บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง **การสร้าง**บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ระบบจำนวนจริง" สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยเป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. <u>ศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม</u>

ผู้วิจัยได้ศึกษาเทคนิคและวิธีการเขียนบทเรียนแบบโปรแกรมจากหนังสือหลายเล่ม และจากการศึกษาในวิชา การสัมมนาการศึกษาคณิตศาสตร์ หลังจากที่ได้ศึกษาอย่างละเอียดแล้ว ผู้วิจัยได้ตัดสินใจเลือกสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง ในเนื้อหาที่กำหนดไว้ ทั้งนี้เพราะบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรงเป็นบทเรียนที่นิยมกันมากที่สุด ใช้ง่ายที่สุด และมีวิธีการไม่ยุ่งยาก ซึ่งเหมาะกับนักเรียนไทย ซึ่งยังไม่คุ้นเคยกับบทเรียนแบบโปรแกรม และเหตุผลที่สำคัญอีกอย่างคือ ยังไม่มีตำรา บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องระบบจำนวนจริงที่เป็นภาษาไทยมาก่อน

2. <u>ศึกษาเนื้อหาวิชาเรื่อง ระบบจำนวนจริง</u>

ผู้วิจัยได้ศึกษาเนื้อหาและวิธีการสอนเกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง จากหนังสือหลาย ๆ เล่มทั้งที่เป็นภาษาไทยและต่างประเทศ โดยยึดตามหลักสูตรของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี นอกจากนี้ ยังได้รับคำแนะนำจากอาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย เป็นอย่างดี

3. <u>กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไปและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม</u>

เมื่อได้ขอบเขตของเนื้อหาแล้ว ผู้วิจัยได้เรียงลำดับเนื้อหาตามความเหมาะสม หลังจากนั้นก็ได้กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมขึ้น ตามขอบเขตของเนื้อหาที่กำหนดไว้

วัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมเรื่องระบบจำนวนจริง ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นมีดังนี้

1. ให้รู้โครงสร้างของจำนวนจริง

1.1 เมื่อกำหนดจำนวนหลายจำนวน นักเรียนบอกได้ว่า จำนวนใดเป็นจำนวนนับ (ก.3)

1.2 เมื่อกำหนด N แทน เซ็ทของจำนวนนับ นักเรียนบอกได้ว่า

$N = \{1,2,3,...\}$ (ก.5) (แบบสอบข้อ 1)

1.3 นักเรียนบอกได้ว่าจำนวนเต็มประกอบด้วย จำนวนนับ, 0 และจำนวนเต็มลบ (ก.9) (แบบสอบข้อ 2)

1.4 เมื่อกำหนดจำนวนหลายจำนวน นักเรียนบอกได้ว่า จำนวนใดเป็นจำนวนเต็ม (ก.10)

1.5 เมื่อกำหนด Z แทนเซ็ทของจำนวนเต็ม นักเรียนบอกได้ว่า

$Z = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$ (ก.12) (แบบสอบข้อ 3)

1.6 นักเรียนสรุปได้ว่า จำนวนตักยะ ประกอบด้วยจำนวนต่อไปนี้

ก. จำนวนเต็ม

ข. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วน เมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0

ค. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ (ก.20) (แบบสอบข้อ 5)

1.7 นักเรียนสรุปได้ว่า จำนวนอตักยะ เป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปของเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 ซึ่งอาจอยู่ในรูปรากกำลังที่สอง สาม และ อื่น ๆ และ อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ (ก.30) (แบบสอบข้อ 4)

1.8 เมื่อกำหนด Q แทนเซ็ทของจำนวนตักยะ

I แทนเซ็ทของจำนวนอตักยะ

และ R แทนเซ็ทของจำนวนจริง

นักเรียนบอกได้ว่า $R = Q \cup I$ (ก.33) (แบบสอบข้อ 6,7)

1.9 นักเรียนเขียนแผนผังโครงสร้างของจำนวนจริงได้ (ก.35)

1.10 เมื่อกำหนดจำนวนหลายจำนวนให้ นักเรียนบอกได้ว่า จำนวนใดเป็นจำนวนจริง และจำนวนใดเป็นจำนวนไม่จริง (ก.36-38) (แบบสอบข้อ 8-10)

2. ให้นักเรียนรู้จักตำแหน่งของจำนวนจริงบนเส้นจำนวน

2.1 เมื่อกำหนดจุดใด ๆ บนเส้นจำนวนให้ นักเรียนสามารถบอกจำนวนจริงที่แทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนนั้น ๆ ได้ (ก.50-51) (แบบสอบข้อ 11)

2.2 นักเรียนสรุปได้ว่า จำนวนจริงทุกจำนวน สามารถแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวน (ก.53) (แบบสอบข้อ 12)

2.3 นักเรียนบอกได้ว่า 3 กับ -3 หรือ $-\frac{1}{2}$ กับ $\frac{1}{2}$ หรือ $-\sqrt{3}$ กับ $\sqrt{3}$ ฯลฯ เป็นจำนวนตรงข้าม ซึ่งกันและกัน (ก.56)

2.4 เมื่อกำหนดจำนวนจริงใด ๆให้ นักเรียนสามารถบอกจำนวนตรงข้ามของจำนวนจริงนั้น ๆ ได้ (ก.58) (แบบสอบข้อ 13)

2.5 เมื่อกำหนด a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า ถ้า a และ b แทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจุดเดียวกันแล้ว a และ b จะเป็นจำนวนเดียวกัน เรียกว่า a เท่ากับ b เขียนเป็นสัญลักษณ์ $a = b$ (ก.61)

2.6 เมื่อกำหนด a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนสรุปนิยามการไม่เท่ากันของจำนวนจริงสองจำนวนโดยอาศัยเส้นจำนวนได้ดังนี้

ก. ถ้าจุดแทนจำนวน a อยู่ทางซ้ายของจุดแทนจำนวน b แล้ว a น้อยกว่า b

ข. ถ้าจุดแทนจำนวน a อยู่ทางขวาของจุดแทนจำนวน b แล้ว a มากกว่า b (ก.65)

2.7 นักเรียนใช้สัญญลักษณ์ " $>$ " แทนคำว่ามากกว่า และใช้สัญญลักษณ์ " $<$ " แทนคำว่าน้อยกว่าได้ (ก.67-68)

2.8 นักเรียนสรุปได้ว่า จำนวนบวก > 0 และจำนวนลบ < 0 (ก.69-70)

2.9 เมื่อกำหนด a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ให้นักเรียนสรุปได้ว่า $a < b$ ต่อเมื่อ $b > a$ (ก.73)

3. ให้นักเรียนรู้จักค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง

3.1 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนสามารถบอกค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a นั้น ๆ ได้ (ก.78) (แบบสอบข้อ 14)

3.2 นักเรียนใช้สัญญลักษณ์ $|a|$ แทน คำว่าค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a ได้ (ก.81-82)

3.3 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนสรุปได้ว่า

ถ้า a เป็นจำนวนบวกแล้ว $|a| = a$

ถ้า a เป็นศูนย์ แล้ว $|a| = 0$

ถ้า a เป็นจำนวนลบ แล้ว $|a| = -a$ (ก.95) (แบบสอบข้อ 15-16)

4. ให้นักเรียนรู้คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวก

4.1 นักเรียนบอกได้ว่า ผลบวกของจำนวนจริงสองจำนวนจะเป็นจำนวนจริงเสมอ เรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติปิดสำหรับการบวก (ก.97-98) (แบบสอบข้อ 20)

4.2 นักเรียนบอกได้ว่า ในการบวกจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองนั้นแล้ว ผลบวกจะเท่าเดิม เรียกว่า คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก (ก.100-102) (แบบสอบข้อ 17,19)

4.3 นักเรียนบอกได้ว่า ในการบวกจำนวนจริงสามจำนวนจะบวกสองจำนวนแรกก่อน หรือสองจำนวนหลังก่อน ผลบวกจะเท่าเดิม เรียกว่าคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก (ก.104-105) (แบบสอบข้อ 18)

4.4 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ z เป็นเอกลักษณ์การบวก นักเรียนบอกได้ว่า $z + a = a = a + z$ (ก.107)(แบบสอบข้อ 21)

4.5 นักเรียนสรุปได้ว่า ในระบบจำนวนจริงมี 0 เป็นเอกลักษณ์การบวก (ก.108-109) (แบบสอบข้อ 22,24)

4.6 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่าจะมีจำนวนจริง $-a$ โดยที่ $a + (-a) = 0 = (-a) + a$ ซึ่งจะได้ว่า a และ $-a$ เป็นอินเวอร์สการบวกซึ่งกันและกัน (ก.113)

4.7 นักเรียน สรุปได้ว่า อินเวอร์สการบวกของ 0 มีค่าเป็น 0 (ก.116)

4.8 นักเรียนบอกได้ว่า อินเวอร์สการบวก และจำนวนตรงข้ามเป็นจำนวนเดียวกัน (ก.118)

4.9 เมื่อกำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนให้นิยามการลบจำนวนจริงได้ว่า $a - b = a + (-b)$ (ก.120)

4.10 นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวก และนิยามการลบจำนวนจริง พิสูจน์คุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริงดังต่อไปนี้ได้

ก. $-(a+b) = -a-b$ (ก.121-123)

ข. $-(a-b) = -a+b$ (ก.124-126)

4.11 นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวกและคุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลบวกและผลต่าง เปลี่ยน $-(x+y-z)$ ให้อยู่ในรูป $-x-y+z$ โดยที่ x,y,z เป็นจำนวนจริงใด ๆ ได้ (ก.128) (แบบสอบข้อ 23)

5. ให้นักเรียนรู้คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการคูณ

5.1 นักเรียนบอกได้ว่า ผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนจะเป็นจำนวนจริงเสมอ เรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติปิดสำหรับการคูณ (ก.129-130) (แบบสอบข้อ 25)

5.2 นักเรียนบอกได้ว่า ในการคูณจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองนั้นแล้ว ผลคูณจะเท่าเดิม เรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ (ก.131-132) (แบบสอบข้อ 26,29)

5.3 นักเรียนบอกได้ว่า ในการคูณจำนวนจริงสามจำนวน จะคูณสองจำนวนแรกก่อนหรือสองจำนวนหลังก่อน ผลคูณจะเท่าเดิม เรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ (ก.133-134) (แบบสอบข้อ 28)

5.4 นักเรียนบอกได้ว่า ถ้าจำนวนจริง u คูณกับจำนวนจริง a ใด ๆ ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง a แล้วเราเรียกจำนวนจริง u ว่าเป็นเอกลักษณ์การคูณ (ก.135-136)

5.5 นักเรียนสรุปได้ว่าในระบบจำนวนจริงมี 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณ (ก.137-138) (แบบสอบข้อ 30)

5.6 นักเรียนให้นิยาม อินเวอร์สการคูณได้ว่า ในระบบจำนวนจริงผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ ที่มีค่าเป็นเอกลักษณ์การคูณเราเรียกจำนวนทั้งสองนั้นว่าเป็นอินเวอร์สการคูณซึ่งกันและกัน (ก.139)

5.7 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ นักเรียนบอกได้ว่าจะมีจำนวนจริงจำนวนหนึ่งเขียนได้ในรูป $\frac{1}{a}$ โดยที่

(a) $(\frac{1}{a}) = 1$ และจะได้ว่า a กับ $\frac{1}{a}$ เป็นอินเวอร์สการคูณซึ่งกันและกัน (ก.141)(แบบสอบข้อ 31,32)

5.8 นักเรียนสรุปได้ว่า 0 ไม่มีอินเวอร์สการคูณ (ก.143)

5.9 นักเรียนสรุปได้ว่า อินเวอร์สการคูณของ 1 มีค่าเป็น 1(ก.144)

5.10 เมื่อกำหนดให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า

$$a\,(b+c) = ab + ac$$

เรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติการกระจาย (ก.148-149) (แบบสอบข้อ 27)

5.11 นักเรียนสามารถนำคุณสมบัติการกระจายไปช่วยทำให้การหาผลคูณของจำนวน 2 จำนวน และการหาผลบวกของผลคูณของจำนวนจริงง่ายขึ้นได้ (ก.150-151)

6. ให้รู้คุณสมบัติการเท่ากัน

6.1 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า $a = a$ ซึ่งกล่าวได้ว่า จำนวนจริง มีคุณสมบัติสะท้อนในการเท่ากัน (ก.153-154) (แบบสอบข้อ 40)

6.2 เมื่อกำหนดให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ ด้วย กล่าวได้ว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติสมมาตรในการเท่ากัน (ก.155-156) (แบบสอบข้อ 36)

6.3 เมื่อกำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ ซึ่งกล่าวได้ว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติถ่ายทอดในการเท่ากัน (ก.157-158)

6.4 เมื่อกำหนดให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่าถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ ซึ่งกล่าวได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากัน ในการเท่ากัน (ก.159-160)

6.5 เมื่อกำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$ ซึ่งกล่าวได้ว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากัน ในการเท่ากัน (ก.161-162) (แบบสอบข้อ 35)

7. ให้นักเรียนรู้วิธีการพิสูจน์คุณสมบัติอื่น ๆ ของจำนวนจริง

7.1 นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของจำนวนที่กล่าวแล้วนั้นพิสูจน์คุณสมบัติ

ของจำนวนจริงต่อไปนี้ได้ (แบบสอบข้อ 33)

เมื่อกำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a$ (ก.163)
2. ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$ (ก.164)
3. $(-1)a = -a$ ซึ่งจะได้ต่อไปว่า $(-1)(-1) = 1$ (ก.165-166)
4. $a(-b) = -ab$ (ก.167)
5. $(-a)(-b) = ab$ (ก.168)
6. ถ้า a เป็นจำนวนบวก และ b เป็นจำนวนลบแล้ว $a \cdot b$ เป็นจำนวนลบ และ $ab = -(|a|\,|b|)$ (ก.170)
7. ถ้า a และ b เป็นจำนวนลบแล้ว ab เป็นจำนวนบวกและ $ab = |a|\,|b|$ (ก.171)

7.2 นักเรียนให้นิยามการหารจำนวนจริงได้ว่า ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $b \neq 0$ จะมีจำนวนจริงจำนวนเดียวเท่านั้นที่เรียกว่าผลหารของ a ด้วย b เขียนได้ในรูป $a \div b$ หรือ $\frac{a}{b}$ โดยที่ $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$ (ก.172)

7.3 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า $\frac{a}{0}$ ไม่มีความหมาย (ก.180) (แบบสอบข้อ 34)

8. ให้รู้คุณสมบัติการไม่เท่ากัน

8.1 เมื่อกำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า $a = b$, $a < b$ และ $a > b$ จะเป็นจริง เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น (ก.184)

8.2 เมื่อกำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า $a<b<c$ หมายถึง $a < b$ และ $b < c$ (ก.187)

8.3 นักเรียนใช้สัญญลักษณ์ $\geqslant$ และ $\leqslant$ ได้ (ก.193-194) (แบบสอบข้อ 41)

8.4 เมื่อกำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า $a > a$ เป็นไปไม่ได้ ซึ่งกล่าวได้ว่า จำนวนจริงไม่มี คุณสมบัติสะท้อนในการไม่เท่ากัน (ก.196)

8.5 เมื่อกำหนดให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่าถ้า $a > b$ แล้ว $b > a$ เป็นไปไม่ได้ ซึ่งกล่าวได้ว่า จำนวนจริงไม่มีคุณสมบัติสมมาตรในการไม่เท่ากัน (ก.198) (แบบสอบข้อ 39)

8.6 เมื่อกำหนดให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า ถ้า $a > b$ และ $b > c$ แล้ว $a > c$ ซึ่งกล่าวได้ว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติถ่ายทอดในการไม่เท่ากัน (ก.199-200)

8.7 เมื่อกำหนดให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$ ซึ่งกล่าวได้ว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากัน ในการไม่เท่ากัน (ก.203) (แบบสอบข้อ 37)

8.8 เมื่อกำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ นักเรียนบอกได้ว่า ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$ และถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$ ซึ่งกล่าวได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากันในการไม่เท่ากัน (ก.210) (แบบสอบข้อ 38)

9. **ให้นักเรียนมีความรู้เรื่องช่วง** (Interval) **และรู้วิธีการ**แก้อสมการ

9.1 ให้นักเรียนมีความรู้เรื่องช่วง

9.1.1 นักเรียนสามารถเขียนช่วงต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปของเซ็ทได้ (แบบสอบข้อ 42)

ก. ช่วงเปิด (a,b) (ก.213-214)

ข. ช่วงปิด $[a,b]$ (ก.217-218)

ค. ช่วงครึ่งปิด $[a,b)$ (ก.221-222)

ง. ช่วงครึ่งปิด $(a,b]$ (ก.223-224)

9.1.2 นักเรียนแสดงช่วง ดังกล่าวในข้อ 9.1.1 ด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ (ก.225) (แบบสอบข้อ 43)

9.1.3 นักเรียนแสดงเซ็ทของจำนวนต่อไปนี้ ด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ (แบบสอบข้อ 44) ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $\{x \mid x > a\}$ (ก.227)

2. $\{x \mid x \geq a\}$ (ก.229)

3. $\{x \mid x < a\}$ (ก.231)

4. $\{x \mid x \leq a\}$ (ก.233)

9.2 ให้รู้วิธีการแก้อสมการ

9.2.1 นักเรียนบอกได้ว่า อสมการใน x หมายถึง ประโยคคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรเป็น x และกล่าวถึงการไม่เท่ากัน (ก.239)

9.2.2 นักเรียนบอกได้ว่าการหาค่าจำนวนจริงที่นำมาแทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง เรียกว่าการแก้อสมการ (ก.240)

9.2.3 เมื่อกำหนดอสมการให้ นักเรียนสามารถใช้ คุณสมบัติพื้นฐานของจำนวนจริง คุณสมบัติการไม่เท่ากัน และความรู้เรื่องช่วงแก้อสมการนั้น ๆ ได้ (ก.244-256) (แบบสอบข้อ 45-47)

10. ให้รู้จักค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงในการแก้สมการและอสมการ

10.1 เมื่อกำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ a เป็นจำนวนบวกใดๆ นักเรียนสรุปได้ว่า ถ้า $|x| = a$ แล้ว $x = -a$ หรือ $x = a$ (ก.262)

10.2 เมื่อกำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ a เป็นจำนวนบวกใด ๆ นักเรียนสรุปได้ว่า

$|x| < a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-a < x < a$

และ $|x| \leq a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-a \leq x \leq a$ (ก.268)

10.3 เมื่อกำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ a เป็นจำนวนบวกใด ๆ นักเรียนสรุปได้ว่า

$|x| > a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x < -a$ หรือ $x > a$

$|x| \geq a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$

(ก.274)

10.4 เมื่อกำหนดสมการและอสมการที่มีค่าสัมบูรณ์รวมอยู่ด้วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ คุณสมบัติการเท่ากันและไม่เท่ากันแก้สมการและอสมการนั้น ๆ ได้ (ก.278-280) (แบบสอบข้อ 48-50)

4. <u>สร้างแบบสอบเพื่อทดสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียน</u>

ผู้วิจัยได้สร้างแบบสอบ จำนวน 60 ข้อ ตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้ เพื่อให้เป็นเครื่องมือวัดประสิทธิภาพของบทเรียน และได้นำแบบสอบนี้ไปทดสอบกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง จำนวน 93 คน และนำคะแนนมาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบสอบทั้งฉบับ โดยวิธีของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน 20 ปรากฏว่าแบบสอบมีความเชื่อมั่น.74ซึ่งมีมาตรฐานพอที่จะเชื่อถือได้ (ดูรายละเอียดการคำนวณได้จากภาคผนวก หน้า 182) จากนั้น ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบสอบแต่ละข้อโดยหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% และเปิดตารางวิเคราะห์ของ จุง เต ฟาน (Chung Teh Fan) และได้เลือกแบบสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากตั้งแต่ .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป จำนวน 50 ข้อ (ดูรายละเอียดจากตารางที่ 4 ในภาคผนวก) มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งมีดังนี้

แบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง

คำสั่ง เลือกคำตอบที่ถูกที่สุด เพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย ● ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่นักเรียนเลือก

1. เซ็ทในข้อไหนเป็นเซ็ทของจำนวนนับ

ก. $\{1,2,3,\ldots\}$ ข. $\{0,1,2,3,\ldots\}$

ค. $\{0,\pm1, \pm2, \pm 3,\ldots\}$ ง. $\{1,2,3\}$

2. จำนวนเต็มประกอบด้วยจำนวนอะไรบ้าง

ก. จำนวนนับและจำนวนเต็มลบ ข. จำนวนนับ และ 0

ค. 0 และ จำนวนเต็มลบ ง. จำนวนนับ, 0 และจำนวนเต็มลบ

3. เซ็ทในข้อไหนไม่เป็นเซ็ทของจำนวนเต็ม

ก. $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3,\ldots\}$ ข. $\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$

ค. $\{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม$\}$ ง. $\{-3,-2,-1, 0,1,2,3,\ldots\}$

4. จำนวนในข้อไหนที่ไม่เป็นจำนวนตักยะ

ก. 0.110110110110... ข. 0.010010001...

ค. 0.0010000... ง. 0.59595959...

5. จำนวนในข้อไหนที่เป็นจำนวนตักยะ

ก. จำนวนเต็ม

ข. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วน เมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0

ค. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ

ง. ข้อ ก, ข และ ค

6. ข้อความใดที่อธิบายส่วนประกอบของจำนวนจริงที่ยังไม่สมบูรณ์

ก. จำนวนเต็ม, จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วน เมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0 และจำนวนอตักยะ

ข. จำนวนตักยะ และจำนวนอตักยะ

ค. จำนวนนับ, จำนวนเต็มลบ, จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนเมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0 และจำนวนอตักยะ

ง. จำนวนเต็มบวก, 0, จำนวนเต็มลบ, จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนเมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0 และจำนวนอตักยะ

7. ให้ Q แทนเซ็ทของจำนวนตักยะ

I แทนเซ็ทของจำนวนอตักยะ

R แทนเซ็ทของจำนวนจริง

ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดเป็นจริง

ก. $I = R \cup Q$ ข. $I = R \cap Q$

ค. $R = Q \cup I$ ง. $R = Q \cap I$

8. จำนวนในข้อไหนที่ไม่เป็นจำนวนจริง

ก. $-\sqrt[3]{2}$ ข. $1 + \sqrt{-3}$

ค. $1 + \sqrt{3}$ ง. $-\sqrt{1}$

9. $\sqrt{-7}$ เป็นจำนวนชนิดไหน

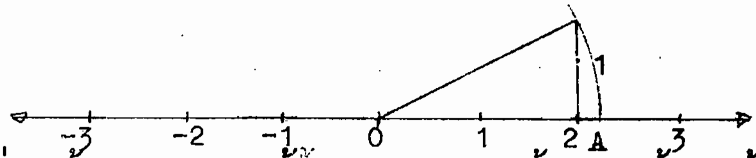
ก. จำนวนอตักยะ ข. จำนวนจริง

ค. จำนวนไม่จริง ง. ข้อ ก และ ข

10. $-\sqrt{4}$ เป็นจำนวนอะไร

ก. จำนวนอตักยะ ข. จำนวนจริง

ค. จำนวนไม่จริง ง. ข้อ ก และ ข

11. 

จำนวนต่อไปนี้จำนวนใดแทนได้ด้วยจุด A บนเส้นจำนวนข้างบนนี้

ก. $\sqrt{3}$ ข. $\sqrt{5}$

ค. $\sqrt{6}$ ง. $\sqrt{8}$

12. จำนวนอะไรที่สามารถแทนได้ด้วยจุดทุกจุดบนเส้นจำนวน

ก. จำนวนตักยะ ข. จำนวนเต็ม

ค. จำนวนจริง ง. จำนวนอตักยะ

13. จำนวนตรงข้ามของ $\sqrt{2}$ คือจำนวนใด

ก. $-\sqrt{2}$ ข. $\sqrt{-2}$

ค. -2 ง. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

14. $|\sqrt{5}|$ เท่ากับจำนวนใด

ก. $-\sqrt{5}$ ข. $\sqrt{5}$

ค. $\sqrt{-5}$ ง. $\pm\sqrt{5}$

15. $|0|$ เท่ากับจำนวนใด

ก. ไม่มี ข. มีค่ามากจนหาค่าไม่ได้

ค. 0 ง. ข้อ ก และ ข

16. ถ้าให้ a เป็นจำนวนลบแล้ว $|a|$ จะเท่ากับจำนวนใด

ก. a ข. $\pm a$

ค. $-a$ ง. ไม่มีข้อถูก

ใช้ตัวเลือกต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 17-20

ก. คุณสมบัติปิดสำหรับการบวก

ข. คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก

ค. คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก

ง. คุณสมบัติการกระจาย

17. (1+3) +5 = (3+1) +5

ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

18. (1+3) + 5 = 1 + (3+5)

ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

19. (1+3) +5 = 5 + (1+3)

ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

20. 1 + 3 เป็นจำนวนจริงตรงตามคุณสมบัติข้อใด

21. จำนวนจริง z บวกกับจำนวนจริง a ใด ๆ ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง a เราเรียกจำนวนจริง z ว่าเป็นอะไร

ก. เอกลักษณ์การคูณ　　ข. เอกลักษณ์การบวก

ค. อินเวอร์สการคูณ　　ง. อินเวอร์สการบวก

22. ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ 0 เป็นเอกลักษณ์การบวก เพราะเหตุผลข้อใด

ก. 0 + 0 = 0　　ข. a + (-a) = 0 = (-a) +a

ค. 0 + a = a = a + 0　　ง. ไม่มีข้อถูกเลย

23. ให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ อินเวอร์สการบวกของ (a+b) คือจำนวนใด

ก. -(a+b)　　ข. -a-b

ค. -a+b　　ง. ข้อ ก.และ ข.

24. เซ็ทไหนไม่มีสมาชิกที่เป็นเอกลักษณ์การบวก

ก. เซ็ทของจำนวนนับ　　ข. เซ็ทของจำนวนเต็ม

ค. เซ็ทของจำนวนตักยะ　　ง. เซ็ทของจำนวนจริง

ใช้ตัวเลือกต่อไปนี้ตามคำถามข้อ 25-29

ก. คุณสมบัติปิดสำหรับการคูณ

ข. คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ

ค. คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ

ง. คุณสมบัติการกระจาย

ให้ x, y, z เป็นจำนวนจริงใด ๆ

25. $(xy)\,z$ เป็นจำนวนจริงตรงตามคุณสมบัติข้อใด

26. $(xy)\,z = z\,(xy)$

    ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

27. $x(y+z) = xy + xz$

    ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

28. $(xy)\,z = x\,(yz)$

    ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

29. $(xy)\,z = (yx)\,z$

    ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

30. ให้ a เป็นจำนวนจริงใด เพราะว่า $1 \times a = a = a \times 1$ ฉะนั้นเราจะเรียก 1 ว่าเป็นอะไร

    ก. อินเวอร์สการบวก ข. อินเวอร์สการคูณ

    ค. เอกลักษณ์การบวก ง. เอกลักษณ์การคูณ

31. อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{p}{q}$ คือจำนวนใด

    ก. $\frac{p}{q}$ ข. $-\frac{q}{p}$

    ค. $-\frac{1}{q}$ ง. $\frac{1}{p}$

32. เซ็ทต่อไปนี้เซ็ทใดที่อินเวอร์สการคูณของสมาชิกในเซ็ทไม่อยู่ในเซ็ทนั้น

ก. เซ็ทของจำนวนตรรกยะ ข. เซ็ทของจำนวนอตรรกยะ

ค. เซ็ทของจำนวนเต็ม ง. เซ็ทของจำนวนจริงที่เป็นจำนวนบวก

33. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $(-1)(a)(-1)(b) = (-1)(-1)(ab)$ โดยใช้คุณสมบัติของจำนวนจริงในข้อใด

ก. คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณและคุณสมบัติการกระจาย

ข. คุณสมบัติการกระจายและคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ

ค. คุณสมบัติปิดสำหรับการคูณและคุณสมบัติการ**กระจาย**

ง. คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณและคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ

34. $\frac{0}{0}$ ไม่มีความหมายเพราะ**เหตุผล**ข้อใด

ก. $\frac{0}{0}$ ไม่มีผลลัพธ์เป็นจำนวน ข. $\frac{0}{0} = 2$

ค. $\frac{0}{0} = 15$ ง. ข้อ ข และ ค

ใช้ตัวเลือกต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 35-38

ก. คุณสมบัติสมมาตร ข. คุณสมบัติถ่ายทอด

ค. คุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากัน ง. คุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากัน

ให้ m,n,k เป็นจำนวนจริงใด ๆ

35. ถ้า $m = n$ แล้ว $mk = nk$

ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

36. ถ้า $m = n$ แล้ว $n = m$

ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

37. ถ้า $m < n$ แล้ว $m+k < n+k$

ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

38. ถ้า $m < n$ และ $k > 0$ แล้ว $mk < nk$ ตรงตามคุณสมบัติข้อใด

39. ให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a < b$ แล้ว $b < a$ เป็นไปไม่ได้ ข้อความนี้ถูกต้องตามข้อใด

ก. จำนวนจริงไม่มีคุณสมบัติสะท้อนในการไม่เท่ากัน

ข. จำนวนจริงไม่มีคุณสมบัติถ่ายทอดในการไม่เท่ากัน

ค. จำนวนจริงไม่มีคุณสมบัติสมมาตรในการไม่เท่ากัน

ง. ไม่มีข้อใดถูก

40. ให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความใดที่แสดงว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติสะท้อนในการเท่ากัน

ก. $a = a$ ข. $a = b$

ค. $a < a$ ง. $a \neq b$

41. ข้อความต่อไปนี้ข้อใด <u>ไม่เป็นจริง</u>

ก. $7 \geqslant 7$ ข. $7 \leqslant 7$

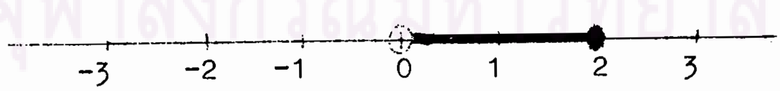
ค. $7 \geqslant 10$ ง. ข้อ ก และ ข

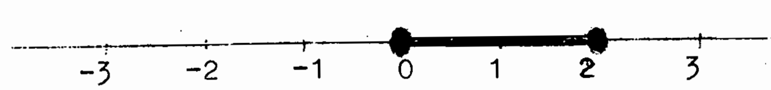
42. $[5, 7]$ เขียนในรูปของเซ็ทได้ดังนี้

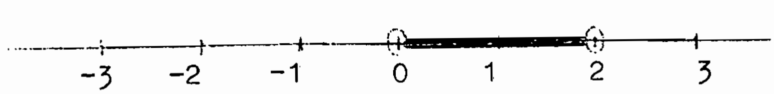
ก. $\{x \mid 5 < x \leqslant 7\}$ ข. $\{x \mid 5 \leqslant x \leqslant 7\}$

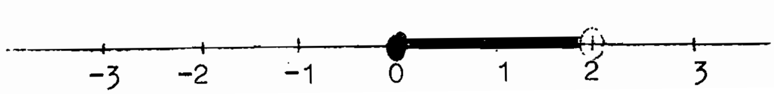
ค. $\{x \mid 5 < x < 7\}$ ง. $\{x \mid 5 \leqslant x < 7\}$

43. ช่วงครึ่งปิด $(0, 2]$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนตามข้อใด

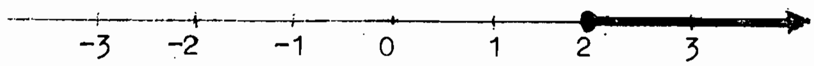
ก.


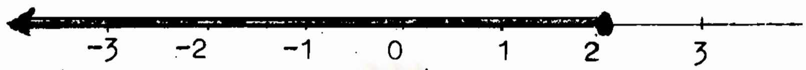
ข.


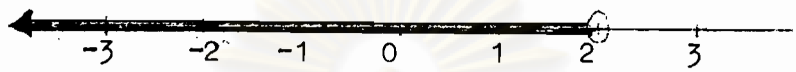
ค.


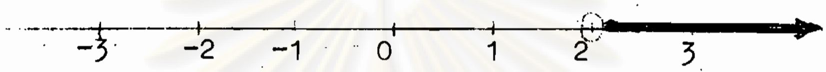
ง.


44. ให้ x เป็นจำนวนจริง $\{x \mid x \leqslant 2\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนตามข้อใด

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

ข้อความต่อไปนี้ใช้ตอบคำถามข้อ 45-46 แก้อสมการ $2x + 3 > 7$

$$\because \; 2x + 3 > 7$$

$$2x + 3 + (-3) > 7 + (-3)$$

$$2x > 4$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2x > \frac{1}{2} \cdot 4$$

$$x > 2$$

45. การแก้สมการที่กล่าวข้างต้นนี้ ใช้คุณสมบัติของจำนวนจริงในข้อใด

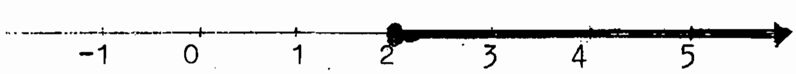
ก. คุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากันและเอกลักษณ์การบวก

ข. คุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากัน และเอกลักษณ์การคูณ

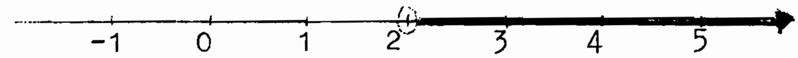
ค. คุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากันและคุณสมบัติถ่ายทอด

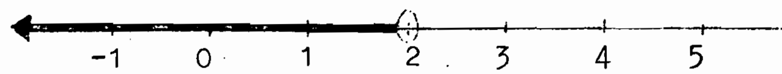
ง. ข้อ ก และ ข

46. ค่าของ x เมื่อ $2x + 3 > 7$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนตามข้อใด

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

47. ค่าของ x เมื่อ $x^2 - 4x + 4 > 0$ คือ ข้อใด

ก. $x > 2$ หรือ $x < 2$ ข. $2 < x < 4$

ค. $x > 4$ หรือ $x < 1$ ง. $x > 4$ หรือ $x < 4$

48. ค่าของ x เมื่อ $|x| = \sqrt{3}$ คือข้อใด

ก. $x = \sqrt{3}$ ข. $x = -\sqrt{3}$

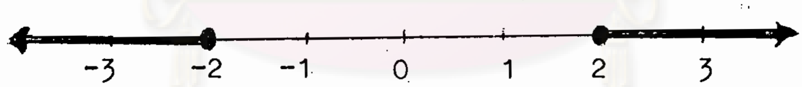
ค. $x = \sqrt{-3}$ ง. $x = \pm\sqrt{3}$

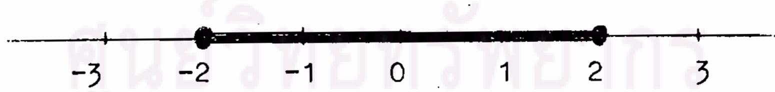
49. ค่าของ x เมื่อ $|x| > 4$ คือข้อใด

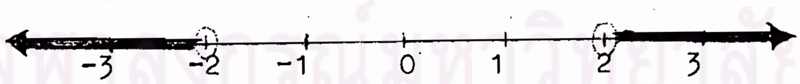
ก. $x > 4$ ข. $-4 < x < 4$

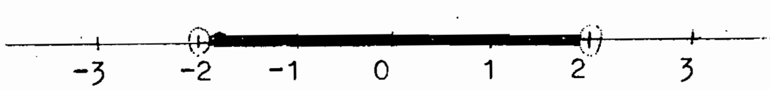
ค. $x < -4$ ง. $x > 4$ **หรือ** $x < -4$

50 ค่าของ x เมื่อ $|x| < 2$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนตามข้อใด

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

5. <u>สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องระบบจำนวนจริง</u>

ผู้วิจัยได้เขียนบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องระบบจำนวนจริง ตามวัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้ โดยใช้เทคนิคและวิธีการเขียนตามที่ได้ศึกษามาแล้ว หลังจากได้แก้ไขบทเรียนโดยได้รับคำแนะนำจากอาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัยแล้ว จึงนำบทเรียนไปทดลองหาประสิทธิภาพโดยทำเป็นลำดับขั้นดังนี้

5.1 <u>ขั้นหนึ่งคน 2 ครั้ง</u> ผู้วิจัยได้ทดลองกับนักเรียน ระดับมัธยมศึกษาปีที่สี่ ปีการศึกษา 2518 โรงเรียนสมถวิลราชดำริ กรุงเทพมหานคร เป็นครั้งแรก และครั้งที่สองเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่สี่ ปีการศึกษา 2518 โรงเรียนบดินทรเดชา กรุงเทพมหานคร ซึ่งทั้งสองมีระดับสติปัญญาปานกลาง โดยพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยในภาคเรียนที่หนึ่ง เพื่อปรับปรุงแก้ไขบทเรียนในด้านการใช้ภาษา การเรียงลำดับกรอบ และอื่น ๆ ที่เห็นว่าควรจะปรับปรุง ในการทดลองได้ใช้เวลาหลังจากเลิกเรียน คือ ระหว่างเวลา 16.00-17.30น. เป็นเวลา 4 วัน โดยทดลองตามลำดับดังนี้

- วันที่ 1 ผู้วิจัยสอนความรู้พื้นฐานในเรื่องเซ็ทและทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียน
- วันที่ 2 เรียนบทเรียนแบบโปรแกรมในหัวข้อ โครงสร้างของจำนวนจริง ตำแหน่งของจำนวนจริงบนเส้นจำนวน และค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จากนั้นทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน
- วันที่ 3 เรียนบทเรียนแบบโปรแกรมในหัวข้อ คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวก คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการคูณ คุณสมบัติการเท่ากัน และการพิสูจน์คุณสมบัติอื่น ๆ ของจำนวนจริง จากนั้นทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน
- วันที่ 4 เรียนบทเรียนแบบโปรแกรมในหัวข้อ คุณสมบัติการไม่เท่ากัน ช่วงและการแก้อสมการ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงในสมการ และอสมการจากนั้น ทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน

5.2 <u>ขั้นกลุ่มเล็ก</u> หลังจากได้ปรับปรุงแก้ไขบทเรียน จากการทดลองขั้นหนึ่งคนเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยได้นำบทเรียนไปทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่สี่ ปีการศึกษา 2518 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม กรุงเทพมหานคร จำนวน 10 คน โดยดำเนิน

การทดลองทำนองเดียวกับการทดลองขั้นหนึ่งคน

5.3 <u>ขั้นภาคสนาม</u> หลังจากได้ปรับปรุงแก้ไขในขั้นกลุ่มเล็ก ผู้วิจัยได้นำบทเรียนไปทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่สี่ ปีการศึกษา 2518 โรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง จำนวน 100 คน เพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียน ใช้เวลาหลังจากเลิกเรียนแล้ว คือตั้งแต่เวลา 15.30-16.30 น. เป็นเวลา 9 วัน โดยดำเนินตามลำดับขั้นดังนี้

วันที่ 1 ผู้วิจัยสอนความรู้พื้นฐานเรื่องเซ็ท

วันที่ 2 ทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียน

วันที่ 3,4,5,6,7,8 เรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

วันที่ 9 ทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน

จากผลการทดลอง ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนที่สร้างขึ้น และวิเคราะห์หาความก้าวหน้าในการเรียนหลังเรียนบทเรียนนี้แล้ว

บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง

"ระบบจำนวนจริง"

สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "ระบบจำนวนจริง"

คำแนะนำในการใช้บทเรียน

1. ให้นักเรียนปิดคำตอบซึ่งอยู่ทางซ้ายมือด้วยกระดาษที่แจกให้

2. อ่านข้อความในแต่ละกรอบโดยละเอียดและคิดตาม เมื่ออ่านจบในกรอบหนึ่งๆ แล้วให้ตอบคำถาม โดยการเติมคำหรือข้อความ ลงในช่องว่างที่กำหนดให้

3. ตรวจคำตอบของนักเรียนได้จากเฉลยที่อยู่หน้ากรอบถัดไป ถ้านักเรียนตอบถูก ให้ทำกรอบต่อไป

4. ขอให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง อย่าไปลอกเฉลยมาตอบ ถ้านักเรียนคิดได้คำตอบไม่ตรงกับเฉลยก็ไม่เป็นไร ให้ขีดคำตอบเดิมไม่ต้องใช้ยางลบลบ แล้วอ่านคำอธิบายซ้ำอีก เขียนคำตอบใหม่ใต้คำตอบเดิม

5. ให้นักเรียนทำทุกกรอบ เรียงตามลำดับ อย่าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่ง

6. คำถามในแต่ละกรอบไม่ใช่ข้อสอบ แต่เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนคิดและเรียนรู้ ซึ่งเหมือนกับครูถามนักเรียนในขณะที่ครูอธิบายในห้องเรียน นั่นเอง

7. ดังนั้น นักเรียนจะต้องอ่านข้อความทุกวรรคทุกตอน ซึ่งแทนคำอธิบายของครู แล้วคิดและเขียนตอบ คำอธิบายในบางกรอบ จะสรุปกฎเกณฑ์ไว้ ซึ่งนักเรียนจะต้องนำมาใช้ ในการตอบคำถามต่อๆมา

8. เมื่อจบบทเรียนแล้ว จะมีแบบสอบให้นักเรียนทำเพื่อวัดความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง

ระบบจำนวนจริง

1. โครงสร้างของจำนวนจริง

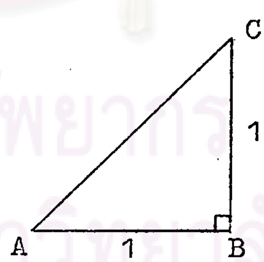
	1. จำนวนที่มนุษย์คิดขึ้นเป็นครั้งแรก คือ จำนวนที่ใช้นับสิ่งของต่างๆ ซึ่งเรียกว่า จำนวนนับ หนึ่ง เป็นจำนวนนับจำนวนแรก ส้มเขียวหวานกองหนึ่งมีจำนวน 10 ผล โต๊ะที่อยู่ในห้องเรียนนี้มีจำนวน 38 ตัว นักเรียนในโรงเรียนนี้มีจำนวน 1563 คน 10,38,1563 จำนวนเหล่านี้เป็นจำนวนนับหรือไม่ ____________ (เป็น/ไม่เป็น)
เป็น	2. จงยกตัวอย่างจำนวนนับที่ยังไม่ได้กล่าวในที่นี้มาสามจำนวน _____ , _____ , _____
อาจเป็น 2,3,4 ฯลฯ	3. 0, 1, -2, 2,-8, 10.5, 105 จำนวนเหล่านี้ จำนวนใดเป็นจำนวนนับ____________

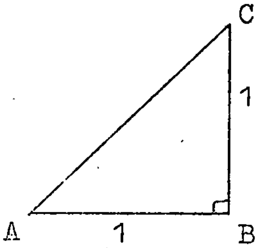
1,2,105	4. สมาชิกของจำนวนนับทั้งหมด เขียนแทนด้วยตัวเลข ในลักษณะดังนี้ 1,2,3,... ∴ เราแสดงจำนวนนับในรูปของเซ็ท โดยเขียนวงเล็บปีกกาล้อมสมาชิกได้ดังนี้ { __________ }
1,2,3,...	5. ให้ N แทนเซ็ทของจำนวนนับ ∴ N = __________
{1,2,3,...}	6. เมื่อนำจำนวนนับสองจำนวนลบกัน ปรากฏว่าเราจำเป็นต้องสร้างจำนวนชนิดใหม่ขึ้น ได้แก่ 0, -1, -2, -3,... มิฉะนั้นแล้ว เราจะไม่มีคำตอบสำหรับคำถาม เช่น 1-1 เป็นเท่าใด หรือ 5-8 เป็นเท่าใด เป็นต้น 0,-1,-2,-3,... เป็นจำนวนนับหรือไม่ __________ (เป็น/ไม่เป็น)
ไม่เป็น	7. จำนวนนับ และ 0,-1,-2,-3,... รวมเรียกว่า <u>จำนวนเต็ม</u> กล่าวในรูปเซ็ทจะได้ว่า เซ็ทของจำนวนนับยูเนียน {0,-1,-2,-3,...} เป็นเซ็ทของ จำนวน __________

เต็ม	8. จำนวนนับ 1,2,3,... เราเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า <u>จำนวนเต็มบวก</u> ∴ -1,-2,-3,... เรียกว่า จำนวนเต็ม______
ลบ	9. ฉะนั้นจำนวนเต็ม ประกอบด้วยจำนวนต่อไปนี้ ก) จำนวนนับ (จำนวนเต็มบวก) ข) 0 และ ค) ______________________
จำนวนเต็มลบ	10. ให้วงกลมล้อมรอบจำนวนต่อไปนี้ เฉพาะที่เป็นจำนวนเต็ม $-6, \sqrt{5}, -\frac{3}{2}, -1, \sqrt{2}, 0$
-6 -1 0	11. สมาชิกของจำนวนเต็มทั้งหมด เขียนแทนด้วยตัวเลขดังนี้ ...,-3,-2,-1,0,1,2,3,... ∴ เราสามารถเขียนเซ็ทของจำนวนเต็ม โดยการแจกแจงสมาชิกได้ดังนี้ {______________________}
...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...	12. ให้ Z เป็น เซ็ทของจำนวนเต็ม ∴ Z = ________________

$\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$	13. เพื่อให้จำนวนเต็มสองจำนวนหารกันได้ <u>โดยตัวหารไม่เป็นศูนย์</u> และมีผลหารเป็นจำนวน เราจำเป็นต้องสร้างจำนวนชนิดใหม่ขึ้นเรียกว่า <u>จำนวนศักยะ</u> $\therefore \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{22}{7}, -\frac{1}{3}$ เป็นจำนวน________
ศักยะ	14. ฉะนั้นเรากล่าวได้ว่า จำนวนศักยะ คือ จำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวน______และส่วนไม่เป็น 0
เต็ม	15. $\therefore 0 = \frac{0}{2} = \frac{0}{5}$ $1 = \frac{1}{1} = \frac{3}{3}$ $\quad -1 = \frac{-1}{1} = \frac{-4}{4}$ $2 = \frac{2}{1} = \frac{8}{4}$ $\quad -2 = \frac{-2}{1} = \frac{-10}{5}$ $3 = \frac{3}{1} = \frac{12}{4}$ $\quad -3 = \frac{3}{-1} = \frac{-15}{5}$ $\vdots$ $\quad \vdots$ จะเห็นได้ว่า :- จำนวนเต็ม สามารถเขียนได้ในรูป__________ โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0

เศษส่วน	16. ∵ จำนวนเต็ม สามารถเขียน**ได้ในรูปเศษส่วน** โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 ∴ จำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่__________ (เป็น/ไม่เป็น)
เป็น	17. $1.4 = 1.40000...$ $0.\dot{6} = 0.66666...$ $-1.35 =$ ________ $0.\dot{1}\dot{7} =$ ________ เราเรียกทศนิยมเหล่านี้ว่า <u>ทศนิยมซ้ำ</u>
$-1.35000...$ $0.171717...$	18. จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0 ได้ เช่น $1.4 = \frac{14}{10}$ $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$ $-1.35 =$ _____ $0.\dot{1}\dot{7} =$ _____ ∴ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่__________ (เป็น/ไม่เป็น)

$-\frac{135}{100}$ $\frac{17}{99}$ เป็น	19. เราจะได้ว่า ก) จำนวนเต็ม ...,-3,-2,-1,0,1,2,3,... ข) จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปเศษส่วน เมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 เช่น $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $-\frac{22}{7}$ เป็นต้น ค) จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ จำนวนในลักษณะดังกล่าวนี้ เป็นจำนวน________
ตักยะ	20. ∴ จำนวนตักยะประกอบด้วยจำนวนต่อไปนี้ ก) ________________ ข) ________________ ________________ ________________ ค) ________________
ก) จำนวนเต็ม ข) จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปเศษส่วน เมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0 ค) จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ	21.  จากรูป △ มุมฉาก ABC ∴ $AC^2 = AB^2 +$ ______

<table>
<tr>
<td>BC^2</td>
<td>22.

$\therefore$ AB = 1, BC = 1
$\therefore$ AC^2 = ____ + ____
= ____ + ____
= ____</td>
</tr>
<tr>
<td>1^2 1^2
1 1
2</td>
<td>23. ให้นักเรียนทดลองดูว่าเราสามารถหาเศษส่วนโดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0 ใดๆที่คูณตัวเองแล้วมีค่าเป็น 2 หรือ นำมาแทน AC แล้วทำให้ $AC^2 = 2$ ได้หรือไม่ เช่น
ถ้าให้ AC = $\frac{3}{2}$ $\therefore$ $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$
แต่ $\frac{9}{4}$ ________ กับ 2
(เท่า/ไม่เท่า)
หรือถ้าให้ AC = $\frac{7}{5}$ $\therefore$ $\frac{7}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{49}{25}$
แต่ $\frac{49}{25}$ ________ กับ 2
(เท่า/ไม่เท่า)
หรือถ้าให้ AC = $\frac{10}{7}$ $\therefore$ $\frac{10}{7} \times \frac{10}{7} = \frac{100}{49}$
แต่ $\frac{100}{49}$ ________ กับ 2
(เท่า/ไม่เท่า)
ฯลฯ
(ถ้านักเรียนยังไม่แน่ใจให้ทดลองอีกจนแน่ใจ)</td>
</tr>
</table>

ไม่เท่า ไม่เท่า ไม่เท่า	24. $\therefore$ เราจะหาเศษส่วนโดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 ใดๆ มาแทน AC แล้วทำให้ $AC^2 = 2$ ได้หรือไม่ __________ (ได้/ไม่ได้)
ไม่ได้	25. ดังนั้น นักคณิตศาสตร์จึงได้สร้างจำนวน $\sqrt{2}$ ขึ้น ซึ่งจะได้ว่า $(\sqrt{2})^2$ = __________
2	26. เพราะว่าเราไม่สามารถเขียน $\sqrt{2}$ ให้อยู่ในรูปของเศษส่วนโดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็น 0 ได้ $\therefore \sqrt{2}$ ไม่เป็นจำนวน __________ เราจึงเรียก $\sqrt{2}$ ว่าเป็น <u>จำนวนอตักยะ</u>
ตักยะ	27. จำนวนที่อยู่ในลักษณะเดียวกันกับ $\sqrt{2}$ ยังมีอีกมาก เช่น $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $1 \pm \sqrt{2}$ เป็นต้น $\therefore$ จำนวนเหล่านี้เป็นจำนวน __________

อตักยะ	28. $\because \sqrt{2} = 1.414213...$ $\sqrt{3} = 1.732050...$ $\sqrt{6} = 2.449693...$ $\pi = 3.141592635...$ จำนวนเหล่านี้ เป็นทศนิยมไม่ซ้ำ 0.010010001...และ 0.767667666766667... เป็นต้น เป็น ทศนิยม______ (ซ้ำ/ไม่ซ้ำ) $\therefore$ จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมไม่ซ้ำจะเป็นจำนวน______
ไม่ซ้ำ อตักยะ	29. ฉะนั้นเราสรุปได้ว่า ก) จำนวนที่เป็นทศนิยมไม่ซ้ำ ซึ่งเขียนอยู่ในรูปรากกำลังต่างๆ เช่น $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\pm\sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{5} + \sqrt{3}$ เป็นต้น และ ข) จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำอื่น ๆ เช่น π, 0.010010001..., 0767667666766667... เป็นต้น จำนวนในลักษณะเหล่านี้เรียกว่าจำนวน______
อตักยะ	30. $\therefore$ จำนวนอตักยะหมายถึงจำนวนที่ไม่สามารถเขียนได้ในรูปของ ______โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 ประกอบด้วยจำนวนในลักษณะต่อไปนี้ ก. ______ ______ ______ ข. ______ ______

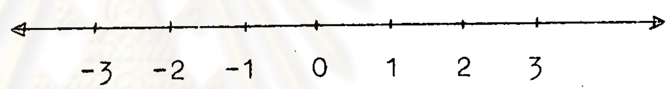
เศษส่วน ก) จำนวนที่เป็นทศนิยมไม่ซ้ำซึ่งเขียนอยู่ในรูปรากกำลังต่าง ๆ ข) จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำอื่น ๆ เช่น. ...(ตามแต่นักเรียนจะยกตัวอย่าง)	31. ข้อความต่อไปนี้ ถูกหรือผิด $\sqrt[4]{5^2}$ เป็นจำนวนอตักยะ ___ (ถูก/ผิด) $\sqrt{9}$ เป็นจำนวนอตักยะ ___ (ถูก/ผิด) 1.123123123... เป็นจำนวนอตักยะ ___ (ถูก/ผิด) 1.110111011110... เป็นจำนวนอตักยะ ___ (ถูก/ผิด)
ถูก ผิด ผิด ถูก	32. จำนวนตักยะและจำนวนอตักยะทั้งหมดรวมเรียกว่า<u>จำนวนจริง</u> หรือกล่าวในรูปของเซ็ทจะได้ว่า เซ็ทของจำนวนตักยะ ยูเนียนเซ็ทของจำนวนอตักยะ เป็นเซ็ทของจำนวน_____
จริง	33. ให้ **R** แทนเซ็ทของจำนวนจริง **Q** แทนเซ็ทของจำนวนตักยะ **I** แทนเซ็ทของจำนวนอตักยะ **U** แทนยูเนียน $\therefore$ **R = QU** _____
I	34. จำนวนต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วทั้งหมด ประกอบกันเป็น<u>โครงสร้างของจำนวนจริง</u> แสดงได้ดังนี้ จำนวนจริง .... จำนวนตักยะ จำนวนตักยะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม .... จำนวนเต็มลบ 0 ....

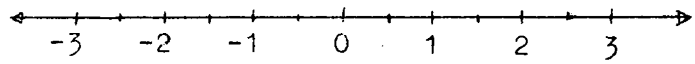
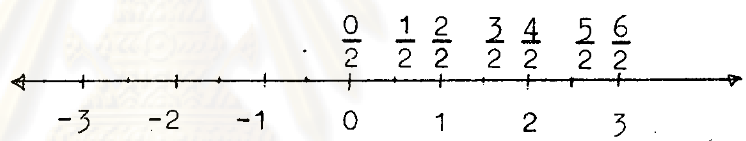
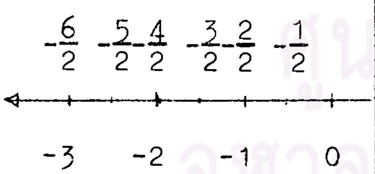
<table>
<tr>
<td>จำนวนอตักยะ
จำนวนเต็ม
จำนวนเต็มบวก (หรือ
จำนวนนับ)</td>
<td>35. จงเขียนแผนผัง แสดงโครงสร้างของจำนวนจริง

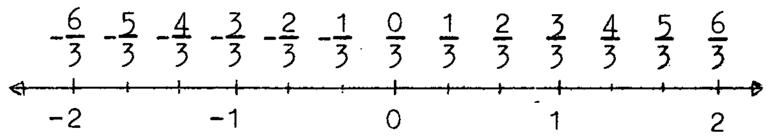
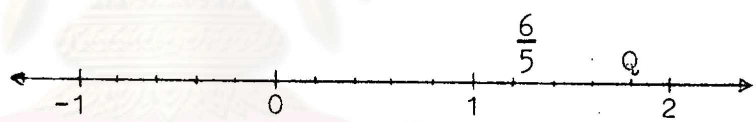
จำนวนจริง
1 .... 2 ....
3 .... 4 ....
5 .... 6 .... 7 ....</td>
</tr>
<tr>
<td>1. จำนวนอตักยะ
2. จำนวนตักยะ
3. จำนวนตักยะที่ไม่ใช่
จำนวนเต็ม
4. จำนวนเต็ม
5. จำนวนเต็มลบ
6. 0
7. จำนวนเต็มบวก</td>
<td>36. $\sqrt{-1}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{-2}$, $1+\sqrt{3}$, $1+\sqrt{-3}$
จำนวนเหล่านี้
จำนวนใดบ้างเป็นจำนวนจริง ________________
จำนวนใดบ้างไม่เป็นจำนวนจริง ________________</td>
</tr>
<tr>
<td>$\sqrt[3]{2}$, $1+\sqrt{3}$
$\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, $1+\sqrt{-3}$</td>
<td>37. $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, $1+\sqrt{-3}$ เป็นจำนวนอีกประเภทหนึ่ง ซึ่งบอกไม่ได้ว่ามากกว่าหรือน้อยกว่า ศูนย์ เราเรียกจำนวนพวกนี้ว่า <u>จำนวนไม่จริง</u>

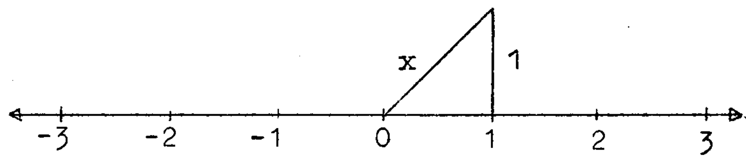
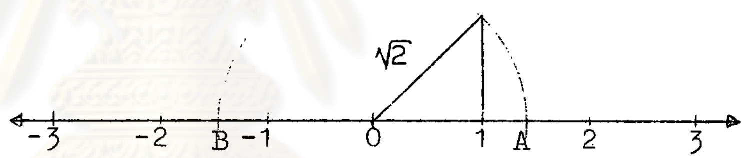
$\sqrt[4]{-5}$, $\sqrt{-4}$ เป็นจำนวนไม่จริงใช่หรือไม่

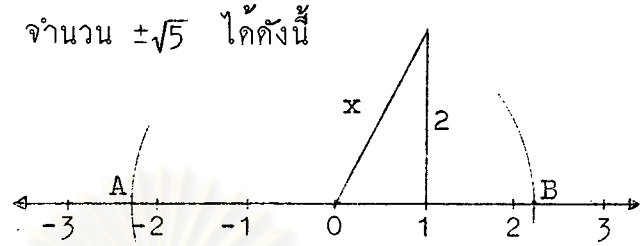
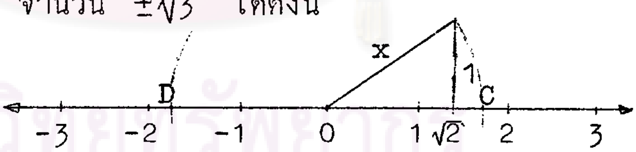
____
(ใช่/ไม่ใช่)</td>
</tr>
</table>

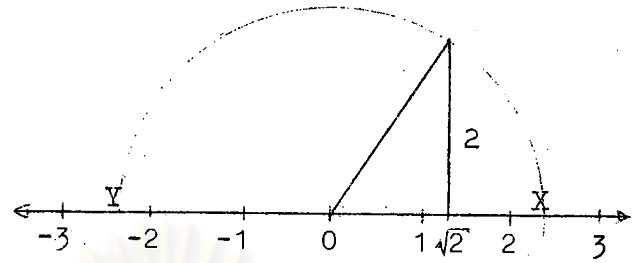
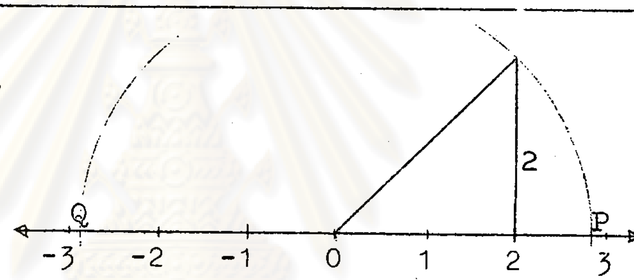
ใช่	38. $\sqrt{-9}$, $\sqrt{9}$, $1+\sqrt{-1}$ จำนวนเหล่านี้ จำนวนใดบ้างเป็นจำนวนไม่จริง ____________
$\sqrt{-9}$, $1+\sqrt{-1}$	
2. ตำแหน่งของจำนวนจริงบนเส้นจำนวน	
	39.  จากรูป จะเห็นได้ว่าจำนวนเต็ม ...,-3,-2,-1, 0,1,2,3,... แทนได้ด้วยจุดบนเส้นตรง ซึ่งเรียกได้ว่า <u>เส้นจำนวน</u> โดยกำหนดจุดๆหนึ่งบนเส้นตรง แทนจำนวน 0 และจะสังเกตได้ว่า 1 แทนได้ด้วยจุดห่างจาก 0 ไปทางขวาเป็นระยะ 1 หน่วย 2 แทนได้ด้วยจุดห่างจาก 0 ไปทาง___เป็นระยะ 2 หน่วย 3 แทนได้ด้วยจุดห่างจาก 0 ไปทาง___เป็นระยะ___หน่วย ⋮ -1 แทนได้ด้วยจุดห่างจาก 0 ไปทางซ้ายเป็นระยะ 1 หน่วย -2 แทนได้ด้วยจุดห่างจาก 0 ไปทาง___เป็นระยะ 2 หน่วย -3 แทนได้ด้วยจุดห่างจาก 0 ไปทาง___เป็นระยะ___หน่วย ⋮

ขวา ขวา 3 ซ้าย ซ้าย 3	40.  จากรูป บนเส้นจำนวน เราแบ่งความยาวของแต่ละ 1 หน่วย ออกเป็น___ส่วนเท่าๆกัน ฉะนั้นจุดแทนจำนวน $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{2}$,... และ $-\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{2}$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{4}{2}$, $-\frac{5}{2}$,... จะปรากฏบนเส้นจำนวน
2	41. เราแทนจำนวน $\frac{0}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{6}{2}$ ด้วยจุดบนเส้นจำนวนดังนี้  ให้นักเรียนเติมจำนวนให้ครบทุกตำแหน่งของจุดบนเส้นจำนวน
 	42. เราจะสังเกตได้ว่า $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{2}$ แทนได้ด้วยจุดที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางขวาเป็นระยะ $\frac{1}{2}$ หน่วย, $\frac{2}{2}$ หรือ 1 หน่วย, $\frac{3}{2}$ หน่วย, $\frac{4}{2}$ หรือ 2 หน่วย, $\frac{5}{2}$ หน่วย ตามลำดับ และ $-\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{2}$, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{4}{2}$, $-\frac{5}{2}$ แทนได้ด้วยจุดที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทาง ____เป็นระยะ ____หน่วย ____หน่วย ____หน่วย ____หน่วย ____หน่วย ตามลำดับ

ซ้าย $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$ หรือ 1 $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{2}$ หรือ 2 $\frac{5}{2}$	43.  จากรูป บนเส้นจำนวนเราแบ่งแต่ละ 1 หน่วยออกเป็น____ ส่วนเท่าๆกัน ซึ่งจะปรากฏจำนวนที่เป็นเศษส่วน ซึ่งมีส่วนเป็น____บนเส้นจำนวน
3 3	44. ฉะนั้นถ้าเราต้องการหาตำแหน่งของ $\frac{6}{5}$ บนเส้นจำนวน เราจะต้องแบ่งแต่ละ 1 หน่วยออกเป็น_____ส่วนเท่าๆกัน จำนวน $\frac{6}{5}$ จะแทนได้ด้วย จุดที่อยู่ระหว่าง 1 และ 2 ดังรูป เพราะว่า $\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$  จากรูป ตำแหน่งของจุด Q จะแทนจำนวน _________
5 $\frac{9}{5}$	45. ถ้าให้ $\frac{a}{b}$ เป็นเศษส่วนใดๆ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็มและ $b \neq 0$ เราจะหาตำแหน่งของจุดบน __________ แทนจำนวน $\frac{a}{b}$ ได้เสมอ

<table>
<tr>
<td>เส้นจำนวน</td>
<td>46.

จากรูป พิจารณา △ มุมฉาก ตามทฤษฎีบท ไพธากอรัส
$x^2 = 1^2 + 1^2$
$= 2$
$\therefore x =$ ____</td>
</tr>
<tr>
<td>$\sqrt{2}$</td>
<td>47.

ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาว $\sqrt{2}$ หน่วย ตัดเส้นจำนวนทางขวาและทางซ้ายของจุด O ที่จุด A และจุด B ตามลำดับ (ดังรูป)
$\therefore$ จุด A แทนจำนวน ______
จุด B แทนจำนวน ______</td>
</tr>
</table>

$\sqrt{2}$ $-\sqrt{2}$	48. เราจะหาตำแหน่งของจุดบนเส้นจำนวนที่ใช้แทนจำนวน $\pm\sqrt{5}$ ได้ดังนี้  จากรูป x^2 = ___ + ___ = ____ x = ____ ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี x ซึ่งยาว____หน่วยตัดเส้นจำนวนทางขวาและทางซ้ายของจุด O ที่จุด A และB ตามลำดับ ∴ จุด A บนเส้นจำนวนแทนจำนวน______ และ จุด B บนเส้นจำนวนแทนจำนวน______
1^2 2^2 5 $\sqrt{5}$ $\sqrt{5}$ $-\sqrt{5}$ $\sqrt{5}$	49. เราจะหาตำแหน่งของจุดบนเส้นจำนวนที่ใช้แทนจำนวน $\pm\sqrt{3}$ ได้ดังนี้  จากรูป $x^2 = (\sqrt{2})^2 +$ ___ = ____ x = ____ ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี x ซึ่งยาว____หน่วยตัดเส้นจำนวนทางขวาและทางซ้ายของจุด O ที่จุด C และD ตามลำดับ ∴ จุด C บนเส้นจำนวนแทนจำนวน______ และ จุด D บนเส้นจำนวนแทนจำนวน______

1^2 3 $\sqrt{3}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{3}$ $-\sqrt{3}$	50.  จากรูป จุด X บนเส้นจำนวนแทนจำนวน__________ จุด Y บนเส้นจำนวนแทนจำนวน__________
$\sqrt{6}$ $-\sqrt{6}$	51.  จากรูป จุด P บนเส้นจำนวนแทนจำนวน__________ จุด Q บนเส้นจำนวนแทนจำนวน__________
$\sqrt{8}$ $-\sqrt{8}$	52. ∴ เราได้ว่าจำนวนตักยะและจำนวน________ สามารถแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวน
อตักยะ	53. นั่นคือ จำนวนจริง สามารถแทนได้ด้วยจุดบน ____________

เส้นจำนวน	54. บนเส้นจำนวน -1 เป็นจำนวนที่แทนได้ด้วยจุดที่ห่างจาก 0 ไปทาง ______เป็นระยะทาง______หน่วย 1 เป็นจำนวนที่แทนได้ด้วยจุดที่ห่างจาก 0 ไปทาง ______เป็นระยะทาง______หน่วย
ซ้าย 1 ขวา 1	55. $\therefore$ -1 กับ 1 เป็นจำนวนที่แทนได้ด้วยจุดที่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง__________แต่อยู่คนละข้างของจุด 0 (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
เท่ากัน	56. เราเรียก -1 กับ 1 ว่าเป็น<u>จำนวนตรงข้าม</u>ซึ่งกันและกัน เพราะอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากัน แต่อยู่คนละข้างของจุด 0 -3 กับ 3 , $-\frac{1}{2}$ กับ $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3}$ กับ $-\sqrt{3}$ เป็นจำนวนตรงข้ามซึ่งกันและกันหรือไม่ __________ (เป็น/ไม่เป็น) เพราะ ____________________. ____________________ ____________________
เป็น เพราะ แต่ละคู่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากันแต่อยู่คนละข้างของจุด 0	57. ให้นักเรียนยกตัวอย่าง จำนวนจริงที่เป็นจำนวนตรงข้ามซึ่งกันและกัน มาสัก 3 คู่ ________ , ________ , ________

มีได้หลายคำตอบ อาจจะเป็น 2 กับ -2 , $-\frac{1}{3}$ กับ $\frac{1}{3}$, $-\sqrt{2}$ กับ $\sqrt{2}$	58. จำนวนตรงกันข้ามของ -2 คือ ______ จำนวนตรงกันข้ามของ 2 คือ ______ จำนวนตรงกันข้ามของ $\sqrt{3}$ คือ ______
2 -2 $-\sqrt{3}$	59. พิจารณาตำแหน่งของจุดที่แทนจำนวนแต่ละคู่ต่อไปนี้ 2 กับ $\frac{4}{2}$, $\frac{1}{3}$ กับ $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{2}$ กับ $\frac{8}{16}$, 0 กับ $\frac{0}{5}$ เป็นต้น จำนวนแต่ละคู่เหล่านี้จะแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจุดเดียวกันหรือต่างกัน ______
เดียวกัน	60. 2 กับ $\frac{4}{2}$ เป็นจำนวนเดียวกัน หรือเขียนว่า $2 = \frac{4}{2}$ $\frac{1}{3}$ กับ $\frac{2}{6}$ เป็นจำนวนเดียวกัน หรือเขียนว่า $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\frac{1}{2}$ กับ $\frac{8}{16}$ เป็นจำนวนเดียวกัน หรือเขียนว่า $\frac{1}{2} = \frac{8}{16}$ 0 กับ $\frac{0}{5}$ เป็นจำนวนเดียวกัน หรือเขียนว่า $0 = \frac{0}{5}$ ฉะนั้นเราจะได้ว่าจำนวนจริงสองจำนวนใดๆ ที่แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนจุดเดียวกัน แล้วจำนวนจริงสองจำนวนนั้นจะเป็นจำนวน________เสมอ (เดียวกัน/ต่างกัน)
เดียวกัน	61. กล่าวโดยทั่วไป ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ ถ้า a และ b แทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจุดเดียวกัน แล้ว a และ b จะเป็นจำนวน________ หรือ (เดียวกัน/ต่างกัน) เรียกว่า a เท่ากับ b เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้ a___b ($=/\neq$)

เดียวกัน =	62. ให้นักเรียนพิจารณาจุดสองจุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนจริงสองจำนวนใดๆ จำนวนที่แทนด้วยจุดทางซ้ายจะน้อยกว่าจำนวนที่แทนด้วยจุดทางขวาเสมอใช่หรือไม่__________ (ใช่/ไม่ใช่)
ใช่	63. ตัวอย่างเช่น จุดแทน 2 อยู่ทางซ้ายของจุดแทน 5 และ 2________5 (มากกว่า/น้อยกว่า) จุดแทน-1 อยู่ทาง___ของจุดแทน 0 และ-1________0 (ซ้าย/ขวา) (มากกว่า/น้อยกว่า) จุดแทน-10อยู่ทาง___ของจุดแทน-5 และ-10________-5 (ซ้าย/ขวา) (มากกว่า/น้อยกว่า) เป็นต้น
น้อยกว่า ซ้าย น้อยกว่า ซ้าย น้อยกว่า	64. (ในทางกลับกัน) บนเส้นจำนวน จำนวนที่แทนด้วยจุดทางขวา จะมากกว่า จำนวนที่แทนด้วยจุดทางซ้ายเสมอ เช่น จุดแทน 10 อยู่ทางขวาของจุดแทน 5 และ 10________5 (มากกว่า/น้อยกว่า) จุดแทน 4 อยู่ทาง___ของจุดแทน 0 และ 4________0 (ซ้าย/ขวา) (มากกว่า/น้อยกว่า) จุดแทน -1 อยู่ทาง___ของจุดแทน-7 และ -1________-7 (ซ้าย/ขวา) (มากกว่า/น้อยกว่า) เป็นต้น

มากกว่า ขวา มากกว่า ขวา มากกว่า	65. ∴ เราอาจจะนิยามการไม่เท่ากัน (มากกว่าหรือน้อยกว่า) ของจำนวนจริงสองจำนวน โดยอาศัยเส้นจำนวนได้ดังนี้ ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ ก) ถ้าจุดแทนจำนวน a อยู่ทาง<u>ซ้าย</u>ของจุดแทนจำนวน b แล้ว a ______ b (มากกว่า/น้อยกว่า) ข) ถ้าจุดแทนจำนวน a อยู่ทาง<u>ขวา</u>ของจุดแทนจำนวน b แล้ว a ______ b (มากกว่า/น้อยกว่า)
น้อยกว่า มากกว่า	66. 2 น้อยกว่า 3 เขียนเป็นสัญญลักษณ์ได้ดังนี้ $2 < 3$ 5 มากกว่า 0 เขียนเป็นสัญญลักษณ์ได้ดังนี้ $5 > 0$ ∴ สัญญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "น้อยกว่า" คือ_____ และ สัญญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "มากกว่า" คือ_____
$<$ $>$	67. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด $12 < 3$ ________(ถูก/ผิด) $4 > 0$ ________(ถูก/ผิด) $-1 > 0$ ________(ถูก/ผิด) $-3 > -20$ ________(ถูก/ผิด)
ผิด ถูก ผิด ถูก	68. จงเติมสัญญลักษณ์ $<$ หรือ $>$ แล้วทำให้ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง ก) ถ้าจุดแทนจำนวนจริง a อยู่ทางซ้ายมือของจุดแทนจำนวนจริง b แล้ว a____b ข) ถ้าจุดแทนจำนวนจริง a อยู่ทางขวามือของจุดแทนจำนวนจริง b แล้ว a____b

< >	69. บนเส้นจำนวน จุดแทนจำนวนลบ อยู่ทาง__________ (ซ้าย/ขวา) ของจุดแทนจำนวน 0 ∴ จำนวนลบ ________ 0 (>/<)
ซ้าย <	70. บนเส้นจำนวน จุดแทนจำนวนบวก อยู่ทาง________ (ซ้าย/ขวา) ของจุดแทนจำนวน 0 ∴ จำนวนบวก________ 0 (>/<)
ขวา >	71. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆแทนได้ด้วยจุดบนเส้น-จำนวน จุดแทน a อยู่ทางซ้ายของจุดแทน b ก็ต่อเมื่อจุดแทน b อยู่ทาง__________ของจุดแทน a (ซ้าย/ขวา)
ขวา	72. บนเส้นจำนวน ∵ ถ้าจุดแทน a อยู่ทางซ้ายของจุดแทน b แล้วเราจะได้ว่า a ________ b (>/<) และ ∵ ถ้าจุดแทน b อยู่ทางขวาของจุดแทน a แล้วเราจะได้ว่า b ________ a (>/<)
< >	73. นั่นคือ ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ a< b ก็ต่อเมื่อ b ______ a (>/<)

>	
3. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง	
	74. บนเส้นจำนวน จุดแทน 4 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 4 หน่วย จุดแทน -4 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง_____หน่วย จุดแทน$-\frac{20}{21}$ อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง_____หน่วย จุดแทน $\sqrt{2}$ อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง_____หน่วย
4 $\frac{20}{21}$ $\sqrt{2}$	75. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวน เราเรียกระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน a บนเส้นจำนวนว่า <u>ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a</u> ∴ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a คือระยะทางจาก ________ถึงจุดแทน_______บนเส้นจำนวน
0 a	76. ค่าสัมบูรณ์ของ 4 คือ 4 ∵ 4 เป็นระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน 4 ค่าสัมบูรณ์ของ $-\sqrt{5}$ คือ ______ ∵ $\sqrt{5}$ เป็นระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน $-\sqrt{5}$ ค่าสัมบูรณ์ของ $-\frac{20}{21}$ คือ $\frac{20}{21}$ ∵ ______เป็นระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน $-\frac{20}{21}$

$\sqrt{5}$ $\frac{20}{21}$	77. ∵ ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน $-\sqrt{6}$ ยาว___หน่วย ∴ ค่า______ของ $-\sqrt{6}$ คือ $\sqrt{6}$
$\sqrt{6}$ สัมบูรณ์	78. ค่าสัมบูรณ์ของ 3 คือ______ ค่าสัมบูรณ์ของ -3 คือ______ ค่าสัมบูรณ์ของ $-\frac{5}{7}$ คือ______
3 3 $\frac{5}{7}$	79. เราใช้สัญลักษณ์ "$\vert\ \ \vert$" แทนคำว่า "ค่าสัมบูรณ์ของ" $\vert 5 \vert$ อ่านว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 5 $\vert -\sqrt{2} \vert$ อ่านว่า ค่าสัมบูรณของ $-\sqrt{2}$ $\vert -\frac{5}{7} \vert$ อ่านว่า ____________
ค่าสัมบูรณ์ของ $-\frac{5}{7}$	80. ค่าสัมบูรณ์ของ -6 เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้ $\vert -6 \vert$ ค่าสัมบูรณ์ของ $\frac{1}{2}$ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้______ ค่าสัมบูรณ์ของ $-\frac{8}{9}$ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้______
$\vert \frac{1}{2} \vert$ $\vert -\frac{8}{9} \vert$	81. บนเส้นจำนวน จุดแทน -6 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง______หน่วย ∴ $\vert -6 \vert$ = _______

6 6	82. $\therefore$ $\lvert 5 \rvert$ = ________ $\lvert -5 \rvert$ = ________ $\lvert -\sqrt{2} \rvert$ = ________ $\lvert \frac{1}{2} \rvert$ = ________
5 5 $\sqrt{2}$ $\frac{1}{2}$	83. บนเส้นจำนวน ระยะทางจากจุด 0 ถึงจุดแทน 0 มีค่าเป็น________ $\therefore$ $\lvert 0 \rvert$ = ________
0 0	84. $\because$ 8 , 12 , $\frac{3}{5}$ เป็นจำนวนบวก $\therefore$ $\lvert 8 \rvert$ = ________ $\lvert 12 \rvert$ = ________ $\lvert \frac{3}{5} \rvert$ = ________
8 12 $\frac{3}{5}$	85. $\therefore$ ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงที่เป็นจำนวนบวกใดๆ $\lvert a \rvert$ = ________
a	86. $\therefore$ ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริง $\lvert a \rvert = a$ เมื่อ a เป็นจำนวน________ (บวก/ลบ)

บวก	87. บนเส้นจำนวน จะมีจำนวนจริงสองจำนวนซึ่งอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 4 หน่วยเท่ากันคือ______และ 4 แต่อยู่คนละข้างของจุด 0
-4	88. บนเส้นจำนวน $\frac{8}{9}$ และ $-\frac{8}{9}$ ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากัน แต่อยู่คนละข้างของจุด 0 5 และ____ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากัน แต่อยู่คนละข้างของจุด 0 $-\sqrt{5}$ และ $\sqrt{5}$ ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง____________ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน) แต่อยู่คนละข้างของจุด 0
-5 เท่ากัน	89. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆแทนได้ด้วยจุดๆหนึ่งบนเส้น-จำนวน $\therefore$ a และ -a จะห่างจาก 0 เป็นระยะทาง ____________ แต่อยู่คนละข้างของจุด 0 (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
เท่ากัน	90. $\because$ a และ -a ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากัน แต่อยู่คนละข้างของจุด 0 $\therefore$ ถ้าให้ $a = -2$ เราจะได้ว่า $-a$ = ___ ถ้าให้ $a = -5$ เราจะได้ว่า $-a$ = ___ ถ้าให้ $a = -\sqrt{3}$ เราจะได้ว่า $-a$ = ___ นั่นคือ ถ้าให้ a เป็นจำนวนลบ เราจะได้ว่า -a จะต้องเป็นจำนวน ________ (บวก/ลบ)

2 5 $\sqrt{3}$ บวก	91. $\because$ $\lvert -2 \rvert$ = ______ $\lvert -5 \rvert$ = ______ $\lvert -\sqrt{3} \rvert$ = ______
2 5 $\sqrt{3}$	92. $\because$ $\lvert -2 \rvert = 2$ จากข้อความนี้ ถ้าให้ a แทนจำนวนลบ ซึ่งได้แก่ -2 $\therefore$ ______ แทน 2 (a /-a) $\therefore$ เขียน $\lvert -2 \rvert = 2$ ในพจน์ของ a ได้ดังนี้ $\lvert a \rvert$ = ____
-a -a	93. $\therefore$ ถ้าให้ a เป็นจำนวนลบใดๆ เราจะได้ว่า $\lvert a \rvert$ = ____
-a	94. ให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ $\therefore \lvert a \rvert = -a$ เมื่อ a เป็นจำนวน________ (บวก/ลบ)
ลบ	95. $\therefore$ สรุปได้ว่า ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ $\lvert a \rvert = a$ เมื่อ a เป็นจำนวน________ (บวก/ลบ) $\lvert a \rvert = 0$ เมื่อ a = ___ $\lvert a \rvert = -a$ เมื่อ a เป็นจำนวน________ (บวก/ลบ)
บวก 0 ลบ	

4. คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวก	
	96. ในการบวกจำนวนจริงทุก ๆ ครั้ง เราจะสังเกตได้ว่าผลบวกของจำนวนจริงสองจำนวน จะเป็นจำนวนจริงเสมอเช่น $2 + 3 =$ ___ ; $\frac{3}{2} + \frac{4}{2} =$ ____ เป็นต้น เราเรียกคุณสมบัตินี้ว่า <u>คุณสมบัติ**ปิดสำหรับการบวก**</u>
5 $\frac{7}{2}$	97. ถ้าให้ **a** และ **b** เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว **a+b** จะเป็นจำนวนจริง ข้อความนี้ เป็นไปตามคุณสมบัติ________________
ปิดสำหรับการบวก	98. ให้ **a + b** เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า **a + b = c** โดยคุณสมบัติปิดสำหรับการบวกเราจะได้ว่า **c** เป็นจำนวน______
จริง	99. ในการบวก จำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองแล้ว ผลบวกจะยังคงเท่าเดิม เช่น $3 + 4 = 4 +$ ___ $= 7$ $(-5) + 6 =$ ____ $+ (-5) = 1$ เราเรียกคุณสมบัตินี้ว่า <u>คุณสมบัติ**การสลับที่สำหรับการบวก**</u>

3 6	100. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a + b = b + a$ ข้อความนี้ เป็นไปตามคุณสมบัติ ________ สำหรับการบวก
การสลับที่	101. ฉะนั้น ถ้าเรารู้ว่า $a + b = c$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้วเราจะได้ว่า $b + a = c$ ด้วย เพราะว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติ ____________
การสลับที่สำหรับการบวก	102. ให้นักเรียนเขียนวงกลมล้อมรอบตัวอักษรหน้าข้อความที่เป็นจริงตามคุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก ก. $(2 + 5) + 6 = 6 + (2 + 5)$ ข. $(2 + 5) + 6 = (5 + 2) + 6$ ค. $(2 + 5) + 6 = 2 + (5 + 6)$
ก ข	103. ในการบวก จำนวนจริงสามจำนวน เราจะบวกทีละสองจำนวน อาจบวกสองจำนวนแรกก่อน หรือสองจำนวนหลังก่อน ผลบวกจะเท่ากัน เช่น $(3 + 4) + 6 = 13$ $3 + (4 + 6) = 13$ $\therefore (3+4)+6 = 3+(4+6)$ เพราะต่างมีผลลัพธ์ = ________ เราเรียกคุณสมบัตินี้ว่า <u>คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก</u>

13	104. $(2+5)+6 = 2 + (5+6)$ ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ ________________
การจัดหมู่สำหรับการบวก	105. ถ้าให้ a,b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่เป็นไปตามคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก คือ $(a+b) + c = a +$ _____
(b+c)	106. ในการบวกจำนวนจริง ตั้งแต่สี่จำนวนขึ้นไป เราจะเลือกบวกสองจำนวนใดก่อนก็ได้ โดยอาศัยคุณสมบัติการจัดหมู่และการสลับที่สำหรับการบวก เช่น $16 + 12 + 9 + 13$ $= 16 + 9 + 12 + 13$ (โดยคุณสมบัติ________________) $= (16+9)+(12+13)$ (โดยคุณสมบัติ________________) = ____ + ____ = ____
การสลับที่สำหรับการบวก การจัดหมู่สำหรับการบวก 25 25 50	107. ในระบบจำนวนจริง ถ้าจำนวนจริง z บวกกับจำนวนจริง a ใด ๆ ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง a เราเรียกจำนวนจริง z ว่าเป็นเอกลักษณ์การบวก ∴ z เป็นเอกลักษณ์การบวก ∴ $z + a =$ ____ $= a + z$ โดยที่ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

a	108. $3+0 =$ ____ $(-2)+0 =$ ____ $0+\frac{1}{2} =$ ____ $0+(-\sqrt{2}) =$ ____ จะเห็นได้ว่า 0 เป็นจำนวนจริง ที่บวกกับจำนวนจริงใดๆ ก็ตาม ผลลัพธ์จะเป็นจำนวนนั้น $\therefore$ 0 เป็น____________**ในระบบจำนวนจริง**
3 (-2) $\frac{1}{2}$ $(-\sqrt{2})$ เอกลักษณ์การบวก	109. ให้ **a** เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่แสดงว่า 0 เป็น เอกลักษณ์การบวก คือ ___ + a = a = a+___
0 0	110. $(-2)+2 =$ ____ $\frac{3}{4}+(-\frac{3}{4}) =$ ____ $(-\sqrt{3})+\sqrt{3} =$ ____
0 0 0	111. ถ้าผลบวกของจำนวนจริง สองจำนวนใด ๆ มีค่าเป็น 0 ซึ่งเป็น เอกลักษณ์การบวก แล้ว เราเรียกจำนวนจริงทั้งสองนั้นว่าเป็น <u>อินเวอร์สการบวก</u> ซึ่งกันและกัน $\therefore$ −2 กับ 2 เป็น **อินเวอร์สการบวก** ซึ่งกันและกัน $\frac{3}{4}$ กับ___เป็น อินเวอร์สการบวก ซึ่งกันและกัน $-\sqrt{3}$ กับ $\sqrt{3}$ เป็น____________ซึ่งกันและกัน

$-\frac{3}{4}$ อินเวอร์สการบวก	112. ∵ 4+(−4) = ______ = (−4)+4 ∴ 4 เป็นอินเวอร์สการบวกของ −4 และ − 4 เป็น____________ของ4
0 อินเวอร์สการบวก	113. ∴ ถ้าให้ **a** เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะมีจำนวนจริง **−a** ซึ่งทำให้ a + (−a) = ____ = (−a)+a จะได้ว่า −a เป็น_______________ของ **a** และ a เป็น อินเวอร์สการบวก ของ____
0 อินเวอร์สการบวก −a	114. ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่แสดงว่า a และ −a เป็น อินเวอร์สการบวก ซึ่งกันและกัน คือ a+___ = ____ = (−a) + a
−a **0**	115. พึงระลึกไว้เสมอว่า ผลบวกของจำนวนจริงใด ๆ กับอินเวอร์สการบวกของจำนวนจริงนั้น ๆ มีค่าเป็น______เสมอ
0	116. ∵ 0 + ___ = 0 ∴ อินเวอร์สการบวกของ 0 มีค่าเป็น____

0 0	117. ∴ 1 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -1 และเราเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า 1 เป็นอินเวอร์สการบวกของ -1 เพราะ $1+(-1) = 0$ -5 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 5 และ -5 ก็เป็น__________ของ 5 เพราะ $(-5)+5=$ ______
อินเวอร์สการบวก 0	118. จะได้ว่า จำนวนตรงข้ามของ -1 หรือ อินเวอร์สการบวกของ-1 คือ______ และจำนวนตรงข้ามของ5หรือ อินเวอร์สการบวกของ 5 คือ______ ∴ ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ a หรือ ____________ของ a จะเป็นจำนวนเดียวกัน คือ $-a$
1 -5 อินเวอร์สการบวก	119. พิจารณาการลบของจำนวนต่อไปนี้ ∵ $5-3 = 2$ และ $5+(-3) = 2$ ∴ $5-3 = 5+(\_\_)$ และ ∵ $2\sqrt{2}-\sqrt{2} = \sqrt{2}$ และ $2\sqrt{2}+(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ ∴ $2\sqrt{2}-\sqrt{2} = 2\sqrt{2}+$ _____
-3 $(-\sqrt{2})$	120. ∴ ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า $a-b = a+$ ___หรือ $a-b$ คือผลบวกของ a กับอินเวอร์สการบวกของ________ ข้อความดังกล่าวนี้ เป็น <u>นิยามการลบจำนวนจริง</u>

$(-b)$ b	121. $\because (a+b)+\left[-(a+b)\right] = 0$ $\therefore$ อินเวอร์สการบวกของ $(a+b)$คือ ____
$-(a+b)$	122. $-a-b$ เป็นอินเวอร์สการบวกของ $(a+b)$ หรือไม่ แสดงได้ดังนี้ $(a+b)+(-a-b)$ $= (a+b)+(-a)+$ ____ (นิยามการลบ) $= a+(-a)+b+$ ____ (การสลับที่สำหรับการบวก) $= (a+(-a))+(b+$____$)$ (การจัดหมู่สำหรับการบวก) $= 0 +$ ____ (อินเวอร์สการบวก) $=$ ____ นั่นคือ $(a+b)+(-a-b) =$ ____ ดังนั้น $-a-b$ เป็นอินเวอร์สการบวกของ $a+b$
$(-b)$ $(-b)$ $(-b)$ 0 0 0	123. $-(a+b)$ เป็นอินเวอร์สการบวก ของ____ $-a-b$ เป็นอินเวอร์สการบวก ของ____ $\therefore \boxed{-(a+b) = -a-b}$ เพราะต่างก็เป็นอินเวอร์สการบวกของ____ คุณสมบัติที่ได้นี้ เรียกว่า <u>คุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลบวก</u> ของจำนวนจริง

(a+b) (a+b) (a+b)	124. ∵ $(a-b)+\left[-(a-b)\right] = 0$ ∴ อินเวอร์สการบวกของ(a-b) คือ______
-(a-b)	125. -a+b เป็นอินเวอร์สการบวกของ (a-b) หรือไม่ แสดงได้ดังนี้ (a-b)+(-a+b) = a+___+(-a) +b (นิยามการลบ) = a+(-a)+___+b (การสลับที่สำหรับการบวก) = (a+(-a))+(___+b) (การจัดหมู่สำหรับการบวก) = 0 + ___ (อินเวอร์สการบวก) = ___ นั่นคือ(a-b)+(-a+b) = ________ ดังนั้น-a+b เป็นอินเวอร์สการบวกของ (a-b)
(-b) (-b) (-b) 0 0 0	126. -(a-b) เป็นอินเวอร์สการบวกของ________ -a+b เป็นอินเวอร์สการบวกของ________ ∴ $\boxed{-(a-b) = -a+b}$ เพราะต่างก็เป็นอินเวอร์สการบวกของ______ คุณสมบัติที่ได้นี้ เป็นคุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลต่าง ของจำนวนจริง

(a-b) (a-b) (a-b)	127. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยคุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลบวกและผลต่างของจำนวนจริง จะได้ว่า $-(a+b) =$ ______ $-(a-b) =$ ______
-a-b -a+b	128. ให้ x,y,z เป็นจำนวนจริงใด ๆ เราสามารถเปลี่ยน $-(x+y-z)$ ให้อยู่ในรูป $-x-y+z$ โดยอาศัยคุณสมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวมาแล้ว ได้ดังนี้ $-(x+y-z) = -\left[(x+y)-z\right]$ (การจัดหมู่สำหรับการบวก) $= -(x+y)+z$ (คุณสมบัติเกี่ยวกับอินเวอร์สการบวกของผลต่าง) $= -x-y+z$ (คุณสมบัติเกี่ยวกับ______________________________)
อินเวอร์สการบวก ของผลบวก	

5. คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการคูณ

	129. ในการบวก จำนวนจริงมีคุณสมบัติปิดสำหรับการบวก กล่าวคือ ถ้าให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว a + b เป็นจำนวนจริง ในการคูณ $a \cdot b$ จะเป็นจำนวนจริงด้วย เช่น $2 \times 7 =$ ____, $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} =$ ____ ∴ กล่าวได้ว่า จำนวนจริงจะมีคุณสมบัติปิดสำหรับการ______
14 $\frac{1}{3}$ คูณ	130. ถ้าให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a \cdot b = c$ แล้ว c จะเป็นจำนวนจริงเสมอ ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ______________
ปิดสำหรับการคูณ	131. ให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a+b = b+a$ เรียกว่าคุณสมบัติการสลับที่สำหรับการ**บวก** ในการคูณ $a \cdot b = b \cdot a$ ด้วย เช่น $2(-4) = (-4)2 =$ ________ $(-5)(-2) = (-2)($__$) =$ ________ ฉะนั้นเราจะได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติ__________ สำหรับการคูณ

−8 −5 10 การสลับที่	132. จงเขียนวงกลม ล้อมตัวอักษรหน้าข้อความที่เป็นจริงตามคุณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ ให้ m,n และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก. $(m\,n)\,k = (n\,m)\,k$ ข. $(m\,n)\,k = m\,(n\,k)$ ค. $(m\,n)\,k = k\,(m\,n)$ ง. $m(n+k) = mn+mk$
ก ค	133. ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ $(a+b)+c = a+(b+c)$ เรียกว่า <u>คุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการบวก</u> ในการคูณ จำนวนจริงจะมีคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณหรือไม่ ตัวอย่างเช่น $(2\times3)\times5 = 2\times(3\times5)$ เพราะต่างมีผลลัพธ์= ________ $(-2\times4)(-1) = (-2)(4\times(-1))$ เพราะต่างมีผลลัพธ์= ________ เป็นต้น ∴ จะได้ว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติ________________
30 8 การจัดหมู่สำหรับการคูณ	134. ให้ x,y,z เป็นจำนวนจริงใด ๆ ∴ ข้อความที่เป็นไปตามคุณสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณ คือ $(x\cdot y)\cdot z =$ ____________

x.(y.z)	135. ในระบบจำนวนจริง ∵ ถ้าจำนวนจริง z บวกกับจำนวนจริง a ใด ๆ ผลลัพธ์ เป็นจำนวนจริง a เราเรียกจำนวนจริง z ว่า เป็นเอกลักษณ์การบวก ∴ ถ้าจำนวนจริง u คูณกับจำนวนจริง a ใด ๆ ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง a เราเรียกจำนวนจริง u ว่าเป็น เอกลักษณ์ ____________
การคูณ	136. ให้ u เป็น เอกลักษณ์การคูณ ∴ $u \cdot a$ = ________ = $a \cdot u$ โดยที่ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ
a	137. ∴ 1×4 = ______ $1 \times (-5)$ = ______ $\left(-\frac{1}{2}\right) \times 1$ = ______ 3×1 = ______ จะเห็นได้ว่า 1 เป็นจำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริงใด ๆ ผลลัพธ์จะเป็นจำนวนนั้น ๆ ∴ 1 เป็น________________ในระบบจำนวนจริง
4 −5 $-\frac{1}{2}$ 3 เอกลักษณ์การคูณ	138. ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่แสดงว่า 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณ คือ ____ $\cdot a$ = a = $a \cdot$ ____

1 1	139. ในระบบจำนวนจริง ถ้าผลบวกของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่าเป็น 0 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การบวก แล้วเราเรียก จำนวนจริงทั้งสองนั้นว่าเป็นอินเวอร์สการบวก ซึ่งกันและกัน ถ้าผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่าเป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณ แล้วเราจะเรียกจำนวนจริงทั้งสองนั้นว่าเป็นอินเวอร์ส________ซึ่งกันและกัน
การคูณ	140. $\because$ $2 \times \frac{1}{2} =$ ______ ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณ $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} =$ ______ ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณ $(-3) \times \frac{1}{(-3)} =$ ______ ซึ่งเป็น__________ $\therefore$ 2 กับ $\frac{1}{2}$ เป็นอินเวอร์สการคูณ ซึ่งกันและกัน $\frac{1}{\sqrt{2}}$ กับ___เป็นอินเวอร์สการคูณ ซึ่งกันและกัน (-3) กับ $\frac{1}{(-3)}$ เป็น______ ซึ่งกันและกัน
1 1 1 เอกลักษณ์การคูณ $\sqrt{2}$ อินเวอร์สการคูณ	141. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ จะมีจำนวนจริงจำนวนหนึ่งเขียนได้ในรูป $\frac{1}{a}$ ซึ่งทำให้ $a \cdot \frac{1}{a} =$ ______ $\therefore$ a กับ $\frac{1}{a}$ จะเป็น______________ซึ่งกันและกัน นั่นคือ a เป็นอินเวอร์สการคูณของ______ และ $\frac{1}{a}$ เป็น__________ ของ a

1 อินเวอร์สการคูณ $\frac{1}{a}$ อินเวอร์สการคูณ	142. ถ้าให้ a= 0 เราจะสามารถหาจำนวนจริงที่คูณกับ 0 แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณได้หรือไม่ __________ (ได้/ไม่ได้)
ไม่ได้	143. เราไม่สามารถหาจำนวนจริงใด ๆ ที่คูณกับ 0 แล้วมีผลลัพธ์เป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณ ได้ ∴ 0 มีอินเวอร์สการคูณ หรือไม่__________ (มี/ไม่มี)
ไม่มี	144. ∴ $1 \times$ ______ $= 1$ ∴ อินเวอร์สการคูณของ 1 คือ__________
1 1	145. พึงระลึกไว้เสมอว่า ผลคูณของจำนวนจริงใด ๆ กับอินเวอร์สการคูณ ของจำนวนจริงนั้น ๆ มีค่าเป็น______ เสมอ
1	146. $2 \times (3+4) = 2 \times 7$ $= 14$ และ $(2\times3) + (2\times4) = 6 + 8$ $= 14$ ∴ $2\times(3+4) = (2\times3) + (2\times4)$ เพราะต่างมีผลลัพธ์ = __________

14	147. $(2+1) \times 5 = 3 \times 5$ $= 15$ $(2 \times 5)+(1 \times 5) = 10+5$ $= 15$ $\therefore (2+1) \times 5 = (2 \times 5)+(1 \times 5)$ เพราะต่างมีผลลัพธ์= __________
15	148. ∴ จะเห็นได้ว่าการคูณจำนวนจริงกับผลบวกของจำนวนจริงอีกสองจำนวน กับการคูณทีละจำนวนแล้วบวกกัน ผลลัพธ์จะ________________ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน) เราเรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติการกระจาย
เท่ากัน	149. ถ้าให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a(b+c) = ab +$ ______ โดยคุณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ $(b+c)a = ba +$ ______ ข้อความนี้เป็นไปตาม คุณสมบัติ____________
ac ca การกระจาย	150. คุณสมบัติการกระจายนี้จะช่วยทำให้การหาผลคูณง่ายขึ้น เช่น หาผลคูณของ 89×108 $89 \times 108 = 89\,(100+8)$ $=(89 \times 100)+(89 \times 8)$ (คุณสมบัติ__________) $=$ ________ $+ 712$ $=$ ________

<table>
<tr>
<td>การกระจาย
8900
9612</td>
<td>151. นอกจากนั้นคุณสมบัติการกระจาย จะช่วยทำให้การหาผลบวกของผลคูณง่ายขึ้น
เช่น หาค่าของ (31x49)+(31x51)
(31x49)+(31x51) = 31(49+51) (คุณสมบัติ________)
= 31 x____
= ________</td>
</tr>
<tr>
<td>การกระจาย
100
3100</td>
<td>152. กล่าวโดยสรุป จำนวนจริง มีคุณสมบัติพื้นฐานในการบวกและการคูณดังนี้
ให้ a,b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ
<table>
<tr><th></th><th>การบวก</th><th>การคูณ</th></tr>
<tr><td>การปิด</td><td>a+b เป็นจำนวนจริง</td><td>a·b เป็น ________</td></tr>
<tr><td>การสลับที่</td><td>a+b = b+ ______</td><td>a·b = ________</td></tr>
<tr><td>การจัดหมู่</td><td>(a+b)+c= a+ ______</td><td>(a·b)·c = a·______</td></tr>
<tr><td>การกระจาย</td><td colspan="2">a (b+c) = ab + ______</td></tr>
<tr><td>เอกลักษณ์</td><td>____+a=a=a+______</td><td>____·a=a=a·______</td></tr>
<tr><td>อินเวอร์ส</td><td>a+(-a) = ______
ไม่ว่า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ</td><td>$a\cdot\frac{1}{a}$ = ________
ถ้า $a \neq 0$</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>จำนวนจริง
a   ba
(b+c)   (bc)
ac
0   0   1   1
0   1</td>
<td></td>
</tr>
</table>

6. คุณสมบัติการเท่ากัน

	153. จำนวนจริงใด ๆ ย่อมเท่ากับจำนวนจริงนั้น ๆ เสมอ เช่น $5 = 5$, $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $1 =$ ____, $(-3) =$ ______ กล่าวได้ว่า จำนวนจริงมี <u>คุณสมบัติสะท้อน</u> ในการเท่ากัน.
1. (-3)	154. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a = a$ ข้อความนี้ แสดงว่า จำนวนจริง มีคุณสมบัติ__________ ในการเท่ากัน
สะท้อน	155. จำนวนจริงสองจำนวน ถ้าจำนวนแรกเท่ากับจำนวนหลัง แล้ว จำนวนหลังจะเท่ากับ จำนวนแรกด้วย เช่น $2 = \frac{8}{4}$ $\therefore \frac{8}{4} =$ ________ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\therefore 2\sqrt{2} =$ ________ กล่าวได้ว่าจำนวนจริงมี<u>คุณสมบัติสมมาตร</u> ในการเท่ากัน
2 $\sqrt{8}$	156. ให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ ข้อความนี้ แสดงว่า จำนวนจริงมี คุณสมบัติ__________ ในการเท่ากัน

สมมาตร	157. จำนวนจริงสามจำนวน ถ้าจำนวนแรก เท่ากับจำนวนที่สอง และจำนวนที่สองเท่ากับจำนวนที่สามแล้ว จำนวนแรกจะเท่ากับจำนวนที่สามด้วย เช่น $\sqrt{4} = 2$ และ $2 = \frac{4}{2}$ แล้ว $\sqrt{4} =$ ____ ความจริง ข้อนี้กล่าวได้ว่า จำนวนจริง มีคุณสมบัติถ่ายทอดในการเท่ากัน
$\frac{4}{2}$	158. ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่แสดงว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติถ่ายทอดในการเท่ากัน คือ ถ้า $a=b$ และ $b=c$ แล้ว____
$a=c$	159. จำนวนจริงสามจำนวน ถ้าจำนวนแรกเท่ากับจำนวนที่สอง เมื่อนำจำนวนที่สาม มาบวกเข้าทั้งสองข้างผลที่ได้จะเท่ากัน หรือไม่____ (เท่ากัน/ ไม่เท่ากัน) เช่น $5 = 5$ บวกกับ (-3) ทั้งสองข้าง $\therefore\ 5 + (-3) = 5 + (-3)$ ความจริง ข้อนี้ กล่าวได้ว่า ในการเท่ากัน จำนวนจริงมีคุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากัน

เท่ากัน	160. ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\therefore$ ถ้า a=b และ a+c = b +______ ข้อความนี้แสดงว่า จำนวนจริงมี คุณสมบัติ____________ __________ในการเท่ากัน
c การบวกกับจำนวนที่เท่ากัน	161. จำนวนจริงสามจำนวน ถ้าจำนวนแรกเท่ากับ จำนวนที่สอง เมื่อนำจำนวนที่สามมาคูณ เข้าทั้งสองข้าง แล้วผลที่ได้จะ เท่ากันหรือไม่________________ (เท่ากัน / ไม่เท่ากัน) เช่น 2 = 2 คูณกับ (-7) ทั้งสองข้าง $\therefore$ 2(-7) = 2(-7) ความจริงข้อนี้ กล่าวได้ว่า <u>จำนวนจริงมี คุณสมบัติการคูณ</u> <u>กับจำนวนที่เท่ากัน</u> ในการเท่ากัน
เท่ากัน	162. ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า a=b แล้ว ac=b __ ข้อความนี้ แสดงว่า ในการเท่ากัน จำนวนจริงมี คุณสมบัติ____________________________
c การคูณกับจำนวนที่เท่ากัน	

7. การพิสูจน์คุณสมบัติอื่น ๆ ของจำนวนจริง

163. <u>ตัวอย่างที่ 1</u> ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

เราจะพิสูจน์ว่า $a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a$ ซึ่งเป็น<u>คุณสมบัติของศูนย์</u>ที่เกี่ยวกับการคูณ ได้ดังนี้

<u>พิสูจน์</u>

$\because\ 0 + 0 = 0$ (เอกลักษณ์การบวก)

$a(0+0) = a \cdot 0$ (การคูณกับจำนวนที่เท่ากัน)

$a \cdot 0 + a \cdot 0 = a \cdot 0$ (การกระจาย)

$a \cdot 0 + a \cdot 0 + (-a \cdot 0) = a \cdot 0 + (-a \cdot 0)$ (การ____________)

$a \cdot 0 + [a \cdot 0 + (-a \cdot 0)] = a \cdot 0 + (-a \cdot 0)$ (การจัดหมู่สำหรับการบวก)

$a \cdot 0 + 0 = 0$ (อินเวอร์สการบวก)

$a \cdot 0 = 0$ (เอกลักษณ์การบวก)

$\because\ a \cdot 0 = 0 \cdot a$ (การสลับที่สำหรับการคูณ)

$\therefore\ 0 \cdot a = 0$ (การถ่ายทอด)

ดังนั้นจะได้ว่า $\boxed{a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a}$

บวกกับจำนวนที่เท่ากัน	164. <u>ตัวอย่างที่ 2</u> ให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า ab = 0 แล้ว a = 0 หรือ b = 0 (ประโยคที่เชื่อมด้วยคำว่า "หรือ" หมายความว่าเป็นจริง เพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือ ทั้งสองอย่างก็ได้) เราจะพิสูจน์ว่า ข้อความดังกล่าวนี้ เป็นจริง ได้ดังนี้ <u>พิสูจน์</u> <u>กรณีที่ 1</u> ถ้า $a \neq 0$ แล้วเราจะต้องพิสูจน์ให้ได้ว่า $b = 0$ $\therefore\ a \cdot b = 0$ (กำหนดให้) และ $\therefore\ a \cdot 0 = 0$ (ตัวอย่างที่ 1) $\therefore\ a \cdot b = a \cdot 0$ (การถ่ายทอด) $\frac{1}{a} \cdot a \cdot b = \frac{1}{a} \cdot a \cdot 0$ (การคูณกับ______) $\left(\frac{1}{a} \cdot a\right) b = \left(\frac{1}{a} \cdot a\right) 0$ (การ________) $1 \cdot b = 1 \cdot 0$ (อินเวอร์สการ______) (บวก/คูณ) $b = 0$ (เอกลักษณ์การ______) (บวก/คูณ) <u>กรณีที่ 2</u> ถ้า $b \neq 0$ ในทำนองเดียวกัน เราจะพิสูจน์ได้ว่า $a = 0$ $\therefore$ ข้อความที่ว่า ถ้า ab=0 แล้ว a=0 หรือ b= ___ เป็นจริงเสมอไม่ว่า a,b จะเป็นจำนวนจริงใด ๆ

จำนวนที่เท่ากัน	165. <u>ตัวอย่างที่ 3</u> ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ เราจะพิสูจน์ว่า $(-1)a = -a$ ได้ดังนี้
จัดหมู่สำหรับการคูณ	<u>พิสูจน์</u>
คูณ	$\because 1 + (-1) = 0$ (อินเวอร์สการบวก)
คูณ	$a(1+(-1)) = a \cdot 0$ (การคูณกับจำนวนที่เท่ากัน)
0	$a \cdot 1 + a(-1) = a \cdot 0$ (__________)
	$a + a(-1) = 0$ (เอกลักษณ์การคูณและคุณสมบัติของศูนย์ที่เกี่ยวกับการคูณ)
	$[(-a)+a] + a(-1) = (-a)+0$ (การบวกกับจำนวนที่เท่ากัน และ __________)
	$0 + a(-1) = (-a)+0$ (อินเวอร์สการ________ (บวก/คูณ))
	$a(-1) = -a$ (เอกลักษณ์การ________ (บวก/คูณ))
	$\therefore (-1)a = -a$ (การสลับที่สำหรับ________)
	$\therefore$ จะได้ว่า $\boxed{(-1)a = -a}$
	ไม่ว่า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

การกระจาย การจัดหมู่สำหรับการบวก บวก บวก การคูณ	166. ให้ a เป็นจำนวนจริงใดๆ จากตัวอย่างที่ 3 เราได้ว่า $(-1)a = -a$ $\therefore$ ถ้าให้ $a = (-1)$ $\therefore$ $(-1)(-1) = -(-1)$ $= 1$ $\therefore$ $-(-1)$ คือ อินเวอร์สการบวกของ -1 ซึ่งเท่ากับ______ ดังนั้นเราจะได้ว่า $\boxed{(-1)(-1) = 1}$ เสมอ
1	167. <u>ตัวอย่างที่ 4</u> ให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ เราจะพิสูจน์ว่า $a(-b) = -(ab)$ ได้ดังนี้ <u>พิสูจน์</u> $\because$ $a(-b) = a(-1)b$ ($\because$ $(-1)b =$ ____ จากตัวอย่างที่ 3) $= (-1)(ab)$ (การสลับที่สำหรับการคูณ และ______________________) $= -(ab)$ ($\because$ $(-1)(ab) =$ ______ จากตัวอย่างที่ 3) ดังนั้น จะได้ $\boxed{a(-b) = -(ab)}$ ไม่ว่า a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$-b$ การจัดหมู่สำหรับการคูณ $-(ab)$	168. <u>ตัวอย่างที่ 5</u> ให้ a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ เราจะพิสูจน์ว่า $(-a)(-b) = ab$ ได้ดังนี้ <u>พิสูจน์</u> $(-a)(-b) = (-1)\,a\,(-1)\,b$ ($\because$ $(-1)\,a$ =______ และ $(-1)\,b$ =______) $= (-1)(-1)(ab)$ (______ และ______) $= 1x(ab)$ ($\because$ $(-1)(-1)$ =______) $= ab$ (เอกลักษณ์การ______) (บวก/คูณ) $\therefore$ จะได้ค่า $\boxed{(-a)(-b) = ab}$ ไม่ว่า a,b เป็นจำนวนจริงใด ๆ
$-a$ $-b$ การสลับที่สำหรับการคูณ การจัดหมู่สำหรับการคูณ 1 คูณ	169. ถ้า a และ b เป็นจำนวนบวก แล้ว $a+b$ และ $a \cdot b$ จะเป็นจำนวน______ (ลบ / บวก) เราถือว่าข้อความนี้เป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์

บวก	170 ตัวอย่างที่ 6 ถ้าให้ a เป็นจำนวนบวกและ b เป็นจำนวนลบ แล้ว ab เป็นจำนวนลบ และ $ab = -(\|a\|\|b\|)$ เราจะพิสูจน์ข้อความดังกล่าวนี้ ได้ดังนี้ ตอนที่ 1 จะพิสูจน์ว่า ab เป็นจำนวนลบ พิสูจน์ $\because$ b เป็นจำนวนลบ (กำหนดให้) $\therefore$ -b เป็นจำนวน________ (บวก / ลบ) และ a เป็นจำนวนบวก (กำหนดให้) $\therefore$ a(-b) เป็นจำนวน____ (จำนวนบวกคูณกับจำนวนบวก) (บวก/ลบ) $\because$ a (-b) = - ab (ตัวอย่างที่ 4) $\therefore$ -ab เป็นจำนวน_______ (บวก/ลบ) ดังนั้น ab เป็นจำนวน _______ (บวก/ลบ)

	170. (ต่อ) <u>ตอนที่ 2</u> จะพิสูจน์ว่า $ab = -(\|a\|\|b\|)$ <u>พิสูจน์</u> $\because$ $-ab = a(-b)$ (ตัวอย่างที่ 4) $\because$ $\|a\| = a$ เมื่อ a เป็นจำนวน________ (บวก / ลบ) และ $\|b\| = -b$ เมื่อ b เป็นจำนวน________ (บวก / ลบ) $\|a\|\|b\| = a(-b)$ (ผลคูณของสองจำนวนที่เท่ากัน) $\therefore$ $-ab =$ _____ (ต่างเท่ากับ $a(-b)$) $\therefore$ $ab = -(\|a\|\|b\|)$ (ต่างเป็นอินเวอร์สการบวกของจำนวนที่เท่ากัน) ฉะนั้นจะได้ว่า ถ้าให้ a เป็นจำนวนบวก และ b เป็นจำนวนลบ แล้ว ab จะเป็นจำนวน________ (บวก/ลบ) และ ab = ________

บวก	171. <u>ตัวอย่างที่ 7</u> ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนลบ แล้ว ab จะเป็นจำนวนบวก และ ab = $\|a\|\|b\|$ เราจะพิสูจน์ ข้อความดังกล่าวนี้ได้ดังนี้
บวก	<u>ตอนที่ 1</u> จะพิสูจน์ว่า ab เป็นจำนวนบวก
บวก	<u>พิสูจน์</u>
ลบ	$\because$ a เป็นจำนวนลบ $\therefore$ −a เป็นจำนวน______ (บวก/ลบ)
บวก	$\because$ b เป็นจำนวนลบ $\therefore$ −b เป็นจำนวน______ (บวก/ลบ)
ลบ	$\therefore$ (−a)(−b) เป็นจำนวน______ (บวก/ลบ) (จำนวนบวกคูณกับจำนวนบวก)
$\|a\|\|b\|$	แต่ (−a)(−b) = ab (ตัวอย่างที่ 5)
ลบ	$\therefore$ ab เป็นจำนวน______ (บวก/ลบ)
$-(\|a\|\|b\|)$	<u>ตอนที่ 2</u> จะพิสูจน์ว่า ab = $\|a\|\|b\|$
	<u>พิสูจน์</u>
	$\because$ ab = (−a)(−b) (ตัวอย่างที่ 5)
	$\because$ $\|a\|$ = −a เมื่อ a เป็นจำนวน______ (บวก/ลบ)
	และ $\because$ $\|b\|$ = −b เมื่อ b เป็นจำนวน______ (บวก/ลบ)
	$\therefore$ $\|a\|\|b\|$ = (−a)(−b) (ผลคูณของสองจำนวนที่เท่ากัน)
	ดังนั้น ab = ______ (ต่างเท่ากับ (−a)(−b))
	ฉะนั้นจะได้ว่า ถ้า a และ b เป็นจำนวนลบแล้ว ab จะเป็นจำนวน______ (บวก/ลบ) และ ab = ______

บวก บวก บวก บวก ลบ ลบ $\|a\|\|b\|$ บวก $\|a\|\|b\|$	172. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงและ $b \neq 0$ จะมีจำนวนจริงจำนวนเดียวเท่านั้น ที่เป็นผลหารของ a ด้วย b เขียนผลหารได้ในรูป $a \div b$ หรือ $\frac{a}{b}$ โดยที่ $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$ ซึ่งเป็น<u>นิยามการหารจำนวนจริง</u> นั่นคือ ผลหารของ a ด้วย b คือผลคูณของ a กับ อินเวอร์สการคูณของ b ซึ่งเท่ากับ_____ และ b จะเป็นศูนย์ไม่ได้ เพราะศูนย์_____อินเวอร์สการคูณ (มี/ไม่มี)
$\frac{1}{b}$ ไม่มี	173. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง $b \neq 0$ ถ้า $\frac{a}{b} = c$ แล้ว $a = bc$ เราจะพิสูจน์ข้อความ ดังกล่าวนี้ได้ดังนี้ $\because \frac{a}{b} = c$ (กำหนดให้) $\because \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$ (นิยามการหาร) $\therefore a \cdot \frac{1}{b} = c$ (การถ่ายทอด) $b \cdot a \cdot \frac{1}{b} =$ _____ (การคูณกับจำนวนที่เท่ากัน) $a\left(b \cdot \frac{1}{b}\right) =$ _____ (การสลับที่สำหรับการคูณ และการจัดหมู่สำหรับการคูณ) $a \cdot 1 =$ _____ (อินเวอร์สการ_____) (บวก/คูณ) $\therefore a =$ _____ (เอกลักษณ์การ_____) (บวก/คูณ)

bc bc bc คูณ bc คูณ	174. $\frac{5}{0}$ จะมีผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง จำนวนใด เราแสดงได้ดังนี้ สมมุติให้ $\frac{5}{0} = c$ $\therefore$ _____ $= 0.c$ ($\because$ ถ้า $\frac{a}{b} = c$ แล้ว $a=bc$)
5	175. เราได้ว่า ถ้า $\frac{5}{0} = c$ แล้ว $0 \cdot c = 5$ $\because$ จำนวนจริงใด ๆ คูณกับ 0 แล้ว ผลลัพธ์ เป็น 0 เสมอ ฉะนั้น เราจะสามารถหาค่าของ c ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้ $0 \cdot c = 5$ ได้หรือไม่ ________ (ได้ / ไม่ได้)
ไม่ได้	176. เราไม่สามารถหาค่าของ c ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้ $0 \cdot c = 5$ ได้ $\because$ เราสมมุติไว้ว่าให้ $c = \frac{5}{0}$ $\therefore \frac{5}{0}$ จะ________ ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง (มี / ไม่มี)
ไม่มี	177. ในทำนองเดียวกัน $\frac{1}{0}, \frac{4}{0}, \frac{6}{0}, \frac{7}{0},$ จะ_______ ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง (มี/ ไม่มี)

ไม่มี	178. $\frac{0}{0}$ จะมีผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง จำนวนใด เราแสดงได้ดังนี้ สมมุติให้ $\frac{0}{0} = c$ $\therefore$ จะได้ว่า ___ $= 0 \cdot c$ ($\because$ ถ้า $\frac{a}{b} = c$ แล้ว $a = bc$)
0	179. เราได้ว่าถ้า $\frac{0}{0} = c$ แล้ว $0 \cdot c = 0$ $\therefore$ $c = 1$ ก็ได้ เพราะ $0 \times 1 = 0$ $c = -2$ ก็ได้ เพราะ $0 \times (-2) = 0$ $c = \frac{1}{2}$ ก็ได้ เพราะ______ $c = 0$ ก็ได้ เพราะ______ ฉะนั้น $\frac{0}{0}$ จะมีผลลัพธ์ เป็นจำนวนจริง จำนวนใดก็ได้ ใช่ หรือ ไม่______ (ใช่/ไม่ใช่)
$0 \times \frac{1}{2} = 0$ $0 \times 0 = 0$ ใช่	180. จะเห็นได้ว่า การหารด้วย 0 มีสองกรณี กรณีหนึ่ง ตัวตั้งไม่เป็นศูนย์ ปรากฏว่า ไม่มีผลลัพธ์ เป็นจำนวนจริง อีกกรณีหนึ่ง ตัวตั้งเป็นศูนย์ ปรากฏว่า มีผลลัพธ์ มากกว่าหนึ่ง จำนวน ฉะนั้น เราจึงถือว่า การหารด้วยศูนย์____ ความหมาย (มี/ไม่มี)
ไม่มี	

8. คุณสมบัติการไม่เท่ากัน	
	181. เราทราบมาแล้วว่า $a > b$ หมายถึง a ________ b (มากกว่า/น้อยกว่า) $a < b$ หมายถึง a ________ b (มากกว่า/น้อยกว่า) โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ
มากกว่า น้อยกว่า	182. 3 และ 7 เป็นจำนวนจริง แล้ว $3 = 7$, $3 < 7$ และ $3 > 7$ จะเป็นจริงเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น คือ________
$3 < 7$	183. 2 และ 2 เป็นจำนวนจริง แล้ว $2 = 2$, $2 < 2$ และ $2 > 2$ จะเป็นจริงเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น คือ ________
$2 = 2$	184. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว เราจะได้ว่า $a=b$, $a<b$ และ $a>b$ จะเป็นจริงได้ เพียง ________ เท่านั้น (กี่อย่าง) เรียกคุณสมบัติของจำนวนจริงนี้ว่า <u>คุณสมบัติการเป็นอย่างหนึ่งในสามอย่าง</u>

อย่างเดียว	185. $1<2$ และ $2<5$ เราเขียนรวมกันได้ดังนี้ $1<2<5$ $(-2)<(-1)$ และ $(-1)<0$ เราเขียนรวมกันได้ดังนี้ __________
$(-2)<(-1)<0$	186. $2<3$ และ $3<5$ เราเขียนรวมกันได้ดังนี้ __________ หรือ $2<3<5$ จะหมายถึง $2<3$ และ 3 ___ 5 (>/<)
$2<3<5$ $<$	187. ∴ ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a<b$ และ $b<c$ แล้วเราเขียนรวมกันได้ดังนี้ __________ หรือ $a<b<c$ หมายถึง _______ และ _______
$a<b<c$ $a<b$ $b<c$	188. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a\geqslant b$ อ่านว่า a มากกว่า หรือเท่ากับ b และ $a\leqslant b$ อ่านว่า a น้อยกว่า หรือเท่ากับ b ∴ สัญลักษณ์ $\geqslant$ ใช้แทนคำว่า __________ สัญลักษณ์ $\leqslant$ ใช้แทนคำว่า __________
มากกว่าหรือเท่ากับ น้อยกว่าหรือเท่ากับ	189. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a\geqslant b$ เป็นจริง เมื่อ $a>b$ เป็นจริง หรือ $a=b$ เป็นจริง $a\leqslant b$ เป็นจริง เมื่อ a__b เป็นจริงหรือ a__b เป็นจริง

$<$ $=$	190. $5 \geqslant 5$ เป็นจริงเพราะ $5 = 5$ เป็นจริง $1 \geqslant 1$ เป็นจริงเพราะ ______ เป็นจริง $(-5) \geqslant (-7)$ เป็นจริงเพราะ $(-5) > (-7)$ เป็นจริง $1 \geqslant 0$ เป็นจริงเพราะ ______ เป็นจริง
$1 = 1$ $1 > 0$	191 $5 \leqslant 5$ เป็นจริงเพราะ $5 = 5$ เป็นจริง $3 \leqslant 3$ เป็นจริงเพราะ ______ เป็นจริง $(-1) \leqslant 2$ เป็นจริงเพราะ $(-1) < 2$ เป็นจริง $\frac{1}{2} \leqslant \frac{3}{2}$ เป็นจริงเพราะ ______ เป็นจริง
$3 = 3$ $\frac{1}{2} < \frac{3}{2}$	192. $3 \geqslant 5$ ไม่เป็นจริงเพราะ $3 > 5$ หรือ $3 = 5$ ไม่เป็นจริงทั้งสองกรณี $\therefore$ $2 \leqslant 1$ เป็นจริงหรือไม่ ______ (จริง/ไม่จริง) เพราะ ______
ไม่จริง $2 < 1$ หรือ $2 = 1$ ไม่เป็น-จริงทั้งสองกรณี	193. ข้อความที่กล่าวต่อไปนี้ เป็นจริงหรือไม่ $7 \geqslant 9$ ______ (จริง/ไม่จริง) $3 \leqslant 3$ ______ (จริง/ไม่จริง) $3 \geqslant 3$ ______ (จริง/ไม่จริง) $\frac{1}{2} \leqslant 1$ ______ (จริง/ไม่จริง)

ไม่จริง จริง จริง จริง	194. จงเติมเครื่องหมาย $\leqslant$ หรือ $\geqslant$ แล้วทำให้ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง 2 ______ 3 (-1) ______ (-10) $\frac{4}{3}$ ______ $\frac{1}{3}$
$\leqslant$ $\geqslant$ $\geqslant$	เราจะพิจารณาคุณสมบัติของการไม่เท่ากัน โดยเปรียบเทียบกับคุณสมบัติของการเท่ากัน ดังต่อไปนี้
	195. $1>1$, $\frac{1}{3}>\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}>-\frac{1}{2}$ ข้อความเหล่านี้ เป็นไปได้ หรือไม่______ (ได้/ไม่ได้)
ไม่ได้	196. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\therefore$ $a = a$ กล่าวได้ว่าจำนวนจริงมี<u>คุณสมบัติสะท้อน</u>ในการเท่ากัน แต่ $a>a$ เป็นไปไม่ได้ ฉะนั้น กล่าวได้ว่าในการไม่เท่ากัน จำนวนจริง ______คุณสมบัติสะท้อน (มี/ไม่มี)
ไม่มี	197. $2>1$ แล้ว $1>2$ เป็นไปได้หรือไม่______ (ได้ /ไม่ได้) $1>0$ แล้ว $0>1$ เป็นไปได้หรือไม่______ (ได้ /ไม่ได้)

ไม่ได้ ไม่ได้	198. ให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\therefore$ ถ้า $a=b$ แล้ว $b=a$ กล่าวได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติสมมาตรในการเท่ากัน. แต่ถ้า $a>b$ แล้ว $b>a$ เป็นไปไม่ได้ ฉะนั้น กล่าวได้ว่า จำนวนจริงไม่มีคุณสมบัติสมมาตร ในการ__________ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
ไม่เท่ากัน	199. จำนวนจริงสามจำนวน ถ้าจำนวนแรกมากกว่าจำนวนที่สอง และจำนวนที่สองมากกว่า จำนวนที่สามแล้ว จำนวนแรกจะมากกว่า จำนวนที่สามด้วย เช่น $2 > 0$ และ $0 > (-1)$ ดังนั้น $2 > (-1)$ $\frac{7}{2} > \frac{1}{2}$ และ $\frac{1}{2} > 0$ ดังนั้น __________ กล่าวได้ว่า จำนวนจริง มีคุณสมบัติถ่ายทอด ในการ __________ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
$\frac{7}{2} > 0$ ไม่เท่ากัน	200. ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a>b$ และ $b>c$ แล้ว a ____ c (>/<) ข้อความนี้ แสดงว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติ__________ ในการไม่เท่ากัน

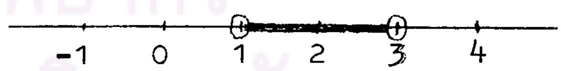
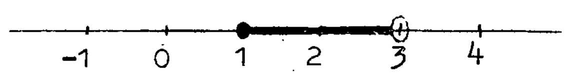
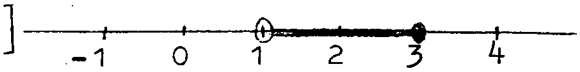
$>$ ถ่ายทอด	201. $\therefore$ $1 > (-2)$ บวกกับ 3 ทั้งสองข้าง ข้างซ้ายได้ $1 + 3 = 4$ ข้างขวาได้ $(-2)+3 = 1$ $\therefore$ 4 ____ 1 (>/<) ฉะนั้น $1 + 3$ ____ $(-2)+3$ (>/<) นั่นคือ $\therefore$ $1 > (-2)$ ดังนั้น $1+3 > (-2)+3$
$>$ $>$	202. ในทำนองเดียวกัน $\therefore$ 3 ____ 2 (>/<) ดังนั้น $3+(-4)$ ____ $2+(-4)$ (>/<) $\therefore$ $\frac{4}{3}$ ____ $\frac{1}{3}$ (>/<) ดังนั้น $\frac{4}{3}+\frac{2}{3}$ ____ $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$ (>/<)
$>$ $>$ $>$ $>$	203. ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c$ ____ $b + c$ (>/<) $\therefore$ กล่าวได้ว่า <u>ในการไม่เท่ากัน จำนวนจริงมีคุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากัน</u>
$>$	204. $\therefore$ $(-1) > (-3)$ นำ 3 ซึ่ง <u>$3 > 0$</u> มาคูณทั้งสองข้าง ข้างซ้ายได้ $(-1) \times 3 = (-3)$ ข้างขวาได้ $(-3) \times 3 = (-9)$ $\therefore$ (-3) ____ (-9) (>/<) ฉะนั้น $(-1) \times 3$ ____ $(-3) \times 3$ (>/<) นั่นคือ $\therefore$ $(-1) > (-3)$ ดังนั้น $(-1) \times 3 > (-3) \times 3$

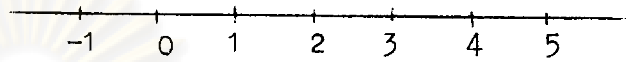
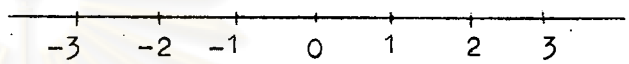
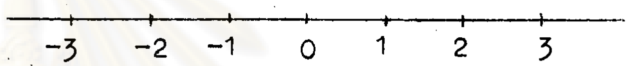
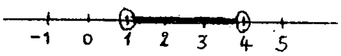
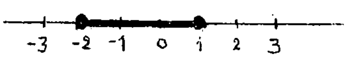
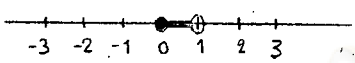
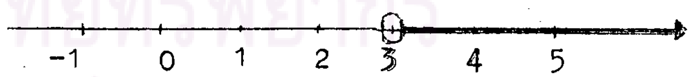
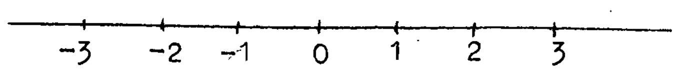
> >	205. ในทำนองเดียวกัน $\because$ 6 ____ 4 ดังนั้น 6x2 ______ 4x2 (>/<) (>/<) $\because$ 1 ____ (-2) ดังนั้น $1\times\sqrt{2}$ ______ $(-2)\times\sqrt{2}$ (>/<) (>/<)
> > > >	206. $\because$ ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า a > b และ <u>c > 0</u> แล้ว ac ______ bc (>/<)
>	207. $\because$ $1 > \frac{1}{2}$ นำ (-2) ซึ่ง <u>(-2) < 0</u> มาคูณทั้งสองข้าง ข้างซ้ายได้ 1 x (-2) = -2 ข้างขวาได้ $\frac{1}{2}$ x (-2) = -1 $\therefore$ (-2) ______ (-1) (>/<) ฉะนั้น 1x(-2) ______ $\frac{1}{2}$ x (-2) (>/<) นั่นคือ $\because$ $1 > \frac{1}{2}$ ดังนั้น $1 \times (-2) < \frac{1}{2} \times (-2)$
< <	208. ในทำนองเดียวกัน $\because$ 5 ______ 2 ดังนั้น 5 x (-1) ______ 2x(-1) (>/<) (>/<) (-2) ____ (-3) ดังนั้น$(-2)(-\frac{1}{2})$ ______ $(-3)(-\frac{1}{2})$ (>/<) (>/<)
> < > <	209. $\because$ ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า a > b และ <u>c < 0</u> แล้ว ac ______ bc (>/<)

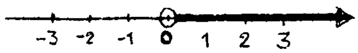
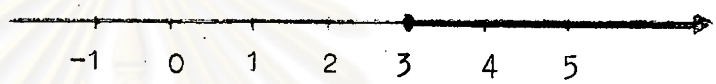
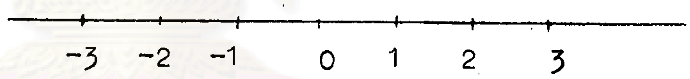
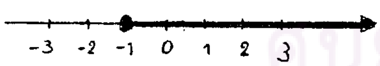
<table>
<tr>
<td>$<$</td>
<td>210. ให้ a,b,c เป็นจำนวนจริงใด ๆ
ถ้า $a > b$ และ c ___ 0 แล้ว $ac > bc$
($>$/$<$)
ถ้า $a > b$ และ c ___ 0 แล้ว $ac < bc$
($>$/$<$)
จากข้อความเหล่านี้ กล่าวได้ว่า <u>ในการไม่เท่ากันจำนวนจริงจะมีคุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากัน</u></td>
</tr>
<tr>
<td>$>$
$<$</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">9 ช่วงและการแก้อสมการ
9.1 ช่วง</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>211. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง 3 กับ 5 (ไม่รวมจำนวน 3 และ 5) จะได้ว่า $3 < x$ และ $x < 5$ ซึ่งเขียนรวมกันได้ดังนี้
$\_\_\_ < x < \_\_\_$</td>
</tr>
<tr>
<td>3 5</td>
<td>212. เราสามารถเขียนเซ็ทของจำนวนจริง x โดยที่ $3 < x < 5$ ให้อยู่ในรูปของเซ็ท โดยการบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซ็ทได้ดังนี้
$\{ x \mid 3 < \_\_\_ < 5 \}$</td>
</tr>
</table>

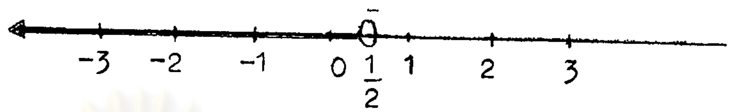
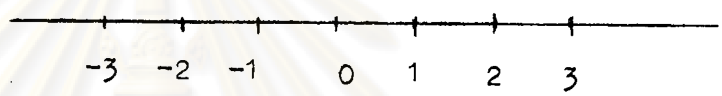
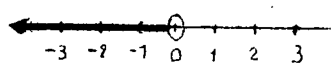
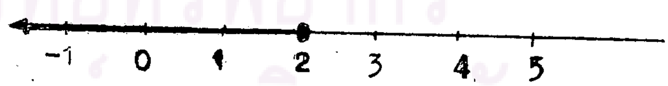
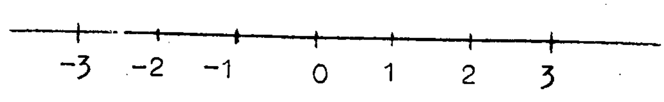
x	213. เซ็ทของจำนวนจริง x โดยที่ $3 < x < 5$ เขียนแทนได้ด้วย (3,5) ซึ่งเรียกว่า <u>ช่วงเปิด</u> $\therefore$ ช่วงเปิด (3,5) จะหมายถึง $\{x \mid \_\_ < x < \_\_\}$
3 5	214. ในทำนองเดียวกัน ช่วงเปิด (−2,1) หมายถึง $\{x \mid \_\_\_\_\_\_\_\_\}$
$-2 < x < 1$	215. ให้ x เป็นจำนวนจริงที่มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 4 (รวม 2 และ 4 ด้วย) จะได้ว่า $2 \leqslant x$ และ $x \leqslant 4$ ซึ่งเขียนรวมกันได้ดังนี้ $\_\_ \leqslant x \leqslant \_\_$
2 4	216 เราสามารถเขียนเซ็ทของจำนวนจริง x โดยที่ $2 \leqslant x \leqslant 4$ ให้อยู่ในรูปของเซ็ท ได้ดังนี้ $\{x \mid \_\_\_\_\_\_\_\_\}$
$2 \leqslant x \leqslant 4$	217. เซ็ทของจำนวนจริง x โดยที่ $2 \leqslant x \leqslant 4$ เขียนแทนได้ด้วย [2,4] ซึ่งเรียกว่า <u>ช่วง**ปิด**</u> $\therefore$ ช่วงปิด [2,4] จะหมายถึง $\{x \mid \_\_\_\_\_\_\_\_\}$

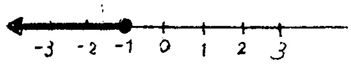
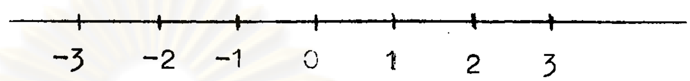
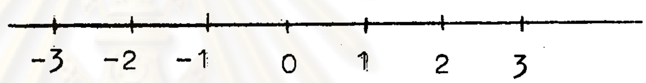
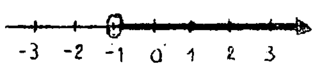
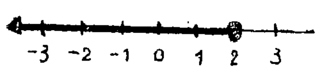
$2 \leqslant x \leqslant 4$	218. ในทำนองเดียวกัน ช่วงปิด $[-1,1]$ หมายถึง $\{x \mid$ ________ $\}$
$-1 \leqslant x \leqslant 1$	219. นักเรียนจะสังเกตได้ว่า เมื่อเราใช้สัญญลักษณ์ "( )" แทนช่วงใดๆแสดงว่า จำนวนที่เป็นจุดปลายของช่วงไม่เป็นสมาชิกของเซ็ทของจำนวนจริงในช่วงนั้น ๆ และเมื่อเราใช้สัญญลักษณ์ "[ ]" แทนช่วงใด ๆ แสดงว่าจำนวนที่เป็นจุดปลายของช่วง________สมาชิกของ (เป็น/ไม่เป็น) จำนวนจริงในช่วงนั้น ๆ
เป็น	220. ให้สังเกตสัญญลักษณ์ของช่วงครึ่งปิด $[-4,0)$ -4 จะเป็นสมาชิกของเซ็ทของจำนวนจริงในช่วงครึ่งปิด $[-4,0)$ หรือไม่________ (เป็น/ไม่เป็น) 0 จะเป็นสมาชิกของเซ็ทของจำนวนจริงในช่วงครึ่งปิด $[-4,0)$ หรือไม่________ (เป็น/ไม่เป็น)
เป็น ไม่เป็น	221. $\therefore$ ช่วงครึ่งปิด $[-4,0)$ จะหมายถึง เซ็ทของจำนวนจริง x โดยที่ -4 ________ $x < 0$ $(< / \leqslant)$ $\therefore$ $[-4,0)$ หมายถึง $\{x \mid$ ________ $\}$

$\leqslant$ $-4 \leqslant x < 0$	222. ในทำนองเดียวกัน ช่วงครึ่งปิด $[1,4)$ หมายถึง $\{x \mid \underline{\qquad\qquad}\}$
$1 \leqslant x < 4$	223. ∵ ช่วงครึ่งปิด $[3,4)$ หมายถึงเซ็ทของจำนวนจริง x โดยที่ $3 \leqslant x < 4$ ∵ ช่วงครึ่งปิด $(3,4]$ หมายถึงเซ็ทของจำนวนจริง x $3 \underset{(>/<)}{\underline{\quad}} x \leqslant 4$ ∴ $(3,4]$ หมายถึง $\{x \mid \underline{\qquad\qquad}\}$
$<$ $3 < x \leqslant 4$	224. ในทำนองเดียวกัน ช่วงครึ่งปิด $(-\frac{1}{2}, 3]$ หมายถึง $\{x \mid \underline{\qquad\qquad}\}$
$-\frac{1}{2} < x \leqslant 3$	225. ช่วงเปิด, ช่วงปิด และช่วงครึ่งปิดที่กล่าวมานี้ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้ ช่วงเปิด $(1,3)$  ช่วงปิด $[1,3]$  ช่วงครึ่งปิด $[1,3)$  ช่วงครึ่งปิด $(1,3]$ 

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
225 (ต่อ)
ให้นักเรียนแสดงช่วงต่อไปนี้ ด้วยภาพบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้ (ดูตามตัวอย่าง)
(1,4) 
[−2,1] 
[0,1) 
</td>
</tr>
<tr>
<td>



</td>
<td>
226. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $x > 3$
เราเขียนให้อยู่ในรูปของเซ็ท ได้ดังนี้
$\{x \mid x > \_\_\_\}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>
227. $\{x \mid x > 3\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้

ให้นักเรียนแสดง $\{x \mid x > 0\}$ ด้วยภาพบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้นี้

</td>
</tr>
</table>

	228. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $x \geqslant 3$ เราเขียนให้อยู่ในรูปของเซ็ทได้ดังนี้ $\{x \mid \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$
$x \geqslant 3$	229. $\{x \mid x \geqslant 3\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้  ให้นักเรียน แสดง $\{x \mid x \geqslant -1\}$ ด้วยภาพบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้นี้ 
	230. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $x < \frac{1}{2}$ เราเขียนให้อยู่ในรูปเซ็ทได้ดังนี้ $\{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$

$x \mid x < \frac{1}{2}$	231. $\left\{x \mid x < \frac{1}{2}\right\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้  ให้นักเรียนแสดง $\left\{x \mid x < 0\right\}$ ด้วยภาพบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้นี้ 
	232. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $x \leqslant 2$ เราเขียนให้อยู่ในรูปของเซ็ทได้ดังนี้ $\{\_\_\_\_\_\_\_\}$
$x \mid x \leqslant 2$	233. $\left\{x \mid x \leqslant 2\right\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้  ให้นักเรียนแสดง $\left\{x \mid x \leqslant -1\right\}$ ด้วยภาพบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้นี้ 

	234. ให้นักเรียนแสดงเซ็ทของจำนวนจริง x ต่อไปนี้ ด้วยภาพบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้ $\{x \mid x > -1\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้  $\{x \mid x \leqslant 2\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้ 
 	
9.2 การแก้อสมการ	
	235. ประโยคคณิตศาสตร์ ที่มีตัวแปร และกล่าวถึงการเท่ากัน เช่น $2y=1$, $x^2+3x+3=0$, $x^2+4x = 1$ ฯลฯ ประโยคเหล่านี้เราเรียกว่า __________ (สมการ/อสมการ)

สมการ	236. $y + 3 > 12$, $x^2 - 2x + 4 \leqslant 0$ ประโยคเช่นนี้ เราเรียกว่าสมการหรือไม่ ________ (เรียก/ไม่เรียก)
ไม่เรียก	237. $2x + 1 < 9$, $8 - x^2 > 0$ เราไม่เรียกประโยคคณิตศาสตร์เหล่านี้ว่าสมการ แต่เรียกว่า ________ (สมการ/อสมการ)
อสมการ	238. ฉะนั้น อสมการ หมายถึง ประโยคคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปร และกล่าวถึงการ ________ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
ไม่เท่ากัน	239. อสมการที่มีตัวแปรเป็น x เราเรียกว่าอสมการใน x ∴ อสมการใน x หมายถึงประโยคคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรเป็น ____ และกล่าวถึงการไม่เท่ากัน
x	240. เราเคยทราบมาแล้วว่า การแก้สมการ หมายถึง การหาจำนวนจริงที่นำมาแทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง ∴ การหาจำนวนจริงที่นำมาแทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการนั้นเป็นจริง เราเรียกว่า ________

การแก้สมการ	241. กำหนดสมการ $2x+1 = 9$ เราแก้สมการ $2x+1 = 9$ ได้ดังนี้ $2x+1 = 9$ $2x+1+(-1) = 9+(-1)$ $2x = 8$ $\frac{1}{2}\cdot 2x = \frac{1}{2}\cdot 8$ $x = 4$ จากการแก้สมการนี้ เราใช้คุณสมบัติของการเท่ากันในข้อใด ในการแก้สมการ (ให้วงกลมล้อมรอบ ตัวอักษรหน้าข้อความที่ถูกที่สุด) ก. คุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากันและคุณสมบัติถ่ายทอด ข. คุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากันและคุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากัน ค. คุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากันและคุณสมบัติสมมาตร
ข	242. <u>การแก้อสมการ</u> เรากระทำได้ในทำนองเดียวกับการแก้สมการ โดยใช้คุณสมบัติการไม่เท่ากันของจำนวนจริงที่กล่าวมาแล้ว แต่ส่วนใหญ่เราจะใช้คุณสมบัติเพียง 2 ข้อคือ 1. คุณสมบัติการบวกกับจำนวนที่เท่ากัน 2. คุณสมบัติการคูณกับจำนวนที่เท่ากัน

243. แก้อสมการ $3x-5 > x+3$

วิธีทำ

$\because \quad 3x-5 > x+3$

$3x-5+5 > x+3+5$ (การบวกกับจำนวนที่เท่ากัน)

$3x > x+8$

$3x+(-x) > x+8+(-x)$ (การ ______________________)

$2x > 8$

$\frac{1}{2} \cdot 2x > \frac{1}{2} \cdot 8$ (การ ______________________)

$x > 4$

ตรวจสอบคำตอบ

$x > 4$ เช่น $x = 5$

$\therefore \quad 3(5)-5 > 5 + 3$

นั่นคือ $10 > 8$ เป็นจริง

ดังนั้น ค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้อสมการ

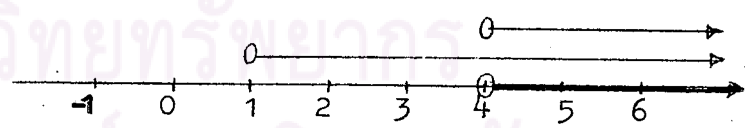
$3x-5 > x+3$ เป็นจริงคือ __________

เซ็ทของคำตอบคือ $\{ x \mid x > \_\_ \}$

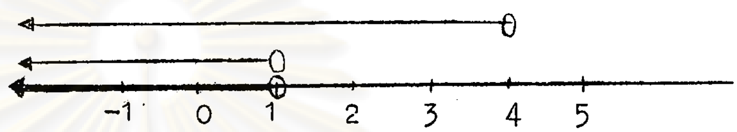
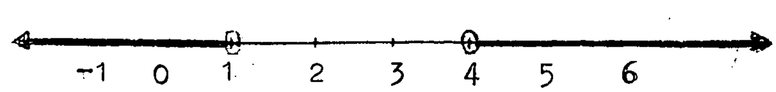
บวกกับจำนวนที่เท่ากัน คูณกับ**จำนวน**ที่เท่ากัน $x > 4$ 4	244. แก้อสมการ $5x + 3 \leqslant 28$ วิธีทำ $\therefore$ $5x + 3 \leqslant 28$ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ____________________ ตรวจสอบคำ**ตอบ** $x \leqslant 5$ เช่น $x = 4$ $\therefore$ $5(4)+3 \leqslant 28$ นั่นคือ $23 \leqslant 28$ เป็นจริง ดังนั้น ค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้ $5x+3 \leqslant 28$ เป็นจริงคือ________ เซ็ทของคำ**ตอบ** คือ $\{ \qquad \}$

<table>
<tr>
<td>
$5x+3+(-3) \leqslant 28+(-3)$
$5x \leqslant 25$
$\frac{1}{5} \cdot 5x \leqslant \frac{1}{5} \cdot 25$
$x \leqslant 5$

$x \leqslant 5$
$\{x \mid x \leqslant 5\}$
</td>
<td>
245. หาค่าของ x เมื่อ $x^2-5x+4 > 0$
<u>วิธีทำ</u>
$\because \quad x^2-5x+4 = (x-1)(x-4)$
ดังนั้น $x^2-5x+4 > 0$ ก็ต่อเมื่อ
<u>กรณีที่ 1</u> $(x-1)$ และ $(x-4)$ เป็นจำนวนบวกทั้งคู่
นั่นคือ $(x-1) > 0$ และ ______ > 0
หรือ
<u>กรณีที่ 2</u> $(x-1)$ และ $(x-4)$ เป็นจำนวนลบทั้งคู่
นั่นคือ $(x-1)$ ___ 0 และ $(x-4)$ ___ 0
(>/<) (>/<)
</td>
</tr>
<tr>
<td>
$(x-4)$

$<$ $<$
</td>
<td>
246. หาค่าของ x ในกรณีที่ 1
$(x-1) > 0$ และ $(x-4) > 0$
$x-1+1 > 0+1$ และ $x-4+4 > 0+4$
$x > 1$ และ $x > 4$
แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้


ค่าของ x ซึ่งมากกว่า 1 และมากกว่า 4 ในขณะเดียวกัน คือ $x >$ ______
<u>ตรวจสอบคำตอบ</u>
$x > 4$ เช่น $x = 8$
$\therefore (8)^2-5(8) + 4 > 0$
$64-40 + 4 > 0$
นั่นคือ $28 > 0$ เป็นจริง
ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ ______
</td>
</tr>
</table>

4 $x > 4$	247. หาค่าของ x ในกรณีที่ 2 $(x-1) < 0$ และ $(x-4) < 0$ $x-1+1 < 0+1$ และ $x-4+4 < 0+4$ $x < 1$ และ $x < 4$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้  $\therefore$ ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า 1 และ น้อยกว่า 4 ในขณะเดียวกันคือ $x <$ ___ ตรวจสอบคำตอบ $x < 1$ เช่น $x = -1$ $\therefore (-1)^2-5(-1)+4 > 0$ $1+5+4 > 0$ นั่นคือ $10 > 0$ เป็นจริง ดังนั้น ค่าของ x ในกรณีที่ 2 คือ ________
1 $x < 1$	248. ฉะนั้น ค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้อสมการ $x^2 - 5x + 4 > 0$ เป็นจริงคือ $x >$ ___ หรือ $x <$ ___ และเซ็ทของคำตอบ คือ $\{x \mid$ ____ หรือ ____ $\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้ 

4 1

$x > 4$ $x < 1$

249. แก้อสมการ $x^2+2x > 3$

วิธีทำ

$$x^2+2x > 3$$

$$x^2+2x+(-3) > 3+\underline{\qquad}$$

$$x^2+2x-3 > \underline{\qquad}$$

$$\therefore\ x^2+2x-3 = (x+\underline{\quad})(x-\underline{\quad})$$

$\therefore\ x^2+2x-3 > 0$ ก็ต่อเมื่อ ตัวประกอบ $(x+3)$ และ $(x-1)$ เป็นจำนวนบวกทั้งคู่ หรือเป็นจำนวน______ ทั้งคู่

กรณีที่ 1

$(x+3) > 0$ และ $(x-1)$_____ 0
(>/<)

กรณีที่ 2

$(x+3)$_____ 0 และ $(x-1)$_____ 0
(>/<) (>/<)

(−3)

0

3 1

ลบ

$>$

$<$ $<$

250. หาค่าของ x ในกรณีที่ 1

$x + 3 > 0$ และ $x - 1 > 0$

$x + 3 + (-3) > 0 + (-3)$ และ $x - 1 + 1 > 0 + 1$

$\therefore x >$ ____ และ $x >$ ____

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

$\therefore$ ค่าของ x ซึ่งมากกว่า −3 มากกว่า 1 ในขณะเดียวกันคือ $x >$ ____

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u>

$x > 1$ เช่น $x = 2$

$\therefore (2)^2 + 2(2) > 3$

$4 + 4 > 3$

นั่นคือ $8 > 3$ เป็นจริง

ดังนั้น ค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ________

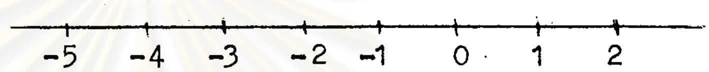
250 (ต่อ) หาค่าของ x ในกรณีที่ 2

$x + 3 < 0$ และ $x - 1 < 0$

$x+3+(-3) < 0+(-3)$ และ $x-1-1 < 0+1$

$\therefore x <$ ____ และ $x <$ ____

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า -3 และน้อยกว่า 1 ในขณะเดียวกันคือ $x <$ ____

ตรวจสอบคำตอบ

$x < -3$ เช่น $x = -4$

$\therefore (-4)^2 + 2(-4) > 3$

$16 + (-8) > 3$

นั่นคือ $8 > 3$ เป็นจริง

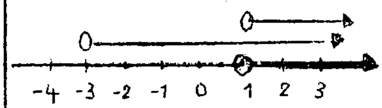
ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 2 คือ________

ฉะนั้นค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้

$x^2+2x > 3$ เป็นจริง คือ $x >$______

หรือ $x <$ ______

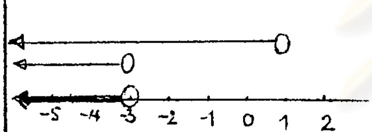
-3 1



1

$x > 1$

-3 1



-3

$x < -3$

1 -3

251 แก้อสมการ $x^2+2x < 3$

<u>วิธีทำ</u>

$$x^2+2x < 3$$

$$x^2+2x+(-3) < 3 + \_\_\_\_$$

$$x^2+2x-3 < \_\_\_\_$$

$\therefore$ $x^2+2x-3 = (x+\_\_\_)(x+\_\_\_)$

$\therefore$ $x^2+2x-3 < 0$ ก็ต่อเมื่อ $(x+3)$ และ $(x-1)$ เป็นจำนวนบวกจำนวนหนึ่ง และเป็นจำนวนลบจำนวน**หนึ่ง**

<u>กรณีที่ 1</u> ถ้า $(x+3)$ เป็นจำนวนบวก และ $(x-1)$ เป็นจำนวนลบ

แสดงว่า $(x+3) > 0$ และ $(x-1)$ ____ 0
(>/<)

<u>กรณีที่ 2</u> ถ้า $(x+3)$ เป็นจำนวนลบ และ $(x-1)$ เป็นจำนวนบวก

แสดงว่า $(x+3)$ ____ 0 และ $(x-1)$ ____ 0
(>/<) (>/<)

(-3)

0

3 1

$<$

$<$ $>$

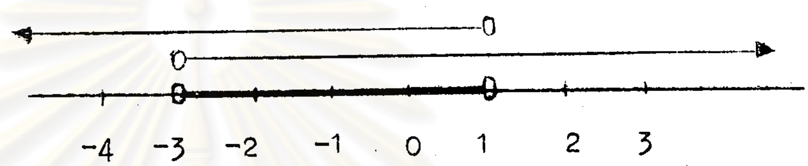
252. หาค่าของ x ในกรณีที่ 1

$x+3 > 0$ และ $x-1 < 0$

$x+3+(-3) > 0+$___ และ $x-1+1 < 0+$___

$\therefore$ $x >$ ____ และ $x <$ ____

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้



ค่าของ x ซึ่งมากกว่า -3 และน้อยกว่า 1 ในขณะเดียวกันคือ____ $< x <$ ____

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u>

$-3 < x < 1$ เช่น $x = 0$

$\therefore (0)^2+2(0) < 3$

นั่นคือ $0 < 3$ เป็นจริง

ดังนั้น ค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ ________

(-3) 1 -3 1 -3 1 $-3 < x < 1$	253. หาค่าของ x ในกรณีที่ 2 $x+3 < 0$ และ $x-1 > 0$ $x+3+(-3) < 0+$___ และ $x-1+1 > 0+$___ $x <$ ___ และ $x >$ ___ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้  ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า -3 และมากกว่า 1 ในขณะเดียวกัน มีหรือไม่ ___ (มี/ไม่มี) $\therefore$ ค่าของ x ในกรณีที่ 2 ___ (มี/ไม่มี)
(-3) 1 -3 1 ไม่มี ไม่มี	254. นั่นคือ ค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้ $x^2+2x < 3$ เป็นจริง คือ___ $< x <$ ___

-3 1	255. แก้อสมการ $3x-x^2 \leqslant 0$

วิธีทำ

$\because \; 3x-x^2 = x(\_\_\_\_)$

$\therefore \; x(\_\_\_\_\_) \leqslant 0$

กรณีที่ 1

$x \geqslant 0$ และ $3-x \leqslant 0$

กรณีที่ 2

$x \leqslant 0$ และ $3-x\_\_\_\_\_0$
($\geqslant$/$\leqslant$)

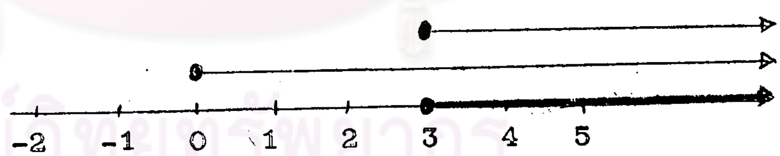
$3-x$ $3-x$ $\geqslant$	256. หาค่าของ x ในกรณีที่ 1

$x \geqslant 0$ และ $3-x \leqslant 0$

$x \geqslant 0$ และ $3-x+x \leqslant 0+x$

$x \geqslant 0$ และ $\_\_\_\_ \leqslant x$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้



ค่าของ x โดยที่ $x \geqslant 0$ และ $3 \leqslant x$ ในขณะเดียวกันคือ $x \geqslant \_\_\_\_$

ตรวจสอบคำตอบ

$x \geqslant 3$ เช่น $x = 3$

$\therefore \; 3(3)-(3)^2 \leqslant 0$

$9 - 9 \leqslant 0$

นั่นคือ $0 \leqslant 0$ เป็นจริง

$\therefore$ ค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ ________

256. (ต่อ)

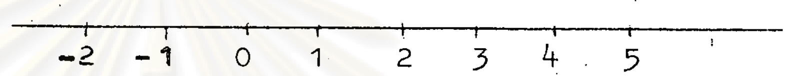
หาค่าของ x ในกรณีที่ 2

$x \leqslant 0$ และ $3-x \geqslant 0$

$x \leqslant 0$ และ $3-x+x \geqslant 0+$____

$x \leqslant 0$ และ $3 \geqslant$ ____

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้



ค่าของ x โดยที่ $x \leqslant 0$ และ $3 \geqslant x$ ในขณะเดียวกัน

คือ $x \leqslant$ ____

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u>

$x \leqslant 0$ เช่น $x = -2$

$\therefore 3(-2)-(-2)^2 \leqslant 0$

$(-6) - 4 \leqslant 0$

นั่นคือ $-10 \leqslant 0$ เป็นจริง

ดังนั้น ค่าของ x ในกรณีที่ 2 คือ____

ฉะนั้น ค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้ $3x-x^2 \leqslant 0$

เป็นจริงคือ $x \geqslant$ ____ หรือ $x \leqslant$ ____

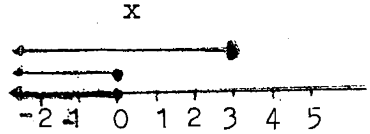
3

3

$x \geqslant 3$

x

x



0

$x \leqslant 0$

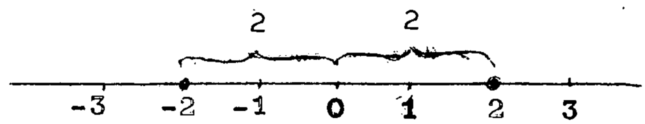
3 0

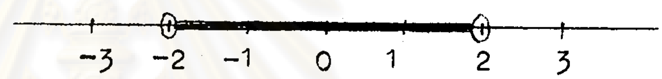
10. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงในสมการและอสมการ

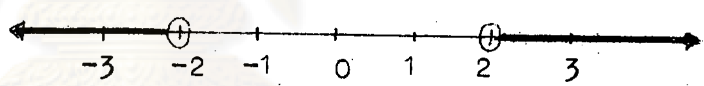
นักเรียน ได้เรียนผ่านมาแล้วว่า ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $|a|$ หมายถึงระยะทางจาก 0 ถึง จุดแทน a บนเส้นจำนวน

$$\text{และ}\ |a| = \begin{cases} a & \text{เมื่อ}\ a > 0 \\ 0 & \text{เมื่อ}\ a = 0 \\ -a & \text{เมื่อ}\ a < 0 \end{cases}$$

	257. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\because$ $\lvert x \rvert$ หมายถึง ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้นจำนวน $\therefore$ $\lvert x \rvert=2$ หมายความว่าระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้นจำนวนมีค่าเท่ากับ _____ หน่วย
2	258. $\because$ $\lvert x \rvert = 2$ หมายถึง ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้นจำนวน มีค่าเท่ากับ 2 หน่วย $\therefore$ x จะเป็นจำนวนจริงที่อยู่ห่างจาก 0 เป็น ระยะทางเท่ากับ______หน่วย บนเส้นจำนวน

2	259.  จากรูป บนเส้นจำนวนจะเห็นได้ว่า มีจำนวนจริง 2 จำนวน ที่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากับ 2 หน่วย คือ ______ กับ 2 $\therefore$ จะได้ว่า $x=$ ____ หรือ $x =$ _____
-2 -2 2	260. นั่นคือ ถ้า $\lvert x \rvert = 2$ แล้วจะได้ว่า $x=$ ___ หรือ $x =$ ___
-2 2	261. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $\lvert x \rvert = \sqrt{3}$ แล้วจะได้ว่า $x =$ ____ หรือ $x =$ _____ ถ้า $\lvert x \rvert = 5$ แล้วจะได้ว่า $x =$ _____ หรือ $x =$ ____
$-\sqrt{3}$ $\sqrt{3}$ -5 5	262. ให้ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ ถ้า $\lvert x \rvert = a$ แล้ว $x=$ ____ หรือ $x =$ _____
$-a$ a	263. ถ้า $\lvert x+5 \rvert = 3$ แล้ว $(x+5) = -3$ หรือ $(x+5) = 3$ ข้อความที่กล่าวนี้ ถูกต้องหรือไม่ ________ (ถูก/ไม่ถูก)

ถูก	264. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\|x\| < 2$ หมายความว่า <u>ระยะทาง</u>จากจุด 0 ไปยังจุดแทน x บนเส้นจำนวนวัดได้น้อยกว่า 2 หน่วย ∴ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก็ได้ที่ห่างจาก 0 เป็น <u>ระยะทาง</u>________ 2 หน่วยบนเส้นจำนวน (น้อยกว่า/มากกว่า)
น้อยกว่า	265. เราสามารถแสดงค่าของ x บนเส้นจำนวนได้ดังนี้  จะเห็นได้ว่า x มีค่า อยู่ระหว่าง -2 กับ ____ หรือ เขียนได้ว่า ___ $< x <$ ____
2 - 2 2	266. ดังนั้น $\|x\| < 2$ จะมีความหมายเช่นเดียวกันกับ ___ $< x <$ ____
-2 2	267. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $\|x\| \leqslant 2$ จะมีความหมายเช่นเดียวกันกับ ____ $\leqslant x \leqslant$ ____
-2 2	268. นั่นคือ ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ $\|x\| < a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ________ $\|x\| \leqslant a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ________

$-a < x < a$ $-a \leqslant x \leqslant a$	269. $\|2x+3\| < 5$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-5 < 2x+3 < 5$ ข้อความที่กล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ ______ (ถูก/ไม่ถูก)
ถูก	270. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\|x\| > 2$ หมายความว่า ระยะทางจากจุด 0 ไปยังจุดแทน x บนเส้นจำนวน วัดได้มากกว่า 2 หน่วย $\therefore$ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก็ได้ที่อยู่ห่างจากจุด 0 เป็นระยะทาง ______ 2 หน่วยบนเส้นจำนวน (มากกว่า/น้อยกว่า)
มากกว่า	271. เราสามารถแสดงค่าของ x บนเส้นจำนวนได้ดังนี้  จะเห็นได้ว่า $x <$ ____ หรือ $x >$ ____
−2 2	272 ดังนั้น $\|x\| > 2$ จะมีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x < -2$ หรือ $x >$ ____
2	273 ในทำนองเดียวกัน $\|x\| \geqslant 2$ จะมีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x \leqslant$ ____ หรือ $x \geqslant$ ____

-2 2	274. นั่นคือ ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ $\|x\| > a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ______ หรือ______ และ $\|x\| \geqslant a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ______ หรือ______
$x < -a$ $x > a$ $x \leqslant -a$ $x \geqslant a$	275. $\|x+1\| > 9$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x+1 < -9$ หรือ $x+1 > 9$ ข้อความที่กล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่______ (ถูก/ไม่ถูก)
ถูก	276. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดบ้างที่<u>ไม่ถูกต้อง</u> (ให้วงกลมล้อมตัวอักษรหน้าข้อความนั้นๆ) ก. $\|x-3\| > 2$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x-3 < -2$ หรือ $x-3 > 2$ ข. $\|x\| \leqslant 4$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-4 \leqslant x \leqslant 4$ ค. $\|3x-6\| \geqslant 18$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-18 \leqslant 3x-6 \leqslant 18$ ง. ถ้า $\|x\| = x-1$ แล้ว $x = -(x-1)$ หรือ $x = (x-1)$

ค

277. ในการแก้สมการและอสมการที่มีค่าสัมบูรณ์รวมอยู่ด้วย ขั้นแรก เราจะต้องเปลี่ยนสมการหรืออสมการให้อยู่ในรูปที่ไม่ติดค่าสัมบูรณ์ จากนั้นก็ใช้วิธีการแก้สมการหรืออสมการตามที่เรียนมาแล้ว

การเปลี่ยนสมการหรืออสมการให้อยู่ในรูปไม่ติดค่าสัมบูรณ์ เราทำได้โดยใช้ ความรู้เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ ที่เรียนแล้ว ซึ่งรวบรวมได้ดังนี้

ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ

a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ

1) ถ้า $|x| = a$ แล้ว $x = -a$ หรือ $x = a$

2) $|x| < a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-a < x < a$

และ $|x| \leqslant a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-a \leqslant x \leqslant a$

3) $|x| > a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x < -a$ หรือ $x > a$

และ $|x| \geqslant a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x \leqslant -a$ หรือ $x \geqslant a$

278. หาค่าของ x เมื่อ $|x-5| = 7$

<u>วิธีทำ</u>

$\therefore$ ถ้า $|x-5| = 7$ แล้ว

$x-5 = -7$ หรือ $x-5 = $ ____

ดังนั้น $x-5+5 = -7+5$ หรือ $x-5+5 = $ ____ $+5$

$x = $ ____ หรือ $x = $ ____

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> ในกรณีที่ $x = -2$

$\therefore |(-2)-5| = 7$

$|-7| = 7$

นั่นคือ $7 = 7$ เป็นจริง

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> ในกรณีที่ $x = 12$

$\therefore$ ____ $= 7$

____ $= 7$

นั่นคือ $7 = 7$ เป็นจริง

ฉะนั้น ค่าของ x เมื่อ $|x-5| = 7$ คือ

$x = $ ____ หรือ $x = $ ____

7 7 -2 12 $\lvert 12-5 \rvert$ $\lvert 7 \rvert$ -2 12	279. หาค่าของ x เมื่อ $\lvert x+1 \rvert < 5$ <u>วิธีทำ</u> $\because$ $\lvert x+1 \rvert < 5$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ ____ $< x+1 <$ ____ ดังนั้น ____ $+(-1) < x+1+(-1) <$ ____ $+(-1)$ ____ $<$ ____ $<$ ____ <u>ตรวจสอบคำตอบ</u> $-6 < x < 4$ เช่น $x = 0$ $\therefore$ $\lvert 0+1 \rvert < 5$ $\lvert 1 \rvert < 5$ นั่นคือ ____ < 5 เป็นจริง ฉะนั้น ค่าของ x เมื่อ $\lvert x+1 \rvert < 5$ คือ ____ $< x <$ ____
-5 5 -5 5 -6 x 4 1 -6 4	280. หาค่าของ x เมื่อ $\lvert x-3 \rvert \geq 2$ <u>วิธีทำ</u> $\because$ $\lvert x-3 \rvert \geq 2$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x-3 \leq$ ____ หรือ $x-3 \geq$ ____ ดังนั้น $x-3+3 \leq$ ____ $+ 3$ หรือ ____ $\geq$ ____ $\therefore$ $x \leq$ ____ หรือ $x \geq$ ____ <u>ตรวจสอบคำตอบ</u> ในกรณีที่ $x \leq 1$ เช่น $x = 0$ $\therefore$ $\lvert 0-3 \rvert \geq 2$ $\lvert -3 \rvert \geq 2$ นั่นคือ ____ ≥ 2 เป็นจริง

	280. (ต่อ) ตรวจสอบคำตอบ ในกรณีที่ $x \geqslant 5$ เช่น $x = 5$ ______ $\geqslant$ 2 ______ $\geqslant$ 2 นั่นคือ ______ $\geqslant$ 2 เป็นจริง ฉะนั้น ค่าของ x เมื่อ $\lvert x-3 \rvert \geqslant 2$ คือ $x \leqslant$ __ หรือ $x \geqslant$ ____
−2 2 −2 x−3+3 2+3 1 5 3 $\lvert 5-3 \rvert$ $\lvert 2 \rvert$ 2 1 5	