การประมาณค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยโดยใช้ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด

นายสยุมภู สายชลพิทักษ์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2553
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Estimation of Thai Elderly Mortality Rates Using Kannisto Model, Makeham Model, Inverse-Makeham Model and Extreme-Value Theory

Mr. Sayhumpooh Saichonpitak

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Insurance

Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University

Academic Year 2010

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประมาณค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยโดยใช้ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด
โดย	นายสยุมภู สายชลพิทักษ์
สาขาวิชา	การประกันภัย
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร. สุวาณี สุรเสียงสังข์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร. อรรณพ ตันละมัย)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ จลีพร โกลากุล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวาณี สุรเสียงสังข์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ วัลภา ประกอบผล)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา วิจิตรธรรมรส)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สยุมภู สายชลพิทักษ์ : การประมาณค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยโดยใช้ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด (ESTIMATION OF THAI ELDERY MORTALITY RATES USING KANNISTO MODEL, MAKEHAM MODEL, INVERSE-MAKEHAM MODEL AND EXTREME-VALUE THEORY). อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รองศาสตราจารย์ ดร. สุวาณี สุรเสียงสังข์, 144 หน้า.

งานวิจัยฉบับนี้มีจุดประสงค์เพื่อประมาณและเปรียบเทียบค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย จาก 4 ตัวแบบคือ 1)ตัวแบบคานนิสโต (Kannisto Model) 2) ตัวแบบเมคแฮม (Makeham Model) 3) ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) และ 4) ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory) ค่าประมาณอัตรามรณะจาก 3 ตัวแบบแรกนำมาเปรียบเทียบกับค่าอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์โดยใช้ค่าร้อยละค่าสัมบูรณ์ของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) ทฤษฎีค่าสุดขีดนั้นได้ใช้ในการประมาณค่าอัตรามรณะในช่วงอายุมากๆ จากนั้นจึงนำค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากงานวิจัยมาเปรียบเทียบกับอัตรามรณะที่ได้จากตารางมรณะไทย 2540 ประเภทสามัญ (TMO97) และตารางบำนาญไทย พ.ศ. 2552 การศึกษาครั้งนี้ใช้ข้อมูลจำนวนประชากรและจำนวนการตาย จำแนกตามเพศและอายุ ของปี พ.ศ. 2546 - 2551 จากกระทรวงมหาดไทยและกระทรวงสาธารณสุข ตามลำดับ

จากการศึกษาพบว่าตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมให้ค่า MAPE ต่ำที่สุด สำหรับเพศชายในช่วงอายุ 60 - 85 ปี และเพศหญิงในช่วงอายุ 60 - 83 ปี เมื่อนำค่าอัตรามรณะที่ประมาณได้จากทฤษฎีค่าสุดขีดมาใช้ร่วมกับค่าประมาณที่ได้จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม แล้วเปรียบเทียบค่าประมาณที่ได้กับอัตรามรณะที่ได้จากตาราง TMO97 พบว่ามีความใกล้เคียงกันมากในช่วงอายุ 60 - 82 ปี และ 60 - 85 ปี สำหรับเพศชายและเพศหญิงตามลำดับ นอกจากนี้ค่าประมาณอัตรามรณะมีค่าใกล้กับค่าอัตรามรณะจากตารางบำนาญไทย พ.ศ. 2552 ในช่วงอายุ 60 - 92 ปี และ 60 - 93 ปี สำหรับเพศชายและเพศหญิงตามลำดับ

ภาควิชา : สถิติ ลายมือชื่อนิสิต สยุมภู สายชลพิทักษ์

สาขาวิชา : การประกันภัย ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ปีการศึกษา : 2553

5181928226 : MAJOR INSURANCE

KEYWORDS : MORTALITY RATES / KANNISTO MODEL / MAKEHAM MODEL / EXTREME-VALUE THEORY

SAYHUMPOOH SAICHONPITAK: ESTIMATION OF THAI ELDERY MORTALITY RATES USING KANNISTO MODEL, MAKEHAM MODEL, INVERSE-MAKEHAM MODEL AND EXTREME-VALUE THEORY. THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. SUWANEE SURASIENGSUNK PH.D., 144 pp.

This research aims to estimate and compare the estimation of Thai Elderly mortality rates by using 4 estimated models: 1) Kannisto Model, 2) Makeham Model, 3) Inverse-Makeham Model, and 4) Extreme-Value Theory. The estimated mortality rates from 3 models were compared with mortality rates from civil registration data using mean absolute percent error (MAPE). The Extreme-Value Theory is used to estimate mortality rate in the high level ages. Then the estimated mortality rates from research were compared with the mortality rates from Thai Mortality Ordinary Table 1997 (TMO97) and the mortality rates from Thai Pension Table 2009. Data used in the study are the number of population and the number of death by age and sex of the year 2003 – 2008 from the Ministry of Interior and the Ministry of Public Health respectively.

The study found that the Inverse-Makeham model gives the lowest MAPE value for males in the age rage 60-85 years and females' age 60-83 years. Combine the estimated mortality rates from Inverse-Makeham Model and Extreme-Value Theory then compare to the mortality rates from TMO97 found that there is very similar in age range 60-82 years and 60-85 years for males and females, respectively. Moreover, the estimated mortality rates are near the mortality rates from Thai Pension Table 2009 in age range 60-92 years and 60-93 years for males and females, respectively.

Department : STATISTICS Student's Signature Sayhumpooh Saichonpitak

Field of Study : INSURANCE Advisor's Signature Suwanee Surasiengsunk

Academic Year : 2010

กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาวิจัยการประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยโดยใช้ตัวแบบเมคแฮมและตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม สามารถบรรลุเป้าหมายตามวัตถุประสงค์ได้ด้วยความช่วยเหลือและคำแนะนำที่เป็นจากท่าน รองศาสต ราจารย์ ดร .สุวาณี สุรเสียงสังข์ อาจารย์ประจำ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี ภาควิชาสถิติ สาขาการประกันภัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งเป็นผู้แนะแนวทางในการแก้ปัญหา ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อผิดพลาดต่างๆที่เกิดขึ้นในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี อาจารย์ประจำคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี ภาควิชาสถิติ สาขาการประกันภัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในความช่วยเหลือด้านโปรแกรมการคำนวณ และคำแนะนำที่มี ประโยชน์ในการศึกษา และวิจัยต่างๆ ในการศึกษา และวิจัยในครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี ภาควิชาสถิติ และคณาจารย์ คณะวิทยาศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ทุกท่านที่ได้กรุณาประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ผู้วิจัย

ขอขอบพระคุณ คุณไพบูลย์ เปี่ยมเมตตา จากสำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย สำหรับข้อมูลในการนำมาใช้ในส่วนต่างๆ ของวิท ยานิพนธ์เล่มนี้

ขอขอบคุณ คุณณัฐกร สุรเมธากุล คุณชวนภ อิ่มแสงจันทร์ คุณสุภัทรา ตันติวิทยมาศ และเพื่อนๆ ที่ได้ช่วยเหลือและให้กำลังใจมาโดยตลอด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย……	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง…….....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา……..	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย……..	1
1.3 ขอบเขตของการวิจัย……..	2
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น……	2
1.5 ข้อจำกัดของการวิจัย……	2
1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... .	2
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.8 วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ.....	2
1.9 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย.....	3
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง……	4
2.1 แนวคิดและทฤษฎี……..	4
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง……	9
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย……..	16
3.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล……	16
3.2 ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย……..	17
3.3 การเตรียมข้อมูลเพื่อการทำวิจัย……	32
3.4 การจำลองข้อมูลเพื่อการทำวิจัย……	42
บทที่ 4 การหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม……..	52

เรื่อง หน้า

4.1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์..... 52

บทที่ 5 ผลการประมาณค่าอัตรามรณะและการเปรียบเทียบค่าที่ได้จาก
ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม..... 56
5.1 การประมาณค่าอัตรามรณะ..... 56
5.2 การเปรียบเทียบตัวแบบประมาณค่าอัตรามรณะ..... 62

บทที่ 6 การประมาณค่าอัตรามรณะโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory)..... 71
6.1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทฤษฎีค่าสุดขีด..... 71
6.2 การประมาณค่าอัตรามรณะ..... 73

บทที่ 7 การหาค่าประมาณอัตรามรณะเพื่อนำไปประยุกต์ใช้..... 78
7.1 การประยุกต์งานวิจัยกับค่าอัตรามรณะที่ประมาณได้..... 78
7.2 การเปรียบเทียบค่าอัตรามรณะเพศชาย และเพศหญิง..... 84
7.3 การเปรียบเทียบอัตรามรณะที่ประมาณได้กับอัตรามรณะตามตาราง TMO97..... 86
7.4 การเปรียบเทียบอัตรามรณะจากงานวิจัยกับอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทย
พ.ศ. 2552..... 89

บทที่ 8 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ..... 94
8.1 สรุปผลการวิจัย..... 94
8.2 อภิปรายผลการวิจัย..... 95
8.3 ข้อเสนอแนะ..... 95

รายการอ้างอิง..... 98

ภาคผนวก..... 100
ภาคผนวก ก ข้อมูลจำนวนตายที่ปรับแล้ว เพศชาย และเพศหญิง
ปีพ.ศ. 2547 – 2551..... 101
ภาคผนวก ข ข้อมูลจำนวนประชากรกลางปี เพศชาย และเพศหญิง
ปีพ.ศ. 2547 – 2551..... 107
ภาคผนวก ค ค่าอัตรามรณะกลางปี เพศชาย และเพศหญิง
ปีพ.ศ. 2547 – 2551..... 113

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เรื่อง หน้า

ภาคผนวก ง ค่าอัตรามรณะที่ประมาณจากข้อมูลจริง เพศชาย และเพศหญิง ปีพ.ศ. 2547 – 2551..... 121
ภาคผนวก จ ค่าประมาณพารามิเตอร์ และค่าไคว์สแควร์ที่ทดสอบได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศชายและเพศหญิง ช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551..... 129
ภาคผนวก ฉ Source Code โปรแกรม R สำหรับตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด..... 131
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 144

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	งานวิจัยต่างประเทศ……..	12
2.2	งานวิจัยภายในประเทศ……..	15
3.1	การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุของเพศชายในปี พ.ศ.2550……..	17
3.2	การหาจำนวนประชากรกลางปีเพศชายปี พ.ศ.2550……..	22
3.3	ค่าอัตรามรณะกลางปี และอัตรามรณะเพศชายในปี พ.ศ.2551……..	27
3.4	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย จำนวนประชากรตายเฉลี่ย ค่าอัตรามรณะกลางปี และค่าอัตรามรณะของเพศชายในช่วงปี พ.ศ. 2547 – 2551……..	34
3.5	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย จำนวนประชากรตายเฉลี่ย ค่าอัตรามรณะกลางปี และค่าอัตรามรณะของเพศหญิงในช่วงปี พ.ศ. 2547 – 2551……..	38
3.6	ค่าอัตรามรณะจากทะเบียนราษฎร์ จำนวนประชากรเป็น และประชากรตายในแต่ละช่วงอายุของเพศชาย ในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 โดยที่ประชากรเริ่มต้นหรือ l_0 เท่ากับ 100000 คน……..	43
3.7	ค่าอัตรามรณะจากทะเบียนราษฎร์ จำนวนประชากรเป็น และประชากรตายในแต่ละช่วงอายุของเพศหญิง ในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 โดยที่ประชากรเริ่มต้นหรือ l_0 เท่ากับ 100000 คน……..	47
4.1	แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบคานนิสโต และค่าไคว์สแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี……..	53
4.2	แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบเมคแฮม และค่าไคว์สแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี……..	54
4.3	แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และค่าไคว์สแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี……..	55
5.1	อัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมของเพศชาย ตั้งแต่อายุ 60 – 85 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 83 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551……..	57
5.2	อัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบเมคแฮมของเพศชาย ตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 71 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551……..	58
5.3	อัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบคานนิสโตของเพศชาย ตั้งแต่อายุ 60 –	

	74 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551….	59
5.4	การหาค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต เพศชายอายุ 60 – 74 ปี……	63
5.5	ค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศชาย ช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ในแต่ละช่วงอายุ……	64
5.6	ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 74 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม……..	64
5.7	ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 75 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม……	66
5.8	ค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศหญิง ช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ในแต่ละช่วงอายุ……...	67
5.9	ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 71 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม……...	67
5.10	ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 75 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบคานนิสโต และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม……	69
6.1	ค่าประมาณพารามิเตอร์ในแต่ละช่วงอายุ สำหรับการประมาณค่าอัตรามรณะโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศชายในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551……	72
6.2	ค่าประมาณพารามิเตอร์ในแต่ละช่วงอายุ สำหรับการประมาณค่าอัตรามรณะโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศหญิงในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551……..	73
6.3	ค่าประมาณอัตรามรณะของเพศชายจากทฤษฎีค่าสุดขีด โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณในช่วงอายุ 70 – 88 ปี 75 – 88 ปี และ 80 – 88 ปี สำหรับช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551……	74
6.4	ค่าประมาณอัตรามรณะของเพศหญิงจากทฤษฎีค่าสุดขีด โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณในช่วงอายุ 70 – 93 ปี 75 – 93 ปี 80 – 93 ปี และ 85 – 93 ปี สำหรับช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551……	76
7.1	ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 85 ปี จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 80 – 97 ปี จากทฤษฎีค่าสุดขีด และ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย……	79

7.2 ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 83 ปี จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 80 – 98 ปี จากทฤษฎีค่าสุดขีด และ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศหญิง..... 82

7.3 ค่าประมาณอัตรามรณะ จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชายและเพศหญิง..... 84

7.4 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะจาก TMO97 สำหรับเพศชายและเพศหญิง..... 86

7.5 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 สำหรับเพศชายและเพศหญิง..... 90

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
3.1	ค่าอัตรามรณะไทยของเพศชายที่คำนวณจากข้อมูลจริง ตั้งแต่อายุน้อยกว่า 1 ปี ถึง มากกว่า 100 ปี สำหรับปีพ.ศ. 2547 – 2551……..	31
3.2	ค่าอัตรามรณะไทยของเพศหญิงที่คำนวณจากข้อมูลจริง ตั้งแต่อายุน้อยกว่า 1 ปี ถึง มากกว่า 100 ปี สำหรับปีพ.ศ. 2547 – 2551……	32
5.1	ค่าประมาณอัตรามรณะที่หาได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ เปรียบเทียบกับค่าประมาณอัตรามรณะที่หาได้จากตัวแบบ……	61
5.2	แสดงค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 74 ปี จากตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮ เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์……	65
5.3	ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 75 ปี จากตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์…….	66
5.4	แสดงค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 71 ปี จากตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์……	68
5.5	ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 75 ปี จากตัวแบบคานนิสโต และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์……	69
6.1	ค่าอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ เปรียบเทียบกับค่าประมาณอัตรามรณะจากการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศชาย โดยใช้ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ประมาณจากข้อมูลในช่วงอายุต่างๆ……..	75
6.2	ค่าอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ เปรียบเทียบกับค่าประมาณอัตรามรณะจากการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศหญิง โดยใช้ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ประมาณจากข้อมูลในช่วงอายุต่างๆ……..	77
7.1	ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย……	81
7.2	ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอิน	

เวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศหญิง..... 83
7.3 ค่าประมาณอัตรามรณะ จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย และเพศหญิง..... 86
7.4 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะจาก TMO97 สำหรับเพศชาย..... 88
7.5 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะจาก TMO97 สำหรับเพศหญิง..... 89
7.6 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 สำหรับเพศชาย..... 92
7.7 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 สำหรับเพศหญิง..... 92

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ข้อมูลจากรายงานแนวโน้มประชากรโลกของสำนักอ้างอิงทางประชากรปีพ.ศ. 2552 คาดการณ์ว่า จำนวนประชากรโลกจะพุ่งสูงถึง 7,000 ล้านคน ในอีก 2 ปีข้างหน้า ซึ่งมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มประเทศกำลังพัฒนาและประเทศยากจน หรือ ร้อยละ 97 ของการขยายตัวของประชากรโลกในอีก 40 ปีข้างหน้า จะอยู่ที่ ทวีปเอเชีย แอฟริกา ลาตินอเมริกา และแคริบเบียน โดยปัจจุบันนี้ จำนวนประชากรโลกที่เป็นวัยหนุ่มสาวจำนวน 1,200 ล้านคน จะอยู่ในประเทศกำลังพัฒนาถึงร้อยละ 97 หรือเทียบได้ว่า 8 ใน 10 คน อาศัยอยู่ในเอเชียและแอฟริกา (หนังสือพิมพ์ ฐานเศรษฐกิจ, 2552 : ออนไลน์)

ปัญหาต่างๆ เหล่านี้ไม่ใช่จะไม่เกิดขึ้นกับประเทศไทย เพราะอัตราการเพิ่มขึ้นของผู้สูงอายุก็เพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ เช่นกัน โดยมีการคาดการณ์ว่าในปีพ.ศ. 2568 จะมีผู้สูงอายุถึงร้อยละ 20 ของจำนวนประชากรไทยทั้งหมด (มูลนิธิสถาบันวิจัยและการพัฒนาผู้สูงอายุไทย, พ.ศ. 2550 หน้า 3)

การประมาณอัตรามรณะสำหรับผู้สูงอายุนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก อัน เนื่องมาจากปัญหาในหลายๆ ด้าน เช่น การตกจดทะเบียนของรายงานการตายของผู้สูงอายุ หรือการแจ้งอายุที่เสียชีวิตคลาดเคลื่อน ทำให้การหารูปแบบของอัตรามรณะของผู้สูงอายุ ควรที่จะปรับปรุงและหารูปแบบที่แม่นยำยิ่งขึ้น เพื่อกำจัดและลดปัญหาข้อผิดพลาดในการหาจำนวนผู้สูงอายุ รวมไปถึงอัตรามรณะของผู้สูงอายุ ทั้งนี้เพื่อนำมาใช้ให้เกิดประโยชน์ในการแก้ปัญหาเหตุการณ์ต่างๆ ที่จะเกิดขึ้น ในอนาคต

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อประมาณและเปรียบเทียบค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย โดยใช้ ตัวแบบเมคแฮม (Makeham Model) ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) และตัวแบบคานนิสโต (Kannisto Model)
2. เพื่อประมาณค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory)
3. เพื่อหาค่าประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

ศึกษาเฉพาะข้อมูลการตายของจำนวนประชากรไทย ที่มีอายุตั้งแต่ 60 ปีขึ้นไป ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2547 – 2551

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

อายุของประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้กำหนดให้เริ่มจากอายุน้อยกว่า 1 ปี ถึงมากกว่า 100 ปี

1.5 ข้อจำกัดของการวิจัย

ข้อมูลที่นำมาศึกษา คือ ข้อมูลจำนวนประชากรระหว่างปีพ.ศ. 2546 - 2551 จากกระทรวงมหาดไทยและ ข้อมูลจำนวนการตาย ระหว่างปีพ.ศ. 2547 – 2551 จากสำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ กระทรวงสาธารณสุข

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

ผู้สูงอายุ หมายถึง ผู้ที่มีอายุตั้งแต่ 60 ปีขึ้นไป

อัตรามรณะ (Mortality rate) หมายถึง ความน่าจะเป็นของการตายหรือความน่าจะเป็นที่คนเมื่อครบอายุหนึ่งจะเสียชีวิตไปก่อนที่จะครบอายุถัดไป

อัตรามรณะกลางปี (Center death rate) หมายถึง อัตราที่คำนวนโดยการใช้จำนวนตายที่เกิดขึ้นในปีหนึ่งเป็นตัวตั้งแล้วหารด้วยประชากรกลางปี

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เข้าใจถึงหลักการประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุโดยใช้ตัวแบบเมคแฮม (Makeham Model) ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) ตัวแบบคานนิสโต (Kannisto Model) และ ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory)
2. สามารถหาวิธีประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุที่เหมาะสมมากขึ้น

1.8 วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ

1. ศึกษาตัวแบบที่ใช้ในการประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุ โดยมีตัวแบบเมคแฮม (Makeham Model) ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) ตัวแบบคานนิสโต (Kannisto Model) และ ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory)
2. เก็บข้อมูลจำนวนประชากรที่ตาย จำนวนประชากรกลางปี รายอายุจำแนกตามเพศ ในปี พ.ศ. 2547 - 2551

3. ประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุโดยใช้ตัวแบบเมคแฮม (Makeham Model) ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) ตัวแบบคานนิสโต (Kannisto Model) และ ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory)
4. เปรียบเทียบค่าอัตรามรณะที่ประมาณได้ของวิธีการประมาณทั้ง 3 แบบ คือ ตัวแบบเมคแฮม (Makeham Model) ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) และตัวแบบคานนิสโต (Kannisto Model) เพื่อหาตัวแบบที่มีค่าสมนัยกับข้อมูลจริงมากที่สุด
5. ประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory) สำหรับช่วงอายุที่สูงมากๆ
6. หาค่าประมาณของอัตรามรณะของผู้สูงอายุโดยใช้ผลจากค่าประมาณในข้อ 4 และ 5 พร้อมทั้งเปรียบเทียบค่าที่ได้กับตารางมรณะของผู้เอาประกันชีวิต พ.ศ. 2540 และตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552
7. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

1.9 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย

ในบทที่ 2 เป็นการนำเอางานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างๆ รวมไปถึงองค์ความรู้ต่างๆ ที่จะนำไปใช้ในการวิจัยหาค่าประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย และทำการคำนวณค่าอัตรามรณะจากข้อมูลจำนวนประชากร และจำนวนประชากรตายในช่วงปีพ .ศ. 2547 - 2551 จากทะเบียนราษฎร์ เพื่อใช้ในการประมาณค่าอัตรามรณะจากตัวแบบทั้ง 3 และทฤษฎีค่าสุดขีด ซึ่งอธิบายไว้ในบทที่ 3 ในบทที่ 4 ได้อธิบายถึงการนำเอาค่าอัตรามรณะที่หาได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ไปคำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของทั้งสามตัวแบบโดยใช้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น รวมทั้งใช้ค่าไคว์สแควร์มาตรวจสอบว่าข้อมูลมีความเหมาะสมกับตัวแบบหรือไม่ หลังจากนั้นทำการเปรียบเทียบค่าประมาณอัตรามรณะในแต่ละช่วงอายุที่สามารถเปรียบเทียบกันได้ ด้วยช่วงรายอายุที่มากที่สุดของแต่ละตัวแบบ ด้วยค่า MAPE โดยจะกล่าวในบทที่ 5 ส่วนในบทที่ 6 เป็นการคำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์และค่าประมาณอัตรามรณะจากทฤษฎีค่าสุดขีด เพื่อนำไปใช้ในการประมาณค่าอัตรามรณะสำหรับผู้สูงอายุไทยตั้งแต่อายุ 60 ปีขึ้นไป จากนั้นนำผลที่ได้จากบทที่ 5 และบทที่ 6 มาใช้ร่วมกันเพื่อประมาณค่าอัตรามรณะที่นำไปประยุกต์ใช้ได้โดยจะกล่าวในบทที่ 7 ส่วนในบทที่ 8 เป็นการสรุปผลการวิจัย อภิปรายผล การวิจัย และข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยนี้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

ในปี ค.ศ. 1939 Greenwood M. และ Irwin J.O. เสนอบทความเกี่ยวกับอัตรามรณะของผู้สูงอายุ โดยกล่าวว่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุมากๆ จะมีลักษณะเพิ่มขึ้นในอัตราที่ช้าลง (Greenwood and Irwin, 1939) คำกล่าวนี้ได้รับการยืนยันจากนักวิจัยหลายท่านรวมถึง A.C.Economos ซึ่งได้แสดงให้เห็นว่าเป็นลักษณะที่พบในประชากรมนุษย์และสัตว์ทดลอง (A.C.Economos, 1980)

Greenwood และ Irwin ได้อธิบายถึงอัตราการเพิ่มขึ้นที่ช้าลงของอัตรามรณะของผู้สูงอายุมากๆ ว่าเนื่องจากการได้รับความกดดันและความรุนแรงจากสิ่งเร้าภายนอกน้อยกว่าและมีกิจกรรมในแต่ละวันจำกัด รวมไปถึงกิจกรรมในที่สาธารณชนน้อยลง ซึ่งมีการวิเคราะห์แล้วว่าอัตรามรณะของสัตว์ที่มีอายุมากนั้นมีลักษณะเหมือนของประชากรมนุษย์

นักคณิตศาสตร์ได้จำลองกฎของการตายในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ โดยแสดงอัตรามรณะในรูปฟังก์ชันอายุ เพื่อเป็นประโยชน์ในเชิงสถิติ ซึ่งแนวทางการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อแทนรูปแบบอัตรามรณะนั้น อาจพิจารณาได้ 2 อย่างคือ ตัวแบบกึ่งพาราเมตริกซ์ (Semi-parametric Model) และตัวแบบพาราเมตริกซ์ (Parametric Model) ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะตัวแบบพาราเมตริกซ์ที่ใช้แทนรูปแบบการตายของประชากรผู้สูงอายุ

สัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในงานวิจัย มีดังนี้

x คือ อายุต่างๆ ตั้งแต่แรกเกิดนับเป็นปี ตั้งแต่ 0, 1, 2, ...

L_x คือ จำนวนปีที่คาดหมายทั้งหมดที่คนจะมีชีวิตอยู่ระหว่างอายุ x ปี ถึง $x+1$ ปี ของกลุ่มคนทั้งหมด

p_x คือ อัตรารอดชีพหรือความน่าจะเป็นของการอยู่รอดจากอายุ x ปี ถึง $x+1$ ปี

q_x คือ อัตรามรณะ หรือ ความน่าจะเป็นของการตายระหว่างอายุ x ปี ถึง $x+1$ ปี

d_x คือ จำนวนคนตายในช่วงอายุ x ปี ถึง $x+1$ ปี หาได้จาก $d_x = L_x \times q_x$

m_x คือ อัตราตายกลางปีรายกลุ่มอายุ หรืออัตราจำนวนคนตายในช่วงอายุ x ปี ถึง $x+1$ ปี ต่อ จำนวนคนที่มีชีวิตอยู่ระหว่างอายุ x ปี ถึง $x+1$ ปี หาได้จาก $m_x = \frac{d_x}{L_x}$

พลังมรณะ (Hazard function, force of mortality: $\mu(x)$) คือ ค่าของฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของ X ที่อายุที่แน่นอน x ปี เมื่อกำหนดว่าอยู่รอดถึงอายุนั้น หรือเขียนในรูปทางคณิตศาสตร์ดังนี้

$$\mu(x) = lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{P(x \leq X \leq x+\Delta x | X \geq x)}{\Delta x}\right)$$

เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous random variable) ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง p_x กับ $\mu(x)$ คือ

$$p_x = exp(-\int_x^{x+1} \mu(s)ds)$$

จึงสามารถเขียน q_x ได้ คือ

$$q_x = 1 - exp(-\int_x^{x+1} \mu(s)ds)$$

ในปี ค.ศ. 1729 De Moivre ได้กล่าวว่า ความน่าจะเป็นของเด็กแรกเกิดจะมีชีวิตอยู่รอดจนถึงอายุ x นั้นมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอายุ ซึ่งสามารถเขียนในรูปพลังมรณะ (force of mortality: $\mu(x)$) ได้คือ

$$\mu(x) = \frac{1}{\omega - x} \quad ; \quad 0 \leq x \leq \omega$$

เมื่อ ω คืออายุสูงสุด และในเวลาต่อมา De Moivre ก็ได้พบว่าตัวแบบที่เขาเสนอนั้น ไม่สามารถใช้ได้ในทุกช่วงอายุ

ต่อมาในปี ค.ศ. 1825 นักคณิตศาสตร์ประกันภัยชาวอังกฤษ ชื่อ Benjamin Gompertz เสนอกฎอัตรามรณะ (law of mortality) หรือ กฎของกอมเปิร์ท (Gompertz law) เพื่ออธิบายถึงลักษณะอัตรามรณะของคนในวัยผู้ใหญ่ โดยได้ให้ข้อสังเกตของอัตราการเสียชีวิตในศตวรรษที่ 19 ของประชากรอังกฤษ สวีเดน และฝรั่งเศส ที่มีอายุระหว่าง 20 ถึง 60 ปีว่ามีลักษณะเพิ่มขึ้นแบบเรขาคณิต (geometric progression) เช่นการเพิ่มขึ้นแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (exponential rise) กับอายุนั่นคือ

$$\mu(x) = Be^{\mu x}$$

เมื่อ B, μ คือพารามิเตอร์

แต่จากการศึกษาต่อมาพบว่า Gompertz law ใช้ได้ไม่ดีกับช่วงอายุมากกว่า 85 ปีขึ้นไป โดยค่าที่สังเกตได้นั้นมีค่าต่ำกว่าค่าของ Gompertz law

ในปี ค.ศ. 1860 Makeham ได้เสนอตัวแบบ ซึ่งแก้ไขจากตัวแบบของ Gompertz โดยที่เพิ่มพารามิเตอร์เข้ามาอีก 1 ตัวซึ่งเป็นพารามิเตอร์อันเนื่องจากปัจจัยของการเสียชีวิตที่ไม่ขึ้นกับอายุ แสดงเป็นตัวแบบได้คือ

$$\mu(x) = A + Be^{\mu x}$$

เมื่อ A, B, μ เป็นพารามิเตอร์

และในเวลาต่อมา Finch (1990) ได้พบว่าตัวแบบของ Makeham ใช้ได้ดีในช่วงอายุ 30 – 85 ปี (Makeham, 1860) ในขณะเดียวกัน Perk ได้ปรับตัวแบบของ Gompertz โดยให้อัตรามรณะในช่วงอายุมากๆ มีอัตราเพิ่มขึ้นที่น้อยลง ซึ่งก็คือตัวแบบโลจิสติก โดยมีตัวแบบคือ

$$\mu(x) = \frac{A+Be^{\mu x}}{1+Ce^{\mu x}}$$

เมื่อ A, B, C, μ เป็นพารามิเตอร์ (Perk, 1932)

Bread ได้สร้างตัวแบบของอัตรามรณะโดยให้เหตุผลของการเพิ่มขึ้นในอัตราที่ช้าลงของอัตรามรณะในช่วงอายุมากๆ ว่า อาจเนื่องมาจากกลุ่มประชากรที่ประกอบไปด้วยกลุ่มย่อยๆ ที่แต่ละกลุ่มมีความแตกต่างอันเนื่องจากกระบวนการคัดเลือก กล่าวคือกลุ่มที่มีความอ่อน แอกว่า จะเสียชีวิตไปก่อน นั่นคือ ในที่สุดประชากรทั้งหมดก็จะมารวมกันเป็นกลุ่มที่แข็งแรงในสัดส่วนที่เพิ่มขึ้น โดยมีตัวแบบคือ

$$\mu(x) = \frac{Be^{\mu x}}{1+Ce^{\mu x}}$$

เมื่อ B, C, μ เป็นพารามิเตอร์ (Bread, 1963)

Väinö Kannisto ได้เสนอตัวแบบที่ประกอบด้วย 2 พารามิเตอร์ คือ จากตัวแบบ Bread (1963) โดยให้ $B = C$ ดังนั้นตัวแบบคือ

$$\mu(x) = \frac{Be^{\mu x}}{1+Be^{\mu x}}$$

เมื่อ B, μ เป็นพารามิเตอร์ (Kannisto, 1992)

จากตัวแบบทั้งหมดที่กล่าวมา ล้วนเป็นกรณีเฉพาะของตัวแบบโลจิสติก (Logistic model) อันได้แก่ Gompertz ($A = 0, C = 0$) Makeham ($C = 0$) Bread ($A = 0$) และ Kannisto ($A = 0, B = C$)

นอกจากนี้ยังมีตัวแบบอื่นๆ อีกเช่น ตัวแบบไวบูลล์ (Weibull Model) ที่ระบุสมการของ $\mu(x)$ เป็น

$$\mu(x) = kx^n$$

เมื่อ k, n เป็นพารามิเตอร์ (Weibull, 1951)

Heligman & Pollard (1980) เสนอตัวแบบที่แสดงรูปแบบของอัตรามรณะของทุกอายุ x ดังนี้

$$q_x = A^{(x+B)^C} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + \frac{GH^x}{1+GH^x}$$

เมื่อ A, B, C, D, E, F, G, H เป็นพารามิเตอร์ และยังได้พิจารณาถึงอัตราส่วนของ $\frac{p_x}{q_x}$ คือ

$$\frac{p_x}{q_x} = A^{(x+B)^C} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + GH^x$$

โดยที่แต่ละเทอมสามารถแยกพิจารณาเป็นแต่ละช่วงอายุได้ดังนี้

$$\frac{p_x}{q_x} = \textit{Neonatal Component} + \textit{Hump Component} + \textit{Aging Component}$$

เมื่อ Neonatal Component คือ ช่วงอายุวัยแรกเกิด

Hump Component คือ ช่วงอายุที่เป็นผู้ใหญ่

Aging Component คือ ช่วงอายุที่เป็นผู้สูงอายุ

ในปี ค .ศ. 1998 Thatcher ได้นำตัวแบบ 5 ประเภท ได้แก่ ตัวแบบของกอมเปิร์ท (Gompertz Model) ตัวแบบโลจิสติก (Logistic Model) ตัวแบบของคานนิสโต (Kannisto Model) ตัวแบบของไวบูลล์ (Weibull Model) และตัวแบบของเฮลิคมานกับพอลลาร์ด (Heligman & Pollard Model) ทดสอบกับข้อมูลอัตรามรณะในกลุ่มประเทศอุตสาหกรรม 13 ประเทศ (Austria, Denmark, England and Wales, Finland, France, West Germany, Iceland, Italy, Japan, The Netherlands, Norway, Sweden และ Switzerland)ในช่วงข้อมูลปี ค.ศ. 1960-1970, 1970-1980, 1980-1990 โดยเป็นโคฮอทของผู้ที่เกิดในปี ค.ศ. 1871-1880 พบว่าในช่วงอายุ 95 ปีขึ้นไป พลังมรณะ (force of mortality) ที่ได้จากการประมาณโดยตัวแบบ Gompertz และ Makeham จะเพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โพเนนเชียลกับอายุ ซึ่งทำให้ค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้สูงกว่าอัตรามรณะที่สังเกตได้ ส่วนตัวแบบอื่นๆ ให้ค่าประมาณอัตรามร ณะ หรือสามารถใช้แทนรูปแบบอัตรามรณะของประชากรในช่วงของอายุที่มากได้ดี

ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory: EVT)

ทฤษฎีค่าสุดขีด คือสาขาหนึ่งของวิชาสถิติ เกิดจากการที่มีข้อมูลบางค่าแตกต่างไปจากค่ากึ่งกลางมาก โดยทฤษฎีทั่วไปจะนำข้อมูลมากำหนดชนิดของการแจกแจงความน่าจะเป็นทั้งหมด แต่สำหรับทฤษฎีค่าสุดขีดนั้น จะใช้เพียงข้อมูลที่มีค่าเกินกว่า หรือน้อยกว่าค่ากึ่งกลางใหม่ที่กำหนดขึ้นมาเท่านั้น

จุดมุ่งหมายสำหรับ EVT คือการพัฒนาการคำนวณทางสถิติและวิธีเกี่ยวกับความน่าจะเป็นสำหรับค่าสุดขีด แล้ วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับวิธีการประกอบด้วย ทฤษฎีจำกัดทั่วไปสำหรับค่าสูงสุด การรวมกันของข้อมูลแบบสุ่มในกลุ่มตัวอย่าง

การแจกแจงทั่วไปของพาเรโต (Generalized Pareto Distribution: GPD)

การแจกแจงทั่วไปของพาเรโต คือ การแจกแจงแบบจำกัดของข้อมูลในช่วงที่มีค่าสูงมากและมีจุดเริ่มต้นที่สูง

โดยทั่วไปจะไม่สนใจเฉพาะค่าสูงสุดของข้อมูลที่ได้จากการสังเกต แต่จะสนใจลักษณะของข้อมูลที่มีค่าสูงมากกว่าจุดเริ่มต้นค่าสูงด้วย โดยจุดเริ่มต้นค่าสูง คือ u การแจกแจงของข้อมูล x ที่มีค่าสูงกว่าจุดเริ่มต้น u ซึ่งนิยามโดย

$$F_u(y) = Pr(X - u \leq y | X > u) = \frac{F(y+u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

โดยที่ $F_u(y)$ คือความน่าจะเป็นของค่า x ที่มีค่ามากกว่าจุดเริ่มต้น u โดยมีค่ามากกว่าอยู่ y ทฤษฎีของ Balkema และ de Haan (1974) และ Pickinds (1975) แสดงให้เห็นสำหรับจุดเริ่มต้น u ที่มีค่าสูงเพียงพอ ฟังก์ชันการแจกแจงของจำนวนที่มากเกินไปนี้ สามารถประมาณได้โดย GPD ดังนั้นเมื่อจุดเริ่มต้นมีค่ามากและมีการแจกแจงของข้อมูลที่มีค่ามาก การแจกแจง $F_u(y)$ จึงลู่เข้าสู่ GPD ซึ่งคือ

$$H(y) \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & ; \quad \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\beta}} & ; \quad \xi = 0 \end{cases}$$

โดยที่ ξ คือ พารามิเตอร์ที่บอกลักษณะ เมื่อ $\xi > 0$ จะสอดคล้องกับรูปแบบการแจกแจงพาเรโตปกติ (Generalized Pareto Distribution) เมื่อ $\xi = 0$ GPD จะสอดคล้องกับการแจกแจงเอ็กซ์โพเนนเชียล และเมื่อ $\xi < 0$ จะเป็นการแจกแจงพาเรโต type II (Pareto Type II Distribution, Lomax Distribution)

ความสำคัญของทฤษฎีของ Balkema และ de Haan (1974) และ Pickinds (1975) คือ การแจกแจงของค่าที่สูงมากจะประมาณได้โดย GPD ด้วยการเลือก ξ และ β รวมทั้งกำหนดค่าจุดเริ่มต้น u ที่มีค่าสูง การแจกแจงแบบ GPD สามารถประมาณได้หลายวิธี เช่น วิธีความน่าจะเป็นแบบถ่วงน้ำหนัก หรือวิธี ประมาณค่าความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation: MLE)

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการประมาณค่าอัตรามรณะสำหรับผู้สูงอายุนั้น ได้มีการศึกษาหาตัวแบบที่เหมาะสมเพื่อทำการประมาณตั้งแต่ในอดีต ทั้งในประเทศไทยและ ต่างประเทศ และได้พยายามศึกษาวิจัยในกลุ่มประชากรที่ต่างๆกัน เพื่อให้ได้ตัวแบบที่เหมาะสมกับกลุ่มที่ศึกษา และค่าอัตรา มรณะที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

2.2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Louis G. Doray (2002) ได้ใช้ตัวแบบคานนิสโต ในการหาค่าพารามิเตอร์ และประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุทั้งชายและหญิง ตั้งแต่อายุ 80 – 99 ปีขึ้นไป ของชาวแคนนาดา โดยแบ่งเป็นช่วง (Cohort) ของคนที่เกิดเป็น 5 ช่วง คือช่วง ค.ศ. 1869 – 1872 ,ค.ศ. 1873 – 1877 , ค.ศ. 1878 – 1882 ,ค.ศ. 1883 – 1887 ,ค.ศ. 1888 – 1892 ,ค.ศ. 1893 – 1897 ,ค.ศ. 1898 – 1902 และยังสามารถหาอายุขัยเฉลี่ยที่สามารถอยู่ต่อได้ของชายและหญิงในแต่ละรายอายุ

Robert Bourbeau (2002) ได้ทำการเปรียบเทียบรูปแบบของอัตรามรณะของชาวแคนนาดา ชาวอเมริกัน และกลุ่มประเทศที่พัฒนาแล้ว โดยมีกล่าวถึงสาเหตุการตายต่างๆ ในแต่ละช่วงอายุ ไม่ว่าจะเป็นการป่วยตาย การฆ่าตัวตาย เป็นต้น ซึ่งจากการศึกษาจากข้อมูลประชากร พบว่าข้อมูลประชากรของชาวแคนนาดา และชาวอเมริกันมีความคล้ายคลึงกัน และเมื่อนำข้อมูลประชากรชาวแคนนาดาเปรียบเทียบกับกลุ่มประเทศที่พัฒนาแล้ว พบว่ามีอัตรามรณะที่คล้ายคลึงในช่วงก่อนอายุ 65 ปี และต่างกันในช่วงอายุมากกว่า 80 ปีขึ้นไป

Zeng Yi และ James W. Vaupel (2003) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับอัตรามรณะของผู้สูงอายุกลุ่มประชากรชาวฮั่นในประเทศจีน ซึ่งได้พบว่าการประมาณค่าอัตรามรณะด้วยตัวแบบคานนิสโต และ ตัวแบบโลจิสติก ให้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับข้อมูลจริง กว่าตัวแบบอื่นๆที่ร่วมศึกษา คือ ตัวแบบไวร์บูล พหุนามกำลังสอง ตัวแบบกอมเปิ ร์ท และตัวแบบเฮลิคมานกับพอลหลาด และจากการศึกษาในกลุ่มประชากร ในช่วงอายุที่มากกว่า 97 ปี ตัวแบบคานนิสโตได้ให้

ผลสรุปที่ว่า สำหรับประชากรชาวฮั่นในประเทศจีนในปี 1990 มีค่าอัตรามรณะสูงกว่าประชากรประเทศสวีเดนช่วงปี ค.ศ. 1985 – 1994 และประเทศญี่ปุ่นช่วงปี ค.ศ. 1981 – 1990

Edwin C. Hustead (2005) ได้ศึกษาถึงอัตรามรณะสำหรับช่วงอายุที่สูงมากของประชากรจากหลายๆ ประเทศ ตั้งแต่อายุประมาณ 90 ปีขึ้นไป เพื่อที่จะประมาณหาค่าอัตรามรณะซึ่งมีรูปแบบจากการใช้ทฤษฎี หรือจากตัวแบบ โดยจากการศึกษาตัวแบบหนึ่งที่ได้นำมาใช้ คือ ตัวแบบคานนิสโต รวมไปถึงการบอกวิธีสร้างรูปแบบค่าอัตรามรณะที่จะต้องเข้าใกล้ค่า 1 โดยใช้ทฤษฎีต่างๆ เช่น The Forced Method, The Blended Method, The Pattern Method, The Least–Than-One Method

Kathryn A. Watts, Debbie J. Dupuis, และ Bruce L. Jones (2005) นำเอาข้อมูลการตายในปี ค.ศ. 1949 – 1997 ของชาวแคนนาดา และ ข้อมูลการตายในปี ค.ศ. 1980 – 2000 ของชาวญี่ปุ่นทั้งชายและหญิง นำมาทำการประมาณหาอัตรามรณะ และพารามิเตอร์ โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value theory) โดยสำหรับข้อมูลจากประชากรประเทศแคนนาดา สามารถสร้างตัวแบบ ซึ่งสามารถประมาณในแต่ละค่าเริ่มต้น (Threshold) คือ 80 ปี, 85 ปี, 90 ปี และ 95 ปี เป็นกลุ่ม (Cohort) 5 กลุ่ม โดยจำแนกเพศ และได้ค่าเริ่มต้น (Threshold) ที่เหมาะสมสำหรับเพศชายคือ 92 ปี และเพศหญิงคือ 94 ปี และสำหรับข้อมูลจากประชากรประเทศญี่ปุ่น สามารถคำนวณหาตารางพลังมรณะ (forces of mortality :μ_x) และอัตรามรณะ (mortality rates :q_x) โดยจำแนกเพศตั้งแต่อายุ 114 – 136 ปีได้

Marie Redina L. Mumpar-Victoria, Augusto Y. Hermosilla และ Ronnie M. irandilla (2005) ได้ศึกษาถึงตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) ซึ่งมีอัตรามรณะ (μ_x) คือ

$$\mu(x) = \frac{\frac{1}{\sigma}exp\left\{-\frac{x-m}{\sigma}\right\}}{exp\left\{e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right\}-1} + exp\left\{-\frac{D}{\sigma}\right\}$$

เมื่อ σ, m, D คือพารามิเตอร์ โดยใช้ข้อมูลประชากรของประเทศฟิลิปปินส์ สรุปได้ว่าสำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) สอดคล้องกับอัตรามรณะของประชากรฟิลิปปินส์ในปี ค.ศ. 1993 ในช่วงอายุตั้งแต่ 6 – 92 ปี

Thomas P. Edwalds (2005) ได้ทำการเปรียบเทียบรูปแบบของเมคแฮม (Makeham-Type) กับ ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value theory) โดยใช้ข้อมูลประชากรของประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งพบว่า สำ หรับตัวแบบของเมคแฮม (Makeham Model) มีรูปแบบคล้ายกับรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของพาเรโต (Generalized Pareto Distribution) เมื่อ $\xi = 0$ และสำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) มีรูปแบบคล้ายกับรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงของพาเรโต (Generalized Pareto Distribution) เมื่อ $\xi > 0$

Louis G. Doray (2008) ได้ศึกษาถึงตัวแบบในกลุ่มโลจิสติก (Logistic model) ซึ่งตัวแบบหนึ่งที่ศึกษาคือ ตัวแบบคานนิสโต (Kannisto model) ได้เห็นว่า เพื่อการคำนวณหาพารามิเตอร์ในตัวแบบ การใช้ตัวประมาณค่าความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimator: MLE) นั้นยากแก่การคำนวณหาได้ หลังจากการศึกษางานวิจัย ได้พบว่าการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบ ด้วยตัวประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least-squares estimator: WLS estimator) เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ดีในการใช้ประมาณหาพารามิเตอร์ของตัวแบบ

Giulia Roli (2008) ได้กล่าวถึงวิธีการนำข้อมูลประชากรมาปรับเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการนำไปคำนวณหาค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุ โดยใช้ข้อมูลประชากรชาวอิตาลี ที่ Emilia-Romagna บริเวณทางตอนเหนือของประเทศอิตาลี ซึ่งเป็นข้อมูลตั้งแต่ปีค .ศ. 1871 – 2001 ซึ่งจากการศึกษา ได้แสดงการสร้างตารางชีพ และทำการเปรียบเทียบทั้งในเรื่องของเพศ และในแต่ละช่วงเวลาปีค.ศ. ทำให้เห็นได้ว่าในตอนแรกค่าอัตรามรณะของเพศชาย และเพศหญิงมีค่าเท่ากัน พอเวลาผ่านไปค่าอัตรามรณะของทั้งสองเพศจะลดลง และค่าอัตรามรณะเพศชายจะสูงกว่าเพศหญิงเรื่อยๆ ซึ่งในงานวิจัยนี้ยังกล่าวถึงวิธีการนำตัวแบบต่างๆ มาใช้ในการประมาณค่าอัตรามรณะ โดยหนึ่งในตัวแบบที่ใช้คือ ตัวแบบคานนิสโต และได้แสดงทั้งค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้และค่าอัตรามรณะที่หาได้ ระหว่างเพศชายและเพศหญิง

Li, J.S.H., A.C.Y. Ng, และ W.S. Chan (2009) ได้ทำการศึกษากลุ่มประชากรของประเทศออสเตรเลีย และประเทศนิวซีแลนด์ เพื่อหารูปแบบอัตรามรณะของผู้สูงอายุ โดยใช้ทฤษฎีบทค่าสุดขีดหรือ Extreme-Value Theory โดยใช้รูปแบบการแจกแจงทั่วไปของพาเรโต จากการศึกษาพบว่าสามารถใช้ในการประมาณค่าอัตรามรณะได้ดี ในช่วงอายุที่มากๆ ซึ่งสามารถประมาณหาค่าอายุที่ถือว่าเป็นช่วงที่สูงอายุหรือ threshold ได้ โดยประเทศออสเตรเลียมีค่าอายุเท่ากับ 112.2 ปี และประเทศนิวซีแลนด์อยู่ที่อายุเท่ากับ 109.43 ปี

จากงานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องที่ได้อธิบายมาแล้วนั้นสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

ลำดับที่	ชื่อผู้วิจัย /ปีที่ทำการวิจัย	ชื่อบทความ	เนื้อความสำคัญ
1	Louis G. Doray /2002	Living to age 100 in Canada in 2000	ใช้ตัวแบบคานนิสโต ในการหาค่าพารามิเตอร์ และประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุทั้งชายและหญิง ตั้งแต่อายุ 80 – 99 ปีขึ้นไป ของชาวแคนนาดา
2	Robert Bourbeau /2002	Canadian Mortality in Perspective: A Comparison with the United States and other Developed Countries	ทำการเปรียบเทียบรูปแบบของอัตรามรณะของชาวแคนนาดา ชาวอเมริกัน และกลุ่มประเทศที่พัฒนาแล้ว โดยนำเอาสาเหตุการตายในรูปแบบต่างๆ มาใช้ร่วมกับการศึกษา
3	Zeng Yi and James W. Vaupel /2003	Oldest-Old Mortality in China	ทำการศึกษาเกี่ยวกับอัตรามรณะของผู้สูงอายุกลุ่มประชากรชาวฮั่นในประเทศจีน ซึ่งได้พบว่าการประมาณค่าอัตรามรณะด้วยตัวแบบคานนิสโตและตัวแบบโลจิสติก ให้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับข้อมูลจริงกว่าตัวแบบอื่นๆ
4	Edwin C. Hustead /2005	Ending the Mortality Table	ศึกษาถึงอัตรามรณะสำหรับช่วงอายุที่สูงมากของประชากรจากหลายๆ ประเทศ ตั้งแต่อายุประมาณ 90 ปีขึ้นไป เพื่อที่จะประมาณหาค่าอัตรามรณะ ซึ่งมีรูปแบบจากการใช้ทฤษฎี หรือจากตัวแบบ

ตารางที่ 2.1 **(ต่อ)**

ลำดับที่	ชื่อผู้วิจัย /ปีที่ทำการวิจัย	ชื่อบทความ	เนื้อความสำคัญ
5	Kathryn A. Watts, Debbie J. Dupuis, and Bruce L. Jones /2005	An Extreme Value Analysis of Advanced Age Mortality Data	ศึกษาข้อมูลการตายของชาวแคนนาดา และ ข้อมูลการตายของชาวญี่ปุ่นทั้งชายและหญิง เพื่อนำมาทำการประมาณหาอัตรามรณะ และพารามิเตอร์ โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value theory)
6	Marie Redina L. Mumpar-Victoria, Augusto Y. Hermosilla and Ronnie M. irandilla /2005	“Makeham-Type” Mortality Models	ได้ศึกษาถึงตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม (Inverse-Makeham Model) และตัวแบบโมดิฟายด์เมคแฮม (Modified-Makeham Model) เพื่อประมาณหาค่าพารามิเตอร์ และค่าอัตรามรณะจากข้อมูลประชากรชาวฟิลิปปินส์
7	Thomas P. Edwalds /2005	A Discussion of Three Papers on Mortality “Laws” and Models	ทำการเปรียบเทียบรูปแบบของเมคแฮม (Makeham-Type) กับทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value theory) โดยใช้ข้อมูลประชากรของประเทศสหรัฐอเมริกา
8	Louis G. Doray /2008	Inference for Logistic-type Models for the Force of Mortality Louis G. Doray, PhD, ASA	ศึกษาถึงตัวแบบในกลุ่มโลจิสติก (Logistic model) ซึ่งตัวแบบหนึ่งที่ศึกษาคือ ตัวแบบคานนิสโต (Kannisto model) โดยการคำนวณหาพารามิเตอร์ในตัวแบบ จะหาได้ด้วยตัวประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุดแบบถ่วงน้ำหนัก

ตารางที่ 2.1 **(ต่อ)**

ลำดับที่	ชื่อผู้วิจัย /ปีที่ทำการวิจัย	ชื่อบทความ	เนื้อความสำคัญ
9	Giulia Roli /2008	An adaptive procedure for estimating and comparing the old-age mortality in a long historical perspective: Emilia-Romagna, 1871-2001	ศึกษาการนำข้อมูลประชากรมาปรับเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการนำไปคำนวณหาค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุ โดยใช้ข้อมูลประชากรชาวอิตาลี ที่ Emilia-Romagna บริเวณทางตอนเหนือของประเทศอิตาลี
10	Li, J.S.H., A.C.Y. Ng, and W.S. Chan /2009 และ W.S. Chan (2009)	Modeling old-age mortality risk for the populations of Australia and New Zealand: an extreme value approach	ทำการศึกษากลุ่มประชากรของประเทศออสเตรเลีย และประเทศนิวซีแลนด์ เพื่อหารูปแบบอัตรามรณะของผู้สูงอายุ โดยใช้ทฤษฎีบทค่าสุดขีด

2.2.2 งานวิจัยในประเทศไทย

สำหรับการศึกษาในประเทศไทยนั้น ในปี พ.ศ. 2546 รัชนีกร เขาเรียง นำเอาตัวแบบคานนิสโต มาใช้ในการประมาณหาอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยตั้งแต่ปี พ.ศ. 2542 - 2544 พบว่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุมีลักษณะเพิ่มขึ้นตามอายุ ซึ่งสอดคล้องกับกฎอัตรามรณะและเมื่อเปรียบเทียบค่าประมาณอัตรามรณะระหว่างผู้สูงอายุชายกับหญิง พบว่าค่าประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุชายมากกว่าผู้หญิงทุกช่วงอายุ และมีค่าเข้าใกล้กันที่อายุมากๆ หรืออายุประมาณ 90 ปีขึ้นไป (รัชนีพร เขาเรียง, 2546)

ต่อมาในปี พ.ศ. 2550 เกศินี สาเทศ ได้ทำการประมาณอัตรามรณะสำหรับผู้สูงอายุไทยในปี พ.ศ. 2541 - 2549 โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด พบว่าค่าประมาณของอัตรามรณะ ใกล้เคียงกับข้อมูลประชากรจริงในช่วงอายุประมาณ 65 – 80 ปี โดยค่าที่ประมาณได้จากทฤษฎีค่าสุดขีดจะมีค่ามากกว่าเล็กน้อย และพบว่าในช่วงอายุ 60 – 75 ปี ค่าประมาณอัตรามรณะผู้สูงอายุชายและหญิงจะใกล้เคียงกัน โดยค่าประมาณอัตรามรณะผู้สูงอายุชายจะสูงกว่าผู้สูงอายุหญิง

จากงานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้องที่ได้อธิบายมาแล้วนั้นสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.2 งานวิจัยภายในประเทศ

ลำดับที่	ชื่อผู้วิจัย /ปีที่ทำการวิจัย	ชื่อบทความ	เนื้อความสำคัญ
1	รัชนีกร เขาเรียง /2546	การประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย	ศึกษาการนำเอาตัวแบบคานนิสโต มาใช้ในการประมาณหาอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2542 - 2544
2	เกศินี สาเทศ /2550	การประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยโดยทฤษฎีค่าสุดขีด	ศึกษาการทำการประมาณอัตรามรณะสำหรับผู้สูงอายุไทยในปี พ.ศ. 2541 - 2549 โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การคำนวณอัตรามรณะโดยตัวแบบ และทฤษฎีนั้น ส่วนที่จำเป็น และสำคัญมากอย่างหนึ่ง คือ ข้อมูลประชากรเป็น และประชากรตาย เนื่องจากการที่จะสร้างรูปแบบของอัตรามรณะ ได้อย่างแม่นยำ จำเป็นต้องใช้ข้อมูลประชากรที่มีประสิทธิภาพสูงสุด การคำนวณและประมาณค่าในส่วนต่างๆ ของ ตารางที่แสดงค่า จึงต้องมีการปรับค่า เพื่อนำไปใช้ร่วมกับตัวแบบ และทฤษฎีที่ต้องการพิจารณา ซึ่งจากการศึกษาได้แบ่งเป็น 2 ตารางข้อมูล ที่จะใช้สำหรับคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ และอัตรามรณะคือ ตารางข้อมูลที่ใช้สำหรับตัวแบบทั้ง 3 คือ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอิ นเวอร์สเมคแฮม และตารางข้อมูลที่ใช้สำหรับทฤษฎีค่าสุดขีด โดยในบทนี้จะกล่าวถึงการสร้างตารางข้อมูล ที่จะใช้ในการวิจัย ครั้งนี้ ตารางข้อมูลที่ได้จากหัวข้อ 3.3 จะนำไปใช้กับตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเว อร์สเมคแฮม และตารางข้อมูลที่ได้จากหัวข้อ 3.4 จะนำไปใช้กับทฤษฎีค่าสุดขีด

3.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาในงานวิจัยนี้ คือ จำนวนการตายของประชากร และจำนวนประชากรที่จุดกึ่งกลางของช่วงเวลาที่ทำการศึกษา เรียกว่า ประชากรกลางปี (Mid-year population) โดยการประมาณค่านั้นจะใช้ข้อมูลจำนวนประชากรของวันที่ 31 ธันวาคม ของแต่ละปี เพื่อทำการประมาณค่า โดยจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

แหล่งที่มาของข้อมูลที่ใช้ในการศึกษางานวิจัยแบ่งได้เป็นหัวข้อคือ

1. จำนวนประชากรจากการทะเบียนราษฎร์แบ่งตามอายุรายปีและเพศของวันที่ 31 ธันวาคม ปี พ .ศ. 2546 – 2551 จากกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย โดยแบ่งเป็นเพศชายและหญิง จำแนกตามรายอายุ คือ น้อยกว่า 1 ปี 1 ปี 2 ปี ... 99 ปี 100 ปี และมากกว่า 100 ปี

2. จำนวนการตายของประชากรตั้งแต่ปี พ .ศ. 2547 – 2551 จากข้อมูลสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ กระทรวงสาธารณสุข โดยข้ อมูลการตายในแต่ละปีสามารถแบ่งตามเพศ และอายุรายปี(ข้อมูลการตายดังกล่าวกระทรวงสาธารณสุขได้รวบรวมข้อมูลจากฐานทะเบียนราษฎร์ที่วิเคราะห์และประมวลผลตามวัน เดือน ปี ที่มีการตายจริง)

สำหรับข้อมูลที่นำมาใช้ในการศึกษานี้นั้น มีการตกจดทะเบียนการตาย จากรายงานการสำรวจการเปลี่ยนแปลงประชากรปี พ .ศ. 2538 - 2539 พบว่าอัตราความครบถ้วนของการจด

ทะเบียนการตายมีค่าเท่ากับร้อยละ 94.8 (เกื้อ วงศ์บุญสิน และคณะ, 2546) แต่อย่างไรก็ตาม รายงานดังกล่าวไม่ได้ระบุว่าการตกจดทะเบียนการตายมีมากในช่วงอายุใด ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าอัตรามรณะที่คำนวณได้ในบางช่วงอาจมีค่าที่ผิดปกติ ซึ่งที่เห็นได้ชัดคือ ช่วงอายุ 90 ปีขึ้นไป เพราะอัตรามรณะที่ได้นั้น ไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง ซึ่งจะเห็นได้จากข้อมูลที่แสดงในหัวข้อถัดไป

3.2 ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย

เนื่องจากข้อมูลที่ได้รวบรวมมาในแต่ละปี ต้องมีการปรับข้อมูลบางส่วน เพื่อให้ข้อมูลมีความสมบูรณ์ และเป็นรูปแบบเดียวกันเพื่อทำการวิจัยดังต่อไปนี้

3.2.1 ข้อมูลที่ไม่ทราบอายุของจำนวนการตาย

เนื่องจากข้อมูลในแต่ละปีนั้นจะมีข้อมูลที่ไม่ทราบอายุ ซึ่งต้องทำการปรับโดยการกระจายข้อมูลที่ไม่ทราบอายุนี้ไปยังอายุต่างๆ ด้วยการถ่วงน้ำหนักตามจำนวนการตาย (จำนวนประชากร) ในอายุนั้นๆ โดยคำนวณน้ำหนักได้จาก

$$\text{น้ำหนักแต่ละกลุ่มอายุ} = \frac{\text{จำนวนการตายในกลุ่มอายุนั้น}}{\text{จำนวนการตายรวมทุกกลุ่มอายุ}}$$

และคำนวณจำนวนการตายและจำนวนประชากรแต่ละอายุที่ปรับใหม่จากการถ่วงน้ำหนักแต่ละอายุ ได้ดังนี้

$$\text{จำนวนการตายที่ปรับใหม่} = \text{จำนวนการตายเดิม} + \left(\text{น้ำหนัก} \times \text{จำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุ}\right)$$

โดยที่จำนวนคนตายที่ปรับใหม่นั้นจะเป็นจำนวนเต็ม ซึ่งจากการคำนวณข้างต้นนั้น ถ้าคำนวณ ได้เป็นจุดทศนิยมมากกว่าเท่ากับ 0.5 จะทำการปัดเศษขึ้นเป็นจำนวนเต็ม และถ้าได้เป็นจุดทศนิยมที่น้อยกว่า 0.5 จะทำการปัดเศษลง เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งถ้าจำนวนคนตายในแต่ละอายุที่ทำการปรับใหม่แล้วรวมกันแล้วไม่เท่ากับจำนวนคนรวม ให้ปัดจำนวนคนในแต่ละอายุที่คำนวณใหม่ที่จุดทศนิยมใกล้ค่า 0.5 มากที่สุดขึ้น จนกว่าจะได้จำนวนรวมเท่าเดิม

ตารางที่ 3.1 แสดงการปรับข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุของเพศชายในปี พ .ศ. 2550 ส่วนข้อมูลการตายในปีอื่นๆ แสดงไว้ในภาคผนวก ก

ตารางที่ 3.1 การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุของเพศชายในปี พ.ศ.2550

อายุ (ปี)	จำนวนการตาย (คน)	น้ำหนักการตายแต่ละอายุ	จำนวนการตายที่ปรับใหม่ (คน)	ปรับเป็นจำนวนเต็ม (คน)
ต่ำกว่า 1	3269	0.014729737	3272.490948	3273
1	443	0.001996107	443.473077	443
2	304	0.001369789	304.324640	304
3	270	0.001216589	270.288332	270
4	258	0.001162518	258.275517	258
5	230	0.001036353	230.245616	230
6	249	0.001121965	249.265906	249
7	250	0.001126471	250.266974	250
8	211	0.000950742	211.225326	211
9	246	0.001108448	246.262702	246
10	229	0.001031848	229.244548	229
11	190	0.000856118	190.202900	190
12	225	0.001013824	225.240276	225
13	356	0.001604095	356.380171	356
14	502	0.002261954	502.536083	503
15	683	0.003077519	683.729372	684
16	889	0.004005731	889.949358	890
17	990	0.004460826	991.057216	991
18	1045	0.004708649	1046.115950	1046
19	964	0.004343673	965.029450	965
20	971	0.004375214	972.036926	972
21	961	0.004330155	962.026247	962
22	1047	0.004717661	1048.118086	1048
23	1026	0.004623038	1027.095660	1027

ตารางที่ 3.1 การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุของเพศชายในปี พ.ศ.2550

อายุ (ปี)	จำนวนการตาย (คน)	น้ำหนักการตายแต่ละอายุ	จำนวนการตายที่ปรับใหม่ (คน)	ปรับเป็นจำนวนเต็ม (คน)
24	1127	0.005078132	1128.203517	1128
25	1203	0.005420579	1204.284677	1204
26	1263	0.005690932	1264.348751	1264
27	1380	0.006218121	1381.473695	1381
28	1499	0.006754321	1500.600774	1501
29	1478	0.006659698	1479.578348	1480
30	1736	0.007822216	1737.853865	1738
31	1735	0.007817710	1736.852797	1737
32	1766	0.007957392	1767.885902	1768
33	1885	0.008493593	1887.012981	1887
34	2042	0.009201017	2044.180641	2044
35	2144	0.009660617	2146.289566	2146
36	2204	0.009930970	2206.353640	2206
37	2153	0.009701170	2155.299177	2155
38	2254	0.010156264	2256.407035	2256
39	2442	0.011003370	2444.607799	2445
40	2438	0.010985347	2440.603527	2441
41	2651	0.011945100	2653.830989	2654
42	2670	0.012030712	2672.851279	2673
43	2778	0.012517348	2780.966611	2781
44	2798	0.012607465	2800.987969	2801
45	2934	0.013220266	2937.133203	2937
46	2943	0.013260819	2946.142814	2946
47	3122	0.014067372	3125.333967	3125

ตารางที่ 3.1 การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุของเพศชายในปี พ.ศ.2550

อายุ (ปี)	จำนวนการตาย (คน)	น้ำหนักการตายแต่ละอายุ	จำนวนการตายที่ปรับใหม่ (คน)	ปรับเป็นจำนวนเต็ม (คน)
48	3071	0.013837572	3074.279505	3074
49	3006	0.013544689	3009.210091	3009
50	3014	0.013580736	3017.218635	3017
51	3127	0.014089901	3130.339307	3130
52	3257	0.014675666	3260.478133	3261
53	3039	0.013693384	3042.245332	3042
54	3299	0.014864914	3302.522985	3303
55	3314	0.014932502	3317.539003	3318
56	3286	0.014806337	3289.509102	3290
57	3414	0.015383090	3417.645792	3418
58	3513	0.015829173	3516.751514	3517
59	3360	0.015139773	3363.588126	3364
60	3465	0.015612890	3468.700255	3469
61	3296	0.014851396	3299.519781	3300
62	3179	0.014324207	3182.394837	3182
63	3466	0.015617396	3469.701323	3470
64	3382	0.015238902	3385.611620	3386
65	3769	0.016982679	3773.024895	3773
66	3793	0.017090821	3797.050524	3797
67	3870	0.017437774	3874.132752	3874
68	4129	0.018604798	4133.409337	4133
69	4296	0.019357281	4300.587676	4301
70	4483	0.020199881	4487.787372	4488
71	4520	0.020366599	4524.826884	4525

ตารางที่ 3.1 การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุของเพศชายในปี พ.ศ.2550

อายุ (ปี)	จำนวนการตาย (คน)	น้ำหนักการตายแต่ละอายุ	จำนวนการตายที่ปรับใหม่ (คน)	ปรับเป็นจำนวนเต็ม (คน)
72	4426	0.019943046	4430.726502	4431
73	4663	0.021010940	4667.979593	4668
74	4702	0.021186670	4707.021241	4707
75	4726	0.021294811	4731.046870	4731
76	4316	0.019447398	4320.609033	4321
77	4626	0.020844223	4630.940081	4631
78	4347	0.019587081	4351.642138	4352
79	4493	0.020244940	4497.798051	4498
80	3756	0.016924103	3760.011012	3760
81	3957	0.017829786	3961.225659	3961
82	3347	0.015081196	3350.574243	3351
83	3026	0.013634807	3029.231449	3029
84	3201	0.014423337	3204.418331	3204
85	2739	0.012341618	2741.924964	2742
86	2546	0.011471982	2548.718860	2549
87	2187	0.009854370	2189.335486	2189
88	1541	0.006943568	1542.645626	1543
89	1690	0.007614945	1691.804742	1692
90	1424	0.006416380	1425.520682	1426
91	1331	0.005997333	1332.421368	1332
92	899	0.004050790	899.960037	900
93	813	0.003663284	813.868198	814
94	570	0.002568354	570.608700	571
95	462	0.002081719	462.493367	463

ตารางที่ 3.1 การปรับข้อมูลจำนวนการตายที่ไม่ทราบอายุของเพศชายในปี พ.ศ.2550

อายุ (ปี)	จำนวนการตาย (คน)	น้ำหนักการตายแต่ละอายุ	จำนวนการตายที่ปรับใหม่ (คน)	ปรับเป็นจำนวนเต็ม (คน)
96	392	0.001766307	392.418615	392
97	271	0.001221095	271.289399	271
98	183	0.000824577	183.195425	183
99	152	0.000684894	152.162320	152
100	102	0.000459600	102.108925	102
มากกว่า 100	243	0.001094930	243.259498	243
รวม	221932			
ไม่ทราบอายุ	237			
รวมทั้งหมด	222169			

3.2.2 การหาจำนวนประชากรกลางปี

เนื่องจากข้อมูลจำนวนประชากรของกระทรวงมหาดไทยเป็นข้อมูลจำนวนประชากร ณ วันที่ 31 ธันวาคมของทุกปีดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จึงต้องมีการปรับค่าจำนวนประชากรดังกล่าวให้อยู่ในรูปจำนวนประชากรกลางปีดังต่อไปนี้

กำหนดให้ $l_{x,t}$ คือ จำนวนประชากรปลายปีของประชากรกลุ่มอายุ x ปี ในปีที่ t

$L_{x,t}$ คือ จำนวนประชากรกลางปีของประชากรกลุ่มอายุ x ปี ในปีที่ t จะได้ว่า $L_{x,t} = \frac{1}{2}\left(l_{x,t-1} + l_{x,t}\right)$ ในกรณีที่ได้ค่า $L_{x,t}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ปัดจุดทศนิยมทิ้งเพื่อให้ได้ค่าที่เป็นจำนวนเต็ม

ตารางที่ 3.2 แสดงการหาจำนวนประชากรกลางปีเพศชายปี พ .ศ. 2550 โดยข้อมูลประชากรกลางปีอื่นๆ แสดงไว้ในภาคผนวก ข

ตารางที่ 3.2 การหาจำนวนประชากรกลางปีเพศชายปี พ.ศ.2550

อายุ(ปี)	จำนวนประชากรปลายปีพ.ศ. 2549	จำนวนประชากรปลายปี พ.ศ. 2550	จำนวนประชากรกลางปี พ.ศ.2550
น้อยกว่า 1	391829	381634	386731

ตารางที่ 3.2 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนประชากรปลายปีพ.ศ. 2549	จำนวนประชากรปลายปี พ.ศ. 2550	จำนวนประชากรกลางปี พ.ศ.2550
1	408152	403988	406070
2	414188	410206	412197
3	402974	415722	409348
4	405260	404508	404884
5	407114	406585	406849
6	429254	408191	418722
7	429596	430245	429920
8	459060	430361	444710
9	497662	459890	478776
10	508927	498078	503502
11	502195	509443	505819
12	487509	502780	495144
13	490241	488005	489123
14	498137	490582	494359
15	496408	498454	497431
16	489120	496300	492710
17	469177	488656	478916
18	458708	468653	463680
19	455691	457524	456607
20	469681	452926	461303
21	484153	463346	473749
22	489650	485565	487607
23	501625	484789	493207
24	520755	498904	509829
25	522371	517506	519938
26	534524	519035	526779
27	536240	531207	533723

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.2 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนประชากรปลายปีพ.ศ. 2549	จำนวนประชากรปลายปี พ.ศ. 2550	จำนวนประชากรกลางปี พ.ศ.2550
28	518064	532728	525396
29	545331	514709	530020
30	537649	541551	539600
31	529020	533552	531286
32	537473	524786	531129
33	527358	532911	530134
34	544396	522459	533427
35	551549	538960	545254
36	540193	545781	542987
37	530920	534375	532647
38	549853	525008	537430
39	526079	543422	534750
40	514117	519495	516806
41	520395	507609	514002
42	519541	513716	516628
43	489019	512602	500810
44	480617	482398	481507
45	457672	474015	465843
46	456970	451058	454014
47	440085	450151	445118
48	400955	433287	417121
49	393004	394581	393792
50	395390	386583	390986
51	377524	388735	383129
52	331745	370590	351167
53	327735	325562	326648
54	312630	321479	317054

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.2 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนประชากรปลายปีพ.ศ. 2549	จำนวนประชากรปลายปี พ.ศ. 2550	จำนวนประชากรกลางปี พ.ศ.2550
55	289029	306675	297852
56	287116	283174	285145
57	263831	281259	272545
58	239197	258050	248623
59	224039	233634	228836
60	204037	218404	211220
61	180660	198476	189568
62	190202	175841	183021
63	161263	184602	172932
64	181180	156322	168751
65	160610	175281	167945
66	153892	155003	154447
67	157173	147917	152545
68	150198	151146	150672
69	136987	143897	140442
70	132672	130795	131733
71	118145	126159	122152
72	116626	112244	114435
73	104066	110376	107221
74	102795	97979	100387
75	81918	96664	89291
76	81225	76888	79056
77	68931	75809	72370
78	69662	64010	66836
79	52215	64186	58200
80	50978	48058	49518
81	39955	46028	42991

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.2 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนประชากรปลายปีพ.ศ. 2549	จำนวนประชากรปลายปี พ.ศ. 2550	จำนวนประชากรกลางปี พ.ศ.2550
82	33549	36062	34805
83	32437	30027	31232
84	25084	28585	26834
85	23448	21817	22632
86	19369	20137	19753
87	12391	16478	14434
88	13624	10498	12061
89	10714	11347	11030
90	10545	8816	9680
91	6350	8393	7371
92	6497	5000	5748
93	3995	5065	4530
94	3144	3098	3121
95	3189	2409	2799
96	2186	2427	2306
97	1952	1699	1825
98	1780	1491	1635
99	1324	1340	1332
100	1455	996	1225
มากกว่า 100	10346	10044	10195

3.2.3 การหาอัตรามรณะกลางปี และอัตรามรณะ

เมื่อ $D_{x,t}$ คือ จำนวนการตายกลางปีของประชากรกลุ่มอายุ x ปี ในปีที่ t

$L_{x,t}$ คือ จำนวนประชากรกลางปีของประชากรกลุ่มอายุ x ปี ในปีที่ t

$m_{x,t}$ คือ อัตรามรณะกลางปีของประชากรกลุ่มอายุ x ปี ในปีที่ t

$q_{x,t}$ คือ อัตรามรณะของประชากรกลุ่มอายุ x ปี ในปีที่ t

โดย $m_{x,t} = \frac{D_{x,t}}{L_{x,t}}$

จากสมมติฐานการตายในแต่ละช่วงอายุมีการกระจายตัวแบบสม่ำเสมอตลอดช่วงระยะเวลา (Uniform Distribution of Death: UDD) จะได้

$$q_{x,t} = \frac{m_{x,t}}{1+\frac{1}{2}m_{x,t}} = \frac{2m_{x,t}}{2+m_{x,t}}$$

ตารางที่ 3.3 แสดงค่าอัตรามรณะกลางปี และอัตรามรณะเพศชายในปี พ.ศ. 2551 ส่วนอัตรามรณะกลางปี และอัตรามรณะเพศชายของปีอื่นๆ แสดงไว้ในภาคผนวก ค และสำหรับของเพศหญิงแสดงไว้ใน ภาคผนวก ง

ตารางที่ 3.3 ค่าอัตรามรณะกลางปี และอัตรามรณะเพศชายในปี พ.ศ.2551

อายุ(ปี)	จำนวนการตายกลางปีพ.ศ. 2551	จำนวนประชากรกลางปีพ.ศ. 2551	อัตรามรณะกลางปีรายอายุ	อัตรามรณะรายอายุ
น้อยกว่า 1	3135	381621	0.008214957	0.012322435
1	435	405109	0.001073785	0.001610678
2	323	407348	0.000792934	0.001189401
3	254	412882	0.000615188	0.000922782
4	246	409962	0.000600056	0.000900083
5	269	405386	0.000663565	0.000995348
6	241	407263	0.000591755	0.000887633
7	200	419087	0.000477228	0.000715842
8	222	430158	0.000516089	0.000774134
9	207	445009	0.000465159	0.000697739
10	200	478776	0.000417732	0.000626598
11	222	503657	0.000440776	0.000661164
12	228	506025	0.000450571	0.000675856
13	315	495346	0.000635919	0.000953879
14	460	489110	0.000940484	0.001410726

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

อายุ(ปี)	จำนวนการตายกลางปีพ.ศ. 2551	จำนวนประชากรกลางปีพ.ศ. 2551	อัตรามรณะกลางปีรายอายุ	อัตรามรณะรายอายุ
15	665	494463	0.001344893	0.002017340
16	820	497171	0.001649332	0.002473998
17	943	492174	0.001915989	0.002873984
18	935	478208	0.001955216	0.002932824
19	877	462645	0.001895622	0.002843433
20	866	454344	0.001906045	0.002859067
21	855	455085	0.001878770	0.002818155
22	1021	475849	0.002145639	0.003218458
23	1004	484200	0.002073523	0.003110285
24	1077	492490	0.002186846	0.003280270
25	1169	508245	0.002300072	0.003450108
26	1239	518063	0.002391601	0.003587402
27	1317	524854	0.002509269	0.003763904
28	1349	531584	0.002537699	0.003806548
29	1486	523184	0.002840301	0.004260451
30	1499	527438	0.002842040	0.004263060
31	1721	536728	0.003206466	0.004809699
32	1765	528319	0.003340785	0.005011177
33	1892	527835	0.003584453	0.005376680
34	1928	526574	0.003661404	0.005492106
35	1978	529412	0.003736221	0.005604331
36	2099	540856	0.003880885	0.005821328
37	2233	538478	0.004146873	0.006220310
38	2196	527926	0.004159674	0.006239511
39	2328	532412	0.004372554	0.006558830
40	2535	529415	0.004788304	0.007182456

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

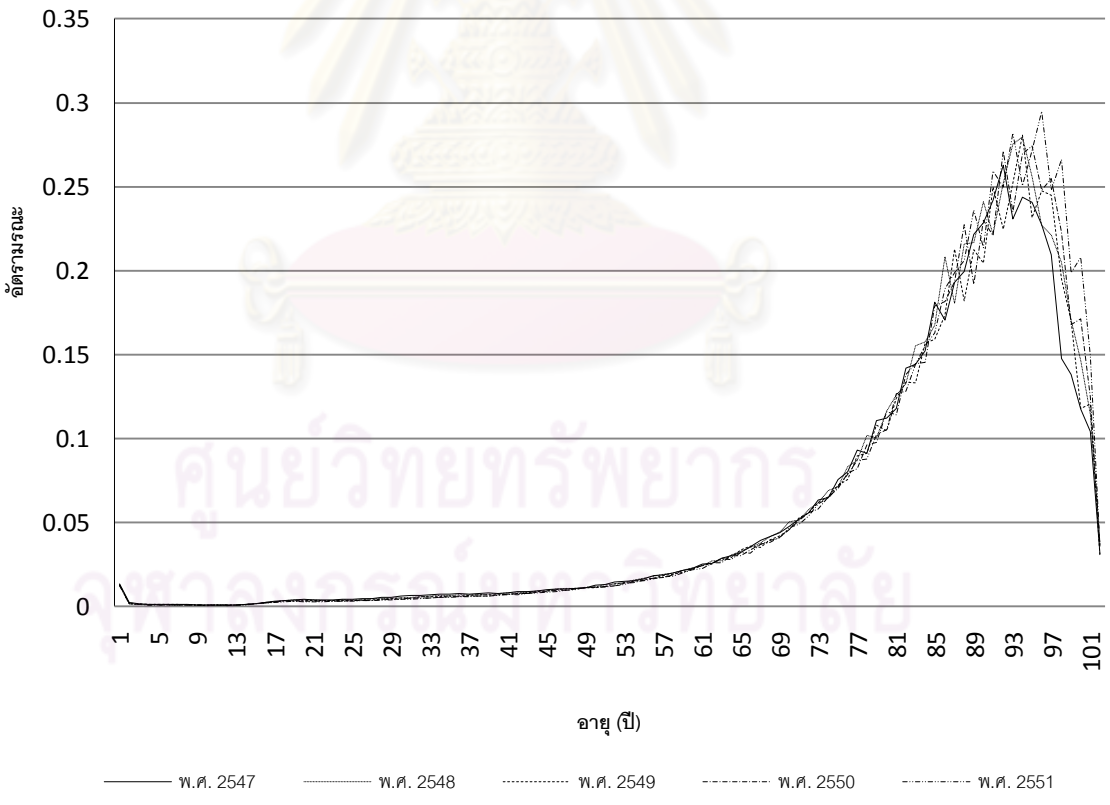
อายุ(ปี)	จำนวนการตายกลางปีพ.ศ. 2551	จำนวนประชากรกลางปีพ.ศ. 2551	อัตรามรณะกลางปีรายอายุ	อัตรามรณะรายอายุ
41	2338	511499	0.004570879	0.006856318
42	2557	508544	0.005028080	0.007542120
43	2763	511033	0.005406696	0.008110044
44	2824	495137	0.005703472	0.008555208
45	2792	475926	0.005866458	0.008799687
46	2914	460188	0.006332195	0.009498292
47	2986	448372	0.006659649	0.009989473
48	3328	439147	0.007578328	0.011367492
49	3135	411354	0.007621173	0.011431760
50	3041	388214	0.007833308	0.011749963
51	3185	385191	0.008268625	0.012402938
52	3287	377063	0.008717376	0.013076064
53	3406	345471	0.009859004	0.014788506
54	3302	321220	0.010279559	0.015419339
55	3384	311647	0.010858439	0.016287659
56	3451	292554	0.011796113	0.017694169
57	3386	279913	0.012096616	0.018144924
58	3559	267190	0.013320109	0.019980164
59	3509	243436	0.014414466	0.021621699
60	3374	223694	0.015083105	0.022624657
61	3516	206128	0.017057362	0.025586044
62	3470	184863	0.018770657	0.028155986
63	3295	178090	0.018501881	0.027752822
64	3578	168087	0.021286596	0.031929893
65	3477	163617	0.021250848	0.031876272
66	3999	162474	0.024613169	0.036919753

ตารางที่ 3.3 (ต่อ)

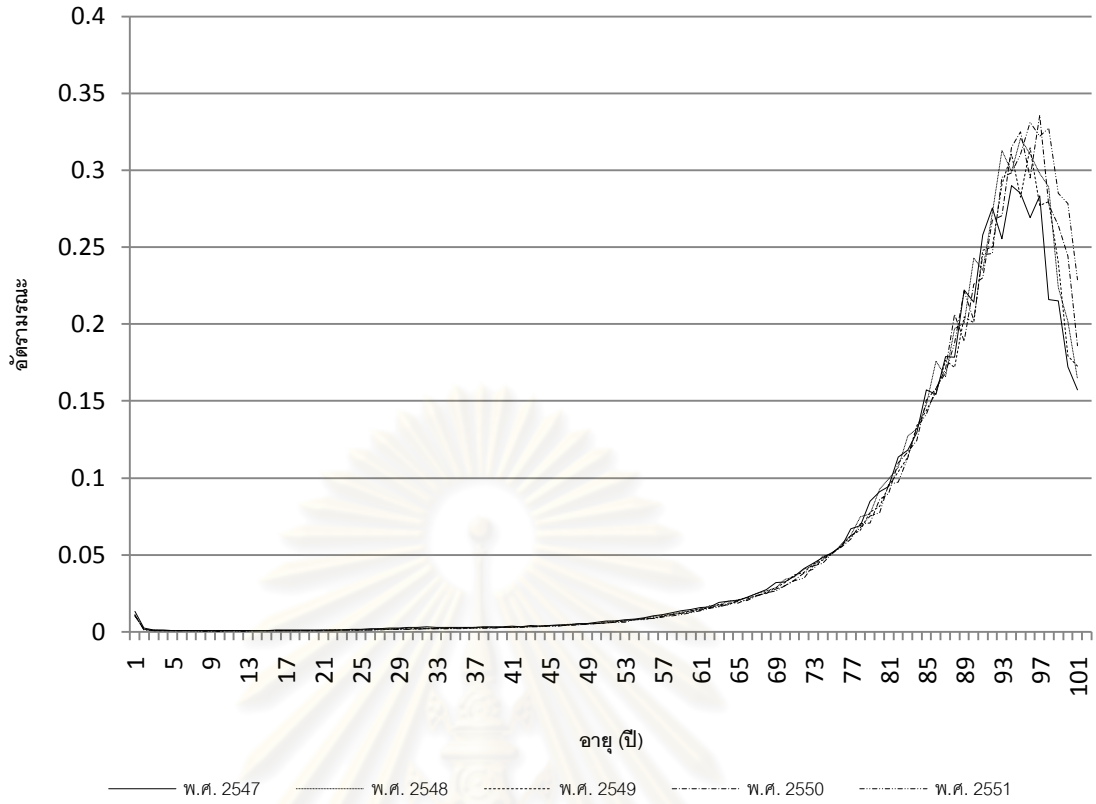
อายุ(ปี)	จำนวนการตายกลางปีพ.ศ. 2551	จำนวนประชากรกลางปีพ.ศ. 2551	อัตรามรณะกลางปีรายอายุ	อัตรามรณะรายอายุ
67	3905	148996	0.026208757	0.039313136
68	3991	146884	0.027171101	0.040756652
69	4544	144734	0.031395526	0.047093288
70	4369	134502	0.032482788	0.048724183
71	4525	125764	0.035980090	0.053970135
72	4724	116192	0.040656844	0.060985266
73	4667	108471	0.043025325	0.064537987
74	4829	101268	0.047685350	0.071528025
75	4945	94527	0.052313096	0.078469644
76	4867	83857	0.058039281	0.087058922
77	4330	73909	0.058585558	0.087878337
78	4591	67281	0.068236203	0.102354305
79	4330	61748	0.070123729	0.105185593
80	4530	53566	0.084568570	0.126852854
81	3850	44989	0.085576474	0.128364711
82	3736	38862	0.096135042	0.144202563
83	3233	31221	0.103552096	0.155328145
84	3001	27647	0.108547039	0.162820559
85	2971	23546	0.126178544	0.189267816
86	2590	19537	0.132568972	0.198853458
87	2327	16938	0.137383398	0.206075097
88	1937	12302	0.157454073	0.236181109
89	1441	10118	0.142419450	0.213629176
90	1581	9141	0.172957007	0.259435510
91	1301	7805	0.166688020	0.250032031
92	1112	5917	0.187933074	0.281899611

ตารางที่ 3.3 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนการตายกลางปีพ.ศ. 2551	จำนวนประชากรกลางปีพ.ศ. 2551	อัตรามรณะกลางปีรายอายุ	อัตรามรณะรายอายุ
93	761	4554	0.167105841	0.250658762
94	649	3586	0.180981595	0.271472393
95	477	2428	0.196457990	0.294686985
96	358	2165	0.165357968	0.248036952
97	322	1813	0.177606178	0.266409266
98	190	1434	0.132496513	0.198744770
99	177	1276	0.138714734	0.208072100
100	103	1035	0.099516908	0.149275362
มากกว่า 100	216	9151	0.023603978	0.035405967



แผนภาพที่ 3.1 ค่าอัตรามรณะไทยของเพศชายที่คำนวณจากข้อมูลจริง ตั้งแต่อายุน้อยกว่า 1 ปี ถึง มากกว่า 100 ปี สำหรับปีพ.ศ. 2547 - 2551



แผนภาพที่ 3.2 ค่าอัตรามรณะไทยของเพศหญิงที่คำนวณจากข้อมูลจริง ตั้งแต่อายุน้อยกว่า 1 ปี ถึง มากกว่า 100 ปี สำหรับปีพ.ศ. 2547 – 2551

จากแผนภาพที่ 3.1 และ 3.2 ที่แสดงค่าอัตรามรณะของเพศชายและเพศหญิงสำหรับปี พ.ศ. 2547 – 2551 จะเห็นได้ว่าอัตรามรณะมีค่าสูงมากขึ้นเรื่อยๆ และมีอัตราการเพิ่มที่สูงขึ้น ตั้งแต่อายุประมาณ 60 ปี ซึ่งจะต่างจากช่วงอายุในตอนแรกที่มีค่าอัตรามรณะที่ต่ำ จึงน่าสนใจที่จะหารูปแบบของค่าอัตรามรณะ ในช่วงอายุที่มากกว่า 60 ปีขึ้นไป แต่สำหรับในช่วงอายุประมาณ 90 ปีขึ้นไป อัตรามรณะ กลับมีค่าลดลงเรื่อยๆ ซึ่งไม่เป็นไปตามหลักของค่าอัตรามรณะ จึงไม่สามารถใช้ข้อมูลในส่วนที่มีอายุมากกว่า 90 ปีมาพิจารณาหาอัตรามรณะได้ และจากการพิจารณากราฟของอัตรามรณะในปีพ.ศ. 2547 – 2551 พบว่ามีความกระเพื่อมขึ้นลง ดังนั้นจึงควรใช้ค่าเฉลี่ยของอัตรามรณะในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 เป็นตัวแทนของอัตรามรณะในช่วงปีดังกล่าว

3.3 การเตรียมข้อมูลเพื่อการทำวิจัย

การคำนวณหาอัตรามรณะโดยเฉลี่ยของประชากรไทยตั้งแต่ปีพ.ศ. 2547 – 2551 เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับค่าอัตรามรณะ ที่ได้จากการประมาณโดยตัวแบบต่างๆ นั้น สามารถทำได้

โดยในตัวอย่างต่อไปนี้แสดงการหาค่าอัตรามรณะสำหรับคนอายุ 60 ปี (q_{60}) ของเพศชายกลุ่มปี พ.ศ. 2547 – 2551 ซึ่งทำได้ตามขั้นตอนดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 หา จำนวนประชากรชายเป็นกลางปีเฉลี่ยของคนอายุ 60 ปี กลุ่มปี พ .ศ. 2547 - 2551 (L_{60})

จำนวนประชากรชายเป็นกลางปีเฉลี่ยของคนอายุ 60 ปี กลุ่มปี พ.ศ. 2547 - 2551

= $\frac{1}{5}${(จำนวนประชากรชายกลางปี พ.ศ. 2547) + (จำนวนประชากรชายกลางปี พ.ศ. 2548) + (จำนวนประชากรชายกลางปี พ.ศ. 2549) + (จำนวนประชากรชายกลางปี พ.ศ. 2550) + (จำนวนประชากรชายกลางปี พ.ศ. 2551)}

= $\frac{1}{5}$(185311+190743+194008+211220+223694) = 200995.2

ขั้นตอนที่ 2 หา จำนวนประชากรชายตาย เฉลี่ยของคนอายุ 60 ปี กลุ่มปี ของ พ .ศ. 2547 – 2551 (d_{60})

จำนวนประชากรชายตายของคนอายุ 60 ปี กลุ่มปีเฉลี่ยของ พ.ศ. 2547 – 2551

= $\frac{1}{5}${(จำนวนประชากรชายตายกลางปี พ.ศ. 2547) + (จำนวนประชากรชายตายกลางปี พ.ศ. 2548) + (จำนวนประชากรชายตายกลางปี พ.ศ. 2549) + (จำนวนประชากรชายตายกลางปี พ.ศ. 2550) + (จำนวนประชากรชายตายกลางปี พ.ศ. 2551)}

= $\frac{1}{5}$(3115+3046+3152+3469+3374) = 3231.2

ขั้นตอนที่ 3 หา อัตรามรณะกลางปีของประชากรชายอายุ 60 ปี กลุ่มปี พ.ศ. 2547 – 2551 (m_{60})

อัตรามรณะกลางปีของประชากรชายอายุ 60 ปี กลุ่มปี พ.ศ. 2547 – 2551

= $\frac{\text{จำนวนประชากรชายตายกลางปีเฉลี่ยของคนอายุ } 60 \text{ ปี กลุ่มปี พ.ศ. } 2547-2551}{\text{จำนวนประชากรชายกลางปีเฉลี่ยของคนอายุ } 60 \text{ ปี กลุ่มปี พ.ศ. } 2547-2551}$

= $\frac{3231.2}{200995.2}$ = 0.01607601

ขั้นตอนที่ 4 หา ค่าอัตรามรณะสำหรับคนอายุ 60 ปี ของเพศชายกลุ่มปี พ.ศ. 2547 – 2551 (q_{60})

$$= \frac{m_{60}}{1+(0.5\times m_{60})}$$

$$= \frac{0.016076006}{1+(0.5\times 0.016076006)} = 0.01594782$$

ตารางที่ 3.4 แสดงจำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย จำนวนประชากรตายเฉลี่ย ค่าอัตรามรณะกลางปี และค่าอัตรามรณะของเพศชายในช่วงปี พ.ศ. 2547 – 2551 สำหรับในเพศหญิงทำเช่นเดียวกัน ซึ่งค่าดังกล่าวแสดงในตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.4 จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย จำนวนประชากรตายเฉลี่ย ค่าอัตรามรณะกลางปี และค่าอัตรามรณะของเพศชายในช่วงปี พ.ศ. 2547 - 2551

อายุ(ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะ กลางปี	อัตรามรณะ
น้อยกว่า 1	3318.6	386532.6	0.008585563	0.008548865
1	500.6	405535.4	0.001234418	0.001233656
2	356.4	406555.8	0.000876632	0.000876248
3	297.2	409053.8	0.000726555	0.000726291
4	291.4	412908.2	0.000705726	0.000705477
5	293.2	420097.4	0.000697933	0.000697690
6	291.6	434910.8	0.000670482	0.000670258
7	285.2	454252.8	0.000627844	0.000627647
8	261.4	471825	0.000554019	0.000553866
9	241.6	484996.6	0.000498148	0.000498024
10	222.8	493862.6	0.000451138	0.000451036
11	215.8	496963.4	0.000434237	0.000434143
12	244.8	495928	0.000493620	0.000493498
13	353.4	493466.8	0.000716158	0.000715901
14	491.6	490449.2	0.001002346	0.001001844
15	709.4	485682.4	0.001460625	0.001459559

ตารางที่ 3.4 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะ กลางปี	อัตรามรณะ
16	864.4	478341.4	0.001807078	0.001805446
17	1027.6	471590	0.002179011	0.002176640
18	1081.2	469258.4	0.002304061	0.002301410
19	1105	471691	0.002342635	0.002339895
20	1117.6	477537.6	0.002340339	0.002337604
21	1082.8	483557.8	0.002239236	0.002236732
22	1155.8	499524.6	0.002313800	0.002311126
23	1216.8	508246.2	0.002394115	0.002391253
24	1275.6	518624	0.002459585	0.002456564
25	1361.8	525254.4	0.002592648	0.002589292
26	1437.4	529241.8	0.002715961	0.002712278
27	1551	533924.2	0.002904907	0.002900694
28	1666	534686.6	0.003115844	0.003110997
29	1753.8	534373.2	0.003281976	0.003276599
30	1869.6	535625.4	0.003490499	0.003484418
31	1990	536440	0.003709641	0.003702773
32	2069	537721.2	0.003847719	0.003840331
33	2188.4	540332.2	0.004050101	0.004041916
34	2252.4	540792	0.004165002	0.004156347
35	2333	542217	0.004302705	0.004293469
36	2379.2	542787.4	0.004383300	0.004373714
37	2417.8	536999.6	0.004502424	0.004492311
38	2476.8	531291	0.004661852	0.004651011
39	2549.6	528056.6	0.004828270	0.004816642
40	2626.4	520987.8	0.005041193	0.005028518
41	2645.2	510238	0.005184247	0.005170844
42	2713.2	500160.6	0.005424658	0.005409984

ตารางที่ 3.4 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะ กลางปี	อัตรามรณะ
43	2814.2	488045	0.005766272	0.005749694
44	2889.8	473843	0.006098644	0.006080104
45	2954	457293.6	0.006459745	0.006438948
46	2960.2	439401.4	0.006736893	0.006714276
47	2989.2	424313.8	0.007044786	0.007020059
48	3053	410204.8	0.007442624	0.007415030
49	3045.4	391481.6	0.007779165	0.007749025
50	3048.2	373161.2	0.008168588	0.008135361
51	3132	357785	0.008753861	0.008715712
52	3172.4	339009.2	0.009357858	0.009314277
53	3186.4	319409	0.009975924	0.009926412
54	3249	303895.4	0.010691179	0.010634332
55	3297	288273.8	0.011437044	0.011372012
56	3285	270510	0.012143729	0.012070438
57	3218.6	253180	0.012712695	0.012632399
58	3253.8	233871	0.013912798	0.013816684
59	3199.6	215966.4	0.014815268	0.014706328
60	3231.2	200995.2	0.016076006	0.015947817
61	3258.6	188844.2	0.017255494	0.017107892
62	3336.4	180765.8	0.018457031	0.018288258
63	3418.2	173705.8	0.019678099	0.019486372
64	3595.8	167833.8	0.021424767	0.021197689
65	3745.2	163526.6	0.022902696	0.022643399
66	3917.6	158004.2	0.024794278	0.024490663
67	4019.8	150764	0.026662864	0.026312086
68	4082.8	144570.2	0.028240951	0.027847728
69	4317.8	136761.6	0.031571728	0.031081086

ตารางที่ 3.4 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะ กลางปี	อัตรามรณะ
70	4376.8	128170	0.034148397	0.033575128
71	4464	120150	0.037153558	0.036475952
72	4551.8	111638.4	0.040772709	0.039958109
73	4506	102648.2	0.043897506	0.042954704
74	4527.6	94157.2	0.048085542	0.046956576
75	4547.6	85956.8	0.052905646	0.051542209
76	4535.2	77591	0.058450078	0.056790377
77	4324.6	69338	0.062369840	0.060483662
78	4279	61931.2	0.069092800	0.066785598
79	3980.6	53986.6	0.073733112	0.071111476
80	3791.2	46705.6	0.081172279	0.078006304
81	3610.4	40213	0.089781911	0.085924671
82	3329.2	34648.8	0.096084136	0.091679655
83	3056.2	29898.6	0.102218833	0.097248518
84	2876.2	25442.2	0.113048400	0.107000294
85	2605.6	21182.8	0.123005457	0.115878607
86	2329.4	17837	0.130593710	0.122589032
87	2081.2	15132	0.137536347	0.128686791
88	1810.4	12583.6	0.143869799	0.134215052
89	1570.4	10554.2	0.148793845	0.138490573
90	1402.6	8809.2	0.159219906	0.147479102
91	1163.2	6927.6	0.167908078	0.154903319
92	922.2	5426.6	0.169940663	0.156631622
93	748.6	4249.2	0.176174339	0.161911971
94	573.6	3378.8	0.169764413	0.156481886
95	450	2723.8	0.165210368	0.152604449
96	356.8	2273.4	0.156945544	0.145525736

ตารางที่ 3.4 **(ต่อ)**

อายุ(ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะกลางปี	อัตรามรณะ
97	265.4	1946.4	0.136354295	0.127651388
98	183	1636.6	0.111817182	0.105896649
99	142.2	1425.6	0.099747475	0.095009020
100	100	1237	0.080840744	0.077700078
มากกว่า 100	231	10275.2	0.022481314	0.022231418

ตารางที่ 3.5 จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย จำนวนประชากรตายเฉลี่ย ค่าอัตรามรณะกลางปี และค่าอัตรามรณะของเพศหญิงในช่วงปี พ.ศ. 2547 - 2551

อายุ (ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะกลางปี	อัตรามรณะ
น้อยกว่า 1	2713.4	365673.2	0.007420287	0.007392858
1	399.4	382179	0.001045060	0.001044514
2	245.8	383394.8	0.000641115	0.000640909
3	200.2	386091.4	0.000518530	0.000518396
4	182.2	389822	0.000467393	0.000467284
5	182.2	396860.2	0.000459104	0.000458998
6	173.6	411292	0.000422085	0.000421995
7	180.8	429965.6	0.000420499	0.000420410
8	174	446803	0.000389433	0.000389358
9	170.8	459469.8	0.000371733	0.000371664
10	176	468109	0.000375981	0.000375910
11	174.4	471437.6	0.000369932	0.000369864
12	173.6	470714.2	0.000368801	0.000368733
13	199.8	468716.6	0.000426270	0.000426180
14	221.2	466295	0.000474378	0.000474265
15	261.6	462459.6	0.000565671	0.000565511
16	273.2	456275.8	0.000598761	0.000598581
17	271.4	451287.4	0.000601391	0.000601210

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.5 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะกลางปี	อัตรามรณะ
18	273.2	450499.4	0.000606438	0.000606254
19	273.2	454339	0.000601313	0.000601132
20	281.6	463149.6	0.000608011	0.000607826
21	318.2	475939.6	0.000668572	0.000668349
22	347.8	488986.8	0.000711267	0.000711014
23	381.4	499551.4	0.000763485	0.000763194
24	431.2	509546.2	0.000846243	0.000845885
25	515	516938.6	0.000996250	0.000995754
26	548.2	522089	0.001050013	0.001049462
27	618.2	528190.8	0.001170410	0.001169726
28	675	531912	0.001269007	0.001268202
29	752.6	534179.4	0.001408890	0.001407898
30	777.6	538175.8	0.001444881	0.001443838
31	826.2	541850.6	0.001524775	0.001523613
32	851	546557.8	0.001557017	0.001555806
33	879.6	552415.2	0.001592281	0.001591014
34	893.8	555954.8	0.001607685	0.001606393
35	923.8	560837	0.001647181	0.001645825
36	969	564202	0.001717470	0.001715996
37	1013	560442.2	0.001807501	0.001805869
38	1024.2	556884.4	0.001839161	0.001837471
39	1053.8	555966.2	0.001895439	0.001893644
40	1111.4	550072.6	0.002020461	0.002018422
41	1122.4	539228.4	0.002081493	0.002079329
42	1214.4	528780.8	0.002296604	0.002293970
43	1239	516332.2	0.002399618	0.002396742
44	1296.4	501550.6	0.002584784	0.002581448

ตารางที่ 3.5 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะ กลางปี	อัตรามรณะ
45	1317.8	484773.8	0.002718381	0.002714691
46	1400.8	468017.6	0.002993050	0.002988577
47	1441.2	454433.2	0.003171423	0.003166402
48	1508.8	441693.4	0.003415944	0.003410120
49	1550	424079.6	0.003654974	0.003648307
50	1643.8	406276.8	0.004046010	0.004037841
51	1689.4	391121.4	0.004319375	0.004310067
52	1760	372115.6	0.004729713	0.004718554
53	1853.8	351371.8	0.005275893	0.005262012
54	1889.2	334783.4	0.005643052	0.005627174
55	1956.8	318348.6	0.006146721	0.006127888
56	2045	299011.4	0.006839204	0.006815896
57	2086.6	280404.8	0.007441385	0.007413800
58	2098	259871	0.008073236	0.008040779
59	2128.2	240342.4	0.008854867	0.008815836
60	2173	224248.2	0.009690156	0.009643433
61	2246	212021.4	0.010593270	0.010537457
62	2353.4	203835.8	0.011545568	0.011479300
63	2458.6	197117.2	0.012472783	0.012395480
64	2557.8	192124.2	0.013313263	0.013225228
65	2728	188888.8	0.014442360	0.014338817
66	2939.6	184425	0.015939271	0.015813245
67	3084.4	178475.8	0.017281895	0.017133842
68	3305	173363.6	0.019063979	0.018883977
69	3487.8	165959	0.021016034	0.020797494
70	3689.4	157840.4	0.023374244	0.023104222
71	3856.8	149878	0.025732929	0.025406043

ตารางที่ 3.5 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะ กลางปี	อัตรามรณะ
72	4032.8	141036.4	0.028594037	0.028190990
73	4122.4	131565.2	0.031333514	0.030850191
74	4171.4	122309.6	0.034105254	0.033533421
75	4241.2	113198	0.037467093	0.036778109
76	4341	103835	0.041806713	0.040950705
77	4363	94295.8	0.046269293	0.045223073
78	4366	85564.2	0.051026013	0.049756573
79	4328	76113.8	0.056862225	0.055290261
80	4223.4	66939.2	0.063093076	0.061163576
81	4138	58524.6	0.070705310	0.068291041
82	4008.4	51195.4	0.078296097	0.075346431
83	3900	44861.8	0.086933650	0.083312327
84	3826.2	38831.2	0.098534168	0.093907614
85	3521.8	32969	0.106821560	0.101405417
86	3253.8	28359	0.114736063	0.108511000
87	3082.6	24558	0.125523251	0.118110447
88	2877.2	20793.4	0.138370829	0.129417056
89	2549.2	17602.6	0.144819515	0.135041214
90	2395.4	14799.2	0.161860101	0.149741512
91	2054.2	11792.4	0.174196940	0.160240259
92	1756.2	9250.4	0.189851250	0.173391914
93	1460.2	7237.2	0.201763113	0.183274133
94	1173.8	5778.8	0.203121755	0.184394489
95	936.6	4627.2	0.202411826	0.183809243
96	763.2	3773.4	0.202257911	0.183682310
97	583.8	3179	0.183642655	0.168198450
98	429.2	2637.2	0.162748369	0.150501438

ตารางที่ 3.5 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	จำนวนการตายเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	อัตรามรณะกลางปี	อัตรามรณะ
99	315	2224.6	0.141598490	0.132236262
100	225.4	1877.4	0.120059657	0.113260640
มากกว่า 100	616	14337.8	0.042963356	0.042059840

หลังจากหาค่าอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ในแต่ละช่วงอายุแล้ว ลำดับต่อไปคือการนำเอาจำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ย จำนวนประชากรตายของกลุ่มปีเฉลี่ย และค่าอัตรามรณะสำหรับช่วงปี พ .ศ. 2547 – 2551 มาคำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์และ ค่าอัตรามรณะจำแนกตามเพศตามตัวแบบที่นำมาศึกษา คือ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ซึ่งจะกล่าวในบทต่อไป โดยในที่นี้พิจารณาเฉพาะที่อายุ 60 ปีขึ้นไป

3.4 การจำลองข้อมูลเพื่อการทำวิจัย

สำหรับการประมาณค่าอัตรามรณะโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory) ต้องมีการจำลองจำนวนประชากรขึ้นมาใหม่ อันเนื่องมาจากจำนวนชุดข้อมูลประชากรในแต่ละปีที่มีนั้น มีอยู่เป็นจำนวนน้อย เป็นเหตุให้ไม่สามารถจะพิจารณากลุ่มคนในแต่ละอายุได้ ทำให้จำเป็นต้องใช้ข้อมูลประชากรที่มาจากคนละกลุ่ม หรือ cohort ซึ่งก็คือ ข้ อมูลประชากรเป็นและประชากรตายในแต่ละอายุ ทำให้จำนวนประชากรที่ตายในแต่ละช่วงอายุ มีความ ไม่สอดคล้องกับจำนวนประชากรที่หายไปในแต่ละช่วงอายุ และการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดในการประมาณหาค่าอัตรามรณะนั้น การแจกแจงที่ใช้มีการนำเอาจำนวนประชากรเป็น และจำนวนประชากรตายมาคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ และค่าอัตรามรณะ ดังนั้น เพื่อให้การประมาณค่าอัตรามรณะสามารถประมาณหาได้อย่างแม่นยำนั้น จำเป็นต้องจำลองจำนวนประชากรเป็น และจำนวนประชากรตายโดยใช้อัตรามรณะที่คำนวณหาจากข้อมูลประชากรทะเบียนราษฎร์ สามารถทำได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 สมมติให้ประชากรเริ่มต้น หรือ l_0 เท่ากับ 100000 คน

ขั้นตอนที่ 2 นำอัตรามรณะที่ได้สำหรับคนอายุน้อยกว่า 1 ปี หรือ q_0 มาคูณกับประชากรที่มี คือ l_0 จะได้จำนวนประชากรที่ตายที่อายุน้อยกว่า 1 ปี ในที่นี้ คือ 100000 x 0.008548865 = 854.8865 คน หรือ d_0

ขั้นตอนที่ 3 หาจำนวนประชากรที่มีชีวิตรอดจากขั้นตอนที่ 2 ในที่นี้คือ ประชากรที่มีอายุ 1 ปี ได้จากประชากรที่เหลือจากการตายที่อายุน้อยกว่า 1 ปี คือ $l_0 - d_0$ = 100000 – 854.8865 = 99145.1135 คน หรือ l_1

ขั้นตอนที่ 4 นำอัตรามรณะที่ได้สำหรับคนอายุ 1 ปี หรือ q_1 มาคูณกับประชากรที่มีคือ l_1 จะได้จำนวนประชากรที่ตายที่อายุ 1 ปี ในที่นี้ คือ 99145.1135 x 0.001233656 = 122.3109641 คน หรือ d_1

ขั้นตอนที่ 5 หาจำนวนประชากรที่มีชีวิตรอดจากขั้นตอนที่ 4 ในที่นี้คือ ประชากรที่มีอายุ 2 ปี ได้จากประชากรที่เหลือจากการตายที่อายุ 1 ปี คือ $l_1 - d_1$ = 99145.1135 – 122.3109641 = 99145.1135 คน หรือ l_2

แล้วทำซ้ำไปเรื่อยๆจนกระทั่งถึงอัตรามรณะที่อายุมากกว่า 100 ปี ก็จะได้ตารางมรณะที่มีผลต่างของแต่ละช่วงอายุเท่ากับจำนวนคนที่ตาย หรือ $d_x = l_x - l_{x+1}$ โดยจะแสดงเป็นตารางค่าอัตรามรณะจากทะเบียนราษฎร์ จำนวนประชากรเป็น และประชากรตายในแต่ละช่วงอายุของเพศชาย ในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 โดยที่ประชากรเริ่มต้น หรือ l_0 เท่ากับ 100000 คน ในตารางที่ 3.6 และสำหรับเพศหญิงในตารางที่ 3.7

ตารางที่ 3.6 ค่าอัตรามรณะจากทะเบียนราษฎร์ จำนวนประชากรเป็น และประชากรตายในแต่ละช่วงอายุของเพศชาย ในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 โดยที่ประชากรเริ่มต้น หรือ l_0 เท่ากับ 100000 คน

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
น้อยกว่า 1	0.008548865	100000	854.8864621
1	0.001233656	99145.11354	122.3109731
2	0.000876248	99022.80256	86.76856824
3	0.000726291	98936.034	71.85634616
4	0.000705477	98864.17765	69.74639718
5	0.000697690	98794.43125	68.92787819
6	0.000670258	98725.50338	66.17152063
7	0.000627647	98659.33185	61.92325328

ตารางที่ 3.6 (ต่อ)

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
8	0.000553866	98597.4086	54.60970724
9	0.000498024	98542.79889	49.07665693
10	0.000451036	98493.72224	44.42420312
11	0.000434143	98449.29803	42.74106857
12	0.000493498	98406.55697	48.5634628
13	0.000715901	98357.9935	70.41461075
14	0.001001844	98287.57889	98.46885292
15	0.001459559	98189.11004	143.3128349
16	0.001805446	98045.7972	177.0164167
17	0.002176640	97868.78079	213.0250999
18	0.002301410	97655.75569	224.7459085
19	0.002339895	97431.00978	227.9782904
20	0.002337604	97203.03149	227.2221836
21	0.002236732	96975.8093	216.9088615
22	0.002311126	96758.90044	223.6220317
23	0.002391253	96535.27841	230.8402573
24	0.002456564	96304.43815	236.5780447
25	0.002589292	96067.86011	248.7477298
26	0.002712278	95819.11238	259.8880334
27	0.002900694	95559.22435	277.1880309
28	0.003110997	95282.03632	296.4221524
29	0.003276599	94985.61416	311.2297786
30	0.003484418	94674.38438	329.8851257
31	0.003702773	94344.49926	349.3362984
32	0.003840331	93995.16296	360.9725005
33	0.004041916	93634.19046	378.4615276

ตารางที่ 3.6 (ต่อ)

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
34	0.004156347	93255.72893	387.6031546
35	0.004293469	92868.12578	398.7263828
36	0.004373714	92469.39939	404.4347372
37	0.004492311	92064.96466	413.5844595
38	0.004651011	91651.3802	426.2715607
39	0.004816642	91225.10864	439.398715
40	0.005028518	90785.70992	456.51758
41	0.005170844	90329.19234	467.0781518
42	0.005409984	89862.11419	486.152595
43	0.005749694	89375.9616	513.8844662
44	0.006080104	88862.07713	540.2906964
45	0.006438948	88321.78643	568.6993829
46	0.006714276	87753.08705	589.1984315
47	0.007020059	87163.88862	611.8956222
48	0.007415030	86551.993	641.7856369
49	0.007749025	85910.20736	665.7203127
50	0.008135361	85244.48705	693.4946351
51	0.008715712	84550.99241	736.9221408
52	0.009314277	83814.07027	780.6674915
53	0.009926412	83033.40278	824.2237424
54	0.010634332	82209.17904	874.2396901
55	0.011372012	81334.93935	924.9419414
56	0.012070438	80409.99741	970.5839244
57	0.012632399	79439.41348	1003.510337
58	0.013816684	78435.90314	1083.724066
59	0.014706328	77352.17908	1137.566553

ตารางที่ 3.6 (ต่อ)

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
60	0.015947817	76214.61253	1215.456708
61	0.017107892	74999.15582	1283.077431
62	0.018288258	73716.07839	1348.138636
63	0.019486372	72367.93975	1410.188597
64	0.021197689	70957.75115	1504.140332
65	0.022643399	69453.61082	1572.665788
66	0.024490663	67880.94503	1662.449381
67	0.026312086	66218.49565	1742.346754
68	0.027847728	64476.1489	1795.514275
69	0.031081086	62680.63462	1948.182192
70	0.033575128	60732.45243	2039.09988
71	0.036475952	58693.35255	2140.895931
72	0.039958109	56552.45662	2259.729218
73	0.042954704	54292.7274	2332.128037
74	0.046956576	51960.59936	2439.891825
75	0.051542209	49520.70754	2552.406644
76	0.056790377	46968.3009	2667.347515
77	0.060483662	44300.95338	2679.483904
78	0.066785598	41621.46948	2779.71472
79	0.071111476	38841.75476	2762.094524
80	0.078006304	36079.66023	2814.440958
81	0.085924671	33265.21928	2858.303013
82	0.091679655	30406.91626	2787.695606
83	0.097248518	27619.22066	2685.928277
84	0.107000294	24933.29238	2667.869612
85	0.115878607	22265.42277	2580.086169

ตารางที่ 3.6 **(ต่อ)**

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
86	0.122589032	19685.3366	2413.206348
87	0.128686791	17272.13025	2222.69502
88	0.134215052	15049.43523	2019.860739
89	0.138490573	13029.57449	1804.473233
90	0.147479102	11225.10126	1655.467854
91	0.154903319	9569.633404	1482.367972
92	0.156631622	8087.265432	1266.721501
93	0.161911971	6820.543931	1104.327714
94	0.156481886	5716.216217	894.4842923
95	0.152604449	4821.731924	735.8177448
96	0.145525736	4085.914179	594.605669
97	0.127651388	3491.30851	445.670376
98	0.105896649	3045.638134	322.522874
99	0.095009020	2723.11526	258.7205118
100	0.077700078	2464.394749	191.4836635
มากกว่า 100	0.022231418	2272.911085	50.5300375

ตารางที่ 3.7 ค่าอัตรามรณะจากทะเบียนราษฎร์ จำนวนประชากรเป็น และประชากรตายในแต่ละช่วงอายุของเพศหญิง ในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 โดยที่ประชากรเริ่มต้น หรือ l_0 เท่ากับ 100000 คน

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
น้อยกว่า 1	0.007392858	100000	739.2858184
1	0.001044514	99260.71418	103.6792302
2	0.000640909	99157.03495	63.55065018

ตารางที่ 3.7 **(ต่อ)**

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
3	0.000518396	99093.4843	51.36963283
4	0.000467284	99042.11467	46.28075664
5	0.000458998	98995.83391	45.43892648
6	0.000421995	98950.39499	41.75662083
7	0.000420410	98908.63836	41.58221677
8	0.000389358	98867.05615	38.49463575
9	0.000371664	98828.56151	36.73099185
10	0.000375910	98791.83052	37.13685088
11	0.000369864	98754.69367	36.52579583
12	0.000368733	98718.16787	36.40067447
13	0.000426180	98681.7672	42.05615009
14	0.000474265	98639.71105	46.78139389
15	0.000565511	98592.92965	55.75539483
16	0.000598581	98537.17426	58.98252547
17	0.000601210	98478.19173	59.20605578
18	0.000606254	98418.98568	59.66693049
19	0.000601132	98359.31875	59.12697157
20	0.000607826	98300.19178	59.74942283
21	0.000668349	98240.44235	65.65888283
22	0.000711014	98174.78347	69.80362423
23	0.000763194	98104.97985	74.87309817
24	0.000845885	98030.10675	82.92222373
25	0.000995754	97947.18453	97.53128461
26	0.001049462	97849.65324	102.6894509
27	0.001169726	97746.96379	114.3371513
28	0.001268202	97632.62664	123.8179143

ตารางที่ 3.7 **(ต่อ)**

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
29	0.001407898	97508.80872	137.2824749
30	0.001443838	97371.52625	140.5887034
31	0.001523613	97230.93755	148.1423164
32	0.001555806	97082.79523	151.0420131
33	0.001591014	96931.75322	154.2197685
34	0.001606393	96777.53345	155.4627878
35	0.001645825	96622.07066	159.0230604
36	0.001715996	96463.0476	165.5302422
37	0.001805869	96297.51736	173.900724
38	0.001837471	96123.61663	176.6243745
39	0.001893644	95946.99226	181.6894773
40	0.002018422	95765.30278	193.2947462
41	0.002079329	95572.00804	198.7256179
42	0.002293970	95373.28242	218.7834144
43	0.002396742	95154.499	228.0608116
44	0.002581448	94926.43819	245.0476474
45	0.002714691	94681.39054	257.0307613
46	0.002988577	94424.35978	282.1945033
47	0.003166402	94142.16528	298.0919606
48	0.003410120	93844.07332	320.0195318
49	0.003648307	93524.05379	341.2044576
50	0.004037841	93182.84933	376.2575703
51	0.004310067	92806.59176	400.0025924
52	0.004718554	92406.58917	436.0255106
53	0.005262012	91970.56366	483.950213
54	0.005627174	91486.61344	514.8111272

ตารางที่ 3.7 **(ต่อ)**

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
55	0.006127888	90971.80232	557.4649897
56	0.006815896	90414.33733	616.2547627
57	0.007413800	89798.08256	665.7450488
58	0.008040779	89132.33751	716.6934083
59	0.008815836	88415.64411	779.4577768
60	0.009643433	87636.18633	845.1136593
61	0.010537457	86791.07267	914.5572167
62	0.011479300	85876.51545	985.8022875
63	0.012395480	84890.71317	1052.261106
64	0.013225228	83838.45206	1108.782603
65	0.014338817	82729.66946	1186.245555
66	0.015813245	81543.4239	1289.466133
67	0.017133842	80253.95777	1375.058646
68	0.018883977	78878.89912	1489.547314
69	0.020797494	77389.35181	1609.504554
70	0.023104222	75779.84726	1750.834414
71	0.025406043	74029.01284	1880.78432
72	0.028190990	72148.22852	2033.929961
73	0.030850191	70114.29856	2163.039522
74	0.033533421	67951.25904	2278.638196
75	0.036778109	65672.62084	2415.314785
76	0.040950705	63257.30606	2590.431304
77	0.045223073	60666.87475	2743.542518
78	0.049756573	57923.33224	2882.066534
79	0.055290261	55041.2657	3043.245952
80	0.061163576	51998.01975	3180.384855

ตารางที่ 3.7 **(ต่อ)**

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะรายอายุ (q_x)	จำนวนประชากรกลางปีเฉลี่ยช่วงพ.ศ. 2547 – 2551 (l_x)	จำนวนการตายเฉลี่ยช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 (d_x)
81	0.068291041	48817.6349	3333.807089
82	0.075346431	45483.82781	3427.044102
83	0.083312327	42056.78371	3503.848526
84	0.093907614	38552.93518	3620.414158
85	0.101405417	34932.52102	3542.346869
86	0.108511000	31390.17415	3406.179193
87	0.118110447	27983.99496	3305.202165
88	0.129417056	24678.79279	3193.856721
89	0.135041214	21484.93607	2901.351844
90	0.149741512	18583.58423	2782.734009
91	0.160240259	15800.85022	2531.932331
92	0.173391914	13268.91789	2300.723068
93	0.183274133	10968.19482	2010.186397
94	0.184394489	8958.008424	1651.807388
95	0.183809243	7306.201036	1342.947285
96	0.183682310	5963.253751	1095.344227
97	0.168198450	4867.909524	818.7748366
98	0.150501438	4049.134688	609.4005919
99	0.132236262	3439.734096	454.8575795
100	0.113260640	2984.876516	338.0690251
มากกว่า 100	0.042059840	2646.807491	111.3242987

สำหรับข้อมูลที่สร้างขึ้นใหม่ในหัวข้อนี้ จะพิจารณาในช่วงอายุตั้งแต่ 70 ปีขึ้นไป เนื่องจากอัตรามรณะที่คำนวณได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ที่สอดคล้องกับทฤษฎีค่าสุดขีด จะอยู่ในช่วงอายุที่สูงมากๆ และจะสามารถนำไปคำนวณหาค่าประมาณพารามิเตอร์ และค่าประมาณอัตรามรณะได้ ซึ่งจะกล่าวถึงต่อไปในบทที่ 6 และ 7

บทที่ 4

การหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม

ในการประมาณค่าอัตรามรณะโดยตัวแบบ จำเป็นที่จะต้องคำนวณหาค่า ประมาณพารามิเตอร์ เพื่อนำไปใช้ในตัวแบบ ดังนั้ นจึงจำเป็นต้องหาวิธีการประมาณค่าอัตรามรณะสำหรับตัวแบบ ซึ่งวิธีหนึ่งที่ใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ คือ การพิจารณา ค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นที่ได้จากตัวแบบ โดยค่าของพารามิเตอร์ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีค่าสูงที่สุด จะเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ในการประมาณค่าอัตรามรณะสำหรับตัวแบบนั้น ในบทนี้ได้ทำการประมาณค่าอัตรามรณะไว้ 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม โดยค่าประมาณพารามิเตอร์ที่สามารถใช้ได้นั้น จะต้องทำให้ค่าอัตรามรณะจากข้อมูล และจากตัวแบบมีความสมนัยกัน โดยใช้การทดสอบส ารูปดีที่ค่าไคว์สแควร์ยอมรับได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 หลังจากนั้นจึงนำเอาช่วงอายุของตัวแบบทั้งสามมาพิจารณาก่อนการเปรียบเทียบ โดย การจะนำตัวแบบมาเปรียบเทียบกันได้นั้น ช่วงอายุที่จะนำมาเปรียบเทียบต้องสามารถหาค่าประมาณพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้นได้ โดยลำดับต่อไปจะ อธิบายวิธีการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบทั้งสาม สำหรับข้อมูลอัตรามรณะใน ช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 สำหรับเพศหญิง และ เพศชาย

4.1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

การทำการประมาณค่าอัตรามรณะด้วยตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบ เมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมนั้น ต้องหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ในแต่ละตัวแบบก่อน โดยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นในที่นี้ คือ

$$L(\theta) = \prod_{x=60}^{u} \{q_x(\theta)^{d_x(\theta)} p_x(\theta)^{l_x(\theta)-d_x(\theta)}\}$$

ซึ่งเมื่อ take log ทั้งสองข้างจะได้ฟังก์ชันใหม่ คือ

$$l(\theta) = \sum_{x=60}^{u} \{d_x(\theta) \times log(q_x(\theta)) + (l_x(\theta) - dx\theta \times log(px\theta)$$

งานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม R ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ $l(\theta)$ มีค่ามากที่สุด ซึ่งค่าของพารามิเตอร์ที่ทำให้ $l(\theta)$ มีค่ามากที่สุด คือค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ จากนั้นจึงนำค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้แทนค่าใน $\mu(x)$ ของแต่ละตัวแบบ จากนั้นตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไคว์สแควร์จากสมการ

$$\chi^2_{\text{คำนวน}} = \sum_{x=60}^{u}\{\frac{\left(d_{x\,(\text{จากข้อมูล})} - d_{x\,(\text{จากตัวแบบ})}\right)^2}{d_{x\,(\text{จากตัวแบบ})}}\} \qquad (4.1)$$

โดยจะเลือกพารามิเตอร์ และค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวน}} < \chi^2_{u-59,0.95}$ เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

4.1.1 **ตัวแบบคานนิสโต** (Kannisto Model)

ทำการหาพารามิเตอร์จากตัวแบบคานนิสโตที่มีพลังมรณะ คือ

$$\mu(x) = \frac{Be^{\mu x}}{1+Be^{\mu x}}$$

โดยใช้ค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นในการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ โดยแทนค่า l_x และ d_x ลงในฟังก์ชัน และแทน p_x และ q_x สำหรับตัวแบบคานนิสโต คือ

$$p_x = (\frac{1+Be^{\mu x}}{1+Be^{\mu\,(x+1)}})^{\frac{1}{\mu}} \quad , \quad q_x = 1-(\frac{1+Be^{\mu x}}{1+Be^{\mu\,(x+1)}})^{\frac{1}{\mu}}$$

ส่วนค่า u จะพิจารณาจากการตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไคว์สแควร์ซึ่งได้จากสมการที่ (4.1) โดยที่จะเลือกพารามิเตอร์ จากค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวน}} < \chi^2_{u-60,0.95}$ ซึ่งในที่นี้สามารถคำนวณหาค่า u และพารามิเตอร์สำหรับเพศชาย และเพศหญิงได้จากโปรแกรม R ดังแสดงผลตามตารางที่ 4.1 ส่วนค่าพารามิเตอร์สำหรับค่า u อื่นๆ จะแสดงในภาคผนวก จ

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบคานนิสโต และค่าไคว์สแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี

เพศ	u	μ	B	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	74	8.15919106×10^{-2}	1.150629×10^{-4}	20.6028	23.7
หญิง	75	9.579×10^{-2}	2.834335×10^{-5}	24.72912	25

4.1.2 **ตัวแบบเมคแฮม** (Makeham Model)

ทำการหาพารามิเตอร์จากตัวแบบเมคแฮมที่มีพลังมรณะ คือ

$$\mu(x) = A + Be^{\mu x}$$

โดยใช้ค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นในการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ โดยแทนค่า l_x และ d_x ลงในฟังก์ชัน และแทน p_x และ q_x สำหรับตัวแบบเมคแฮม คือ

$$p_x = exp(-A + (\frac{B}{\mu})(1-e^{\mu})e^{\mu x}) \quad ,$$

$$q_x = 1 - exp(-A + (\frac{B}{\mu})(1 - e^{\mu})e^{\mu x})$$

ส่วนค่า u จะพิจารณาจากการตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไคว์สแควร์ซึ่งได้จากสมการที่ (4.1) โดยที่จะเลือกพารามิเตอร์ จากค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวน}} < \chi^2_{u-59,0.95}$ ซึ่งในที่นี้สามารถคำนวณหาค่า u และพารามิเตอร์สำหรับเพศชาย และเพศหญิงได้จากโปรแกรม R ดังแสดงผลตามตารางที่ 4.2 ส่วนค่าพารามิเตอร์สำหรับค่า u อื่นๆ จะแสดงในภาคผนวก จ

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบเมคแฮม และค่าไคว์สแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี

เพศ	u	A	B	μ	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	75	-9.069448x10^{-5}	1.175241x10^{-4}	8.092765x10^{-2}	23.8544	25
หญิง	71	-2.2573255x10^{-3}	1.072683x10^{-4}	7.75037461x10^{-2}	18.16102	19.7

4.1.3 **ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม** (Inverse-Makeham Model)

ทำการหาพารามิเตอร์จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมที่มีพลังมรณะ คือ

$$\mu(x) = \frac{\frac{1}{\sigma}exp\left\{-\frac{x-m}{\sigma}\right\}}{exp\left\{e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right\}-1} + exp\left\{-\frac{D}{\sigma}\right\}$$

โดยใช้ค่าของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นในการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ โดยแทนค่า l_x และ d_x ลงในฟังก์ชัน และแทน p_x และ q_x สำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม คือ

$$p_x = \frac{1-exp\left(-e^{-\frac{x+1-m}{\sigma}}\right)}{1-exp\left(-e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right)} exp(-e^{-\frac{D}{\sigma}}) \quad ,$$

$$q_x = 1 - \frac{1-exp\left(-e^{-\frac{x+1-m}{\sigma}}\right)}{1-exp\left(-e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right)} exp(-e^{-\frac{D}{\sigma}})$$

ส่วนค่า u จะพิจารณาจากการตรวจสอบความสมนัยของตัวแบบกับข้อมูลโดยใช้ค่าไคว์สแควร์ซึ่งได้จากสมการที่ (4.1) โดยที่จะเลือกพารามิเตอร์ จากค่า u ที่มากที่สุด ที่ทำให้ค่าของ $\chi^2_{\text{คำนวน}} < \chi^2_{u-59,0.95}$ ซึ่งในที่นี้สามารถคำนวณหาค่า u และพารามิเตอร์สำหรับเพศชาย และเพศหญิงได้

จากโปรแกรม R ดังแสดงผลตามตารางที่ 4.3 ส่วนค่าพารามิเตอร์สำหรับค่า u อื่นๆ จะแสดงในภาคผนวก จ

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าอายุ u ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้สำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และค่าไคว์สแควร์ที่ใช้ในการทดสอบภาวะสารูปดี

เพศ	u	D	m	σ	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	85	-14.238301	77.641136	-7.388054	33.46683	37.7
หญิง	83	-14.234153	80.007526	-7.301664	25.17472	35.2

หลังจากที่สามารถหาค่าประมาณพารามิเตอร์ได้จากตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ต่อไปจะมีการนำไปพิจารณาถึงค่าอายุที่เหมาะสม โดยที่ค่าพารามิเตอร์ที่หาได้ในที่นี้ ในบางตัวแบบอาจจะไม่ถูกนำไปใช้ต่อ แต่จะนำค่าอายุใหม่ที่ได้จากบทต่อไปมาประมาณหาค่าพารามิเตอร์ใหม่ ซึ่งจะทำการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีเหมือนเดิมในบทนี้ แล้วจึงนำไปประมาณหาค่าอัตรามรณะต่อไป สำหรับแต่ละตัวแบบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

ผลการประมาณค่าอัตรามรณะและการเปรียบเทียบค่าที่ได้จาก ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม

จากบทที่ 4 ที่ได้ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมเรียบร้อยแล้ว สำหรับบทนี้จะเป็นการนำค่าประมาณพารามิเตอร์ที่หาได้ มาทำการประมาณ ค่าอัตรามรณะสำหรับแต่ละตัวแบบ โดยการประมาณค่าอัตรามรณะในที่นี้ ผู้วิจัยต้องการที่จะเปรียบเทียบ ค่าอัตรามรณะระหว่างตัวแบบด้วย จึงนำค่าอัตรามรณะในช่วงอายุที่สามารถประมาณได้มาเปรียบเทียบกัน โดยการ เปรียบเทียบระหว่างตัวแบบที่ต้องการเปรียบเทียบนั้นสามารถเปรียบเทียบได้ในหลายช่วงอายุที่สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ ในที่นี้จึงได้แสดงวิธีการหาค่า และการเปรียบเทียบอัตรามรณะในช่วงอายุสูงที่สุด หรือ u ที่สามารถประมาณค่าได้ของแต่ละตัวแบบเท่านั้น จากนั้นนำมาเปรียบเทียบกับค่าอัตรามรณะที่หาได้จากข้อมูลจริงในแต่ละรายอายุ เพื่อหาค่า ร้อยละค่าสัมบูรณ์ของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) สำหรับตัวแบบนั้นๆ โดยตัวแบบที่มีค่า MAPE ที่น้อยกว่าจะเป็นตัวแบบที่ดีกว่าตัวแบบที่มีค่า MAPE มากกว่า

5.1 การประมาณค่าอัตรามรณะ

หลังจากได้หาค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบทั้งสามแล้ว เราสามารถประมาณค่าอัตรามรณะของทั้งสามตัวแบบได้ โดยการแทนค่า ลงในตัวแบบ ซึ่งค่าที่ได้คือค่าประมาณ q_x ตั้งแต่รายอายุ 60 ปีขึ้นไปจนถึงค่าอายุ u

ในที่นี้จะยกตัวอย่างการประมาณค่าอัตรามรณะจากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ที่ค่าอายุ u = 85 เฉพาะการหาค่าอัตรามรณะที่อายุ 60 ปี ของเพศชายในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ซึ่งได้จากสมการ

$$q_x = 1 - \frac{1 - exp\left(-e^{-\frac{x+1-m}{\sigma}}\right)}{1 - exp\left(-e^{-\frac{x-m}{\sigma}}\right)} exp(-e^{-\frac{D}{\sigma}})$$

โดยค่าประมาณพารามิเตอร์ที่หาได้จากบทที่ 4 คือ D = -14.238301, m = 77.641136 และ σ = -7.3880 นำมาแทนค่า q_{60} จะได้ว่า

$$q_{60} = 1 - \frac{1-exp\left(-e^{-\frac{60+1-77.641136}{-7.3880}}\right)}{1-exp\left(-e^{-\frac{60-77.641136}{-7.3880}}\right)} exp(-e^{-\frac{-14.238301}{-7.3880}})$$

$$= 0.01660718$$

การประมาณค่าอัตรามรณะรายอายุอื่นของเพศชายในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ด้วยตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมก็ทำเช่นเดียวกัน สำหรับค่าประมาณอัตรามรณะรายอายุของเพศหญิง ด้วยตัวแบบนี้ก็ทำเช่นเดียวกัน เพียงแต่เปลี่ยนค่าประมาณพารามิเตอร์ไปจากเดิมโดยใช้ค่า D = -14.234153, m = 80.007526 และ σ = -7.301664 ตารางที่ 5.1 เป็นตารางที่แสดงค่าประมาณอัตรามรณะด้วยตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมของเพศชายตั้งแต่อายุ 60 – 85 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 83 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ตารางที่ 5.2 แสดงค่าประมาณอัตรามรณะด้วยตัวแบบเมคแฮมของเพศชายตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 71 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ตารางที่ 5.3 แสดงค่าประมาณอัตรามรณะด้วยตัวแบบคานนิสโตของเพศชายตั้งแต่อายุ 60 – 74 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551

ตารางที่ 5.1 อัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมของเพศชาย ตั้งแต่อายุ 60 – 85 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 83 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม	
	ชาย	หญิง
60	0.01660718	0.01003145
61	0.01752195	0.01070262
62	0.01856275	0.01146887
63	0.01974582	0.01234309
64	0.02108916	0.01333973
65	0.02261256	0.01447492
66	0.02433769	0.01576660
67	0.02628798	0.01723458
68	0.02848856	0.01890066
69	0.03096597	0.02078855

ตารางที่ 5.1 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม	
	ชาย	หญิง
70	0.03374775	0.02292384
71	0.03686178	0.02533377
72	0.04033535	0.02804690
73	0.04419385	0.03109248
74	0.04845899	0.03449962
75	0.05314650	0.03829608
76	0.05826326	0.04250655
77	0.06380369	0.04715048
78	0.06974559	0.05223915
79	0.07604560	0.05777220
80	0.08263456	0.06373332
81	0.08941357	0.07008550
82	0.09625195	0.07676600
83	0.10298836	0.08368176
84	0.10943725	-
85	0.11540206	-

ตารางที่ 5.2 อัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบเมคแฮมของเพศชาย ตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 71 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากตัวแบบเมคแฮม	
	ชาย	หญิง
60	0.01551322	0.00936601
61	0.01681733	0.01029700
62	0.01822942	0.01130204
63	0.01975825	0.01238692
64	0.02141325	0.01355789
65	0.02320460	0.01482166

ตารางที่ 5.2 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากตัวแบบเมคแฮม	
	ชาย	หญิง
66	0.02514324	0.01618546
67	0.02724095	0.01765703
68	0.02951038	0.01924473
69	0.03196512	0.02095748
70	0.03461976	0.02280489
71	0.03748994	0.02479727
72	0.04059242	-
73	0.04394511	-
74	0.04756717	-
75	0.05147904	-

ตารางที่ 5.3 อัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบคานนิสโตของเพศชาย ตั้งแต่อายุ 60 – 74 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากตัวแบบคานนิสโต	
	ชาย	หญิง
60	0.01565085	0.00919275
61	0.01694748	0.01010285
62	0.01834849	0.01110153
63	0.01986176	0.01219709
64	0.02149568	0.01339855
65	0.02325915	0.01471568
66	0.02516162	0.01615908
67	0.02721309	0.01774019
68	0.02942409	0.01947136
69	0.03180573	0.02136587
70	0.03436967	0.02343800

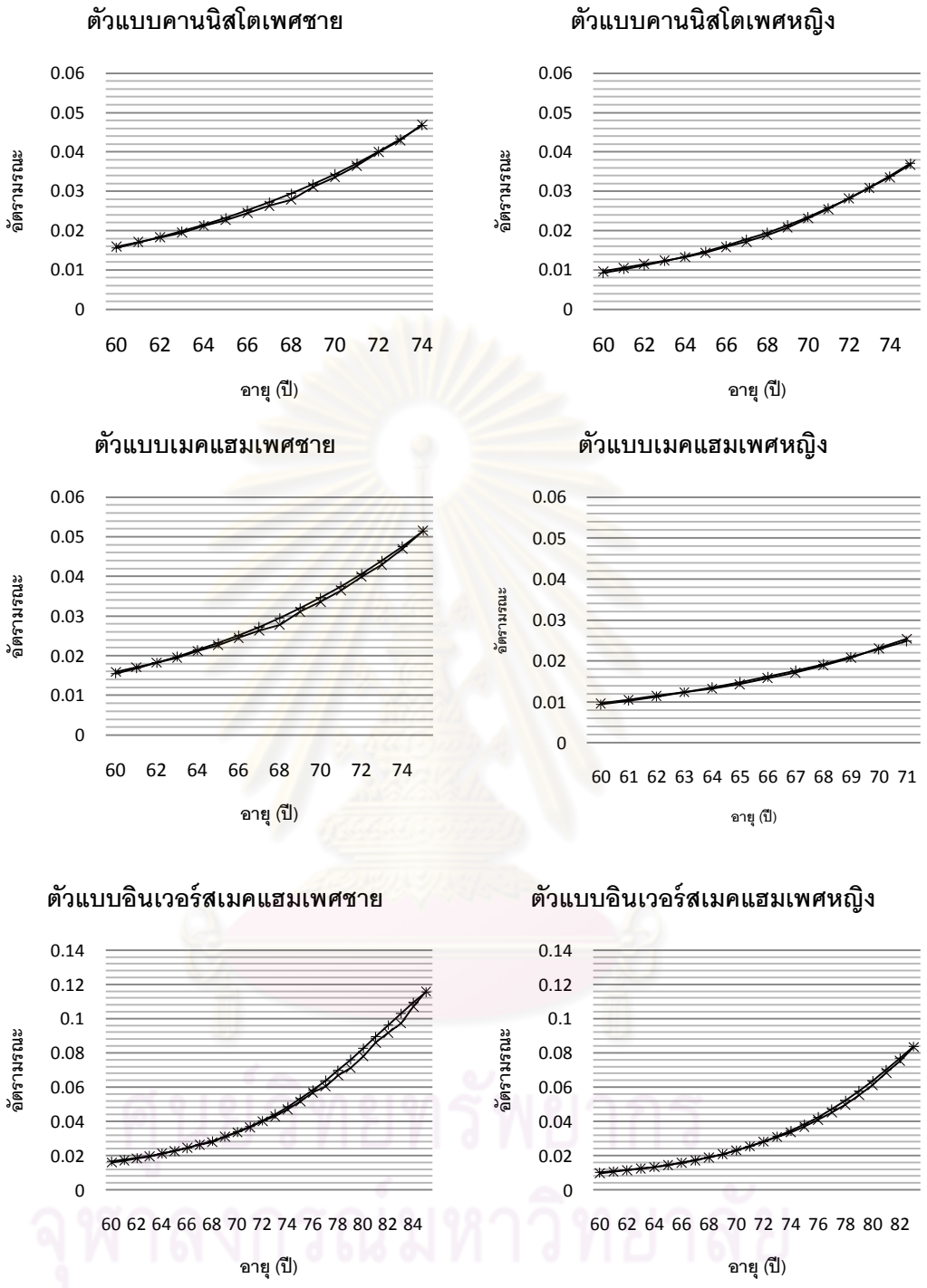
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.3 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากตัวแบบคานนิสโต	
	ชาย	หญิง
71	0.03712811	0.02570303
72	0.04009377	0.02817732
73	0.04327988	0.03087823
74	0.04670012	0.03382423
75	-	0.03703478

สำหรับแผนภาพที่ 5.1 ได้แสดงค่าอัตรามรณะที่หาได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ นำมาเปรียบเทียบกับค่าอัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบทั้ง 3 ตัวแบบ ทั้งเพศชายและเพศหญิง คือ ค่าประมาณอัตรามรณะด้วยตัวแบบคานนิสโตของเพศชายตั้งแต่อายุ 60 – 74 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี ค่าประมาณอัตรามรณะด้วยตัวแบบเมคแฮมของเพศชายตั้งแต่อายุ 60 – 75 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 71 ปี ค่าประมาณอัตรามรณะด้วยตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมของเพศชายตั้งแต่อายุ 60 – 85 ปี และเพศหญิงตั้งแต่อายุ 60 – 83 ปี สำหรับในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภาพที่ 5.1 ค่าประมาณอัตรามรณะที่หาได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (---x---) เปรียบเทียบกับค่าประมาณอัตรามรณะที่หาได้จากตัวแบบ (---+---)

5.2 การเปรียบเทียบตัวแบบประมาณค่าอัตรามรณะ

5.2.1 การเลือกช่วงอายุในการเปรียบเทียบตัวแบบ

เนื่องจากตัวแบบแต่ละตัวแบบมีช่วงอายุที่เหมาะสมไม่เท่ากัน หรือมีค่า u ที่ต่างกัน จึงทำการเปรียบเทียบตัวแบบทั้งสาม ด้วยช่วงอายุ u ที่สามารถเปรียบเทียบได้เท่านั้น ยกตัวอย่างเช่น ตัวแบบคานนิสโตสำหรับเพศชายนั้น มีค่าอายุ u คือ 74 ปี นั้นคือจะสามารถเปรียบเทียบกับตัวแบบอื่นๆ ได้สูงสุดที่อายุ 74 ปีเท่านั้น ในที่นี้ก็คือ สามารถเปรียบเทียบได้กับทั้งตัวแบบเมคแฮมและตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม อีกตัวอย่างหนึ่งคือ ตัวแบบเมคแฮมสำหรับเพศชาย มีค่าอายุ u คือ 75 ปี แสดงว่าสามารถเปรียบเทียบกับตัวแบบอื่นๆ ได้สูงสุดที่อายุ 75 ปีเท่านั้น นั่นคือตัวแบบคานนิสโตสำหรับเพศชาย จะไม่สามารถที่จะนำค่าอัตรามรณะมาเปรียบเทียบได้ แต่ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมสามารถเปรียบเทียบได้ เพราะมีค่าอายุ u คือ 85 ปี

5.2.2 การเปรียบเทียบตัวแบบของช่วงอายุที่เลือกด้วยค่า MAPE

เกณฑ์ในการเลือกตัวแบบ

การศึกษาครั้งนี้ได้นำค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากตัวแบบมาทำการวิเคราะห์หาความคลาดเคลื่อน โดยใช้ค่าร้อยละค่าสัมบูรณ์ของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) ซึ่งค่า MAPE นี้เป็นค่าที่ใช้วัดความถูกต้องของการประมาณตัวแบบอย่างง่าย โดยวัดความคลาดเคลื่อนของค่าประมาณที่แตกต่างจากค่าจริง สามารถคำนวน ได้จาก $MAPE = \frac{1}{u-60+1}\sum_{x=60}^{u}\left|\frac{A_x - F_x}{A_x}\right|$ โดยที่ A_x คือค่าอัตรามรณะที่คำนวณจากข้อมูลจริงของคนอายุ x และF_x คือค่าประมาณอัตรามรณะที่คำนวณได้จากตัวแบบที่นำมาศึกษาของคนอายุ x ซึ่งตัวแบบที่ให้ค่า MAPE ต่ำที่สุดจะถือเป็นตัวแบบที่เหมาะสมที่สุด

หลังจากเลือกค่าอายุ u และประมาณค่าอัตรามรณะ จากตัวแบบที่จะทำการเปรียบเทียบได้แล้ว ทำการหาค่า MAPE แล้วนำค่ามาเปรียบเทียบกัน ถ้าค่า MAPE ในตัวแบบใดมีค่าน้อยที่สุด นั้นคือเป็นตัวแบบที่ดีที่สุดในกลุ่มที่เปรียบเทียบ

ยกตัวอย่างการคำนวณและการเปรียบเทียบ โดยใช้ค่าอายุ u เท่ากับ 74 ปี และเปรียบเทียบตัวแบบสำหรับเพศชาย นั่นคือสามารถนำเอาตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม มาใช้ในการเปรียบเทียบ ตารางที่ 5.4 แสดงวิธีการหาค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต เพศชายอายุ 60 – 74 ปี

ตารางที่ 5.4 การหาค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต เพศชายอายุ 60 – 74 ปี

อายุ (ปี) (x)	อัตรามรณะของเพศชายช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551		$\left\|\frac{A_x - F_x}{A_x}\right\|$
	ตัวแบบคานนิสโต (F_x)	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (A_x)	
60	0.01565085	0.015947817	0.018621181
61	0.01694748	0.017107892	0.009376471
62	0.01834849	0.018288258	0.003293497
63	0.01986176	0.019486372	0.019264129
64	0.02149568	0.021197689	0.014057718
65	0.02325915	0.022643399	0.027193422
66	0.02516162	0.024490663	0.027396421
67	0.02721309	0.026312086	0.034242970
68	0.02942409	0.027847728	0.056606474
69	0.03180573	0.031081086	0.023314631
70	0.03436967	0.033575128	0.023664593
71	0.03712811	0.036475952	0.017879112
72	0.04009377	0.039958109	0.003395084
73	0.04327988	0.042954704	0.007570206
74	0.04670012	0.046956576	0.005461553
MAPE			0.019422498

สำหรับการหาค่า MAPE ของตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศชายอายุ 60 – 74 ปี ซึ่งสรุปได้ผลดังนี้

ค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต = 0.019422498

ค่า MAPE ตัวแบบเมคแฮม = 0.022503934

ค่า MAPE ตัวแบบอินเวอร์เมคแฮม = 0.014418798

จากค่า MAPE ที่ได้พบว่าตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมประมาณได้ดีกว่าตัวแบบเมคแฮมและตัวแบบคานนิสโต และตัวแบบ คานนิสโตประมาณได้ดีกว่าตัวแบบเมคแฮม สำหรับในส่วนของตาราง

แสดงค่า MAPE ของตัวแบบอื่นๆ ที่ได้จากค่าพารามิเตอร์แต่ละค่า u ของเพศชาย แสดงในตารางที่ 5.5

ตารางที่ 5.5 ค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศชาย ช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ในแต่ละช่วงอายุ

ช่วงอายุ (ปี)	ค่า MAPE ของตัวแบบ		
	คานนิสโต	เมคแฮม	อินเวอร์สเมคแฮม
60 - 74	0.019422498	0.022503934	0.014418798
60 - 75	-	0.022407888	0.015305819
60 - 85	-	-	0.026215857

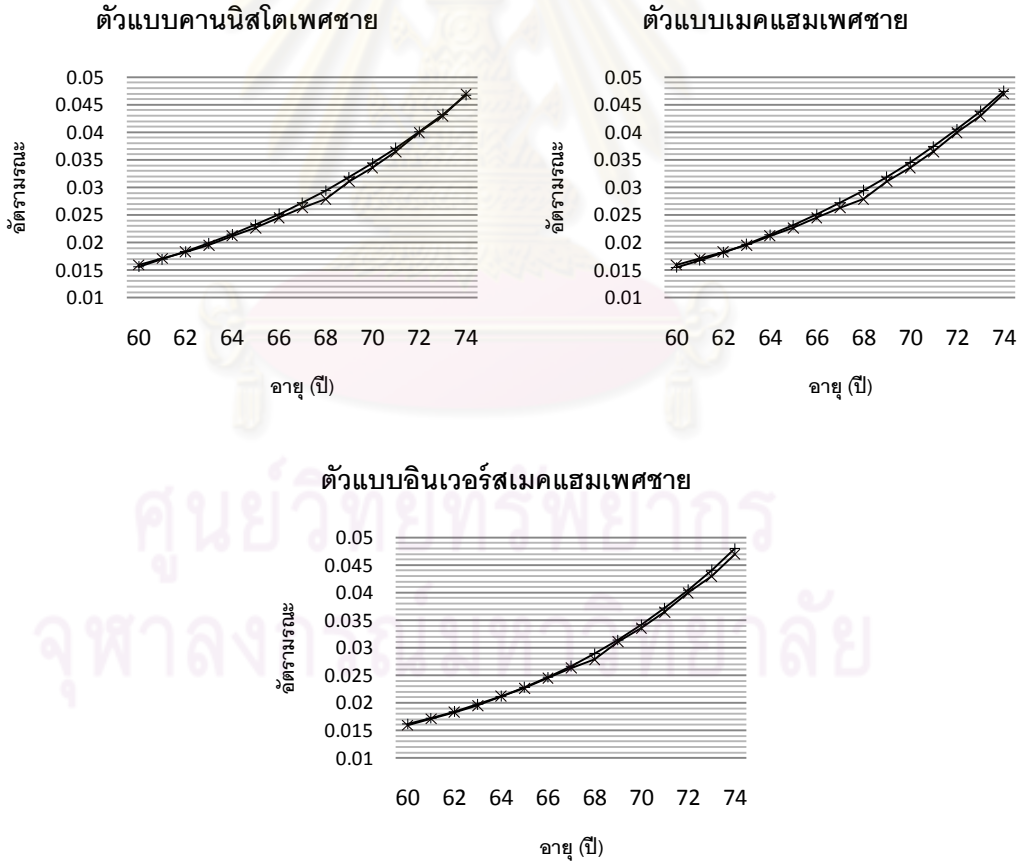
จากค่า MAPE ที่แสดงในตารางที่ 5.5 พบว่าสำหรับช่วงอายุ 60 – 74 ปี ตัวแบบที่ดีที่สุดในการประมาณค่าอัตรามรณะ คือ ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม รองลงมา คือ ตัวแบบคานนิสโต และสุดท้าย คือ ตัวแบบเมคแฮม ซึ่งพอพิจารณาถึงช่วงอายุ 75 ปีขึ้นไป ตัวแบบคานนิสโตจะมีค่าไคว์สแควร์ที่ไม่สามารถใช้ได้ สำหรับช่วงอายุ 60 – 75 ปี ตัวแบบที่ดีที่สุดในการประมาณค่าอัตรามรณะ คือ ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และรองลงมา คือ ตัวแบบเมคแฮม แต่เมื่อ พิจารณาถึงช่วงอายุ 76 ปีขึ้นไป ตัวแบบเมคแฮมจะมีค่าไคว์สแควร์ที่ไม่สามารถใช้ได้ และสำหรับช่วงอายุ 60 – 85 ปี ตัวแบบที่ดีที่สุดในการประมาณค่าอัตรามรณะ คือ ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ซึ่งสามารถแสดงค่าประมาณอัตรามรณะได้ดังตารางที่ 5.6 – 5.7 และแสดงกราฟของแต่ละตัวแบบได้ดังแผนภาพที่ 5.2 – 5.3 โดยสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 85 ปี ที่ใช้ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมในการประมาณค่า จะใช้ตารางเดียวกับตารางที่ 5.1 และแผนภาพที่ 5.1

ตารางที่ 5.6 ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 74 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม

อายุ (ปี)	อัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 - 74 ปี			
	คานนิสโต	เมคแฮม	อินเวอร์สเมคแฮม	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์
60	0.01565085	0.01548001	0.01618774	0.015947817
61	0.01694748	0.01678138	0.01723607	0.017107892
62	0.01834849	0.01819049	0.01840985	0.018288258
63	0.01986176	0.01971610	0.01972267	0.019486372
64	0.02149568	0.02136763	0.02118919	0.021197689
65	0.02325915	0.02315522	0.02282508	0.022643399

ตารางที่ 5.6 **(ต่อ)**

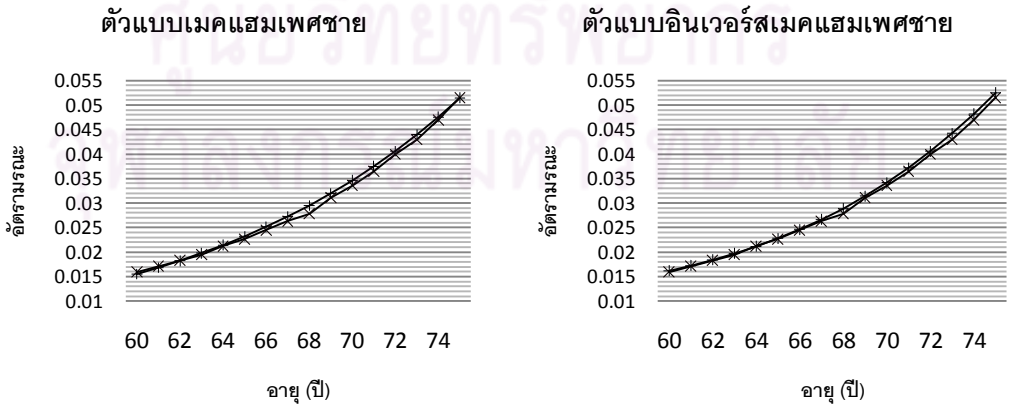
อายุ (ปี)	อัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 - 74 ปี			
	คานนิสโต	เมคแฮม	อินเวอร์สเมคแฮม	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์
66	0.02516162	0.02508981	0.02464699	0.024490663
67	0.02721309	0.02718314	0.02667232	0.026312086
68	0.02942409	0.02944784	0.02891904	0.027847728
69	0.03180573	0.03189748	0.03140532	0.031081086
70	0.03436967	0.03454663	0.03414904	0.033575128
71	0.03712811	0.03741088	0.03716716	0.036475952
72	0.04009377	0.04050697	0.04047483	0.039958109
73	0.04327988	0.04385278	0.04408431	0.042954704
74	0.04670012	0.04746744	0.04800359	0.046956576



แผนภาพที่ 5.2 แสดงค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 74 ปี (---+---) จากตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (----x----)

ตารางที่ 5.7 ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 75 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม

อายุ (ปี)	อัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 - 75 ปี		
	เมคแฮม	อินเวอร์สเมคแฮม	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์
60	0.01551322	0.01621695	0.015947817
61	0.01681733	0.01725135	0.017107892
62	0.01822942	0.01841216	0.018288258
63	0.01975825	0.01971341	0.019486372
64	0.02141325	0.02117034	0.021197689
65	0.02320460	0.02279929	0.022643399
66	0.02514324	0.02461768	0.024490663
67	0.02724095	0.02664382	0.026312086
68	0.02951038	0.02889673	0.027847728
69	0.03196512	0.03139575	0.031081086
70	0.03461976	0.03416008	0.033575128
71	0.03748994	0.03720810	0.036475952
72	0.04059242	0.04055648	0.039958109
73	0.04394511	0.04421906	0.042954704
74	0.04756717	0.04820533	0.046956576
75	0.05147904	0.05251873	0.051542209



แผนภาพที่ 5.3 ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 75 ปี (---+---) จากตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (----x----)

จากค่าประมาณอัตรามรณะจากตัวแบบทั้งสามสำหรับเพศชาย โดยส่วนมากนั้นจะมีค่าที่มากกว่าค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ซึ่งเป็นในทุกช่วงอายุที่ได้นำมาพิจารณา

สำหรับการหาค่า MAPE ของตัวแบบทั้งสาม ของเพศหญิงในแต่ละช่วงอายุนั้น สามารถหาได้เช่นเดียวกัน และได้ค่า MAPE สรุปได้ดังตารางที่ 5.8

ตารางที่ 5.8 ค่า MAPE ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศหญิง ช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ในแต่ละช่วงอายุ

ช่วงอายุ (ปี)	ค่า MAPE ของตัวแบบ		
	คานนิสโต	เมคแฮม	อินเวอร์สเมคแฮม
60 - 71	0.023868043	0.020361194	0.010626450
60 - 75	0.020947161	-	0.012125867
60 – 83	-	-	0.018750179

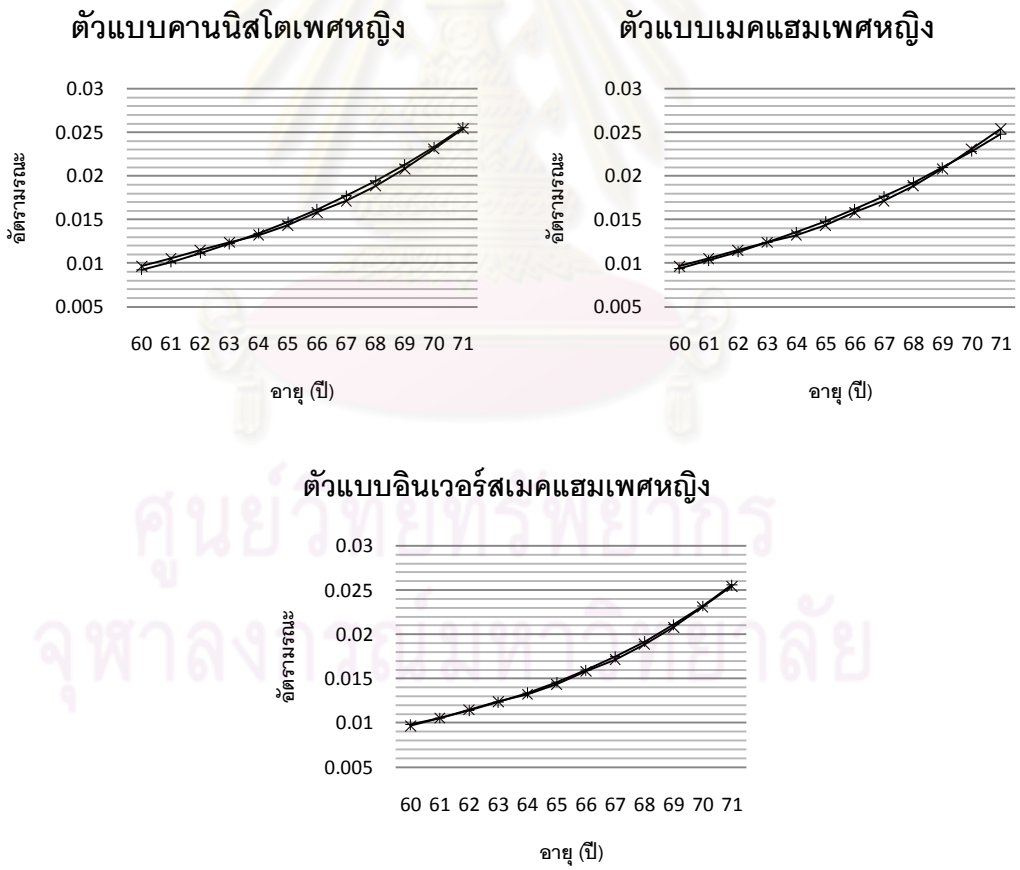
จากค่า MAPE ที่ใช้ในตารางที่ 5.8 พบว่าสำหรับช่วงอายุ 60 – 71 ปี ตัวแบบที่ดีที่สุดในการประมาณค่าอัตรามรณะ คือ ตัวแบบอินเวอร์สเ มคแฮม รองลงมา คือ ตัวแบบเมคแฮม และสุดท้าย คือ ตัวแบบคานนิสโต ซึ่งพอพิจารณาถึงช่วงอายุ 72 ปีขึ้นไป ตัวแบบเมคแฮมจะมีค่าไคว์สแควร์ที่ไม่สามารถใช้ได้ สำหรับช่วงอายุ 60 – 75 ปี ตัวแบบที่ดีที่สุดในการประมาณค่าอัตรามรณะ คือ ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และรองลงมา คือ ตัวแบบคานนิสโต ซึ่งพอพิจารณาถึงช่วงอายุ 76 ปีขึ้นไป ตัวแบบคานนิสโตจะมีค่าไคว์สแควร์ที่ไม่สามารถใช้ได้ และสำหรับช่วงอายุ 60 – 83 ปี ตัวแบบที่ดีที่สุดในการประมาณค่าอัตรามรณะ คือ ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ซึ่งสามารถแสดงค่าประมาณอัตรามรณะได้ดังตารางที่ 5.9 – 5.10 และแสดงกราฟของแต่ละตัวแบบได้ดังแผนภาพที่ 5.4 – 5.5 โดยสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 83 ปี ที่ใช้ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมในการประมาณค่า จะใช้ตารางเดียวกับตารางที่ 5.1 และแผนภาพที่ 5.1

ตารางที่ 5.9 ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 71 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม

อายุ (ปี)	อัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 - 74 ปี			
	คานนิสโต	เมคแฮม	อินเวอร์สเมคแฮม	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์
60	0.00924102	0.00936601	0.009784204	0.009643433
61	0.01014583	0.01029700	0.010531059	0.010537457
62	0.01113773	0.01130204	0.011373525	0.011479300

ตารางที่ 5.9 **(ต่อ)**

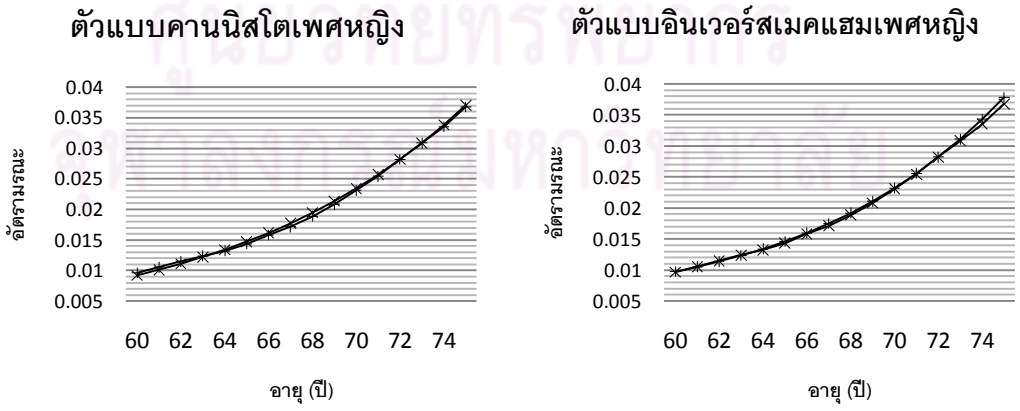
อายุ (ปี)	อัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 - 74 ปี			
	คานนิสโต	เมคแฮม	อินเวอร์สเมคแฮม	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์
63	0.01222479	0.01238692	0.012323138	0.012395480
64	0.01341577	0.01355789	0.013392624	0.013225228
65	0.01472016	0.01482166	0.014595951	0.014338817
66	0.01614822	0.01618546	0.015948375	0.015813245
67	0.01771105	0.01765703	0.017466449	0.017133842
68	0.01942059	0.01924473	0.019167998	0.018883977
69	0.02128971	0.02095748	0.021072027	0.020797494
70	0.02333220	0.02280489	0.023198565	0.023104222
71	0.02556284	0.02479727	0.025568395	0.025406043



แผนภาพที่ 5.4 แสดงค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 71 ปี (---+---) จากตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (----x----)

ตารางที่ 5.10 ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายช่วงอายุ 60 – 75 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ตัวแบบคานนิสโต และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม

อายุ (ปี)	อัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 - 75 ปี		
	คานนิสโต	อินเวอร์สเมคแฮม	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์
60	0.00919275	0.009773917	0.009643433
61	0.01010285	0.010527645	0.010537457
62	0.01110153	0.011376774	0.011479300
63	0.01219709	0.012332665	0.012395480
64	0.01339855	0.013407825	0.013225228
65	0.01471568	0.014615961	0.014338817
66	0.01615908	0.015972013	0.015813245
67	0.01774019	0.017492159	0.017133842
68	0.01947136	0.019193779	0.018883977
69	0.02136587	0.021095365	0.020797494
70	0.02343800	0.023216353	0.023104222
71	0.02570303	0.025576856	0.025406043
72	0.02817732	0.028197268	0.028190990
73	0.03087823	0.031097707	0.030850191
74	0.03382423	0.034297247	0.033533421
75	0.03703478	0.037812910	0.036778109



แผนภาพที่ 5.5 ค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 75 ปี (---+---) จากตัวแบบคานนิสโต และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เปรียบเทียบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (----x----)

จากค่าประมาณอัตรามรณะจากตัวแบบทั้งสามสำหรับเพศหญิง ค่อนข้างที่จะมีค่าที่มากกว่าค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ซึ่งเป็นในทุกช่วงอายุที่ได้นำมาพิจารณา

จะเห็นได้ว่าสำหรับตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับการประมาณค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยทั้งเพศชายและเพศหญิงนั้น คือ ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และสำหรับค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมในบทนี้ จะนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับทฤษฎีค่าสุดขีด เพื่อหาค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 ปีขึ้นไป ซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 7

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6

การประมาณค่าอัตรามรณะโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory)

ในการประมาณค่าอัตรามรณะโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme-Value Theory) ส่วนมากจะนำไปใช้กับช่วงของข้อมูลที่มีค่าอยู่ในตำแหน่งที่ผิดปกติ หรือช่วงของลำดับของข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งที่สูงมากๆ โดย มีการกำหนดค่าเริ่มต้นสำหรับการพิจารณา แล้วนำการแจกแจงที่เหมาะสมในทฤษฎีค่าสุดขีดมาใช้ ซึ่งในที่นี้จากการศึกษาข้อมูล ได้เห็นว่าการแจกแจงที่มีค่าพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับข้อมูล คือ การแจกแจง ทั่วไปของพาเรโต (Generalized Pareto Distribution) แล้วจึงนำค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้ไปแทนค่าในการแจกแจง เพื่อนำไปประมาณหาอัตรามรณะต่อไป

6.1 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของทฤษฎีค่าสุดขีด

ในที่นี้ค่าเริ่มต้นของอายุ หรือ threshold คือ u ปี โดย พิจารณาว่าตั้งแต่อายุ u ปีขึ้นไป อัตรามรณะจะมีรูปแบบการแจกแจงทั่วไปของพาเรโต และสามารถเขียนเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นได้คือ

$$P(X \leq u + z | X > u) \approx \quad H_u(z) \quad = \quad 1 - \left(1 + \frac{\xi z}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}$$

ซึ่งมีความหมาย คือ ความน่าจะเป็นที่คนอายุ x ปี จะมีอายุไม่มากกว่า $u + z$ ปี โดยที่คนๆนั้นมีอายุมากกว่า u ปี

จากสมการข้างต้นสัญลักษณ์ต่างๆ มีความหมาย คือ

u คือ อายุเริ่มต้น หรือ threshold

z คือ ส่วนของอายุที่เกินจาก u ปี

$H_u(z)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงทั่วไปของพาเรโต โดยมี threshold คือ u และแทนค่าฟังก์ชันโดยค่า z

ξ และ σ คือ พารามิเตอร์ของการแจกแจงทั่วไปของพาเรโต โดยที่ $\xi < 0$ และ $\sigma > 0$

จากฟังก์ชันความน่าจะเป็นข้างต้น เราสามารถหาฟังก์ชันที่จะใช้ใน log ของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Log-likelihood function: $l(\theta)$) ซึ่งมีสองส่วน คือ ส่วนแรก ความน่าจะเป็นที่คนจะตายในช่วงระหว่างอายุ x ถึง $x + 1$ โดยมีประชากรอายุ x อยู่ l_x และ ประชากรอายุ $x + 1$ อยู่ l_{x+1} คือ $H_u(x - u + 1) - H_u(x - u)$ โดยจะมีจำนวนคนที่อยู่

ในช่วงการตายทั้งหมด $l_x - l_{x+1}$ คน และส่วนที่สอง สำหรับผู้ที่อายุ h ปีขึ้นไป ซึ่งเป็นส่วนที่มีความไม่สมบูรณ์ของข้อมูล โดยถือว่าเป็นผู้ที่อยู่นอกขอบเขตที่พิจารณา หรือ ผู้ที่รอดชีวิต มีฟังก์ชันความน่าจะเป็นคือ $1 - H_u(h-u)$ และมีจำนวนคนทั้งหมดในช่วงอายุนี้ คือ l_h คน จากทั้งสองส่วนทำให้สามารถเขียน $l(\theta)$ ได้ว่า

$$l(\theta) = \sum_{x=u}^{h}(l_x - l_{x+1})\, log[H_u(x-u+1) - Hux-u+lhlog1-Hu(h-u)$$ … (6.1)

การทำการประมาณค่าอัตรามรณะด้วยตัวแบบ ต้องหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบก่อน

งานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม R ในการคำนวนหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ $l(\theta)$ ใน (6.1) มีค่ามากที่สุด ซึ่งค่าของพารามิเตอร์ที่ทำให้ $l(\theta)$ มีค่ามากที่สุด คือค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ จากนั้นจึงนำค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้แทนค่าใน $\mu(x)$ ของตัวแบบ

จากบทที่ 4 การประมาณหาค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบทั้งสามนั้น ต้องใช้ค่าไคว์สแควร์เพื่อตรวจสอบว่ามีความเหมาะสมในการนำข้อมูลมาแสดงในรูปของตัวแบบนั้นๆ ในช่วงอายุ ที่กำหนดได้หรือไม่ แต่จากข้อมูล อัตรามรณะของประชากรไทยในช่วงอายุสูงนั้นมีค่าที่ผิดปกติ และมีอัตราการเพิ่มของอัตรามรณะที่ลดลงเรื่อยๆ ตั้งแต่ช่วงอายุประมาณ 90 ปีขึ้นไป จึงไม่สามารถทำการทดสอบความสมนัยโดยใช้ค่าไคว์สแควร์ได้ ผู้ทำการวิจัยจึงกำหนดการศึกษาในช่วงอายุที่มีความเหมาะสมและเป็นไปได้ในการประมาณหาพารามิเตอร์ที่อายุสูงสุด คือ 88 ปี สำหรับเพศชาย และ 93 ปี สำหรับเพศหญิง และแบ่งเป็นช่วงต่างๆ ในการพิจารณาหาค่า ประมาณพารามิเตอร์ โดยไม่คำนึงถึงค่าไคว์สแควร์ ซึ่งในที่นี้คือ สำหรับเพศชายในช่วงอายุ 70 – 88 ปี และเพศหญิงในช่วงอายุ 70 – 93 ปี โดยจะแบ่งเป็น 3 ช่วงอายุ คือ 70 – 88 ปี 75 – 88 ปี และ 80 – 88 ปี สำหรับเพศชาย และอีก 3 ช่วงอายุ คือ 70 – 93 ปี 75 – 93 ปี และ 80 – 93 ปี สำหรับเพศหญิง ซึ่งสามารถประมาณหาค่าพารามิเตอร์โดยโปรแกรม R ได้ค่าพารามิเตอร์ดังตารางที่ 6.1 และ 6.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 6.1 ค่าประมาณพารามิเตอร์ในแต่ละช่วงอายุ สำหรับการประมาณค่าอัตรามรณะ โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศชายในช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551

ช่วงอายุ (ปี)	u	h	σ	ξ
70 – 88	70	88	24.228241	-1.002733
75 – 88	75	88	17.3222673	-0.8280642
80 – 88	80	88	12.0573225	-0.6461594

ตารางที่ 6.2 ค่าประมาณพารามิเตอร์ในแต่ละช่วงอายุ สำหรับการประมาณค่าอัตรามรณะ โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศหญิงในช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551

ช่วงอายุ	u	h	σ	ξ
70 – 93	70	93	28.307779	-1.055052
75 – 93	75	93	20.4119894	-0.8939635
80 – 93	80	93	13.9486737	-0.7126719

หลังจากสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับการแจกแจงทั่วไปของพาเรโตได้แล้วนั้น ในตอนต่อไปจะเป็นการประมาณค่าอัตรามรณะ ในแต่ละช่วงอายุของเพศชาย และเพศหญิง

6.2 การประมาณค่าอัตรามรณะ

สำหรับค่าอัตรามรณะ (q_x) จากทฤษฎีค่าสุดขีดซึ่งได้จากการแจกแจงทั่วไปของพาเรโตนั้น สามารถหารูปฟังก์ชัน q_x ได้ คือ

$$q_x = \frac{[H_u(x+1-u)-H_u(x-u)]}{1-H_u(x-u)}$$

ในที่นี้ขอยกตัวอย่างการประมาณค่าอัตรามรณะของคนอายุ 80 ปี ในช่วงอายุ 70 – 88 ปี ของเพศชายสำหรับช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 โดยค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ได้ คือ σ = 24.228241 และ ξ = -1.002733 นำมาแทนค่าในสมการจะได้ว่า

$$q_{80} = \frac{[H_{70}(80-70+1)-H_{70}(80-70)]}{1-H_{70}(80-70)}$$

$$= \frac{[H_{70}(11)-H_{70}(10)]}{1-H_{70}(10)}$$

$$= \frac{1-\left(1+\frac{(-1.002733)(11)}{24.228241}\right)^{-\frac{1}{-1.002733}}-\left(1-\left(1+\frac{(-1.002733)(10)}{24.228241}\right)^{-\frac{1}{-1.002733}}\right)}{\left(1+\frac{(-1.002733)(10)}{24.228241}\right)^{-\frac{1}{-1.002733}}}$$

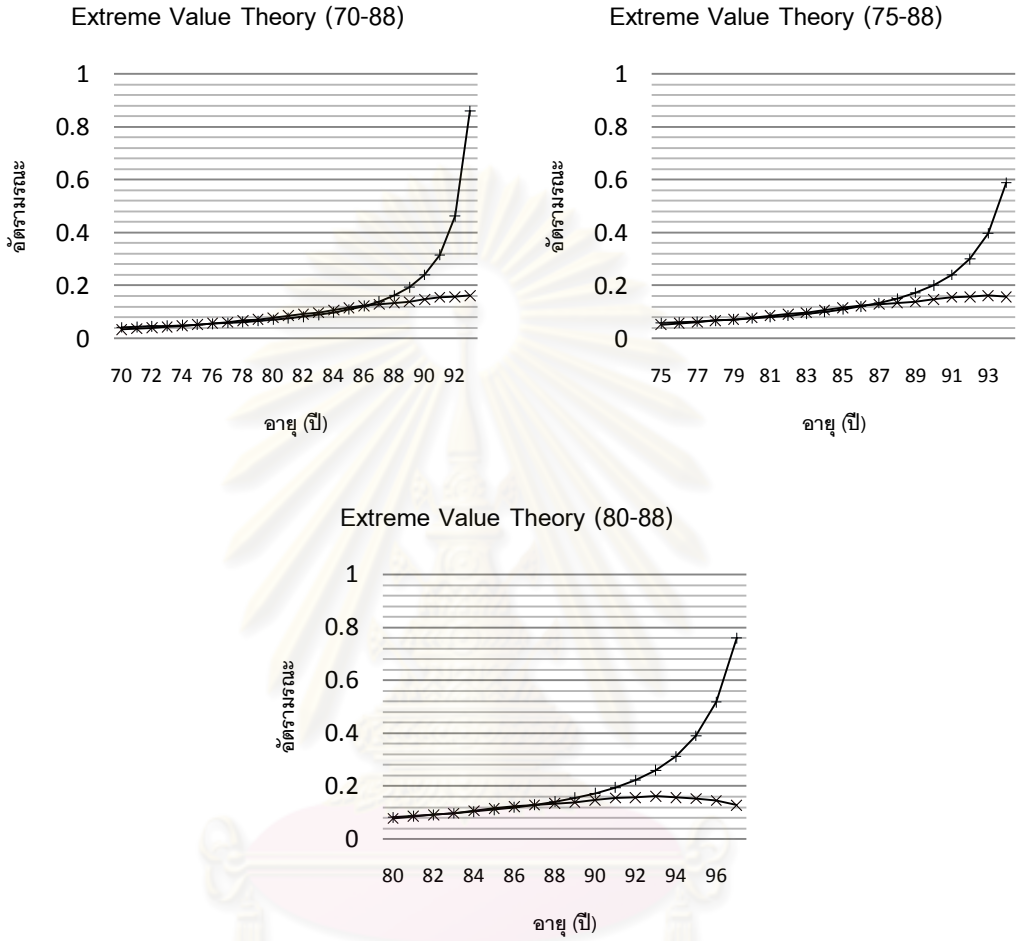
$$= 0.06984718$$

ตารางที่ 6.3 แสดงค่าประมาณอัตรามรณะของเพศชาย โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด ในช่วงอายุ 70 – 88 ปี 75 – 88 ปี และ 80 – 88 ปี

ตารางที่ 6.3 ค่าประมาณอัตรามรณะของเพศชายจากทฤษฎีค่าสุดขีด โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณในช่วงอายุ 70 – 88 ปี 75 – 88 ปี และ 80 – 88 ปี สำหรับช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากทฤษฎีค่าสุดขีดสำหรับเพศชายในช่วงปีพ .ศ. 2547 - 2551		
	ตั้งแต่อายุ 70 - 88 ปี	ตั้งแต่อายุ 75 - 88 ปี	ตั้งแต่อายุ 80 - 88 ปี
70	0.041276510	-	-
71	0.043058680	-	-
72	0.045001690	-	-
73	0.047128340	-	-
74	0.049465970	-	-
75	0.052047590	0.057438970	-
76	0.054913520	0.060307080	-
77	0.058113460	0.063476650	-
78	0.061709420	0.066997820	-
79	0.065779750	0.070932520	-
80	0.070424960	0.075358140	0.081710160
81	0.075776090	0.080372650	0.086262960
82	0.082007280	0.086101920	0.091352790
83	0.089355100	0.092710460	0.097080590
84	0.098149240	0.100417450	0.103574230
85	0.108863360	0.109521460	0.110998200
86	0.122203270	0.120440010	0.119567660
87	0.139269070	0.133775250	0.129569600
88	0.161875160	0.150428710	0.141395450
89	0.193242330	0.171813360	0.155593300
90	0.239688030	0.200275670	0.172954770
91	0.315526150	0.240016420	0.194666660
92	0.461580430	0.299362730	0.222591550
93	0.859681790	0.397416480	0.259825050
94	-	0.588997700	0.311905710
95	-	-	0.389758940
96	-	-	0.517954010
97	-	-	0.760076210

แผนภาพที่ 6.1 แสดงค่าอัตรามรณะที่ได้จากทะเบียนราษฎร์ เปรียบเทียบกับค่าประมาณอัตรามรณะจากการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศชาย โดยประมาณค่าพารามิเตอร์จากช่วงอายุ 70 – 88 ปี, 75 – 88 ปี และ 80 – 88 ปี สำหรับช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551



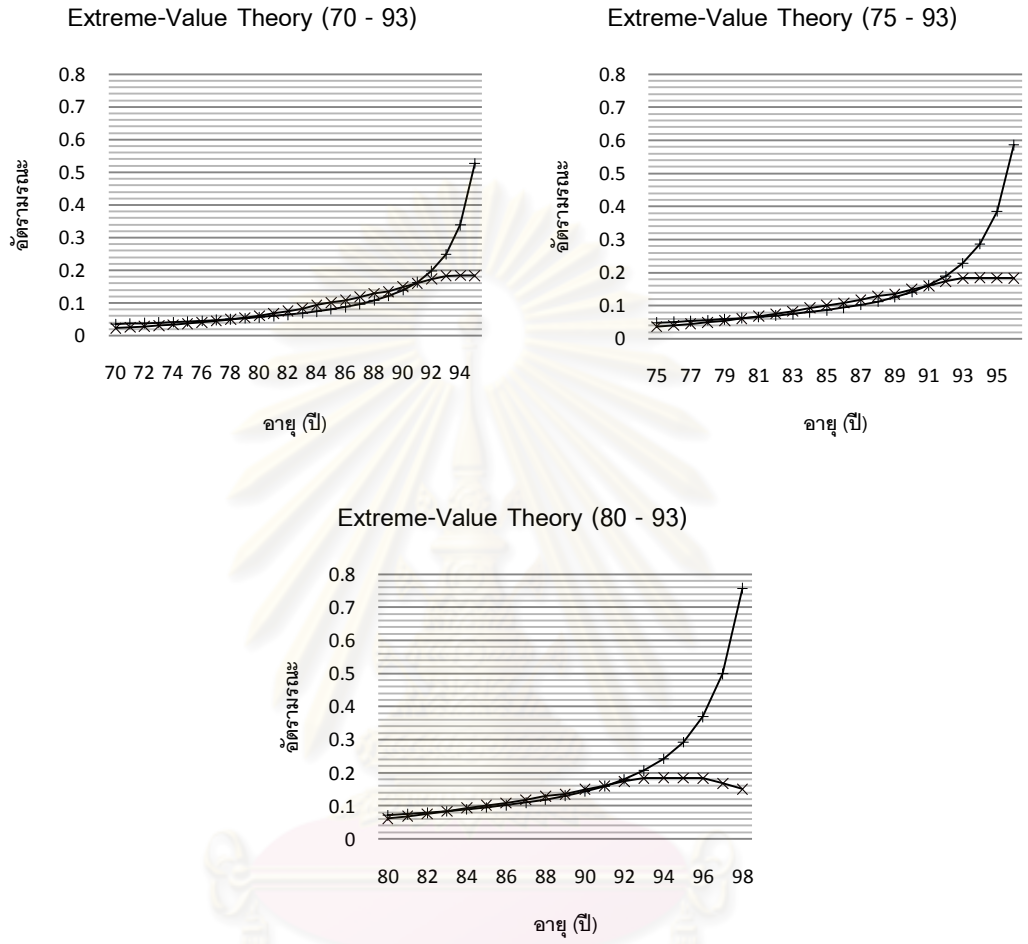
แผนภาพที่ 6.1 ค่าอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (---x---) เปรียบเทียบกับค่าประมาณอัตรามรณะจากการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศชาย (---+---) โดยใช้ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ประมาณจากข้อมูลในช่วงอายุต่างๆ

ตารางที่ 6.4 แสดงค่าประมาณอัตรามรณะของเพศหญิง โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด ใน ช่วงอายุ 70 – 93 ปี 75 – 93 ปี และ 80 – 93 ปี

ตารางที่ 6.4 ค่าประมาณอัตรามรณะของเพศหญิงจากทฤษฎีค่าสุดขีด โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณในช่วงอายุ 70 – 93 ปี 75 – 93 ปี และ 80 – 93 ปี สำหรับช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551

อายุ (ปี)	อัตรามรณะจากทฤษฎีค่าสุดขีดสำหรับเพศหญิงในช่วงปีพ .ศ. 2547 - 2551		
	ตั้งแต่อายุ 70 - 93 ปี	ตั้งแต่อายุ 75 - 93 ปี	ตั้งแต่อายุ 80 - 93 ปี
70	0.035360790	-	-
71	0.036731150	-	-
72	0.038212010	-	-
73	0.039817300	-	-
74	0.041563370	-	-
75	0.043469620	0.048861890	-
76	0.045559120	0.051093600	-
77	0.047859650	0.053538920	-
78	0.050404880	0.056230050	-
79	0.053236030	0.059206020	-
80	0.056404170	0.062514570	0.070945360
81	0.059973260	0.066214760	0.074722500
82	0.064024560	0.070380480	0.078924330
83	0.068662900	0.075105490	0.083626710
84	0.074025820	0.080510500	0.088924710
85	0.080297520	0.086753660	0.094939100
86	0.087730410	0.094046290	0.101825640
87	0.096679910	0.102677220	0.109788740
88	0.107662980	0.113051970	0.119102050
89	0.121461750	0.125758220	0.130140460
90	0.139318460	0.141680980	0.143431610
91	0.163332460	0.162217810	0.159742400
92	0.197353880	0.189712130	0.180231600
93	0.249291920	0.228415030	0.206735960
94	0.338394160	0.286915960	0.242348440
95	0.527140200	0.385530220	0.292704230
96	-	0.586097360	0.369223880
97	-	-	0.498776790
98	-	-	0.757799290

แผนภาพที่ 6.2 เป็นค่าอัตรามรณะที่ได้จากข้อมูลจริง เปรียบเทียบกับค่าประมาณ อัตรามรณะจากทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศหญิง โดยประมาณค่าพารามิเตอร์จากช่วงอายุ 70 – 93 ปี 75 – 93 ปี และ 80 – 93 ปี สำหรับช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551



แผนภาพที่ 6.2 ค่าอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (---x---) เปรียบเทียบกับค่าประมาณอัตรามรณะจากการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดของเพศหญิง (---+---) โดยใช้ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ประมาณจากข้อมูลในช่วงอายุต่างๆ

จากการประมาณค่าอัตรามรณะด้วยทฤษฎีค่าสุดขีด ค่าที่ได้จะมีอัตราการเพิ่มที่สูงมากในช่วงอายุ 90 ปีขึ้นไป ทั้งเพศชายและเพศหญิง ซึ่งเป็นค่าที่สอดคล้องกับอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยมากกว่าจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ในที่นี้ช่วงอายุที่จะใช้ในการหาค่าประมาณอัตรามรณะ จะใช้ช่วงอายุที่มีค่ามาก คือ 80 – 88 ปี สำหรับเพศชาย และ 80 – 93 ปี สำหรับเพศหญิง เพื่อให้สอดคล้องกับการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด โดยค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้นั้น จะนำไปประยุกต์ใช้กับค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมในบทที่ 5 เพื่อประมาณค่าอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 ปีขึ้นไปสำหรับเพศชายและเพศหญิง ในบทที่ 7

บทที่ 7

การหาค่าประมาณอัตรามรณะเพื่อนำไปประยุกต์ใช้

7.1 การประยุกต์งานวิจัยกับค่าอัตรามรณะที่ประมาณได้

การประมาณค่าอัตรามรณะช่วงอายุตั้งแต่ 60 ปีขึ้นไป เพื่อนำไปประยุกต์ใช้นั้น จะใช้อัตรามรณะที่ประมาณได้จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด ร่วมกัน ซึ่งได้ผลมาจากบทที่ผ่านมา โดยแบ่งเป็นขั้นตอนคือ ขั้นตอนแรก ทำการเชื่อมค่าประมาณอัตรามรณะที่ช่วงต่อของอายุจากการประมาณด้วยตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด จากนั้นทำการประมาณค่าจนถึงอายุสูงสุดที่ทำให้ค่าอัตรามรณะมีค่าใกล้เคียง และมีค่าไม่เกิน 1 ทั้งเพศชายและเพศหญิง

ในที่นี้จะยกตัวอย่างเป็นการหาค่าประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยของเพศชาย โดยสำหรับเพศชายนั้น ตัวแบบที่เหมาะสมที่สุดในการประมาณค่าอัตรามรณะ คือ ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ซึ่งสามารถประมาณค่าอัตรามรณะได้ตั้งแต่ ช่วงอายุ 60 – 85 ปี ส่วนการประมาณค่าอัตรามรณะในช่วงอายุที่สูงกว่านั้น จะประมาณค่าได้จ ากทฤษฎีค่าสุดขีด โดยจะทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาค่าประมาณอัตรามรณะจากทฤษฎีค่าสุดขีด ที่ได้จากค่าประมาณพารามิเตอร์ตั้งแต่ช่วงอายุที่ต้องการประมาณ คือ ตั้งแต่อายุ 80 – 88 ปี เพื่อนำไปประมาณค่าอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 80 ปีขึ้นไป

ขั้นตอนที่ 2 นำค่าอัตรามรณะที่อายุที่เป็นจุดเชื่อมกัน ในที่นี้คือ 80 ปี จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีดมาหาค่าเฉลี่ย เพื่อนำไปเป็นค่าอัตรามรณะที่อายุ 88 ปี

ขั้นตอนที่ 3 นำค่าอัตรามรณะที่อายุมากกว่าจุดเชื่อม ในที่นี้คือ 81 ปีขึ้นไป จากทฤษฎีค่าสุดขีด ใช้เป็นค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชาย ในช่วง 81 ปีขึ้นไป

จากคุณสมบัติของค่าอัตรามรณะ คือ มีค่าไม่เกิน 1 แต่จากการประมาณค่าอัตรามรณะด้วยทฤษฎีค่าสุดขีดนั้น จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าอายุสูงมากๆ จะทำให้ค่าอัตรามรณะนั้นเกิน 1 ได้ จึงต้องหาค่าอายุสูงสุด ที่ทำให้ค่าอัตรามรณะใกล้เคียงและไม่เกิน 1 ซึ่งสามารถคำนวณหาได้โดยใช้โปรแกรม R และสำหรับเพศชายได้อายุที่สูงที่สุด คือ 97 ปี และปรับให้ค่าอัตรามรณะที่อายุ 98 ปี มีค่าเท่ากับ 1

ในที่นี้ได้แสดงค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 85 ปี จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 80 – 97 ปี จากทฤษฎีค่าสุดขีด และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 98 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย แสดงได้ดังตารางที่ 7.1 และได้แสดงค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 98 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย ในแผนภาพที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 85 ปี จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 80 – 97 ปี จากทฤษฎีค่าสุดขีด และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 98 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย

อายุ (ปี)	อัตรามรณะของเพศชายช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551			
	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์	ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม	ทฤษฎีค่าสุดขีด	ค่าประมาณอัตรามรณะ
60	0.015947817	0.016607180	-	0.016607180
61	0.017107892	0.017521950	-	0.017521950
62	0.018288258	0.018562750	-	0.018562750
63	0.019486372	0.019745820	-	0.019745820
64	0.021197689	0.021089160	-	0.021089160
65	0.022643399	0.022612560	-	0.022612560
66	0.024490663	0.024337690	-	0.024337690
67	0.026312086	0.026287980	-	0.026287980
68	0.027847728	0.028488560	-	0.028488560
69	0.031081086	0.030965970	-	0.030965970
70	0.033575128	0.033747750	-	0.033747750
71	0.036475952	0.036861780	-	0.036861780
72	0.039958109	0.040335350	-	0.040335350
73	0.042954704	0.044193850	-	0.044193850
74	0.046956576	0.048458990	-	0.048458990
75	0.051542209	0.053146500	-	0.053146500
76	0.056790377	0.058263260	-	0.058263260
77	0.060483662	0.063803690	-	0.063803690
78	0.066785598	0.069745590	-	0.069745590

ตารางที่ 7.1 (ต่อ)

อายุ (ปี)	อัตรามรณะของเพศชายช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551			
	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์	ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม	ทฤษฎีค่าสุดขีด	ค่าประมาณอัตรามรณะ
79	0.071111476	0.076045600	-	0.076045600
80	0.078006304	0.082634560	0.081710160	0.082172360
81	0.085924671	0.089413570	0.086262960	0.086262960
82	0.091679655	0.096251950	0.091352790	0.091352790
83	0.097248518	0.102988360	0.097080590	0.097080590
84	0.107000294	0.109437250	0.103574230	0.103574230
85	0.115878607	0.115402060	0.110998200	0.110998200
86	0.122589032	-	0.119567660	0.119567660
87	0.128686791	-	0.129569600	0.129569600
88	0.134215052	-	0.141395450	0.141395450
89	0.138490573	-	0.155593300	0.155593300
90	0.147479102	-	0.172954770	0.172954770
91	0.154903319	-	0.194666660	0.194666660
92	0.156631622	-	0.222591550	0.222591550
93	0.161911971	-	0.259825050	0.259825050
94	0.156481886	-	0.311905710	0.311905710
95	0.152604449	-	0.389758940	0.389758940
96	0.145525736	-	0.517954010	0.517954010
97	0.127651388	-	0.760076210	0.760076210
98	0.105896649	-	-	1.000000000
99	0.095009020	-	-	-
100	0.077700078	-	-	-

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนภาพที่ 7.1 ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (---x---) และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 98 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด (---+---) สำหรับเพศชาย

จากการเปรียบเทียบค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชาย ค่าที่ได้จากการประยุกต์กับข้อมูลทะเบียนราษฎร์มีค่าใกล้เคียงกันในช่วงอายุ 60 – 90 ปี ซึ่งในช่วงที่มีค่าใกล้เคียงกันนั้น โดยส่วนมากค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากการประยุกต์จะมีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์

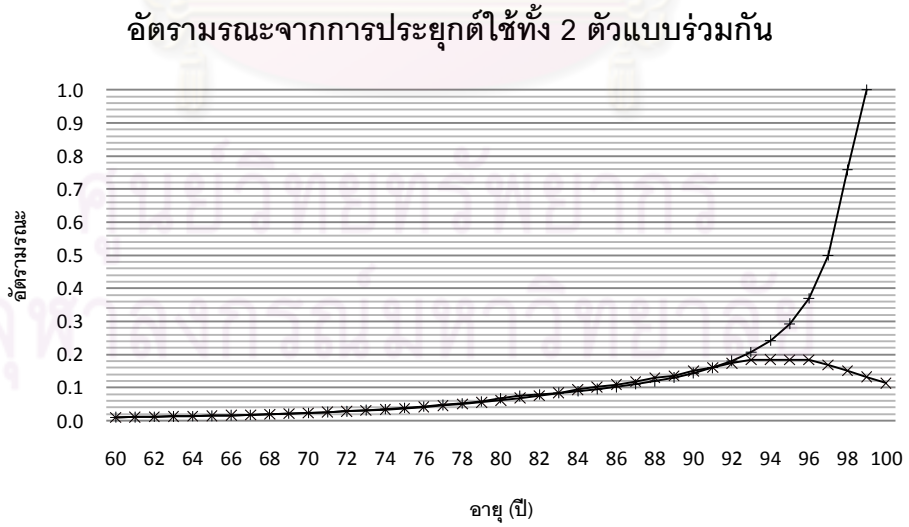
สำหรับเพศหญิงได้อายุที่สูงที่สุด คือ 99 ปี ในที่นี้ได้แสดงค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 83 ปี จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 80 – 98 ปี จากทฤษฎีค่าสุดขีด และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 99 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศหญิง แสดงได้ดังตารางที่ 7.2 และได้แสดงค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 99 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศหญิง ในแผนภาพที่ 7.2

ตารางที่ 7.2 ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนรา ษฎร์ ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 83 ปี จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 80 – 98 ปี จากทฤษฎีค่าสุดขีด และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 99 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศหญิง

อายุ (ปี)	อัตรามรณะของเพศหญิงช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551			
	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์	ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม	ทฤษฎีค่าสุดขีด	ค่าประมาณอัตรามรณะ
60	0.009643433	0.010031450	-	0.010031450
61	0.010537457	0.010702620	-	0.010702620
62	0.011479300	0.011468870	-	0.011468870
63	0.012395480	0.012343090	-	0.012343090
64	0.013225228	0.013339730	-	0.013339730
65	0.014338817	0.014474920	-	0.014474920
66	0.015813245	0.015766600	-	0.015766600
67	0.017133842	0.017234580	-	0.017234580
68	0.018883977	0.018900660	-	0.018900660
69	0.020797494	0.020788550	-	0.020788550
70	0.023104222	0.022923840	-	0.022923840
71	0.025406043	0.025333770	-	0.025333770
72	0.028190990	0.028046900	-	0.028046900
73	0.030850191	0.031092480	-	0.031092480
74	0.033533421	0.034499620	-	0.034499620
75	0.036778109	0.038296080	-	0.038296080
76	0.040950705	0.042506550	-	0.042506550
77	0.045223073	0.047150480	-	0.047150480
78	0.049756573	0.052239150	-	0.052239150
79	0.055290261	0.057772200	-	0.057772200
80	0.061163576	0.063733320	0.070945360	0.067339340
81	0.068291041	0.070085500	0.074722500	0.074722500
82	0.075346431	0.076766000	0.078924330	0.078924330
83	0.083312327	0.083681760	0.083626710	0.083626710
84	0.093907614	-	0.088924710	0.088924710
85	0.101405417	-	0.094939100	0.094939100

ตารางที่ 7.2 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	อัตรามรณะของเพศหญิงช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551			
	ข้อมูลทะเบียนราษฎร์	ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม	ทฤษฎีค่าสุดขีด	ค่าประมาณอัตรามรณะ
86	0.108511000	-	0.101825640	0.101825640
87	0.118110447	-	0.109788740	0.109788740
88	0.129417056	-	0.119102050	0.119102050
89	0.135041214	-	0.130140460	0.130140460
90	0.149741512	-	0.143431610	0.143431610
91	0.160240259	-	0.159742400	0.159742400
92	0.173391914	-	0.180231600	0.180231600
93	0.183274133	-	0.206735960	0.206735960
94	0.184394489	-	0.242348440	0.242348440
95	0.183809243	-	0.292704230	0.292704230
96	0.183682310	-	0.369223880	0.369223880
97	0.168198450	-	0.498776790	0.498776790
98	0.150501438	-	0.757799290	0.757799290
99	0.132236262	-	-	1.000000000
100	0.113260640	-	-	-



แผนภาพที่ 7.2 ค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 100 ปี จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ (---x---) และค่าประมาณอัตรามรณะตั้งแต่อายุ 60 – 99 ปี จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด (---+---) สำหรับเพศหญิง

จากการเปรียบเทียบค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศหญิง ค่าที่ได้จากการประยุกต์ ใช้ตัวแบบกับข้อมูลทะเบียนราษฎร์มีค่าใกล้เคียงกันในช่วงอายุ 60 – 93 ปี ซึ่งในช่วงที่มีค่าใกล้เคียงกันนั้น ค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากการประยุกต์จะมีค่ามากกว่า และน้อยกว่าค่าที่ได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์พอๆ กัน

7.2 การเปรียบเทียบค่าอัตรามรณะเพศชาย และเพศหญิง

ในหัวข้อนี้ได้นำเอาค่าอัตรามรณะที่ประมาณได้จากหัวข้อข้างต้นของเพศชาย และเพศหญิงมาเปรียบเทียบกัน ดังตารางที่ 7.3 และแผนภาพที่ 7.3

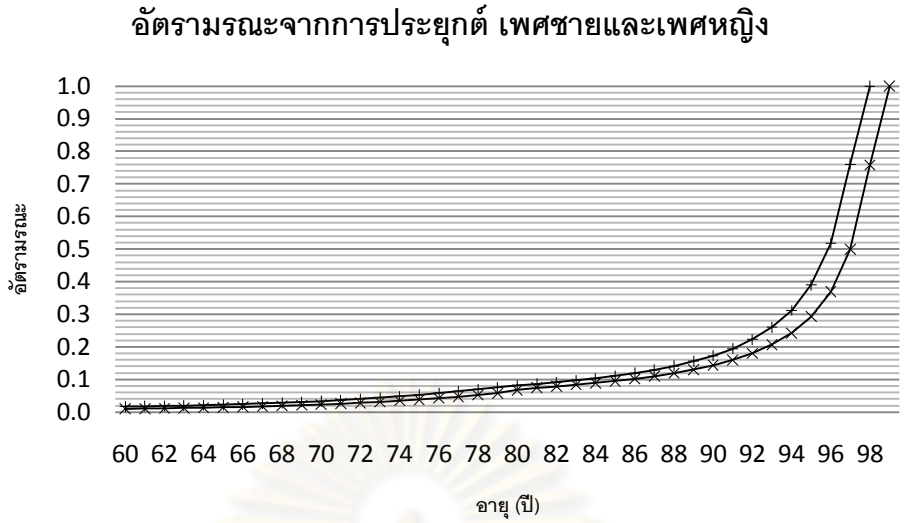
ตารางที่ 7.3 ค่าประมาณอัตรามรณะ จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชายและเพศหญิง

อายุ (ปี)	อัตรามรณะช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	
	ชาย	หญิง
60	0.016607180	0.010031450
61	0.017521950	0.010702620
62	0.018562750	0.011468870
63	0.019745820	0.012343090
64	0.021089160	0.013339730
65	0.022612560	0.014474920
66	0.024337690	0.015766600
67	0.026287980	0.017234580
68	0.028488560	0.018900660
69	0.030965970	0.020788550
70	0.033747750	0.022923840
71	0.036861780	0.025333770
72	0.040335350	0.028046900
73	0.044193850	0.031092480
74	0.048458990	0.034499620
75	0.053146500	0.038296080
76	0.058263260	0.042506550

ตารางที่ 7.3 (ต่อ)

อายุ (ปี)	อัตรามรณะช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551	
	ชาย	หญิง
77	0.063803690	0.047150480
78	0.069745590	0.052239150
79	0.076045600	0.057772200
80	0.082172360	0.067339340
81	0.086262960	0.074722500
82	0.091352790	0.078924330
83	0.097080590	0.083626710
84	0.103574230	0.088924710
85	0.110998200	0.094939100
86	0.119567660	0.101825640
87	0.129569600	0.109788740
88	0.141395450	0.119102050
89	0.155593300	0.130140460
90	0.172954770	0.143431610
91	0.194666660	0.159742400
92	0.222591550	0.180231600
93	0.259825050	0.206735960
94	0.311905710	0.242348440
95	0.389758940	0.292704230
96	0.517954010	0.369223880
97	0.760076210	0.498776790
98	1.000000000	0.757799290
99	-	1.000000000

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภาพที่ 7.3 ค่าประมาณอัตรามรณะ จากการประยุกต์ทั้งตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย (---+---) และเพศหญิง (---x---)

จากการเปรียบเทียบค่าอัตรามรณะของเพศชาย และเพศหญิง ค่า อัตรามรณะของเพศชายมากกว่าเพศหญิงตลอดช่วงอายุ 60 ปีขึ้นไป ซึ่งตรงกับความเป็นจริง คือ โดยทั่วไปค่าอัตรามรณะของเพศชายมีค่ามากกว่าเพศหญิงตลอดช่วงอายุ

7.3 การเปรียบเทียบอัตรามรณะที่ประมาณได้กับอัตรามรณะตามตารางมรณะไทย 2540 (TMO97)

ในส่วนนี้ได้นำเอาค่าอัตรามรณะของประสบการณ์ผู้เอาประกันชีวิตประเภทสามัญของปี พ.ศ. 2540 สำหรับเพศชายและเพศหญิง ซึ่งเรียกว่า ตาราง TMO97[1] (สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย, 2540) มาเปรียบเทียบกับค่าอัตรามรณะเพศชายและเพศหญิงที่ประมาณได้จากหัวข้อ 7.1 ซึ่งสามารถแสดงค่าได้ในตารางที่ 7.4 และสามารถแสดงเป็นแผนภาพที่ 7.4 และ 7.5

ตารางที่ 7.4 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะจากตารางมรณะไทย 2540 (TMO97) สำหรับเพศชายและเพศหญิง

อายุ (ปี)	อัตรามรณะ			
	ชาย		หญิง	
	ค่าประมาณ	TMO97	ค่าประมาณ	TMO97

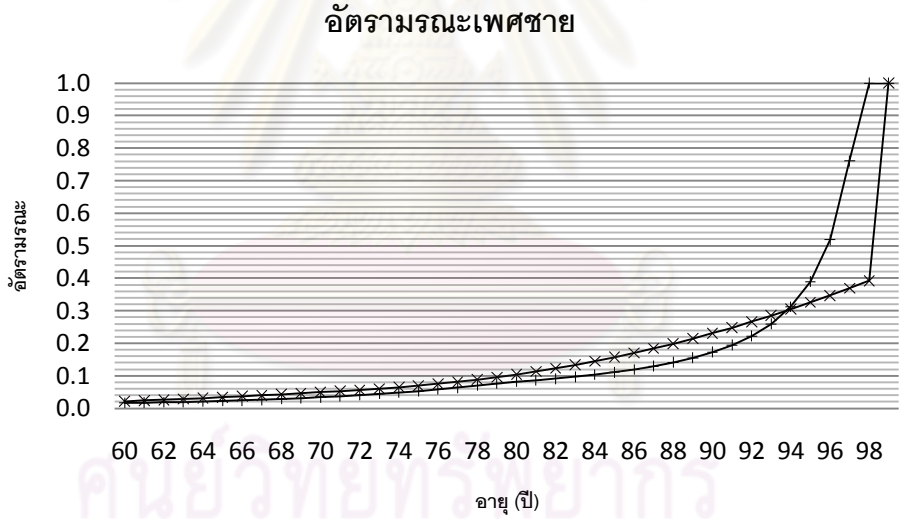
[1] ตารางมรณะไทย 2540 คือตารางค่าอัตรามรณะที่คำนวณจากประสบการณ์ของผู้เอาประกันชีวิตประเภทสามัญ โดยตารางดังกล่าวนี้ได้มีการประกาศใช้อย่างเป็นทางการแล้ว

ตารางที่ 7.4 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	อัตรามรณะ			
	ชาย		หญิง	
	ค่าประมาณ	TMO97	ค่าประมาณ	TMO97
60	0.016607180	0.02175230	0.010031450	0.01316020
61	0.017521950	0.02381030	0.010702620	0.01463490
62	0.018562750	0.02610460	0.011468870	0.01629360
63	0.019745820	0.02861860	0.012343090	0.01812340
64	0.021089160	0.03132340	0.013339730	0.02009490
65	0.022612560	0.03417860	0.014474920	0.02216500
66	0.024337690	0.03713940	0.015766600	0.02428900
67	0.026287980	0.04016990	0.017234580	0.02643390
68	0.028488560	0.04324840	0.018900660	0.02859090
69	0.030965970	0.04637440	0.020788550	0.03077770
70	0.033747750	0.04957630	0.022923840	0.03304540
71	0.036861780	0.05291770	0.025333770	0.03547310
72	0.040335350	0.05648650	0.028046900	0.03815600
73	0.044193850	0.06038730	0.031092480	0.04119090
74	0.048458990	0.06472420	0.034499620	0.04466850
75	0.053146500	0.06959940	0.038296080	0.04866560
76	0.058263260	0.07509620	0.042506550	0.05324190
77	0.063803690	0.08127490	0.047150480	0.05844030
78	0.069745590	0.08816910	0.052239150	0.06429360
79	0.076045600	0.09580060	0.057772200	0.07083310
80	0.082172360	0.10417510	0.067339340	0.07808860
81	0.086262960	0.11329300	0.074722500	0.08618320
82	0.091352790	0.12323710	0.078924330	0.09494070
83	0.097080590	0.13379870	0.083626710	0.10449660
84	0.103574230	0.14512450	0.088924710	0.11490460
85	0.110998200	0.15724530	0.094939100	0.12621800
86	0.119567660	0.17018870	0.101825640	0.13848880
87	0.129569600	0.18397860	0.109788740	0.15176700
88	0.141395450	0.19863420	0.119102050	0.16609850
89	0.155593300	0.21416890	0.130140460	0.18152430

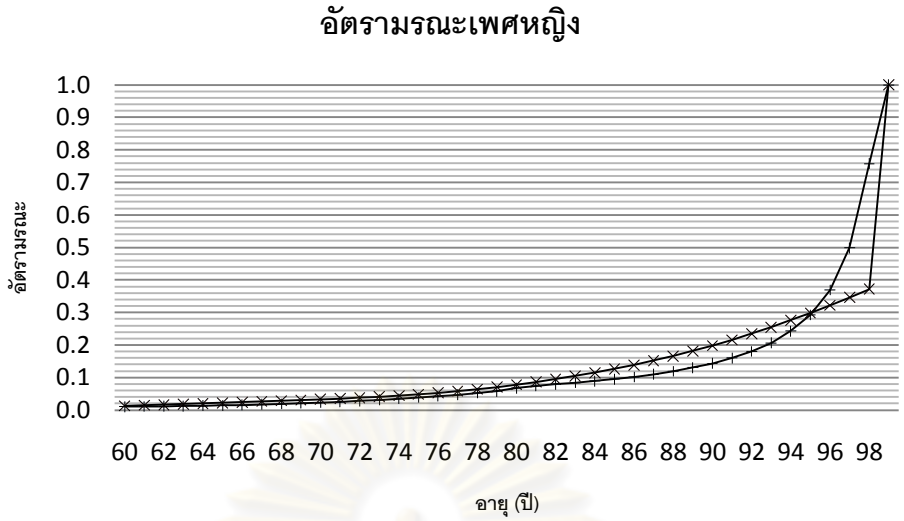
ตารางที่ 7.4 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	อัตรามรณะ			
	ชาย		หญิง	
	ค่าประมาณ	TMO97	ค่าประมาณ	TMO97
90	0.172954770	0.23059000	0.143431610	0.19807920
91	0.194666660	0.24789700	0.159742400	0.21578920
92	0.222591550	0.26608170	0.180231600	0.23467080
93	0.259825050	0.28512620	0.206735960	0.25472880
94	0.311905710	0.30500390	0.242348440	0.27595450
95	0.389758940	0.32567750	0.292704230	0.29832460
96	0.517954010	0.34709960	0.369223880	0.32180030
97	0.760076210	0.36921280	0.498776790	0.34632520
98	1.000000000	0.39194930	0.757799290	0.37182620
99	-	1.00000000	1.000000000	1.00000000



แผนภาพที่ 7.4 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย (---+---) และค่าอัตรามรณะจาก TMO97 (---x---) สำหรับเพศชาย

จากค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะ TMO97 สำหรับเพศชาย จะเห็นได้ว่ามีค่าใกล้เคียงกันมากในช่วงอายุประมาณ 60 - 82 ปี โดยอัตรามรณะจากงานวิจัยมีค่าน้อยกว่าอัตรามรณะจาก TMO97 ช่วงอายุ 60 - 93 ปี แต่จะมีค่ามากกว่าตั้งแต่อายุ 94 ปีขึ้นไป



แผนภาพที่ 7.5 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย (---+---) และค่าอัตรามรณะจาก TMO97 (---x---) สำหรับเพศหญิง

จากค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัยนี้ และค่าอัตรามรณะจาก TMO97 สำหรับเพศหญิง จะเห็นได้ว่ามีความใกล้เคียงกันมากในช่วงอายุ 60 - 85 ปี โดยอัตรามรณะที่ได้จากงานวิจัยมีค่าน้อยกว่าค่าที่ได้จาก TMO97 ที่ช่วงอายุ 60 - 95 ปี และมีค่ามากกว่าตั้งแต่อายุ 95 ปีขึ้นไป

7.4 การเปรียบเทียบอัตรามรณะจากงานวิจัยกับอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552

ต่อไปเป็นการเปรียบเทียบระหว่างอัตรามรณะที่ได้จากงานวิจัยกับอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552[2] (สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย, 2552) โดยสามารถแสดงค่าอัตรามรณะสำหรับเพศชาย และเพศหญิงได้ดังตารางที่ 7.5 และสามารถแสดงได้เป็นแผนภาพที่ 7.6 และ 7.7

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

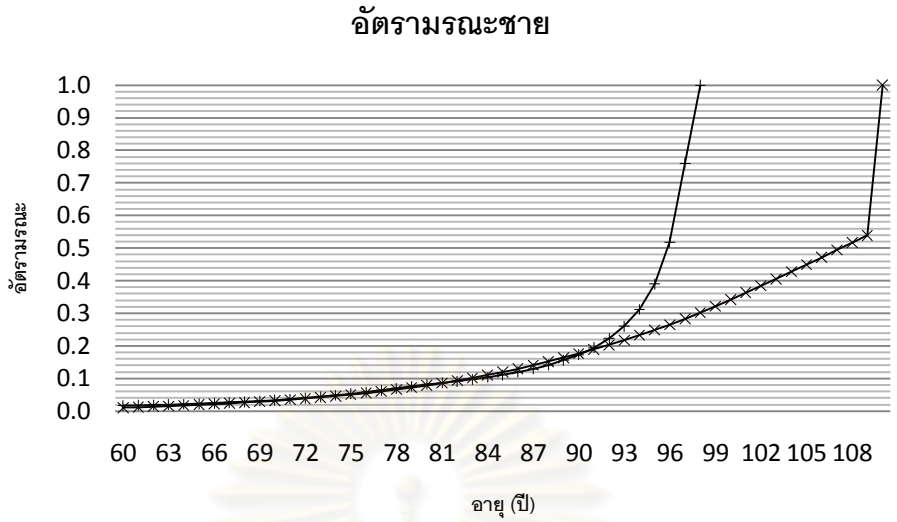
[2] ตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 คือ ค่าอัตรามรณะที่ถูกพัฒนาขึ้นจากการปรับค่าจากประสบการณ์ของผู้เอาประกันภัยแบบบำนาญต่างประเทศเพื่อใช้ในการคำนวณอัตราเบี้ยประกันภัยและมูลค่าต่างๆตามกรมธรรม์ สำหรับกรมธรรม์ประกันภัยแบบบำนาญ พ.ศ. 2552 โดยมีการประกาศใช้แล้วในวันที่ 27 มีนาคม พ.ศ. 2552

ตารางที่ 7.5 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย และค่าอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทย พ.ศ. 2552 สำหรับเพศชายและเพศหญิง

อายุ (ปี)	อัตรามรณะ			
	ชาย		หญิง	
	ค่าประมาณ	บำนาญ 52	ค่าประมาณ	บำนาญ 52
60	0.016607180	0.010778922	0.010031450	0.006366868
61	0.017521950	0.012110894	0.010702620	0.007238565
62	0.018562750	0.013627629	0.011468870	0.008174243
63	0.019745820	0.015365661	0.012343090	0.009144336
64	0.021089160	0.017404021	0.013339730	0.010159527
65	0.022612560	0.019699083	0.014474920	0.011307024
66	0.024337690	0.021675795	0.015766600	0.012618257
67	0.026287980	0.023849180	0.017234580	0.014096143
68	0.028488560	0.026236204	0.018900660	0.015745083
69	0.030965970	0.028854780	0.020788550	0.017582868
70	0.033747750	0.031723736	0.022923840	0.019628569
71	0.036861780	0.034862837	0.025333770	0.021902706
72	0.040335350	0.038292747	0.028046900	0.024427184
73	0.044193850	0.042035018	0.031092480	0.027225425
74	0.048458990	0.046112010	0.034499620	0.030322305
75	0.053146500	0.050546911	0.038296080	0.033744229
76	0.058263260	0.055363557	0.042506550	0.037519059
77	0.063803690	0.060586356	0.047150480	0.041676206
78	0.069745590	0.066240081	0.052239150	0.046246534
79	0.076045600	0.072349733	0.057772200	0.051262401
80	0.082172360	0.078940299	0.067339340	0.056757420
81	0.086262960	0.086036565	0.074722500	0.062766481
82	0.091352790	0.093662821	0.078924330	0.069325472
83	0.097080590	0.101842648	0.083626710	0.076471065
84	0.103574230	0.110598521	0.088924710	0.084240333
85	0.110998200	0.119951408	0.094939100	0.092670548
86	0.119567660	0.129920321	0.101825640	0.101798184

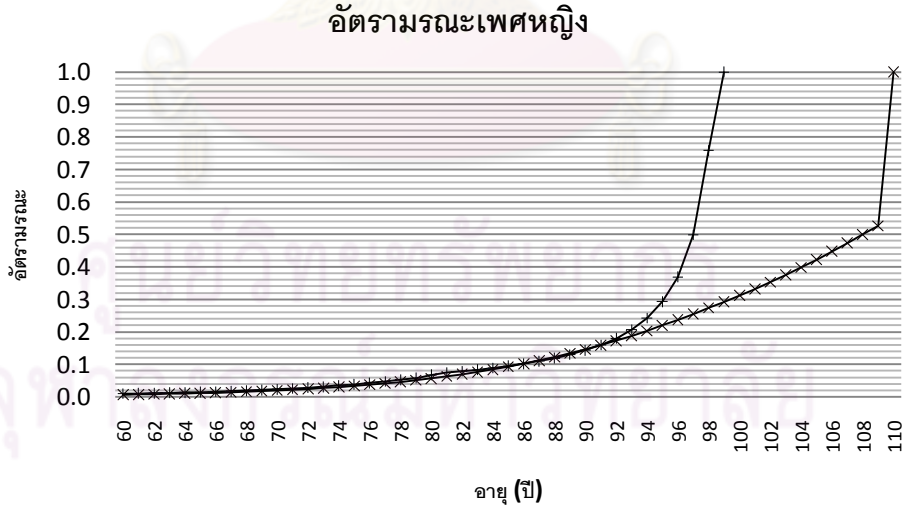
ตารางที่ 7.5 **(ต่อ)**

อายุ (ปี)	อัตรามรณะ			
	ชาย		หญิง	
	ค่าประมาณ	บำนาญ 52	ค่าประมาณ	บำนาญ 52
87	0.129569600	0.140521730	0.109788740	0.111658252
88	0.141395450	0.151768923	0.119102050	0.122283500
89	0.155593300	0.163671284	0.130140460	0.133703352
90	0.172954770	0.176233600	0.143431610	0.145942804
91	0.194666660	0.189413344	0.159742400	0.158987854
92	0.222591550	0.203254864	0.180231600	0.172892746
93	0.259825050	0.217744384	0.206735960	0.187660585
94	0.311905710	0.232860960	0.242348440	0.203284702
95	0.389758940	0.248576176	0.292704230	0.219747709
96	0.517954010	0.264853968	0.369223880	0.237020527
97	0.760076210	0.282853184	0.498776790	0.255061819
98	1.000000000	0.301693344	0.757799290	0.273744480
99	-	0.321374984	1.000000000	0.292534050
100	-	0.341895392	-	0.311800624
101	-	0.363248392	-	0.331747291
102	-	0.384221992	-	0.352872291
103	-	0.405632792	-	0.374853624
104	-	0.427406592	-	0.398193291
105	-	0.449463792	-	0.422509957
106	-	0.471720192	-	0.447944957
107	-	0.494088392	-	0.473696624
108	-	0.516547192	-	0.499924957
109	-	0.538961192	-	0.526200957
110	-	1.000000000	-	1.000000000



แผนภาพที่ 7.6 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย (---+---) และค่าอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 (---x---) สำหรับเพศชาย

จากการเปรียบเทียบค่าของอัตรามรณะของเพศชาย จะเห็นได้ว่า อัตรามรณะทั้งสองจะมีความใกล้เคียงกันมากในช่วงอายุ 60 – 92 ปี โดยช่วงอายุ 60 – 81 ปี และตั้งแต่ 91 ปีขึ้นไป อัตรามรณะจากงานวิจัยจะมีค่าที่สูงกว่าตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 แต่ในช่วงอายุ 82 – 90 ปี อัตรามรณะจากงานวิจัยจะมีค่าที่ต่ำกว่าตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552



แผนภาพที่ 7.7 ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัย (---+---) และค่าอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 (---x---) สำหรับเพศหญิง

จากการเปรียบเทียบค่าของอัตรามรณะของเพศหญิง จะเห็นได้ว่าอัตรามรณะทั้งสองจะมีความใกล้เคียงกันมากในช่วงอายุ 60 – 93 ปี โดยช่วงอายุ 60 – 86 ปี และตั้งแต่ 91 ปีขึ้นไป อัตรา

มรณะจากงานวิจัยจะมีค่าที่สูงกว่าค่าอัตรามรณะตามตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552 และในช่วงอายุ 87 – 90 ปี อัตรามรณะจากงานวิจัยจะมีค่าที่ต่ำกว่าค่าในตารางบำนาญไทยพ.ศ. 2552

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 8

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผลการวิจัย

การประมาณค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยในงานวิจัยนี้ ได้ทำการศึกษาวิธีการประมาณค่าอัตรามรณะ โดยใช้ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด โดยแหล่งที่มาของข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาแบ่งได้เป็น 2 ส่วนคือ

1. จำนวนประชากรจากการทะเบียนราษฎร์แบ่งตามอายุรายปีและเพศของวันที่ 31 ธันวาคม ปี พ.ศ. 2546 – 2551 จากกรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย โดยแบ่งเป็นเพศชายและหญิง โดยแบ่งตามอายุรายปี คือ น้อยกว่า 1 ปี 1 ปี 2 ปี ... 99 ปี 100 ปี และมากกว่า 100 ปี

2. จำนวนการตายของประชากรตั้งแต่ปี พ .ศ. 2547 – 2551 จากข้อมูลสถิติสาธารณสุข สำนักนโยบายและยุทธศาสตร์ กระทรวงสาธารณสุข โดยข้อมูลการตายในแต่ละปีสามารถแบ่งตามเพศ และอายุรายปี

การคำนวณหาค่าต่างๆ เช่น ค่าอัตรามรณะ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ และการแจกแจงที่ประมาณได้ในงานวิจัย เป็นต้น ได้ใช้โปรแกรมในการคำนวณหา คือ Microsoft Excel 2007 และ Program R

ข้อมูลที่นำมาใช้ศึกษานั้นได้ทำการปรับค่า และจัดข้อมูลให้เหมาะสมกับการนำไปใช้ แล้วนำไปเฉลี่ย เพื่อหาค่าอัตรามรณะในช่วงปีพ .ศ. 2547 - 2551 จากนั้นนำไปหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบที่ทำการศึกษา คือ ตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม จากนั้นจึงนำไปประมาณหาค่าอัตรามรณะจากตัวแบบ รวมไปถึงการจำลองข้อมูลจากค่าอัตรามรณะที่หาได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ เพื่อนำไปประมาณหาค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงทั่วไปของพาเรโตในทฤษฎีค่าสุดขีด จากนั้น จึงนำไปประมาณหาค่าอัตรามรณะที่ใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดต่อไป ผลของการศึกษาสามารถสรุปได้เป็นสามส่วน คือ

1. ค่าประมาณอัตรามรณะของช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 ด้วยตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบ อินเวอร์สเมคแฮม โดยใช้เกณฑ์ จากค่า MAPE พบว่าสำหรับเพศชายในช่วงอายุแต่ละช่วงอายุที่ทำการเปรียบเทียบ คือ 60 – 74 ปี 60 – 75 ปี และ 60 – 85 ปี ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมเป็นตัวแบบที่สามารถใช้ประมาณหาค่าอัตรามรณะได้ดีที่สุด เพราะให้ค่า MAPE น้อยที่สุดในแต่ละช่วงอายุ ส่วนสำหรับเพศหญิง ในช่วงอายุ แต่ละช่วงอายุที่ทำการ

เปรียบเทียบ คือ 60 – 71 ปี 60 – 75 ปี และ 60 – 83 ปี ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมยังคงเป็นตัวแบบที่สามารถใช้ประมาณหาค่าอัตรามรณะได้ดีที่สุด เพราะให้ค่า MAPE น้อยที่สุดในแต่ละช่วงอายุเช่นกัน

ในการเปรียบเทียบค่าประมาณอัตรามรณะในส่วนนี้ ได้ทำการตรวจสอบความสมนัยในทุกช่วงอายุโดยใช้ค่าไคว์สแควร์ พบว่าในบางช่วงอายุนั้นค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากตัวแบบนั้น ไม่สอดคล้องกับค่าประมาณอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์ และพบว่าช่วงอายุ 60 – 85 ปี สำหรับเพศชาย และ ช่วงอายุ 60 – 83 ปี สำหรับเพศหญิงนั้น ค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมเป็นค่าประมาณที่มีความสอดคล้องกับการประมาณอัตรามรณะจากข้อมูลทะเบียนราษฎร์

2. การประมาณค่าอัตรามรณะในช่วงปีพ.ศ. 2547 – 2551 โดยการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด พบว่าเมื่อทำการเปรียบเทียบค่าอัตรามรณะที่ได้จากข้อมูลทะเบียนราษฎร์กับค่าที่ได้จากทฤษฎีค่าสุดขีด สำหรับเพศชาย และเพศหญิงในช่วงอายุที่สูงมาก จะได้ค่าที่มีความใกล้เคียงกันมากขึ้น เมื่อกำหนดค่า threshold ให้สูงขึ้น จึงมีแนวโน้มว่า สำหรับช่วงอายุที่มากๆ จะให้ค่าอัตรามรณะที่มีรูปแบบใกล้เคียงกับการแจกแจงทั่วไปของพาเรโต รูปแบบหนึ่งของทฤษฎีค่าสุดขีด

3. นำค่าประมาณอัตรามรณะจากข้อ 1 และ 2 มาประยุกต์ร่วมกัน จะ สามารถหาค่าประมาณอัตรามรณะสำหรับเพศชายและเพศหญิงในช่วงสูงอายุได้ เมื่ อนำไปเปรียบเทียบกับตาราง TMO97 และตารางบำนาญไทยปีพ.ศ. 2552 พบว่าค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัยมีค่าใกล้เคียงกับค่าในตาราง TMO97 ในช่วงอายุ 60 – 82 ปี และ 60 – 85 ปี สำหรับเพศชายและเพศหญิงตามลำดับ และค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัยมีค่าใกล้เคียงกับค่าอัตรามรณะในตารางบำนาญไทยปีพ.ศ. 2552 ในช่วงอายุ 60 – 92 ปี และ 60 - 93 ปี สำหรับเพศชายและเพศหญิงตามลำดับ

8.2 อภิปรายผลการวิจัย

การประมาณหาค่าอัตรามรณะไทยสำหรับผู้สูงอายุโดยตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม พบว่าตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมเป็นตัวแบบที่ดีที่สุดในการประมาณหาค่าอัตรามรณะ ทั้งในเพศชายช่วงอายุ 60 - 85 ปี และเพศหญิงช่วงอายุ 60 – 83 ปี ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยเรื่องรูปแบบของฟังก์ชันเมคแฮมกับตัวแบบสำหรับค่าอัตรามรณะ (Marie Redina L. Mumpar-Victoria, Augusto Y. Hermosilla และ Ronnie M. irandilla, 2005) ที่ใช้ข้อมูลของประเทศฟิลิปปินส์ ซึ่งได้ผลว่าสอดคล้องกับข้อมูลประชากรช่วงอายุตั้งแต่ 6 – 92 ปี

และผลการประมาณค่าอัตรามรณะไทยด้วยการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดพบว่ามีแนวโน้มที่จะประมาณค่าได้ดีสำหรับช่วงอายุที่มากๆ ซึ่งยิ่งปรับให้ค่าของ threshold สูงขึ้น ก็จะทำให้มีความสอดคล้องกับข้อมูลมากขึ้น ซึ่งได้ผลสอดคล้องกับงานวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ค่าอัตรามรณะสำหรับผู้สูงอายุจากทฤษฎีค่าสุดขีดที่ใช้ข้อมูลของประเทศแคนนาดา (Robert Bourbeau, 2002) และจากการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ก็ได้ผลว่า การแจกแจงที่สอดคล้องกับข้อมูลประชากรแคนนาดา คือ การแจกแจงทั่วไปของพาเรโต และค่าประมาณอัตรามรณะจะนั้นสอดคล้องกับข้อมูลของประชากรแคนนาดาเมื่อมีค่า threshold ที่อายุที่สูงมาก ดังนั้นผลการวิจัยสำหรับงานวิจัยนี้ จึงสอดคล้องกับงานวิจัยที่ผ่านมาแม้ว่าจะใช้ข้อมูลจากประเทศไทยก็ตาม

สำหรับค่าประมาณอัตรามรณะที่ได้จากงานวิจัยนี้นั้นเมื่อได้นำมาเปรียบเทียบกับค่าอัตรามรณะจาก TMO97 พบว่า ค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัยมีค่าน้อยกว่าค่าอัตรามรณะจาก TMO97 ในช่วงอายุ 60 – 93 ปี แต่เมื่อเปรียบเทียบกับตารางบำนาญไทยปีพ.ศ. 2552 นั้นพบว่าค่าประมาณอัตรามรณะจากงานวิจัยนี้มีค่ามากกว่าค่าอัตรามรณะจากตารางบำนาญปีพ.ศ. 2552 ในช่วงอายุ 60 – 92 ปี ซึ่งน่าจะสอดคล้องกับความเป็นจริงที่ว่าผู้ที่ซื้อแผนประกันชีวิตแบบเงินรายปีนั้นน่าจะเป็นผู้ที่มีอัตรามรณะต่ำกว่าประชากรโดยทั่วไป

8.3 ข้อเสนอแนะ

1. จากข้อมูลจำนวนประชากรปลายปี และข้อมูลจำนวนการตาย ได้พบว่ามีความไม่สมบูรณ์ของข้อมูล คือมีจำนวนคนตายที่ไม่ทราบอายุเป็นจำนวนมาก ซึ่งไม่ทราบว่ามีอายุเท่าไร ซึ่งโดยส่วนมากน่าจะเป็นผู้ที่สูงอายุ นอกจากนี้ประชากรในช่วงอายุที่สูงๆ ที่ตายและไม่แจ้งจดทะเบียนการตายจะกลายเป็นประชากรที่ยังมีชีวิตอยู่ในทะเบียนราษฎร์ไปเรื่อยๆ ในช่วงอายุต่อๆ มา จึงส่งผลให้มีจำนวนประชากรในช่วงอายุที่สูงเกินความจ ริง และส่งผลให้อัตรามรณะลดต่ำลง เพื่อที่จะให้ข้อมูลจำนวนประชากร และจำนวนตายมีความสมบูรณ์ขึ้น จึงควรเก็บรวบรวมรายละเอียดเหล่านี้ให้มีครบถ้วนและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

2. เนื่องจากในการประมาณค่าอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย จำเป็นต้องใช้ข้อมูลรายปีเป็นจำนวนหลายปี แต่ข้อมูลที่นำมาศึกษาในครั้งนี้นั้นใช้ข้อมูลจำนวนประชากร และข้อมูลจำนวนตาย ย้อนหลังเพียง 5 ปี เท่านั้น หากต้องการติดตามและศึกษาอัตรามรณะของกลุ่มประชากรผู้สูงอายุในกลุ่มรุ่นเดียวกัน (Cohort) ควรจะต้องมีข้อมูลย้อนหลังเพิ่มเติมให้มากขึ้น

3. เนื่องจากการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดในการศึกษานั้นมีปัญหาหลายๆ อย่าง คือ ไม่ได้พิจารณาความสมนัยระหว่างค่าประมาณจากตัวแบบกับค่าที่ได้จากข้อมูลจริงทั้งนี้เพราะข้อมูลที่

ใช้ในการประมาณค่าอัตรามรณะโดยการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด ในที่นี้นั้นใช้ข้อมูลที่จำลองจากข้อมูลภาคตัดขวางโดยเฉลี่ย 5 ปี ไม่ได้ใช้ข้อมูลตามกลุ่มรุ่นเดียวกันซึ่งต้องใช้ข้อมูลอนุกรมเวลารายอายุรายปีเป็นระยะเวลายาว ซึ่งถือเป็นข้อจำกัดของการศึกษาครั้งนี้ ดังนั้นในการประมาณค่าอัตรามรณะโดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีดในอนาคตควรใช้ข้อมูลย้อนหลังไปให้มากพอ แต่อย่างไรก็ตามข้อมูลการจดทะเบียนการตายในระบบทะเบียนราษฎร์เมื่อหากย้อนหลังกลับไปมากจะพบความไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ของข้อมูลมากขึ้น ซึ่งนักวิจัยจำเป็นต้องระมัดระวังปัญหานี้ด้วย

4. การประมาณหาค่าพารามิเตอร์ และค่าประมาณอัตรามรณะจากตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม นั้นไม่ได้ใช้ค่าของข้อมูลในส่วนที่เกินจากช่วงอายุที่พิจารณาในฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น จึงทำให้ความไม่สมบูรณ์ของข้อมูลมีผลกระทบน้อยกว่าการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด ในการประมาณค่าอัตรามรณะ

5. สำหรับตัวแบบต่างๆ และการใช้ทฤษฎีอื่นๆ ในการประมาณหาค่าอัตรามรณะนั้น ยังมีอีกหลายแบบ เช่น ตัวแบบกอมเปิร์ทซ์ ตัวแบบโลจิสติก หรือตัวแบบไวบูลล์ เป็นต้น และแต่ละตัวแบบมีความเหมาะสมในการประมาณค่าอัตรามรณะในช่วงอายุที่ต่างๆ กัน และมีรูปแบบของการแสดงค่าที่ต่างกัน เช่น ระหว่างตัวแบบคานนิสโต กับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม พบ ว่าตัวแบบคานนิสโตจะประมาณค่าอัตรามรณะได้ไม่ใกล้เคียงข้อมูลจริงเท่ากับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม ดังนั้นการเพิ่มตัวแบบในการพิจารณาหาค่าประมาณอัตรามรณะ และการพิจารณาถึงรูปแบบของตัวแบบจะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ได้ค่าการประมาณที่ใกล้เคียงความจริงยิ่งขึ้น

6. สำหรับข้อมูลที่นำมาเปรียบเทียบ คือ ตาราง TMO97 และ ตารางบำนาญปีพ.ศ. 2552 นั้น ได้มาจากข้อมูลที่ใช้ในทางธุรกิจการประกันภัย ซึ่งจะมีการปรับค่าอัตรามรณะ เพื่อให้เหมาะสมกับการดำเนินการทางธุรกิจประกันภัย ทำให้ค่าที่นำมาเปรียบเทียบนั้น อาจจะสูงหรือต่ำกว่าค่าอัตรามรณะของประชากรได้ แต่อย่างไรก็ตามตาราง TMO97 นั้นเป็นประสบการณ์การตายของผู้เอาประกันชีวิตประเภทสามัญในรอบปี พ.ศ. 2539 -2540 ซึ่งแตกต่างจากช่วงเวลาของการตายที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ ดังนั้นควรมีการศึกษาเปรียบเทียบอัตรามรณะของประสบการณ์การตายของผู้เอาประกันชีวิตในช่วงเวลาเดียวกัน

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

เกศินี สาเทศ. 2550. *การประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทยโดยทฤษฎีค่าสุดขีด*. รายงานโครงงานพิเศษ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาการประกันภัย) ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2550.

เกื้อ วงศ์บุญสิน และคณะ. 2546. *การคาดประมาณประชากรของประเทศไทย (พ.ศ. 2543 – 2568): ผลต่อการกำหนดทิศทางนโยบายประชากรในอนาคต*. พิมพ์ครั้งแรก. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รัชนีพร เขาเรียง. 2546. *การประมาณอัตรามรณะของผู้สูงอายุไทย*. รายงานโครงงานพิเศษ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาการประกันภัย) ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2546.

ภาษาอังกฤษ

Bourbeau R. (2002). Canadian Mortality in Perspective: A Comparison with the United States and other Developed Countries. *Canadian Studies in Population*. 29(2) : 313-369

Coles, S.G. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer Series in Statistics. London: Springer.

Doray, L. G. (2002). *Living to age 100 in Canada in 2000* [online]. Available from : http://www.soa.org/library/ monographs/life/living-to-100/2002/mono-2002-m-li-02-1-doray.pdf. [2009, 20 August]

Doray, L. G. (2002). *Inference for Logistic-type Models for the Force of Mortality* [online]. Available from : http://www.soa.org/library/monographs/retirement-systems/living-to-100-and-beyond/2008/january/mono-li08-4a-doray abstract.pdf. [2009, 20 August].

Edwalds, T.P. (2005). *A Discussion of Three Papers on Mortality "Laws" and Models* [online]. Available from : http://www.soa.org/library/ monographs/retirement-systems/living-to-100-and-beyond/2005/january/m-li05-1-xxv.pdf. [2009, 20 August].

Roli G. (2008). *An adaptive procedure for estimating and comparing the old-age mortality in a long historical perspective: Emilia-Romagna, 1871-2001* [online].

Available from : http://amsacta.cib.unibo.it/2529/1/Quaderni_2008_Roli_AdaptiveProcedure.pdf. [2009, 23 December].

Hustead C.E. (2005). *Ending the Mortality Table* [online]. Available from : http://www.soa.org/library/monographs/retirement-systems/living-to-100-and-beyond/2005/january/m-li05-1-ix.pdf. [2009, 20 August].

Li J.S.H., A.C.Y. NG, & W.S. Chan. (2009). *Modeling old-age mortality risk for the populations of Australia and New Zealand: an extreme value approach* [online]. Available from : http://www.mssanz.org.au/modsim09/D4/li_jsh.pdf. [2010, 23 April].

Mumpar-Victoria, M.R.L., A.Y. Hermosilla and R.M. Mirandilla. (2005). *"Makeham-Type" Mortality Models* [online]. Available from : http://ccp.ucr.ac.cr/creles/100m/m-rs05-1_xiii.pdf. [2009, 20 August].

Robertson, K.A., D.J. Dupuis & B.L. Jones. (2005). *An Extreme Value Analysis of Advanced Age Mortality Data* [online]. Available from : http://www.soa.org/library/monographs/retirement-systems/living-to-100-and-beyond/2005/january/m-li05-1-xxxiii.pdf. [2009, 20 August].

Zeng Yi & J.W. Vaupel. (2003). Oldest-Old Mortality in China. *Demographic Research*. 8(7) : 215 – 244

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก
ข้อมูลจำนวนตายที่ปรับแล้ว เพศชาย และเพศหญิง ปีพ.ศ. 2547 - 2551

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ก ข้อมูลจำนวนตายที่ปรับแล้วเพศชาย และเพศหญิงในปี พ.ศ.2547 - 2551

อายุ(ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
ต่ำกว่า 1	3412	3458	3315	3273	3135	3154	2747	2559	2518	2589
1	648	475	502	443	435	565	390	374	364	304
2	408	363	384	304	323	320	275	234	204	196
3	336	317	309	270	254	248	206	179	193	175
4	355	302	296	258	246	219	217	168	169	138
5	346	336	285	230	269	226	199	178	152	156
6	388	283	297	249	241	213	175	183	162	135
7	357	328	291	250	200	233	219	161	153	138
8	315	269	290	211	222	225	191	173	155	126
9	293	261	201	246	207	208	168	161	177	140
10	244	211	230	229	200	207	164	167	183	159
11	221	223	223	190	222	196	175	178	172	151
12	265	252	254	225	228	175	184	173	169	167
13	367	359	370	356	315	204	202	205	207	181
14	508	487	500	503	460	229	243	212	214	208
15	706	708	784	684	665	292	244	275	262	235
16	889	877	846	890	820	316	275	274	255	246
17	1124	1022	1058	991	943	322	272	252	222	289
18	1266	1159	1000	1046	935	325	273	230	255	283
19	1379	1203	1101	965	877	330	271	268	248	249
20	1337	1264	1149	972	866	332	301	268	251	256
21	1326	1204	1067	962	855	379	334	324	280	274
22	1320	1244	1146	1048	1021	439	356	322	326	296

ตารางที่ ก (ต่อ)

อายุ(ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
23	1466	1369	1218	1027	1004	496	390	375	334	312
24	1579	1409	1185	1128	1077	592	451	420	357	336
25	1691	1442	1303	1204	1169	704	583	468	434	386
26	1697	1589	1398	1264	1239	725	628	517	479	392
27	1939	1650	1468	1381	1317	843	660	548	510	530
28	1999	1845	1636	1501	1349	906	755	637	582	495
29	2188	1836	1779	1480	1486	1010	796	792	614	551
30	2410	1988	1713	1738	1499	1039	849	709	703	588
31	2425	2064	2003	1737	1721	1120	857	747	711	696
32	2558	2201	2053	1768	1765	1112	903	776	776	688
33	2728	2355	2080	1887	1892	1116	969	819	774	720
34	2624	2367	2299	2044	1928	1088	936	883	798	764
35	2820	2454	2267	2146	1978	1098	969	938	834	780
36	2690	2547	2354	2206	2099	1083	1006	969	927	860
37	2678	2564	2459	2155	2233	1144	1063	994	923	941
38	2838	2561	2533	2256	2196	1184	1076	998	954	909
39	2770	2735	2470	2445	2328	1143	1094	1007	1051	974
40	2806	2762	2588	2441	2535	1255	1176	1146	992	988
41	2858	2761	2615	2654	2338	1162	1176	1117	1162	995
42	2805	2803	2728	2673	2557	1292	1184	1202	1247	1147
43	2837	2886	2804	2781	2763	1247	1229	1262	1255	1202
44	3015	2896	2913	2801	2824	1303	1290	1340	1223	1326
45	2938	3078	3025	2937	2792	1322	1315	1311	1350	1291
46	2821	3012	3108	2946	2914	1347	1419	1447	1353	1438

ตารางที่ ก (ต่อ)

อายุ(ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
47	2876	2913	3046	3125	2986	1487	1422	1414	1472	1411
48	2928	2948	2987	3074	3328	1534	1477	1500	1470	1563
49	3103	2998	2982	3009	3135	1657	1550	1508	1521	1514
50	2975	3164	3044	3017	3041	1697	1690	1621	1647	1564
51	3168	3021	3156	3130	3185	1674	1658	1745	1689	1681
52	3083	3082	3149	3261	3287	1732	1790	1737	1830	1711
53	3061	3192	3231	3042	3406	1778	1774	1877	1834	2006
54	3124	3277	3239	3303	3302	1895	1830	1959	1875	1887
55	3193	3363	3227	3318	3384	1919	2067	1842	1903	2053
56	3005	3257	3422	3290	3451	1952	2041	2078	2037	2117
57	2969	3120	3200	3418	3386	2033	1992	2058	2219	2131
58	2877	3142	3174	3517	3559	1989	2064	2031	2188	2218
59	2945	3009	3171	3364	3509	2045	2009	2155	2157	2275
60	3115	3046	3152	3469	3374	2133	2056	2161	2223	2292
61	3065	3252	3160	3300	3516	2189	2273	2138	2239	2391
62	3476	3185	3369	3182	3470	2558	2297	2339	2292	2281
63	3364	3609	3353	3470	3295	2521	2648	2283	2442	2399
64	3565	3594	3856	3386	3578	2564	2570	2727	2403	2525
65	3898	3773	3805	3773	3477	2813	2773	2720	2738	2596
66	4049	4047	3696	3797	3999	3014	3061	2837	2869	2917
67	4047	4157	4116	3874	3905	3182	3159	3138	2971	2972
68	4026	4175	4089	4133	3991	3521	3265	3321	3305	3113
69	4115	4432	4197	4301	4544	3318	3699	3568	3378	3476
70	4245	4292	4490	4488	4369	3583	3613	3915	3665	3671

ตารางที่ ก (ต่อ)

อายุ(ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
71	4283	4518	4469	4525	4525	3900	3949	3817	3906	3712
72	4403	4558	4643	4431	4724	3915	3961	4152	3881	4255
73	4013	4562	4620	4668	4667	3848	4179	4169	4324	4092
74	4341	4209	4552	4707	4829	3766	3916	4215	4446	4514
75	4303	4522	4237	4731	4945	3858	4044	4193	4395	4716
76	4455	4420	4613	4321	4867	4245	4206	4223	4320	4711
77	3747	4555	4360	4631	4330	3847	4523	4250	4562	4633
78	4070	3852	4530	4352	4591	4281	4062	4487	4337	4663
79	3375	3961	3739	4498	4330	3823	4430	4128	4737	4522
80	3258	3503	3905	3760	4530	3645	3940	4281	4293	4958
81	3472	3359	3410	3961	3850	3941	3878	3876	4640	4355
82	3039	3443	3077	3351	3736	3629	4096	3832	4053	4432
83	2879	2991	3149	3029	3233	3639	3748	3985	3878	4250
84	2601	2851	2724	3204	3001	3447	3811	3742	4100	4031
85	2055	2632	2628	2742	2971	2865	3467	3647	3732	3898
86	2211	1920	2377	2549	2590	3199	2789	3136	3595	3550
87	2045	2145	1700	2189	2327	2932	3142	2586	3266	3487
88	1817	1917	1838	1543	1937	2999	2919	2887	2507	3074
89	1454	1689	1576	1692	1441	2220	2844	2574	2781	2327
90	1304	1203	1499	1426	1581	2276	2098	2506	2524	2573
91	1010	1123	1050	1332	1301	1816	2018	1916	2269	2252
92	795	854	950	900	1112	1488	1690	1815	1727	2061
93	685	759	724	814	761	1365	1393	1395	1610	1538
94	537	578	533	571	649	1056	1224	1104	1196	1289

ตารางที่ ก (ต่อ)

อายุ(ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
95	438	396	476	463	477	862	909	994	939	979
96	328	341	365	392	358	718	755	680	855	808
97	220	255	259	271	322	525	581	598	557	658
98	165	192	185	183	190	413	417	408	458	450
99	124	140	118	152	177	266	310	290	335	374
100	99	95	101	102	103	213	199	227	244	244
มากกว่า 100	239	252	205	243	216	585	621	590	617	667

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

ข้อมูลจำนวนประชากรกลางปี เพศชาย และเพศหญิง ปีพ.ศ. 2547 - 2551

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข ข้อมูลจำนวนประชากรกลางปีเพศชาย และเพศหญิงในปี พ.ศ.2547 - 2551

อายุ (ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
ต่ำกว่า 1	376965	394991	392355	386731	381621	355151	372845	369380	367744	363246
1	399504	406498	410496	406070	405109	376272	383444	387920	382252	381007
2	402761	402461	408012	412197	407348	379427	379342	385189	389339	383677
3	414701	404714	403624	409348	412882	391678	381666	380658	386236	390219
4	427050	416885	405760	404884	409962	403480	394100	382902	381666	386962
5	442031	428364	417857	406849	405386	417693	404985	395314	383903	382406
6	476093	443398	429078	418722	407263	450658	419344	405871	396106	384481
7	500640	477548	444069	429920	419087	473910	452440	420203	406644	396631
8	503870	502298	478089	444710	430158	477741	475414	453125	420739	406996
9	493734	504528	502936	478776	445009	468137	478491	476153	453598	420970
10	487897	493927	505211	503502	478776	462293	468472	479244	476693	453843
11	492794	488028	494519	505819	503657	468610	462764	469152	479753	476909
12	496381	493461	488629	495144	506025	471119	469145	463459	469713	480135
13	492228	496661	493976	489123	495346	467780	471757	469912	464056	470078
14	479436	492285	497056	494359	489110	456392	468159	472338	470334	464252
15	464524	479210	492784	497431	494463	442479	456724	469113	473132	470850
16	458083	464468	479275	492710	497171	438106	442774	457408	469635	473456
17	464621	458050	464189	478916	492174	446577	439068	443290	457707	469795
18	482576	464322	457506	463680	478208	464460	447361	439395	443505	457776
19	493944	481642	463617	456607	462645	476910	464666	447486	439290	443343
20	500427	491704	479910	461303	454344	486293	476960	465205	447717	439573
21	510593	493860	484502	473749	455085	503332	486321	477188	465058	447799
22	524650	512997	496520	487607	475849	513726	502886	486401	476958	464963

ตารางที่ ข (ต่อ)

อายุ (ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
23	529813	522553	511458	493207	484200	519843	512926	502694	485763	476531
24	538803	530004	521994	509829	492490	528334	519535	512736	501915	485211
25	531755	537269	529065	519938	508245	524459	527723	519288	511902	501321
26	536129	529217	536021	526779	518063	530800	522819	527286	518305	511235
27	549168	534025	527851	533723	524854	544695	530142	522405	526255	517457
28	539594	544261	532598	525396	531584	539985	543343	529621	521281	525330
29	539985	536251	542426	530020	523184	541723	538043	542612	528345	520174
30	540126	536619	534344	539600	527438	545193	540379	537261	541104	526942
31	543535	536046	534605	531286	536728	551900	542753	539534	535575	539491
32	556019	539585	533554	531129	528319	569529	550020	541793	537734	533713
33	554632	551899	537161	530134	527835	570235	567467	548920	539753	535701
34	544439	550166	549354	533427	526574	561498	567636	566320	546728	537592
35	549033	539994	547392	545254	529412	570388	559198	566408	563954	544237
36	547968	545051	537075	542987	540856	569904	568150	557800	563847	561309
37	529133	542668	542072	532647	538478	553060	566478	566718	555047	560908
38	526725	524816	539558	537430	527926	552916	550638	564917	563902	552049
39	529171	522183	521767	534750	532412	557715	550483	549165	561849	560619
40	514666	525091	518961	516806	529415	541539	555438	548887	546074	558425
41	494388	509517	521784	514002	511499	515862	538019	553882	545824	542555
42	479379	490115	506137	516628	508544	500687	513780	536404	550733	542300
43	467180	474523	486679	500810	511033	491522	497940	512069	533098	547032
44	458625	462964	470982	481507	495137	483945	489206	496321	508899	529382
45	431219	454129	459351	465843	475926	456214	481655	487543	493212	505245
46	406422	426001	450382	454014	460188	433239	453003	479847	484381	489618

ตารางที่ ข (ต่อ)

อายุ (ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
47	403389	402335	422355	445118	448372	432421	431378	451226	476542	480599
48	396251	399668	398837	417121	439147	427690	430429	429562	447995	472791
49	364225	391928	396109	393792	411354	395345	425711	428525	426423	444394
50	338360	359913	388333	390986	388214	366564	392759	423822	425360	422879
51	329184	334985	356436	383129	385191	357521	365255	390826	420434	421571
52	309879	325416	331521	351167	377063	337539	355796	363436	387446	416361
53	296822	306097	322007	326648	345471	323759	335743	353879	360157	383321
54	285014	293539	302650	317054	321220	311238	322015	333799	350564	356301
55	260946	280928	289996	297852	311647	285016	309239	320066	330693	346729
56	240679	256865	277307	285145	292554	262029	282324	307073	316822	326809
57	223183	236914	253345	272545	279913	245120	260154	280247	303654	312849
58	200843	219249	233450	248623	267190	221951	242709	257971	276977	299747
59	194451	197287	215822	228836	243436	213208	219768	240611	254815	273310
60	185311	190743	194008	211220	223694	203974	210870	217708	237505	251184
61	180141	181012	187372	189568	206128	201462	201223	208660	214766	233996
62	181441	177003	177501	183021	184863	203291	199892	199003	205660	211333
63	167231	176897	173379	172932	178090	189957	200200	197465	195879	202085
64	166080	163313	172938	168751	168087	188748	187732	197585	194221	192335
65	164929	161813	159329	167945	163617	188702	186126	185069	194061	190486
66	154968	160350	157782	154447	162474	181186	185984	183340	181562	190053
67	146078	150240	155961	152545	148996	174291	177916	183010	179666	177496
68	137632	141777	145886	150672	146884	166091	171487	174730	179057	175453
69	129002	132364	137266	140442	144734	154481	162145	167998	170593	174578
70	122366	124508	127741	131733	134502	149441	151427	158529	163769	166036

ตารางที่ ข (ต่อ)

อายุ (ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
71	115415	117504	119915	122152	125764	142617	145888	147720	154113	159052
72	104083	110707	112775	114435	116192	131573	138754	141996	143446	149413
73	92610	99040	105899	107221	108471	119478	127499	134765	137456	138628
74	86268	88304	94559	100387	101268	109435	115777	123495	130227	132614
75	80384	81659	83923	89291	94527	104134	105689	111871	119042	125254
76	71646	76121	77275	79056	83857	95060	100524	101767	107588	114236
77	61713	67034	71664	72370	73909	83761	90793	96445	97596	102884
78	55079	57618	62842	66836	67281	75889	79877	86779	92195	93081
79	45164	51099	53722	58200	61748	63040	71683	75830	82470	87546
80	41500	41692	47252	49518	53566	58046	59532	67640	71661	77817
81	36741	37998	38346	42991	44989	52083	54388	55877	63278	66997
82	31592	33293	34692	34805	38862	46132	48312	50637	52040	58856
83	28394	28486	30160	31232	31221	42161	42631	44680	46844	47993
84	21521	25510	25699	26834	27647	32844	38668	39036	40840	42768
85	18072	18944	22720	22632	23546	27848	29520	35142	35384	36951
86	17176	15969	16750	19753	19537	26829	25190	26638	31504	31634
87	15363	14911	14014	14434	16938	24667	23905	22590	23744	27884
88	12298	13275	12982	12061	12302	20233	21818	21164	19911	20841
89	9547	10512	11564	11030	10118	15550	17568	19200	18453	17242
90	8083	8148	8994	9680	9141	13244	13395	15167	16448	15742
91	5764	6683	7015	7371	7805	9885	11125	11495	12716	13741
92	5165	4650	5653	5748	5917	8743	8101	9362	9579	10467
93	4218	4074	3870	4530	4554	7063	6986	6744	7664	7729
94	3347	3387	3453	3121	3586	5561	5721	5863	5522	6227

ตารางที่ ข (ต่อ)

อายุ (ปี)	ชาย					หญิง				
	2547	2548	2549	2550	2551	2547	2548	2549	2550	2551
95	2888	2619	2885	2799	2428	4800	4390	4739	4775	4432
96	2349	2312	2235	2306	2165	3799	3803	3681	3819	3765
97	2236	1867	1991	1825	1813	3647	3014	3208	3012	3014
98	1794	1689	1631	1635	1434	2878	2792	2548	2601	2367
99	1585	1433	1502	1332	1276	2318	2305	2425	2059	2016
100	1424	1245	1256	1225	1035	2032	1817	1970	1969	1599
มากกว่า 100	11505	10152	10373	10195	9151	16052	14137	14365	14268	12867

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

ค่าอัตรามรณะกลางปี เพศชาย และเพศหญิง ปีพ.ศ. 2547 - 2551

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค1 ค่าอัตรามรณะกลางปีเพศชายในปี พ.ศ.2547 - 2551

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
ต่ำกว่า 1	0.009051	0.008755	0.008449	0.008463	0.008215
1	0.001622	0.001169	0.001223	0.001091	0.001074
2	0.001013	0.000902	0.000941	0.000738	0.000793
3	0.000810	0.000783	0.000766	0.000660	0.000615
4	0.000831	0.000724	0.000729	0.000637	0.000600
5	0.000783	0.000784	0.000682	0.000565	0.000664
6	0.000815	0.000638	0.000692	0.000595	0.000592
7	0.000713	0.000687	0.000655	0.000582	0.000477
8	0.000625	0.000536	0.000607	0.000474	0.000516
9	0.000593	0.000517	0.000400	0.000514	0.000465
10	0.000500	0.000427	0.000455	0.000455	0.000418
11	0.000448	0.000457	0.000451	0.000376	0.000441
12	0.000534	0.000511	0.000520	0.000454	0.000451
13	0.000746	0.000723	0.000749	0.000728	0.000636
14	0.001060	0.000989	0.001006	0.001017	0.000940
15	0.001520	0.001477	0.001591	0.001375	0.001345
16	0.001941	0.001888	0.001765	0.001806	0.001649
17	0.002419	0.002231	0.002279	0.002069	0.001916
18	0.002623	0.002496	0.002186	0.002256	0.001955
19	0.002792	0.002498	0.002375	0.002113	0.001896
20	0.002672	0.002571	0.002394	0.002107	0.001906
21	0.002597	0.002438	0.002202	0.002031	0.001879
22	0.002516	0.002425	0.002308	0.002149	0.002146
23	0.002767	0.002620	0.002381	0.002082	0.002074
24	0.002931	0.002658	0.002270	0.002213	0.002187
25	0.003180	0.002684	0.002463	0.002316	0.002300
26	0.003165	0.003003	0.002608	0.002399	0.002392
27	0.003531	0.003090	0.002781	0.002587	0.002509
28	0.003705	0.003390	0.003072	0.002857	0.002538
29	0.004052	0.003424	0.003280	0.002792	0.002840
30	0.004462	0.003705	0.003206	0.003221	0.002842
31	0.004462	0.003850	0.003747	0.003269	0.003206

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
32	0.004601	0.004079	0.003848	0.003329	0.003341
33	0.004919	0.004267	0.003872	0.003559	0.003584
34	0.004820	0.004302	0.004185	0.003832	0.003661
35	0.005136	0.004544	0.004141	0.003936	0.003736
36	0.004909	0.004673	0.004383	0.004063	0.003881
37	0.005061	0.004725	0.004536	0.004046	0.004147
38	0.005388	0.004880	0.004695	0.004198	0.004160
39	0.005235	0.005238	0.004734	0.004572	0.004373
40	0.005452	0.005260	0.004987	0.004723	0.004788
41	0.005781	0.005419	0.005012	0.005163	0.004571
42	0.005851	0.005719	0.005390	0.005174	0.005028
43	0.006073	0.006082	0.005761	0.005553	0.005407
44	0.006574	0.006255	0.006185	0.005817	0.005703
45	0.006813	0.006778	0.006585	0.006305	0.005866
46	0.006941	0.007070	0.006901	0.006489	0.006332
47	0.007130	0.007240	0.007212	0.007021	0.006660
48	0.007389	0.007376	0.007489	0.007370	0.007578
49	0.008519	0.007649	0.007528	0.007641	0.007621
50	0.008792	0.008791	0.007839	0.007716	0.007833
51	0.009624	0.009018	0.008854	0.008170	0.008269
52	0.009949	0.009471	0.009499	0.009286	0.008717
53	0.010313	0.010428	0.010034	0.009313	0.009859
54	0.010961	0.011164	0.010702	0.010418	0.010280
55	0.012236	0.011971	0.011128	0.011140	0.010858
56	0.012486	0.012680	0.012340	0.011538	0.011796
57	0.013303	0.013169	0.012631	0.012541	0.012097
58	0.014325	0.014331	0.013596	0.014146	0.013320
59	0.015145	0.015252	0.014693	0.014700	0.014414
60	0.016810	0.015969	0.016247	0.016424	0.015083
61	0.017014	0.017966	0.016865	0.017408	0.017057
62	0.019158	0.017994	0.018980	0.017386	0.018771
63	0.020116	0.020402	0.019339	0.020066	0.018502

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
64	0.021466	0.022007	0.022297	0.020065	0.021287
65	0.023634	0.023317	0.023881	0.022466	0.021251
66	0.026128	0.025239	0.023425	0.024584	0.024613
67	0.027704	0.027669	0.026391	0.025396	0.026209
68	0.029252	0.029448	0.028029	0.027430	0.027171
69	0.031899	0.033483	0.030576	0.030625	0.031396
70	0.034691	0.034472	0.035149	0.034069	0.032483
71	0.037110	0.038450	0.037268	0.037044	0.035980
72	0.042303	0.041172	0.041170	0.038721	0.040657
73	0.043332	0.046062	0.043626	0.043536	0.043025
74	0.050320	0.047665	0.048139	0.046889	0.047685
75	0.053531	0.055377	0.050487	0.052984	0.052313
76	0.062181	0.058065	0.059696	0.054657	0.058039
77	0.060717	0.067951	0.060839	0.063991	0.058586
78	0.073894	0.066854	0.072086	0.065115	0.068236
79	0.074728	0.077516	0.069599	0.077285	0.070124
80	0.078506	0.084021	0.082642	0.075932	0.084569
81	0.094499	0.088399	0.088927	0.092136	0.085576
82	0.096195	0.103415	0.088695	0.096279	0.096135
83	0.101395	0.104999	0.104410	0.096984	0.103552
84	0.120859	0.111760	0.105996	0.119401	0.108547
85	0.113712	0.138936	0.115669	0.121156	0.126179
86	0.128726	0.120233	0.141910	0.129044	0.132569
87	0.133112	0.143854	0.121307	0.151656	0.137383
88	0.147748	0.144407	0.141581	0.127933	0.157454
89	0.152299	0.160674	0.136285	0.153400	0.142419
90	0.161326	0.147644	0.166667	0.147314	0.172957
91	0.175226	0.168038	0.149679	0.180708	0.166688
92	0.153921	0.183656	0.168052	0.156576	0.187933
93	0.162399	0.186303	0.187080	0.179691	0.167106
94	0.160442	0.170652	0.154359	0.182954	0.180982
95	0.151662	0.151203	0.164991	0.165416	0.196458

ตารางที่ ค1 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
96	0.139634	0.147491	0.163311	0.169991	0.165358
97	0.098390	0.136583	0.130085	0.148493	0.177606
98	0.091973	0.113677	0.113427	0.111927	0.132497
99	0.078233	0.097697	0.078562	0.114114	0.138715
100	0.069522	0.076305	0.080414	0.083265	0.099517
มากกว่า 100	0.020774	0.024823	0.019763	0.023835	0.023604

ตารางที่ ค2 ค่าอัตรามรณะกลางปีเพศหญิงในปี พ.ศ.2547 - 2551

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
ต่ำกว่า 1	0.008881	0.007368	0.006928	0.006847	0.007127
1	0.001502	0.001017	0.000964	0.000952	0.000798
2	0.000843	0.000725	0.000607	0.000524	0.000511
3	0.000633	0.000540	0.000470	0.000500	0.000448
4	0.000543	0.000551	0.000439	0.000443	0.000357
5	0.000541	0.000491	0.000450	0.000396	0.000408
6	0.000473	0.000417	0.000451	0.000409	0.000351
7	0.000492	0.000484	0.000383	0.000376	0.000348
8	0.000471	0.000402	0.000382	0.000368	0.000310
9	0.000444	0.000351	0.000338	0.000390	0.000333
10	0.000448	0.000350	0.000348	0.000384	0.000350
11	0.000418	0.000378	0.000379	0.000359	0.000317
12	0.000371	0.000392	0.000373	0.000360	0.000348
13	0.000436	0.000428	0.000436	0.000446	0.000385
14	0.000502	0.000519	0.000449	0.000455	0.000448
15	0.000660	0.000534	0.000586	0.000554	0.000499
16	0.000721	0.000621	0.000599	0.000543	0.000520
17	0.000721	0.000619	0.000568	0.000485	0.000615
18	0.000700	0.000610	0.000523	0.000575	0.000618
19	0.000692	0.000583	0.000599	0.000565	0.000562
20	0.000683	0.000631	0.000576	0.000561	0.000582
21	0.000753	0.000687	0.000679	0.000602	0.000612
22	0.000855	0.000708	0.000662	0.000683	0.000637

ตารางที่ ค2 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
23	0.000954	0.000760	0.000746	0.000688	0.000655
24	0.001121	0.000868	0.000819	0.000711	0.000692
25	0.001342	0.001105	0.000901	0.000848	0.000770
26	0.001366	0.001201	0.000980	0.000924	0.000767
27	0.001548	0.001245	0.001049	0.000969	0.001024
28	0.001678	0.001390	0.001203	0.001116	0.000942
29	0.001864	0.001479	0.001460	0.001162	0.001059
30	0.001906	0.001571	0.001320	0.001299	0.001116
31	0.002029	0.001579	0.001385	0.001328	0.001290
32	0.001952	0.001642	0.001432	0.001443	0.001289
33	0.001957	0.001708	0.001492	0.001434	0.001344
34	0.001938	0.001649	0.001559	0.001460	0.001421
35	0.001925	0.001733	0.001656	0.001479	0.001433
36	0.001900	0.001771	0.001737	0.001644	0.001532
37	0.002068	0.001877	0.001754	0.001663	0.001678
38	0.002141	0.001954	0.001767	0.001692	0.001647
39	0.002049	0.001987	0.001834	0.001871	0.001737
40	0.002317	0.002117	0.002088	0.001817	0.001769
41	0.002253	0.002186	0.002017	0.002129	0.001834
42	0.002580	0.002304	0.002241	0.002264	0.002115
43	0.002537	0.002468	0.002465	0.002354	0.002197
44	0.002692	0.002637	0.002700	0.002403	0.002505
45	0.002898	0.002730	0.002689	0.002737	0.002555
46	0.003109	0.003132	0.003016	0.002793	0.002937
47	0.003439	0.003296	0.003134	0.003089	0.002936
48	0.003587	0.003431	0.003492	0.003281	0.003306
49	0.004191	0.003641	0.003519	0.003567	0.003407
50	0.004629	0.004303	0.003825	0.003872	0.003698
51	0.004682	0.004539	0.004465	0.004017	0.003987
52	0.005131	0.005031	0.004779	0.004723	0.004109
53	0.005492	0.005284	0.005304	0.005092	0.005233
54	0.006089	0.005683	0.005869	0.005349	0.005296

ตารางที่ ค2 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
55	0.006733	0.006684	0.005755	0.005755	0.005921
56	0.007450	0.007229	0.006767	0.006429	0.006478
57	0.008294	0.007657	0.007344	0.007308	0.006812
58	0.008961	0.008504	0.007873	0.007900	0.007400
59	0.009592	0.009141	0.008956	0.008465	0.008324
60	0.010457	0.009750	0.009926	0.009360	0.009125
61	0.010866	0.011296	0.010246	0.010425	0.010218
62	0.012583	0.011491	0.011754	0.011145	0.010793
63	0.013271	0.013227	0.011562	0.012467	0.011871
64	0.013584	0.013690	0.013802	0.012373	0.013128
65	0.014907	0.014899	0.014697	0.014109	0.013628
66	0.016635	0.016458	0.015474	0.015802	0.015348
67	0.018257	0.017756	0.017147	0.016536	0.016744
68	0.021199	0.019039	0.019006	0.018458	0.017743
69	0.021478	0.022813	0.021238	0.019802	0.019911
70	0.023976	0.023860	0.024696	0.022379	0.022110
71	0.027346	0.027069	0.025839	0.025345	0.023338
72	0.029755	0.028547	0.029240	0.027055	0.028478
73	0.032207	0.032777	0.030935	0.031457	0.029518
74	0.034413	0.033824	0.034131	0.034140	0.034039
75	0.037048	0.038263	0.037481	0.036920	0.037651
76	0.044656	0.041841	0.041497	0.040153	0.041239
77	0.045928	0.049817	0.044067	0.046744	0.045031
78	0.056411	0.050853	0.051706	0.047042	0.050096
79	0.060644	0.061800	0.054438	0.057439	0.051653
80	0.062795	0.066183	0.063291	0.059907	0.063714
81	0.075668	0.071302	0.069367	0.073327	0.065003
82	0.078666	0.084782	0.075676	0.077882	0.075302
83	0.086312	0.087917	0.089190	0.082785	0.088555
84	0.104951	0.098557	0.095860	0.100392	0.094253
85	0.102880	0.117446	0.103779	0.105471	0.105491
86	0.119237	0.110719	0.117727	0.114112	0.112221

ตารางที่ ค2 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
87	0.118863	0.131437	0.114475	0.137551	0.125054
88	0.148223	0.133789	0.136411	0.125910	0.147498
89	0.142765	0.161885	0.134063	0.150707	0.134961
90	0.171851	0.156626	0.165227	0.153453	0.163448
91	0.183713	0.181393	0.166681	0.178437	0.163889
92	0.170193	0.208616	0.193869	0.180290	0.196905
93	0.193261	0.199399	0.206851	0.210073	0.198991
94	0.189894	0.213949	0.188300	0.216588	0.207002
95	0.179583	0.207062	0.209749	0.196649	0.220894
96	0.188997	0.198527	0.184732	0.223881	0.214608
97	0.143954	0.192767	0.186409	0.184927	0.218315
98	0.143502	0.149355	0.160126	0.176086	0.190114
99	0.114754	0.134490	0.119588	0.162700	0.185516
100	0.104823	0.109521	0.115228	0.123921	0.152595
มากกว่า 100	0.036444	0.043927	0.041072	0.043244	0.051838

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง
ค่าอัตรามรณะที่ประมาณจากข้อมูลจริง เพศชาย และเพศหญิง ปีพ.ศ. 2547 - 2551

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ง1 ค่าอัตรามรณะ เพศชายในปี พ.ศ.2547 - 2551

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
ต่ำกว่า 1	0.013576857	0.013131945	0.012673472	0.012694871	0.019042306
1	0.002433017	0.001752776	0.001834366	0.001636417	0.002454626
2	0.001519512	0.001352926	0.001411723	0.001106267	0.001659401
3	0.001215333	0.001174904	0.001148346	0.000989378	0.001484067
4	0.001246927	0.001086631	0.001094243	0.000955829	0.001433744
5	0.001174126	0.001176569	0.001023077	0.000847980	0.001271971
6	0.001222450	0.000957379	0.001038273	0.000892000	0.001338000
7	0.001069631	0.001030263	0.000982955	0.000872255	0.001308383
8	0.000937742	0.000803308	0.000909872	0.000711700	0.001067550
9	0.000890155	0.000775973	0.000599480	0.000770715	0.001156073
10	0.000750158	0.000640783	0.000682883	0.000682222	0.001023333
11	0.000672695	0.000685411	0.000676415	0.000563443	0.000845164
12	0.000800796	0.000766018	0.000779733	0.000681620	0.001022430
13	0.001118384	0.001084241	0.001123536	0.001091750	0.001637625
14	0.001589368	0.001483897	0.001508884	0.001526219	0.002289328
15	0.002279753	0.002216147	0.002386441	0.002062598	0.003093896
16	0.002911045	0.002832273	0.002647749	0.002709505	0.004064257
17	0.003628764	0.003346796	0.003418866	0.003103885	0.004655827
18	0.003935131	0.003744169	0.003278646	0.003383799	0.005075699
19	0.004187722	0.003746559	0.003562208	0.003170122	0.004755183
20	0.004007578	0.003855978	0.003591298	0.003160612	0.004740919
21	0.003895471	0.003656907	0.003303392	0.003045917	0.004568875
22	0.003773945	0.003637448	0.003462096	0.003223908	0.004835862
23	0.004150521	0.003929745	0.003572141	0.003123435	0.004685152
24	0.004395855	0.003987706	0.003405212	0.003318760	0.004978140
25	0.004770054	0.004025916	0.003694253	0.003473491	0.005210237
26	0.004747924	0.004503824	0.003912160	0.003599232	0.005398848
27	0.005296194	0.004634614	0.004171632	0.003881227	0.005821840
28	0.005556956	0.005084877	0.004607603	0.004285339	0.006428009
29	0.006077947	0.005135655	0.004919565	0.004188521	0.006282782
30	0.006692883	0.005557015	0.004808700	0.004831357	0.007247035
31	0.006692301	0.005775624	0.005620037	0.004904138	0.007356207

ตารางที่ ง1 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
32	0.006900843	0.006118591	0.005771674	0.004993137	0.007489706
33	0.007377865	0.006400628	0.005808314	0.005339216	0.008008824
34	0.007229460	0.006453507	0.006277373	0.005747741	0.008621611
35	0.007704455	0.006816742	0.006212184	0.005903671	0.008855506
36	0.007363569	0.007009436	0.006574501	0.006094069	0.009141103
37	0.007591664	0.007087206	0.006804447	0.006068747	0.009103121
38	0.008082016	0.007319708	0.007041875	0.006296634	0.009444951
39	0.007851904	0.007856441	0.007100871	0.006858345	0.010287518
40	0.008178119	0.007890061	0.007480331	0.007084864	0.010627295
41	0.008671327	0.008128286	0.007517478	0.007745106	0.011617659
42	0.008776980	0.008578599	0.008084768	0.007760903	0.011641355
43	0.009108909	0.009122845	0.008642247	0.008329506	0.012494259
44	0.009860998	0.009383019	0.009277425	0.008725730	0.013088595
45	0.010219865	0.010166715	0.009878067	0.009457049	0.014185573
46	0.010411592	0.010605609	0.010351213	0.009733180	0.014599770
47	0.010694392	0.010860353	0.010817914	0.010530915	0.015796373
48	0.011083884	0.011064183	0.011233913	0.011054346	0.016581520
49	0.012779189	0.011474046	0.011292346	0.011461635	0.017192452
50	0.013188616	0.013186520	0.011757950	0.011574583	0.017361875
51	0.014435696	0.013527471	0.013281487	0.012254358	0.018381537
52	0.014923567	0.014206431	0.014247966	0.013929270	0.020893905
53	0.015468867	0.015642100	0.015050915	0.013969166	0.020953748
54	0.016441298	0.016745645	0.016053197	0.015626676	0.023440013
55	0.018354372	0.017956558	0.016691610	0.016709641	0.025064462
56	0.018728265	0.019019719	0.018510171	0.017306984	0.025960476
57	0.019954477	0.019754004	0.018946496	0.018811572	0.028217359
58	0.021486933	0.021496107	0.020394089	0.021218874	0.031828310
59	0.022717806	0.022877838	0.022038995	0.022050726	0.033076089
60	0.025214369	0.023953697	0.024370129	0.024635451	0.036953177
61	0.025521675	0.026948490	0.025297270	0.026112002	0.039168003
62	0.028736614	0.026991068	0.028470262	0.026078975	0.039118462
63	0.030173831	0.030602554	0.029008703	0.030098536	0.045147804
64	0.032198338	0.033010232	0.033445512	0.030097599	0.045146399

ตารางที่ ง1 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
65	0.035451619	0.034975558	0.035822104	0.033698532	0.050547798
66	0.039191962	0.037857811	0.035137088	0.036876728	0.055315092
67	0.041556566	0.041503594	0.039586820	0.038093677	0.057140516
68	0.043877877	0.044171481	0.042043102	0.041145667	0.061718501
69	0.047848095	0.050225137	0.045863506	0.045937113	0.068905669
70	0.052036513	0.051707521	0.052723871	0.051103368	0.076655052
71	0.055664342	0.057674632	0.055902097	0.055566016	0.083349024
72	0.063454166	0.061757612	0.061755708	0.058081007	0.087121510
73	0.064998380	0.069093296	0.065439711	0.065304371	0.097956557
74	0.075479900	0.071497327	0.072208885	0.070332812	0.105499218
75	0.080295830	0.083064941	0.075730134	0.079476095	0.119214143
76	0.093271083	0.087098173	0.089543837	0.081986187	0.122979281
77	0.091074814	0.101925888	0.091259210	0.095985906	0.143978859
78	0.110840792	0.100281162	0.108128322	0.097671913	0.146507870
79	0.112091489	0.116274291	0.104398570	0.115927835	0.173891753
80	0.117759036	0.126031373	0.123963007	0.113897976	0.170846965
81	0.141749000	0.132599084	0.133390706	0.138203345	0.207305017
82	0.144292859	0.155122698	0.133042200	0.144418905	0.216628358
83	0.152091991	0.157498420	0.156614721	0.145475794	0.218213691
84	0.181288044	0.167640141	0.158994513	0.179101140	0.268651711
85	0.170567729	0.208403716	0.173503521	0.181733828	0.272600742
86	0.193089194	0.180349427	0.212865672	0.193565534	0.290348302
87	0.199668034	0.215780296	0.181960896	0.227483719	0.341225578
88	0.221621402	0.216610169	0.212370975	0.191899511	0.287849266
89	0.228448727	0.241010274	0.204427534	0.230099728	0.345149592
90	0.241989360	0.221465390	0.250000000	0.220971074	0.331456612
91	0.262838307	0.252057459	0.224518888	0.271062271	0.406593407
92	0.230880929	0.275483871	0.252078542	0.234864301	0.352296451
93	0.243598862	0.279455081	0.280620155	0.269536424	0.404304636
94	0.240663281	0.255978742	0.231537793	0.274431272	0.411646908
95	0.227493075	0.226804124	0.247487002	0.248124330	0.372186495
96	0.209450830	0.221237024	0.244966443	0.254986990	0.382480486
97	0.147584973	0.204874130	0.195128076	0.222739726	0.334109589

ตารางที่ ง1 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
98	0.137959866	0.170515098	0.170141018	0.167889908	0.251834862
99	0.117350158	0.146545708	0.117842876	0.171171171	0.256756757
100	0.104283708	0.114457831	0.120621019	0.124897959	0.187346939
มากกว่า 100	0.031160365	0.037234043	0.029644269	0.035752820	0.053629230

ตารางที่ ง2 ค่าอัตรามรณะ เพศหญิงในปี พ.ศ.2547 - 2551

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
ต่ำกว่า 1	0.013321094	0.011051509	0.010391738	0.010270732	0.010691102
1	0.002252360	0.001525647	0.001446174	0.001428377	0.001196828
2	0.001265065	0.001087409	0.000911241	0.000785947	0.000766270
3	0.000949760	0.000809608	0.000705358	0.000749542	0.000672699
4	0.000814167	0.000825933	0.000658132	0.000664193	0.000534936
5	0.000811601	0.000737064	0.000675412	0.000593900	0.000611915
6	0.000708963	0.000625978	0.000676323	0.000613472	0.000526684
7	0.000737482	0.000726063	0.000574722	0.000564376	0.000521896
8	0.000706450	0.000602633	0.000572690	0.000552599	0.000464378
9	0.000666472	0.000526656	0.000507190	0.000585320	0.000498848
10	0.000671652	0.000525111	0.000522698	0.000575842	0.000525512
11	0.000627387	0.000567244	0.000569112	0.000537777	0.000474933
12	0.000557184	0.000588304	0.000559920	0.000539691	0.000521728
13	0.000654154	0.000642280	0.000654378	0.000669100	0.000577564
14	0.000752642	0.000778582	0.000673247	0.000682494	0.000672049
15	0.000989877	0.000801359	0.000879319	0.000830635	0.000748646
16	0.001081930	0.000931627	0.000898541	0.000814462	0.000779375
17	0.001081560	0.000929241	0.000852715	0.000727540	0.000922743
18	0.001049606	0.000915368	0.000785171	0.000862448	0.000927309
19	0.001037932	0.000874822	0.000898352	0.000846821	0.000842463
20	0.001024074	0.000946620	0.000864135	0.000840933	0.000873575
21	0.001129473	0.001030184	0.001018467	0.000903113	0.000917823
22	0.001281812	0.001061871	0.000993008	0.001025248	0.000954915
23	0.001431201	0.001140515	0.001118971	0.001031367	0.000982098
24	0.001680755	0.001302126	0.001228702	0.001066914	0.001038723
25	0.002013503	0.001657119	0.001351851	0.001271728	0.001154949

ตารางที่ ง2 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
26	0.002048794	0.001801771	0.001470739	0.001386249	0.001150156
27	0.002321483	0.001867424	0.001573492	0.001453668	0.001536360
28	0.002516737	0.002084319	0.001804120	0.001674721	0.001413397
29	0.002796632	0.002219153	0.002189410	0.001743179	0.001588891
30	0.002858621	0.002356679	0.001979485	0.001948794	0.001673809
31	0.003044030	0.002368481	0.002076792	0.001991318	0.001935157
32	0.002928736	0.002462638	0.002148422	0.002164639	0.001933624
33	0.002935632	0.002561382	0.002238031	0.002150984	0.002016050
34	0.002906511	0.002473416	0.002338784	0.002189389	0.002131728
35	0.002887508	0.002599258	0.002484075	0.002218266	0.002149799
36	0.002850480	0.002655989	0.002605773	0.002466095	0.002298199
37	0.003102737	0.002814761	0.002630938	0.002494383	0.002516455
38	0.003212061	0.002931145	0.002649947	0.002537675	0.002469889
39	0.003074151	0.002981018	0.002750539	0.002805914	0.002606048
40	0.003476204	0.003175872	0.003131792	0.002724905	0.002653893
41	0.003378811	0.003278695	0.003025013	0.003193337	0.002750873
42	0.003870682	0.003456732	0.003361272	0.003396383	0.003172598
43	0.003805527	0.003702253	0.003696767	0.003531246	0.003295968
44	0.004038682	0.003955389	0.004049798	0.003604841	0.003757211
45	0.004346644	0.004095255	0.004033490	0.004105740	0.003832794
46	0.004663708	0.004698644	0.004523317	0.004189884	0.004405475
47	0.005158168	0.004944619	0.004700527	0.004633380	0.004403879
48	0.005380065	0.005147190	0.005237893	0.004921930	0.004958851
49	0.006286914	0.005461452	0.005278572	0.005350321	0.005110330
50	0.006944217	0.006454340	0.005737078	0.005808021	0.005547686
51	0.007023364	0.006808942	0.006697354	0.006025916	0.005981199
52	0.007696888	0.007546459	0.007169075	0.007084858	0.006164122
53	0.008237609	0.007925705	0.007956109	0.007638336	0.007849818
54	0.009132882	0.008524448	0.008803202	0.008022786	0.007944126
55	0.010099433	0.010026226	0.008632595	0.008631873	0.008881576
56	0.011174336	0.010843924	0.010150681	0.009644217	0.009716685
57	0.012440845	0.011485505	0.011015283	0.010961489	0.010217389
58	0.013442156	0.012756016	0.011809467	0.011849359	0.011099360

ตารางที่ ง2 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
59	0.014387359	0.013712187	0.013434548	0.012697447	0.012485822
60	0.015685823	0.014625124	0.014889209	0.014039704	0.013687178
61	0.016298359	0.016943888	0.015369501	0.015637950	0.015327185
62	0.018874421	0.017236808	0.017630387	0.016716911	0.016190089
63	0.019907137	0.019840160	0.017342314	0.018700320	0.017806863
64	0.020376375	0.020534592	0.020702482	0.018558755	0.019692204
65	0.022360653	0.022347764	0.022045832	0.021163449	0.020442447
66	0.024952259	0.024687608	0.023210974	0.023702647	0.023022525
67	0.027385235	0.026633355	0.025719906	0.024804359	0.025116059
68	0.031798833	0.028559016	0.028509701	0.027686714	0.026613965
69	0.032217554	0.034219372	0.031857522	0.029702274	0.029866306
70	0.035964026	0.035789522	0.037043695	0.033568624	0.033164494
71	0.041018953	0.040603065	0.038759139	0.038017559	0.035007419
72	0.044633017	0.042820387	0.043860390	0.040583216	0.042717167
73	0.048310149	0.049165091	0.046402998	0.047186009	0.044276769
74	0.051619683	0.050735466	0.051196405	0.051210578	0.051057958
75	0.055572628	0.057394809	0.056221005	0.055379614	0.056477238
76	0.066984010	0.062761132	0.062245129	0.060229765	0.061858784
77	0.068892444	0.074724924	0.066099850	0.070115579	0.067546946
78	0.084617006	0.076279780	0.077559087	0.070562395	0.075144229
79	0.090966053	0.092699803	0.081656337	0.086158603	0.077479268
80	0.094192537	0.099274340	0.094936428	0.089860594	0.095570377
81	0.113501526	0.106953740	0.104049967	0.109990834	0.097504366
82	0.117998353	0.127173373	0.113513834	0.116823597	0.112953650
83	0.129467992	0.131875865	0.133784691	0.124178123	0.132831871
84	0.157426014	0.147835419	0.143790347	0.150587659	0.141379068
85	0.154319879	0.176168699	0.155668431	0.158207099	0.158236584
86	0.178854970	0.166077809	0.176589834	0.171168740	0.168331542
87	0.178294888	0.197155407	0.171713147	0.206325809	0.187580691
88	0.222334800	0.200682922	0.204616330	0.188865451	0.221246581
89	0.214147910	0.242827869	0.201093750	0.226060803	0.202441712
90	0.257777107	0.234938410	0.247840707	0.230179961	0.245172151
91	0.275569044	0.272089888	0.250021749	0.267654923	0.245833637

ตารางที่ ง2 (ต่อ)

อายุ (ปี)	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551
92	0.255289946	0.312924330	0.290803247	0.270435327	0.295356836
93	0.289890981	0.299098196	0.310275801	0.315109603	0.298486221
94	0.284840856	0.320922916	0.282449258	0.324882289	0.310502650
95	0.269375000	0.310592255	0.314623338	0.294973822	0.331340253
96	0.283495657	0.297791217	0.277098615	0.335820896	0.321912351
97	0.215930902	0.289150630	0.279613466	0.277390438	0.327471798
98	0.215253648	0.224032951	0.240188383	0.264129181	0.285171103
99	0.172131148	0.201735358	0.179381443	0.244050510	0.278273810
100	0.157234252	0.164281783	0.172842640	0.185881158	0.228893058
มากกว่า 100	0.054666085	0.065890925	0.061608075	0.064865433	0.077757053

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

ค่าประมาณพารามิเตอร์ และค่าไคว์สแควร์ที่ทดสอบได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ของตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม และตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศชาย และเพศหญิง ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ จ1 ค่าประมาณพารามิเตอร์ และค่าไคว์สแควร์ที่ทดสอบได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ของตัวแบบคานนิสโต เพศชาย และเพศหญิง ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551

เพศ	u	μ	B	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	74	8.15919106×10^{-2}	1.150629×10^{-4}	20.6028	23.7
หญิง	71	9.479000×10^{-2}	3.027163×10^{-5}	18.51059	19.7
	75	9.579×10^{-2}	2.834335×10^{-5}	24.72912	25

ตารางที่ จ2 ค่าประมาณพารามิเตอร์ และค่าไคว์สแควร์ที่ทดสอบได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ของตัวแบบเมคแฮม เพศชาย และเพศหญิง ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551

เพศ	u	A	B	μ	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	74	-9.070545×10^{-5}	1.172721×10^{-4}	8.092765×10^{-2}	19.75177	23.7
	75	-9.069448×10^{-5}	1.175241×10^{-4}	8.092765×10^{-2}	23.8544	25
หญิง	71	-2.2573255×10^{-3}	1.072683×10^{-4}	7.75037461×10^{-2}	18.16102	19.7

ตารางที่ จ3 ค่าประมาณพารามิเตอร์ และค่าไคว์สแควร์ที่ทดสอบได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ของตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม เพศชาย และเพศหญิง ช่วงปีพ.ศ. 2547 - 2551

เพศ	u	D	m	σ	$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$	$\chi^2_{u-60,0.95}$
ชาย	74	-16.914641	76.499654	-8.256721	3.579806	23.7
	75	-16.494129	76.643530	-8.121876	4.007525	25
	85	-14.238301	77.641136	-7.388054	33.46683	37.7
หญิง	71	-16.216684	79.425328	-7.946746	2.405172	19.7
	75	-16.451949	79.366990	-8.022238	4.079086	25
	83	-14.234153	80.007526	-7.301664	25.17472	35.2

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ฉ
Source Code โปรแกรม R สำหรับตัวแบบคานนิสโต ตัวแบบเมคแฮม ตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮม และการใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ฉ1 Source Code สำหรับตัวแบบคานนิสโตสำหรับเพศชาย ที่ค่าอายุ u = 74

```
> x <- c(60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74)
> dx <-
c(3231.2,3258.6,3336.4,3418.2,3595.8,3745.2,3917.6,4019.8,4082.8,4317.8,4376.8,446
4,4551.8,4506,4527.6)
> lx <-
c(200995.2,188844.2,180765.8,173705.8,167833.8,163526.6,158004.2,150764,144570.
2,136761.6,128170,120150,111638.4,102648.2,94157.2)
> fn <- function(p) {-sum(dx*log((1-(
(1+p[1]*exp(x*p[2]))/(1+p[1]*exp(p[2]*(1+x))))^(1/p[2])) )+(lx-dx)*log(((
(1+p[1]*exp(x*p[2]))/(1+p[1]*exp(p[2]*(1+x))))^(1/p[2])))}
> out <- nlm(fn,c(0.00010, 0.0815918))
> out
$minimum
[1] 270156.1
$estimate
[1] 0.0001150629 0.0815919063
$gradient
[1] -2.724305e+08  2.067875e+03
$code
[1] 3
$iterations
[1] 3
> a<-0.0001150629
> b<-0.0815919063
> pxx <- ( (1+a*exp(x*b))/(1+a*exp(b*(1+x))))^(1/b)
> qxx <- 1- pxx
> dxx <- lx*qxx
> chi <- (((dx-dxx)^2)/dxx)
> chi
```

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
 [1] 2.321354888 1.057165171 0.116069159 0.295003852 0.039261408 0.893319311
0.847389209 1.677253452 6.877734379 0.235447938 0.182584316 0.002096083
1.283499616
[14] 0.904716680 3.869905937
> sum(chi)
[1] 20.6028
```

ฉ2 Source Code สำหรับตัวแบบคานนิสโตสำหรับเพศหญิง ที่ค่าอายุ u = 71

```
>  x <- c(60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71)
> dx <-
c(2173,2246,2353.4,2458.6,2557.8,2728,2939.6,3084.4,3305,3487.8,3689.4,3856.8)
> lx<-
c(224248.2,212021.4,203835.8,197117.2,192124.2,188888.8,184425,178475.8,173363.
6,165959,157840.4,149878)
> fn <- function(p) {-sum(dx*log((1-(
(1+p[1]*exp(x*p[2]))/(1+p[1]*exp(p[2]*(1+x))))^(1/p[2])) )+(lx-dx)*log(((
(1+p[1]*exp(x*p[2]))/(1+p[1]*exp(p[2]*(1+x))))^(1/p[2])))}
> out <- nlm(fn,c(3.0773e-05, 9.4790e-02))
Warning messages:
1: In nlm(fn, c(3.0773e-05, 0.09479)) :
  NA/Inf replaced by maximum positive value
2: In log((1 - ((1 + p[1] * exp(x * p[2]))/(1 + p[1] * exp(p[2] * (1 +  :
  NaNs produced
3: In nlm(fn, c(3.0773e-05, 0.09479)) :
  NA/Inf replaced by maximum positive value
4: In log((1 - ((1 + p[1] * exp(x * p[2]))/(1 + p[1] * exp(p[2] * (1 +  :
  NaNs produced
5: In nlm(fn, c(3.0773e-05, 0.09479)) :
  NA/Inf replaced by maximum positive value
> out
$minimum
```

```
[1] 177979.8
$estimate
[1] 3.027163e-05 9.479000e-02
$gradient
[1] 15797047.764    -2655.143
$code
[1] 2
$iterations
[1] 1
> a<-3.027163e-05
> b<-9.479000e-02
> pxx <- ( (1+a*exp(x*b))/(1+a*exp(b*(1+x))))^(1/b)
> qxx <- 1- pxx
> dxx <- lx*qxx
> chi <- (((dx-dxx)^2)/dxx)
> chi
 [1] 4.89511678 4.18369189 3.04410852 0.99167319 0.15046853 0.99025172
0.49863295 1.85593780 1.13525931 0.58385760 0.01195820 0.16963194
> sum(chi)
[1] 18.51059
```

ฉ3 Source Code สำหรับตัวแบบเมคแฮมสำหรับเพศชาย ที่ค่าอายุ u = 74

```
> x<- c(60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74)
> lx <-
c(200995.2,188844.2,180765.8,173705.8,167833.8,163526.6,158004.2,150764,144570.
2,136761.6,128170,120150,111638.4,102648.2,94157.2)
> dx<-
c(3231.2,3258.6,3336.4,3418.2,3595.8,3745.2,3917.6,4019.8,4082.8,4317.8,4376.8,446
4,4551.8,4506,4527.6)
> fn <- function(p) -sum( dx*log(1- exp( -p[1]+(p[2]/p[3])*(1-exp(p[3]))*exp(p[3]*x) )) +
(lx-dx)*(-p[1]+(p[2]/p[3])*(1-exp(p[3]))*(exp(p[3]*x))))
```

```
> out <- nlm(fn,c(-0.00009 , 0.000297794 , 0.080929600562))
There were 16 warnings (use warnings() to see them)
> out
$minimum
[1] 270155.6
$estimate
[1] -9.070545e-05  1.172721e-04  8.092765e-02
$gradient
[1] -1.758074e+03 -2.488877e+08  9.392004e+03
$code
[1] 2
$iterations
[1] 8
> a<- -9.070545e-05
> b<-1.172721e-04
> c<-8.092765e-02
> pxx <- exp(-a+(b/c)*(1-exp(c))*(exp(c*x)))
> qxx <- 1-pxx
> dxx <- lx*qxx
> chi <- (((dx-dxx)^2)/dxx)
> chi
 [1] 4.612081551 2.529593665 0.705997158 0.012721834 0.025644394 0.450356142
 [7] 0.550025208 1.501291799 7.150902153 0.454980890 0.588367166 0.212658491
[13] 0.194624548 0.004682048 0.757841584
> sum(chi)
[1] 19.75177
```

ฉ4 Source Code สำหรับตัวแบบเมคแฮมสำหรับเพศหญิง ที่ค่าอายุ u = 71

```
> x <- c(60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71)
> dx <-
c(2173,2246,2353.4,2458.6,2557.8,2728,2939.6,3084.4,3305,3487.8,3689.4,3856.8)
```

```
> lx<-
c(224248.2,212021.4,203835.8,197117.2,192124.2,188888.8,184425,178475.8,173363.
6,165959,157840.4,149878)
> fn <- function(p) -sum( dx*log(1- exp( -p[1]+(p[2]/p[3])*(1-exp(p[3]))*exp(p[3]*x) )) +
(lx-dx)*(-p[1]+(p[2]/p[3])*(1-exp(p[3]))*(exp(p[3]*x))))
> out <- nlm(fn,c(-2.2575e-03 , 8.06763e-05 , 7.75036e-02))
> out
$minimum
[1] 177979.7
$estimate
[1] -0.0022573255  0.0001072683  0.0775037461
$gradient
[1] -13076.358   4452.059 -13963.120
$code
[1] 2
$iterations
[1] 4
> a<--0.0022573255
> b<-0.0001072683
> c<- 0.0775037461
> pxx <- exp(-a+(b/c)*(1-exp(c))*(exp(c*x)))
> qxx <- 1-pxx
> dxx <- lx*qxx
> chi <- (((dx-dxx)^2)/dxx)
> chi
 [1] 2.5156837 1.8073148 1.0695978 0.1173177 0.8480048 1.8335012 0.6905982
1.4224824 0.2942965 0.0271525 2.2436282 5.2914458
```

ฉ5 Source Code สำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมสำหรับเพศชาย ที่ค่าอายุ u = 74

```
> x<- c(60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74)
```

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
> lx <-
c(200995.2,188844.2,180765.8,173705.8,167833.8,163526.6,158004.2,150764,144570.
2,136761.6,128170,120150,111638.4,102648.2,94157.2)
> dx<-
c(3231.2,3258.6,3336.4,3418.2,3595.8,3745.2,3917.6,4019.8,4082.8,4317.8,4376.8,446
4,4551.8,4506,4527.6)
> fn <- function(p) -sum(dx*log(1-(1-exp(-exp(-(x+1-p[2])/p[3])))*(exp(-exp(-
p[1]/p[3])))/(1-exp(-exp(-(x-p[2])/p[3])))) + (lx-dx)*log((1-exp(-exp(-(x+1-
p[2])/p[3])))*(exp(-exp(-p[1]/p[3])))/(1-exp(-exp(-(x-p[2])/p[3])))))
> out <- nlm(fn,c(-10,70,-10))
Warning messages:
1: In nlm(fn, c(-10, 70, -10)) : NA/Inf replaced by maximum positive value
2: In nlm(fn, c(-10, 70, -10)) : NA/Inf replaced by maximum positive value
3: In log(1 - (1 - exp(-exp(-(x + 1 - p[2])/p[3]))) * (exp(-exp(-p[1]/p[3])))/(1 -  :
  NaNs produced
4: In nlm(fn, c(-10, 70, -10)) : NA/Inf replaced by maximum positive value
5: In nlm(fn, c(-10, 70, -10)) : NA/Inf replaced by maximum positive value
6: In log(1 - (1 - exp(-exp(-(x + 1 - p[2])/p[3]))) * (exp(-exp(-p[1]/p[3])))/(1 -  :
  NaNs produced
7: In nlm(fn, c(-10, 70, -10)) : NA/Inf replaced by maximum positive value
> out
$minimum
[1] 270147.3
$estimate
[1] -16.914641  76.499654  -8.256721
$gradient
[1] -0.69752397  0.03688764  2.20682948
$code
[1] 3
$iterations
[1] 37
```

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
> a<--16.914641
> b<-76.499654
> c<--8.256721
> pxx <- (1-exp(-exp(-(x+1-b)/c)))*(exp(-exp(-a/c)))/(1-exp(-exp(-(x-b)/c)))
> qxx <- 1 - pxx
> dxx <- lx*qxx
> chi <- (((dx-dxx)^2)/dxx)
> chi
 [1] 1.550168e-01 4.133254e-03 2.185587e-02 1.749712e-02 4.395868e-01 4.315674e-
02 1.390741e-01 5.052995e-04 2.298612e+00 1.205951e-01 1.543566e-06 5.977773e-
04
[13] 2.447453e-01 8.125393e-02 1.317441e-02
> sum(chi)
[1] 3.579806
```

ฉ6 Source Code สำหรับตัวแบบอินเวอร์สเมคแฮมสำหรับเพศหญิง ที่ค่าอายุ u = 71

```
> x <- c(60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71)
> dx <-
c(2173,2246,2353.4,2458.6,2557.8,2728,2939.6,3084.4,3305,3487.8,3689.4,3856.8)
> lx<-
c(224248.2,212021.4,203835.8,197117.2,192124.2,188888.8,184425,178475.8,173363.
6,165959,157840.4,149878)
> fn <- function(p) -sum(dx*log(1-(1-exp(-exp(-(x+1-p[2])/p[3])))*(exp(-exp(-
p[1]/p[3])))/(1-exp(-exp(-(x-p[2])/p[3])))) + (lx-dx)*log((1-exp(-exp(-(x+1-
p[2])/p[3])))*(exp(-exp(-p[1]/p[3])))/(1-exp(-exp(-(x-p[2])/p[3])))))
> out <- nlm(fn,c(3,10,-100))
Warning messages:
1: In log(1 - (1 - exp(-exp(-(x + 1 - p[2])/p[3]))) * (exp(-exp(-p[1]/p[3])))/(1 -  :
  NaNs produced
2: In nlm(fn, c(3, 10, -100)) : NA/Inf replaced by maximum positive value
3: In log(1 - (1 - exp(-exp(-(x + 1 - p[2])/p[3]))) * (exp(-exp(-p[1]/p[3])))/(1 -  :
```

```
 NaNs produced
4: In nlm(fn, c(3, 10, -100)) : NA/Inf replaced by maximum positive value
> out
$minimum
[1] 177971.7
$estimate
[1] -16.216684  79.425328  -7.946746
$gradient
[1] -3.8435748  0.1702594 11.1723947
$code
[1] 4
$iterations
[1] 100
> a<--16.216684
> b<- 79.425328
> c<--7.946746
> pxx <- (1-exp(-exp(-(x+1-b)/c)))*(exp(-exp(-a/c)))/(1-exp(-exp(-(x-b)/c)))
> qxx <- 1 - pxx
> dxx <- lx*qxx
> chi <- (((dx-dxx)^2)/dxx)
> chi
 [1] 0.2027237082 0.0779202558 0.5304683367 0.3581978104 0.0903508077
0.3052855215 0.0009584283 0.3480355648 0.0978602406 0.0246922404
0.2099899233 0.1586896166
> sum(chi)
[1] 2.405172
```

ฉ7 Source Code สำหรับทฤษฎีค่าสุดขีดสำหรับเพศชาย ช่วงอายุ 70 - 88

```
> x<- c(70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88)
> fn <- function(p) -sum(dx*log(1-(1+(p[2]*(x+1-70))/p[1])^(-1/p[2])-(1-(1+(p[2]*(x-
70))/p[1])^(-1/p[2]))))-(lxu)*log(1-(1-(1+(p[2]*(19))/p[1])^(-1/p[2])))
```

```
> dx<-
c(2039.1,2140.896,2259.729,2332.128,2439.892,2552.407,2667.348,2679.484,2779.715
,2762.095,2814.441,2858.303,2787.696,2685.928,2667.87,2580.086,2413.206,2222.695
,2019.861)
> lxu<-13029.5744906576
> out <- nlm(fn,c(10,10))
There were 29 warnings (use warnings() to see them)
> out
$minimum
[1] 172033.6
$estimate
[1] 24.228241 -1.002733
$gradient
[1] 0.0007495712 0.0127127289
$code
[1] 1
$iterations
[1] 16
> a<-24.228241
> b<--1.002733
> x<-70:100
> qxx <- (1-(1+(b*(x+1-70))/a)^(-1/b)-( 1-(1+(b*(x-70))/a)^(-1/b)))/((1+(b*(x-70))/a)^(-
1/b))
> qxx
 [1] 0.04127651
 [2] 0.04305868
 [3] 0.04500169
 [4] 0.04712834
 [5] 0.04946597
 [6] 0.05204759
 [7] 0.05491352
```

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
 [8] 0.05811346
 [9] 0.06170942
[10] 0.06577975
[11] 0.07042496
[12] 0.07577609
[13] 0.08200728
[14] 0.08935510
[15] 0.09814924
[16] 0.10886336
[17] 0.12220327
[18] 0.13926907
[19] 0.16187516
[20] 0.19324233
[21] 0.23968803
[22] 0.31552615
[23] 0.46158043
[24] 0.85968179
[25]        NaN
[26]        NaN
[27]        NaN
[28]        NaN
[29]        NaN
[30]        NaN
[31]        NaN
```

ฉ8 Source Code สำหรับทฤษฎีค่าสุดขีดสำหรับเพศหญิง ช่วงอายุ 70 – 93

```
> x<- c(70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93)
> fn <- function(p) -sum(dx*log(1-(1+(p[2]*(x+1-70))/p[1])^(-1/p[2])-(1-(1+(p[2]*(x-
70))/p[1])^(-1/p[2]))))-(lxu)*log(1-(1-(1+(p[2]*(24))/p[1])^(-1/p[2])))
> dx<-
c(1750.834,1880.784,2033.93,2163.04,2278.638,2415.315,2590.431,2743.543,2882.067
```

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```
,3043.246,3180.385,3333.807,3427.044,3503.849,3620.414,3542.347,3406.179,3305.20
2,3193.857,2901.352,2782.734,2531.932,2300.723,2010.186)
> lxu<-8958.008424
> out <- nlm(fn,c(10,10))
There were 35 warnings (use warnings() to see them)
> out
$minimum
[1] 239862.7
$estimate
[1] 28.307779 -1.055052
$gradient
[1] 0.0001902024 0.0045239734
$code
[1] 1
$iterations
[1] 21
> a<- 28.307779
> b<--1.055052
> x<-70:100
> qxx <- (1-(1+(b*(x+1-70))/a)^(-1/b)-( 1-(1+(b*(x-70))/a)^(-1/b)))/((1+(b*(x-70))/a)^(-
1/b))
> qxx
 [1] 0.03536079
 [2] 0.03673115
 [3] 0.03821201
 [4] 0.03981730
 [5] 0.04156337
 [6] 0.04346962
 [7] 0.04555912
 [8] 0.04785965
 [9] 0.05040488
```

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

[10] 0.05323603

[11] 0.05640417

[12] 0.05997326

[13] 0.06402456

[14] 0.06866290

[15] 0.07402582

[16] 0.08029752

[17] 0.08773041

[18] 0.09667991

[19] 0.10766298

[20] 0.12146175

[21] 0.13931846

[22] 0.16333246

[23] 0.19735388

[24] 0.24929192

[25] 0.33839416

[26] 0.52714020

[27] NaN

[28] NaN

[29] NaN

[30] NaN

[31] NaN

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายสยุมภู สายชลพิทักษ์ เกิดเมื่อวันที่ 20 ธันวาคม 2528 ที่ชลบุรี สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนอัสสัมชัญศรีราชา เมื่อปีการศึกษา 2543 สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ เมื่อปีการศึกษา 2546 สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยา ศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2550 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตร วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2551

การติดต่อ EMAIL: yhumwitt@hotmail.com

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย