ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรป

นายไพรวุฒิ อชินีทองคำ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2553

THE PREDICTION ERROR OF BORNHUETTER-FERGUSON

USING BOOTSTRAPPING METHOD

Mr. Priwut Achineetongkhom

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Insurance

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2010

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรป
โดย	นายไพรวุฒิ อชินีทองคำ
สาขาวิชา	การประกันภัย
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.สุวาณี สุรเสียงสังข์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(รองศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ ตันละมัย)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ วัลภา ประกอบผล)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวาณี สุรเสียงสังข์)

....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง)

....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.ปิยวดี โชวิฑูรกิจ)

ไพรวุฒิ อชินีทองคำ : ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรป. (THE PREDICTION ERROR OF BORNHUETTER-FERGUSON USING BOOTSTRAPPING METHOD) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รองศาสตราจารย์ ดร.สุวาณี สุรเสียงสังข์, 81 หน้า.

การประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) เป็นวิธีที่ใช้กันมากในการหาค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนของการประกันภัย ในการประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนนั้นมีความจำเป็นต้องทราบความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ด้วย เพื่อใช้ในการพิจารณาว่าค่าประมาณนั้นมีความถูกต้องเพียงใด

วิทยานิพนธ์นี้ได้เสนอวิธีการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) พร้อมทั้งได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลที่ได้กับค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ ในการศึกษานี้ได้ใช้ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนในรอบปีอุบัติเหตุ พ.ศ. 2548-2552 จำแนกตามประเภทของผลิตภัณฑ์ประกันภัยที่จำหน่ายจากบริษัทประกันวินาศภัยแห่งหนึ่งในประเทศไทย ผลการศึกษาพบว่าข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกันจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ที่ใช้เทคนิคบูตสแตรป มีค่าต่ำกว่าค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต ไพรวุฒิ อชินีทองคำ

สาขาวิชา การประกันภัย ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ปีการศึกษา 2553

5181883626 : MAJOR INSURANCE
KEYWORDS : PREDICTION ERROR / CHAIN-LADDER METHOD / BORNHUETTER-FERGUSON METHOD / BOOTSTRAPPING METHOD / STOCHASTIC CLAIMS RESERVING

PRIWUT ACHINEETONGKHOM : THE PREDICTION ERROR OF BORNHUETTER-FERGUSON USING BOOTSTRAPPING METHOD. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. SUWANEE SURASIENGSUNK, PhD. , 81 pp.

The Chain-Ladder and the Bornhuetter-Ferguson reserve estimation methods are widely used in the general insurance reserving process. For estimate claims reserves is necessary to know the prediction error in order to know how is accurate the result estimates.

This thesis is proposed the method for estimating the prediction error of the Bornhuetter-Ferguson reserve estimation method by using bootstrap technique. Also compares the results with the estimated prediction error of the Chain-Ladder reserve estimation method. This study use refers to claims data for the accident year 2005-2009 was classified by type of insurance product which was sold by non-life insurance company in Thailand. The results showed that paid claims data is not in the same direction. The prediction error of the Bornhuetter-Ferguson reserve estimation method by using bootstrap technique are lower than those by using the chain ladder reserve estimation method.

Department : Statistics Student's Signature : Priwut Achineetongkhom
Field of Study : Insurance Advisor's Signature : Suwanee S
Academic Year : 2010

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวาณี สุรเสียงสังข์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาช่วยเหลือ แนะนำให้ข้อคิดเห็น ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ แก่ผู้วิจัยเป็นอย่างดีมาโดยตลอดการทำวิทยานิพนธ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ วัลภา ประกอบผล รองศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง และ อาจารย์ ดร.ปิยวดี โขวิฑูรกิจ ที่ได้กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และกรุณาให้ข้อเสนอแนะต่างๆที่มีคุณค่า และขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ธีระพล เมฆอธิคม รวมถึงคุณครู-อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธ์ประสาทความรู้ที่เป็นประโยชน์ให้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่การศึกษาขั้นต้นจนถึงปัจจุบัน

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้เกี่ยวข้องทุกๆท่าน ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลเพื่อทำการวิจัยให้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ รวมทั้งสมาชิกทุกคนในครอบครัว ที่สนับสนุนและให้กำลังใจในการศึกษาของผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ที่ให้กำลังใจและความช่วยเหลือเป็นอย่างดีจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

ตารางที่ หน้า

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

บทที่1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากธุรกิจประกันภัยเป็นธุรกิจซึ่งให้ความคุ้มครองสำหรับภัยหรือเหตุการณ์ซึ่งอาจเกิดขึ้นในอนาคต ดังนั้นต้นทุนของการรับประกันภัยและการดำเนินงานจึงยังไม่สามารถทราบได้ทันทีเมื่อเริ่มรับประกันภัย การประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนจะทำให้บริษัทรับรู้ถึงภาระผูกผันอันเนื่องมาจากสัญญาประกันภัย และยังช่วยให้บริษัทประกันภัยเข้าใจถึงสถานการณ์การจ่ายค่าสินไหมทดแทนและผลกระทบต่องบการเงินและผลกำไรจากการรับประกันภัย และยังช่วยสะท้อนให้เห็นว่าการกำหนดอัตราเบี้ยประกันภัยมีความเหมาะสมมากน้อยเพียงใด ซึ่งในส่วนการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนนั้นถือได้ว่าเป็นภารกิจหนึ่งที่สำคัญของนักคณิตศาสตร์ประกันภัยในการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนนั้นจำเป็นต้องอาศัยความรู้ในด้านคณิตศาสตร์และสถิติ ตลอดจนข้อมูลที่น่าเชื่อถือได้เพื่อให้จำนวนเงินสำรองที่คำนวณได้นั้นอยู่ในระดับที่เหมาะสมและเพียงพอที่จะรองรับกับการจ่ายค่าสินไหมทดแทนที่จะเกิดให้กับลูกค้าหรือผู้เอาประกันภัยเมื่อเกิดเหตุการณ์ขึ้น

วิธีที่ใช้ในการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันวินาศภัยนั้นมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี ซึ่งวิธีการที่นิยมใช้กันมากในบริษัทประกันภัยก็คือวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) โดยเรื่องที่สำคัญมากของทุกวิธีที่ใช้ในการประมาณนั้น คือต้องการหาจำนวนเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนที่เพียงพอต่อค่าสินไหมที่จะต้องชดใช้ให้กับผู้เอาประกันภัย ซึ่งตัวแบบหรือวิธีที่นำมาใช้ในการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนนั้น ย่อมจะมีความคลาดเคลื่อนตามมาด้วย การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) จึงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่จะช่วยทำให้การประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนมีค่าใกล้เคียงกับค่าสินไหมที่คาดว่าจะต้องชดใช้ให้กับผู้เอาประกันภัยเมื่อเกิดกรณีการเรียกร้องขึ้นมา โดยที่ผ่านมาในบทความของ Mack (1993) ได้นำเสนอสูตรที่ไม่ได้ระบุการแจกแจง (distribution-free) สำหรับค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (standard error) ของการประมาณเงินสำรองด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และในบทความของ Mack (2008) ได้พิจารณาถึงสูตรการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) สำหรับวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ที่ได้มาจากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error) ต่อมา England

และ Verrall (1999) ได้เริ่มนำเทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) สำหรับวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) มาใช้เพื่อการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยเช่นกัน

โดยงานวิจัยนี้ต้องการที่จะศึกษาการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) โดยการใช้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error) ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของทั้งสองวิธีดังได้กล่าวแล้ว และการใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ซึ่งในงานวิจัยนี้สนใจที่จะใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) เพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) เพื่อนำผลที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้ไปเปรียบเทียบกับวิธีทั้ง 3 วิธีคือ

1. การหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ด้วยค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error)

2. การหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ด้วยวิธีบูตสแตรป (Bootstrap Method)

3. การหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ด้วยค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อหาวิธีการประมาณความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) โดยใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique)

2. เพื่อเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error) และที่ใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) ของวิธีการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ได้จากบริษัทแห่งหนึ่งในประเทศไทย โดยมีข้อมูลค่าสินไหมทดแทนของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง การประกันภัยเบ็ดเตล็ด และการประกันสุขภาพ ของปีอุบัติเหตุที่พ.ศ. 2548 ถึง ปีอุบัติเหตุที่พ.ศ. 2552

2. งานวิจัยนี้ใช้เทคนิคบูตสแตรป แบบนอนพาราเมตริก (Nonparametric bootstrap technique)

3. จำนวนการทำซ้ำในกระบวนการบูตสแตรป คือ 1,000 รอบ

4. ระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบูตสแตรปมีค่า 0.05

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. สมมติให้ลักษณะของข้อมูลตัวอย่างที่นำมาศึกษานั้นสอดคล้องกับข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติก ของทั้งสองวิธีการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนที่ได้นำมาศึกษา

2. กำหนดให้ค่าเศษเหลือ (Residuals) มีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน (Independently and Identically Distributed : iid.)

1.5 ข้อจำกัดของการวิจัย

1. สูตรที่นำมาใช้คำนวณค่าเศษเหลือ (Residuals) คือ ค่าคลาดเคลื่อนของตัวเศษเหลือของเพียรสัน (Unstandardized Pearson Residuals) หาได้จาก

$$r_{ij}^{p} = \frac{y_{ij} - \hat{m}_{ij}}{\sqrt{\hat{m}_{ij}}}$$

โดยค่าเศษเหลือที่ปรับค่าแล้ว (Adjusted Residuals) คือ $r_{ij}^{p*} = r_{ij}^{p}\sqrt{\frac{n}{n-q}}$

ที่ค่าองศาความเป็นอิสระของการปรับค่า คือ $\sqrt{\frac{n}{n-q}}$

โดยที่

ค่า y_{ij} คือ ค่าที่เพิ่มขึ้นของค่าสินไหมทดแทนของปีอุบัติเหตุที่ i กับปีพัฒนาการที่ j

ค่า $\hat{m}_{ij}$ คือ ค่าประมาณที่เหมาะสมสำหรับการเพิ่มขึ้นของค่าสินไหมทดแทนที่ปีอุบัติเหตุที่ i กับปีพัฒนาการที่ j

ค่า n คือ จำนวนของค่าสังเกตในตารางค่าสินไหมทดแทนรูปสามเหลี่ยม

ค่า q คือ จำนวนของค่าพารามิเตอร์ที่ได้ประมาณ หรือหาค่าได้จาก 2(จำนวนปีอุบัติเหตุ)-1

2. ใช้โปรแกรม R ในการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์โดยวิธีบูตสแตรป

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. ค่าสินไหมทดแทน (Claims) หมายถึง จำนวนเงินที่ผู้รับประกันภัยตกลงจ่ายให้แก่ผู้รับประโยชน์เมื่อมีภัยหรือความเสียหายเกิดขึ้น ตามที่ระบุไว้ในกรมธรรม์ประกันภัย

2. เงินสำรอง (Reserve) หมายถึง จำนวนเงินซึ่งตั้งสำรองไว้เพื่อชดใช้ค่าความเสียหายที่อาจเกิดขึ้นได้ในอนาคต

3. ปีอุบัติเหตุ (Accident year) หมายถึง ปีที่เกิดความสูญเสียขึ้น

4. ปีพัฒนาการ (Development year) หมายถึง ปีที่ค่าสินไหมเกิดขึ้นหรือปีที่จ่ายค่าสินไหมทดแทน

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้วิธีการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) โดยการใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique)

2. ผลจากการศึกษาที่ได้ สามารถนำไปประยุกต์ต่อในธุรกิจประกันภัย คือ การประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนจะทำให้บริษัทรับรู้ถึงภาระผูกผันอันเนื่องมาจากสัญญาประกันภัย และช่วยให้บริษัทประกันภัยเข้าใจถึงสถานการณ์การจ่ายค่าสินไหมทดแทนและผลกระทบต่องบการเงินและผลกำไรจากลงทุน

3. ผลจากการศึกษาที่ได้ สามารถนำค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนมาประกอบการพิจารณาในการคำนวณเงินกองทุนตามระดับความเสี่ยง เพื่อช่วยลดความเสี่ยงทางด้านเทคนิค

4. งานวิจัยนี้ ได้แสดงวิธีการและขั้นตอนการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ประกันภัย โดยการใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) ซึ่งจะเป็นแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้กับวิธีการทางคณิตศาสตร์ประกันภัยวิธีอื่นสำหรับผู้ที่ต้องการนำวิธีการนี้ไปเป็นแนวทางในการปฏิบัติ

1.8 วิธีการดำเนินการวิจัยโดยย่อ

1. ศึกษาวิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมโดยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)

2. ศึกษาวิธีการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error) และวิธีบูตสแตรป (bootstrap method) ของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

3. ศึกษาวิธีการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน

4. ทำการประมาณค่าเงินสำรองโดยวิธีบันไดลูกโซ่ และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง และวิธีบูตสแตรป

5. ทำการประมาณค่าเงินสำรองโดยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง

6. ทำการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรป

7. เปรียบเทียบผลของค่าคลาดเคลื่อนพยากรณ์ ที่คำนวณได้จาก ข้อ 4 ข้อ 5 และข้อ 6

8. เขียนรายงานและสรุปผลงานวิจัย

บทที่2

ตัวแบบและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงตัวแบบและทฤษฎีต่างๆ รวมถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยและรายละเอียดของวิธีการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) นอกจากนี้จะอธิบายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของวิธีการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของวิธีทั้งสอง ซึ่งมีรายละเอียดต่างๆ ดังนี้

2.1 ตัวแบบและทฤษฎี

2.1.1 วิธีการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับธุรกิจประกันวินาศภัยโดยการกำหนดโดยใช้ประสบการณ์ในอดีต (Run – off Method)

การประมาณการเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนต้องมีการจัดรูปแบบข้อมูลเพื่ออำนวยความสะดวกต่อการประมาณการเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน โดยต้องแสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของค่าสินไหมอย่างชัดเจน ซึ่งวิธีการจัดรูปแบบข้อมูลที่นิยมวิธีหนึ่งก็คือการจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตารางการพัฒนาการของค่าสินไหมทดแทนรูปสามเหลี่ยม (Loss Development Triangle) โดยในแต่ละแถวของตารางข้อมูลจะแสดงถึงปีที่เกิดอุบัติเหตุหรือปีที่เกิดความเสียหาย (accident year) นอกจากนี้ข้อมูลที่ปรากฏในแต่ละคอลัมน์ของตารางดังกล่าวจะช่วยในการติดตามความเปลี่ยนแปลงของค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นในแต่ละปีอุบัติเหตุซึ่งอาจแสดงเป็นรายปี รายไตรมาสหรือรายเดือน โดยทั่วไปแล้วในแต่ละคอลัมน์จะแสดงเป็นช่วงปีหรือช่วงไตรมาส (สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริม การประกอบธุรกิจประกันภัย และ สำนักงานอัตราเบี้ยประกันวินาศภัย , 2551)

ในการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้ประสบการณ์ในอดีตเป็นตัวรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจ่ายค่าสินไหมทดแทน และค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นในอดีต วิธีนี้จำเป็นต้องใช้เทคนิคหลากหลายเทคนิคในการประมาณค่าสินไหมทดแทนที่จะเกิดขึ้นในอนาคตจากข้อมูลปัจจุบันและข้อมูลในอดีตที่ถูกต้อง เพื่อมั่นใจว่าผลจากการประมาณการในอนาคต หรือเป็นที่แน่ชัดว่าค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นในอนาคตมีความแตกต่างจากค่าสินไหมที่เกิดขึ้นในอดีตด้วยเหตุผลบางประการ ซึ่งผู้รับประกันภัยต้องปรับเปลี่ยนสมมติฐานในการประมาณค่าสินไหม

ทดแทนให้เหมาะสม โดยต้องคำนึงถึงปัจจัยต่างๆ อาทิ อัตราเงินเฟ้อ การเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนคืนจากคู่กรณีหรือจากมูลค่าซากของทรัพย์สินที่เสียหาย

2.1.2 วิธีบูตสแตรป (Bootstrapping method)

วิธีบูตสแตรปเป็นวิธีการประมาณค่าโดยใช้การสุ่มตัวอย่างซ้ำ แต่วิธีการสุ่มตัวอย่างซ้ำจะใช้การสร้างตัวอย่างชุดใหม่จากตัวอย่างสุ่มที่มีเพียงชุดเดียวโดยการสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่ (resampling with replacement) วิธีการนี้ถูกเสนอโดย Efron (1979)

Efron (1979) เสนอให้ใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบคืนที่ขนาด n จากตัวอย่างสุ่มชุดเดียวที่มีเพื่อสร้างชุดตัวอย่างขนาด n ที่เป็นไปได้ นั่นคือแทนที่จะสุ่มตัวอย่างซ้ำๆจากประชากรที่มีการแจกแจงเอฟ (F Distribution) แต่จะใช้การสุ่มตัวอย่างจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง (Empirical distribution function : F_n) ของข้อมูลตัวอย่างโดยมีวิธีการดำเนินการดังนี้

กำหนดให้ θ เป็นค่าจริงของพารามิเตอร์

$\hat{\theta}_B$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีบูตสแตรป

สุ่มตัวอย่างมา n ตัว คือ $x_1, x_2, ..., x_n$ ที่เป็นอิสระกันมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่างๆ ให้ θ เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณในประชากรดังกล่าวนี้ และให้ $\hat{\theta}_B$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีบูตสแตรป ที่คำนวณจากข้อมูลตัวอย่างขนาด n จากนั้นสร้างฟังก์ชันการแจกแจง โดยให้ความน่าจะเป็นของ x_i , $i = 1, 2, ..., n$ เป็น $1/n$ ซึ่งเรียกฟังก์ชันการแจกแจงแบบนี้ว่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง (Empirical distribution function)

การสุ่มตัวอย่างจะทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าจำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง $x_1, x_2, ..., x_n$ โดยค่าที่ได้จะคืนกลับไปในชุดตัวอย่างก่อนที่จะมีการสุ่มตัวอย่างครั้งต่อไป ให้ $x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$ เป็นชุดของตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มได้ ซึ่งจะเรียกชุดของตัวอย่างดังกล่าวนี้ว่าตัวอย่างบูตสแตรป (bootstrap sample) ซึ่งการหาค่าประมาณด้วยวิธีบูตสแตรป จะเริ่มจาก

ครั้งที่ 1 ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า แบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง จะได้ $x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\theta}_1^*$

ครั้งที่ 2 ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า แบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง จะได้ $x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\theta}_2^*$

•
•
•

ครั้งที่ B ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่าแบบคืนที่จำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง จะได้ $x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$ แล้วคำนวณค่าประมาณของ θ จะได้ค่าประมาณ คือ $\hat{\theta}_B^*$

ด้วยการทำซ้ำ ดังที่กล่าวมาแล้วจำนวน B ครั้ง จะได้ค่าประมาณของ θ จำนวน B ตัวคือ $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^* ..., \hat{\theta}_B^*$ นำมาสร้างฮิสโตแกรม (histogram) โดยกำหนดให้แต่ละตัวมีความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{1}{B}$ จะได้การแจกแจงของตัวสถิติตัวอย่างบูตสแตรป (bootstrap sampling distribution)

ให้ $\hat{\theta}_B$ เป็นตัวประมาณของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีบูตสแตรป ซึ่งการหาค่าประมาณแบบจุดจะถูกกำหนดโดย

$$\hat{\theta}_B = \frac{\sum_{t=1}^{B} \hat{\theta}_t^*}{B}$$

การหาค่าประมาณแบบช่วงของพารามิเตอร์ θ ด้วยวิธีบูตสแตรปที่ระดับนัยสำคัญ α จะได้ว่า

$$P\left(\hat{\theta}_{BL} < \theta < \hat{\theta}_{BU}\right) = 1 - \alpha$$

ซึ่งหาจากการแจกแจงตัวสถิติตัวอย่างบูตสแตรป $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^* ..., \hat{\theta}_B^*$ ที่ได้ นำมาจัดเรียงจากค่าน้อยไปหามาก จากนั้นคำนวณหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(\alpha/2\right)$ กำหนดให้เป็น $\hat{\theta}_{BL}$ และหาค่าที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $100\left(1-\alpha/2\right)$ กำหนดให้เป็น $\hat{\theta}_{BU}$ ดังนั้นจะได้ช่วงความเชื่อมั่นด้วย วิธีบูตสแตรป คือ $\left[\hat{\theta}_{BL}, \hat{\theta}_{BU}\right]$

2.1.3 วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

2.1.3.1 วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

วิธีบันไดลูกโซ่ เป็นวิธีที่นักคณิตศาสตร์ประกันภัยนิยมใช้ในการประมาณการค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (ultimate loss) เพื่อนำไปสู่การคำนวณอัตราเบี้ยประกันภัยและเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน ซึ่งหลักการของวิธีนี้คือการประมาณความรับผิดชอบรวมของแต่ละปี โดยเริ่มด้วยการเปรียบเทียบสัดส่วนโดยตรงระหว่างเงินจ่ายในปีที่ผ่านมากับเงินจ่ายปีต่อไปที่ได้เกิดขึ้นแล้ว โดยการนำสัดส่วนมาเป็นตัวคูณเพื่อหาความรับผิดชอบรวม จากนั้นจึงคำนวณหาค่าสินไหมทดแทนคงค้างหรือเงินสำรอง โดยการนำค่าสินไหมทดแทนที่ได้จ่ายไปแล้วทั้งหมดสำหรับปีเริ่มนั้นหักออกจากความรับผิดด้วย จะได้เป็นค่าสินไหมทดแทนคงค้างสำหรับปีนั้น (มานพ วราภักดิ์, 2550)

จากข้อมูลค่าสินไหมทดแทนของการประกันภัยชนิดหนึ่ง แสดงจำนวนเงินจ่ายเป็นมูลค่าสะสมจากปีที่เกิดภัยปีที่ i ถึงปีที่ k แทนด้วย $C_{i,k}$ โดยเงินสำรองสำหรับปีที่ i (x_i) คือความรับผิด

รวมทั้งหมดสำหรับปีเริ่ม i เมื่อเริ่มจ่ายค่าสินไหมทดแทนแล้วถึงปีที่ k $\left(l_{i,k}\right)$ ลบด้วยค่าสินไหมทดแทนรวมจ่ายตั้งแต่ปีที่ i ถึงปีที่ k ได้ว่า

$$x_i = l_{i,k} - C_{i,k}$$

2.1.3.2 ตัวแบบสโตแคสติก (Stochastic Model) (Mack , 1993)

ให้ C_{ik} เป็นมูลค่าสะสมจ่ายจากปีอุบัติเหตุที่ i ถึงปี k โดยที่ $1 \le i \le I$ และ $1 \le k \le I$ ดังนั้น เงินสำรองค่าสินไหมทดแทนปีที่ i คือ $R_i = C_{iI} - C_{i,I+1-i}$, $i = 2,\dots,I$

ข้อสมมติเบื้องต้นของตัวแบบบันไดลูกโซ่

(1) $E\left(C_{i,k+1} \mid C_{i1},\dots,C_{ik}\right) = C_{ik}\, f_k$, $1 \le i \le I$, $1 \le k \le I-1$

ซึ่งวิธีบันไดลูกโซ่ ต้องนำค่า f_k มาประมาณโดย

$$\hat{f}_k = \sum_{j=1}^{I-k} C_{j,k+1} \Big/ \sum_{J=1}^{I-k} C_{jk} \quad , 1 \le k \le I-1$$

ประกอบกับค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (ultimate claim) มีค่าเท่ากับ C_{iI} โดย

$$\hat{C}_{iI} = C_{i,I+1-i} \cdot \hat{f}_{I+1-i} \cdot \ldots \cdot \hat{f}_{I-1}$$

หรือหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน (R_i) โดย

$$\hat{R}_i = C_{i,I+1-i}\left(\hat{f}_{I+1-i} \cdot \ldots \cdot \hat{f}_{I-1} - 1\right)$$

(2) เวกเตอร์ $\left\{C_{i1},\dots,C_{iI}\right\}$ และเวกเตอร์ $\left\{C_{j1},\dots,C_{jI}\right\}$ เป็นอิสระกันระหว่างปีอุบัติเหตุที่ต่างกัน $i \neq j$

(3) $Var\left(C_{i,k+1} \mid C_{i1},\dots,C_{ik}\right) = C_{ik}\sigma_k^2$, $1 \le i \le I$, $1 \le k \le I-1$

จากพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า σ_k^2 , $1 \le k \le I-1$ นั้นคือข้อสมมติเกี่ยวกับความแปรปรวนที่มีความหมายภายใต้วิธีนี้ ค่าประมาณของ σ_k^2 สามารถหาได้โดย

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{I-k-1}\sum_{i=1}^{I-k} C_{ik}\left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{ik}} - \hat{f}_k\right)^2 ,1 \le k \le I-2$$

$$\hat{\sigma}_{I-1}^2 = min\left(\hat{\sigma}_{I-2}^4 / \hat{\sigma}_{I-3}^2\ , min\left(\hat{\sigma}_{I-3}^2 / \hat{\sigma}_{I-2}^2\right)\right)$$

2.1.4 วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน(Bornhuetter-Ferguson Method)

2.1.4.1 วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (The Bornhuetter-Ferguson Method)

ในหลายๆกรณี การใช้วิธีการประมาณเงินสำรองโดยใช้ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายหรือค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น อาจไม่สามารถให้ผลลัพธ์ที่น่าเชื่อถือได้ เช่น กรณีที่การรับประกันภัยประเภทใหม่ๆ ซึ่งมีข้อมูลในอดีตน้อย หรือการประกันภัยที่มักมีรูปแบบความเสียหายผันผวนอันเนื่องมาจากความเสียหายขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นเป็นครั้งคราว นอกจากนี้ ยังรวมถึงการประกันภัยประเภทที่การรายงานความเสียหายใช้ระยะเวลายาวนาน (10ปี หรือมากกว่านั้น) และมีการรายงานข้อมูลความเสียหายในช่วง 2-3 ปีแรกเพียงเล็กน้อย (สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริม การประกอบธุรกิจประกันภัย และ สำนักงานอัตราเบี้ยประกันวินาศภัย , 2551)

ให้ C_{ik} เป็นมูลค่าสะสมจ่ายจากปีอุบัติเหตุที่ i ถึงปีที่ k โดยที่ $1 \le i\ , k \le n$ และกำหนดให้ v_i เป็นเบี้ยประกันภัยปีที่ i และให้การเพิ่มขึ้นของมูลค่าสะสมจ่ายจากปีอุบัติเหตุที่ i ถึงปีที่ k $\left(S_{i,k}\right)$ คือ $S_{i,k} = C_{i,k} - C_{i,k-1}$ และให้ U_i เป็นค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (ultimate claim) ที่ไม่ทราบค่าของปีอุบัติเหตุที่ i ดังนั้นเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนปีที่ i คือ $R_i = U_i - C_{i,n+1-i}$ ซึ่งสุดท้ายแล้ว $S_{i,n+1} = U_i - C_{i,n}$ เป็นค่าสินไหมที่เพิ่มขึ้นหลังจากปีพัฒนาการที่ n

การประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีดังกล่าวนี้ หลีกเลี่ยงการพึ่งพาจากค่าสินไหมทดแทนรวมในปัจจุบัน $\left(C_{i,n+1-i}\right)$ นั้นคือ

$$\hat{R}_i^{BF} = \hat{U}_i \cdot \left(1 - \hat{z}_{n+1-i}\right) \qquad \text{เมื่อ } \hat{U}_i = v_i \hat{q}_i$$

เพื่อเป็นการประยุกต์วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) นักคณิตศาสตร์ประกันภัยทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ q_i และ z_k สำหรับทุกค่า i และ k โดยค่า q_i คืออัตราส่วนของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (ultimate claim) และค่า z_k คือร้อยละของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (ultimate claim) บ่อยครั้งที่ค่า z_k ได้จากอัตราส่วนที่ต่อเนื่องกันของบันไดลูกโซ่ ซึ่งก็คือ $\hat{f}_2, ..., \hat{f}_n$ พร้อมกับการเลือกปัจจัยพัฒนาการในท้ายระยะเวลา (tail factor : $\hat{f}_\infty$) สิ่งที่ตามมาก็คือ

$$\hat{z}_n = \hat{f}_\infty^{-1}, \hat{z}_{n-1} = \left(\hat{f}_n \hat{f}_\infty\right)^{-1}, ..., \hat{z}_1 = \left(\hat{f}_2 ... \hat{f}_n \hat{f}_\infty\right)^{-1}$$

2.1.4.2 ตัวแบบสโตแคสติก (Stochastic Model) (Mack , 2008)

จากสูตรการคำนวณเงินสำรองของบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน เป็นที่ชัดเจนว่าเป็นรูปแบบที่เหมาะสมสำหรับวิธีนี้โดยมีการจัดประเภทแบบไขว้ (Cross-classified of the type)

$$E\left(C_{ik}\right)=x_i z_k \text{ หรือเท่ากันกับ } E\left(S_{i,k}\right)=x_i y_k \;\; 1\le i\le n \;\text{ และ }\; 1\le k\le n+1$$

เนื่องจากค่า x_i และ y_k มีลักษณะเฉพาะต่อปัจจัยคงที่ ด้วยเหตุนี้ส่วนใหญ่จึงไม่เกิดข้อผิดพลาด โดยการกำหนดให้ $y_1+\ldots+y_n+y_{n+1}=1$ ส่งผลให้ $E\left(U_i\right) = E\left(S_{i,1}+\ldots+S_{i,n+1}\right)$ และ $E\left(U_i\right)= E\left(x_i y_1+\ldots+x_i y_{n+1}\right)=x_i$ ด้วย และแสดงให้เห็นว่า x_i สามารถพิจารณาไปถึงการหาค่าทั้งหมดสำหรับปีอุบัติเหตุที่ i จึงสันนิษฐานได้อีกว่าสิ่งที่เพิ่มเข้าไปใน $Var\left(U_i\right)$ นั้นเป็นสัดส่วนของ x_i หรือ $Var\left(U_i/x_i\right)$ เป็นสัดส่วนของ $1/x_i$ นี่เป็นข้อสมมติที่เป็นปกติสำหรับสิ่งที่ส่งผลถึงค่าความแปรปรวน

นอกจากนี้ คุณสมบัติที่สำคัญของบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน คือ ความเป็นอิสระกันระหว่างค่าสินไหมทดแทนในอดีตและอนาคต จึงแนะนำให้สมมติว่าการเพิ่มขึ้นทั้งหมดของ $S_{i,k}$ โดยให้ปีอุบัติเหตุเดียวกันเป็นอิสระต่อกัน

ด้วยเหตุนี้ในการนำไปใช้ควรทำตามรูปแบบการเพิ่มขึ้นของ $S_{i,k}$, $1\le i\le n$, $1\le k\le n+1$ โดยมีข้อสมมติดังนี้

1. การเพิ่มขึ้นของ $S_{i,k}$ เป็นอิสระกัน
2. ไม่ทราบพารามิเตอร์ x_i, y_k เมื่อ $E\left(S_{i,k}\right)=x_i y_k$ และ $y_1+\ldots+y_{n+1}=1$
3. ไม่ทราบค่าคงที่ที่เหมาะสมของ s_k^2 เมื่อ $Var\left(S_{i,k}\right)=x_i s_k^2$

จากข้อสมมติทั้ง 3 นี้ได้ว่า $Var\left(U_i\right)=Var\left(S_{i,1}+\ldots+S_{i,n+1}\right)=x_i\left(s_i^2+\ldots+s_{n+1}^2\right)$ ซึ่ง $Var\left(U_i\right)$ เป็นสัดส่วนของ x_i อย่างที่ได้สันนิษฐานไว้ และ

$$\begin{aligned} E\left(R_i\right) &= E\left(S_{i,n+2-i}+\ldots+S_{i,n+1}\right)\\ &= x_i\left(y_{n+2-i}+\ldots+y_{n+1}\right)\\ &= x_i\left(1-z_{n+1-i}\right) \qquad \text{โดยที่ } z_k=y_1+\ldots+y_k \end{aligned}$$

จึงแสดงให้เห็นว่าค่าคาดหวังของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนมีรูปแบบคล้ายกันกับการประมาณเงินสำรองด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ซึ่งก็คือ

$$\hat{R}_i^{BF}=\hat{U}_i\cdot\left(1-\hat{z}_{n+1-i}\right)$$

และเมื่อการเพิ่มขึ้นทั้งหมดนี้เป็นอิสระ

$$\begin{aligned} Var\left(R_i\right) &= Var\left(S_{i,n+2-i} + \ldots + S_{i,n+1}\right) \\ &= Var\left(S_{i,n+2-i}\right) + \ldots + Var\left(S_{i,n+1}\right) \\ &= x_i\left(s_{n+2-i}^2 + \ldots + s_{n+1}^2\right) \end{aligned}$$

นอกจากนี้เมื่อทราบค่า $x_1, \ldots, x_n$ จะได้

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^{n+1-k} S_{i,k} \Big/ \sum_{i=1}^{n+1-k} x_i$$

ซึ่งเป็นตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำที่สุด (linear minimum variance unbiased estimate) ของ y_k , $1 \le k \le n$ และ

$$\hat{s}_k^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n+1-k} \left(S_{i,k} - x_i \hat{y}_k\right)^2 \Big/ x_i$$

ที่เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของ s_k^2 , $1 \le k \le n-1$

การจะประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนและหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง จะต้องมีการประมาณค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (prior ultimate claims) และประมาณพารามิเตอร์อื่นๆ ของตัวแบบบอร์นฮูตเทอร์เฟอร์กูซัน ซึ่งการประมาณค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (prior ultimate claims) มีขั้นตอนดังนี้

1. หาค่าการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนความเสียหาย (Incremental Loss Ratio : ILR) ที่ปีพัฒนาการที่ k คือ $ILR_k = \sum_{i=1}^{n+1-k} S_{i,k} \Big/ \sum_{i=1}^{n+1-k} v_i$ เมื่อ $S_{i,k}$ คือการเพิ่มขึ้นของมูลค่าสะสมจ่ายจากปีอุบัติเหตุที่ i ถึงปีที่ k และ v_i เป็นเบี้ยประกันภัยปีที่ i

2. หาค่าปัจจัยของระดับเบี้ยประกันภัย (on-level premium factor) สำหรับปีอุบัติเหตุที่ i คือ $r_i = C_{i,n+1-i} \Big/ \left(v_i \Big/ \sum_{k=1}^{n+1-i} ILR_k\right)$ เมื่อ $C_{i,n+1-i}$ เป็นมูลค่าสะสมจ่ายจากปีอุบัติเหตุที่ i ถึงปีที่ $n+1-i$

3. เลือกปัจจัยของระดับเบี้ยประกันภัย (on-level premium factor) สำหรับปีอุบัติเหตุที่ i คือ $r_i^* = \sqrt{r_i^{paid} * r_i^{incurred}}$ เมื่อ r_i^{paid} คือปัจจัยของระดับเบี้ยประกันภัยจากข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่าย และ $r_i^{incurred}$ คือปัจจัยของระดับเบี้ยประกันภัยจากข้อมูลค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น

4. หาค่าเฉลี่ยค่าการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนความเสียหาย (ILR) ที่ปีพัฒนาการที่ k คือ $ILR_k^{adj} = \sum_{i=1}^{n+1-k} S_{i,k} \Big/ \sum_{i=1}^{n+1-k} v_i\, r_i^*$

5. หาค่าเบื้องต้นของอัตราส่วนความเสียหายสมบูรณ์ (ultimate loss ratio : ULR) สำหรับปีอุบัติเหตุที่ i คือ $ULR_i = r_i^* * \sum_{k=1}^{n+1} ILR_k^{adj}$

6. ประมาณค่าเบื้องต้นของค่าสมบูรณ์ของความเสียหาย (ultimate losses : UL) สำหรับปีอุบัติเหตุที่ i คือ $UL_i = ULR_i * v_i$

เมื่อได้ค่าประมาณของค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (prior ultimate claims) แล้วจะทำการคำนวณหาค่าประมาณของค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าทั้งสองได้คือ

1. ค่า $\hat{y}_k$ ด้วยข้อจำกัด $\hat{y}_1 + ... + \hat{y}_n + \hat{y}_{n+1} = 1$

2. ค่า $\hat{s}_k^2$ คือ โดยค่า $\hat{s}_n^2$ หาได้จากการการประมาณค่าจาก $\hat{s}_1^2, ..., \hat{s}_{n-1}^2$ และค่า $\hat{s}_{n+1}^2$ หาได้จากการสร้างสมการถดถอยของค่า $\hat{s}_k^2$ กับค่า $|\hat{y}_k|$ ที่ตำแหน่ง $|\hat{y}_{n+1}|$

ที่สุดแล้วจะได้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์สำหรับการประมาณเงินสำรองด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ซึ่งจะมีทั้งในส่วนของการหาค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองในแต่ละปีอุบัติเหตุ $\left(mse.(\hat{R}_i^{BF})\right)$ และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองรวมทุกปีอุบัติเหตุ $\left(mse.(\hat{R}_i^{BF})\right)$ ซึ่งจะสามารถหาค่าได้

2.1.5 การหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์

ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการพยากรณ์นั้นสามารถหาค่าได้โดยการสร้างช่วงของการพยากรณ์ เงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเป็นกระบวนการพยากรณ์ที่ใช้ข้อมูลในปัจจุบัน เพื่อพยากรณ์ค่าสินไหมทดแทนในอนาคต การประมาณค่าย่อมขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นำมาใช้และรูปแบบของการแจกแจงที่ใช้พยากรณ์สำหรับค่าสังเกตในอนาคต โดยค่าคาดหวังของการแจกแจงของค่าสินไหมทดแทนในอนาคตเป็นค่าพยากรณ์ เมื่อจะพิจารณาถึงค่าที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ ควรพิจารณาที่ค่ารากที่สองค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของค่าพยากรณ์ (Root Mean Square Error of Prediction : RMSEP) (England และ Verrall , 2002)

เพื่ออธิบายค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองจึงพิจารณาตัวแปรสุ่ม Y และค่าพยากรณ์ $\hat{Y}$ โดยค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของค่าพยากรณ์ (Mean Square Error of Prediction : MSEP) เป็นส่วนต่างยกกำลังสองของค่าจริงและค่าพยากรณ์ $E\left[\left(Y-\hat{Y}\right)^2\right]$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E\left[\left(Y-\hat{Y}\right)^2\right]=E\left[\left(\left(Y-E[Y]\right)-\left(\hat{Y}-E[Y]\right)\right)^2\right]$$

เพื่อให้ได้ค่าประมาณของค่านี้ในค่าคาดหวังสุดท้ายต้องใช้ $\hat{Y}$ แทนที่ Y จะได้ว่า

$$E\left[\left(Y-\hat{Y}\right)^2\right]\approx E\left[\left(Y-E[Y]\right)^2\right]-2E\left[\left(Y-E[Y]\right)\right]\left(\hat{Y}-E\left[\hat{Y}\right]\right)+E\left[\left(\hat{Y}-E\left[\hat{Y}\right]\right)^2\right]$$

หากค่าสังเกตในอนาคตเป็นอิสระจากข้อมูลในอดีตจะได้ว่า

$$E\left[\left(Y-\hat{Y}\right)^2\right]\approx E\left[\left(Y-E[Y]\right)^2\right]+E\left[\left(\hat{Y}-E\left[\hat{Y}\right]\right)^2\right]$$

2.1.5.1 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

มีข้อกำหนดของตัวแบบสโตแคสติกสำหรับวิธีบันไดลูกโซ่ สำหรับสูตรที่นำมาใช้กับการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของแต่ละปีอุบัติเหตุรวมถึงจะได้ค่ารวมของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วย

ก่อนที่จะกล่าวถึงผลลัพธ์สำคัญทีต้องการ มีสิ่งที่สำคัญบางสิ่งที่ต้องสังเกต คือเมื่อมีการประมาณค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองเราจะไม่ใช้ค่าความคลาดเคลื่อนแบบมีเงื่อนไข แต่ที่เราจะสนใจในค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองแบบมีเงื่อนไขของการประมาณจำนวนเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนจ่ายรวม $\left(\hat{C}_{iI}\right)$ ที่ขึ้นอยู่กับลักษณะเฉพาะของค่าสังเกต (D) โดยจะใช้เพียงค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (average deviation) ระหว่าง $\hat{C}_{iI}$ และ C_{iI} เพราะว่าเป็นการสุ่มค่าในอนาคตเท่านั้น ดังนั้นค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองที่ต้องการนั้นสามารถอธิบายได้โดย $mse\left(\hat{C}_{iI}\right)=E\left(\left(\hat{C}_{iI}-C_{iI}\right)^2|D\right)$ เมื่อ $D=\left\{C_{ik}\,\middle|\,i+k\ \le\ I+1\right\}$ เป็นชุดของข้อมูลทั้งหมด

จะได้ว่า

$$mse\left(\hat{R}_i\right) = E\left(\left(\hat{R}_i - R_i\right)^2 \middle| D\right) = E\left(\left(\hat{C}_{iI} - C_{iI}\right)^2 \middle| D\right) = mse\left(\hat{C}_{iI}\right)$$

จากรูปแบบทั่วไปของ $E\left(X-a\right)^2 = Var\left(X\right) + \left(E\left(X\right) - a\right)^2$ จึงได้ว่า

$$mse\left(\hat{C}_{iI}\right) = Var\left(C_{iI} \middle| D\right) + \left(E\left(C_{iI} \middle| D\right) - \hat{C}_{iI}\right)^2$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองคือ ค่าความคลาดเคลื่อนของสโตแคสติก $\left[Var\left(C_{iI} \middle| D\right)\right]$ รวมกับ ค่าความคลาดเคลื่อนของค่าประมาณ $\left[\left(E\left(C_{iI} \middle| D\right) - \hat{C}_{iI}\right)^2\right]$

ภายใต้ข้อสมมติทั้งสามของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง สามารถประมาณได้โดย

$$\widehat{mse}\left(\hat{R}_i\right) = \hat{C}_{iI}^2 \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^{\,2}} \left(\frac{1}{\hat{C}_{ik}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}} \right)$$

เมื่อ $\hat{C}_{ik} = C_{i,I+1-i}\,\hat{f}_{I+1-i} \cdot \ldots \cdot \hat{f}_{k-1}$, $k > I+1-i$ เป็นค่าประมาณในอนาคตของ C_{ik} และ $\hat{C}_{i,I+1-i} = C_{i,I+1-i}$

พิสูจน์

พิสูจน์ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการประมาณเงินสำรองแต่ละปีอุบัติเหตุโดยนำตัวย่อต่อไปนี้มาใช้

$$E_i\left(X\right) = E\left(X \middle| C_{i,1}, \ldots, C_{i,I+1-i}\right)$$
$$Var_i\left(X\right) = Var\left(X \middle| C_{i,1}, \ldots, C_{i,I+1-i}\right)$$

เริ่มต้นจาก

$$mse\left(\hat{R}_{iI}\right) = Var\left(C_{iI} \middle| D\right) + \left(E\left(C_{iI} \middle| D\right) - \hat{C}_{iI}\right)^2$$

อาศัยข้อสมมติข้อที่1 และข้อที่3 ของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) จะได้ว่า $Var_i\left(C_{i,I+1-i}\right)=0$ โดยค่าของ $Var\left(C_{iI}\left|D\right.\right)$ ที่ได้คือ

$$
\begin{aligned}
Var\left(C_{iI}\left|D\right.\right) &= Var\left(C_{iI}\right) \\
&= E_i\left(Var\left(C_{iI}\left|C_{i,1},...,C_{i,I+1-i}\right.\right)\right)+Var_i\left(E\left(C_{iI}\left|C_{i,1},...,C_{i,I+1-i}\right.\right)\right) \\
&= E_i\left(C_{i,I-1}\sigma_{I-1}^2\right)+Var_i\left(C_{i,I-1}f_{I-1}\right) \\
&= E_i\left(C_{i,I-1}\right)\sigma_{I-1}^2+Var_i\left(C_{i,I-1}\right)f_{I-1}^2 \\
&= E_i\left(C_{i,I-2}\right)f_{I-2}\sigma_{I-1}^2+E_i\left(C_{i,I-2}\right)f_{I-1}^2\sigma_{I-2}^2+Var_i\left(C_{i,I-2}\right)f_{I-1}^2f_{I-2}^2 \\
&= \cdots \\
&= C_{i,I+1-i}\sum\nolimits_{k=I+1-i}^{I-1} f_{I+1-i}\cdots f_{k-1}\sigma_k^2 f_{k+1}^2\cdots f_{I-1}^2
\end{aligned}
$$

สำหรับ $\left(E\left(C_{iI}\left|D\right.\right)-\hat{C}_{iI}\right)^2$ หาได้จาก

$$
\left(E\left(C_{iI}\left|D\right.\right)-\hat{C}_{iI}\right)^2 = C_{i,I+1-i}^2\left(f_{I+1-i}\cdots f_{I-1}-\hat{f}_{I+1-i}\cdots\hat{f}_{I-1}\right)^2
$$

เนื่องจาก $\hat{C}_{iI}=C_{i,I+1-i}\hat{f}_{I+1-i}\cdots\hat{f}_{I-1}$ และ

$$
\begin{aligned}
E\left(C_{iI}\left|D\right.\right) &= E_i\left(C_{iI}\right) \\
&= E_i\left(E\left(C_{iI}\left|C_{i1},...,C_{i,I-1}\right.\right)\right) \\
&= E_i\left(C_{iI-1}f_{I-1}\right) \\
&= E_i\left(C_{iI-1}\right)f_{I-1} \\
&= \cdots \\
&= E_i\left(C_{i,I+1-i}\right)f_{I+1-i}\cdots f_{I-1}
\end{aligned}
$$

ต่อมาค่า $Var\left(C_{iI}\left|D\right.\right)$ และ $\left(E\left(C_{iI}\left|D\right.\right)-\hat{C}_{iI}\right)^2$ ที่หาได้นั้น ในเทอมของ $Var\left(C_{iI}\left|D\right.\right)$ สามารถแทนค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าได้คือ f_k และ σ_k^2 ด้วยค่าของ $\hat{f}_k$ และ $\hat{\sigma}_k^2$ ตามลำดับ และได้ค่าของ $C_{i,I+1-i}\sum_{k=I+1-i}^{I-1}\hat{f}_{I+1-i}\cdot...\cdot\hat{f}_{k-i}\cdot\hat{\sigma}_k^2\cdot\hat{f}_{k+1}^2\cdot...\cdot\hat{f}_{I-1}^2$ ดังนี้

$$
C_{i,I+1-i}\sum_{k=I+1-i}^{I-1}\hat{f}_{I+1-i}\cdot...\cdot\hat{f}_{k-i}\cdot\hat{\sigma}_k^2\cdot\hat{f}_{k+1}^2\cdot...\cdot\hat{f}_{I-1}^2
$$

$$
\begin{aligned}
&= C_{i,I+1-i}\left(\hat{\sigma}_{I+1-i}^{2}\hat{f}_{I+2-i}^{2}\cdots\hat{f}_{I-2}^{2}+\hat{f}_{I+1-i}\hat{\sigma}_{I+2-i}^{2}\hat{f}_{I+3-i}^{2}\cdots\hat{f}_{I-2}^{2}+\cdots+\hat{f}_{I+1-i}\cdots\hat{f}_{I-2}\hat{\sigma}_{I-1}^{2}\right)\\
&= C_{i,I+1-i}^{2}\hat{f}_{I+1-i}^{2}\cdots\hat{f}_{I-1}^{2}\left(\frac{\dfrac{\hat{\sigma}_{I+1-i}^{2}}{\hat{f}_{I+1-i}^{2}}}{\hat{C}_{i,I+1-i}}+\frac{\dfrac{\hat{\sigma}_{I+2-i}^{2}}{\hat{f}_{I+2-i}^{2}}}{\hat{C}_{i,I+1-i}\hat{f}_{I+1-i}^{2}}+\cdots+\frac{\dfrac{\hat{\sigma}_{I-1}^{2}}{\hat{f}_{I-2}^{2}}}{\hat{C}_{i,I+1-i}\hat{f}_{I+1-i}^{2}\cdots\hat{f}_{I-2}^{2}}\right)\\
&= \hat{C}_{i,I}^{2}\sum_{k=I+1-i}^{I-1}\frac{\hat{\sigma}_{k}^{2}/\hat{f}_{k}^{2}}{\hat{C}_{i,k}}
\end{aligned}
$$

ในกรณีเดียวกัน ไม่สามารถทำได้ใน $\left(E\left(C_{iI}\,|D\right)-\hat{C}_{iI}\right)^{2}$) เพราะการแทนที่ด้วยลักษณะนี้จะให้ค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจึงต้องใช้วิธีการที่แตกต่างกันซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
F &= f_{I+1-i}\cdots f_{I-1}-\hat{f}_{I+1-i}\cdots\hat{f}_{I-1}\\
&= S_{I+1-i}+\cdots+S_{I-1}
\end{aligned}
$$

โดย $S_{k}=\hat{f}_{I+1-i}\cdots\hat{f}_{k-1}\left(f_{k}-\hat{f}_{k}\right)f_{k+1}\cdots f_{I-1}$ ด้วยเหตุนี้

$$
\begin{aligned}
F^{2} &= \left(S_{I+1-i}+\cdots+S_{I-1}\right)^{2}\\
&= \sum_{k=I+1-i}^{I-1}S_{k}^{2}+2\sum_{j<k}S_{j}S_{k}
\end{aligned}
$$

เราแทนที่ S_{k}^{2} ด้วย $E\left(S_{k}^{2}\middle|B_{k}\right)$ และ $S_{j}S_{k},\, j<k$, ด้วย $E\left(S_{j}S_{k}\middle|B_{k}\right)$ เพื่อที่จะประมาณค่าของ S_{k}^{2} และ $S_{j}S_{k}$ โดยการเฉลี่ยค่าที่สูงกว่าที่ข้อมูลมีอยู่จริงเล็กน้อยหรือเท่าที่จะเป็นไปได้หรือค่า C_{ik} อื่นๆที่เป็นไปได้จากข้อมูลที่มีเนื่องจาก $E\left(f_{k}-\hat{f}_{k}\middle|B_{k}\right)=0$ จะได้ว่า $E\left(S_{j}S_{k}\middle|B_{k}\right)=0$ สำหรับ $j<k$ ดังนั้น

$$
\begin{aligned}
E\left(\left(f_{k}-\hat{f}_{k}\right)^{2}\middle|B_{k}\right) &= Var\left(\hat{f}_{k}\middle|B_{k}\right)\\
&= Var\left(\frac{\sum_{j=1}^{I-k}C_{j,k+1}}{\sum_{j=1}^{I-k}C_{jk}}\middle|B_{k}\right)\\
&= \sum_{j=1}^{I-k}Var\left(C_{j,k+1}\middle|B_{k}\right)\Big/\left(\sum_{j=1}^{I-k}C_{jk}\right)^{2}
\end{aligned}
$$

$$= \frac{\sigma_k^2 \sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}}{\left(\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}\right)^2}$$

$$= \frac{\sigma_k^2}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}}$$

จะได้ว่า

$$E\left(S_k^2 \middle| B_k\right) = \left(\hat{f}_{I+1-i}^2 \cdots \hat{f}_{k-1}^2 \sigma_k^2 f_{k+1}^2 \cdots f_{I-1}^2\right) \cdot \frac{1}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}}$$

จากที่กล่าวมาข้างต้น $F^2 = \left(\sum S_k\right)^2$ และแทนที่ด้วย $\sum_k E\left(S_k^2 \middle| B_k\right)$ และเพราะว่าการรวมเทอมทั้งหมดเป็นบวก เราจึงสามารถแทนค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าทั้งหมดคือค่า f_k และค่า σ_k^2 ด้วยตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (unbiased estimators) คือ $\hat{f}_k$ และ $\hat{\sigma}_k^2$ ทั้งหมดนี้เราจึงประมาณค่า $F^2 = \left(f_{I+1-i} \cdots f_{I-1} - \hat{f}_{I+1-i} \cdots \hat{f}_{I-1}\right)^2$ โดย

$$\sum_{k=I+1-i}^{I-1} \left(\left(\hat{f}_{I+1-i}^2 \cdots \hat{f}_{k-1}^2 \hat{\sigma}_k^2 \hat{f}_{k+1}^2 \cdots f_{I-1}^2\right) \frac{1}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}} \right)$$

$$= \hat{f}_{I+1-i}^2 \cdots f_{I-1}^2 \left(\frac{\dfrac{\hat{\sigma}_{I+1-i}^2}{\hat{f}_{I+1-i}^2}}{\sum_{j=1}^{I-(I+1-i)} C_{j,I+1-i}} + \frac{\dfrac{\hat{\sigma}_{I+2-i}^2}{\hat{f}_{I+2-i}^2}}{\sum_{j=1}^{I-(I+2-i)} C_{j,I+2-i}} + \cdots + \frac{\dfrac{\hat{\sigma}_{I-1}^2}{\hat{f}_{I-1}^2}}{\sum_{j=1}^{I-(I+1-i)} C_{j,I-1}} \right)$$

$$= \hat{f}_{I+1-i}^2 \cdots f_{I-1}^2 \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^2}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}}$$

นำค่าของประมาณของ $Var\left(C_{iI} \middle| D\right)$ และ $\left(E\left(C_{iI} \middle| D\right) - \hat{C}_{iI}\right)^2$ มาแทนค่าก็จะได้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของแต่ปีอุบัติเหตุ $\left[mse\left(\hat{R}_i\right)\right]$

$$\widehat{mse}\left(\hat{R}_i\right) = \hat{C}_{iI}^2 \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^{\,2}}{\hat{C}_{ik}} + \hat{C}_{i,I+1-i}^2 \hat{f}_{I+1-i}^2 \cdots \hat{f}_{I-1}^2 \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^{\,2}}{\sum_{j=1}^{I-k} \hat{C}_{jk}}$$

$$= \hat{C}_{iI}^2 \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2}{\hat{f}_k^{\,2}} \left(\frac{1}{\hat{C}_{ik}} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}} \right)$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (standard error) หรือที่เรียกกันว่าค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณเงินสำรองก็คือ รากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (mean square error) ดังนี้

$$s.e.\left(\hat{R}_i\right) = \sqrt{\widehat{mse}\left(\hat{R}_i\right)}$$

บ่อยครั้งที่ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณเงินสำรองรวม $\left(\hat{R} = \hat{R}_2 + \ldots + \hat{R}_I\right)$ เป็นสิ่งให้ความสนใจด้วยเช่นกัน ในกรณีนี้เราไม่สามารถที่จะเพิ่มค่าของ $\left(s.e.\left(\hat{R}_i\right)\right)^2, 2 \le i \le I$ ได้โดยตรง เพราะว่าจะมีความสัมพันธ์ผ่านทางตัวประมาณ $\hat{f}_k$ และ $\hat{\sigma}_k$ เพิ่มเติม

จากข้อสมมติและกระบวนการต่างๆ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการประมาณเงินสำรองรวม $\left(\hat{R} = \hat{R}_2 + \ldots + \hat{R}_I\right)$ สามารถประมาณได้โดย

$$\widehat{mse}\left(\hat{R}\right) = \sum_{i=2}^{I} \left\{ \left(s.e.\left(\hat{R}_i\right)\right)^2 + \hat{C}_{iI}\left(\sum_{j=i+1}^{I} \hat{C}_{jI}\right) \sum_{k=i+I-1}^{I-1} \frac{2\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^2}{\sum_{n=1}^{I-k} C_{nk}} \right\}$$

พิสูจน์

พิสูจน์ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการประมาณเงินสำรองรวมโดยสามารถเขียนคำจำกัดความได้ดังนี้

$$\begin{aligned} mse\left(\sum_{i=2}^{I} \hat{R}_i\right) &= E\left(\left(\sum_{i=2}^{I} \hat{R}_i - \sum_{i=2}^{I} R_i\right)^2 \middle| D\right) \\ &= E\left(\left(\sum_{i=2}^{I} \hat{C}_{iI} - \sum_{i=2}^{I} C_{iI}\right)^2 \middle| D\right) \\ &= Var\left(\sum_{i=2}^{I} C_{iI} \middle| D\right) + \left(E\left(\sum_{i=2}^{I} C_{iI} \middle| D\right) - \sum_{i=2}^{I} \hat{C}_{iI}\right)^2 \end{aligned}$$

จากข้อสมมติที่2 ความเป็นอิสระกันของปีอุบัติเหตุผลคือ

$$Var\left(\sum_{i=2}^{I} C_{iI}\middle| D\right) = \sum_{i=2}^{I} Var\left(C_{iI}\middle| D\right)$$

โดยที่ $Var\left(C_{iI}\middle| D\right) = C_{i,I+1-i}\sum_{k=I+1-i}^{I-1} f_{I+1-i}\cdots f_{k-1}\sigma_k^2 f_{k+1}^2\cdots f_{n-1}^2$ จากข้างต้นนี้จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\left(E\left(\sum_{i=2}^{I} C_{iI}\middle| D\right) - \sum_{i=2}^{I}\hat{C}_{iI}\right)^2 &= \left(\sum_{i=2}^{I}\left(E\left(C_{iI}\middle| D\right) - \hat{C}_{iI}\right)\right)^2 \\
&= \sum_{i,j}\left(E\left(C_{iI}\middle| D\right) - \hat{C}_{iI}\right)\left(E\left(C_{jI}\middle| D\right) - \hat{C}_{jI}\right) \\
&= \sum_{i,j} C_{i,I+1-i}C_{j,I+1-j}F_iF_j \quad \text{โดย } F_i = f_{I+1-i}\cdots f_{I-1} - \hat{f}_{I+1-i}\cdots\hat{f}_{n-1}
\end{aligned}$$

จาก $mse\left(\hat{R}_{iI}\right) = Var\left(C_{iI}\middle| D\right) + \left(E\left(C_{iI}\middle| D\right) - \hat{C}_{iI}\right)^2$ ดังนั้นจึงสามารถเขียนได้ว่า

$$mse\left(\sum_{i=2}^{I}\hat{R}_i\right) = \sum_{i=2}^{I} mse\left(\hat{R}_i\right) + \sum_{2\le i<j\le I} 2C_{i,I+1-i}C_{j,I+1-j}F_iF_j$$

ในการหาค่า F_iF_j นั้นใช้วิธีการเดียวกันกับการหาค่า F^2 โดยสมมติว่า $i<j$ และ $j-i=diff$ จึงได้ว่า

$$\begin{aligned}
F_iF_j &= \left(S_{I+1-i}+\cdots+S_{I-1}\right)\left(S_{I+1-j}+\cdots+S_{I-1}\right) \\
&= \left(S_{I+1-i}+\cdots+S_{I-1}\right)\left(S_{I+1-j+diff}+\cdots+S_{I-1}\right) \\
&\quad + \left(S_{I+1-i}+\cdots+S_{I-1}\right)\left(S_{I+1-j}+\cdots+S_{I+1-j+diff-1}\right)
\end{aligned}$$

เป็นที่น่าสังเกตว่า ผลคูณแรกไม่ได้ให้ค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ เพราะ $I+1-i = I+1-j+diff$ แต่ผลคูณลำดับที่สอง มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ เพราะรูปตัวคูณมีค่าแตกต่างกันเสมอ

$$\begin{aligned}
S_{I+1-i} &= \left(f_{I+1-i} - \hat{f}_{I+1-i}\right) f_{I+2-i}\cdots f_{I-1} \\
S_{I+1-j+diff} &= \hat{f}_{I+1-j}\cdots\hat{f}_{I+1-j+diff-1}\left(f_{I+1-j+diff} - \hat{f}_{I+1-j+diff}\right) f_{I+2-j+diff}\cdots f_{I-1}
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$F_iF_j = \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \hat{f}_{I+1-j} \cdots \hat{f}_{I-i} S_k^2$$
$$= \hat{f}_{I+1-j} \cdots \hat{f}_{I-i} \sum_{k=I+1-i}^{I-1} S_k^2$$

โดย $\sum_{k=I+1-i}^{I-1} S_k^2 = \hat{f}_{I+1-i}^{\,2} \cdots \hat{f}_{I-1}^{\,2} \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\sigma_k^2 / f_k^2}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}}$ ได้จากการคำนวณในข้อ1.

โดยเราสามารถจะประมาณค่าของ F_iF_j ได้ด้วย

$$\hat{f}_{I+1-j} \cdots \hat{f}_{I-1} \hat{f}_{I+1-i}^{\,2} \cdots \hat{f}_{I-1}^{\,2} \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^2}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}}$$

แทนค่าต่างๆเข้าไปในสูตรของ $mse\left(\sum_{i=2}^{I} \hat{R}_i\right)$ จะได้

$$mse\left(\sum_{i=2}^{I} \hat{R}_i\right) = \sum_{i=2}^{I} mse\left(\hat{R}_i\right) + 2\sum_{i=2}^{I} \sum_{j=i+1}^{I} C_{i,I+1-i} C_{j,I+1-j} \hat{f}_{I+1-j} \cdots \hat{f}_{I-i} \hat{f}_{I+1-i}^{\,2} \cdots \hat{f}_{I-1}^{\,2} \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^2}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}}$$
$$= \sum_{i=2}^{I} \left\{ mse\left(\hat{R}\right)_i + C_{i,I+1-i} \sum_{j=i+1}^{I} C_{j,I+1-j} \hat{f}_{I+1-j} \cdots \hat{f}_{I-i} \hat{f}_{I+1-i}^{\,2} \cdots \hat{f}_{I-1}^{\,2} \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^2}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}} \right\}$$
$$mse\left(\hat{R}\right) = \sum_{i=2}^{I} \left\{ \left(s.e.\left(\hat{R}\right)_i\right)^2 + \hat{C}_{iI} \sum_{j=I+1}^{I} \hat{C}_{jI} \sum_{k=I+1-i}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_k^2 / \hat{f}_k^2}{\sum_{j=1}^{I-k} C_{jk}} \right\}$$

2.1.5.2 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)

มีข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกสำหรับวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และวิธีการของการประมาณจากค่าพารามิเตอร์ซึ่งไม่ทราบค่า สำหรับสูตรที่นำมาใช้กับการคำนวณค่าความ

คลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของแต่ละปีอุบัติเหตุ รวมถึงค่ารวมของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วย

อย่างที่ได้กล่าวไว้ก่อนแล้วว่า เราสนใจค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการพยากรณ์ที่ให้ค่าสังเกตได้จนปีสุดท้าย ซึ่งเราสนใจเพียงค่าความแปรปรวนในอนาคต ดังนั้นค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการพยากรณ์ใดๆของการประมาณเงินสำรอง $\left(\hat{R}_i\right)$ อธิบายได้โดย

$$mse\left(\hat{R}_i\right) = E\left(\left(\hat{R}_i - R_i\right)^2 \middle| S_{i,1},...,S_{i,n+1-i}\right)$$

เมื่อ $R_i = S_{i,n+2-i},...,S_{i,n+1}$ เป็นอิสระจาก $S_{i,1},...,S_{i,n+1-i}$ สอดคล้องกับข้อสมมติที่1 ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (2.1.4.2) เช่นเดียวกันกับการประมาณเงินสำรองที่สามารถเป็นอิสระจากการเพิ่มขึ้นได้

ดังนั้น

$$\begin{aligned} mse\left(\hat{R}_i^{BF}\right) &= E\left(\left(\hat{R}_i^{BF} - R_i\right)^2\right) \\ &= Var\left(\hat{R}_i^{BF} - R_i\right) + \left(E\left(\hat{R}_i^{BF}\right) - E\left(R_i\right)\right)^2 \\ &= Var\left(\hat{R}_i^{BF}\right) + Var\left(R_i\right) \end{aligned}$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของค่าพยากรณ์ของการประมาณเงินสำรองด้วย วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน คือ ผลรวมของ ค่าความเคลื่อนของค่าประมาณ $\left[Var\left(\hat{R}_i^{BF}\right)\right]$ และ ค่าความคลาดเคลื่อนของกระบวนการ $\left[Var\left(R_i\right)\right]$

โดยค่าความคลาดเคลื่อนของกระบวนการ $\left[Var\left(R_i\right)\right]$ คือ

$$Var\left(R_i\right) = Var\left(S_{i,n+2-i}\right) + ... + Var\left(S_{i,n+1}\right) = x_i\left(s_{n+2-i}^2 + ... + s_{n+1}^2\right)$$

ซึ่งประมาณค่าได้ด้วย

$$\hat{V}ar\left(R_i\right) = \hat{U}_i\left(\hat{s}_{n+2-i}^{2*} + ... + \hat{s}_{n+1}^{2*}\right)$$

สำหรับความเคลื่อนของค่าประมาณของ $\hat{R}_i^{BF} = \hat{U}_i\left(1 - \hat{z}_{n+1-i}^*\right)$ จะได้ว่า

$$Var\left(\hat{R}_i^{BF}\right)=Var\left(\hat{U}_i\left(1-\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)\right)$$
$$=\left(E\left(\hat{U}_i\right)\right)^2 Var\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)+Var\left(\hat{U}_i\right)Var\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)+Var\left(\hat{U}_i\right)\left(1-E\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)\right)^2$$
$$=\left(x_i^2+Var\left(\hat{U}_i\right)\right)Var\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)+Var\left(\hat{U}_i\right)\left(1-z_{n+1-i}\right)^2$$

ภายใต้ข้อสมมติทั้งสามของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (The Bornhuetter- Ferguson Method) ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง $\left[mse\left(\hat{R}_i\right)\right]$ สามารถประมาณได้โดย

$$mse\left(\hat{R}_i^{BF}\right)=\hat{U}_i\left(\hat{s}_{n+2-i}^{2*}+\ldots+\hat{s}_{n+1}^{2*}\right)+\left(\hat{U}_i^2+\left(s.e.\left(\hat{U}_i\right)\right)^2\right)\left(s.e.\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)\right)^2+\left(s.e.\left(\hat{U}_i\right)\right)^2\left(1-\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)^2$$

โดยค่า $\left(s.e.\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)\right)^2$ หาค่าได้จากค่าประมาณของ $Var\left(\hat{z}_k^{*}\right)$ ซึ่งคือค่า $\left(s.e.\left(\hat{z}_k^{*}\right)\right)^2$ โดย

$$\left(s.e.\left(\hat{z}_k^{*}\right)\right)^2=min\left(\left(s.e.\left(\hat{y}_1^{*}\right)\right)^2+\ldots+\left(s.e.\left(\hat{y}_k^{*}\right)\right)^2,\ \left(s.e.\left(\hat{y}_{k+1}^{*}\right)\right)^2+\ldots+\left(s.e.\left(\hat{y}_{n+1}^{*}\right)\right)^2\right)$$

ซึ่งค่าของ $\left(s.e.\left(\hat{y}_k^{*}\right)\right)^2$ เป็นค่าประมาณของ $Var\left(\hat{y}_k^{*}\right)$ โดยมีค่าเท่ากับ

$$\left(s.e.\left(\hat{y}_k^{*}\right)\right)^2=\frac{\hat{s}_k^{2*}}{\sum_{j=1}^{n+1-k}\hat{U}_j}\ ,1\leq k\leq n$$

และ $$\left(s.e.\left(\hat{U}_i\right)\right)^2=\frac{v_i}{n-1}\sum_{j=1}^{n}v_j\left(\frac{\hat{U}_j}{v_j}-\hat{q}\right)^2 \quad \text{ด้วย} \quad \hat{q}=\sum_{j=1}^{n}\hat{U}_j\bigg/\sum_{j=1}^{n}v_j$$

โดยค่าความคลาดเคลื่อนของค่าประมาณสามารถหาได้โดย

$$\left(s.e.\left(\hat{R}_i^{BF}\right)\right)^2=\left(\hat{U}_i^2+\left(s.e.\left(\hat{U}_i\right)\right)^2\right)\left(s.e.\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)\right)^2+\left(s.e.\left(\hat{U}_i\right)\right)^2\left(1-\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right)^2$$

จากนั้นถ้าหารด้วยค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์โดยจะสังเกตได้ว่า

$$s.e.\left(\hat{R}_i^{BF}\right)\Big/\hat{U}_i \approx s.e.\left(\hat{z}_{n+1-i}^{*}\right) \quad \text{เมื่อ } \hat{z}_{n+1-i}^{*} \text{ เข้าใกล้ 1}$$
$$s.e.\left(\hat{R}_i^{BF}\right)\Big/\hat{U}_i \approx s.e.\left(\hat{U}_i\right)\Big/\hat{U}_i \quad \text{เมื่อ } \hat{z}_{n+1-i}^{*} \text{ เข้าใกล้ 0}$$

ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า สำหรับปีอุบัติเหตุที่ให้พัฒนาการน้อยๆ หรือเป็นปีที่มีการเกิดอุบัติเหตุน้อย ความไม่แน่นอนของการประมาณเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (initial ultimate claim) จะถูกส่งไปยังค่าประมาณเงินสำรองได้โดยตรง

ซึ่งถึงตอนนี้ได้แสดงวิธีการคำนวณค่าคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์สำหรับการประมาณเงินสำรอง ในแต่ละระยะเวลาการเกิดอุบัติเหตุ เช่นเดียวกับวิธีบันไดลูกโซ่ที่สนใจในค่าประมาณเงินสำรองรวมและค่าความแปรปรวน ซึ่งเงินสำรองรวมจากวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน จะเป็นเพียงผลรวมของเงินสำรองที่ได้จากประมาณของแต่ละระยะเวลาการเกิดอุบัติเหตุ $\left(\hat{R}^{BF} = \hat{R}_1^{BF} + .. + \hat{R}_n^{BF}\right)$ หากต้องการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ ความแปรปรวนร่วมในจำนวนเงินสำรองที่ประมาณได้นั้นจะต้องถูกนำมาพิจารณาด้วย

จากข้อสมมติและกระบวนการต่างๆ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการประมาณเงินสำรองรวมสามารถประมาณจาก $\hat{R}^{BF} = \hat{R}_1^{BF} + .. + \hat{R}_n^{BF}$ ดังนี้คือ

$$mse\left(\hat{R}^{BF}\right) = Var\left(\hat{R}^{BF}\right) + Var\left(R\right)$$

โดยค่าความคลาดเคลื่อนกระบวนการคือ $Var(R) = Var(R_1) + ... + Var(R_n)$ เนื่องจากความเป็นอิสระกันของปีอุบัติเหตุ ตามข้อสมมติที่1 จึงประมาณได้ว่า

$$\hat{V}ar(R) = \sum_{i=i}^{n} \hat{U}_i \left(\hat{s}_{n+2-i}^{2*} + ... + \hat{s}_{n+1}^{2*}\right)$$

และค่าความคลาดเคลื่อนของค่าประมาณ $\left[Var\left(\hat{R}^{BF}\right)\right]$ จะเข้ามามีส่วนเกี่ยวข้องเพิ่มขึ้นด้วยเพราะว่า $\hat{R}_1^{BF}, ..., \hat{R}_n^{BF}$ มีความสัมพันธ์กันกับการประมาณค่าของ $\hat{y}_k^{*}$ จึงได้ว่า

$$Var\left(\hat{R}^{BF}\right) = \sum_{i=1}^{n} Var\left(\hat{R}_i^{BF}\right) + 2\sum_{i<j} Cov\left(\hat{R}_i^{BF}, \hat{R}_j^{BF}\right)$$

เพราะฉะนั้นค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของการประมาณเงินสำรองรวมคือ

$$mse\left(\hat{R}^{BF}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{U}_i^2+\left(s.e.\left(\hat{U}_i\right)\right)^2\right)\left(s.e.\left(\hat{z}^*_{n+1-i}\right)\right)^2+\left(s.e.\left(\hat{U}_i\right)\right)^2\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i}\right)^2$$
$$+\ 2\sum_{i<j}Cov\left(\hat{R}_i^{BF},\hat{R}_j^{BF}\right)\ +\ \sum_{i=i}^{n}\hat{U}_i\left(\hat{s}^{2*}_{n+2-i}+\ldots+\hat{s}^{2*}_{n+1}\right)$$

โดยค่า $\sum_{i<j}Cov\left(\hat{R}_i^{BF},\hat{R}_j^{BF}\right)$ สามารถหาได้โดย

$$\begin{aligned}Cov\left(\hat{R}_i^{BF},\hat{R}_j^{BF}\right)&=Cov\left(\hat{U}_i\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i}\right),\hat{U}_j\left(1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)\right)\\&=Cov\left(\hat{U}_i,\hat{U}_j\right)E\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i}\right)E\left(1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)\\&\quad+Cov\left(\hat{U}_i,\hat{U}_j\right)Cov\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i},1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)\\&\quad+E\left(\hat{U}\right)E\left(\hat{U}_j\right)Cov\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i},1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)\end{aligned}$$

จากค่าของ $\left\{\hat{U}_i,\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i}\right)\right\}$ และ $\left\{\hat{U}_j,\left(1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)\right\}$ ที่เป็นอิสระต่อกัน เพราะฉะนั้นค่าของ $Cov\left(\hat{U}_i,\hat{U}_j\right)Cov\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i},1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)$ สามารถปรับออกได้ จึงได้ว่า

$$Cov\left(\hat{R}_i^{BF},\hat{R}_j^{BF}\right)=Cov\left(\hat{U}_i,\hat{U}_j\right)E\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i}\right)E\left(1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)+E\left(\hat{U}\right)E\left(\hat{U}_j\right)Cov\left(1-\hat{z}^*_{n+1-i},1-\hat{z}^*_{n+1-j}\right)$$

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

วิธีการที่ใช้กันทั่วๆไปในการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหนทดแทนนั้นก็คือ วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ซึ่งวิธีนี้ไม่ต้องใช้โปรแกรมที่ทันสมัยมากนัก ดังนั้นจึงมีความง่ายหากจะเลือกใช้วิธีนี้และจุดเด่นอีกอันหนึ่งของวิธีนี้ คือมีความเป็นไปได้ที่จะมีความสอดคล้องกับรูปแบบสโตแคสติกที่ไม่ระบุรูปแบบของการแจกแจง (distribution-free stochastic) ของตัวแบบแมกด์ (Mack's Model , 1993)

นอกจากการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนแล้วยังพบว่ามีเรื่องที่สำคัญมากอีกเรื่องหนึ่ง คือความผันแปรของค่าประมาณ จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) มีบทความจำนวนมากได้ทดลองในแนวทางเดียวกัน คือเพื่อให้

สอดคล้องกับ ตัวแบบสโตแคสติก (stochastic) ที่เหมาะกับวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ด้วยรูปแบบที่เหมาะสมของตัวแบบสโตแคสติก (stochastic model) สามารถประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ของการประมาณได้ โดยที่ผ่านมามีการศึกษาเรื่องในลักษณะนี้ อาทิ Zehnwirth (1989) , Renshaw (1989) , Christofides (1990) ซึ่งที่สุดแล้ววิธีเดียวกันที่ใช้ในการคำนวณ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (standard error) ที่นำมาใช้เรียกว่า วิธีกำลังสองน้อยที่สุดของการถดถอย (least squares regression) ซึ่งวิธีนี้ได้ใช้ลอการิทึม (logarithms) ของการเพิ่มขึ้นของค่าสินไหมทดแทนโดยสมมติว่ามีการแจกแจงเป็นแบบลอคนอร์มัล (log Normal distribution) และมีวิธีการหาที่แตกต่างไปเล็กน้อยคือ Wight (1990) นำตัวแบบเชิงเส้นที่วางนัยทั่วไป (generalized linear models) และวิธีสคอร์ (Method of Scoring) มาใช้ ต่อมา Mack (1993) ได้นำเสนอสูตรที่ไม่ได้ระบุการแจกแจง (distribution-free) สำหรับค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (standard error) ของการประมาณเงินสำรองด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

งานวิจัยที่นำวิธีบูตสแตรป (bootstrap methodology) มีหลายเรื่องที่ศึกษาเกี่ยวกับการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) สำหรับวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain Ladder Method) โดยในปี คศ.1999 บทความ “Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving” โดย P. England และ R. Verrall ได้กล่าวถึงความเป็นไปได้ที่จะใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) และการเปรียบเทียบกับค่าประมาณของตัวแบบพารามิเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ซึ่งในการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนเพียรสัน (Pearson residuals) นั้นได้เลือกใช้ค่าความคลาดเคลื่อนเพียรสันที่ปรับแล้ว (adjusting the Pearson residuals) คือ $r_{ij}^{PA} = r_{ij}^{P}\sqrt{n/(n-q)}$

ส่วนวิธีการอื่นที่ได้นำวิธีบูตสแตรป (bootstrap methodology) ในการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) สำหรับวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain Ladder Method) เสนอในบทความชื่อว่า “Bootstrap Methodology in Claims Reserving” เขียนโดย Paulo J.R. Pinheiro João M. Andrade e Silva และ Maria de Lourdes Centeno ผู้เขียนได้เลือกใช้ค่าความคลาดเคลื่อนเพียรสันที่ปรับแล้ว (adjusting the Pearson residuals) คือ $r_{ij}^{PA} = r_{ij}^{P} \cdot \left(1/\sqrt{1-h_{ij}}\right)$ โดยที่ค่า h_{ij} เป็นค่าในเมตริกที่ประมาณได้

จากสองบทความที่อธิบายเกี่ยวกับการนำวิธีบูตสแตรป (bootstrap methodology) มานั้นได้ใช้พื้นฐานจากรูปแบบเชิงเส้นที่วางนัยทั่วไป เช่นเดียวกัน

2.2.2 วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)

วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) มีความคล้ายคลึงบางอย่างกับกระบวนการเบย์เซียน (Bayesian process) เนื่องจากได้มีการประมาณค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (prior ultimate claims) ซึ่งได้กำหนดให้มีข้อมูลการแจกแจงไว้ก่อนหน้าที่ผ่านมา โดยในปี คศ.2001 Verrall ได้ใช้วิธีการประมาณค่าแบบเบย์เซียน (Bayesian) ร่วมกับตัวแบบเชิงเส้นที่วางนัยทั่วไปเพื่อแสดงให้เห็นว่าวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน สามารถอธิบายได้ด้วยตัวแบบเบย์เซียน (Bayesian models)

ในบทความ “The Prediction Error of Bornhuetter-Ferguson” ของ Mack (2008) ได้มีการพัฒนาถึงตัวแบบสโตแคสติก (stochastic) ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) โดยมีการกำหนดรูปแบบของการเพิ่มของค่าสินไหมทดแทน ในแต่ละปีพัฒนาการ $\left(S_{i,k}\right)$ เอาไว้ และจากตัวแบบสโตแคสติก (stochastic) นี้จะหาสูตรสำหรับการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ได้

สำหรับการนำวิธีบูตสแตรปมาใช้ในการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์สำหรับวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน นั้น ยังไม่มีนักวิจัยใดได้นำเสนอมา งานวิจัยนี้ได้พยายามใช้วิธีการในการหาค่าดังกล่าวและทำการเปรียบเทียบค่าที่ได้ดังกล่าว กับการใช้ตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ การใช้ตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และการใช้วิธีบูตสแตรปของวิธีบันไดลูกโซ่ ด้วย

บทที่3

วิธีการดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้ต้องการศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (The Bornhuetter-Ferguson Method) ด้วยค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error) และการใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) ซึ่งขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยต่างๆ มีรายละเอียดดังนี้

3.1 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา

ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ได้จากบริษัทแห่งหนึ่งในประเทศไทย โดยมีข้อมูลของค่าเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้สุทธิ และค่าสินไหมทดแทนที่ได้มีการบันทึกไว้ในรูปแบบของตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนสุทธิของแต่ละการผลิตภัณฑ์ คือ การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง การประกันภัยเบ็ดเตล็ด และการประกันสุขภาพ ของปีอุบัติเหตุที่พ.ศ. 2548 ถึงปีอุบัติเหตุที่พ.ศ. 2552 มีรายละเอียดดังตารางที่ 3.1 ถึงตารางที่ 3.13

ตารางที่ 3.1 ค่าเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้สุทธิของแต่ละปีอุบัติเหตุ และประเภทของผลิตภัณฑ์

ปีอุบัติเหตุ	เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้สุทธิ					
	การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ	การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ	การประกันอัคคีภัย	การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง	การประกันภัยเบ็ดเตล็ด	การประกันสุขภาพ
2548	171,518,693	1,053,109,162	552,718,364	37,384,241	195,085,503	11,672,230
2549	162,134,512	1,144,286,245	669,101,495	41,261,253	310,215,890	23,427,979
2550	170,573,422	1,347,042,223	636,695,686	35,880,938	310,344,875	31,568,784
2551	389,401,847	1,546,879,877	567,773,191	39,845,818	285,986,482	53,658,081
2552	408,473,073	1,471,666,893	617,186,196	42,518,061	234,556,049	98,117,207

ตารางที่ 3.2 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ (Incurred net loss) ของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	57,534,628	44,529,718	46,099,707	45,872,843	45,947,487
2549	59,075,643	53,655,031	53,834,108	54,160,555	
2550	90,752,707	83,138,305	84,592,217		
2551	139,745,704	155,547,971			
2552	128,918,909				

ตารางที่ 3.3 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ (Incurred net loss) ของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	752,235,374	756,205,904	725,628,586	721,031,739	721,323,734
2549	863,228,369	796,606,803	801,954,192	807,491,488	
2550	1,064,067,918	975,343,510	996,593,446		
2551	1,173,940,977	1,143,671,042			
2552	1,080,489,010				

ตารางที่ 3.4 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ (Incurred net loss) ของการประกันอัคคีภัย

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	43,887,206	43,566,970	43,783,220	43,784,806	43,783,333
2549	35,177,672	39,594,298	40,111,571	40,109,762	
2550	46,333,318	41,691,600	42,317,335		
2551	27,315,968	38,521,350			
2552	36,693,966				

ตารางที่ 3.5 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ (Incurred net loss) ของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	10,613,103	10,864,014	10,632,762	10,559,539	10,466,448
2549	3,658,789	7,827,441	6,330,944	6,210,953	
2550	13,640,646	12,013,903	11,299,633		
2551	13,907,640	12,830,359			
2552	10,954,575				

ตารางที่ 3.6 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ (Incurred net loss) ของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	26,262,466	34,254,948	32,102,913	31,309,126	31,300,489
2549	70,390,818	69,899,502	61,937,519	60,106,129	
2550	31,672,488	20,543,336	19,792,001		
2551	24,773,765	25,805,528			
2552	21,261,138				

ตารางที่ 3.7 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ (Incurred net loss) ของการประกันสุขภาพ

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	6,103,349	8,828,509	8,829,999	8,829,999	8,830,094
2549	12,233,661	16,054,592	16,063,125	16,063,125	
2550	27,011,329	37,592,714	37,617,805		
2551	43,831,306	62,621,599			
2552	87,925,490				

ตารางที่ 3.8 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนจ่ายสุทธิ (Net paid loss) ของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	33,993,147	43,975,410	45,622,283	45,855,674	45,909,436
2549	35,467,016	52,144,729	53,471,169	53,880,662	
2550	61,855,115	82,243,968	84,420,444		
2551	108,893,130	154,676,722			
2552	104,840,706				

ตารางที่ 3.9 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนจ่ายสุทธิ (Net paid loss) ของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

ปี	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
อุบัติเหตุ	2548	2549	2550	2551	2552
2548	458,530,190	704,391,012	719,321,441	723,051,573	723,507,094
2549	535,096,963	779,525,400	799,909,007	808,370,640	
2550	683,686,003	970,219,679	1,000,218,786		
2551	805,382,333	1,136,151,318			
2552	719,381,807				

ตารางที่ 3.10 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนจ่ายสุทธิ (Net paid loss) ของการประกันอัคคีภัย

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	28,463,817	43,396,676	43,726,262	43,781,870	43,781,870
2549	25,380,759	39,309,975	40,035,821	40,055,855	
2550	32,044,019	41,177,663	42,278,379		
2551	21,953,216	38,327,464			
2552	23,346,631				

ตารางที่ 3.11 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนจ่ายสุทธิ (Net paid loss) ของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	5,630,825	10,373,406	10,374,483	10,451,710	10,440,260
2549	298,556	7,288,646	6,207,472	6,210,953	
2550	5,480,597	9,362,284	11,017,373		
2551	6,474,403	12,517,070			
2552	7,398,252				

ตารางที่ 3.12 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนจ่ายสุทธิ (Net paid loss) ของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	1,085,885	29,241,999	31,080,163	31,046,195	31,056,082
2549	39,138,050	58,146,250	58,382,785	60,050,103	
2550	15,456,943	16,493,766	17,610,051		
2551	6,193,724	21,052,636			
2552	11,823,071				

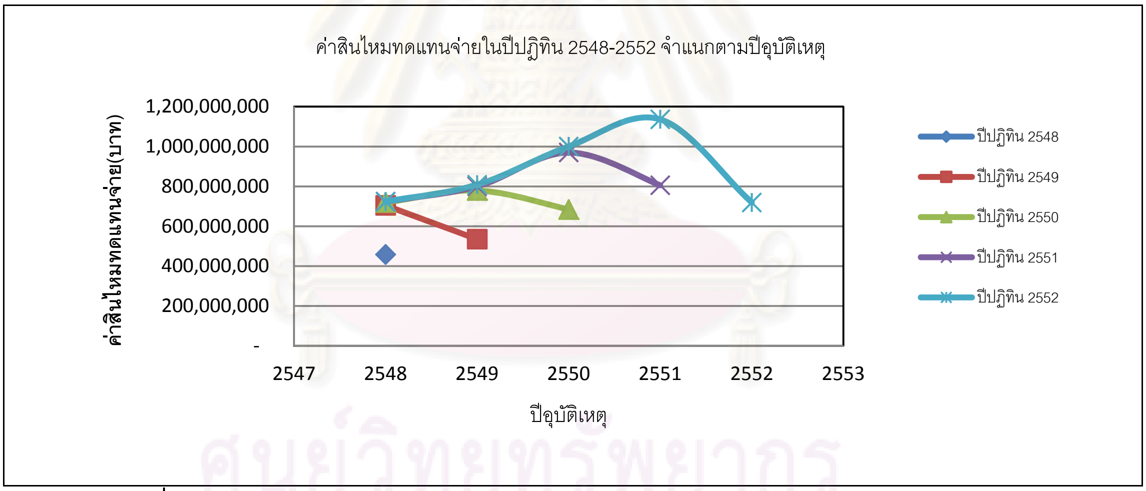
ตารางที่ 3.13 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนจ่ายสุทธิ (Net paid loss) ของการประกันสุขภาพ

ปีอุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสุทธิ ณ ปลายปี				
	2548	2549	2550	2551	2552
2548	5,489,078	8,817,736	8,829,904	8,829,904	8,830,094
2549	11,548,316	16,054,392	16,063,125	16,063,125	
2550	26,087,320	37,592,330	37,617,805		
2551	43,636,192	62,621,516			
2552	80,614,650				

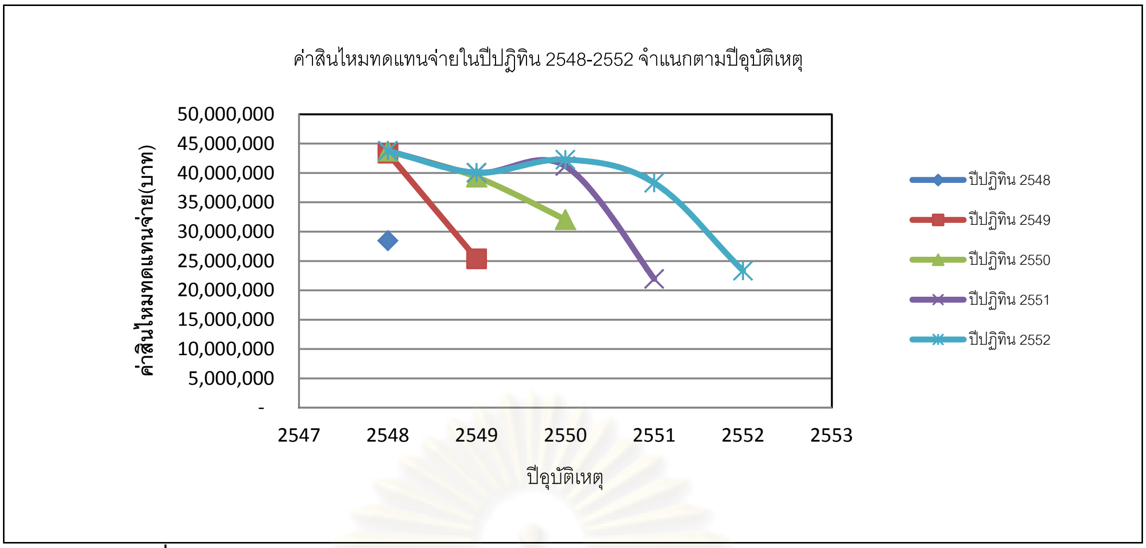
จากข้อมูลตัวอย่างของข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่ได้นำมาศึกษาครั้งนี้ พบว่าสามารถจำแนกได้เป็น 2 กลุ่มคือ

1. ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะเป็นไปในทิศทางเดียวกัน คือ เมื่อนำข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของตัวอย่างมาพล็อตกราฟค่าสินไหมทดแทนจ่ายในปีปฏิทิน 2548 ถึงปีปฏิทิน 2552 จำแนกตามปีอุบัติเหตุ แล้วมีลักษณะที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน ได้แก่ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย และการประกันสุขภาพ ดังภาพที่ 3.1 ถึงภาพที่ 3.3 ตามลำดับ

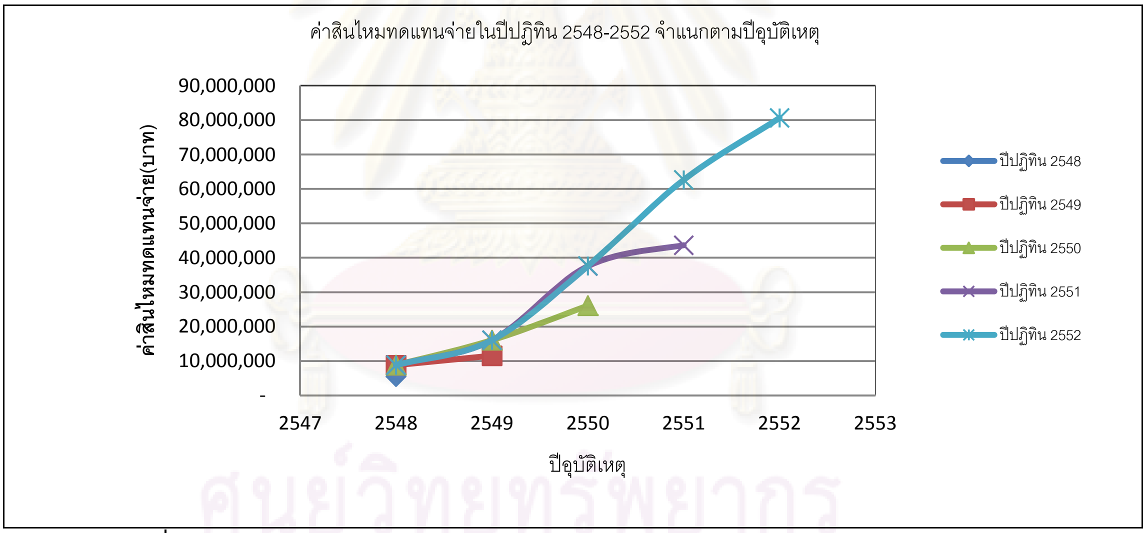
2. ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน คือ เมื่อนำข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของตัวอย่างมาพล็อตกราฟค่าสินไหมทดแทนจ่ายในปีปฏิทิน 2548 ถึงปีปฏิทิน 2552 จำแนกตามปีอุบัติเหตุ แล้วมีลักษณะที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน ได้แก่ การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง และการประกันภัยเบ็ดเตล็ด ดังภาพที่ 3.4 ถึงภาพที่ 3.6 ตามลำดับ



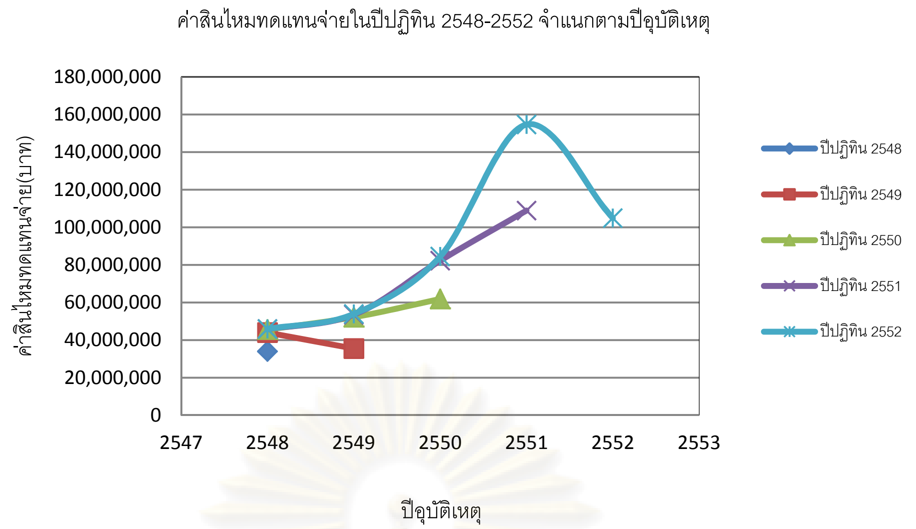
ภาพที่ 3.1 กราฟแสดงข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจจำแนกตามปีอุบัติเหตุ



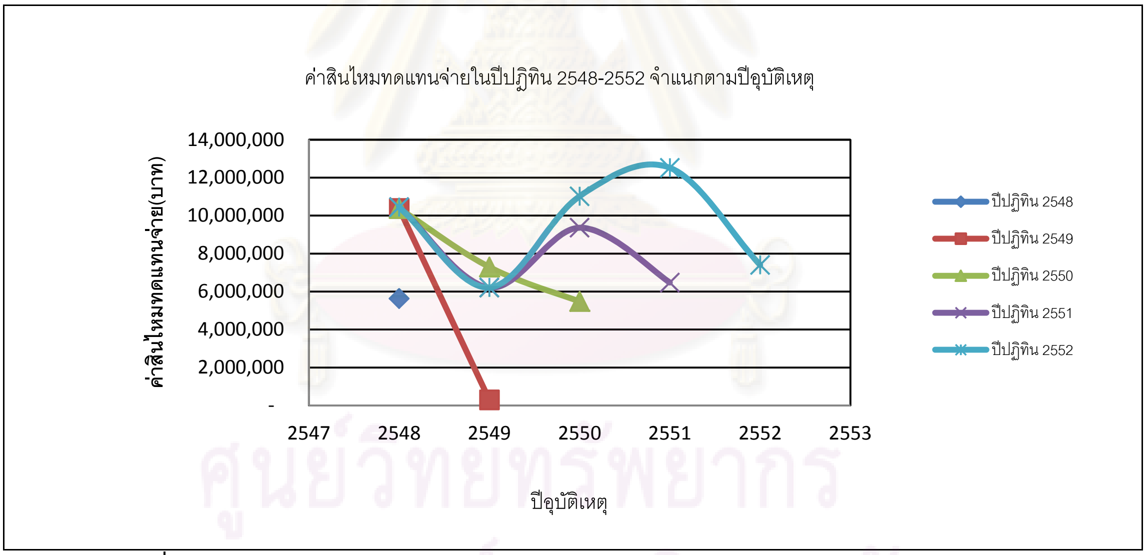
ภาพที่ 3.2 กราฟแสดงข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันอัคคีภัยจำแนกตามปีอุบัติเหตุ



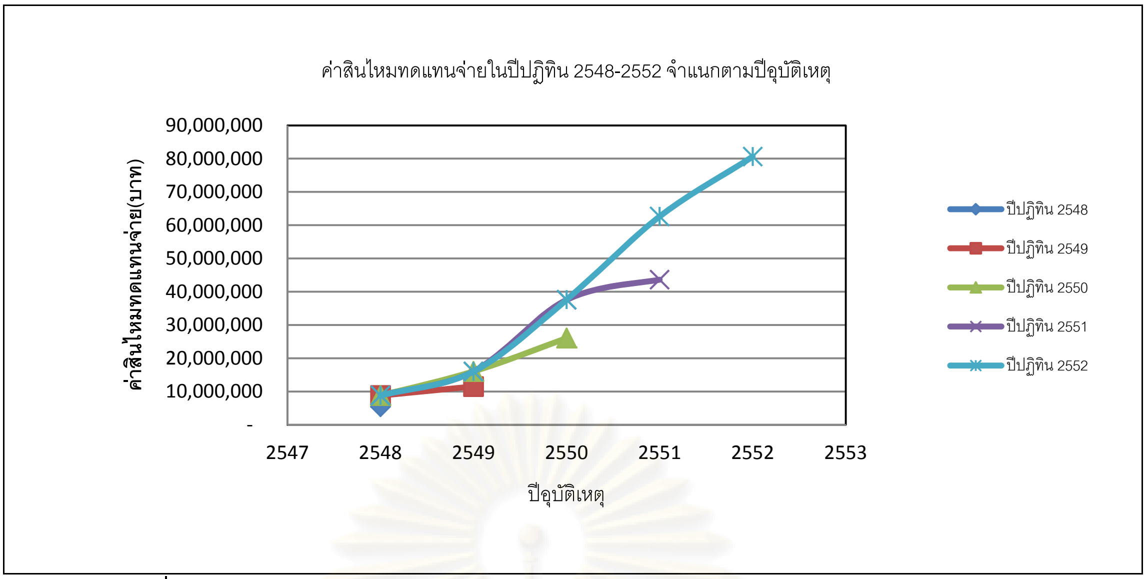
ภาพที่ 3.3 กราฟแสดงข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันสุขภาพจำแนกตามปีอุบัติเหตุ



ภาพที่ 3.4 กราฟแสดงข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ จำแนกตามปีอุบัติเหตุ



ภาพที่ 3.5 กราฟแสดงข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง จำแนกตามปีอุบัติเหตุ



ภาพที่ 3.6 กราฟแสดงข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ดจำแนกตามปีอุบัติเหตุ

3.2 วิธีการดำเนินงานวิจัย

1. ศึกษาวิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมโดยวิธีบันไดลูกโซ่ และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน

2. ศึกษาวิธีการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error) และวิธีบูตสแตรป (bootstrap method) ของวิธีบันไดลูกโซ่

3. ศึกษาวิธีการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน

4. ทำการประมาณค่าเงินสำรองโดยวิธีบันไดลูกโซ่ และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง

5. ประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ ของค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้วิธีบูตสแตรป ตามขั้นตอนดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ขั้นเตรียมการ (The preliminaries)

1. ประมาณค่าปัจจัยของพัฒนาการ (development factor) $f_1, f_2, \ldots, f_{n-1}$ สำหรับตารางรูปสามเหลี่ยมของข้อมูล

2. คำนวณค่าที่เหมาะสมสำหรับการเพิ่มขึ้นของสินไหมทดแทน $\left(\hat{m}_{i,j}\right)$ โดยที่ $i=1,2,\dots,n$ และ $j=1,2,\dots,n+1-i$ และค่าคาดหวังของการเพิ่มขึ้นของสินไหมทดแทน $\left(\hat{m}_{i,j}\right)$ โดยที่ $i=2,\dots,n$ และ $j=n+2-i,\dots,n$

3. คำนวณค่าเศษเหลือ (residuals : r_{ij}^{p})

4. คำนวณค่าสินไหมทดแทนคงค้าง $\hat{R}_i=\sum_{j=n+2-i}^{n}\hat{m}_{i,j}$;$i=2,\dots,n$ และ $\hat{R}_i=\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=n+2-i}^{n}\hat{m}_{i,j}$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> การวนซ้ำของบูตสแตรป (ทำซ้ำ1,000 รอบ)

1. การประมาณค่าสินไหมทดแทนคงค้าง

1.1 สุ่มค่าเศษเหลือ (residuals) ที่ได้มาจากขั้นตอนที่ 1 ด้วยการสุ่มแบบคืนที่

1.2 สร้างข้อมูลเทียม (pseudo-data) ด้วยการนำค่าเศษเหลือที่ปรับแล้ว (adjust residuals : r_{ij}^{p*}) มาใช้กับค่าการเพิ่มขึ้นของสินไหมทดแทน $\left(\hat{m}_{i,j}\right)$;$i=1,2,\dots,n,$ และ $j=1,2,\dots,n+1-i$ โดยข้อมูลเทียมนี้หาได้จาก $\left(r_{ij}^{p*}\cdot\sqrt{\hat{m}_{ij}}\right)+\hat{m}_{ij}$

1.3 ประมาณค่าปัจจัยของพัฒนาการ (development factor) กับข้อมูลเทียม (pseudo-data) เพื่อพยากรณ์ค่าการเพิ่มขึ้นของสินไหมทดแทน $\left(\hat{m}_{i,j}^{*}\right), i=2,\dots,n$, $j=n+2-i,\dots,n$

1.4 คำนวณค่าประมาณสินไหมทดแทนคงค้าง $\hat{R}_i=\sum_{j=n+2-i}^{n}\hat{m}_{i,j}$;$i=2,\dots,n$ และ $\hat{R}_i=\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=n+2-i}^{n}\hat{m}_{i,j}$

2. การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนคงค้าง

2.1 สุ่มค่าเศษเหลือที่ปรับแล้ว (adjust residuals) ด้วยการสุ่มแบบคืนที่ โดยให้ค่าเศษเหลือใหม่ที่ได้ $\left(r_{ij}^{p**}\right)$ นี้จะต้องให้ค่าที่คล้ายค่าจริง (pseudo-reality : $C_{i,j}^{**}$) ไม่น้อยไปกว่าค่า $\hat{m}_{i,j}^{*}$

2.2 สร้างค่าที่คล้ายค่าจริง (pseudo-reality : $C_{i,j}^{**}$) ด้วยการนำค่าเศษเหลือที่ปรับแล้ว (adjust residuals) มาใช้กับ $\left(\hat{m}_{i,j}\right)$;$i=2,\dots,n$ และ $j=n+2-i,\dots,n$ โดยค่าที่คล้ายค่าจริงนี้หาได้จาก $\left(r_{ij}^{p**}\cdot\sqrt{\hat{m}_{ij}}\right)+\hat{m}_{ij}$

2.3 คำนวณค่าสินไหมทดแทนคงค้าง $R_i^{**}=\sum_{j=n+2-i}^{n}C_{i,j}^{**}$;$i=2,\dots,n$ และ $R^{**}=\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=n+2-i}^{n}C_{i,j}^{**}$

2.4 หาความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ $pe_i^{**} = R_i^{**} - \hat{R}_i^{*}$ และ $pe^{**} = R^{**} - \hat{R}^{*}$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> วิเคราะห์ผลการบูตสแตรป

ทำการกระจายเชิงพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของ (R_i) และ (R) โดยการนำค่าประมาณเงินสำรองรวมกับค่าคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 คือ $\tilde{R}_i^{**} = \hat{R}_i + pe_i^{**}$ และ $\tilde{R}^{**} = \hat{R} + pe^{**}$

การประมาณค่านั้นใช้โปรแกรม R ในการคำนวณ (รายละเอียดอยู่ในภาคผนวก)

6. ทำการประมาณค่าเงินสำรองโดยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง

7. ทำการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรป (bootstrap method)

8. เปรียบเทียบผลของค่าคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ที่คำนวณได้จาก ข้อ 4 ข้อ 5 ข้อ 6 และข้อ 7

9. เขียนรายงานและสรุปผลงานวิจัย

บทที่4

ผลการวิจัย

เมื่อมีข้อมูลค่าสินไหมทดแทนที่ถูกบันทึกไว้ในรูปของตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทน แล้วสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์หาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนและค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ได้ โดยในงานนี้วิเคราะห์ในส่วนของค่าสินไหมทดแทนจ่าย (paid claims) ซึ่งค่าสินไหมทดแทนจ่าย คือจำนวนเงินที่บริษัทประกันภัยชำระให้กับผู้เอาประกันภัย ซึ่งโดยปกติแล้วค่าความเสียหายสมบูรณ์จะไม่ตรงกับข้อมูลของการจ่ายค่าสินไหมทดแทน

บทนี้จะแสดงผลการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ ของวิธีที่ใช้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error) และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์โดยใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) ซึ่งมีขั้นตอนของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรป (bootstrap method) ดังนี้

4.1 การประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรป (bootstrap method)

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> ขั้นเตรียมการ (The preliminaries)

1. ประมาณค่ารูปแบบของพัฒนาการ (development pattern) $\hat{z}_1, \hat{z}_2, ..., \hat{z}_{n-1}$ สำหรับตารางรูปสามเหลี่ยมของข้อมูล

2. คำนวณค่าที่เหมาะสมสำหรับการเพิ่มขึ้นของสินไหมทดแทน $(\hat{m}_{i,j})$ โดยที่ $i = 1, 2, ..., n$ และ $j = 1, 2, ..., n+1-i$

3. คำนวณค่าเศษเหลือ (residuals : r_{ij}^{p})

4. ประมาณค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (prior ultimate claims) $\hat{U}_1, \hat{U}_2, ..., \hat{U}_n$ สำหรับตารางรูปสามเหลี่ยมของข้อมูล

5. คำนวณค่าสินไหมทดแทนคงค้าง $\hat{R}_i = \hat{U}_i \left(1 - \hat{z}_{n+1-i}\right)$ และ $\hat{R} = \hat{R}_2 + ... + \hat{R}_n$

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> การวนซ้ำของบูตสแตรป (ทำซ้ำ1,000 รอบ)

1. การประมาณค่าสินไหมทดแทนคงค้าง

1.1 สุ่มค่าเศษเหลือ (residuals) ที่ได้มาจากขั้นตอนที่1 ด้วยการสุ่มแบบคืนที่

1.2 สร้างข้อมูลเทียม (pseudo-data) ด้วยการนำค่าเศษเหลือที่ปรับแล้ว (adjust residuals : r_{ij}^{p*}) มาใช้กับ $\left(\hat{m}_{i,j}\right)$ $;i=1,2,...,n$ และ $j=1,2,...,n+1-i$ โดยข้อมูลเทียมนี้หาได้จาก $\left(r_{ij}^{p*}\cdot\sqrt{\hat{m}_{ij}}\right)+\hat{m}_{ij}$

1.3 ประมาณค่ารูปแบบของพัฒนาการ (development pattern) และหาค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (prior ultimate claims) ด้วยข้อมูลเทียม (pseudo-data)

1.4 คำนวณค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนคงค้าง $\hat{R}_i^* = \hat{U}_i^*\left(1-\hat{z}_{n+1-i}^*\right)$ และ $\hat{R}^* = \hat{R}_2^* + ... + \hat{R}_n^*$

2. การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนคงค้าง

2.1 สุ่มค่าเศษเหลือที่ปรับแล้ว (adjust residuals) ด้วยการสุ่มแบบคืนที่ โดยให้ค่าเศษเหลือใหม่ที่ได้มีค่าน้อยกว่าเดิม $\left(r_{ij}^{p**}\right)$

2.2 สร้างค่าที่คล้ายค่าจริง (pseudo-reality) ด้วยการนำค่าเศษเหลือที่ปรับแล้ว (adjust residuals) มาใช้กับ $\left(\hat{m}_{i,j}\right)$ $;i=1,2,...,n$ และ $j=1,2,...,n+1-i$ โดยค่าที่คล้ายค่าจริงนี้หาได้จาก $\left(r_{ij}^{p**}\cdot\sqrt{\hat{m}_{ij}}\right)+\hat{m}_{ij}$

2.3 ประมาณค่ารูปแบบของพัฒนาการ (development pattern) และหาค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (prior ultimate claims) ด้วยค่าที่คล้ายค่าจริง (pseudo- reality)

2.4 คำนวณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนคงค้าง $R_i^{**} = U_i^{**}\left(1-z_{n+1-i}^{**}\right)$ และ $R^{**} = R_2^{**} + ... + R_n^{**}$

2.5 หาความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ $pe_i^{**} = R_i^{**} - \hat{R}_i^*$ และ $pe^{**} = R^{**} - \hat{R}^*$

<u>ขั้นตอนที่ 3</u> วิเคราะห์ผลการบูตสแตรป

ทำการกระจายเชิงพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของ $\left(R_i\right)$ และ $\left(R\right)$ โดยการนำค่าประมาณเงินสำรองรวมกับค่าคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 คือ $\tilde{R}_i^{**} = \hat{R}_i + pe_i^{**}$ และ $\tilde{R}^{**} = \hat{R} + pe^{**}$

โดยการประมาณค่านั้นใช้โปรแกรม R ในการคำนวณ (รายละเอียดอยู่ในภาคผนวก)

ซึ่งขั้นตอนของกระบวนการบูตสแตรปนี้มีการทำซ้ำ 1,000 ครั้ง โดยให้ค่าประมาณค่าสินไหมทดแทนคงค้างเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของค่าประมาณ และเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนคงค้างเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของกระบวนการ โดยในขั้นตอนสุดท้ายนี้ การกระจายเชิงพยากรณ์ (predictive distribution) ของการประมาณเงินสำรองก็คือ ค่าประมาณเงินสำรองรวมกับค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ โดยระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการประมาณเงินสำรอง

ค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบูตสแตรป มีค่าเท่ากับ 0.05 ซึ่งก็คือ ค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ (predictive reserve distribution) โดยค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ของข้อมูลตัวอย่างที่ได้นำมาวิจัยนั้น จะแสดงไว้ในหัวข้อของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของข้อมูลตัวอย่างซึ่งจำแนกตามลักษณะของข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายดังนี้

4.2 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของข้อมูลตัวอย่างที่มีลักษณะข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

4.2.1 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error)

4.2.1.1 วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

4.2.1.1.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

จากข้อสมมติทั้งหมดของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และ ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่ได้นำมาใช้ในการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนในงานวิจัยนี้ โดยใช้ข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ (ตารางที่ 3.9) โดยทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

ปี อุบัติเหตุ	เบี้ยประกันภัย ที่ถือเป็นรายได้	ค่าสินไหม ทดแทนสมบูรณ์	เงินสำรอง	อัตราส่วน ความเสียหาย	ค่าความ คลาดเคลื่อน พยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	1,144,286,245	3,734,610,847	811,708,838	326.37%	1,040,429	0.13%
2550	1,347,042,223	4,690,576,694	2,036,452,226	348.21%	5,112,136	0.25%
2551	1,546,879,877	5,523,670,636	3,582,136,985	357.08%	25,040,449	0.70%
2552	1,471,666,893	5,006,346,515	4,286,964,707	340.18%	117,452,803	2.74%
ผลรวม	5,509,875,238	18,955,204,692	10,717,262,756	344.02%	122,113,509	1.14%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

เป็นเงินรวม 10,717,262,756 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 1.14

4.2.1.1.2 การประกันอัคคีภัย

จากข้อสมมติทั้งหมดของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่ได้นำมาใช้ในการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนในงานวิจัยนี้ โดยใช้ข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันอัคคีภัย (ตารางที่ 3.10) โดยทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันอัคคีภัย

ปี อุบัติเหตุ	เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์	เงินสำรอง	อัตราส่วนความเสียหาย	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	669,101,495	184,557,145	39,774,734	27.58%	69,143	0.17%
2550	636,695,686	203,257,151	87,757,091	31.92%	469,920	0.54%
2551	567,773,191	169,820,590	109,539,911	29.91%	2,835,881	2.59%
2552	617,186,196	164,702,126	141,355,495	26.69%	14,980,436	10.60%
ผลรวม	2,490,756,568	722,337,013	378,427,231	29.00%	15,380,745	4.06%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันอัคคีภัย เป็นเงินรวม 378,427,231 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 4.06

4.2.1.1.3 การประกันสุขภาพ

จากข้อสมมติทั้งหมดของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่ได้นำมาใช้ในการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนในงานวิจัยนี้ โดยใช้ข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันสุขภาพ (ตารางที่ 3.13) โดยทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันสุขภาพ

ปี อุบัติเหตุ	เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์	เงินสำรอง	อัตราส่วนความเสียหาย	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	23,427,979	76,227,803	16,498,844	325.37%	485,618	2.94%
2550	31,568,784	177,452,591	76,155,137	562.11%	1,488,401	1.95%
2551	53,658,081	296,341,588	190,083,880	552.28%	3,057,616	1.61%
2552	98,117,207	548,964,333	468,349,682	559.50%	10,021,127	2.14%
ผลรวม	206,772,051	1,098,986,315	751,087,543	531.50%	11,987,143	1.60%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันสุขภาพเป็นเงินรวม 751,087,543 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 1.60

4.2.1.2 **วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน** (Bornhuetter-Ferguson Method)

4.2.1.2.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

จากการประมาณของค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ และประมาณค่าพารามิเตอร์อื่นๆของตัวแบบบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน กับข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ ภาคสมัครใจ (ตารางที่ 3.9) จนนำไปสู่การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

ปี อุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (พันบาท)	อัตราส่วนความเสียหายสมบูรณ์	ค่าสินไหมทดแทนจ่าย (พันบาท)	เงินสำรอง (พันบาท)	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	3,668,724	348.37%	3,328,801	282,162	25,244,682	8.95%
2549	4,055,190	354.39%	2,922,902	1,111,607	43,013,196	3.87%
2550	4,997,314	370.98%	2,654,124	2,360,680	71,600,142	3.03%
2551	5,745,729	371.44%	1,941,534	3,852,170	104,820,625	2.72%
2552	5,227,122	355.18%	719,382	4,520,716	129,552,674	2.87%
ผลรวม	23,694,078	-	11,566,743	12,127,335	188,109,723	1.55%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ เป็นเงินรวม 12,127,335,194 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 1.55

4.2.1.2.2 การประกันอัคคีภัย

จากการประมาณของค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ และประมาณค่าพารามิเตอร์อื่นๆของตัวแบบบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน กับข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันอัคคีภัย (ตารางที่ 3.10) จนนำไปสู่การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันอัคคีภัย

ปี อุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (พันบาท)	อัตราส่วนความเสียหายสมบูรณ์	ค่าสินไหมทดแทนจ่าย (พันบาท)	เงินสำรอง (พันบาท)	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	212,786	38.50%	203,150	12,754	3,392,391	26.60%
2549	197,983	29.59%	144,782	52,603	6,705,266	12.75%
2550	221,625	34.81%	115,500	104,118	10,838,148	10.41%
2551	178,625	31.46%	60,281	119,518	14,243,782	11.92%
2552	191,258	30.99%	23,347	166,224	19,210,051	11.56%
ผลรวม	1,002,276	-	547,060	455,216	27,310,176	6.00%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันอัคคีภัย เป็นเงินรวม 455,215,998 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 6.00

4.2.1.2.3 การประกันสุขภาพ

จากการประมาณของค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ และประมาณค่าพารามิเตอร์อื่นๆของตัวแบบบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน กับข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันสุขภาพ (ตารางที่ 3.13) จนนำไปสู่การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันสุขภาพ

ปี อุบัติเหตุ	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (พันบาท)	อัตราส่วนความเสียหายสมบูรณ์	ค่าสินไหมทดแทนจ่าย (พันบาท)	เงินสำรอง (พันบาท)	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	44,789	383.73%	40,797	414	944,827	228.17%
2549	79,699	340.19%	59,729	16,449	4,721,183	28.70%
2550	169,631	537.34%	101,297	68,930	10,315,532	14.97%
2551	268,239	499.90%	106,258	166,011	19,973,444	12.03%
2552	492,458	501.91%	80,615	414,316	36,429,143	8.79%
ผลรวม	1,054,816	-	388,695	666,121	43,076,832	6.47%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันสุขภาพเป็นเงินรวม 666,120,692 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 6.47

4.2.2 **เทคนิคบูตสแตรป** (bootstrap technique)

4.2.2.1 **วิธีบันไดลูกโซ่** (Chain-Ladder Method)

4.2.2.1.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ (ตารางที่ 3.9) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	851,639,208	18,197,706	2.24%
2550	2,110,564,278	36,561,579	1.80%
2551	3,696,859,037	56,795,945	1.59%
2552	4,492,423,381	91,751,043	2.14%
ผลรวม	11,052,676,046	177,465,735	1.66%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ เป็นเงินรวม 11,052,676,046 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 1.66

4.2.2.1.2 การประกันอัคคีภัย

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันอัคคีภัย (ตารางที่ 3.10) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันอัคคีภัย

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	46,098,658	3,141,015	7.90%
2550	99,336,969	6,234,187	7.10%
2551	123,297,138	7,659,471	6.99%
2552	162,801,341	11,609,000	8.21%
ผลรวม	419,090,949	25,931,839	6.85%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันอัคคีภัย เป็นเงินรวม 419,090,949 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 6.85

4.2.2.1.3 การประกันสุขภาพ

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันสุขภาพ (ตารางที่ 3.13) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่4.9

ตารางที่ 4.9 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันสุขภาพ

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	17,922,092	627,936	3.81%
2550	80,720,560	1,902,765	2.50%
2551	198,198,668	3,698,508	1.95%
2552	486,642,578	8,286,586	1.77%
ผลรวม	781,296,484	13,490,152	1.80%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันสุขภาพ เป็นเงินรวม 781,296,484 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 1.80

4.2.2.2 **วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน** (Bornhuetter-Ferguson Method)

4.2.2.2.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ (ตารางที่ 3.9) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.10

ตารางที่ 4.10 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ ฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	468,002,461	82,112,880	23.62%
2549	1,333,659,525	70,721,609	5.76%
2550	2,645,502,194	62,285,614	2.44%
2551	4,179,005,960	49,455,535	1.21%
2552	4,902,715,837	34,207,964	0.71%
ผลรวม	13,131,831,263	281,021,575	2.15%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ เป็นเงินรวม 13,131,831,263 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 2.15

4.2.2.2.2 การประกันอัคคีภัย

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันอัคคีภัย (ตารางที่ 3.10) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.11

ตารางที่ 4.11 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ ฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันอัคคีภัย

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	34,654,611	12,897,631	82.39%
2549	67,770,327	9,954,034	18.82%
2550	122,631,131	8,123,448	7.35%
2551	128,171,811	4,740,370	3.92%
2552	184,715,636	3,770,400	2.12%
ผลรวม	484,555,131	36,632,868	7.67%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันอัคคีภัย เป็นเงินรวม 484,555,131 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 7.67

4.2.2.2.3 การประกันสุขภาพ

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันสุขภาพ (ตารางที่ 3.13) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.12

ตารางที่ 4.12 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ ฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันสุขภาพ

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	3,632,869	1,869,690	299.04%
2549	21,311,879	2,079,995	11.60%
2550	78,354,250	2,727,119	3.70%
2551	177,130,564	2,755,784	1.60%
2552	433,822,652	3,370,472	0.79%
ผลรวม	698,359,167	11,841,768	1.71%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันสุขภาพ เป็นเงินรวม 698,359,167 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 1.71

4.3 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของข้อมูลตัวอย่างที่มีลักษณะข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

4.3.1 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง (Mean Square Error)

4.3.1.1 วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)

4.3.1.1.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

จากข้อสมมติทั้งหมดของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่ได้นำมาใช้ในการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนในงานวิจัยนี้ โดยใช้ข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ (ตารางที่ 3.8) โดยทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.13

ตารางที่ 4.13 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

ปี อุบัติเหตุ	เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์	เงินสำรอง	อัตราส่วนความเสียหาย	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	162,134,512	247,786,544	52,822,969	152.83%	1,152,102	2.18%
2550	170,573,422	399,877,595	171,358,067	234.43%	2,865,159	1.67%
2551	389,401,847	734,521,213	470,951,361	188.63%	7,102,032	1.51%
2552	408,473,073	697,258,517	592,417,811	170.70%	19,612,726	3.31%
ผลรวม	1,130,582,855	2,079,443,869	1,287,550,208	183.93%	23,276,890	1.81%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ เป็นเงินรวม 1,287,550,208 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 1.81

4.3.1.1.2 การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

จากข้อสมมติทั้งหมดของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่ได้นำมาใช้ในการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนในงานวิจัยนี้ โดยใช้ข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง (ตารางที่ 3.11) โดยทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.14

ตารางที่ 4.14 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

ปี อุบัติเหตุ	เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์	เงินสำรอง	อัตราส่วนความเสียหาย	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	41,261,253	25,676,589	5,670,962	62.23%	514,961	9.08%
2550	35,880,938	46,957,327	21,097,074	130.87%	1,574,050	7.46%
2551	39,845,818	59,248,229	40,256,756	148.69%	3,328,892	8.27%
2552	42,518,061	74,110,348	66,712,097	174.30%	71,403,956	107.03%
ผลรวม	159,506,070	205,992,494	133,736,889	129.14%	71,609,280	53.54%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยทางทะเลและขนส่งเป็นเงินรวม 133,736,889 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 53.54

4.3.1.1.3 การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

จากข้อสมมติทั้งหมดของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่ได้นำมาใช้ในการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนในงานวิจัยนี้ โดยใช้ข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด (ตารางที่ 3.12) โดยทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.15

ตารางที่ 4.15 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

ปี อุบัติเหตุ	เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้	ค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์	เงินสำรอง	อัตราส่วนความเสียหาย	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	310,215,890	288,178,229	72,461,042	92.90%	11,006,196	15.19%
2550	310,344,875	93,993,253	44,432,493	30.29%	9,463,168	21.30%
2551	285,986,482	86,348,327	59,101,966	30.19%	18,782,532	31.78%
2552	234,556,049	113,125,807	101,302,736	48.23%	184,375,413	182.00%
ผลรวม	1,141,103,296	581,645,616	277,298,237	50.97%	186,920,016	67.41%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยเบ็ดเตล็ดเป็นเงินรวม 277,298,237 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 67.41

4.3.1.2 **วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน** (Bornhuetter-Ferguson Method)

4.3.1.2.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

จากการประมาณของค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ และประมาณค่าพารามิเตอร์อื่นๆของตัวแบบบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน กับข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการ

ประกันภัยรถยนต์ ภาคบังคับ (ตารางที่ 3.8) จนนำไปสู่การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.16

ตารางที่ 4.16 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

ปี อุบัติเหตุ	ค่าสินไหม ทดแทนสมบูรณ์ (พันบาท)	อัตราส่วน ความเสียหาย สมบูรณ์	ค่าสินไหม ทดแทนจ่าย (พันบาท)	เงินสำรอง (พันบาท)	ค่าความ คลาดเคลื่อน พยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	245,138	142.92%	215,356	15,122	7,411,874	49.01%
2549	267,976	165.28%	194,964	66,718	16,770,249	25.14%
2550	403,238	236.40%	228,520	178,773	29,507,470	16.51%
2551	708,791	182.02%	263,570	456,184	63,171,538	13.85%
2552	653,009	159.87%	104,841	554,104	84,622,141	15.27%
ผลรวม	2,278,151	-	1,007,250	1,270,902	111,168,421	8.75%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ เป็นเงินรวม 1,270,901,645 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 8.75

4.3.1.2.2 การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

จากการประมาณของค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ และประมาณค่าพารามิเตอร์อื่นๆของตัวแบบบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน กับข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง (ตารางที่ 3.11) จนนำไปสู่การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.17

ตารางที่ 4.17 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

ปี อุบัติเหตุ	ค่าสินไหม ทดแทนสมบูรณ์ (พันบาท)	อัตราส่วน ความเสียหาย สมบูรณ์	ค่าสินไหม ทดแทนจ่าย (พันบาท)	เงินสำรอง (พันบาท)	ค่าความ คลาดเคลื่อน พยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	54,061	144.61%	47,271	6,950	2,708,150	38.97%
2549	30,864	74.80%	20,006	9,928	4,862,754	48.98%
2550	56,688	157.99%	25,860	29,358	7,279,856	24.80%

ตารางที่ 4.17 (ต่อ) ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

ปี อุบัติเหตุ	ค่าสินไหม ทดแทนสมบูรณ์ (พันบาท)	อัตราส่วน ความเสียหาย สมบูรณ์	ค่าสินไหม ทดแทนจ่าย (พันบาท)	เงินสำรอง (พันบาท)	ค่าความ คลาดเคลื่อน พยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2551	63,434	159.20%	18,991	45,214	10,361,223	22.92%
2552	62,824	147.76%	7,398	56,894	13,513,388	23.75%
ผลรวม	267,870	-	119,526	148,344	19,337,615	13.04%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง เป็นเงินรวม 148,343,912 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 13.04

4.3.1.2.3 การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

จากการประมาณของค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ และประมาณค่าพารามิเตอร์อื่นๆของตัวแบบบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน กับข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด (ตารางที่ 3.12) จนนำไปสู่การหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.18

ตารางที่ 4.18 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้ตัวแบบสโตแคสติก : การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

ปี อุบัติเหตุ	ค่าสินไหม ทดแทนสมบูรณ์ (พันบาท)	อัตราส่วน ความเสียหาย สมบูรณ์	ค่าสินไหม ทดแทนจ่าย (พันบาท)	เงินสำรอง (พันบาท)	ค่าความ คลาดเคลื่อน พยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	147,239	75.47%	123,510	24,211	14,244,425	58.83%
2549	329,352	106.17%	215,717	123,624	34,451,944	27.87%
2550	125,804	40.54%	49,561	71,268	47,044,016	66.01%
2551	128,651	44.99%	27,246	95,748	59,080,053	61.70%
2552	137,428	58.59%	11,823	125,766	65,751,071	52.28%
ผลรวม	868,474	-	427,858	440,616	106,848,657	24.25%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยเบ็ดเตล็ด

เป็นเงินรวม 440,616,199 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 24.25

4.3.2 **เทคนิคบูตสแตรป** (bootstrap technique)

4.3.2.1 **วิธีบันไดลูกโซ่** (Chain-Ladder Method)

4.3.2.1.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ (ตารางที่ 3.8) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) ของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.19

ตารางที่ 4.19 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	57,163,608	2,153,312	4.08%
2550	181,690,571	5,178,326	3.02%
2551	493,317,465	11,294,179	2.40%
2552	628,639,401	16,971,811	2.86%
ผลรวม	1,347,486,188	32,594,792	2.53%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ เป็นเงินรวม 1,347,486,188 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 2.53

4.3.2.1.2 การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง (ตารางที่ 3.11) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 20

ตารางที่ 4.20 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	9,492,252	1,739,369	30.67%
2550	31,047,298	4,876,599	23.12%
2551	58,769,517	8,757,268	21.75%
2552	110,537,072	17,322,057	25.97%
ผลรวม	192,512,592	28,591,971	21.38%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง เป็นเงินรวม 192,512,592 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 21.38

4.3.2.1.3 การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด (ตารางที่ 3.12) ทำการ ประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.21

ตารางที่ 4.21 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2549	133,159,137	24,881,995	34.34%
2550	81,904,613	18,531,459	41.71%
2551	112,421,000	25,187,866	42.62%
2552	238,273,167	81,015,586	79.97%
ผลรวม	480,498,981	120,462,037	43.44%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบันไดลูกโซ่ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรอง

ค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยเบ็ดเตล็ด เป็นเงินรวม 480,498,981 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 43.44

4.3.2.2 **วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน** (Bornhuetter-Ferguson Method)

4.3.2.2.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ (ตารางที่ 3.8) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.22

ตารางที่ 4.22 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ ฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	34,831,107	8,018,107	32.56%
2549	91,604,520	6,793,899	8.20%
2550	211,701,541	6,731,148	3.32%
2551	496,690,576	7,671,298	1.58%
2552	586,277,515	4,638,572	0.80%
ผลรวม	1,382,733,947	33,254,704	2.42%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัย รถยนต์ภาคบังคับเป็นเงินรวม 1,382,733,947 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 2.42

4.3.2.2.2 การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง (ตารางที่ 3.11) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.23

ตารางที่ 4.23 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ ฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	25,821,967	12,479,977	212.78%
2549	21,947,035	6,936,671	64.00%
2550	50,693,263	7,847,376	21.46%
2551	63,421,306	6,153,963	12.10%
2552	70,431,070	9,576,952	15.93%
ผลรวม	174,545,584	30,268,863	18.43%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง เป็นเงินรวม 174,545,584 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 18.43

4.3.2.2.3 การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

จากข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด (ตารางที่ 3.12) ทำการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์น ฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน และคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองที่คำนวณมา ได้ผลดังตารางที่ 4.24

ตารางที่ 4.24 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ ฟอร์กูซัน โดยใช้วิธีบูตสแตรปและค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ : การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

ปีอุบัติเหตุ	เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์	ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (s.e.)	s.e.%
2548	95,626,784	42,795,325	134.92%
2549	236,375,168	64,058,762	49.49%
2550	111,327,871	16,984,250	20.73%
2551	138,534,137	13,718,486	12.32%
2552	178,075,572	22,366,215	16.88%
ผลรวม	532,532,408	138,955,870	28.54%

จากการหาเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนโดยใช้เทคนิคบูตสแตรป ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์เฟอร์กูซัน ที่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 95 ของการกระจายค่าเงินสำรองของการพยากรณ์ พบว่ามีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนสำหรับการประกันภัยเบ็ดเตล็ด เป็นเงินรวม 532,532,408 บาท ด้วยร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเท่ากับ 28.54

4.4 การเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน

วิธีการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่และวิธีบอร์นฮูตเทอร์เฟอร์กูซัน เป็น 2 วิธีการที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง โดยปกติแล้วจะสนใจวิธีที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ (prediction error) ที่น้อยกว่า สำหรับส่วนนี้จะเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากการใช้เทคนิคบูตสแตรป โดยในตารางที่ 4.25 ถึงตารางที่ 4.30 จะแสดงค่าเงินสำรองรวมและค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์สำหรับการประมาณเงินสำรองรวมของข้อมูลตัวอย่างจำแนกตามลักษณะข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายดังนี้

4.4.1 ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

4.4.1.1 การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

จากการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยวิธีต่างๆนั้นพบว่า วิธีบอร์นฮูตเทอร์เฟอร์กูซัน ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์และเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมสูงกว่าวิธีบันไดลูกโซ่ ไม่ว่าจะใช้เทคนิคใดในการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ ดังแสดงในตารางที่ 4.25 โดยหากกลับไปพิจารณาข้อมูลในตารางที่ 3.9 และภาพที่ 3.1 จะพบว่าข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ มีลักษณะที่เพิ่มขึ้นที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

ตารางที่ 4.25 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวมของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ

	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง		เทคนิคบูตสแตรป	
	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)
เงินสำรองรวม	10,717,262,756	12,127,335,194	11,052,676,046	13,131,831,263
ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวม	1.14	1.55	1.66	2.15

4.4.1.2 การประกันอัคคีภัย

จากการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยวิธีต่างๆได้ว่า วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์และเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมสูงกว่าวิธีบันไดลูกโซ่ ดังแสดงในตารางที่ 4.26 โดยหากกลับไปพิจารณาข้อมูลในตารางที่ 3.10 และภาพที่ 3.2 จะพบว่าข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันอัคคีภัย มีลักษณะที่ลดลงเสมอ

ตารางที่ 4.26 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวมของเงินสำรองรวมของการประกันอัคคีภัย

	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง		เทคนิคบูตสแตรป	
	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)
เงินสำรองรวม	378,427,231	455,215,998	419,090,949	484,555,131
ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวม	4.06	6.00	6.85	7.67

4.4.1.3 การประกันสุขภาพ

จากการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยวิธีต่างๆพบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่ได้จากการใช้เทคนิคบูตสแตรปของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน มีค่าต่ำกว่าค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของวิธีบันไดลูกโซ่ และยังให้ค่าเงินสำรองรวมที่น้อยกว่าวิธีบันไดลูกโซ่ ดังแสดงในตารางที่ 4.27 และเมื่อกลับไปพิจารณาข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนจ่ายของการประกันสุขภาพในตารางที่ 3.13 และภาพที่ 3.3 ในปีอุบัติเหตุ 2551 และปีอุบัติเหตุ 2552

ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายมีลักษณะที่เพิ่มมากขึ้น ประกอบกับค่าเบี้ยประกันภัยในแต่ละปีที่เพิ่มขึ้นและเพิ่มขึ้นสูงในปีสุดท้ายด้วย

ตารางที่ 4.27 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวมของการประกันสุขภาพ

	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง		เทคนิคบูตสแตรป	
	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)
เงินสำรองรวม	751,087,543	666,120,692	781,296,484	698,359,167
ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวม	1.60	6.47	1.80	1.71

4.4.2 **ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะที่ไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน**

4.4.2.1 **การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ**

จากการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยวิธีต่างๆนั้นจะได้ว่า วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์โดยเทคนิคบูตสแตรปต่ำกว่าวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) และให้เงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมสูงที่สุด แต่ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสองของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซันนั้นกลับให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่สูงกว่าและให้ค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมต่ำกว่า ดังแสดงในตารางที่ 4.28

ตารางที่ 4.28 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวมของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง		เทคนิคบูตสแตรป	
	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)
เงินสำรองรวม	1,287,550,208	1,270,901,645	1,347,486,188	1,382,733,947
ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวม	1.81	8.75	2.53	2.42

4.4.2.2 การประกันประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

จากข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายพบว่าในปีปฏิทิน 2549 ที่ปีอุบัติเหตุ 2549 นั้นมีค่าน้อยมากคือ 298,556 บาท ซึ่งส่งผลโดยตรงต่อการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของวิธีบันไดลูกโซ่ แต่หากนำวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน มาใช้ โดยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซันจะมีการนำค่าเบี้ยประกันภัย และค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น มาประกอบการคำนวณโดยจะได้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ดังตารางที่ 4.29 คือวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าของวิธีบันไดลูกโซ่ โดยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ที่ใช้ข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติก นั้นมีค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมต่ำสุดและมีค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์สูงสุด แต่วิธีบันไดลูกโซ่ที่ใช้เทคนิคบูตสแตรปให้ค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมสูงสุด

ตารางที่ 4.29 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวมของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง

	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง		เทคนิคบูตสแตรป	
	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)
เงินสำรองรวม	133,736,889	148,343,912	192,512,592	174,545,854
ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวม	53.54	13.04	21.38	18.43

4.4.2.3 การประกันภัยเบ็ดเตล็ด

จากข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายพบว่าข้อมูลมีลักษณะที่เพิ่มขึ้นและลดลงในปีต่อไปเสมอ ยกเว้นปีปฏิทิน 2551 ที่มีค่าลดลงอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ปีอุบัติเหตุ 2549 และค่าเบี้ยประกันภัยในตารางที่ 3.1 มีค่าที่ลดลงอย่างต่อเนื่องในช่วงเวลา 2 ปีหลัง เมื่อคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของวิธีบันไดลูกโซ่ และวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ได้ผลดังตารางที่ 4.30 คือ วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าวิธีบันไดลูกโซ่ แต่ให้ค่าเงินสำรองรวมสูงกว่าวิธีบันไดลูกโซ่ ไม่ว่าจะใช้เทคนิคใดในการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์และค่าเงินสำรองรวม

ตารางที่ 4.30 เปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวมของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด

	ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง		เทคนิคบูตสแตรป	
	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)	วิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method)	วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method)
เงินสำรองรวม	277,298,237	440,616,199	480,498,981	532,532,408
ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของเงินสำรองรวม	67.41	24.25	43.44	28.54

การหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากงานวิจัยนี้ พบว่าการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมที่ใช้เทคนิคบูตสแตรปให้ค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนรวมที่สูงกว่าวิธีที่ใช้ข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติก และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่หาจากข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของข้อมูลตัวอย่างสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง การประกันภัยเบ็ดเตล็ด และการประกันสุขภาพ โดยการใช้เทคนิคบูตสแตรปของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน มีค่าต่ำกว่าวิธีบันไดลูกโซ่ และค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่หาจากข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายของข้อมูลตัวอย่างสำหรับการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย และการประกันสุขภาพ โดยใช้ข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่ที่ได้นั้นมีค่าต่ำกว่าวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยวิธีที่ใช้ข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกนั้นจะต้องมีการตรวจสอบเงื่อนไขต่างๆว่าเป็นไปตามข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติกหรือไม่ และจะได้ค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเพียงค่าเดียว ซึ่งต่างกับการใช้เทคนิคบูตสแตรปที่จะให้ค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนและค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่คำนวณได้หลายค่าขึ้นอยู่กับการกำหนดระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน

บทที่5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน โดยใช้เทคนิคบูตสแตรป (bootstrap technique) พร้อมทั้งได้ทำการเปรียบเทียบผลที่ได้กับค่าประมาณความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณค่าเงินสำรองสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ โดยในการวิจัยครั้งนี้ได้ใช้ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนในรอบปีอุบัติเหตุที่พ.ศ. 2548 ถึงปีอุบัติเหตุที่พ.ศ. 2552 จากบริษัทประกันวินาศภัยแห่งหนึ่งในประเทศไทย โดยจัดกลุ่มของข้อมูลตัวอย่างได้ 2 กลุ่มคือ 1. ลักษณะข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน ได้แก่ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย และการประกันสุขภาพ 2. ลักษณะข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะที่ไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน ได้แก่ การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง และการประกันภัยเบ็ดเตล็ด ที่จำนวนการทำซ้ำในกระบวนการบูตสแตรป คือ 1,000 รอบ และใช้ระดับนัยสำคัญในการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบูตสแตรป มีค่า 0.05 ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

5.1.1 ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

5.1.1.1 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากการใช้ตัวแบบสโตแคสติก

วิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าสำหรับข้อมูลตัวอย่างของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย และการประกันสุขภาพ

5.1.1.2 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากการใช้เทคนิคบูตสแตรป

วิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าสำหรับข้อมูลตัวอย่างของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ และการประกันอัคคีภัย

วิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าสำหรับข้อมูลตัวอย่างของการประกันสุขภาพ

5.1.2 ข้อมูลค่าสินไหมทดแทนจ่ายที่มีลักษณะที่ไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

5.1.2.1 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากการใช้ตัวแบบสโตแคสติก

วิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าสำหรับข้อมูลตัวอย่างของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

วิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วยวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าสำหรับข้อมูลตัวอย่างของการประกันภัยทางทะเลและขนส่ง และการประกันภัยเบ็ดเตล็ด

5.1.2.2 ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์จากการใช้เทคนิคบูตสแตรป

วิธีการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนด้วย วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำกว่าสำหรับข้อมูลตัวอย่างของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง และการประกันภัยเบ็ดเตล็ด

แม้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์สำหรับข้อมูลตัวอย่างของ การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย การประกันภัยทางทะเลและขนส่ง การประกันภัยเบ็ดเตล็ด และการประกันสุขภาพที่ใช้ตัวแบบสโตแคสติกของวิธีบันไดลูกโซ่จะมีค่าต่ำที่สุดก็ตาม แต่วิธีการนี้จะให้ค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนเพียงค่าเดียว และต้องตรวจสอบข้อมูลที่ได้มานั้นว่าสอดคล้องกับข้อสมมติของตัวแบบของวิธีการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนนั้นๆหรือไม่ ซึ่งแตกต่างไปจากการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่ใช้เทคนิคบูตสแตรปซึ่งสามารถนำข้อมูลจากการจัดเก็บไว้ในรูปตารางการพัฒนาการของค่าสินไหมทดแทนรูปสามเหลี่ยม (Loss Development Triangle) มาคำนวณได้โดยไม่จำเป็นต้องตรวจสอบข้อสมมติใดๆ และค่าประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนและค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่คำนวณได้นั้นสามารถคำนวณได้หลายค่าซึ่งขึ้นอยู่กับ

การกำหนดระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของแต่ละธุรกิจประกันภัย

5.2 อภิปรายผล

จากผลการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของการประมาณค่าเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนใน แต่ละประเภทของการประกันภัย คงเกิดคำถามขึ้นมาว่า ทำไมใครต่อใครถึงยังเลือกใช้วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ถ้าวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่น้อยกว่าในบางกรณี เหตุผลที่อาจเป็นไปได้นั้นคือ เมื่อข้อมูลมีลักษณะที่ไม่สม่ำเสมอหรือมีลักษณะไม่คงที่ เช่นกรณีที่มีการรับประกันภัยประเภทใหม่ๆ ซึ่งข้อมูลในอดีตมีเพียงเล็กน้อย หรือการประกันภัยที่มักมีรูปแบบความเสียหายผันผวนอันเนื่องมาจากความเสียหายขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นเป็นครั้งคราว การใช้วิธีการประมาณเงินสำรองอื่นๆ อาจไม่สามารถให้ผลลัพธ์ ที่น่าเชื่อถือได้ พร้อมกันนั้น เพราะเราเชื่อว่าเราได้ระดับที่ดีที่สุดของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ (ultimate claims) โดยเชื่อว่าสามารถให้ผลลัพธ์ที่มีความเสถียรและตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงต่างๆ (Stability and Responsiveness) ได้อย่างเหมาะสมต่อธุรกิจ ในที่นี้เราจึงยังใช้วิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน ซึ่งต้องอาศัยข้อมูลเพิ่มเติมที่นอกเหนือจากข้อมูลในตารางค่าสินไหมทดแทนรูปสามเหลี่ยม ซึ่งก็คือค่าเบื้องต้นของค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์และค่าเบี้ยประกันภัย

อย่างไรก็ตามค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่ต่ำกว่าที่ได้จากการคำนวณของแต่ละประเภทของการประกันภัยหรือจากวิธีการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนใดๆก็ตาม ไม่ได้หมายความว่าวิธีดังกล่าวนั้นจะเป็นวิธีการที่เหมาะสมกว่าเมื่อนำมาใช้ นักคณิตศาสตร์ประกันภัยมักจะตัดสินใจบนความน่าเชื่อถือของข้อมูล และความรู้ในการประมาณค่าสินไหมทดแทนสมบูรณ์ที่เหมาะสม โดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ และความคลาดเคลื่อนพยากรณ์มาประกอบในการตัดสินใจต่อไป โดยค่าดังกล่าวเรียกว่า ค่าประมาณที่ดีที่สุด (best estimate) ของค่าสินไหมทดแทนค้างจ่ายหรือเงินสำรองซึ่งจะต้องสอดคล้องกับกฎเกณฑ์ (Regulation) เกี่ยวกับเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนของการประกันวินาศภัย เรื่องการจัดสรรเงินสำรองสำหรับเบี้ยประกันภัยที่ยังไม่ตกเป็นรายได้ของบริษัทและเงินสำรองสำหรับค่าสินไหมทดแทนของบริษัทประกันวินาศภัย จากนั้นนำไปรวมกับค่าร้อยละมาตรฐาน (Standard percentage) ของแต่ละการประกันภัยที่บริษัทประมาณจากข้อมูลของบริษัทประกันภัยเอง หรือตามที่สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย (คปภ.) กำหนด เพื่อให้ได้ผลลัพธ์มูลค่าความรับผิด

ที่ระดับความเชื่อมั่น 75% โดยมูลค่านี้เป็นส่วนหนึ่งของการดำรงเงินกองทุนตามระดับความเสี่ยง (Risk Based Capital : RBC)

ผลการวิจัยนี้พบว่าสอดคล้องกับการศึกษาของ Mack's (1993) ซึ่งพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยตัวแบบสโตแคสติกของวิธีการประมาณค่าเงินสำรองด้วยวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ต่ำสุดสำหรับข้อมูลตัวอย่างของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันอัคคีภัย และการประกันสุขภาพ แต่อย่างไรก็ตามการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยตัวแบบสโตแคสติกนั้นจำเป็นต้องกำหนดข้อสมมติเบื้องต้น หรือต้องตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นสอดคล้องกับข้อสมมตินั้นๆหรือไม่ ซึ่งแตกต่างจากการใช้เทคนิคบูตสแตรปที่ไม่ต้องมีการกำหนดข้อสมมติเบื้องต้นแต่ประการใด

5.3 ข้อเสนอแนะและข้อจำกัดของงานวิจัย

แม้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยตัวแบบสโตแคสติกของข้อมูลตัวอย่างบางตัวอย่างจะให้ผลที่ต่ำกว่าวิธีอื่นๆก็ตาม แต่งานวิจัยนี้เราได้กำหนดให้ข้อมูลตัวอย่างของการประกันภัยสอดคล้องกับข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติก ซึ่งหากมีการตรวจสอบข้อมูลกับข้อสมมติของตัวแบบสโตแคสติก ผลลัพธ์ที่ได้อาจมีค่าที่มากกว่า ซึ่งการใช้เทคนิคบูตสแตรปอาจให้ผลที่ดีกว่าและใช้งานได้ง่ายกว่าการใช้ตัวแบบสโตแคสติก ดังนั้นจึงควรทำการศึกษาวิธีการประมาณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนอื่น ร่วมกับการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ด้วยเทคนิคบูตสแตรปกับข้อมูลประเภทอื่นๆประกอบเพิ่มเติม ซึ่งอาจทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ที่ได้ต่ำกว่าวิธีที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ และควรมีการศึกษาด้วยว่าหากข้อมูลตัวอย่างที่มีความสม่ำเสมอและไม่มีความสม่ำเสมอแล้วสอดคล้องกับตัวแบบสโตแคสติก การใช้เทคนิคบูตสแตรปจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ในกรณีนี้เป็นอย่างไร

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

มานพ วราภักดิ์. (2550). การประมาณเงินสำรองสำหรับค่าสินไหมทดแทนคงค้างด้วยวิธีบันไดลูกโซ่. *วารสารจุฬาลงกรณ์ธุรกิจปริทัศน์* 29, 111 (มกราคม-มีนาคม 2550).

สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริม การประกอบธุรกิจประกันภัย และ สำนักงานอัตราเบี้ยประกันวินาศภัย. (2551). *เอกสารทางวิชาการเรื่องการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน (Loss Reserving).*

ภาษาอังกฤษ

Christofides, S. (1990). *Regression Models Based on Log-incremental Payments.* Claims Reserving Manual, 2, Institute of Actuaries, London.

Efron, B. (1979). *Bootstrapping methods : Another Look at the Jackknife.* The Annals of Statistics 7 : 1-26.

Efron, B., Tibshirani, R. (1994). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall/CRC, ISBN10: 0412042312, 31-199.

England, P. D., Verrall, R. J. (1999). *Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving*. Insurance : Mathematics and Economics, 25, 281-293.

England, P. D., Verrall, R. J. (2002*). Stochastic Claims Reserving in General Insurance*. presented to the Institute of Actuaries. Available from : http://www.emb.com/EMBDOTCOM/Netherlands/Nieuws%20-%20News/SCRinGI-EnglandVerrall.pdf

Mack, T. (1993). *Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates*. Astin Bulletin, 23, no. 2.

Mack, T. (2006:Fall). *Parameter Estimation of Bornhuetter/Ferguson*. Casual Actuarial Society Forum. Available from : http://www.casact.org/pubs/forum/06fforum/145.pdf.

Mack, T. (2008:Fall). *The Prediction Error of Bornhuetter-Ferguson*. Casualty Actuarial Society E-Forum, 222-240. Available from : http://www.casact.org/pubs/forum/08fforum/10Mack%20.pdf.

Pinheiro, P. J. R., Andrade e Silva, J. M., Centeno, Maria de L. (2001). *Bootstrap Methodology in Claims Reserving.* Astin Colloquium International Actuarial Association – Brussels, Belgium. Available from : http://www.actuaries.org/ASTIN/Colloquia/Washington/Pinheiro_Silva_Centeno.pdf.

Renshaw, A. E. (1989). *Chain-Ladder and Interactive Modelling* (Claims Reserving and GLIM). J. I. A., 116, 559-587.

Wright, T. S. (1990). *A Stochastic Method for Claims Reserving in General Insurance*. J.I.A., 117, 667-731.

Zehnwirth, B. (1989). *The Chain-Ladder Technique – a Stochastic Model*. Claims Reserving Manual, 2, Institute of Actuaries, London.

ภาคผนวก

ชุดคำสั่งในการใช้โปรแกรม R สำหรับการหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์โดยใช้เทคนิคบูตสแตรป

1. หาค่าปัจจัยพัฒนาการ (development factor) ของตารางค่าสินไหมทดแทนรูปสามเหลี่ยม (triangle)

```
RationCalc <- function(triTable){
   NCol  <- ncol(triTable)
   Ratio <- new("list")
   for(i in 1:(NCol-1)){
     Ratio[[i]] <- sum(triTable[,1+i],na.rm=T)/sum(
                 triTable[-(NCol+1-i),i],na.rm=TRUE)
   }
   Ratio <- unlist(Ratio)
   Ratio
}
```

2. หาค่าในตารางค่าสินไหมทดแทนรูปสามเหลี่ยม (triangle) ส่วนที่ $i = 2,...,n$ และ $j = n+2-i,...,n$

```
FullTriangle <- function(triTable){
   NCol  <- ncol(triTable)
   Ratio <- RationCalc(triTable)
   devTemp <- as.vector(rev(apply(triTable, 1, FUN=last)))[-length(
   as.vector(rev(apply(triTable, 1, FUN=last))))]
   devRecast <- as.vector(apply(triTable, 1, FUN=last))
   devI   <- devTemp*Ratio
   devII  <- devI[-length(devI)]*Ratio[-1]
   devIII <- devII[-length(devII)] *Ratio[-c(1,2)]
   devIV  <- devIII[-length(devIII)] *Ratio[-c(1,2,3)]
   dataUnder <- c(devI, devII, devIII, devIV)
   FullTable <- triTable
   posData <- 1
   NColTmp <- NCol-1
   for(i in 1:(NCol-1)){
      for(j in 1:NColTmp){
         FullTable[NCol-j+1, i+j] <- dataUnder[posData]
```

```
            posData <- posData+1
        }
        NColTmp <- NColTmp-1
    }
    FullTable
}
```

3. หาค่าสินไหมทดแทนจ่ายจนถึงปัจจุบัน

```
last <- function(triTable){
    lastValue <- triTable[sum(!is.na(triTable))]
    lastValue
}
```

4. ค่าที่ปรับด้วยปัจจัยพัฒนาการ

```
RacastCalc <- function(triTable){
    Ratio <- RationCalc(triTable)
    NCol  <- ncol(triTable)
    Temp  <- matrix(0, NCol, NCol)
    RecastPaid <- triTable
    for(i in 1:(NCol-1)){
        nLength <- sum(!is.na(RecastPaid[,NCol-i]))
        for(j in 1:(nLength-1)){
            RecastPaid[j,NCol-i] <- RecastPaid[j,NCol-i+1]/Ratio[NCol-i]
        }
        RecastPaid <- Temp+RecastPaid
    }
    RecastPaid
}
```

5. หาค่าการเพิ่มขึ้นของค่าที่ปรับด้วยปัจจัยพัฒนาการ

```
RecastIncreCalc <- function(triTable){
    NCol  <- ncol(triTable)
    Temp1 <- triTable[,-1]
    Temp2 <- triTable[,-NCol]
```

```
    RecastTemp  <- Temp1-Temp2
    RecastIncre <- triTable
    RecastIncre[,2:NCol] <- RecastTemp
    RecastIncre
}
```

6. หาค่าบนตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์

```
percentile <- function(x, p){
    x <- sort(x)
    x <- x[floor((p/100)*length(x))]
    x
}
```

7. การหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของวิธีบันไดลูกโซ่ (Chain-Ladder Method) ด้วยวิธีบูตสแตรป

```
options(digits=20)
Incurred <- read.csv("the name of the file", row.names=1, header=TRUE)
Paid <- read.csv("the name of the file", row.names=1, header=TRUE)
NCol <- ncol(Paid)
EarnedPremium <- read.csv("the name of the file", row.names=1, header=TRUE)
cumrevEP <- rev(cumsum(EarnedPremium))
cumsumPaid <- t(apply(Paid, 1, FUN=cumsum))

#Step 1
Ratio <- RationCalc(cumsumPaid)
RecastCumsumPaid <- RacastCalc(cumsumPaid)
RecastRatio <- RationCalc(RecastCumsumPaid)
RecastCumsumPaidFull <- FullTriangle(RecastCumsumPaid)
Reserve <- RecastCumsumPaidFull[, NCol]-as.vector(apply(RecastCumsumPaid, 1,
FUN=last))
RecastIncre <- RecastIncreCalc(RecastCumsumPaid)
RecastIncreTemp1 <- RecastCumsumPaidFull[,-ncol(RecastCumsumPaidFull)]
RecastIncreTemp2 <- RecastCumsumPaidFull[,-1]
RecastIncreFull  <- RecastCumsumPaidFull
```

```
RecastIncreFull[,2:ncol(RecastCumsumPaidFull)] <- (RecastIncreTemp2-RecastIncreTemp1)
Residual <- (Paid-RecastIncre)/sqrt(RecastIncre)
SquareResidual <- Residual^2
sumSquare  <- sum(SquareResidual, na.rm=TRUE)
numberData <- sum(!is.na(SquareResidual))
paraEst    <- 2*NCol-1
biasAdjust <- sqrt(numberData/(numberData-paraEst))
scalePara  <- sumSquare/(numberData-paraEst)
ResidualAdj <- Residual*biasAdjust
orgDtSet <- ResidualAdj[!is.na(ResidualAdj)]
sampleSize <- length(orgDtSet)
numLoop <- 1000  #Specify number of loop
seedDOE <- 1  #Specify design of experiment
resBoot       <- new("list")
PseudoDt      <- new("list")
cPseudoDt     <- new("list")
ratioPseudo   <- new("list")
cPseudoDev    <- new("list")
cPseudoDtFull <- new("list")
ReservePseudo <- new("list")
IncrePseudo   <- new("list")
ReserveIncre  <- new("list")
resBootH      <- new("list")
PseudoRea     <- new("list")
ReservePRea   <- new("list")
diffReserve   <- new("list")
ReservePE     <- new("list")
sseReserve    <- new("list")

#Step 2
for(i in 1:numLoop){

#Step 2.1
set.seed((seedDOE-1)*numLoop+i)
samDtTmp <- sample(orgDtSet, sampleSize, replace=TRUE)
```

```
resBoot[[i]] <- matrix(c(samDtTmp[1:9], NA, samDtTmp[10:12], rep(NA,2),
samDtTmp[13:14], rep(NA,3), samDtTmp[15], rep(NA,4)), NCol, NCol)
dimnames(resBoot[[i]]) <- list(dimnames(ResidualAdj)[[1]],
dimnames(ResidualAdj)[[2]])
PseudoDt[[i]]  <- resBoot[[i]]*sqrt(RecastIncre)+RecastIncre
cPseudoDt[[i]] <- t(apply(PseudoDt[[i]], 1, FUN=cumsum))
ratioPseudo[[i]] <- RationCalc(cPseudoDt[[i]])
cPseudoDev[[i]] <- as.vector(apply(cPseudoDt[[i]], 1, FUN=last))
cPseudoDtFull[[i]] <- FullTriangle(cPseudoDt[[i]])
ReservePseudo[[i]] <- cPseudoDtFull[[i]][, NCol]-cPseudoDev[[i]]
IncrePseudo[[i]] <- cPseudoDtFull[[i]]
posTarget <- which(!is.na(cPseudoDt[[i]]))
cPseudoF1 <- cPseudoDtFull[[i]][,-1]
cPseudoF2 <- cPseudoDtFull[[i]][,-NCol]
cPseudoTemp  <- cPseudoF1-cPseudoF2
IncrePseudo[[i]][,2:NCol] <- cPseudoTemp
IncrePseudo[[i]] <- as.vector(unlist(as.data.frame(IncrePseudo[[i]])))
IncrePseudo[[i]][posTarget] <- NA
IncrePseudo[[i]] <- matrix(IncrePseudo[[i]], NCol, NCol)
ReserveIncre[[i]] <- apply(IncrePseudo[[i]], 1, FUN=sum, na.rm=TRUE)
IncrePseudoTemp <- as.vector(IncrePseudo[[i]])[as.vector(!is.na(IncrePseudo[[i]]))]
RecastIncreTemp <- as.vector(RecastIncreFull)[as.vector(!is.na(IncrePseudo[[i]]))]
valueCheck      <- (IncrePseudoTemp-RecastIncreTemp)/sqrt(RecastIncreTemp)
set.seed((seedDOE-1)*numLoop+i)
samDtH <- new("list")
for(j in 1:length(valueCheck)){
   samDtH[[j]] <- sample(orgDtSet[orgDtSet>=valueCheck[j]], 1, replace=TRUE)
}

#Step 2.2
resBootH[[i]] <- IncrePseudo[[i]]
resBootH[[i]][!is.na(IncrePseudo[[i]])] <- unlist(samDtH)
PseudoRea[[i]]   <- resBootH[[i]]*sqrt(RecastIncreFull)+RecastIncreFull
posTarget <- which(is.na(cPseudoDt[[i]]))
posAdjust <- which(is.na(PseudoRea[[i]][posTarget]))
```

```
PseudoRea[[i]][posTarget][posAdjust] <- IncrePseudo[[i]][posTarget][posAdjust]
ReservePRea[[i]] <- apply(PseudoRea[[i]], 1, FUN=sum, na.rm=TRUE)

#Step 3
diffReserve[[i]] <- ReservePRea[[i]]-ReserveIncre[[i]]
ReservePE[[i]]   <- Reserve+diffReserve[[i]]
sseReserve[[i]]  <- (Reserve-ReservePE[[i]])^2
}
reservePE <- matrix(unlist(ReservePE), numLoop, NCol, byrow=T)
reservePE <- apply(reservePE, 2, 95, FUN=percentile)
MSEP      <- matrix(unlist(sseReserve), numLoop, NCol, byrow=T)
MSEP      <- apply(MSEP, 2, FUN=mean)
seR       <- sqrt(MSEP)
seRpercent <- (sqrt(MSEP)*100)/Reserve
```

7. การหาค่าความคลาดเคลื่อนพยากรณ์ของวิธีบอร์นฮูตเทอร์ เฟอร์กูซัน (Bornhuetter-Ferguson Method) ด้วยวิธีบูตสแตรป

```
options(digits=20)
Incurred <- read.csv(I "the name of the file", row.names=1, header=TRUE)
cumsumIncurred <- t(apply(Incurred, 1, FUN=cumsum))
Paid <- read.csv("the name of the file" ,row.names=1, header=TRUE)
LastDevPaid <- apply(Paid, 1, FUN=last)
NCol <- ncol(Paid)
EarnedPremium <- read.csv(" the name of the file" , row.names=1, header=TRUE)[,position]
cumrevEP <- rev(cumsum(EarnedPremium))
EstPriorUltClaim <- read.csv("08EstPriorUltClaim.csv", row.names=1, header=TRUE)[,position]
ErrorII <- read.csv("09ErrorII.csv", row.names=1, header=TRUE)[,position]
TailILR <- read.csv("10TailILR.csv", row.names=1, header=TRUE)[position,]
cumsumPaid <- t(apply(Paid, 1, FUN=cumsum))

#Step 1
Ratio    <- c(RationCalc(cumsumPaid), 1)
Pattern  <- 1/rev(cumprod(rev(Ratio)))
oPattern <- 1-Pattern
RecastCumsumPaid <- RacastCalc(cumsumPaid)
```

```
RecastIncre <- RecastIncreCalc(RecastCumsumPaid)
Residual <- (Paid-RecastIncre)/sqrt(RecastIncre)
SquareResidual <- Residual^2
sumSquare  <- sum(SquareResidual, na.rm=TRUE)
numberData <- sum(!is.na(SquareResidual))
paraEst    <- 2*NCol-1
biasAdjust <- sqrt(numberData/(numberData-paraEst))
scalePara  <- sumSquare/(numberData-paraEst)
ResidualAdj <- Residual*biasAdjust
ExpUnReport <- EstPriorUltClaim*rev(oPattern)
ReportTD    <- apply(cumsumIncurred, 1, FUN=last)
TotalULT    <- ExpUnReport+ReportTD
PaidTD      <- apply(RecastCumsumPaid, 1, FUN=last)
Reserve      <- TotalULT-PaidTD
TotalReserve <- sum(Reserve)
orgDtSet <- ResidualAdj[!is.na(ResidualAdj)]
orgDtSetTemp <- orgDtSet[order(orgDtSet)][-c(1,2)]
RecastIncreTemp <- RecastIncre[as.vector(!is.na(RecastIncre))]
valueCheck      <- ((RecastIncreTemp/1.5)-RecastIncreTemp)/sqrt(RecastIncreTemp)
valueCheckII    <- (0-RecastIncreTemp)/sqrt(RecastIncreTemp)
sampleSize <- length(orgDtSet)
numLoop <- 1000
seedDOE <- 1
resBoot   <- new("list")
PseudoDt  <- new("list")
cPseudoDt <- new("list")
RatioBoot <- new("list")
PattBoot  <- new("list")
oPattBoot <- new("list")
psDevYear <- new("list")
relatPEP  <- new("list")
lastDev   <- new("list")
relatAdj  <- new("list")
ErrorI    <- new("list")
sqrtError <- new("list")
```

```
EPremAdj  <- new("list")
ULR       <- new("list")
Ultimate  <- new("list")
oPattBootR   <- new("list")
ExpUnReportBoot <- new("list")
ReportTDBoot <- new("list")
TotalULTBoot <- new("list")
PaidTDBoot   <- new("list")
reserveBoot  <- new("list")
resBootH     <- new("list")
PseudoDtH    <- new("list")
cPseudoDtH   <- new("list")
RatioBootH   <- new("list")
PattBootH    <- new("list")
oPattBootH   <- new("list")
psDevYearH   <- new("list")
relatPEPH    <- new("list")
lastDevH     <- new("list")
relatAdjH    <- new("list")
ErrorIH      <- new("list")
sqrtErrorH   <- new("list")
EPremAdjH    <- new("list")
ULRH         <- new("list")
UltimateH    <- new("list")
oPattBootRH  <- new("list")
ExpUnReportBootH <- new("list")
ReportTDBootH <- new("list")
TotalULTBootH <- new("list")
PaidTDBootH   <- new("list")
reserveBootH  <- new("list")
diffReserve   <- new("list")
ReservePE     <- new("list")
sseReserve    <- new("list")
```

```
#Step 2
        for(i in 1:numLoop){

#Step 2.1
        set.seed((seedDOE-1)*numLoop+i)
        samDtTmp <- new("list")
        for(j in 1:length(valueCheck)){
      if(valueCheck[j]==max(orgDtSetTemp)){
         samDtTmp[[j]] <- max(orgDtSetTemp)
      }
      else if(length(orgDtSetTemp[orgDtSetTemp>valueCheck[j]])==1){
         samDtTmp[[j]] <- orgDtSetTemp[orgDtSetTemp>valueCheck[j]]
      }
      else{
       samDtTmp[[j]] <- sample(orgDtSetTemp[orgDtSetTemp>valueCheck[j]], 1, replace=TRUE)
      }
   }
        samDtTmp <- unlist(samDtTmp)
        resBoot[[i]] <- matrix(c(samDtTmp[1:9], NA, samDtTmp[10:12], rep(NA,2),
       samDtTmp[13:14], rep(NA,3), samDtTmp[15], rep(NA,4)), NCol, NCol)
       dimnames(resBoot[[i]]) <- list(dimnames(ResidualAdj)[[1]],
       dimnames(ResidualAdj)[[2]])
       PseudoDt[[i]]  <- resBoot[[i]]*sqrt(RecastIncre)+RecastIncre
       cPseudoDt[[i]] <- t(apply(PseudoDt[[i]], 1, FUN=cumsum))
       RatioBoot[[i]] <- c(RationCalc(cPseudoDt[[i]]), 1)    #Ratio from bootstrap, 1st
       PattBoot[[i]]  <- 1/rev(cumprod(rev(RatioBoot[[i]]))) #Pattern of bootstrap, 1st
       oPattBoot[[i]] <- 1-PattBoot[[i]]                  #1-Pattern of bootstrap, 1st
       psDevYear[[i]] <- apply(PseudoDt[[i]], 2, FUN=sum, na.rm=TRUE)
       relatPEP[[i]]  <- psDevYear[[i]]/cumrevEP
       lastDev[[i]]  <- apply(cPseudoDt[[i]], 1, FUN=last)
       relatAdj[[i]] <- rev(cumsum(relatPEP[[i]]))
       if(length(as.vector(which(lastDev[[i]]<0)))){
      lastDev[[i]][as.vector(which(lastDev[[i]]<0))] <- LastDevPaid[as.vector(
         which(lastDev[[i]]<0))]
   }
```

```
    ErrorI[[i]]    <- as.vector(lastDev[[i]]/EarnedPremium/relatAdj[[i]])
    sqrtError[[i]] <- sqrt(ErrorI[[i]]*ErrorII)
    EPremAdj[[i]]  <- EarnedPremium*sqrtError[[i]]
    ULR[[i]]       <- TailILR*sqrtError[[i]]
    Ultimate[[i]]  <- EarnedPremium*ULR[[i]]
    oPattBootR[[i]]  <- rev(oPattBoot[[i]])
    ExpUnReportBoot[[i]] <- Ultimate[[i]]*oPattBootR[[i]]
    ReportTDBoot[[i]]    <- apply(cumsumIncurred, 1, FUN=last)
    TotalULTBoot[[i]]    <- ExpUnReportBoot[[i]]+ReportTDBoot[[i]]
    PaidTDBoot[[i]]      <- apply(cPseudoDt[[i]], 1, FUN=last)
    reserveBoot[[i]]     <- TotalULTBoot[[i]]-PaidTDBoot[[i]]

#Step 2.2
    set.seed((seedDOE-1)*numLoop+i)
    samDtH <- new("list")
    for(j in 1:length(valueCheck)){
      if(length(orgDtSet[orgDtSet<samDtTmp[j]])==1){
        samDtH[[j]] <- min(orgDtSet[order(orgDtSet)][-1])
      }
      else if(length(orgDtSet[orgDtSet<=samDtTmp[j] & orgDtSet>valueCheckII[j]])==1){
        samDtH[[j]] <- orgDtSet[orgDtSet<=samDtTmp[j]]
      }
      else{
        samDtH[[j]] <- sample(orgDtSet[orgDtSet<samDtTmp[j] &
                orgDtSet>valueCheckII[j]], 1, replace=TRUE)
      }
    }
    samDtH <- unlist(samDtH)
    resBootH[[i]] <- matrix(c(samDtH[1:9], NA, samDtH[10:12], rep(NA,2),
    samDtH[13:14], rep(NA,3), samDtH[15], rep(NA,4)), NCol, NCol)
    PseudoDtH[[i]]  <- resBootH[[i]]*sqrt(RecastIncre)+RecastIncre
    cPseudoDtH[[i]] <- t(apply(PseudoDtH[[i]], 1, FUN=cumsum))
    RatioBootH[[i]] <- c(RationCalc(cPseudoDtH[[i]]), 1)
    PattBootH[[i]]  <- 1/rev(cumprod(rev(RatioBootH[[i]])))
    oPattBootH[[i]] <- 1-PattBootH[[i]]
```

```
    psDevYearH[[i]] <- apply(PseudoDtH[[i]], 2, FUN=sum, na.rm=TRUE)
    relatPEPH[[i]]  <- psDevYearH[[i]]/cumrevEP
    lastDevH[[i]]   <- apply(cPseudoDtH[[i]], 1, FUN=last)
    relatAdjH[[i]]  <- rev(cumsum(relatPEPH[[i]]))
    if(length(as.vector(which(lastDevH[[i]]<0)))){
       lastDevH[[i]][as.vector(which(lastDevH[[i]]<0))] <- LastDevPaid[as.vector(
          which(lastDevH[[i]]<0))]
    }
    ErrorIH[[i]]    <- as.vector(lastDevH[[i]]/EarnedPremium/relatAdjH[[i]])
    sqrtErrorH[[i]] <- sqrt(ErrorIH[[i]]*ErrorII)
    EPremAdjH[[i]]  <- EarnedPremium*sqrtErrorH[[i]]
    ULRH[[i]]       <- TailILR*sqrtErrorH[[i]]
    UltimateH[[i]]  <- EarnedPremium*ULRH[[i]]
    oPattBootRH[[i]]  <- rev(oPattBootH[[i]])
    ExpUnReportBootH[[i]] <- UltimateH[[i]]*oPattBootRH[[i]]
    ReportTDBootH[[i]]    <- apply(cumsumIncurred, 1, FUN=last)
    TotalULTBootH[[i]]    <- ExpUnReportBootH[[i]]+ReportTDBootH[[i]]
    PaidTDBootH[[i]]      <- apply(cPseudoDtH[[i]], 1, FUN=last)
    reserveBootH[[i]]     <- TotalULTBootH[[i]]-PaidTDBootH[[i]]

#Step 3
    diffReserve[[i]] <- reserveBootH[[i]]-reserveBoot[[i]]
    ReservePE[[i]]   <- Reserve+diffReserve[[i]]
     sseReserve[[i]]  <- (Reserve-ReservePE[[i]])^2
     }
     reservePE <- matrix(unlist(ReservePE), numLoop, NCol, byrow=T)
     reservePE <- apply(reservePE, 2, 95, FUN=percentile)
     MSEP  <- matrix(unlist(sseReserve), numLoop, NCol, byrow=T)
     MSEP  <- apply(MSEP, 2, FUN=mean, na.rm=T)
     seR   <- sqrt(MSEP)
     seRpercent <- (sqrt(MSEP)*100)/Reserve
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายไพรวุฒิ อชินีทองคำ เกิดเมื่อวันที่ 4 มิถุนายน 2529 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์ ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ เมื่อปีการศึกษา 2550 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตร วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2551

การติดต่อ E-mail : nonbug56@hotmail.com