



ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

คณิตศาสตร์ เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญมากในแง่ที่จะนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และการพัฒนาความคิดสติปัญญาของมนุษย์ซึ่งดำรงชีวิตอยู่ในสังคม ฉะนั้น เมื่อสังคมในปัจจุบันเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วทั้งในด้านเศรษฐกิจ ความเป็นอยู่และความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและวิทยาการต่าง ๆ คณิตศาสตร์ที่ศึกษาในสถาบันการศึกษาระดับต่าง ๆ โดยเฉพาะในระดับโรงเรียนก็ควรจะต้องเปลี่ยนแปลงปรับปรุงให้เหมาะสมกับสภาพและความต้องการของสังคม

คณิตศาสตร์ใหม่ที่จะนำมาศึกษาในระดับโรงเรียน มีลักษณะแตกต่างจากคณิตศาสตร์เก่าสองประการ ดังนี้ ประการแรกเกี่ยวกับเนื้อหาวิชา หมายถึงการนำเอาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์บางเรื่องที่เคยสอนในระดับอุดมศึกษามาสอนในระดับโรงเรียนหลังจากที่ได้ปรับปรุงให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนแล้ว ประการที่สองเกี่ยวกับวิธีการ แต่เดิมการสอนคณิตศาสตร์มักจะเป็นการให้กฎเกณฑ์การคำนวณต่าง ๆ ซึ่งเด็กจะต้องจำโดยไม่ทราบความเป็นมา การสอนแต่ละเรื่องในหลักสูตรก็สอนเป็นเรื่อง ๆ ไป แต่ละเรื่องไม่มีความสัมพันธ์กันเลย การสอนส่วนใหญ่จะมุ่งฝึกทักษะการคำนวณ มิได้มุ่งฝึกให้นักเรียนใช้ความคิดและใช้เหตุผล¹ แต่ในคณิตศาสตร์ใหม่ มุ่งมีโน้ตส์เป็นเรื่องสำคัญ ซึ่งจะสอนโดยเน้นให้เด็กเห็นความสำคัญของโครงสร้างของคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นลักษณะรวมที่อยู่ภายใต้ปรากฏการณ์ที่ดูเหมือนว่าไม่มีความสัมพันธ์กัน เพราะอันที่จริงแล้วการศึกษาคณิตศาสตร์ก็คือ

¹สุภา สุจริตพงศ์, "ทำไมจึงสอน Modern Mathematics," วิทยากรย์, 68 (กันยายน, 2512), 19.

การศึกษาเรื่องโครงสร้างและการคิดที่จะนำโครงสร้างนั้นไปใช้ ถ้านักเรียนคนใดยังไม่เข้าใจแนวคิดอันนี้แล้วก็เท่ากับว่าเขายังไม่เข้าใจลักษณะอันแท้จริงของคณิตศาสตร์²

คำว่า โครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นชนิดของแบบ (formation) การจัด (arrangement) หรือผลของการวางสิ่งต่างๆกันในระบบคณิตศาสตร์ระบบหนึ่ง³ ซึ่งประกอบด้วย อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบทต่าง ๆ⁴ โครงสร้างที่สำคัญของพีชคณิต เช่น กรุป (groups) เวกเตอร์สเปซ (vector spaces) ริงส์ (rings) และฟิลด์ (fields) สิ่งเหล่านี้เป็นนามธรรม ซึ่งยากที่จะนำมาสอนเด็กให้เข้าใจได้ แต่เนื้อหาที่จะเป็นเครื่องช่วยให้เด็กเข้าใจเรื่องโครงสร้างของคณิตศาสตร์ได้อย่างดีในระดับโรงเรียนได้แก่เนื้อหาเรื่องระบบจำนวน⁵

ศาสตราจารย์ ม.ร.ว.พรคพงศ์สนธิ สนิทวงศ์ แผนกวิชาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ได้กล่าวว่า ระบบจำนวนเป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์แผนใหม่ เพราะคณิตศาสตร์แผนใหม่เน้นในเรื่องโครงสร้าง การศึกษาระบบจำนวนทำให้เข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ได้โดยง่าย⁶

²Bryan Wilson, "การคำนวณ และโครงสร้างในระดับมัธยมศึกษา," การสัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 15-26 พฤษภาคม 2515 (พระนคร: โรงพิมพ์คุรุสภา, 2516), หน้า 126-7.

³Howard E. Taylor and Thomas L. Wade, "On the meaning of structure in mathematics," The Mathematics Teacher, LVIII (March, 1965), 226.

⁴Ruric E. Wheeler, Modern Mathematics an elementary approach (California : Brooks/Cole Publishing Company, 1969), pp. 15-6.

⁵Bryan Wilson, เรื่องเดิม, หน้า 129.

⁶ม.ร.ว.พรคพงศ์สนธิ สนิทวงศ์, "คำนำ," ระบบจำนวน, โดยสุเทพ จันทรสัมศักดิ์ (พระนคร: ศึกษาสัมพันธ์, 2516).

ดร.สุภา สุจริตพงศ์ ได้กล่าวไว้ในหนังสือข้อโครงสร้างของระบบจำนวน
ดังนี้ ระบบจำนวนเป็นตัวอย่างหนึ่งความมากของระบบคณิตศาสตร์ เพราะจากอนิยามเพียง
2-3 คำ และสัจพจน์เพียง 5 ข้อ เราสามารถสร้างจำนวนชนิดต่าง ๆ ขึ้นได้ ทั้ง
สามารถพิสูจน์คุณสมบัติต่าง ๆ ของจำนวนเหล่านั้น เริ่มตั้งแต่คุณสมบัติง่าย ๆ จนกระทั่งถึง
คุณสมบัติของจำนวนจริง ที่ใช้ในคณิตศาสตร์ชั้นมหาวิทยาลัย?

เทเลอร์ (Taylor) และเวด (Wade) แห่งมหาวิทยาลัยรัฐฟลอริดา
กล่าวว่า ในการสอนนักเรียนเกี่ยวกับโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ครูควรจะนำนักเรียนไป
ทีละน้อย โดยให้นักเรียนทราบถึงโครงสร้างพื้นฐานเสียก่อน เช่น เรื่องระบบจำนวน
ก่อนที่จะศึกษาถึงโครงสร้างที่ยากขึ้นไป สิ่งที่ต้องพิจารณาในเรื่องระบบจำนวนก็คือการ
กระทำ (operations) ขึ้นพื้นฐานกับจำนวนเต็ม ในด้านคุณสมบัติการสลับที่
คุณสมบัติการจัดหมู่ และคุณสมบัติการกระจาย รวมทั้งเรื่องการนำคุณสมบัติเหล่านี้ไปใช้⁸

คีดี (Keedy) แห่งมหาวิทยาลัยเพอร์คิว ได้กล่าวถึงความสำคัญของระบบ
จำนวนไว้ว่า นอกจากระบบจำนวนนับแล้วไม่มีอะไรสำคัญมากไปกว่า ระบบจำนวน ซึ่ง
เปรียบเสมือนเป็นระบบคณิตศาสตร์ระบบหนึ่ง ซึ่งจะเป็นพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในวิชาเลขคณิต
ธรรมดา และวิชาพีชคณิตเบื้องต้น⁹

นอกจากนี้ ระบบจำนวน ยังสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อีกด้วย เช่น
ในเรื่องการชั่ง ตวง วัด การซื้อขาย และการแบ่งสิ่งของ เป็นต้น¹⁰

⁷สุภา สุจริตพงศ์, โครงสร้างของระบบจำนวน (แผนกวิชาคณิตศาสตร์ คณะ
วิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518), หน้าค่านำ.

⁸Taylor and Wade, op.cit., p.230.

⁹Mervin L.Keedy, A Modern Introduction to Basic Mathematics
(Massachusetts : Addison - Wesley Publishing Company, Inc., 1963), p.145.

¹⁰E.L.Edwards and others, "Mathematical competencies and skills
essential for enlightened citizens," The Arithmetic Teacher, XIX
(November, 1972), 605-6.

จากข้อความดังกล่าวทั้งหมดนี้ ผู้วิจัยได้ตระหนักถึงความสำคัญของระบบจำนวนที่มีต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ใหม่ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องระบบจำนวน ขึ้นโดยครอบคลุมเฉพาะเรื่องของจำนวนจริง เพื่อจะเป็นประโยชน์ในด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ใหม่ ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาเทคนิคการสร้าง การใช้ และคุณประโยชน์ของบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์
2. เพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง
3. เพื่อศึกษาว่าบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องนี้ สามารถนำไปใช้สอนได้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
4. เพื่อส่งเสริมการนำบทเรียนแบบโปรแกรมไปใช้ให้แพร่หลาย

สมมติฐานของการวิจัย

บทเรียนแบบโปรแกรมที่สร้างในครั้งนี้นี้ จะใช้สอนได้อย่างมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90 และจะสามารถทำให้ผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย

1. เพื่อนำความรู้ในการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมไปใช้สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมชุดต่อไป
2. บทเรียนแบบโปรแกรมที่สร้างขึ้นนี้จะช่วยให้ครู และนักเรียนเข้าใจได้ง่ายกว่าที่จะศึกษาจากบทเรียนธรรมดา

3. บทเรียนแบบโปรแกรมจะส่งเสริมความสามารถของนักเรียนเป็นรายบุคคล
4. บทเรียนแบบโปรแกรมจะช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูและช่วยประหยัดเวลาในการเรียนการสอน

ขอบเขตของการวิจัย

1. บทเรียนแบบโปรแกรมนี สร้างขึ้นตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เรื่อง ระบบจำนวนจริง สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
2. ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่สี่ ปีการศึกษา 2518 ของโรงเรียนวิเชียรมนู จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 100 คน
3. บทเรียนแบบโปรแกรมที่สร้างขึ้นเป็นบทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ไม่จำกัดเพศ และถือว่ามีความรู้พื้นฐานเท่ากัน
2. ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยถือว่า ไม่เคยเรียน เรื่อง ระบบจำนวนจริงมาก่อน

คำจำกัดความของการวิจัย

1. บทเรียนแบบโปรแกรม (Programmed Instruction) คือบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยตนเอง โดยแบ่งเนื้อหาในบทเรียนเป็นหน่วยย่อย ๆ สั้น ๆ เรียกว่ากรอบ (Frame) แต่ละกรอบจะบรรจุคำอธิบายและคำถามต่อเนื่องกันไปตามลำดับจากง่ายไปหายาก คำถามอาจเป็นชนิดให้สร้างคำตอบเอง หรือชนิดให้เลือก

ตอบ และจะมีคำตอบเฉลยไว้ทุก ๆ กรอบ เพื่อให้ผู้เรียนได้เปรียบเทียบกับคำตอบของตน

2. กรอบ คือ หน่วยย่อย ๆ สั้น ๆ ที่เสนอข้อความรู้เป็นขั้นตอนต่อเนื่องกันไป แต่ละกรอบจะมีหมายเลขกำกับ เพื่อบอกว่าเป็นกรอบที่เท่าไร ในตอนท้ายของแต่ละกรอบจะมีคำถามที่เกี่ยวเนื่องกับข้อความรู้ที่อยู่ในกรอบนั้น ๆ

3. บทเรียนแบบโปรแกรมชนิดเส้นตรง (Linear Programmed Instruction) คือบทเรียนแบบโปรแกรมที่ผู้เรียนจะต้องเริ่มเรียนตั้งแต่กรอบแรกจนถึงกรอบสุดท้าย จะข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งไม่ได้ สิ่งที่เรียนจากกรอบแรก ๆ จะเป็นพื้นฐานในการเรียนกรอบต่อ ๆ ไป ผู้เรียนทุกคนจะต้องอ่านข้อความเดียวกันตามลำดับและตอบคำถามเหมือนกัน

4. มาตรฐาน 90/90 หมายถึง เกณฑ์หาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม

90 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่นักเรียนทำบทเรียนถูกคิดเฉลี่ยร้อยละ 90

90 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่นักเรียนทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียนถูก

คิดเฉลี่ยร้อยละ 90

5. แบบสอบ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สำหรับวัดความรู้ของนักเรียนก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม แบบสอบนี้ จะต้องเป็นแบบสอบที่มีความเชื่อถือได้

6. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2518 ของโรงเรียนวิเชียรมาตุ จังหวัดตรัง

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาหลักสูตร แบบเรียน เรื่อง ระบบจำนวนจริง
2. ศึกษาวิธีการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม
3. กำหนดวัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. สร้างแบบสอบ เพื่อทดสอบก่อนและหลังการเรียน และสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

5. ทำการทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพของแบบสอบและบทเรียนกับกลุ่มตัวอย่างประชากรชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 112 คน โดยทดลอง 3 ชั้น ดังนี้
 - 5.1 ชั้นหนึ่งต่อหนึ่ง 2 ครั้ง
 - 5.2 ชั้นกลุ่มเล็ก 1 ครั้ง ให้นักเรียน 10 คน
 - 5.3 ชั้นภาคสนาม 1 ครั้ง ให้นักเรียน 100 คน
6. นำผลการทดลองภาคสนามมาวิเคราะห์ทางสถิติ เพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรมที่สร้างขึ้นตามมาตรฐาน 90/90
7. ประเมินผลและสรุปผลการวิจัย



สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบโดยวิธี คูเคอร์ ริชาร์ดสัน 20 (Kuder Richardson 20)¹¹

จากสูตร

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ \frac{s_t^2 - \sum_{i=1}^n p_i q_i}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ

$$r_{tt} = \text{ความเชื่อมั่นของแบบสอบ}$$

$$n = \text{จำนวนข้อของแบบสอบ}$$

$$s_t^2 = \text{ความแปรปรวนของแบบสอบ}$$

$$p_i = \text{อัตราส่วนของนักเรียนที่ทำแบบสอบถูกในข้อที่ } i$$

$$q_i = \text{อัตราส่วนของนักเรียนที่ทำแบบสอบผิดในข้อที่ } i$$

(มีค่าเท่ากับ $1 - p_i$)

¹¹ Robert L. Thorndike, "Reliability," Educational Measurement, ed. E.F. Lindquist (Washington D.C.: American Council on Education, 1961), p.587.

2. การหาค่าความแปรปรวนของแบบสอบ¹²

จากสูตร
$$S_t^2 = \frac{\sum fX^2 - \frac{(\sum fX)^2}{N}}{N-1}$$

เมื่อ X = คะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคน

N = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

3. การทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนของการสอบก่อนเรียนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมโดยใช้ z - test¹³

จากสูตร
$$z = \frac{\sum d}{\sqrt{\frac{n \sum d^2 - (\sum d)^2}{n-1}}}$$

เมื่อ d = ผลต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมของแต่ละคน

n = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

4. การคำนวณหาคะแนนมาตรฐาน 90/90

90 ตัวแรก คำนวณจากสูตร

$$\text{คะแนนที่นักเรียนทำบทเรียนถูกคิดเฉลี่ยเป็นร้อยละ} = \frac{C}{N} \times \frac{100}{A}$$

เมื่อ A = คำตอบทั้งหมดในบทเรียน

C = ผลรวมของคำตอบถูกของนักเรียนทุกคน

N = จำนวนนักเรียนทั้งหมด

¹²Robert Parsons, Statistical Analysis : A Decision Making Approach (London : Harper Et Row. Publishers, 1974), p.89.

¹³W.Allen Wallis and Harry V. Robert, Statistics:A New Approach (Illinois : The Free Press, 1956), derived from p.421.

90 ตัวอย่าง คำนวณจากสูตร

$$\text{คะแนนที่นักเรียนทำแบบสอบถูกคิดเฉลี่ยร้อยละ} = \frac{S}{N} \times \frac{100}{T}$$

เมื่อ T = คะแนนเต็มของแบบสอบ

S = คะแนนรวมของนักเรียนทุกคนที่ทำแบบสอบถูก

N = จำนวนนักเรียนทั้งหมด



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย