N}$
63	0	0	0	0	0.000	0.00
64	3	0	3	3	0.075	0.15
65	3	7	10	-4	0.250	-0.20
66	10	9	19	1	0.475	0.05
* 67	13	9	22	4	0.550	0.20
* 68	9	5	14	4	0.350	-0.20
69	2	3	5	-1	0.125	-0.50
* 70	6	0	6	6	0.700	0.30

หมายเหตุ: ข้อที่มี \* กำกับข้างหน้าคือข้อที่มีความยากง่าย และอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ใช้ได้  
คัดเลือกไว้ใช้ในการวิจัย แต่เนื่องจากยังไม่ครบจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม  
จึงออกเพิ่มอีกรวมเป็น 50 ข้อ ไรท์ทดสอบครั้งที่ 2

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 14 การหาค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการทดลองสอบครั้งที่ 2

คะแนน (x)	f	fx	fx <sup>2</sup>
8	1	8	64
10	1	10	100
12	1	12	144
13	2	26	338
14	3	52	728
15	2	30	450
16	5	80	1280
18	3	54	972
19	2	38	722
21	3	63	1523
22	3	66	1452
23	2	46	1058
24	1	24	576
25	4	100	2500
26	1	26	676
27	1	27	729
28	1	28	784
29	3	87	2523
30	1	30	900
31	1	31	961

ตารางที่ 14 (ต่อ)

คะแนน (x)	f	fx	fx <sup>2</sup>
34	1	34	1156
35	2	70	2450
36	1	36	1296
40	1	40	1600
		$\Sigma fx = 1080$	$\Sigma fx^2 = 24782$

นำข้อมูลจากตารางที่ 7 คำนวณความแปรปรวน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } s^2_x &= \frac{\Sigma fx^3 - \frac{(\Sigma fx)^2}{N}}{N - 1} \\
 &= \frac{24782 - (1018)^2/46}{45} \\
 &= \frac{24782 - 22528.78}{45} \\
 &= \frac{2253.218}{45} \\
 &= 50.0715
 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยศึกษากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 15 การหาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบสอบจากการทดลองสอบครั้งที่ 2

ข้อ	P	q	pq
1	0.02	0.98	0.0196
2	0.17	0.83	0.1411
3	0.26	0.74	0.1924
4	0.59	0.41	0.2419
5	0.08	0.92	0.0736
6	0.76	0.24	0.1824
7	0.68	0.31	0.2120
8	0.00	0.00	0.0000
9	0.63	0.37	0.0820
10	0.63	0.37	0.0820
11	0.52	0.48	0.2490
12	0.68	0.31	0.2120
13	0.21	0.78	0.1790
14	0.35	0.65	0.2260
15	0.41	0.59	0.2420
16	0.48	0.52	0.2496
17	0.13	0.87	0.1130
18	0.54	0.46	0.2470
19	0.37	0.63	0.2320
20	0.54	0.87	0.1130

ตารางที่ 15 (ต่อ)

ข้อ	p	q	pq
21	0.28	0.72	0.1680
22	0.43	0.57	0.2490
23	0.63	0.37	0.0820
24	0.67	0.33	0.2200
25	0.35	0.65	0.2260
26	0.78	0.22	0.1700
27	0.54	0.46	0.2470
28	0.61	0.39	0.2382
29	0.00	0.00	0.0000
30	0.65	0.35	0.2260
31	0.65	0.28	0.2027
32	0.24	0.76	0.1819
33	0.11	0.89	0.0969
34	0.20	0.80	0.1574
35	0.72	0.28	0.2027
36	0.57	0.43	0.2457
37	0.98	0.02	0.0196
38	0.28	0.72	0.1680
39	0.26	0.74	0.1924
40	0.54	0.87	0.1130

ตารางที่ 15 (ต่อ)

ข้อ	p	q	pq
41	0.35	0.65	0.2260
42	0.17	0.83	0.1411
43	0.00	0.00	0.0000
44	0.43	0.55	0.2365
45	0.57	0.43	0.2451
46	0.33	0.67	0.2198
47	0.24	0.76	0.1819
48	0.72	0.28	0.2027
49	0.35	0.65	0.2261
50	0.39	0.61	0.2382

$$\Sigma pq = 8.4712$$

นำข้อมูลจากตารางที่ 15 และ 16 หาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบสลับ

$$\begin{aligned}
 r_{bt} &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\Sigma pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{50}{49} \left( 1 - \frac{8.4712}{50.0715} \right) \\
 &= (1.0204)(1 - .169) \\
 &= (1.0204)(.830818) \\
 &= .8477734 \\
 &= .848
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 16 การหาค่าความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนกของคะแนนในการทดลองสอบครั้งที่ 2

ข้อ	U <sub>u</sub>	L	U+L	U-L	$p = \frac{U+L}{2N}$	$r = \frac{U-L}{N}$
* 1	18	9	27	9	0.590	0.390
* 2	8	2	10	6	0.217	0.260
* 3	11	1	12	10	0.260	0.430
* 4	17	10	27	7	0.580	0.304
5	3	1	4	2	0.090	0.080
* 6	20	15	35	5	0.760	0.217
* 7	21	11	32	10	0.695	0.434
8	0	0	0	0	0.000	0.000
* 9	17	12	29	5	0.630	0.217
* 10	18	11	29	7	0.630	0.304
* 11	12	6	18	6	0.391	0.260
* 12	21	11	32	10	0.695	0.434
* 13	10	0	10	10	0.217	0.434
* 14	14	2	16	12	0.521	0.347
* 15	12	7	19	5	0.413	0.217
* 16	17	5	22	12	0.478	0.521
17	6	0	6	6	0.130	0.260
18	14	11	25	3	0.543	0.130
* 19	13	4	17	9	0.369	0.391
* 20	15	10	25	5	0.543	0.217

ตารางที่ 16 (ต่อ)

ข้อ	U	L	U+L	U-L	$p = \frac{U+L}{2N}$	$r = \frac{U-L}{N}$
* 21	10	3	13	7	0.282	0.304
* 22	15	5	20	10	0.434	0.434
* 23	17	11	28	6	0.609	0.260
* 24	19	12	31	7	0.673	0.304
25	10	6	16	4	0.347	0.173
* 26	21	15	36	6	0.782	0.260
* 27	15	10	25	5	0.543	0.217
* 28	14	4	28	10	0.608	0.434
29	0	0	0	0	0.000	0.000
30	18	12	30	6	0.652	0.260
* 31	22	11	33	11	0.717	0.478
32	5	0	5	5	0.108	0.217
* 33	8	3	11	5	0.239	0.217
34	5	4	9	1	0.196	0.043
35	22	11	33	11	0.717	0.478
* 36	21	5	26	16	0.565	0.695
37	9	0	9	9	0.196	0.390
* 38	7	6	13	1	0.282	0.043
39	8	4	12	4	0.260	0.173
* 40	16	9	25	7	0.543	0.304

ตารางที่ 16 (ต่อ)

ข้อ	U	L	U+L	U-L	$p = \frac{U+L}{2N}$	$r = \frac{U-L}{N}$
41	10	6	16	4	0.347	0.173
* 42	10	4	14	6	0.304	0.260
43	0	0	0	0	0.000	0.000
* 44	15	5	20	10	0.434	0.434
* 45	20	6	26	14	0.505	0.608
* 46	20	13	33	7	0.717	0.304
47	6	5	11	1	0.239	0.043
* 48	20	13	33	7	0.717	0.304
* 49	15	10	25	5	0.543	0.217
* 50	12	6	18	6	0.391	0.260

\* หมายถึง ข้อที่มีค่า ความยากง่าย และ อำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ที่คัดเลือกไว้  
ใช้เป็นแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
จำนวน 35 ข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 17 การหาค่ามัธยฐานและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 ภายหลังจากสิ้นสุดการทดลอง

$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$
28	2	56	1568
22	1	22	484
21	3	63	1323
20	1	20	400
19	4	76	1444
18	4	72	1296
17	1	17	286
16	1	16	256
15	4	60	900
14	10	140	1960
13	4	52	676
12	3	36	432
11	1	11	121
10	2	20	200
9	3	27	243
7	1	7	49

$$N_1 = 45 \quad \Sigma fx_1 = 695 \quad \Sigma fx_1^2 = 13693$$

หาค่ามัธยฐานเลขคณิต

$$\bar{x} = \frac{\sum fx_1}{N_1} = \frac{695}{45} = 15.44$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} S.D_{x_1} &= \sqrt{\frac{\sum fx_1^2 - \frac{(\sum fx_1)^2}{N_1}}{N_1 - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{13693 - \frac{(695)^2}{45}}{44}} \\ &= \sqrt{67.2525} \\ &= 8.20 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





ตารางที่ 18. การหาค่ามัธยฐานและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของกลุ่มทดลองที่ 2 ภายหลังจากสิ้นสุดการทดลอง

$x_2$	$f$	$fx_2$	$fx_2^2$
27	1	27	729
25	1	25	625
23	4	92	2116
22	3	66	1452
21	3	63	1323
20	1	20	400
19	2	38	722
18	4	72	1296
17	3	51	869
16	3	48	768
15	2	30	450
14	1	14	196
13	3	39	507
12	3	26	312
11	1	11	121
10	2	20	200
9	2	18	162
8	2	16	128
7	1	7	49

$$\sum f = 42$$

$$\sum fx_2 = 683$$

$$\sum fx_2^2 = 12433$$

หาค่ามัธยิมเลขคณิต

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{\sum fx_2}{N_2} = \frac{683}{42} \\ &= 16.26\end{aligned}$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D. x_2 = \sqrt{\frac{\sum fx_2^2 - \frac{(\sum fx_2)^2}{N_2}}{N_2 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{12433 - \frac{(683)^2}{42}}{41}}$$

$$= \sqrt{\frac{1326.1191}{41}}$$

$$= \sqrt{32.346122}$$

$$= 5.6$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 19 การหามัชฌิมเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 3 ภายหลังจากสิ้นสุดการทดลอง

$x_3$	f	$fx_3$	$fx_3^2$
31	1	31	961
30	1	30	900
29	1	29	841
27	1	27	729
24	3	72	1729
23	4	92	2116
22	4	88	1936
21	3	63	1323
20	2	40	800
19	3	57	1083
18	1	18	324
17	3	51	867
16	1	16	256
15	1	15	225
14	2	28	392
13	1	13	169
12	1	12	144
11	4	44	484
10	6	60	600

ตารางที่ 19 ( ต่อ )

$x_3$	$f$	$fx_3$	$fx_3^2$
9	1	9	81
8	1	8	64
7	2	14	98
6	1	6	36

$$N = 48 \quad \Sigma fx_3 = 823 \quad \Sigma fx_3^2 = 16158$$

หาค่ามัธยฐานเลขคณิต

$$\begin{aligned} \bar{x}_3 &= \frac{\Sigma fx_3}{N_3} \\ &= \frac{823}{48} \\ &= 17.15 \end{aligned}$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D. x_3 = \sqrt{\frac{\Sigma fx_3^2 - \frac{(\Sigma fx_3)^2}{N_3}}{N_3 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{16158 - \frac{(823)^2}{48}}{47}}$$

$$= \sqrt{\frac{2046.9792}{47}}$$

$$= \sqrt{43.552748}$$

$$= 6.5995$$

## วิเคราะห์ความแปรปรวนโดยใช้ ANOVA

ตามลำดับชั้นดังต่อไปนี้

	กลุ่มที่		
	1	2	3
$\Sigma x$	695	683	823
$\Sigma x^2$	13693	12433	16158
$\bar{x}$	15.44	16.26	17.15
n	45	42	48
$\Sigma \Sigma x$	= 2201		N = 135
$\Sigma \Sigma x^2$	= 42284		

1. หา Correction term (c) จากสูตร  $c = \frac{(\Sigma \Sigma x)^2}{N} = \frac{(2201)^2}{135} = 35884.45$

2. หา Total sum of squares ( $SS_T$ ) จากสูตร

$$\begin{aligned} SS_T &= \Sigma \Sigma x^2 - c \\ &= 42284 - 35884.45 \\ &= 6399.549 \end{aligned}$$

3. หา Sum of squares between (groups).

$$\begin{aligned} SS_B &= \frac{(\Sigma x_1)^2}{N_1} + \frac{(\Sigma x_2)^2}{N_2} + \frac{(\Sigma x_3)^2}{N_3} - c \\ &= \frac{(695)^2}{45} + \frac{(683)^2}{42} + \frac{(823)^2}{48} - 35884.45 \\ &= 10733.888 + 11106.88 + 14111.02 - 35884.45 \\ &= 67.338 \end{aligned}$$

4. หา Sum of squares within group.

$$\begin{aligned} SS_W &= SS_T - SS_b \\ &= 6399.549 - 67.338 \\ &= 6332.211 \end{aligned}$$

5. หา Means squares

$$\begin{aligned} MS_b &= \frac{SS_b}{K-1} = \frac{67.338}{2} = 33.669 \\ MS_W &= \frac{SS_W}{N-K} = \frac{6332.211}{132} = 47.97 \end{aligned}$$

6. หา F ratio จากสูตร

$$\begin{aligned} F &= \frac{MS_b}{MS_W} \\ &= \frac{33.669}{47.97} = 3.07 \end{aligned}$$

7. ที่  $\alpha = .05$  df(2,132) F มีค่า 3.07

ซึ่งค่า F จากการคำนวณ  $0.7018 < 3.07$  ดังนั้นการทดสอบไม่มีความสำคัญ  
นั่นคือ กลุ่มทดลองทั้ง 3 กลุ่มมีมีขั้มเลขชนิดแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

ตารางที่ 20 การหาค่าความแปรปรวนของแบบสำรวจแต่ละข้อ

ข้อ ข้อที่	ความแปรปรวน ( $s_x^2$ )
1	0.483
2	1.227
3	1.838
4	0.343
5	1.133
6	0.761
7	0.983
8	3.688
9	1.136
10	1.677
11	5.688
12	1.185
13	4.928
14	1.909
15	1.869
16	1.629
17	0.396
18	0.376
19	0.605
20	1.049
21	0.678

ตารางที่ 20 (ต่อ)

ข้อที่	ความแปรปรวน ( $s_x^2$ )
22	0.698
23	3.049
24	0.265
25	0.635
26	0.558
27	1.016
28	0.495
29	0.524
30	0.783
31	0.860
32	0.521
33	0.650
34	1.035
35	0.737
36	0.902
37	2.009
38	3.162
39	1.179
40	0.637
41	1.016



ตารางที่ 20

(ต่อ)

ข้อ ขอที่	ความแปรปรวน ( $s_x^2$ )
42	1.414
43	2.018
44	2.295
45	0.376
46	1.158
47	0.956
48	0.137
49	3.256
50	1.098
51	1.002
52	0.456
$\sum s_x^2 = 67.528$	

ศูนย์วิจัยสังคมวิทยา  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 21 ตารางหาค่าความแปรปรวนของแบบสำรวจทั้งหมด

คะแนน (x)	ความถี่ (f)	fx	fx <sup>2</sup>
128	1	128	16384
133	1	133	17689
134	1	134	17956
140	1	140	19600
143	1	143	20449
146	1	146	21316
149	1	149	22201
150	1	150	22500
153	1	153	23409
157	1	157	24649
158	2	316	49928
159	1	159	25281
160	2	320	51200
162	2	324	52488
166	1	166	27556
167	1	167	27889
168	1	168	28224
169	3	338	57122
170	2	340	57800
171	2	342	58482

ตารางที่ 21 (ต่อ)

คะแนน (x)	ความถี่ (f)	fx	fx <sup>2</sup>
173	1	173	29929
174	3	522	90828
175	1	175	30625
179	2	358	64082
180	1	180	32400
181	1	181	32761
182	1	182	33124
183	1	183	33489
184	2	368	67712
185	1	185	34225
186	1	186	34596
188	1	188	35344
189	1	189	35721
192	1	192	36864
204	1	204	41616
206	1	206	42436
208	1	208	43264
$\Sigma f = 48$			
$\Sigma fx = 7953$		$\Sigma fx^2 = 1361139$	

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= \frac{\sum fx^2 - \frac{(\sum fx)^2}{N}}{N-1} \\
 &= \frac{1361139 - \frac{(7953)^2}{48}}{48-1} \\
 &= \frac{43426.4}{47} \\
 &= 923.96595
 \end{aligned}$$

จากตารางที่ 13 และ 14 หาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงแอลฟา

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{s_i^2}{s_x^2} \right]$$

$$k = 52, \quad s_i^2 = 67.528, \quad s_x^2 = 923.96595$$

$$= \frac{52}{51} \left[ 1 - \frac{67.528}{923.96595} \right]$$

$$= (1.01) (0.929)$$

$$= .9467$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 22 การหามัถมิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเจตคติ  
ของกลุ่มทดลองที่ 1 หลังสิ้นสุดการทดลอง

คะแนน ( $x_1$ )	$x_1^2$
141	19881
174	30276
216	46656
157	246026
170	28900
167	27889
194	37636
151	22801
170	28900
131	17161
183	33489
185	34225
189	35721
149	22201
167	27889
201	40401
181	32761
159	25281
133	17689
167	1503

ตารางที่ 22 (ต่อ)

คะแนน ( $x_1$ )	$x_1^2$
185	34225
150	22500
176	30976
153	23409
132	17424
162	26244
147	21609
152	23104
160	25600
194	37636
171	29241
202	40804
180	32400
118	13924
172	29584
212	44944
146	21316
170	28900
159	25281
181	32761

ตารางที่ 22 ( ต่อ )

คะแนน $(y_1)$	$y_1^2$
197	38809
204	41616
159	25281
133	17689
$\Sigma y_1 = 7555$	$\Sigma y_1^2 = 1924650$

หาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนเจตคติ ของกลุ่มทดลองที่ 1

$$\begin{aligned} \bar{y}_1 &= \frac{\Sigma fy_1}{N_1} \\ &= \frac{7555}{45} \\ &= 167.888 \end{aligned}$$

$$S.D = \sqrt{\frac{\Sigma fy_1^2 - \frac{(\Sigma fy_1)^2}{N_1}}{N_1 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{1924650 - \frac{(7555)^2}{45}}{44}}$$

$$= \sqrt{\frac{656249.45}{44}}$$

$$= \sqrt{14914.76}$$

$$= 122.13$$

ตารางที่ 23 การหาค่ามัธยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

คะแนน (X <sub>2</sub> )	f <sub>2</sub>
178	31684
189	35721
147	21609
181	32761
168	28224
186	34596
180	32400
162	26244
171	29241
212	44944
145	21025
130	16900
178	31684
160	25600
170	28900
182	33124
208	43264
173	29929
146	21316
179	32041



ตารางที่ 23 (ต่อ)

คะแนน ( $y_2$ )	$y_2^2$
152	23104
202	40804
137	18769
235	55225
179	32041
162	26244
160	25600
151	22801
188	35344
169	28561
179	32041
240	57600
167	27889
140	19600
164	26896
125	15625
147	21609
150	22500
176	30976

ตารางที่ 23 ( ต่อ )



คะแนน ( $y_2$ )	$y_2^2$
206	42436
173	29929
150	22500
$\Sigma y_2 = 7047$	$\Sigma y_2^2 = 1260367$

หาค่ามัชฌิมเลขคณิต

$$\bar{y}_2 = \frac{\Sigma y_2}{N_2} = \frac{7047}{42} = 167.7857$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} S.D. y_2 &= \sqrt{\frac{\Sigma fy_2^2 - \frac{(\Sigma fy_2)^2}{N_2}}{N_2 - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{1260367 - \frac{(7047)^2}{42}}{41}} \\ &= \sqrt{1901.9774} \\ &= 43.612 \end{aligned}$$

ตารางที่ 24 การหามัธยิมเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเจตคติ  
ของกลุ่มทดลองที่ 3 หลังสิ้นสุดการทดลอง

คะแนน ( $y_3$ )	$y_3^2$
175	30625
175	30625
155	24025
150	22500
139	19321
196	38416
179	32041
198	39204
185	34225
181	32761
208	43264
167	27889
176	30926
160	25600
189	35721
181	32761
178	31684
192	36864
239	57121

ตารางที่ 24 (ต่อ)

คะแนน ( $y_3$ )	$y_3^2$
172	29584
166	27556
183	33489
217	47089
192	36864
168	28224
150	24025
181	32761
227	51529
165	27225
166	27556
185	34225
185	34225
169	28561
175	30625
176	30976
181	32761
170	28900
171	29241
174	30276

ตารางที่ 24 (ต่อ)

คะแนน ( $y_3$ )	$y_3^2$
199	39601
211	44521
188	35344
176	30976
158	24964
171	29241
199	39601
211	44521
188	35344
176	30976
158	24964
171	29241
199	39601
158	24964
144	20736
$\Sigma y_3 = 8600$	$\Sigma y_3^2 = 1561263$

หามัชฌิมเลขคณิต  $\bar{y}_3 = \frac{\sum fy_3}{N_3}$

$$= \frac{8600}{48}$$

$$= 179.167$$

หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D_{y_3} = \sqrt{\frac{1559843 - \frac{(8600)^2}{48}}{47}}$$

$$= \sqrt{\frac{19009.667}{47}}$$

$$= \sqrt{404.461}$$

$$= 20.11$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิเคราะห์ความแปรปรวนตามลำดับดังนี้

	กลุ่มที่		
	1	2	3
$\Sigma y$	7555	7049	8600
$\Sigma y^2$	1924650	1260367	1561263
$\bar{y}$	167.888	167.7857	179.16667
n	45		
$\Sigma \Sigma y = 23204$		$\Sigma \Sigma y^2 = 4746280$	

1. หา Correction term (c) จากสูตร  $C = \frac{(\Sigma \Sigma y)^2}{N} = \frac{(23204)^2}{135} = 3988337.8$

2. หา Total sum of squares ( $SS_T$ )

$$\begin{aligned} SS_T &= \Sigma \Sigma y^2 - C \\ &= 4746280 - 3988337.8 \\ &= 757942.2 \end{aligned}$$

3. หา Sum of squares between groups.

$$\begin{aligned} SS_D &= \frac{(\Sigma y_1)^2}{N_1} + \frac{(\Sigma y_2)^2}{N_2} + \frac{(\Sigma y_3)^2}{N_3} - C \\ &= \frac{(7555)^2}{45} + \frac{(7049)^2}{42} + \frac{(8600)^2}{48} - 3988337.8 \\ &= 1268400.5 + 1183057.1 + 1540833.3 - 3988337.8 \\ &= 3953.1 \end{aligned}$$

4. หา Sum of squares within group.

$$\begin{aligned} SS_W &= SS_T - SS_b \\ &= 757942.2 - 3953.1 \\ &= 753989.1 \end{aligned}$$

5. หา Mean squares

$$\begin{aligned} MS_b &= \frac{SS_b}{K-1} = \frac{3953.1}{2} = 1976.55 \\ MS_W &= \frac{SS_W}{N-b} = \frac{753989.1}{132} = 5712.0386 \end{aligned}$$

6. หา F ratio

$$\begin{aligned} F &= \frac{MS_b}{MS_W} \\ &= \frac{1976.55}{5712.0386} \\ &= .346 \end{aligned}$$

7. ที่  $\alpha = .05$   $df(2, 132)$  F มีค่า 3.07

ซึ่ง F จากการคำนวณ  $0.346 < 3.07$  ดังนั้น การทดสอบความแตกต่างระหว่าง  
 มีชนิดเลขคณิตไม่มีความสำคัญ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 25 การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
คณิตศาสตร์ และเจตคติของกลุ่มทดลองที่ 1

คนที่	$X_1$	$Y_1$	$X_1 Y_1$	$X_1^2$	$Y_1^2$
1	18	141	2538	324	19881
2	18	174	3132	324	30276
3	19	216	4104	361	46656
4	12	157	1884	144	24649
5	14	155	2170	196	24026
6	12	170	2040	144	28900
7	15	167	2505	225	27889
8	14	194	2716	196	37636
9	15	151	2266	225	22801
10	14	170	2380	196	28900
11	10	131	1310	100	17161
12	13	183	2379	169	33489
13	28	185	5180	784	34225
14	21	189	3969	441	35721
15	9	149	1341	81	22201
16	22	167	3674	484	27889
17	28	201	5628	784	40401
18	14	181	2534	196	32761
19	9	159	1431	81	25281

ตารางที่ 25 (ต่อ)

คนที่	$X_1$	$Y_1$	$X_1 Y_1$	$X_1^2$	$Y_1^2$
20	16	133	2128	256	17689
21	9	167	1503	81	27889
22	19	185	3515	361	34225
23	7	150	1050	49	22500
24	12	176	2112	144	30976
25	10	153	1530	100	23409
26	14	132	1848	196	17424
27	14	162	2268	196	26244
28	14	147	2058	196	21609
29	13	152	1976	169	23104
30	14	160	2240	196	25600
31	13	194	2522	169	37636
32	21	171	3591	441	29241
33	19	202	3839	361	40804
34	15	180	2700	225	32400
35	13	118	1534	169	13924
36	17	172	2924	289	29584
37	21	212	4452	441	44944
38	15	146	2190	225	21316
39	14	170	2380	196	28900

ตารางที่ 25 (ต่อ)

คนที่	$X_1$	$Y_1$	$X_1 Y_1$	$X_1^2$	$Y_1^2$
40	20	159	3180	400	25281
41	18	181	3258	324	32761
42	19	197	3743	361	38809
43	18	204	3672	324	41616
44	9	159	1431	81	25281
45	16	133	2128	256	17689
$\Sigma X_1 = 695 \quad \Sigma Y_1 = 7555 \quad \Sigma X_1 Y_1 = 118952 \quad \Sigma X_1^2 = 13693 \quad \Sigma Y_1^2 = 1924650$					

หาสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์และเจตคติโดยใช้สูตรของเพียร์สัน

$$\begin{aligned}
 r_{X_1 Y_1} &= \frac{N \Sigma X_1 Y_1 - \Sigma X_1 \Sigma Y_1}{\sqrt{[N \Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2] [N \Sigma Y_1^2 - (\Sigma Y_1)^2]}} \\
 &= \frac{45(118952) - (695)(7555)}{\sqrt{[(45)(13693) - (695)^2] [45(1924650) - (7555)^2]}} \\
 &= \frac{5352840 - 5250725}{\sqrt{(133160)(29531225)}} \\
 &= \frac{102115}{\sqrt{39323779000}} = \frac{102115}{62708.674} = 0.51
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 26 การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
คณิตศาสตร์และเจตคติของกลุ่มทดลองที่ 2

คนที่	$X_2$	$Y_2$	$X_2 Y_2$	$X_2^2$	$Y_2^2$
1	18	178	3204	324	31684
2	15	189	2835	225	35721
3	21	147	3087	441	21609
4	18	181	3258	324	32761
5	12	168	2016	144	28224
6	16	186	2976	256	34596
7	22	180	3960	484	32400
8	12	162	1944	144	26244
9	9	171	1539	81	29241
10	13	212	2756	169	44944
11	15	145	2175	225	21025
12	17	130	2210	289	16900
13	18	178	3204	324	31684
14	14	160	2240	196	25600
15	13	170	2210	109	28900
16	27	182	4914	729	33124
17	16	208	3328	256	43264
18	21	173	3633	441	29929
19	21	146	3066	441	21316

ตารางที่ 26 (ต่อ)

คนที่	$X_2$	$Y_2$	$X_2 Y_2$	$X_2^2$	$Y_2^2$
20	23	179	4117	529	32041
21	23	152	3496	529	23104
22	23	202	4646	529	40804
23	10	137	1370	100	18769
24	22	235	5170	484	55225
25	20	179	3580	400	32041
26	16	162	2592	256	26244
27	8	160	1280	64	25600
28	10	151	1510	100	22801
29	22	188	4136	484	35344
30	11	169	1859	121	28561
31	18	179	3222	324	32041
32	25	240	6000	625	57600
33	19	167	3173	361	27889
34	7	140	980	49	19600
35	17	164	2788	289	26896
36	19	125	2375	361	15625
37	9	147	1323	81	21609
38	12	150	1800	144	22500
39	23	176	4048	529	30976

ตารางที่ 26 (ต่อ)

คนที่	$X_2$	$Y_2$	$X_2Y_2$	$X_2^2$	$Y_2^2$
40	13	206	2678	169	42436
41	17	173	2941	289	29929
42	8	150	1200	64	2250
$\Sigma X_2 = 683 \quad \Sigma Y_2 = 7049 \quad \Sigma X_2Y_2 = 120839 \quad \Sigma X_2^2 = 12433 \quad \Sigma Y_2^2 = 1260367$					

หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติของบุคคลในกลุ่มที่ 2

$$\begin{aligned}
 r_{X_2Y_2} &= \frac{N \Sigma X_2Y_2 - \Sigma X_2 \Sigma Y_2}{\sqrt{[N \Sigma X_2^2 - (\Sigma X_2)^2] [N \Sigma Y_2^2 - (\Sigma Y_2)^2]}} \\
 &= \frac{(42)(120839) - (683)(7047)}{\sqrt{[(42)(12433) - (683)^2] [(42)(1260367) - (7047)^2]}} \\
 &= \frac{5075298 - 481301}{\sqrt{(55697)(3275205)}} \\
 &= \frac{262137}{\sqrt{182419092885}} \\
 &= \frac{262137}{427154.07} \\
 &= 0.6137
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 27 การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
และเจตคติของกลุ่มทดลองที่ 3

คนที่	$X_3$	$Y_3$	$X_3 Y_3$	$X_3^2$	$Y_3^2$
1	17	175	2975	289	30625
2	19	175	3225	361	30625
3	10	155	1550	100	24025
4	10	150	1500	100	22500
5	8	139	1112	64	10321
6	23	196	4508	529	38416
7	19	179	3401	361	32041
8	24	198	4751	576	39204
9	21	185	3889	441	34225
10	14	181	2534	196	32761
11	27	208	5616	729	43264
12	12	167	2004	144	27889
13	16	176	2816	256	30976
14	10	160	1600	100	25600
15	23	189	4347	529	35721
16	18	181	3258	324	32761
17	19	178	3382	361	31684
18	23	192	4416	529	36864
19	31	239	7409	961	57121
20	11	172	1892	121	29584

ตารางที่ 27 (ต่อ)

คนที่	$X_3$	$Y_3$	$X_3 Y_3$	$X_3^2$	$Y_3^2$
21	10	166	1660	100	27556
22	20	183	3660	400	33489
23	29	217	6293	841	47089
24	21	192	4032	441	36864
25	11	168	1848	121	28224
26	7	150	1050	49	24025
27	22	181	3982	484	32761
28	30	227	6810	900	51529
29	10	165	1650	100	27225
30	9	166	1494	84	27556
31	22	185	4070	484	34225
32	24	185	4440	576	34225
33	11	169	1859	121	28561
34	15	175	2625	225	30625
35	17	176	2992	289	30976
36	22	181	3982	484	32761
37	21	170	3570	441	28900
38	20	171	3420	400	29241
39	17	174	2958	289	30276
40	11	199	2189	121	39601



ตารางที่ 27 (ต่อ)

คนที่	$X_3$	$Y_3$	$X_3 Y_3$	$X_3^2$	$Y_3^2$
41	24	211	5004	576	44521
42	22	188	4136	484	35344
43	14	176	2464	196	30976
44	10	158	1580	100	24964
45	13	171	2223	169	29241
46	23	199	4577	529	39601
47	7	158	1106	49	24964
48	6	144	864	36	20736

$$\Sigma X_3 = 823 \quad \Sigma Y_3 = 8600 \quad \Sigma X_3 Y_3 = 153280 \quad \Sigma X_3^2 = 16158 \quad \Sigma Y_3^2 = 1561263$$

หาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนผลสัมฤทธิ์กับเจตคติ

$$\begin{aligned}
 r_{X_3 Y_3} &= \frac{N \Sigma X_3 Y_3 - \Sigma X_3 \Sigma Y_3}{\sqrt{[N \Sigma X_3^2 - (\Sigma X_3)^2][N \Sigma Y_3^2 - (\Sigma Y_3)^2]}} \\
 &= \frac{(48)(153280) - (823)(8600)}{\sqrt{[(48)(16158) - (823)^2][48(1561263) - (8600)^2]}} \\
 &= \frac{279640}{\sqrt{(98255)(980624)}} \\
 &= \frac{279640}{\sqrt{9630267032}} = \frac{279640}{981339.19} = 0.284
 \end{aligned}$$

### ทดสอบความมีนัยสำคัญดังนี้

1. ทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของสหสัมพันธ์ระหว่างเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1

สมมุติฐาน

$$H_0 : r \text{ (มาจากประชากร)} = 0$$

$$H_1 : r \text{ (มาจากประชากร)} \neq 0$$

$$r_{X_1Y_1} = 0.51$$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ค่าค่าสุดของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เมื่อตัวอย่างประชากร

ขนาด 45 คน มีค่า  $= 1.96 \times \frac{1}{45} = .0435555$  แต่ค่าจากการคำนวณ

จะได้  $r_{X_1Y_1}$  มีค่า 0.51 ซึ่งมากกว่า .0435555 จึงปฏิเสธ  $H_0$

และยอมรับ  $H_1$  นั่นคือ  $r_{X_1Y_1}$  จากประชากรไม่เท่ากับ 0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. ทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของสหสัมพันธ์ระหว่างเจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 2

สมมุติฐาน

$$H_0 : r \text{ (มาจากประชากร)} = 0$$

$$H_1 : r \text{ (มาจากประชากร)} \neq 0$$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ค่าค่าสุดของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เมื่อตัวอย่างประชากร

ขนาด 42 คน มีค่า  $= 1.96 \times \frac{1}{42} = 0.0466666$  ซึ่งค่า  $r_{X_1Y_1}$

จากการคำนวณมีค่าเท่ากับ 0.6137 ซึ่งมากกว่า .0466666 จึงปฏิเสธ  $H_0$

ยอมรับ  $H_1$  นั่นคือ  $r_{X_2Y_2}$  จากประชากรไม่เท่ากับ 0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. ทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของสหสัมพันธ์ระหว่างเจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดสอบที่ 3

สมมุติฐาน

$$H_0 : r \text{ (มาจากประชากร)} = 0$$

$$H_1 : r \text{ (มาจากประชากร)} \neq 0$$

ที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 ค่าต่ำสุดของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

เมื่อตัวอย่างประชากรขนาด 48 คน มีค่า  $= 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{48}} = 0.0408333$

แต่ค่า  $r_{X_3Y_3}$  จากการคำนวณมีค่า  $= 0.284$  ซึ่งมีความมากกว่า 0.0408333

จึงปฏิเสธ  $H_0$  ยอมรับ  $H_1$  นั่นคือ  $r_{X_3Y_3}$  จากประชากรไม่เท่ากับ 0

ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ศูนย์วิทยพัชกร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก.

แบบวัดเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง จงเติมข้อความลงในช่อง   
 ชื่อ  นามสกุล  ชั้น   
 อายุ  ปี

ต่อไปนี้เป็นกรตอบเกี่ยวกับความรู้สึก และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีข้อความให้อานเพื่อจะควานักเรียนมีความรู้สึก เช่น เกี่ยวกับข้อความหรือไม่ มากน้อย เพียงใด ทั้งนี้คำตอบจึงไม่มีถูกผิด ในแต่ละข้อความมีช่องว่างให้เลือกตอบ 5 ของ โปรดอ่านข้อความและทำเครื่องหมาย ลงในช่องว่างนั้นตามความรู้สึกที่เป็นจริงของนักเรียน

ตัวอย่าง

ข้อ	ข้อความ	เห็นควย อย่างยิ่ง	เห็นควย	ไมเห็นใจ	ไม่เห็นควย	ไม่เห็นควย อย่างยิ่ง
	ชอบทำโจทย์ เรื่องการคูณ โพลีโนเมียล เพราะสามารถ คูณได้ถูกต้องและ รวดเร็ว		✓			

ข้อ	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1	ควรจัดคณิตศาสตร์ให้ อยู่ในหลักสูตรมัธยม ศึกษาตอนต้น					
2	ควรจัดคณิตศาสตร์ เป็น วิชาบังคับสำหรับชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น					
3	หลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 มีมาก เกินไป					
4	หลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ ให้เรียนมีประโยชน์ ควรแก่การศึกษา					
5	เป็นวิชาที่ช่วยให้ฉลาดขึ้น					
6	เป็นวิชาที่จะทำให้มีความ กระตือรือร้นในการทำงาน					
7	เป็นวิชาที่ทำให้มีระเบียบ มีเหตุผลและอกทน					
8	เป็นวิชาที่ไร้ประโยชน์ ได้ในชีวิตประจำวัน					

ข้อ	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
9	เป็นวิชาที่มีความสัมพันธ์กับวิชาอื่น					
10	เป็นวิชาที่ทำให้เทคโนโลยีก้าวหน้าขึ้น					
11	เป็นวิชาที่ยากกว่าวิชาอื่น					
12	เป็นวิชาที่เรียนสนุกและเพลิดเพลิน					
13	เป็นวิชาที่น่าเรียนและชวนให้ศึกษาเพิ่มเติม					
14	รู้สึกอึดอัดเมื่อถึงชั่วโมงคณิตศาสตร์					
15	รู้สึกอึดอัดเมื่อครูให้ทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ในห้องเรียน					
16	รู้สึกอายเพื่อนเมื่อต้องตอบปัญหาคณิตศาสตร์					



ข้อ	ข้อความ	เห็นควย อย่างยิ่ง	เห็นควย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นควย	ไม่เห็นควย อย่างยิ่ง
17	รู้สึกกลัวจะตบผิดเมื่อ ตองตบปัญหาคณิตศาสตร์					
18	รู้สึกว่าคำขู่เมื่อถูกถาม ปัญหาคณิตศาสตร์					
19	รู้สึกหนักใจเมื่อถึงเวลา สอบคณิตศาสตร์					
20	ชอบทำแบบฝึกหัดวิชา อื่นมากกว่าคณิตศาสตร์					
21	ขาดความมั่นใจในการ คิดคำนวณ					
22	รู้สึกอึดอัดเมื่อตองทำแบบ ฝึกหัดในขณะที่ครูยืนดู					
23	ก่อนลงมือทำแบบฝึกหัด แน่ใจว่าเข้าใจโจทย์ อย่างแจ่มแจ้ง					
24	พยายามทำแบบฝึกหัด เท่าที่จะทำได้					

ข้อ	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
25	ชอบคนควาเพิ่มเติม โดยการท่าแบบฝึกหัด ที่ครูไม่ให้					
26	เป็นถารยากที่จะออก ไปท่าแบบฝึกหัดคน กระตาน					
27	เรียนคณิตศาสตร์ในห้อง เรียนเข้าใจและทำการ บ้านได้					
28	เรียนคณิตศาสตร์ในห้อง เรียนเข้าใจแต่ทำการ บ้านไม่ได้					
29	เรียนคณิตศาสตร์ในห้อง เรียนเข้าใจและทำข้อ สอบได้					
30	เรียนคณิตศาสตร์ในห้อง เรียนเข้าใจแต่ทำข้อสอบ ไม่ได้					



ข้อ	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
31	สนใจและตั้งใจเรียน ในชั่วโมงคณิตศาสตร์					
32	การบ้านมีความสำคัญ มากในการเรียน คณิตศาสตร์					
33	การบ้านที่ครูให้ มีความยากเกินไป					
34	การบ้านที่ครูให้ น่าเบื่อหน่าย					
35	ข้อสอบที่ครูออกวัด ความจำมากเกินไป					
36	ข้อสอบที่ครูออกง่าย เกินไป					
37	คะแนนที่ได้ตรงกับ ความสามารถของนักเรียน					
38	ผลการสอบคณิตศาสตร์ ทำให้หมกมุ่นใจเรียน					

ข้อ	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
39	ควรมีการวัดผล ระหว่างภาค และ ปลายภาค					
40	ชอบเรียนวิชาอื่น มากกว่าคณิตศาสตร์					
41	สนใจรายการคอมพิวเตอร์ วิชาอื่นมากกว่า คณิตศาสตร์					
42	การเรียนคณิตศาสตร์ ต้องใช้เวลา และ ความพยายามมาก					
43	อนาคตขึ้นอยู่กับความ สำเร็จในการเรียน คณิตศาสตร์					
44	คนฉลาดเรียนคณิตศาสตร์ เข้าใจอย่างรวดเร็ว					
45	คนส่วนมากให้ความสำคัญ ต่อวิชาคณิตศาสตร์					

ข้อ	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
46	ครูให้ความสนใจต่อนักเรียนที่ตั้งใจเรียน คณิตศาสตร์					
47	ครูให้ความสนใจต่อนักเรียนที่เรียน คณิตศาสตร์ไกละแนนดี เท่านั้น					
48	การแต่งกายของครู คณิตศาสตร์เป็นเหตุ ที่ทำให้เบื่อ					
49	ชอบคณิตศาสตร์เพราะ ชอบครูผู้สอน					
50	น่าเสียดายของครูคณิตศาสตร์ เป็นสาเหตุให้เบื่อ					
51	คนเรียนคณิตศาสตร์ เก่งมักชอบวิชาอื่น					
52	การเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ ก็ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ ในชั้นต้น ๆ					

ภาคผนวก ง

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ (ค.322 )

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เวลา 1 ชั่วโมง

จง เลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดถูกต้อง

- ก. โมโนเมียลทุกตัวเป็นโพลิโนเมียลและโพลิโนเมียลทุกตัวเป็นโมโนเมียล
- ข. โมโนเมียลบางตัวเป็นโพลิโนเมียลแต่โพลิโนเมียลบางตัวเป็นโมโนเมียล
- ค. โมโนเมียลทุกตัวเป็นโพลิโนเมียลแต่มีโพลิโนเมียลบางตัวไม่เป็นโมโนเมียล
- ง. โมโนเมียลบางตัวไม่เป็นโพลิโนเมียลและโพลิโนเมียลบางตัวไม่เป็นโมโนเมียล
- จ. โมโนเมียลทุกตัวไม่เป็นโพลิโนเมียลแต่โพลิโนเมียลทุกตัวเป็นโมโนเมียล

2. ข้อใดเป็นโพลิโนเมียล

- ก.  $\frac{1}{x}$
- ข.  $\frac{1}{x-1}$
- ค.  $\frac{1}{x} + 1$
- ง.  $1 - \frac{1}{x}$
- จ.  $1 - \frac{1}{x}$

3. คี่กรีของ  $rt^3 + rt^4$  เท่ากับเท่าใด

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 3
- ง. 4
- จ. 5

4. คี่กรีของ  $-3^{-5}x^2 + 5y^3$  เท่ากับเท่าใด

- ก. -10
- ข. -5
- ค. 0
- ง. 2
- จ. 3

5. ค่าตัดของสมการ  $x^2 - 4x + 4 = 9$  เท่ากับเท่าใด

ก. 5, -5

ข. 1, -5

ค. -1, -5

ง. -1, 5

จ. 1, 5

6. ค่าตัดของสมการ  $6y^2 - y - 2 = 0$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $\frac{1}{3}, 1$

ข.  $-\frac{1}{6}, 2$

ค.  $-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$

ง.  $\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$

จ.  $-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}$

7. เซตของค่าตัดของสมการ  $y^4 - 81y^2 = 0$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $\{0, 9\}$

ข.  $\{-9, 0\}$

ค.  $\{-9, 9\}$

ง.  $\{-9, -9, 0\}$

จ.  $\{-9, 0, 9\}$

8. เซตของค่าตัดของสมการ  $x^3 - x^2 - 6x = 0$  คือเซตในข้อใด

ก.  $\{3, 0\}$

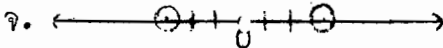
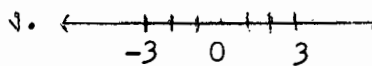
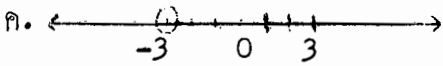
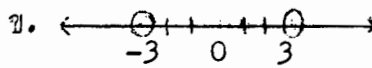
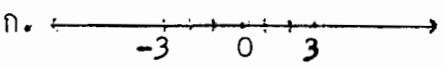
ข.  $\{0, -2\}$

ค.  $\{3, -2\}$

ง.  $\{3, 0, -2\}$

จ.  $\{2, 0, -3\}$

9. กราฟของค่าตัดของสมการ  $x^2 - 9 = 0$  ตรงกับข้อใด







21. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ  $4z^2-4z-3$

- ก.  $(2z-3)(2z+1)$       ข.  $(4z-1)(z+3)$   
 ค.  $(4z+3)(z-1)$       ง.  $(2z-3)(2z-1)$   
 จ.  $(4z-3)(2z-3)$

22.  $a-3$  เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของพหุนามในข้อใด

- ก.  $2a^3+3a^2-8a+3$       ข.  $2a^3-3a^2-8a-3$   
 ค.  $2a^3+2a^2-5a-b$       ง.  $10a^2-17a+3$   
 จ.  $5a^2+4a-4$

23.  $x-1$  ไม่เป็นตัวประกอบของพหุนามในข้อใด

- ก.  $x^3-2x^2-x+2$       ข.  $x^3+2x^2-5x-6$   
 ค.  $x^3-x^2-x+1$       ง.  $2x^3-11x^2+5x+4$   
 จ.  $x^3-3x^2+2x$

24. ผลลัพธ์ของ  $\frac{x-4}{x^2-x-6} + \frac{x-6}{x^2-x-6}$  เท่ากับเท่าใด

- ก.  $\frac{2x-10}{x^2-x-6}$       ข.  $\frac{2+x-10}{x^2-x-6}$   
 ค.  $\frac{2x}{x^2-x-6}$       ง.  $\frac{-10}{x^2-x-6}$   
 จ.  $\frac{10}{x^2-x-6}$



25. ผลลัพธ์ของ  $\frac{5}{x-1} - \frac{3}{x-3}$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $\frac{8}{(x-1)(x-3)}$

ข.  $\frac{8x-14}{(x-1)(x-3)}$

ค.  $\frac{14-8x}{(x-1)(x-3)}$

ง.  $\frac{2x-12}{(x-1)(x-3)}$

จ.  $\frac{18-8x}{(x-1)(x-3)}$

26. ผลคูณของ  $(\frac{a^4}{a+1})(\frac{a^2-1}{a^2})$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $a^2(a-1)$

ข.  $a^2(-1-a)$

ค.  $a^2(a+1)$

ง.  $a^2(1-a)$

จ.  $a^{-2}(a-1)$

27. รูปอย่างง่ายของ  $\frac{x^2-5x+6}{x-2}$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $x-2$

ข.  $x+2$

ค.  $x-3$

ง.  $x+3$

จ.  $(x-3)(x-2)$

28. ค่าตอบของสมการ  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6}$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $-3$

ข.  $3$

ค.  $2, -6$

ง.  $-2, 6$

จ.  $-\frac{4}{3}, 0$

29. ค.ร.น. ของ  $x-1, x^2-1$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $x-1$

ข.  $x+1$

ค.  $-x-1$

ง.  $-x+1$

จ.  $x^2-1$

30. ผลสำเร็จของ  $\frac{24a^3b}{-6xy^2} \div \frac{3a^2b}{12x}$  เท่ากับเท่าไร

ก.  $\frac{-2^5b^2}{xy^2}$

ข.  $\frac{-ab^2}{x^2y^2}$

ค.  $-4a^5bxy^2$

ง.  $-16a^3b^0x^0y$

จ.  $-16ab^0x^0y^{-2}$

31. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบของ  $t^4+t+1$

ก.  $(t+1)^2$

ข.  $(t-1)^2$

ค.  $(t+1)(t-1)$

ง.  $(t^2-t-1)(t^2+t+1)$

จ.  $(t^2-t+1)(t^2+t+1)$

32. ค่าของสมการ  $a^4-10a^2 = -9$  เท่ากับเท่าใด

ก.  $-3, -1, 1, 3$

ข.  $-3, -1$

ค.  $1, 3$

ง.  $-1, 1$

จ.  $-3, 3$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โจทย์ ข้อนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 33 - 35

พ่อค้าซื้อผ้ามายาวทั้งสิ้น 240 บาท ตัดเก็บไว้ 5 เมตร ที่เหลือขายไปในราคาสูงกว่าต้นทุนเมตรละ 8 บาท ยังได้กำไรอีก 60 บาท

33. ถ้าเขาซื้อผ้ามาราคาเมตรละ  $a$  บาท เขาขายผ้าไปราคาเมตรละกี่บาท

ก.  $a-8$

ข.  $-a-8$

ค.  $8-a$

ง.  $8+a$

จ.  $5-a$

34. เขาขายผ้าได้เงินทั้งสิ้นกี่บาท

ก. 360

ข. 300

ค. 240

ง. 60

จ. 8

35. ซื้อผ้ามายาเมตรละกี่บาท

ก. 384

ข. 192

ค. 64

ง. 32

จ. 12

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

1. รองศาสตราจารย์ สุเทพ จันทรสมศักดิ์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ พิชากร แปลงประสพโชค
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุเทพ ทองอัญญา

ศูนย์วิทยพัชกร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



### ประวัติผู้เขียน

นางสาว นวลศรี เห็นสุข เกิดเมื่อวันที่ 1 พฤษภาคม 2498 ที่อำเภอเมือง จังหวัดสุรินทร์ จบปริญญาการศึกษาบัณฑิต (กศ.บ) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน เมื่อปี พ.ศ. 2521 เข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ปัจจุบันเป็นอาจารย์โรงเรียนคันทรินราษฎร์วิทยาลัย



ศูนย์วิทยพัชการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย