

การลดการสิ้นเปลืองของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานด้วยมวลงห่วงปรับค่า



นาย ไพโรจน์ วัชมานันท์

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2553

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

VIBRATION REDUCTION OF STOPPED VEHICLES ON BRIDGES BY TMD



Mr. Pairoj Watchamanan

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2010

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การลดการสิ้นเปลืองของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานด้วย  
มวลน้ำหนักปรับค่า

โดย

นายไพโรจน์ วัชมานันท์


สาขาวิชา

วิศวกรรมโยธา

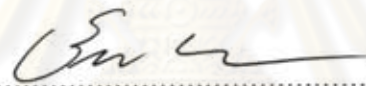
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ ดร. ทศพล ปิ่นแก้ว

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร. บุญสม เลิศนรินทร์วงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(ศาสตราจารย์ ดร. อีรพงศ์ เสนจันทร์มิไชย)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(รองศาสตราจารย์ ดร. ทศพล ปิ่นแก้ว)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จัตรพันธ์ จินตนาภักดี)

  
..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(รองศาสตราจารย์ ดร. นคร ภู่วโรตม)

ไพโรจน์ วัฒนานันท์ : การลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานด้วยมวลหน่วงปรับค่า. (VIBRATION REDUCTION OF STOPPED VEHICLES ON BRIDGES BY TMD) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร. ทศพล ปิ่นแก้ว, 182 หน้า.

งานวิจัยนี้ศึกษาการลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานภายใต้การสั่นตัวของโครงสร้างสะพานซึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ผ่านของยานยนต์ในทิศทางตรงข้ามด้วยการติดตั้งระบบมวลหน่วงปรับค่า (TMD) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อลดผลกระทบของการสั่นสะเทือนต่อสุขภาพอนามัยและความรู้สึกสะดวกสบายของผู้โดยสาร ในการศึกษาี้ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของสะพาน-รถยนต์-มวลหน่วงได้ถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้วิเคราะห์ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานภายใต้การสั่นไหวของสะพานในรูปแบบต่างๆ ตลอดจนศึกษาพฤติกรรมและประสิทธิภาพของการลดการสั่นสะเทือนด้วยการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าซึ่งมีน้ำหนักเท่ากับ 0.04 เท่าของน้ำหนักตัวสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงสะพาน ผลการศึกษาที่สะพานตัวอย่างแห่งหนึ่งแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าในการลดการสั่นสะเทือนเฉพาะสำหรับยานบางลักษณะ ทำให้ประยุกต์ใช้จริงอาจมีข้อจำกัด ในส่วนของผลการประเมินผลกระทบต่างๆ ต่อร่างกายมนุษย์ที่เกิดจากการสั่นสะเทือนตามมาตรฐาน ISO 2631-1 พบว่าภายหลังจากติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ผู้โดยสารยังรับรู้ได้ถึงการสั่นสะเทือนในทุกกรณีแต่แนวโน้มที่จะเกิดความรู้สึกไม่สะดวกสบายนั้นลดลง อย่างไรก็ตามก็ตีพบว่ามวลหน่วงปรับค่าสามารถยืดระยะเวลาที่ผู้โดยสารต้องทนต่อสภาวะการสั่นสะเทือนภายในรถยนต์ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยได้นานขึ้นคิดเป็นร้อยละ 119 เมื่อเทียบกับกรณีก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

## ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่อนิสิต..... ไพโรจน์ วัฒนานันท์  
สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก..... — ๔  
ปีการศึกษา..... 2553.....

## 5270626021 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS : VIBRATION REDUCTION /TUNED MASS DAMPER /TMD /VIBRATION OF STOPPED VEHICLES

PAIROJ WATCHAMANAN : VIBRATION REDUCTION OF STOPPED VEHICLES ON BRIDGES BY TMD. ADVISOR : ASSOC. PROF. TOSPOL PINKAEW, D.Eng., 182 pp.

This research studies the vibration reduction of stopped vehicles on a bridge by tuned mass damper (TMD) to enhance the health and comfort of passengers. The vehicle vibration is induced from the bridge motion which is caused by the passages of vehicles in opposite traffic direction. In this study, the mathematical model of vehicle-bridge-TMD is formulated for evaluation of vehicle vibration under various bridge motions and for assessment of TMD effectiveness. The TMD with mass about 0.04 of bridge mass is installed beneath the bridge deck at mid-span. Based on the obtained results from computer simulations, the TMD seems to be effective for certain type of vehicles. Therefore, its application in an actual bridge might be limited. Considering the effect on human exposure to whole-body vibration as per the standard of ISO 2631-1, it reveals that, after installing the TMD, the passengers still percept the vibration in all considered cases but the vibration effect on passenger discomfort tends to be reduced. However, considering the vibration effect on passenger health, it is found that the TMD can prolong the time of vibration exposure to about 119% compared with the bridge without TMD.

Department : ...Civil Engineering..... Student's Signature ไพโรจน์ วัฒนานันท์  
 Field of Study : ...Civil Engineering..... Advisor's Signature [Signature]  
 Academic Year : .....2010.....



## กิตติกรรมประกาศ

กระผมขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครูบาอาจารย์ที่ได้อบรมสั่งสอนรวมถึงให้การอุปถัมภ์จนทำให้กระผมได้มีโอกาสศึกษาเล่าเรียนและมีหน้าที่การงานตามที่มุ่งหวังได้มาจนถึงบัดนี้

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี หากปราศจากคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ให้ความรู้วิชาพื้นฐานในภาคทฤษฎี รวมถึงการให้คำปรึกษาแนะนำวิธีการทำวิจัยและการแก้ปัญหาต่างๆ ในการทำวิทยานิพนธ์นี้อย่างดียิ่งมาโดยตลอด โดยอาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร.ทศพล ปิ่นแก้ว จนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ลงได้ หากปราศจากความกรุณารับเป็นประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์โดยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ศิโยย และความกรุณารับเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งได้ให้ความกรุณาตรวจแก้และให้คำปรึกษาในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้โดย รองศาสตราจารย์ ดร.นคร ภู่วโรดม และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี

ขอขอบคุณหน่วยงานบัณฑิตวิทยาลัยและหน่วยงานบัณฑิตภาควิศวกรรมโยธา คุณวรรณษา ช้างเกิด อธิการภาคส่วนประสานงานบัณฑิตศึกษา ที่ช่วยประสานงานด้านระเบียบการจบการศึกษา และหน่วยงานบรรณารักษ์ประจำห้องสมุดคณะวิศวกรรมศาสตร์ทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์ช่วยเหลือในการสืบค้นข้อมูลในการทำงานวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณคณะทำงาน เพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท รหัสปีการศึกษา 2552 สาขาวิชาวิศวกรรมโครงสร้างทุกท่าน และขอขอบคุณรุ่นพี่นิสิตที่อยู่ในความดูแลของ รศ.ดร.ทศพล ปิ่นแก้ว โดยเฉพาะอย่างยิ่ง คุณธนวรรค์ โสภณมหาผล ที่ได้ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือในด้านต่างๆ เป็นอย่างยิ่งตลอดการทำงานวิจัยนี้ รวมทั้งขอขอบคุณคุณเอกวิทย์ ชันแก้ว และคุณเทียบเทียบมณีเยียรวิวัฒน์ ที่ให้ความช่วยเหลือในส่วนของการคอมพิวเตอร์เน็ตบุ๊กสำหรับวิเคราะห์ข้อมูลจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ลุล่วงตามเป้าหมายด้วยดี

ท้ายที่สุดนี้หวังเป็นอย่างยิ่งว่างานวิจัยนี้มีส่วนให้ข้อมูลแก่ผู้ที่สนใจศึกษา จุดประกายความคิดและเป็นรากฐานงานวิจัยอื่นเพื่อประโยชน์ของประเทศชาติต่อไป

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง .....	ญ
สารบัญภาพ .....	๗
บทที่	
1 บทนำ .....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหาที่นำไปสู่การวิจัย .....	1
1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	2
1.2.1 ผลกระทบของการสิ้นสະเพื่อนที่มีต่อมนุษย์ตามมาตรฐาน (ISO 2631-1) ..	2
1.2.2 ผลกระทบจากการสั่นไหวของสะพานที่เกิดขึ้นกับยานพาหนะที่วิ่งผ่าน .....	4
1.2.3 การใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวเพื่อลดการสั่นไหว .....	5
1.2.4 การใช้มวลหน่วงปรับค่ามากกว่าหนึ่งชุดเพื่อลดการสั่นไหว .....	10
1.2.5 การใช้มวลหน่วงปรับค่าเพื่อลดการสั่นไหวของคาน .....	15
1.2.6 การใช้มวลหน่วงปรับค่าเพื่อลดการสั่นไหวของสะพาน .....	18
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย .....	22
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย .....	22
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัย .....	23
1.6 การดำเนินงานวิจัย .....	23
2 การควบคุมการสั่นไหวของโครงสร้างด้วยมวลหน่วงปรับค่า .....	25
2.1 มวลหน่วงปรับค่า .....	25
2.2 ผลตอบสนองการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ของระบบที่มีระดับชั้นความเร็วเท่ากับสอง เนื่องจากแรงภายนอก .....	26
2.2.1 ระบบโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วง .....	26
2.2.2 ระบบโครงสร้างหลักมีความหน่วง .....	34
2.3 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า .....	38

บทที่	หน้า
2.4 ประสิทธิภาพและการคงสภาพความสามารถใช้งานได้ของมวลงปรับค่า .....	51
2.4.1 ประสิทธิภาพของมวลงปรับค่า .....	52
2.4.2 การคงสภาพความสามารถใช้งานได้ของมวลงปรับค่า .....	55
2.5 ตัวอย่างการใช้งานของมวลงปรับค่า .....	57
3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ .....	63
3.1 พิกัดทั่วไปของการกระจัด .....	63
3.1.1 คานช่วงเดี่ยวหน้าตัดสามเหลี่ยม .....	63
3.1.2 รถยนต์ .....	67
3.1.3 มวลง .....	67
3.2 สมการของลากรางจ์ .....	68
3.3 สมการของการเคลื่อนที่ของระบบสะพาน-รถยนต์-มวลง .....	70
3.4 ค่าผลตอบสนองของระบบโดยวิธีการเชิงตัวเลขด้วยสเปซเฟสฟอร์ม .....	77
4 การประเมินผลกระทบจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์ตามมาตรฐาน ISO 2631-1 .....	81
4.1 ขอบเขตของมาตรฐาน ISO 2631-1 .....	81
4.2 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องสำหรับใช้ประเมินผลการสั่นสะเทือนของร่างกายมนุษย์ .....	82
4.3 วิธีการประเมินการสั่นสะเทือนของร่างกายมนุษย์ .....	88
4.3.1 การประเมินโดยวิธีพื้นฐาน .....	88
4.3.2 การประเมินโดยวิธีเพิ่มเติมหากวิธีการประเมินพื้นฐานไม่เพียงพอ .....	89
4.4 การประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย .....	90
4.4.1 กรณีที่ตัวประกอบสูงสุดไม่เกิน 9 .....	90
4.4.2 กรณีที่ตัวประกอบสูงสุดเกินกว่า 9 .....	92
4.5 การประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบายและการรับรู้ .....	93
4.5.1 การประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบาย .....	93
4.5.2 การประเมินผลกระทบต่อการรับรู้ .....	94
4.6 การประเมินผลกระทบต่อความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว .....	94
5 ลักษณะเฉพาะของพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิค .....	96
5.1 ข้อกำหนดทั่วไป .....	96
5.2 ลักษณะเฉพาะของคุณสมบัติเชิงโหมดสำหรับระบบปฏิสัมพันธ์สะพาน-รถยนต์ .....	97
5.3 เงื่อนไขการปรับค่าพารามิเตอร์ของมวลงปรับค่า .....	100



บทที่	หน้า
5.4 การเบี่ยงเบนของค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ .....	102
5.5 การศึกษาพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง .....	105
5.5.1 ผลกระทบจากมวลของรถยนต์ .....	105
5.5.2 ผลกระทบจากความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ .....	107
5.5.3 ผลกระทบจากความหน่วงของรถยนต์ .....	108
5.6 ผลตอบสนองในโดเมนของความถี่ .....	110
5.7 การเบี่ยงเบนของค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า .....	115
6 ผลการวิเคราะห์และการประเมินผลกระทบจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้น จากสภาพการจราจรจริงตามมาตรฐาน ISO 2631-1 .....	118
6.1 สัญญาณการกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง .....	118
6.2 ผลตอบสนองเชิงพลศาสตร์ .....	120
6.3 ผลการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า .....	129
6.4 ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของรถยนต์ .....	131
6.4.1 ประสิทธิภาพในการลดการสั่นสะเทือนของมวลหน่วงปรับค่า .....	133
6.4.2 ประสิทธิภาพในการลดผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของมวลหน่วงปรับค่าตาม มาตรฐาน ISO 2631-1 .....	136
6.4.2.1 ผลการประเมินผลกระทบต่อการรับรู้ได้ .....	144
6.4.2.2 ผลการประเมินผลกระทบต่อความรู้สึกสะดวกสบาย .....	145
6.4.2.3 ผลการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย .....	146
6.4.2.4 ผลการประเมินผลกระทบต่อความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว .....	150
7 อภิปรายและสรุปผลของงานวิจัย .....	152
รายการอ้างอิง .....	156
ภาคผนวก .....	159
ภาคผนวก ก .....	160
ภาคผนวก ข .....	179
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....	182

## สารบัญญัตราสาร

		หน้า
ตารางที่ 2.1	ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับมวลหน่วงปรับค่าติดเข้ากับโครงสร้างไม่มี ความหน่วงภายใต้แรงกระทำแบบฮาร์โมนิค (Warburton, 1982) .....	47
ตารางที่ 2.2	ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับมวลหน่วงปรับค่าติดเข้ากับโครงสร้างไม่มี ความหน่วงภายใต้แรงกระทำแบบไร้รูปแบบซึ่งเป็นประเภท White noise spectral density (Warburton, 1982) .....	48
ตารางที่ 2.3	รายการมวลหน่วงปรับค่าประเภท Passive damping device กับโครงสร้าง ประเภทต่างๆ .....	58
ตารางที่ 3.1	ค่าอนุพันธ์ย่อยของสมการ (3.19) ถึง (3.22) .....	74
ตารางที่ 4.1	คำแนะนำสำหรับการเลือกใช้ Frequency-weighting curves ในการกรอง สัญญาณ .....	83
ตารางที่ 4.2	ตัวแปรของฟังก์ชันส่งผ่าน .....	84
ตารางที่ 4.3	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักและความถี่ .....	86
ตารางที่ 4.4	เกณฑ์สำหรับการประเมินผลกระทบต่อความสะอึกสะอื้นจาก การสั่นสะเทือน .....	93
ตารางที่ 5.1	ค่าคุณสมบัติของสะพาน .....	96
ตารางที่ 5.2	ค่าคุณสมบัติของรถยนต์ .....	97
ตารางที่ 5.3	ค่าคุณสมบัติของมวลหน่วงปรับค่า .....	97
ตารางที่ 6.1	ข้อมูลคุณสมบัติมวลและความถี่ของรถยนต์ในกรณีต่างๆ ที่ใช้ในแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์ .....	131
ตารางที่ 6.2(ก)	ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 1 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	134
ตารางที่ 6.2(ข)	ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 1 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	134
ตารางที่ 6.2(ค)	ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 2 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	135
ตารางที่ 6.2(ง)	ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 2 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	135



ตารางที่ 6.5(ก)	อัตราส่วน [Acc. w/o TMD]/[Acc. w/TMD] ของรถยนต์คันที่ 1 ก่อนผ่าน การถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง .....	143
ตารางที่ 6.5(ข)	อัตราส่วน [Acc. w/o TMD]/[Acc. w/TMD] ของรถยนต์คันที่ 2 ก่อนผ่าน การถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง .....	143
ตารางที่ 6.5(ค)	อัตราส่วน [Acc. w/o TMD]/[Acc. w/TMD] ของรถยนต์คันที่ 3 ก่อนผ่าน การถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง .....	143
ตารางที่ ผ1	ค่าคุณสมบัติของสะพาน .....	160
ตารางที่ ผ2	ค่าคุณสมบัติของแบบจำลองรถยนต์ .....	161
ตารางที่ ผ3	ค่าคงตัว $A_n$ , $B_n$ , $C_n$ และ $D_n$ ในแต่ละกรณีของความถี่แรงกระตุ้นสำหรับ ระบบที่มีเฉพะคาน .....	167
ตารางที่ ผ4	ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเปรียบเทียบระหว่าง วิธีทางทฤษฎีและวิธีเชิงตัวเลขด้วยการใช้ผลต่างของช่วงเวลาที่เหมาะสม $\Delta t = 0.0001$ .....	168
ตารางที่ ผ5	ค่าคงตัว $A_n$ , $B_n$ , $C_n$ และ $D_n$ ในแต่ละกรณีของความถี่แรงกระตุ้นสำหรับ ระบบที่มีคานและรถยนต์ .....	174
ตารางที่ ผ6	ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเปรียบเทียบระหว่าง วิธีทางทฤษฎีและวิธีเชิงตัวเลขด้วยการใช้ผลต่างของช่วงเวลาที่เหมาะสม $\Delta t = 0.0001$ .....	175
ตารางที่ ผ7	ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดของรถยนต์เปรียบเทียบระหว่างวิธีทางทฤษฎี และวิธีเชิงตัวเลขด้วยการใช้ผลต่างของช่วงเวลาที่เหมาะสม $\Delta t = 0.0001$ .....	176
ตารางที่ ผ8(ก)	ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความเร่งของรถยนต์คันที่ 1 ภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	179
ตารางที่ ผ8(ข)	ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความเร่งของรถยนต์คันที่ 1 ภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	179
ตารางที่ ผ8(ค)	ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความเร่งของรถยนต์คันที่ 2 ภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	180
ตารางที่ ผ8(ง)	ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความเร่งของรถยนต์คันที่ 2 ภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	180

ตารางที่ ผ8(จ) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความเร่งของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	180
ตารางที่ ผ8(ข) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความเร่งของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้ การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	181



ศูนย์วิทยพัทยาการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## สารบัญภาพ

		หน้า
รูปที่ 2.1	แบบจำลองของโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วง (Undamped main system) ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าที่มีระดับชั้นความเร็วเท่ากับสอง .....	27
รูปที่ 2.2	ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีมวลหน่วงปรับค่า (เส้นประ) และมีมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0$ , $\mu = 0.10$ , $\alpha = 1.0$ , $\zeta_d = 0$ (เส้นประ-จุด) และ $\zeta_d = 0.05$ (เส้นทึบ) .....	32
รูปที่ 2.3	อัตราส่วนการกระจัดที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของมวลหน่วงปรับค่าต่อโครงสร้าง ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0$ , $\mu = 0.10$ , $\alpha = 1.0$ , $\zeta_d = 0$ (เส้นประ-จุด) และ $\zeta_d = 0.05$ (เส้นทึบ) .....	33
รูปที่ 2.4	แบบจำลองของโครงสร้างหลักมีความหน่วง (Damped main system) ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าที่มีระดับชั้นความเร็วเท่ากับสอง .....	34
รูปที่ 2.5	ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีมวลหน่วงปรับค่า (เส้นประ) และมีมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่า $\zeta_s = 0.02$ , $\mu = 0.10$ , $\alpha = 1.0$ , $\zeta_d = 0$ (เส้นประ-จุด) และ $\zeta_d = 0.05$ (เส้นทึบ) .....	37
รูปที่ 2.6	อัตราส่วนการกระจัดที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของมวลหน่วงปรับค่าต่อโครงสร้าง ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0.02$ , $\mu = 0.10$ , $\alpha = 1.0$ , $\zeta_d = 0$ (เส้นประ-จุด) และ $\zeta_d = 0.05$ (เส้นทึบ) .....	38
รูปที่ 2.7	ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0$ , $\mu = 0.04$ , $\alpha = 1.0$ , $\zeta_d$ แตกต่างกันหลายค่า .....	39
รูปที่ 2.8	ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0$ , $\mu = 0.04$ , $\alpha_{opt} = 0.9615$ , $\zeta_d$ แตกต่างกันหลายค่า .....	45
รูปที่ 2.9	ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าเทียบกับอัตราส่วนมวล (ก) อัตราส่วนปรับค่าความถี่ (ข) อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า (ค) อัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่า และ (ง) ผลตอบสนองการกระจัดของโครงสร้าง สำหรับโครงสร้างไม่มีความหน่วง .....	46

รูปที่ 2.10	ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างมีความหน่วงติดตั้ง มวลหน่วงปรับค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0.02$ , $\mu = 0.04$ , $\alpha = 1.0$ , $\zeta_d$ แตกต่างกันหลายค่า .....	49
รูปที่ 2.11	ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างมีความหน่วงติดตั้ง มวลหน่วงปรับค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0.02$ , $\mu = 0.04$ , $\alpha_{opt} = 0.9551$ , $\zeta_d$ แตกต่างกันหลายค่า .....	51
รูปที่ 2.12	ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนมวล $\mu$ แตกต่างกัน หลายค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\zeta_s = 0.02$ .....	52
รูปที่ 2.13	ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนปรับค่าความถี่ $\alpha$ แตกต่างกันหลายค่าด้วยค่าพารามิเตอร์ $\mu = 0.10$ , $\zeta_s = 0.02$ และ $\zeta_{d,opt} = 0.1875$ .....	53
รูปที่ 2.14	ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงของ มวลหน่วงปรับค่า $\zeta_d$ แตกต่างกันหลายค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์ $\mu = 0.04$ , $\alpha_{opt} = 0.9551$ และ $\zeta_s = 0.02$ .....	54
รูปที่ 2.15	ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงของ โครงสร้าง (ก) $\alpha = 0.9456$ , $\mu = 0.05$ , $\zeta_s = 0.05$ (ข) $\alpha = 0.9011$ , $\mu = 0.105$ , $\zeta_s = 0.05$ (ค) $\alpha = 0.9341$ , $\mu = 0.05$ , $\zeta_s = 0.10$ และ (ง) $\alpha = 0.8878$ , $\mu = 0.10$ , $\zeta_s = 0.10$ .....	54
รูปที่ 2.16	ความคงสภาพใช้งานได้ของมวลหน่วงปรับค่าโดยใช้ค่า $\mu = 0.05$ .....	56
รูปที่ 2.17	ความคงสภาพใช้งานได้ของมวลหน่วงปรับค่าโดยใช้ค่า $\mu = 0.10$ .....	56
รูปที่ 2.18	ลักษณะทางกายภาพของมวลหน่วงปรับค่า .....	59
รูปที่ 2.19	สะพาน Millennium Bridge, London/UK .....	60
รูปที่ 2.20	สะพาน Schwedter Str., Bridge, Berlin/Germany .....	60
รูปที่ 2.21	สะพาน Pedestrian bridge Britzer Damm Berlin /Germany .....	61
รูปที่ 2.22	สะพาน Mjornesundet Bridge, Norway .....	61
รูปที่ 2.23	โรงแรม Burj Al Arab, Steel Sceleton and Spire, Dubai/UAE .....	62
รูปที่ 3.1	คานช่วงเดียวหน้าตัดสมมาตรและรูปแบบโหนดการสั่น .....	64
รูปที่ 3.2	(ก) คานช่วงเดียวหน้าตัดสมมาตรเนื่องจากการเปลี่ยนตำแหน่งของฐานรอง และ (ข) ฟังก์ชันพื้นฐานของฐานรองที่ตำแหน่งซ้ายและขวา .....	65

รูปที่ 3.3	แบบจำลองการรวมมวลของรถยนต์ที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่ง .....	67
รูปที่ 3.4	แบบจำลองการรวมมวลของมวลห้วงปรับค่าที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่ง .....	68
รูปที่ 3.5	แบบจำลองของคานช่วงเดียวหน้าตัดสามเหลี่ยมที่มีรถยนต์จอดติดบนสะพานพร้อมติดตั้งมวลห้วงปรับค่าโดยมีระดับชั้นความเสรีมากกว่าหนึ่ง .....	70
รูปที่ 4.1	ระบบพิกัดแกนพื้นฐานตามแต่ละอริยาบถภายใต้การสั่นสะเทือนต่อร่างกายมนุษย์ .....	82
รูปที่ 4.2	เส้นโค้งความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักและความถี่ .....	87
รูปที่ 4.3	กราฟมาตรฐานของสุขภาพและขอบเขตเฝ้าระวัง (Health guidance caution zones) .....	92
รูปที่ 5.1	ตำแหน่งของรถยนต์และมวลห้วงปรับค่า .....	96
รูปที่ 5.2	ค่าไอเกนความถี่ของระบบปฏิสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงตามค่าความถี่ของรถยนต์ (ก) สะพานช่วงสั้น ( $L_b = 25$ m) และ (ข) สะพานช่วงยาว ( $L_b = 50$ m) .....	98
รูปที่ 5.3	รูปร่างโหมดการสั่นต่ำสุด 6 โหมดแรกของระบบปฏิสัมพันธ์สะพาน-รถยนต์ ...	99
รูปที่ 5.4	ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์ของแบบจำลองที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับสามด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ $m_b = 59500$ kg, $f_b = 3.51$ Hz, $\zeta_b = 0.03$ , $m_c = 1000$ kg, $\zeta_c = 0.15$ , $\mu = 0.04$ , $\alpha_{opt} = 0.9433$ และ $\zeta_{d,opt} = 0.1716$ (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ และ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ .....	101
รูปที่ 5.5	การกระจัดสัมพัทธ์สูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร ติดตั้งมวลห้วงปรับค่าภายใต้การเบี่ยงเบนของค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ $m_c = 1000$ kg, $\zeta_c = 0.15$ , $\mu = 0.04$ , $\alpha_{opt} = 0.9433$ และ $\zeta_{d,opt} = 0.1716$ .....	103
รูปที่ 5.6	การกระจัดสัมพัทธ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร สำหรับแบบจำลองสะพาน-มวลห้วง (กรณีไม่มีรถยนต์จอดติดบนสะพาน) .....	104
รูปที่ 5.7	ผลตอบสนองการสั่นสูงสุดภายใต้การเปลี่ยนแปลงมวลของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ $\zeta_c = 0.15$ (ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง และ (ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง .....	106

รูปที่ 5.8	ผลตอบสนองการสั่นสูงสุดภายใต้การเปลี่ยนแปลงความถี่ของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ $m_c = 1000$ kg (ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง และ (ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง .....	107
รูปที่ 5.9	ผลตอบสนองการสั่นสูงสุดภายใต้การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความหน่วงของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ $m_c = 1000$ kg (ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง และ (ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง .....	109
รูปที่ 5.10	ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานช่วงยาว 25 เมตร (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ และ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ .....	111
รูปที่ 5.11	ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานช่วงยาว 50 เมตร (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ และ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ .....	112
รูปที่ 5.12	การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วง (ก) สะพานช่วงสั้น 25 เมตร และ (ข) สะพานช่วงยาว 50 เมตร .....	114
รูปที่ 5.13	ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนสูงสุดของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้การเบี่ยงเบนของค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ และ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ .....	116
รูปที่ 6.1	ตัวแทนของสัญญาณการกระตุ้นในระยะเวลา 10 นาที ของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร (ก) สัญญาณความเร่งที่ฐานรอง และ (ข) สัญญาณการกระจัดที่ฐานรอง .....	119
รูปที่ 6.2	ตัวแทนของสัญญาณการกระตุ้นในระยะเวลา 1 นาที ของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร (ก) สัญญาณความเร่งที่ฐานรอง และ (ข) สัญญาณการกระจัดที่ฐานรอง .....	121
รูปที่ 6.3	กราฟผลตอบสนอง FFT ของสัญญาณการกระตุ้นในระยะเวลา 1 นาที ของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร (ก) สัญญาณความเร่งที่ฐานรอง และ (ข) สัญญาณการกระจัดที่ฐานรอง .....	123
รูปที่ 6.4	ผลตอบสนอง FFT ของความเร่งของรถยนต์ด้วยการใช้สัญญาณการจราจรจริง (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ และ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ .....	124
รูปที่ 6.5	ผลตอบสนองของความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 ด้วยการใช้สัญญาณการจราจรจริงในโดเมนของเวลา (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ และ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ .....	126

รูปที่ 6.6	ผลตอบสนอง FFT ของการกระตุ้นสัมพัทธ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงของสะพานด้วยการใช้สัญญาณการจราจรจริง .....	127
รูปที่ 6.7	ผลตอบสนองของการกระตุ้นสัมพัทธ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงของสะพานด้วยการใช้สัญญาณการจราจรจริงในโดเมนของเวลา (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ และ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ .....	128
รูปที่ 6.8	ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนสูงสุดของรถยนต์ภายใต้การเบี่ยงเบนของค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า (ก) $f_c = 0.5 f_b$ (ข) $f_c = f_b$ (ค) $f_c = 1.5 f_b$ และ (ง) ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงมวลของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ $\alpha_{opt} = 0.9433$ และ $\zeta_{d,opt} = 0.1716$ .....	130
รูปที่ 6.9	ตัวอย่างค่าความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 ในโดเมนของเวลาภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ $m_c = 1000$ kg และ $f_c = 3.5$ Hz (ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า และ (ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	132
รูปที่ 6.10	ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 1 ถึง 3 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง (ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า และ(ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	133
รูปที่ 6.11	ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 3 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงทั้งก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	133
รูปที่ 6.12	ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 1 ถึง 3 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง (ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า และ(ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	137
รูปที่ 6.13	ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 3 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงทั้งก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	138
รูปที่ 6.14	รูปตัดตามแนวยาวของสะพานและตำแหน่งของรถยนต์ในแต่ละช่วงของสะพาน .....	146



รูปที่ 6.15	กราฟการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยจากการสั่นสะเทือนตามเกณฑ์มาตรฐาน ISO 2631-1 (ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า และ (ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า .....	149
รูปที่ ผ.1	ผลตอบสนองการกระจัดสัมบูรณ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเนื่องจากการรวมผล 5 โหมดการสั่นเปลี่ยนแปลงตามเวลา (ก) $\omega = 0.5\omega_{b1}$ (ข) $\omega = \omega_{b1}$ และ (ค) $\omega = 9\omega_{b1}$ .....	169
รูปที่ ผ.2	ผลตอบสนองการกระจัดสัมบูรณ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเนื่องจากการรวมผล 5 โหมดการสั่นของคานเปลี่ยนแปลงตามเวลา (ก) $\omega = 0.5\omega_{b1}$ (ข) $\omega = \omega_{b1}$ และ (ค) $\omega = 9\omega_{b1}$ .....	176
รูปที่ ผ.3	ผลตอบสนองการกระจัดสัมบูรณ์ของรถยนต์เนื่องจากการรวมผล 5 โหมดการสั่นของคานเปลี่ยนแปลงตามเวลา (ก) $\omega = 0.5\omega_{b1}$ (ข) $\omega = \omega_{b1}$ และ (ค) $\omega = 9\omega_{b1}$ .....	177

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหาที่นำไปสู่งานวิจัย

การพัฒนาทางเทคโนโลยีสะพานเป็นสิ่งจำเป็นตั้งแต่อดีตมาจนถึงปัจจุบันและมีส่วนช่วยในการพัฒนาความเจริญเติบโตทางสังคมเป็นอย่างมากตัวอย่างเช่น สะพานที่สร้างขึ้นในเมืองใหญ่เพื่อใช้เป็นเส้นทางคมนาคมขนส่ง ช่วยให้การติดต่อระหว่างกันสะดวกยิ่งขึ้น ทำให้สินค้าหรือผลิตภัณฑ์กระจายสู่ตลาดได้รวดเร็ว และช่วยระบายการจราจรบนท้องถนนที่มีความหนาแน่นในช่วงโมงเร่งด่วน เป็นต้น

ปัจจุบันนี้การคมนาคมและขนส่งทางรถยนต์ในเขตกรุงเทพมหานครมีปริมาณเพิ่มมากขึ้นทุก ๆ ปี สืบเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากร การขยายตัวทางเศรษฐกิจและสังคมทำให้ปริมาณการจราจรบนท้องถนนหลายสายมีความหนาแน่นเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย ถึงแม้ว่าได้มีการก่อสร้างสะพานข้ามทางแยก เพื่อช่วยระบายการจราจรบนท้องถนนอย่างต่อเนื่องก็ตามปัญหาดังกล่าวพบมากในสะพานที่มีปริมาณช่องทางการจราจรบนสะพานไม่เพียงพอกับปริมาณการจราจรที่เพิ่มมากขึ้นในปัจจุบัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งสะพานข้ามทางแยกที่เปิดใช้มากกว่า 20 ปี ซึ่งส่วนใหญ่เป็นสะพานโครงสร้างเหล็ก อย่างไรก็ตามโดยทั่วไปความหนาแน่นของปริมาณการจราจรจะไม่เกิดขึ้นพร้อมกันทั้งสองทิศทางของการจราจรบนสะพานข้ามทางแยก หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ จะมีการจราจรบนสะพานในทิศทางใดทิศทางหนึ่งสามารถใช้การสัญจรได้อย่างคล่องตัว ซึ่งก่อให้เกิดการสิ้นเปลืองเริ่มขึ้นในทิศทางจราจรนั้นแล้วส่งผ่านการสิ้นเปลืองไปยังฝั่งที่การจราจรเคลื่อนตัวไม่ได้ ทำให้ผู้ใช้รถยนต์หรือยานพาหนะได้รับผลกระทบต่อความรู้สึกสิ้นเปลืองได้ โดยที่ระดับความรุนแรงของการสิ้นเปลืองที่รู้สึกได้นั้นขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย เช่น สะพานช่วงยาวจะเกิดการสิ้นเปลืองได้มากกว่าสะพานช่วงสั้น สะพานคอนกรีตเกิดการสิ้นเปลืองได้น้อยกว่าสะพานเหล็ก ความถี่ของแรงพลวัต (Dynamic force) ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของยานพาหนะในฝั่งที่การจราจรสามารถเคลื่อนตัวได้ ซึ่งหากความถี่ของแรงใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างสะพานหรือยานพาหนะต่างๆบนสะพาน จะส่งผลให้ระดับความรุนแรงเพิ่มมากขึ้น อีกทั้งผลจากน้ำหนักบรรทุกที่มากและความเร็วที่สูงของยานพาหนะในฝั่งตรงข้ามก็สามารถทำให้สะพานเกิดการสิ้นเปลืองได้มากขึ้นตามไปด้วย นอกจากนี้ รอยต่อและความขรุขระของผิวจราจรก็ส่งผลให้ยานพาหนะเกิดการกระโดด ทำให้การสิ้นเปลืองของสะพานเพิ่มมากขึ้น

ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นเป็นปัญหาสำคัญอย่างหนึ่งที่ผู้ใช้ยานพาหนะต้องเผชิญอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ เพราะฉะนั้น วิศวกรโครงสร้างทางด้านสะพานจำเป็นต้องรู้ถึงพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของโครงสร้างเป็นอย่างดี ซึ่งนี่เพื่อที่จะสามารถออกแบบหรือปรับปรุงโครงสร้างสะพานให้เกิดการสั่นไหวน้อยที่สุด ซึ่งทำให้สะพานมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นและเกิดประโยชน์ในการใช้งานสูงสุด ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงเป็นที่มาของงานวิจัยนี้ในการศึกษาพฤติกรรม การสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดอยู่บนสะพานข้ามทางแยกในเขตกรุงเทพมหานครซึ่งเป็นสะพานโครงสร้างเหล็กหน้าตัดประกอบรับแรงร่วมกับแผ่นพื้นคอนกรีต โดยที่คานหน้าตัดเหล็กประกอบแบบคานช่วงเดียวถูกติดตั้งอยู่บนคานขวางเหล็กประกอบที่จะถ่ายน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดลงสู่เสาเหล็กกลม อีกทั้งจะดำเนินการศึกษาถึงผลของการสั่นสะเทือนที่กระทบต่อความรู้สึกรับรู้ได้ของผู้ใช้รถยนต์ที่จอดติดอยู่บนสะพานตามเกณฑ์ของมาตรฐาน ISO 2631-1:1997 ควบคู่ไป กับแนวทางการลดผลการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จะกระทบต่อความรู้สึกรับรู้ได้ของผู้ใช้โดยสาร ด้วยการใส่มวลหน่วงปรับค่า (Passive tuned mass damper: TMD) ซึ่งจะถูกติดตั้งเข้าไปที่บริเวณกึ่งกลางช่วงใต้ท้องสะพาน

ในงานวิจัยนี้จะนำผลของค่าความเร่งและการเคลื่อนที่ของฐานรองที่ปลายคานช่วงเดียว ทั้งสองด้านในแนวดิ่งที่ขึ้นกับเวลา ซึ่งได้จากการตรวจวัดสัญญาณเก็บข้อมูลในภาคสนามของ ธนวรรณ โสภณมหาผล (2010) เพื่อใช้เป็นข้อมูลของแรงกระทำที่ฐานรองในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสะพานช่วงเดียวที่มีรถยนต์จอดนิ่งอยู่บนสะพานเพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่มีความถูกต้องใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด

## 1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1.2.1 ผลกระทบของการสั่นสะเทือนที่มีต่อมนุษย์ตามมาตรฐาน ISO 2631-1:1997

การสั่นไหวจากสภาพแวดล้อมภายนอกที่เกิดขึ้นจากแรงพลวัตแล้วส่งผ่านไปสู่อวัยวะของมนุษย์นั้น โดยทั่วไปมักจะมีความซับซ้อนเป็นอย่างมากเนื่องจากสามารถเกิดขึ้นได้หลายทิศทางและมีช่วงความถี่มากมายจนทำให้ร่างกายของมนุษย์เกิดการสั่นไหวและอาจจะก่อให้เกิดผลกระทบต่อความรู้สึกไม่สะดวกสบายเป็นที่น่ารำคาญใจ ความสามารถในการทำกิจกรรมบางอย่างลดลงหรือแม้กระทั่งผลกระทบต่อสุขภาพและอาจร้ายแรงถึงขั้นเจ็บป่วยได้ในที่สุด ดังนั้นจึงได้มีความพยายามทำการค้นคว้าวิจัยในการที่จะสร้างมาตรฐานการตรวจวัดและประเมินผลเพื่อมารองรับปัญหาดังกล่าว เช่น มาตรฐาน ISO 2631-1:1997 ซึ่งมาตรฐานนี้ได้กำหนดแนวทางการ

ตรวจวัดการสั่นไหวของร่างกายมนุษย์ด้วยอุปกรณ์ตรวจวัดและแปลงสัญญาณคลื่นความถี่ ซึ่งมีช่วงความถี่ที่ใช้พิจารณาอยู่ระหว่าง 0.1 ถึง 80 Hz ที่จะสามารถส่งผลกระทบต่อสุขภาพ (Health) ความสะดวกสบาย (Comfort) การรับรู้ (Perception) และความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว (Motion sickness) โดยที่ตำแหน่งและทิศทางการติดตั้งอุปกรณ์จะขึ้นกับลักษณะของสภาพพื้นผิวสัมผัสร่างกาย (นุ่มหรือแข็ง) และการจัดวางตำแหน่งท่าทางของร่างกายขณะกำลังทำกิจกรรมแต่ละประเภท พร้อมทั้งการประเมินผลทางตัวเลขที่เสนอด้วยรูปแบบของค่าความเร่งภายใต้ช่วงระยะเวลาการตรวจวัดการสั่นไหว หลังจากนั้นจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับค่าต่างๆที่กำหนดไว้ในมาตรฐานเพื่อหาระดับขั้นของการสั่นไหวของร่างกายที่อาจจะส่งผลกระทบต่อสุขภาพ ความสะดวกสบาย การรับรู้ และความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว ทั้งนี้มาตรฐานได้กำหนดค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนัก (Frequency weighting) ที่แตกต่างกันไปเพื่อปรับกรองค่าการสั่นไหวของร่างกายตามค่าความถี่และลักษณะการจัดวางตำแหน่งท่าทางในแต่ละกิจกรรม คือ นั่ง นอน และยืน ซึ่งท่าทางเหล่านี้ให้ผลทางความรู้สึกต่อการสั่นไหวไม่เหมือนกัน

Griffin (2007) ได้ทำการศึกษาทบทวนมาตรฐาน ISO 2631-1:1997 และ BS 6841:1987 ที่เกี่ยวข้องกับวิธีการตรวจวัด ประเมินผลและการหาค่าการสั่นไหวของร่างกายที่ส่งผลกระทบต่อความรู้สึกไม่สะดวกสบายของผู้ขับขี่และผู้โดยสารรถยนต์ โดยการพิจารณาถึงความแตกต่างของขนาด ความถี่ ทิศทางและระยะเวลาการสั่นสะเทือน พบว่าทั้งสองมาตรฐานมีความคล้ายคลึงกันของหลักการข้อกำหนดการทำนายผลการสั่นสะเทือนที่มีต่อความรู้สึกสะดวกสบายในท่าหนึ่งของผู้โดยสารรถยนต์โดยสาร อันที่จริงแล้วมาตรฐาน ISO 2631-1:1997 มีรากฐานมาจากมาตรฐาน BS 6841:1987 แต่ยุ่งยากต่อความเข้าใจมากกว่า อย่างไรก็ตามการตรวจวัดและประเมินผลการสั่นสะเทือนที่ก่อให้เกิดความรู้สึกไม่สะดวกสบายโดยทั่วไปแล้วมักจะมีอาการคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นเสมอ เพราะนอกเหนือจากการเคลื่อนที่ที่เป็นปัจจัยหลักในการตรวจวัดแล้วอาจจะมีปัจจัยอย่างอื่น เช่น เสียง หรือความไม่สะดวกสบายของที่นั่ง เป็นต้น ปัจจัยเหล่านี้สามารถส่งผลกระทบต่อความถูกต้องแม่นยำในการตรวจวัดและประเมินผลได้

Bonin และคณะ (2007) ได้ทำการศึกษาการสั่นสะเทือนที่ส่งผลกระทบต่อความรู้สึกสะดวกสบายและคุณภาพในการขับขี่ของผู้ใช้รถยนต์อันมีสาเหตุมาจากการขับขึ้นสภาพพื้นผิวการจราจรจริงที่มีความขรุขระด้วยการใช้มาตรฐาน ISO 2631-1:1997 ในการตรวจวัดและประเมินผล โดยทำการติดตั้งอุปกรณ์ที่เรียกว่า Seat Pad Accelerometer เข้าไปที่เบาะนั่ง

(บริเวณที่ร่อนนั่งหรือที่พักหลัง) ของผู้โดยสารเพื่อตรวจวัดสัญญาณด้วยการใช้ความเร็วคงที่ที่แตกต่างกันทั้งหมด 8 ค่าของรถยนต์โดยสาร ซึ่งวิ่งในระยะทางที่กำหนดบนพื้นผิวถนนชนิดเดียวกันและได้แบ่งกลุ่มการเก็บข้อมูลออกเป็น 4 กลุ่มหลัก คือ กลุ่มแรกไม่มีผู้โดยสารและใช้ระยะทาง 100 เมตร ส่วนกลุ่มที่เหลือจะมีผู้โดยสารและใช้ระยะทาง 100 เมตร ( 2 กลุ่ม) 185 เมตร (1 กลุ่ม) ตามลำดับ ข้อมูลทั้งหมดที่ตรวจวัดได้จะถูกนำไปประเมินผลด้วยการใช้แบบจำลองรถยนต์โดยสารชนิดที่มีระดับชั้นความเสี่ร่เท่ากับแปด เพื่อหาระดับชั้นของการสั่นไหวของร่างกายพบว่าสภาพความขรุขระของพื้นผิวถนนทำให้เกิดความรู้สึกไม่สะดวกสบายจนส่งผลให้คุณภาพของการขับขี่ลดลง นอกจากนี้ ยังก่อให้เกิดความเสียหายต่อผิวถนนและรถยนต์เพิ่มมากขึ้น เนื่องจากการมีปฏิกิริยาต่อกันระหว่างรถยนต์และถนนจนทำให้เกิดแรงพลวัตขึ้น อย่างไรก็ตามการประเมินผลอาจให้ระดับชั้นของความรู้สึกต่อการสั่นสะเทือนแตกต่างกับความรู้สึกจริงๆของผู้ใช้โดยสาร เพราะอาจจะมีการสั่นสะเทือนภายในรถยนต์ส่งผ่านไปยังผู้ใช้โดยสารโดยตรงในส่วนต่างๆ ของร่างกายที่ไม่ได้สัมผัสกับอุปกรณ์ตรวจวัดสัญญาณตรงตำแหน่งที่ติดตั้งไว้

ธนวรรธน์ โสภณมหาผล (2010) ได้ทำการเก็บสัญญาณข้อมูลการเคลื่อนที่จริงตามแนวโค้งของฐานรองรับคานในภาคสนามของสะพานข้ามทางแยกพระราม 9 บริเวณแยก อ.ส.ม.ท. ในเขตกรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นสะพานช่วงเดี่ยวน้ำตัดเหล็กประกอบรองรับแผ่นพื้นคอนกรีต โดยการเคลื่อนที่นี้มีผลมาจากการสั่นของคานขวางภายใต้การเคลื่อนที่ของรถบรรทุกผ่านสะพานด้วยความเร็ว 5, 30 และ 60 km/hr และสัญญาณข้อมูลจากการเคลื่อนที่ผ่านของยานพาหนะจากสภาพการจราจรที่เกิดขึ้นจริง ทั้งนี้สัญญาณข้อมูลที่ได้จะถูกนำไปวิเคราะห์เพื่อหาค่าคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของโครงสร้างสะพานและถูกใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าผลตอบสนองการสั่นสะเทือนในรูปแบบความเร่งสูงสุดของรถยนต์ที่จอดติดอยู่บนสะพานที่ตำแหน่งต่างๆ บนสะพาน ซึ่งค่าความเร่งสูงสุดที่ได้นี้ผู้วิจัยได้นำไปเปรียบเทียบกับมาตรฐานสากล ISO 2631-1:1997 เพื่อประเมินผลกระทบของการสั่นสะเทือนที่ส่งผลโดยตรงต่อผู้ใช้รถยนต์ ผลการศึกษาพบว่าผู้ใช้รถยนต์สามารถรับรู้ได้ถึงการสั่นไหวของสะพานและมีความเป็นไปได้ที่จะส่งผลกระทบต่อความรู้สึกสะดวกสบาย แต่ผลกระทบต่อสุขภาพจะมีแนวโน้มที่ค่อนข้างต่ำ

### 1.2.2 ผลกระทบจากการสั่นไหวของสะพานที่เกิดขึ้นกับยานพาหนะที่วิ่งผ่าน

Moghimิ และ Ronagh (2008) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการสั่นไหวของสะพานช่วงเดี่ยวน้ำตัดประกอบรับแรงร่วมระหว่างคานเหล็กรูปหน้าตัดตัวไอและแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กที่มียานพาหนะวิ่งผ่านบนสะพาน ซึ่งจะพิจารณาถึงปัจจัยหลายอย่าง ได้แก่ ความเร็ว คุณสมบัติ



ของวัสดุที่ใช้เป็นฐานรองคานสะพาน อัตราส่วนความลึกของคานเหล็กต่อความยาว ประเภทของ ยานพาหนะ ความต่อเนื่องของแผ่นพื้นคอนกรีต และการกระโดดของยานพาหนะเนื่องจากความ ขรุขระของพื้นผิวถนนด้วยการใช้แบบจำลองไฟไนเอลลิเมนต์ 3 มิติในการวิเคราะห์ผลตอบสนอง ทางพลศาสตร์ ผลจากการวิเคราะห์จะถูกนำเสนอในรูปแบบของกราฟความรู้สึกได้ต่อการสั่นไหว ของมนุษย์ผ่านทางความเร่งที่เปลี่ยนแปลงตามช่วงความถี่ต่างๆ ทั้งนี้มาตรฐาน ISO ได้แนะนำ ช่วงความถี่ที่มนุษย์สามารถรู้สึกได้ต่อการสั่นสะเทือนในแนวราบอยู่ระหว่าง 0 ถึง 2 Hz และการ สั่นสะเทือนในแนวตั้งอยู่ระหว่าง 4 ถึง 8 Hz ผลจากงานวิจัยนี้ พบว่าความเร็วของยานพาหนะเป็น ปัจจัยหลักที่ส่งผลต่อการสั่นไหวของสะพาน กล่าวคือ เมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นจะทำให้ผลตอบสนอง ของความเร่งเพิ่มขึ้นตามไปด้วย อีกทั้งยังส่งผลให้การกระโดดของยานพาหนะเพิ่มมากขึ้นและที่ บริเวณตำแหน่งใกล้ฐานรองจะเกิดการสั่นไหวมากกว่าตรงกลางช่วงคาน ถ้าค่าสติเฟเนสของวัสดุที่ ใช้เป็นฐานรองมีค่าน้อยซึ่งจะทำให้เกิดการยึดตัวสูง สำหรับการเพิ่มค่าอัตราส่วนความลึกของคาน ต่อความยาวจะทำให้ค่าสติเฟเนสของสะพานเพิ่มมากขึ้น ดังนั้น การสั่นไหวจะเกิดน้อยลง ใน ทำนองเดียวกัน หากยานพาหนะมีน้ำหนักบรรทุกน้อยกว่า 10 เปอร์เซ็นต์ของน้ำหนักสะพาน การ สั่นไหวจะไม่เกิดขึ้นมากนัก นอกจากนี้ การลดจำนวนรอยต่อที่แยกขาดจากกัน (Expansion joint) ของแผ่นพื้นคอนกรีตจะช่วยลดการสั่นไหวลงได้ และจากผลสรุปต่างๆ เหล่านี้ ทางผู้วิจัยและ คณะได้มีข้อเสนอแนะให้ใช้ค่าอัตราส่วนความลึกของคานต่อความยาวไม่เกินกว่า 1/20 ค่าการแอ่น ตัวสูงสุดของสะพานบนตำแหน่งใดๆ ภายใต้การกระทำของน้ำหนักแบบสถิต 100 กิโลนิวตัน ไม่ ควรมากกว่า 6 มิลลิเมตร ซึ่งค่าการแอ่นตัวนี้อยู่บนพื้นฐานของยานพาหนะที่มีน้ำหนักปกติ (ไม่ รวมถึงรถบรรทุกหนัก) วิ่งผ่านสะพานบนสภาพพื้นผิวที่ดีไม่มีความขรุขระ

### 1.2.3 การใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว (Single tuned mass damper: STMD) เพื่อลด การสั่นไหว

การใช้มวลหน่วงปรับค่าเป็นอุปกรณ์ชนิดหนึ่งที่ถูกนำมาใช้เพื่อลดการสั่นไหวของ โครงสร้างประกอบด้วย มวล (Auxiliary mass) สปริง (Spring) ตัวหน่วง (Viscous damper) ติดตั้งเข้ากับโครงสร้างหลัก (Main structure) แล้วทำการปรับจูนค่าความถี่ ทั้งนี้หากปรับจูน ค่าความถี่ให้มีความเหมาะสมแล้ว จะสามารถดูดซับหรือสลายพลังงานจากโครงสร้างหลักได้เป็น อย่างดีจนส่งผลให้ขนาดการสั่นไหวลดลง

Warburton และ Ayorinde (1980) ได้ทำการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม (Optimum parameters) ของมวลหน่วงปรับค่าเพื่อลดผลการสั่นไหวของโครงสร้างหลัก ประกอบด้วย อัตราส่วนปรับค่าความถี่ (Tuning ratio:  $\alpha$ ) อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า (TMD's damping ratio:  $\zeta_d$ ) และค่าสัมประสิทธิ์ปรับขยายผลตอบสนองทางพลศาสตร์ (Dynamic magnification factor:  $DMF$ ) โดยได้ทำการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเข้ากับโครงสร้างหลักที่มีความหน่วงต่ำ (Light damped main structure) ได้แก่ คานช่วงเดียว แผ่นเหล็ก และ โครงสร้างแผ่นเปลือกบางรูปทรงกระบอก (Cylindrical shell) ซึ่งจะพิจารณาเฉพาะโหมดพื้นฐาน (Fundamental mode) เท่านั้นและใช้แรงกระตุ้นแบบฮาร์มอนิก (Harmonic excitation) กระทบต่อโครงสร้างหลัก การวิเคราะห์จะใช้วิธีการเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ได้จากสูตรแบบปิด (Closed-form formulae) ของระบบอย่างง่ายประกอบด้วย โครงสร้างหลักที่ไม่มีความหน่วง (Undamped main structure) และมวลหน่วงปรับค่า จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมเทียบกับค่าอัตราส่วนของมวล (Mass ratio:  $\mu$ ) จากสูตรแบบปิดหรือเรียกว่ากราฟมาตรฐาน จะให้ผลใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ได้มาจากวิธีการเชิงตัวเลขของมวลหน่วงปรับค่าที่ติดเข้ากับคานและแผ่นเหล็ก ในทางตรงกันข้าม กรณีของมวลหน่วงปรับค่าที่ติดเข้ากับโครงสร้างแผ่นเปลือกบางซึ่งมีค่าความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดใกล้เคียงกันมาก (Closely spaced frequency) ซึ่งค่าอัตราส่วนของความถี่ธรรมชาติของโหมดที่ 2 ต่อโหมดที่ 1 มีค่าน้อยกว่าสอง จะให้ค่าที่เบี่ยงเบนออกจากเส้นกราฟมาตรฐานมาก ดังนั้นทางผู้วิจัยได้ให้ข้อสรุปว่า สามารถใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากเส้นกราฟมาตรฐาน ซึ่งให้ความแม่นยำเพียงพอในการออกแบบมวลหน่วงปรับค่าที่ติดเข้ากับคานและแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์มอนิก แต่จะมีความคลาดเคลื่อนหากนำไปประยุกต์กับโครงสร้างแผ่นเปลือกบาง

Warburton (1981) ได้ทำการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าที่ติดเข้ากับระบบที่มีการรวมมวล (Lumped mass) สำหรับโครงสร้างหลักที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับสอง (2-DOF main structure) ไม่มีความหน่วงเพื่อลดผลการสั่นไหวภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์มอนิกที่กระทบต่อโครงสร้างหลักที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่ง (มวลก้อนเดียว) ด้วยการแปลงมวลของโครงสร้างหลักไปเป็นมวลประสิทธิผล (Effective mass) เทียบเท่าในระบบอย่างง่ายที่มีโครงสร้างหลักที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่ง (1-DOF main structure) ไม่มีความหน่วงทำงานร่วมกับมวลหน่วงปรับค่า หลังจากนั้นค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมเทียบเท่าจะหาได้จากสูตร

แบบปิด และสามารถสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมเทียบเท่าเทียบกับค่าอัตราส่วนของมวลประสิทธิผล (Effective mass ratio:  $\mu_{eff}$ ) จากสูตรแบบปิดเช่นเดียวกับงานของ Warburton และ Ayorinde (1980) ที่กล่าวไว้ข้างต้น ทั้งนี้จะพิจารณาช่วงความถี่ของแรงกระตุ้นแบ่งออกเป็นช่วงความถี่แคบ (Narrow frequency band) และช่วงความถี่กว้าง (Broad frequency band) จากผลของข้อมูลทั้งหมดทางผู้วิจัยให้ข้อสรุปว่า การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าของโครงสร้างหลักระบบ 2-DOF ไม่มีความหน่วงภายใต้แรงกระทำแบบฮาร์โมนิกสามารถใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ได้จากสูตรแบบปิดด้วยการใช้มวลประสิทธิผลเทียบเท่า แต่ค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างหลักทั้งสองโหมดจะต้องมีความแตกต่างกันมากพอจึงจะทำให้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ อยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้

Warburton (1982) ได้วิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าและผลตอบสนองของโครงสร้างที่มีและไม่มี ความหน่วง ซึ่งมีระดับขั้นความถี่เท่ากับหนึ่งภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกและไร้รูปแบบ (Random excitation) ประเภท White noise โดยที่แรงกระตุ้นเหล่านี้แบ่งเป็นแรงกระทำที่โครงสร้างและกระทำที่ฐานของโครงสร้างเนื่องจากการเคลื่อนที่และความเร่ง ในกรณีแรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมต่างๆ สามารถทำได้ด้วยการ minimize ค่าผลตอบสนองมากที่สุดของโครงสร้างให้มีค่าน้อยที่สุดซึ่งมีเงื่อนไขคือ  $\partial R_j / \partial \alpha = 0$  และ  $\partial R_j / \partial \zeta_d = 0$  และในกรณีแรงกระตุ้นที่ไร้รูปแบบจะ minimize ค่าการแปรผันของผลตอบสนอง (Variance of response:  $\sigma^2$ ) หรือ Mean square ของโครงสร้างให้มีค่าน้อยที่สุดซึ่งมีเงื่อนไขคือ  $\partial \sigma^2 / \partial \alpha = 0$  และ  $\partial \sigma^2 / \partial \zeta_d = 0$  ทั้งนี้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมต่างๆ จะแสดงในรูปของสูตรแบบปิดและอยู่ในเทอมของอัตราส่วนมวล ( $\mu$ ) สำหรับโครงสร้างไม่มีความหน่วง แต่สำหรับกรณีโครงสร้างมีความหน่วงไม่สามารถทำให้อยู่ในรูปของสูตรแบบปิดได้ เพราะฉะนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการเชิงตัวเลขเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม

Fujino และ Abe (1993) ได้พัฒนาและเสนอสูตร Empirical formulas ด้วยการใช่วิธี Perturbation technique ที่มีรากฐานมากจากการวิเคราะห์ตามทฤษฎีภายใต้ข้อสมมุติฐานของอัตราส่วนมวลที่น้อย นั่นคือ  $\mu < 0.02$  สำหรับใช้ในการออกแบบค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวติดเข้ากับโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วงภายใต้แรงกระตุ้นหลายรูปแบบ คือ แรงกระตุ้นไร้รูปแบบประเภท White noise แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก และ Self-excitation อีกทั้งยังรวมถึงกรณีการสั่นแบบอิสระด้วย ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ minimize ค่าขนาดของ

ผลตอบสนองการสั่นให้มีค่าน้อยที่สุดเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องซึ่งประกอบด้วย อัตราส่วนมวล อัตราส่วนปรับจูนความถี่ อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าและโครงสร้างหลัก และ อัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่า (Equivalent damping) ซึ่งเปรียบเสมือนความหน่วงที่เพิ่มเข้าไปในโครงสร้าง สูตรที่พัฒนาขึ้นนี้ได้ถูกนำไปเปรียบเทียบกับสูตรแบบปิดซึ่งได้จากการวิเคราะห์ตามทฤษฎี ทางผู้วิจัยพบว่า ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากสูตรทั้งสองมีความใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นสูตรที่พัฒนาขึ้นนี้จึงมีความน่าเชื่อถือและสามารถใช้ได้กับโครงสร้างที่มีความหน่วงน้อยกว่า 0.02

Tsai และ Lin (1993) ได้นำเสนอวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าซึ่งติดเข้ากับโครงสร้างหลักที่มีความหน่วงเพื่อลดผลการสั่นไหวภายใต้แรงกระตุ้นที่ฐานของโครงสร้างหลักแบบฮาร์โมนิค จนทำให้เกิดการเคลื่อนที่แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กระตุ้นด้วยระยะเคลื่อน (Fixed-displacement amplitude) และกระตุ้นด้วยความเร่ง (Fixed-acceleration amplitude) ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ได้จากการวิเคราะห์ ได้แก่ อัตราส่วนของมวล อัตราส่วนปรับค่าความถี่ อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า อัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างหลักและสัมประสิทธิ์ปรับขยายผลตอบสนองทางพลศาสตร์ จะถูกนำไปสร้างกราฟความสัมพันธ์เทียบกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนมวลซึ่งทำให้สามารถสร้างสูตรแบบชัดแจ้ง (Explicit formulae) สำหรับหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของอัตราส่วนปรับค่าความถี่ และ อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าจากแรงกระตุ้นทั้งสองกรณี โดยที่ความสัมพันธ์จะอยู่ในเทอมของอัตราส่วนมวลและอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างหลัก แต่สูตรที่สร้างขึ้นนี้จะใช้ได้สำหรับค่าอัตราส่วนมวลไม่มากกว่า 0.2 และค่าอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างหลักจะต้องน้อยกว่า 0.15 อย่างไรก็ตาม วิธีการที่นำเสนอนี้สามารถใช้สร้างสูตรเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับระบบที่มีค่าอัตราส่วนมวลและอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างหลักนอกเหนือจากช่วงดังกล่าว จากค่าพารามิเตอร์ที่ได้ยังพบอีกว่า ค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่จะมีอิทธิพลต่อผลตอบสนองการสั่นไหวมากกว่าค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า โดยเฉพาะในกรณีของแรงกระตุ้นที่ฐานด้วยความเร่ง นอกจากนี้ ประสิทธิภาพในการลดความสั่นไหวของมวลหน่วงปรับค่าจะลดลง เมื่อใช้กับโครงสร้างหลักที่มีค่าความหน่วงมาก อย่างไรก็ตามค่าผลตอบสนองต่อการสั่นไหวโดยการใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากสูตรที่นำเสนอเปรียบเทียบกับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากสูตรสำหรับโครงสร้างหลักที่ไม่มีความหน่วงจะให้ค่าไม่แตกต่างกันมาก



Lin และคณะ (1994) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าที่ติดเข้ากับโครงสร้างหลักที่มีความหน่วงเพื่อลดผลการสั่นที่เกิดขึ้นด้วยการใช้แบบจำลองการรวมมวลที่มีระดับขึ้นความถี่เท่ากับสองภายใต้แรงกระทำที่ไร้รูปแบบประเภท White noise excitation โดยแรงที่ใช้ในการศึกษานี้กำหนดให้เป็นแรงลมกระทำที่โครงสร้างหลักและแรงแผ่นดินไหวกระทำที่ฐานของโครงสร้างหลักด้วยการทำให้ได้ค่าน้อยที่สุด (Minimize) ของค่า Mean square ratios ของการขจัดเนื่องจากแรงลม ( $R_{dW}$ ) และแผ่นดินไหว ( $R_{dE}$ ) และความเร่งเนื่องจากแรงแผ่นดินไหว ( $R_{aE}$ ) ซึ่งเป็นฟังก์ชันเป้าหมายของโครงสร้างหลักที่มีและไม่มีมวลหน่วงปรับค่าเพื่อหาค่าอัตราส่วนมวลที่เหมาะสม อัตราส่วนปรับค่าความถี่และอัตราส่วนความหน่วงที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า โดยที่ค่าฟังก์ชันเป้าหมายเหล่านี้จะอยู่ในเทอมของค่าพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้ ได้แก่ ค่าอัตราส่วนมวล ( $\mu$ ) ค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ ( $\alpha$ ) ค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า ( $\zeta_d$ ) และของโครงสร้างหลัก ( $\zeta_s$ ) จากการศึกษาพบว่าโครงสร้างที่มีความถี่ธรรมชาติพื้นฐานต่ำกว่าความถี่แรงกระตุ้นจากแรงลมและแผ่นดินไหวซึ่งจะต้องเป็นโครงสร้างประเภทอาคารหรือหอสู่ที่ตั้งอยู่บนดินแข็งจะมีความเหมาะสมในการใช้งานมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวเพื่อลดผลของการสั่นไหวได้ภายใต้การจำลองแรงกระทำเป็นประเภท White noise excitation และทางผู้วิจัยยังพบอีกว่า มวลหน่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพที่ดีในการลดผลตอบสนองการสั่นของโครงสร้างที่มีค่าความหน่วงน้อย (Lightly damped structure) และมวลหน่วงปรับค่าจะลดผลตอบสนองการสั่นของค่า  $R_{dW}$  เนื่องจากแรงลมได้มากกว่าค่า  $R_{dE}$  เนื่องจากแรงแผ่นดินไหว นอกเหนือจากนี้ ทางผู้วิจัยได้เสนอสูตรเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าซึ่งเมื่อนำค่าเหล่านี้ไปออกแบบมวลหน่วงปรับค่าจะสามารถช่วยลดผลตอบสนองการกระจัดและความเร่งของโครงสร้างภายใต้แรงแผ่นดินไหว El Centro ได้เป็นอย่างดี

Rana และ Soong (1998) ได้ทำการศึกษาพารามิเตอร์ต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อสมรรถนะของมวลหน่วงปรับค่าที่ติดเข้ากับโครงสร้างหลักทั้งที่มีและไม่มีมวลหน่วงซึ่งเป็นระบบที่มีระดับขึ้นความถี่เท่ากับสองภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกกระทำที่โครงสร้างและฐานของโครงสร้างรวมถึงแรงแผ่นดินไหว El Centro กระทำที่ฐานของโครงสร้างด้วย ทั้งนี้เพื่อทำให้เกิดความเข้าใจพฤติกรรมของมวลหน่วงปรับค่ามากขึ้น จากผลการวิเคราะห์ทางผู้วิจัยชี้ให้เห็นว่า สำหรับกรณีของแรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก เมื่อค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ออกแบบมวลหน่วงปรับค่าเบี่ยงเบนไปจากค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม (อัตราส่วนปรับค่าความถี่และอัตราส่วนความหน่วง) หรือเรียกว่า



Detuning จะส่งผลทำให้ผลตอบสนองของการสั่นที่สภาวะคงที่สูงขึ้น โดยที่การเบี่ยงเบนของค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่จะมีผลกระทบต่อผลตอบสนองของการสั่นมากกว่าการเบี่ยงเบนของค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า อย่างไรก็ตาม ผลกระทบของ Detuning จะลดลงเมื่อใช้ค่าอัตราส่วนมวลเพิ่มมากขึ้นหรือใช้มวลหน่วงปรับค่ากับโครงสร้างที่มีความหน่วงสูง และสำหรับกรณีของแรงแผ่นดินไหวซึ่งจากผลการวิเคราะห์ของ Time-history analysis ผู้วิจัยพบว่ามวลหน่วงปรับค่าจะลดผลตอบสนองของการสั่นของโครงสร้างที่มีความหน่วงมากได้น้อย อีกทั้งยังสามารถใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากสูตรแบบปิด (Closed-form formulae) ที่ได้ด้วยการวิเคราะห์ทางทฤษฎีสำหรับโครงสร้างไม่มีความหน่วงภายใต้แรงกระตุ้นพื้นฐานแบบฮาร์โมนิคไปออกแบบมวลหน่วงปรับค่าในการลดผลตอบสนองของการสั่นของโครงสร้างภายใต้แรงแผ่นดินไหวได้นอกจากนี้แล้วทางผู้วิจัยได้เสนอแนวทางการออกแบบมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวกับโครงสร้างที่มีระดับชั้นความเสรีมากกว่าหนึ่ง (MDOF structure) โดยที่โครงสร้างจะมีโหมดการสั่นอยู่หนึ่งโหมดที่มีอิทธิพลมากกว่าโหมดอื่นๆ ซึ่งสามารถพิจารณาเปรียบเสมือนโครงสร้างที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งได้โดยการวิเคราะห์เชิงโหมด

#### 1.2.4 การใช้มวลหน่วงปรับค่ามากกว่าหนึ่งชุด (Multiple tuned mass damper: MTMD) เพื่อลดการสั่นไหว

มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวจะมีประสิทธิภาพในการควบคุมการสั่นได้ดีสำหรับโครงสร้างที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งและโครงสร้างที่มีระดับชั้นความเสรีมากกว่าหนึ่งซึ่งมีความถี่ธรรมชาติในโหมดพื้นฐานแตกต่างจากโหมดที่สองมาก จึงทำให้สามารถเทียบเท่าเป็นโครงสร้างที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งได้ ทั้งนี้ความถี่แรงกระตุ้นจะต้องอยู่ในช่วงแคบและมีค่าใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง ในทางตรงกันข้าม ถ้าความถี่แรงกระตุ้นมีช่วงกว้างและ/หรือโครงสร้างมีความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดการสั่นใกล้เคียงกันแล้ว อิทธิพลของโหมดการสั่นที่สูงจะส่งผลต่อผลตอบสนองของการสั่นของโครงสร้างทำให้ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวลดลง ดังนั้น ในการกำจัดข้อด้อยเหล่านี้จึงได้มีการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของระบบโครงสร้างที่ใช้มวลหน่วงปรับค่าหลายชุดเพื่อลดผลการสั่นและผลของ Detuning ในช่วงเวลาต่อมา

Xu และ Igusa (1992) ได้ศึกษาลักษณะพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดติดเข้ากับโครงสร้างหลักซึ่งเป็นระบบที่มีระดับชั้นความเสรีมากกว่าหนึ่งภายใต้แรง

กระตุ้นแบบฮาร์โมนิกกระทำต่อโครงสร้าง โดยที่คุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดที่ใช้จะกำหนดให้มีค่าสตีเฟนเนสของบริงและสัมประสิทธิ์ความหน่วงเท่ากันทุกชุด อีกทั้งค่าความถี่ปรับจูนจะมีค่าใกล้เคียงกันมากโดยมีค่าแตกต่างของความถี่เท่ากัน (Equally spaced frequency) ในช่วงความถี่ใช้งาน (Span of natural frequency) นอกจากนี้ยังกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของความถี่ปรับจูนมีค่าเท่ากับค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างหลักด้วย แต่มวลของมวลหน่วงปรับค่าแต่ละชุดจะไม่เท่ากัน โดยผลเฉลยสำหรับผลตอบสนองของโครงสร้างหลักของระบบนี้จะถูกทำให้ง่ายลงเป็นค่าโดยประมาณภายใต้เงื่อนไขคือ ความถี่ปรับจูนของมวลหน่วงปรับค่าแต่ละชุดจะต้องมีค่าใกล้เคียงกันมากและมีค่าแตกต่างของความถี่น้อยมากเช่นกัน โดยค่าผลตอบสนองของโครงสร้างนี้สามารถเทียบเท่ากับระบบที่มีเฉพาะโครงสร้างหลักที่ไม่ติดมวลหน่วงปรับค่าเพียงแต่ในเทอมของอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างหลักจะมีอัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่า (Equivalent damping) เพิ่มเติมเข้ามา กล่าวคือ มวลหน่วงปรับค่าจะช่วยเพิ่มความหน่วงให้กับโครงสร้างหลักส่งผลให้การสลายพลังงานของระบบได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งอัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่านี้จะแปรผันโดยตรงกับมวลของมวลหน่วงปรับค่า และแปรผกผันกับค่าแตกต่างของความถี่ นอกจากนี้ค่าอัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่าจะไม่ขึ้นกับค่าความถี่แรงกระตุ้นภายใต้เงื่อนไขของความถี่ใช้งานต้องกว้างกว่าผลต่างระหว่างความถี่แรงกระตุ้นกับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างหลักมาก และยังไม่ขึ้นกับอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าโดยที่ค่าอัตราส่วนความหน่วงนี้จะต้องมีค่าน้อยมาก ทางผู้วิจัยได้นำระบบดังกล่าวข้างต้นไปเปรียบเทียบกับระบบอย่างง่ายซึ่งมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับสองที่มีมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวติดเข้ากับโครงสร้างหลัก โดยที่มวลรวมทั้งหมดของทั้งสองระบบนี้จะมีค่าเท่ากันภายใต้แรงกระทำเนื่องจากความเร่งที่ฐานแบบ White noise base acceleration ซึ่งผู้วิจัยชี้ให้เห็นว่า ผลตอบสนองของโครงสร้างที่ติดมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวและมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดมีค่าไม่แตกต่างกันมากเมื่อค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่ามีค่ามากพอ ในทางตรงกันข้าม เมื่อค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่ามีค่าน้อยมากจะส่งผลให้มวลหน่วงปรับค่าหลายชุดมีประสิทธิภาพในการลดผลตอบสนองการสั่นของโครงสร้างได้มากกว่ามวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว ในความเป็นจริงแล้วการที่จะทำห้มวลหน่วงปรับค่ามีค่าความหน่วงน้อยๆ นั้นเป็นไปได้ยากมาก แต่ในทางปฏิบัติสามารถทำได้โดยใช้ Liquid tuned damper (LTD) แทนมวลหน่วงปรับค่า

Yamaguchi และ Hampornchai (1993) ได้ศึกษาสมรรถนะของมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดที่ใช้เพื่อลดผลการสั่นของโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วง โดยที่มวลและอัตราส่วน

ความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าถูกกำหนดให้เท่ากันทุกชุด อีกทั้งใช้ความถี่ปรับค่าของมวลหน่วงปรับค่าชุดที่อยู่ตำแหน่งตรงกลางมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างหลักและมีค่าแตกต่างของความถี่เท่ากันตลอดช่วงความถี่ใช้งาน แต่ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงและสติเฟเนสจะไม่เท่ากันในแต่ละชุดภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกที่มีความถี่ค่าหนึ่งกระทำต่อโครงสร้างหลัก จากการศึกษาทางผู้วิจัยพบว่า ค่าพารามิเตอร์หลักที่มีอิทธิพลต่อประสิทธิภาพสำหรับลดการสั่นในโครงสร้างหลักของมวลหน่วงปรับค่าประกอบด้วย ช่วงความถี่ใช้งาน (Frequency range) อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า และจำนวนชุดของมวลหน่วงปรับค่าที่ใช้ ซึ่งแต่ละพารามิเตอร์หากมีค่าที่เหมาะสมแล้วจะทำให้ผลตอบแทนของโครงสร้างลดลงได้อย่างมากและมีช่วงความถี่ใช้งานกว้างขึ้น อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยให้คำแนะนำสำหรับการออกแบบมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดว่า จำนวนที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าที่จะทำให้เกิดประสิทธิภาพที่ดีนั้นจะต้องขึ้นกับช่วงความถี่ใช้งานและอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าซึ่งจะต้องพิจารณาควบคู่กันไปด้วย กรณีที่ 1 ใช้จำนวนของมวลหน่วงปรับค่าน้อยหรือมีค่าแตกต่างของความถี่มากร่วมกับค่าอัตราส่วนความหน่วงมาก กรณีที่ 2 ใช้จำนวนของมวลหน่วงปรับค่ามากหรือมีค่าแตกต่างของความถี่น้อยและใช้ค่าอัตราส่วนความหน่วงน้อย โดยที่ทั้งสองกรณีนี้มีช่วงความถี่ใช้งานเหมือนกัน ซึ่งค่านี้จะเป็นพารามิเตอร์หลักที่มีอิทธิพลต่อผลตอบแทนของการสั่นของโครงสร้างหลัก นอกจากนี้แล้วทางผู้วิจัยยังได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพและความสามารถใช้งานที่ยังน่าเชื่อถือได้ของมวลหน่วงปรับค่าเมื่อคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของระบบเปลี่ยนไปหรือเกิด Detuning ซึ่งเรียกว่า Robustness ระหว่างมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดกับมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว พบว่า เมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดจะมีประสิทธิภาพสำหรับลดผลการสั่นได้ดีกว่า แต่จะมีคุณสมบัติด้าน Robustness น้อยกว่ามวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว (เฉพาะในการศึกษาเท่านั้น) แต่อย่างไรก็ตามสามารถเพิ่มคุณสมบัติ Robustness ให้ดีกว่ามวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวได้โดยการเพิ่มช่วงความถี่ใช้งานมากกว่าค่าที่เหมาะสมขึ้นอีกเล็กน้อยซึ่งจะส่งผลให้ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าลดลงไปไม่มากนัก

Abe และ Igusa (1995) ได้นำมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว (TMD) และมวลหน่วงปรับค่าหลายชุด (MTMD) ไปติดกับโครงสร้างที่มีทั้งแบบจำลองที่มีความต่อเนื่องซึ่งเป็นคานช่วงเดียวที่มีความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดการสั่นแตกต่างกันมากและคานช่วงเดียวที่มีส่วนยื่นและมีฐานรองรับข้างหนึ่งเป็นสปริงที่มีความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดใกล้เคียงกัน และแบบจำลองรวมมวลซึ่งมีมวลสองก้อน Couple กันอยู่โดยจำลองมาจากโครงสร้างจริง เช่น อาคารสองหลังเชื่อมด้วย

สะพานคนเดิน หรือ สะพานแขวน เป็นต้น ซึ่งมีความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดใกล้เคียงกัน ทั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบพฤติกรรมการสั่นของระบบโดยใช้วิธี Perturbation ในการวิเคราะห์ ผลตอบสนองภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกที่มีความถี่ในช่วงกว้างกระทำที่โครงสร้าง และใช้ ค่าพารามิเตอร์ของ TMD จากวิธีที่เสนอโดย Den Hartog ซึ่ง Warburton และ Ayorinde (1980) ได้กล่าวไว้ จากผลการศึกษาทางผู้วิจัยพบว่า ในกรณีของคานช่วงเดียวซึ่งมีแรงกระตุ้นกระทำที่ ตำแหน่งหนึ่งในสี่และกึ่งกลางคาน และติด TMD 1 ชุดที่ตำแหน่ง  $L/2$ , TMD 3 ชุดที่ตำแหน่ง  $L/6$ ,  $L/2$  และ  $5L/6$  และใช้ MTMD 3 ชุดซึ่งในแต่ละชุดจะประกอบด้วย TMD 7 ชุดที่ตำแหน่ง  $L/6$ ,  $L/2$  และ  $5L/6$  โดยที่อัตราส่วนมวลทั้งหมดของมวลห้วงปรับค่าในแต่ละกรณีจะเท่ากัน จากผล การศึกษาผู้วิจัยพบว่า ตำแหน่งของมวลห้วงปรับค่าและแรงกระตุ้นจะมีผลต่อผลตอบสนองการ สั่นซึ่งหากต้องการลดผลกระทบจากโหมดการสั่นที่สูงสามารถทำได้โดยการใช้จำนวนของมวล ห่วงปรับค่าเพิ่มมากขึ้นพร้อมทั้งจัดวางในตำแหน่งที่เหมาะสม และผลตอบสนองการสั่นสามารถ ทำให้ลดลงได้ด้วยการใช้ MTMD ซึ่งจะทำให้มีช่วงความถี่ใช้งานกว้างกว่ากรณีการใช้ TMD สำหรับกรณีของแบบจำลองรวมมวลซึ่งมีมวลสองก้อน Couple กันอยู่และมีแรงกระตุ้นกระทำที่ Main mass 1 ทั้งนี้ในกรณีที่ 1 ได้ติด TMD 1 ชุดเข้ากับ Main mass 1 โดยใช้อัตราส่วนมวล เท่ากับ 0.01 และ 0.02 กรณีที่ 2 ได้ติด MTMD 1 ชุดที่มีจำนวน 20 TMDs เข้ากับ Main mass 1 กรณีที่ 3 ได้ติด TMD 1 ชุดเข้ากับ Main mass 1 และ Main mass 2 โดยใช้อัตราส่วนมวลรวม ทั้งหมดเท่ากับ 0.01 และสำหรับกรณีที่ 4 ได้ติด MTMD 1 ชุดที่มีจำนวน 10 TMDs เข้ากับ Main mass 1 และ Main mass 2 ผลการศึกษาพบว่า กรณีที่ 1 และ 2 แม้จะมีการติดมวลห้วงปรับค่า เข้าไปที่โครงสร้างตรงตำแหน่งที่มีแรงกระตุ้นกระทำของระบบโครงสร้างที่ Couple กันอยู่ซึ่งมี ความถี่ธรรมชาติในแต่ละโหมดใกล้เคียงกันก็ไม่สามารถที่จะลดผลตอบสนองการสั่นได้มากนัก อย่างไรก็ตาม เมื่อทำการติด TMD และ MTMD เข้าไปที่ Main mass ทั้งสองตามกรณีที่ 3 และ 4 ก็จะสามารถลดการสั่นได้ดี โดยเฉพาะสำหรับกรณีที่ใช้ MTMD จะมีผลตอบสนองการสั่นที่ต่ำและ มีช่วงความถี่ใช้งานกว้างกว่ากรณีที่ใช้ TMD และสุดท้ายสำหรับกรณีของคานช่วงเดียวที่มีส่วนยื่น และมีฐานรองข้างหนึ่งเป็นสปริงซึ่งมีแรงกระตุ้นกระทำที่ตำแหน่ง  $L$  ซึ่งเป็นตำแหน่งปลายคานส่วน ยื่นและ  $0.471L$  ซึ่งอยู่ในช่วงความยาวคานช่วงเดียว และติด TMD 1 ชุดที่ตำแหน่ง  $L$ , TMD 2 ชุด ที่ตำแหน่ง  $L$  และ  $0.471L$  โดยที่อัตราส่วนมวลทั้งหมดของมวลห้วงปรับค่าในแต่ละกรณีจะ เท่ากัน ผู้วิจัยได้แบ่งการออกแบบเป็น 3 กรณีคือ กรณี A จะหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวล ห่วงปรับค่าโดยการ minimize หรือทำให้เกิดค่าน้อยสุดของผลตอบสนองสูงสุดของการสั่น ภายใต้แรงกระตุ้นที่ตำแหน่ง  $L$  กรณี B จะ minimize ผลตอบสนองสูงสุดของการสั่นภายใต้แรง



กระตุ้นที่ตำแหน่ง 0.471L กรณี C จะ minimize ผลตอบสนองสูงสุดของการสั่นด้วยการเทียบเท่าโครงสร้างคานาไปเป็นแบบจำลองของ Den Hartog จากการศึกษาผู้วิจัยพบว่า การใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวมากกว่าหนึ่งชุดและจัดวางในตำแหน่งที่เหมาะสมบนโครงสร้างสำหรับแบบจำลองที่มีความต่อเนื่องซึ่งมีความถี่ธรรมชาติใกล้เคียงกันจะมีประสิทธิภาพในการลดผลตอบสนองการสั่นของโครงสร้างและมีคุณสมบัติ Robustness ดีกว่าการใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวหนึ่งชุด

Joshi และ Jangid (1997) ได้ทำการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดที่ติดเข้ากับโครงสร้างหลักมีความหน่วงซึ่งมีระดับชั้นความเร็วเท่ากับหนึ่งภายใต้ความเร่งกระตุ้นที่ฐานที่ไร้รูปแบบประเภท White noise โดยกำหนดให้ค่าสถิติเพนและสัมประสิทธิ์ความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่ามีค่าเหมือนกันทุกชุด อีกทั้งใช้ความถี่เฉลี่ยของมวลหน่วงปรับค่าทุกชุดปรับจนให้ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างหลักและมีค่าแตกต่างของความถี่เท่ากันตลอดช่วงความถี่ใช้งาน ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าประกอบด้วย อัตราส่วนช่วงความถี่ใช้งานต่อค่าเฉลี่ยความถี่ของมวลหน่วงปรับค่าทุกชุด ( $\gamma_{opt}$ ) ค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ ( $\alpha_{opt}$ ) และค่าเฉลี่ยอัตราส่วนความหน่วง ( $\zeta_{d,opt}$ ) ซึ่งค่าเหล่านี้ได้ถูกหาโดยการทำให้ฟังก์ชันเป้าหมาย Root mean square (r.m.s.) ของการขจัดของโครงสร้างหลักมีค่าน้อยที่สุดด้วยวิธีการเชิงตัวเลข นอกจากนี้ยังได้หาค่าอัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่าที่เหมาะสม ( $\zeta_{eq}^{opt}$ ) ซึ่งแสดงถึงประสิทธิภาพในการเพิ่มความหน่วงให้กับโครงสร้าง ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ เหล่านี้ได้นำไปเปรียบเทียบกับระบบโครงสร้างที่มีมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวซึ่งมีมวลรวมของมวลหน่วงปรับค่าเท่ากันทั้งสองระบบ และจากผลการวิเคราะห์ทางผู้วิจัยพบว่า ค่า  $\zeta_{d,opt}$  มีค่าน้อยกว่าค่าอัตราส่วนความหน่วงที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว สำหรับค่า  $\gamma_{opt}$  จะมากกว่าหรือมีช่วงความถี่ใช้งานกว้างกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว และในกรณีของค่า  $\alpha_{opt}$  จะมากกว่ากรณีของการใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว สำหรับค่า  $\zeta_{eq}^{opt}$  ของมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดจะสูงกว่ากรณีของมวลหน่วงปรับค่าเพียงชุดเดียวหรืออีกนัยหนึ่ง ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าหลายชุดจะดีกว่ามวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวเมื่อใช้อัตราส่วนมวลเท่ากัน

Park และ Reed (2001) ได้ศึกษาสมรรถนะในด้านประสิทธิภาพและคุณสมบัติ Robustness อีกทั้งยังรวมถึงประสิทธิภาพในการทำงานได้ของ MTMD เมื่อมีมวลหน่วงปรับค่าบางตัวชำรุดเสียหายหรือใช้การไม่ได้ (Redundancy) โดยที่ MTMD ได้ถูกติดเข้ากับโครงสร้าง



หลักมีความหน่วงน้อย ( $\zeta_s = 0.01$ ) ซึ่งมีระดับขั้นความถี่เท่ากับหนึ่งภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกกระทำต่อโครงสร้างและแรงแผ่นดินไหว El Centro และ Imperial Valley ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 ใช้มวลของมวลหน่วงปรับค่าแต่ละชุดเท่ากันหรือกระจายอย่างสม่ำเสมอ (Uniformly distributed mass dampers: UDMRS) กรณีที่ 2 ใช้มวลของมวลหน่วงปรับค่ากระจายแบบเชิงเส้น (Linearly distributed mass dampers: LDMRS) ซึ่งมวลที่อยู่ตำแหน่งตรงกลางจะมีค่ามากที่สุด และได้มีการกำหนดให้ค่าอัตราส่วนมวลรวมทั้งหมดเท่ากับ 1% ค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าแต่ละชุดและค่าแตกต่างของความถี่มีค่าเท่ากันตลอดช่วงกว้างของความถี่ที่ใช้สำหรับทั้งสองกรณี อีกทั้งยังปรับค่าความถี่เฉลี่ยของ MTMD ให้มีค่าใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง วิธีการเชิงตัวเลขได้ถูกใช้เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าประกอบด้วย ช่วงกว้างของความถี่ที่ใช้ ( $FR_{opt}$ ) ค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่เฉลี่ย ( $\alpha_{opt}$ ) และค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า ( $\zeta_{d,opt}$ ) โดยมีผลตอบสนองการกระตุ้นสูงสุดเป็นฟังก์ชันเป้าหมาย จากผลการศึกษาผู้วิจัยพบว่า ในกรณี UDMRS จะให้ค่าผลตอบสนองที่ต่ำซึ่งมีประสิทธิภาพดีกว่ากรณี LDMRS และในเรื่องคุณสมบัติ Robustness ภายใต้สภาวะการเกิด Detuning ผู้วิจัยให้ข้อสรุปว่า กรณี LDMRS จะมีคุณสมบัติในด้านนี้ดีกว่ากรณี UDMRS เล็กน้อย และสามารถเพิ่มคุณสมบัติ Robustness ให้ดีขึ้นได้โดยการเพิ่มช่วงกว้างของความถี่  $FR$  แต่จะทำให้ผลตอบสนองการสั่นเพิ่มขึ้นเล็กน้อยซึ่งจะใกล้เคียงกับกรณีของ STMD และมีคุณสมบัติ Robustness ดีกว่า ในทางตรงกันข้าม UDMRS จะมีประสิทธิภาพในการทำงานได้ดีกว่า LDMRS เมื่อมีมวลหน่วงปรับค่าบางตัวชำรุดเสียหายหรือใช้การไม่ได้ (Redundancy) ในเรื่องสุดท้ายผู้วิจัยได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของ STMD และ MTMD ในการลดผลการสั่นของโครงสร้างภายใต้แรงแผ่นดินไหว El Centro และ Imperial Valley โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก พบว่า MTMD โดยเฉพาะเมื่อใช้จำนวน 21 ชุดจะมีประสิทธิภาพในการควบคุมการสั่นเนื่องจากแรงแผ่นดินไหวทั้งสองกรณีได้มากที่สุด

### 1.2.5 การใช้มวลหน่วงปรับค่าเพื่อลดการสั่นไหวของคาน

Lin และ Cho (1993) ได้ทำการวิเคราะห์เชิงพลศาสตร์เพื่อหาค่าผลตอบสนองของคานช่วงเดียวซึ่งพิจารณาเฉพาะโหมดพื้นฐานเท่านั้นและติดมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวที่กึ่งกลางคานภายใต้แรงกระทำแบบจุดมากกว่าหนึ่งชุดและแบบแผ่สม่ำเสมอเคลื่อนที่ผ่านตลอดช่วงความยาวคาน จากการวิเคราะห์ผู้วิจัยพบว่า สำหรับคานที่ไม่มีมวลหน่วงปรับค่าซึ่งถ้าให้ชุดของแรงกระทำ

แบบจุดจำนวนมากที่สุด 2 จุดที่มีอัตราส่วนระยะห่างต่อความยาวคาน  $d/L = 0.5$  เคลื่อนที่ผ่านบนคาน ผลตอบสนองของการขจัดที่กึ่งกลางคานมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง แต่เหตุการณ์นี้จะไม่เกิดขึ้นถ้าแรงกระทำแบบจุดหลายจุดที่มีความเร็วสูงเคลื่อนที่ผ่านบนช่วงความยาวคานจะทำให้เกิดแรงพลวัตแบบกระแทกน้อย สำหรับในกรณีของแรงกระทำแบบแผ่สม่ำเสมอเมื่อใช้ความเร็วไม่มาก ผลตอบสนองเชิงพลศาสตร์ที่กึ่งกลางคานจะคล้ายกับกรณีแรงกระทำแบบสถิตบนคานในทางกลับกัน เมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นจะทำให้ผลตอบสนองมีค่าเพิ่มขึ้นเช่นกัน อย่างไรก็ตาม ค่าผลตอบสนองที่กึ่งกลางคานจะเข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่งเมื่อระยะเวลาผ่านไปช่วงหนึ่งแม้ว่าความเร็วจะสูงขึ้นก็ตาม และเมื่อทำการติดมวลหน่วงปรับค่าซึ่งไม่คิดผลของความหน่วงจะทำให้สามารถลดผลการสั่นของคานภายใต้แรงกระทำแบบจุดที่กล่าวไว้ข้างต้นลงได้ สำหรับในกรณีของแรงกระทำแบบแผ่สม่ำเสมอเคลื่อนที่ผ่านคานเมื่อทำการติดมวลหน่วงปรับค่าโดยไม่คิดผลของความหน่วงจะทำให้ผลตอบสนองมีค่าลดลง แต่จะไม่ลดลงมากเหมือนกรณีของแรงกระทำแบบจุด นอกจากนี้แล้วทางผู้วิจัยพบว่า มวลหน่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดสำหรับลดการสั่นของคานภายใต้แรงกระทำแบบจุดเคลื่อนที่ผ่านคานมากกว่าแรงกระทำแบบแผ่สม่ำเสมอเคลื่อนที่ผ่านคาน

Chen และ Huang (2004) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของคานช่วงเดียวติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดี่ยวจำนวน 1, 3 และ 5 ชุด ตามลำดับ บนช่วงความยาวคานซึ่งมวลรวมทั้งหมดจะมีค่าเท่ากันสำหรับทุกชุดและมีการกระจายมวลสม่ำเสมอเพื่อลดผลการสั่นไหวภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิคกระทำที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานซึ่งเป็นแรงกระทำแบบจุด โดยไม่คำนึงถึงผลความหน่วงของคานและพิจารณาการรวมผลเฉพาะโหมดการสั่นพื้นฐานเท่านั้น ทั้งนี้สมการของการเคลื่อนที่จะถูกสร้างขึ้นจากระบบที่มีระดับชั้นความเสรีมากกว่าหนึ่งซึ่งใช้แบบจำลองที่มีความต่อเนื่องสำหรับคาน อย่างไรก็ตาม สมการของการเคลื่อนที่จะถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายของระบบที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับสองและใช้หลักการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม (Optimum parameters) ของมวลหน่วงปรับค่าด้วยวิธีที่เสนอโดย Den Hartog อยู่ในรูปของสูตรแบบปิด (Closed-form formulae) สำหรับโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วง โดยที่มวลหน่วงปรับค่าจะออกแบบให้มีความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของคาน พบว่า มวลหน่วงปรับค่าจำนวน 1 ชุด จะมีประสิทธิภาพลดการสั่นได้ดีที่สุดโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อความถี่แรงกระตุ้นมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของคานเพราะมวลหน่วงปรับค่าได้ถูกออกแบบไว้สำหรับโหมดพื้นฐานของคาน อีกทั้งทางผู้วิจัยได้เสนอกราฟออกแบบเบื้องต้นในการหาค่าพารามิเตอร์ของมวลหน่วงปรับค่าสำหรับโครงสร้างคานไม่มีความหน่วงและได้ให้ข้อเสนอแนะ

ว่า ถ้าใช้อัตราส่วนมวลมากกว่า 15 % จะเป็นการไม่ประหยัดเพราะค่าผลตอบสนองทางพลศาสตร์ลดลงไม่มากนัก

Yang, Sedaghati และ Esmailzadeh (2009) ได้ใช้วิธีการเชิงตัวเลขด้วยสเตทส-เปชฟอรัมเพื่อวิเคราะห์หาค่าผลตอบสนองเชิงพลศาสตร์ของคานช่วงเดียวไม่มีความหน่วงที่มีฐานรองแบบยึดแน่นติตมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานโดยใช้วิธีไฟไนเอลลิเมนต์ในการสร้างสมการของการเคลื่อนที่ด้วยวิธี Galerkin method ร่วมกับการใช้เทคนิค SQP (Sequential quadratic programming) เพื่อทำการ Optimize หาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าภายใต้แรงกระตุ้นแบบแผ่นสม่ำเสมอตลอดช่วงความยาวคานโดยแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ แรงกระตุ้นที่ไร้รูปแบบ (Random excitation) ซึ่งสมมุติให้เป็นประเภท White noise โดยใช้ค่า Root mean square (r.m.s) ของการกระจัดของคานเป็นฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective function) และแรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกซึ่งใช้ค่าขนาดการขจัดของคานเป็นฟังก์ชันเป้าหมาย ทั้งนี้ จะแบ่งการพิจารณาผลตอบสนองของฟังก์ชันเป้าหมายออกเป็น 3 กรณี ได้แก่ กรณีที่ 1 พิจารณาเฉพาะโหมดการสั่นพื้นฐานของคาน กรณีที่ 2 พิจารณามากกว่าหนึ่งโหมดการสั่น ซึ่งทั้งสองกรณีนี้ใช้แบบจำลองที่มีความต่อเนื่องสำหรับคาน และกรณีที่ 3 พิจารณาเป็นระบบอย่างง่ายโดยมีมวลหน่วงปรับค่าติดกับโครงสร้างคานซึ่งเทียบเท่าให้เป็นระบบที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งไม่มีความหน่วงและคิดผลเฉพาะโหมดการสั่นพื้นฐานเท่านั้น โดยที่ค่าผลตอบสนองที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนเอลลิเมนต์ของฟังก์ชันเป้าหมายของ 2 กรณีแรกถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลตอบสนองที่ได้จากการใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าตามวิธีวิเคราะห์ทางทฤษฎีของกรณีที่ 3 โดยใช้หลักการของ Warburton (1982) สำหรับแรงกระตุ้นที่ไร้รูปแบบ และใช้หลักการของ Den Hartog สำหรับแรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก พบว่า ทั้งกรณีของแรงกระตุ้นที่ไร้รูปแบบและแบบฮาร์โมนิกผลตอบสนองที่ได้จากกรณีที่ 1 และ 2 ให้ผลใกล้เคียงกัน นั่นคือผลตอบสนองของคานขึ้นกับโหมดพื้นฐานเป็นส่วนมากโดยโหมดการสั่นที่สูงให้ผลน้อย และยังพบอีกว่าค่าผลตอบสนองที่ได้จากกรณีที่ 3 ให้ค่าแตกต่างกับ 2 กรณีแรกค่อนข้างมาก เพราะฉะนั้นระบบโครงสร้างที่มีความต่อเนื่องเมื่อเทียบเท่าให้เป็นระบบอย่างง่ายสำหรับโครงสร้างไม่มีความต่อเนื่องหรือใช้แบบจำลองการรวมมวลจะให้ผลตอบสนองไม่สอดคล้องกับความเป็นจริงหรืออีกนัยหนึ่งคือ ค่าผลตอบสนองที่ได้จะไม่มีความถูกต้องแม่นยำมากพอในการนำไปใช้ออกแบบ ดังนั้นการใช้วิธีไฟไนเอลลิเมนต์สามารถใช้ได้ดีกับโครงสร้างที่มีความต่อเนื่องที่ติตมวลหน่วงปรับค่า อีกทั้งยังสามารถประยุกต์ใช้กับโครงสร้างคานที่มีสภาพของฐานรองที่แตกต่างไปจากงานวิจัยนี้และ

รวมถึงคานที่มีหน้าตัดไม่สม่ำเสมอด้วย นอกจากนี้ ผู้วิจัยและคณะได้ศึกษาพารามิเตอร์ที่มีผลต่อสมรรถนะของมวลหน่วงปรับค่าโดยพบว่า เมื่อใช้ค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่หรืออัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าเบี่ยงเบนไปจากค่าที่เหมาะสม ค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่จะมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงผลตอบสนองมากกว่าค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า โดยที่ถ้าค่าเบี่ยงเบนลดลงจากค่าที่เหมาะสมจะมีผลกระทบต่อค่าผลตอบสนองมากกว่าค่าที่เบี่ยงเบนเพิ่มขึ้น

Chtiba และคณะ (2010) ได้เสนอวิธีการแบบใหม่สำหรับการหาค่าที่เหมาะสมเพื่อใช้ออกแบบมวลหน่วงปรับค่าซึ่งติดกับโครงสร้างที่มีความยืดหยุ่นหรือให้ตัวได้ดี (Flexible structure) อย่างเช่นคาน ด้วยการใช้พลังงานรวมทั้งหมดซึ่งประกอบด้วยพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของโครงสร้างคาน (Total energy of beam) เป็นฟังก์ชันเป้าหมาย โดยที่พารามิเตอร์ต่างๆ ที่จะถูก Optimize มีดังนี้คือ ตำแหน่ง มวล สติฟเนส และสัมประสิทธิ์ความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า เพื่อให้ได้พลังงานรวมทั้งหมดของคานน้อยที่สุด ทั้งนี้โครงสร้างคานช่วงเดียวทั้งที่มีและไม่มี ความหน่วงซึ่งมีความต่อเนื่องจะถูกพิจารณาแบ่งเป็นชิ้นส่วนย่อยๆ ด้วยการประยุกต์ใช้วิธี Galerkin method สำหรับสร้างสมการของการเคลื่อนที่และฟังก์ชันเป้าหมายโดยการใช้เงื่อนไขเริ่มต้นและแรงกระตุ้นแบ่งออกเป็น 4 กรณี คือ กรณีที่ 1 กำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นแต่ไม่มีแรงกระตุ้นกระทำต่อโครงสร้างคาน กรณีที่ 2, 3 และ 4 กำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นศูนย์และให้มีแรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกไซน์ซึ่งเป็นแรงกระทำแบบจุดที่มีค่าความถี่ของแรงกระตุ้นแตกต่างกันในแต่ละกรณี โดยที่จะให้แรงกระทำพร้อมกัน ณ ตำแหน่ง  $L/3$  และ  $2L/3$  จากปลายคานด้านใดด้านหนึ่ง ตามลำดับ ในงานวิจัยนี้ได้ใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดี่ยวจำนวน 3 ชุด ติดเข้ากับคาน และได้ นำเสนอผลด้วยกราฟความสัมพันธ์ผลตอบสนองการขจัดกับเวลา พบว่า จำนวนของโหมดที่ใช้รวมผลไม่ส่งผลต่อค่าผลตอบสนองการกระจัดที่กึ่งกลางคานเมื่อใช้การรวมผลของโหมดเป็น 3, 4 และ 5 ตามลำดับ และค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ได้จากการ Optimize เมื่อนำไปออกแบบมวลหน่วงปรับค่าซึ่งติดเข้ากับคานจะช่วยลดผลการสั่นไหวได้เป็นอย่างดีเพราะมวลหน่วงปรับค่าทำหน้าที่ช่วยในการดูดซับและสลายพลังงานที่เกิดขึ้นเป็นส่วนใหญ่

#### 1.2.6 การใช้มวลหน่วงปรับค่าเพื่อลดการสั่นไหวของสะพาน

Jo, Tae และ Lee (2001) ได้ศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของสะพานเหล็กหน้าตัดรูปกล่องซึ่งเป็นสะพานที่มีช่วงต่อเนื่องกันสามช่วงภายใต้ น้ำหนักบรรทุกทุกประเภท DB-24 ตาม



มาตรฐานของประเทศเกาหลีที่เทียบเท่ากับน้ำหนักบรรทุกทุกประเภท HS20-44 ตามมาตรฐานของ AASHTO เคลื่อนที่ผ่านสะพาน โดยการกระจัดสูงสุดที่กึ่งกลางคานได้พิจารณาผลของการขจัดเริ่มต้นเนื่องจากความขรุขระหรือไม่สม่ำเสมอของพื้นผิวสะพาน ทั้งนี้การวิเคราะห์จะพิจารณาการรวมผลสองโหมดแรกของสะพานซึ่งพบว่า เมื่อรถบรรทุกวิ่งผ่านที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานสามารถจำแนกการสั่นได้เป็น 2 ช่วงคือ ช่วงแรกเป็นการสั่นที่เกิดจากแรงกระแทก (Forced vibration) และช่วงที่สองเป็นการสั่นแบบอิสระ (Free vibration) โดยที่ความเร็ว 100 km/hr จะทำให้เกิดการกระจัดสูงสุด ณ ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานเท่ากับ 8.72 mm และอยู่ในช่วงการสั่นเนื่องจากแรงกระแทกขณะที่รถบรรทุกวิ่งผ่านซึ่งมีค่ามากกว่าในกรณีของการสั่นแบบอิสระ ในการที่จะลดผลการสั่นลง ทางผู้วิจัยได้ศึกษามวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวที่ตำแหน่งกลางสะพานโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าตามวิธีของ Den Hartog ซึ่งใช้ค่าปรับจูนความถี่ใกล้เคียงกับความถี่โหมดพื้นฐานของสะพานและอัตราส่วนมวลเท่ากับ 1% พบว่า การกระจัดสูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานในช่วงการสั่นเนื่องจากแรงกระแทกลดลงเป็น 8.49 mm ซึ่งลดลงน้อยมาก ในทางตรงกันข้าม การกระจัดจะลดลงอย่างมากและรวดเร็วสำหรับกรณีการสั่นแบบอิสระ นอกจากนี้การเคลื่อนที่ของมวลหน่วงปรับค่ามีค่ามากกว่าการกระจัดที่กึ่งกลางสะพาน นั้นหมายความว่ามวลหน่วงปรับค่าช่วยในการดูดซับพลังงานจากสะพาน ดังนั้น จากผลการศึกษาผู้วิจัยได้สรุปว่า มวลหน่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพลดการสั่นได้ดีสำหรับการสั่นแบบอิสระแต่ไม่สามารถควบคุมการสั่นขณะเกิดแรงกระแทกได้

Yau และ Yang (2001) ได้ใช้มวลหน่วงปรับค่าหลายชุด (MTMD) ที่มีช่วงความถี่ใช้งานกว้างติดเข้ากับสะพานเหล็กที่เป็นโครงถักต่อเนื่องกันสองช่วงที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานทั้งสองช่วงเพื่อทำหน้าที่ลดการสั่นไหวของสะพานภายใต้การกระทำของน้ำหนักล้อรถไฟที่เคลื่อนที่ผ่านสะพาน ซึ่ง MTMD ที่ใช้ในแต่ละช่วงของสะพานได้ถูกแบ่งออกเป็น 2 ชุด คือ MTMD-1 และ MTMD-2 ทั้งนี้ MTMD-1 และ MTMD-2 ถูกปรับจูนโดยใช้ค่าเฉลี่ยของความถี่ให้ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ 1 หรือโหมดพื้นฐาน และในโหมดที่ 2 ของสะพาน ตามลำดับ เนื่องจากว่าสะพานโครงถักนี้มีความถี่ธรรมชาติในสองโหมดแรกไม่ต่างกันมาก และคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของ MTMD ที่ใช้จะมีสติเฟเนส อัตราส่วนความหน่วง และค่าแตกต่างความถี่เท่ากันในแต่ละชุดซึ่งค่าเหล่านี้สำหรับ MTMD-1 จะไม่เท่ากันกับ MTMD-2 ในงานวิจัยนี้ใช้ค่า Max. *DMF* ของสะพานเป็นฟังก์ชันเป้าหมายด้วยการทำให้ได้ค่าน้อยที่สุด (Minimum-maximum *DMF*) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของ MTMD ในแต่ละชุดคือ ค่าอัตราส่วนปรับจูนความถี่เฉลี่ย



( $\alpha_{d,opt}$ ) อัตราส่วนความหน่วงเฉลี่ย ( $\zeta_{d,opt}$ ) และอัตราส่วนช่วงความถี่ใช้งานต่อค่าเฉลี่ยความถี่ของมวลหน่วงปรับค่า ( $\gamma_{opt}$ ) โดยใช้วิธีการเชิงตัวเลข และอธิบายผลตอบสนองการสั่นของสะพานด้วยค่าสัมประสิทธิ์แรงกระแทกของการแอ่นตัว (Deflection impact factor: I) ที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพาน จากผลการศึกษาทางผู้วิจัยพบว่า เมื่อทำการติดตั้ง MTMD เข้ากับสะพานที่ตรงตำแหน่งกึ่งกลางทั้งสองช่วงความยาวของสะพาน โดยใช้จำนวนของ MTMD-1 และ MTMD-2 ในหนึ่งช่วงความยาวสะพานชุดละ 1 (STMD), 5 และ 11 พบว่า ภายใต้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับแต่ละชุดของ MTMD ทุกกรณีสามารถทำให้ค่า I ลดลงอย่างมากเมื่อเทียบกับกรณีของสะพานก่อนติดตั้ง MTMD อย่างไรก็ตาม สำหรับกรณีที่ใช้จำนวนชุดของ MTMD มากกว่าหนึ่งชุดจะมีประสิทธิภาพในการลดผลของค่า I ได้ดีกว่าเล็กน้อยเพราะ MTMD มีช่วงความถี่ใช้งานที่กว้างกว่า STMD นอกจากนี้แล้วทางผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบคุณสมบัติ Robustness ของ MTMD โดยการใช้ค่าความถี่ปรับค่าเบี่ยงเบนไป 5% จากค่าที่เหมาะสม พบว่า เมื่อเกิด Detuning จะทำให้ประสิทธิภาพในการลดผลตอบสนองการสั่นแย่งลงซึ่งมีคุณสมบัติ Robustness ไม่ดีพอที่จะนำ MTMD มาใช้งาน อย่างไรก็ตาม ในการที่จะเพิ่มคุณสมบัติ Robustness สามารถทำได้โดยการเพิ่มช่วงความถี่ใช้งานของ MTMD สูงกว่าค่าที่เหมาะสมไม่มากนัก แต่ประสิทธิภาพในการลดผลการสั่นจะลดลงเล็กน้อย โดยที่สำหรับกรณีที่ใช้จำนวน MTMD มากจะมีคุณสมบัติ Robustness และประสิทธิภาพที่ดีกว่าการใช้ MTMD ในจำนวนน้อย

Shi และ Cai (2008) ได้ศึกษาการควบคุมการสั่นของสะพานช่วงเดียวโดยพิจารณาผลของค่าการกระจัดเริ่มต้นเนื่องจากความขรุขระของผิวทางด้วยการใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวติดที่กึ่งกลางสะพานซึ่งเป็นตำแหน่งที่เกิดการกระจัดสูงสุดโดยกำหนดให้มีค่าอัตราส่วนมวลเท่ากับ 0.01 และใช้ค่าปรับจูนความถี่ให้ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของสะพาน ภายใต้น้ำหนักบรรทุกทุกประเภท HS20-44 ตามมาตรฐานของ AASHTO โดยแบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 กรณีคือ กรณีที่ 1 มีรถบรรทุกวิ่งผ่านสะพานทั้งสองด้านของช่องทางจราจรพร้อมกันสองคัน กรณีที่ 2 มีรถบรรทุกหลายคันวิ่งผ่านสะพานต่อเนื่องกันสำหรับหนึ่งช่องทางจราจร และได้มีการจำแนกสะพานดังนี้คือ สะพานช่วงสั้นโครงสร้างหลักเป็นแผ่นพื้นต้นมีความยาวช่วง 6.00, 8.00, 10.00 และ 12.00 m และสะพานช่วงยาวโครงสร้างหลักเป็นคานมีความยาวช่วง 16.70, 24.38, 30.48 และ 39.62 m จากผลการศึกษาทางผู้วิจัยพบว่า ในกรณีที่ 1 การสั่นในช่วงแรกเนื่องจากแรงกระแทกขณะที่รถบรรทุกวิ่งผ่าน ณ ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานซึ่งเป็นช่วงเวลาสั้นๆ มวลหน่วงปรับค่าจะยังคงไม่สามารถลดการสั่นได้สักเท่าไรนักแต่เมื่อเวลาผ่านไปซึ่งรถบรรทุกได้วิ่งผ่าน

สะพานไปแล้ว กล่าวคือ สะพานจะอยู่ในสภาวะการสั่นแบบอิสระและที่สภาวะนี้มวลหน่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพในการลดผลการสั่นเป็นอย่างมาก จากผลที่ได้นี้แสดงว่าในช่วงระยะเวลาสั้นๆ ช่วงแรกที่โครงสร้างได้รับแรงกระตุ้น มวลหน่วงปรับค่าจะยังไม่ทำงานซึ่งต้องรอเวลาระยะหนึ่งถึงจะมีการตอบสนองเกิดขึ้น และผลที่ได้นี้เป็นไปในทำนองเดียวกันกับงานวิจัยของ Jo และคณะ (2001) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น อย่างไรก็ตาม ในกรณีของสะพานช่วงสั้นมวลหน่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพลดการสั่นได้มากกว่าสะพานช่วงยาวอาจเป็นเพราะว่าสะพานช่วงสั้นมีความถี่ธรรมชาติและความถี่ของแรงเนื่องจากรถบรรทุกวิ่งผ่านที่สูงกว่าสะพานช่วงยาว จึงทำให้เกิดผลตอบสนองการกระจัดมากและสั้นได้เร็วกว่าสะพานช่วงยาว นอกจากนี้แล้วทางผู้วิจัยยังพบอีกว่า (ซึ่งเป็นอีกเหตุผลหนึ่งสนับสนุนเหตุการณ์ดังกล่าวข้างต้น) ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของความเร่งและความถี่แรงกระตุ้นซึ่งเรียกว่า Fast Fourier Transform (FFT) ของความเร่ง ในกรณีของสะพานช่วงสั้นนั้นโหมดการสั่นพื้นฐานจะมีอิทธิพลมากที่สุดซึ่งแตกต่างกับกรณีของสะพานช่วงยาวทั้งโหมดการสั่นพื้นฐานและในโหมดการสั่นที่สูงกว่าจะมีผลตอบสนองของความเร่งที่สูงเช่นกัน ดังนั้น มวลหน่วงปรับค่าที่ปรับค่าความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของสะพานจึงไม่สามารถลดผลตอบสนองของความเร่งได้อย่างมีประสิทธิภาพสำหรับสะพานช่วงยาว ด้วยเหตุนี้อาจจำเป็นต้องใช้มวลหน่วงปรับค่าหลายชุด (Multiple tuned mass damper: MTMD) เพื่อลดการสั่นของโครงสร้างภายใต้แรงกระตุ้นที่มีหลายช่วงความถี่ และสำหรับกรณีที่ 2 ใช้ความยาวสะพาน 8.00 m และ 39.62 m เป็นสะพานช่วงสั้นและยาว ตามลำดับ โดยที่กำหนดให้ระยะห่างระหว่างรถบรรทุกเท่ากับ 6.50 m จากผลการวิเคราะห์ทางผู้วิจัยพบว่า เมื่อรถบรรทุกสองคันวิ่งผ่านสะพานช่วงสั้นต่อเนื่องกันประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าในการลดผลตอบสนองการสั่นจะดีกว่ากรณีรถบรรทุกหนึ่งคันวิ่งผ่านสะพาน อย่างไรก็ตาม ถ้าจำนวนรถบรรทุกที่วิ่งผ่านสะพานช่วงสั้นต่อเนื่องกันเกินกว่าสองคันขึ้นไปจะไม่ส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพการทำงานของมวลหน่วงปรับค่าในการลดผลการสั่นของสะพาน สำหรับกรณีของสะพานช่วงยาวประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าในการลดผลตอบสนองการสั่นจะมากขึ้นเมื่อจำนวนรถบรรทุกที่วิ่งผ่านสะพานมากขึ้นเกินกว่าหนึ่งคันซึ่งให้ผลในทำนองเดียวกันกับกรณีของสะพานช่วงสั้น แต่ต่างกันตรงที่เมื่อจำนวนรถบรรทุกที่วิ่งผ่านสะพานต่อเนื่องกันเกินกว่าสี่คันขึ้นไปจะไม่ส่งผลต่อประสิทธิภาพในการลดการสั่นของมวลหน่วงปรับค่าสำหรับสะพานช่วงยาว นอกจากนี้ผู้วิจัยยังพบว่า มวลหน่วงปรับค่าที่ใช้ในกรณีที่ 2 จะมีประสิทธิภาพลดผลการสั่นได้ดีกว่ากรณีที่ 1 อีกทั้งยังพบว่ากรณีที่รถหลายคันวิ่งผ่านสะพานต่อเนื่องกันสำหรับหนึ่งช่องทางจราจรนั้นจะไปเพิ่มเวลาในช่วงการสั่นเนื่องจากแรงกระทกขณะที่รถบรรทุกวิ่งผ่าน ดังนั้น จึงทำให้มวลหน่วงปรับค่ามีเวลามากพอที่จะ

ตอบสนองหรือทำงานได้และส่งผลให้ผลตอบสนองในช่วงการสั่นนี้ลดลงมากกว่ากรณีที่มี  
 รถบรรทุกสองคันวิ่งผ่านสะพานพร้อมกันทั้งสองด้านของช่องทางจราจร อย่างไรก็ตาม การลดลง  
 ของผลตอบสนองการสั่นเนื่องจากแรงกระแทกยังคงน้อยกว่าในช่วงการสั่นแบบอิสระเช่นเดียวกัน  
 กับกรณีที่ 1

อย่างไรก็ตาม กรณีของสะพานโดยส่วนใหญ่แล้วจะมีการศึกษาที่พิจารณาเฉพาะ  
 โครงสร้างสะพานซึ่งไม่มีมียอดยานจอดติด และเป้าหมายของการลดการสั่นไหวก็เน้นไปที่เฉพาะ  
 โครงสร้างสะพานเท่านั้นซึ่งแตกต่างจากสภาพปัญหาที่พิจารณาในการศึกษานี้

### 1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยมีดังต่อไปนี้

1. เพื่อสร้างแบบจำลองสะพาน-รถยนต์-มวลหน่วง ในกรณีที่สะพานมีรถยนต์จอดติด  
 และถูกกระตุ้นด้วยการเคลื่อนที่ของฐานรองรับคาน
2. เพื่อศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์การสั่นไหวของรถยนต์ที่จอดนิ่งอยู่บนสะพานที่ติด  
 และไม่ติดมวลหน่วงปรับค่า
3. เพื่อศึกษาแนวทางในการที่จะลดผลการสั่นของรถยนต์ที่จอดติดอยู่บนสะพานด้วย  
 การติดตั้งระบบมวลหน่วงปรับค่าที่มีประสิทธิภาพ

### 1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

ขอบเขตของงานวิจัยมีดังต่อไปนี้

1. แบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็นแบบ 2 มิติ และมีพฤติกรรมแบบอิลาสติกเชิงเส้น
2. ใช้แบบจำลองคานที่มีความต่อเนื่องช่วงเดียวหน้าตัดสม่ำเสมอ (Uniform simply supported beam) เปลี่ยนตำแหน่งได้ตามแนวตั้ง
3. ใช้แบบจำลองรถยนต์โดยสารที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งและใช้รถยนต์จำนวน  
 5 คันจัดวางบนคานสะพานในแบบจำลองเพื่อเป็นตัวแทนจำนวนรถยนต์ที่จอดติดบน  
 สะพาน
4. สปริงและตัวหน่วงของแบบจำลองรถยนต์และมวลหน่วงปรับค่ามีพฤติกรรมการเสีย  
 รูปแบบเชิงเส้น

5. ใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าตามสูตรที่ได้จากการกระตุ้นแบบฮาร์โมนิคที่ฐานรอง

### 1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัย

ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัยมีดังต่อไปนี้

1. ทำให้ทราบพฤติกรรมการสั่นไหวของโครงสร้างคานจากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสะพาน-รถยนต์-มวลหน่วง ภายใต้แรงกระตุ้นแบบพลวัต (Dynamic excitation) ในแนวตั้งที่ฐานรองรับทั้งสองด้าน
2. ทำให้ทราบพฤติกรรมการสั่นไหวของรถยนต์ที่จอดนิ่งบนสะพานทั้งก่อนและหลังการติดมวลหน่วงปรับค่าภายในช่วงคาน
3. ทำให้ทราบถึงประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าที่ใช้เพื่อลดผลการสั่นของคานสะพานและรถยนต์
4. สามารถนำผลการศึกษาที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในการออกแบบหรือปรับปรุงโครงสร้างสะพานให้เกิดการสั่นไหวน้อยที่สุดเพื่อให้สะพานมีประสิทธิภาพในการให้บริการมากยิ่งขึ้น

### 1.6 การดำเนินงานวิจัย

แผนการดำเนินงานวิจัยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาความเป็นไปได้ของปัญหาในงานวิจัยด้วยการสืบค้น รวบรวมข้อมูลและทบทวนผลงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีตที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องหรือใกล้เคียงกันกับงานวิจัยนี้
2. ศึกษาทฤษฎีต่างๆ ที่จะนำมาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับปัญหาในงานวิจัยนี้
3. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่นำมาวิจัยพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องที่น่าเชื่อถือได้ของแบบจำลอง
4. ศึกษาความเป็นไปได้เบื้องต้นถึงแนวทางที่จะลดการสั่นไหวของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานภายใต้แรงกระตุ้นสมมติแบบฮาร์โมนิคด้วยการใช้มวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียว โดยทำการวิเคราะห์ผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น
5. จัดทำโครงร่างวิทยานิพนธ์

6. ทำการวิเคราะห์ผลตอบสนองของการสัมผัสเพื่อนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกและแรงกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงที่ได้จากการตรวจวัดสัญญาณเก็บข้อมูลในภาคสนามทั้งก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดี่ยว โดยจะเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าของระบบโครงสร้างที่มีระดับชั้นความเร็วเท่ากับหนึ่งจากงานวิจัยในอดีตซึ่งจะไม่ใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้
7. ประเมินระดับผลกระทบจากการสัมผัสเพื่อนของรถยนต์ที่ส่งผลต่อผู้ใช้โดยสาร
8. อภิปรายและสรุปผลการศึกษา
9. จัดทำวิทยานิพนธ์



ศูนย์วิทยพัทยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## บทที่ 2

### การควบคุมการสั่นไหวของโครงสร้างด้วยมวลหน่วงปรับค่า

โครงสร้างทางวิศวกรรมโยธาโดยทั่วไปมักจะมีค่าความหน่วงค่อนข้างต่ำและถ้าหากโครงสร้างเหล่านั้นมีความถี่ธรรมชาติต่ำไปด้วยแล้วซึ่งมักจะเป็นโครงสร้างที่มีความชะลูดค่อนข้างมาก ได้แก่ อาคารสูง (Skyscrapers) สะพานช่วงยาวมาก (Very long span bridges) โครงสร้างแบบปล่อง (Chimney structures) โครงสร้างที่เป็นส่วนยื่น (Overhanging structures) เป็นต้น ก็จะทำให้เกิดการสั่นไหวได้ง่ายภายใต้การกระทำของแรงพลวัต ถ้าการสั่นไหวมีมากเกินไปซึ่งเป็นผลมาจากแรงกระทำซ้ำและสั่นกลับไปกลับมาหลายรอบก็จะทำให้โครงสร้างเกิดความล้าขึ้นจนอาจจะก่อให้เกิดการแตกหักเสียหายได้ หรือในกรณีที่รุนแรงโครงสร้างอาจจะเกิดการกำทอน (Resonance) จนส่งผลให้โครงสร้างพังทลาย (Structural collapse) ได้ในที่สุด

จากปัญหาดังกล่าวข้างต้น การควบคุมโครงสร้างด้วยการปรับปรุงคุณสมบัติทางพลศาสตร์ของโครงสร้าง คือ ความหน่วงและสติเฟนส์ ให้ดีขึ้นเพื่อลดแรงกระตุ้นทางพลศาสตร์ซึ่งจะไปเพิ่มสมรรถนะทำให้โครงสร้างมีผลตอบสนองที่ต้องการจนสามารถใช้งานได้โดยไม่เกิดผลกระทบต่อกิจกรรม ชีวิตและทรัพย์สินของมนุษย์จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง ระบบการควบคุมผลตอบสนองทางโครงสร้างสามารถแบ่งออกเป็น 4 ประเภทหลัก คือ 1. การควบคุมแบบไม่ใช้พลังงานจากภายนอกใส่เข้าไปในระบบ (Passive control) 2. การควบคุมแบบใช้พลังงานจากภายนอกใส่เข้าไปในระบบ (Active control) 3. การควบคุมแบบผสม (Hybrid control) ระหว่าง Passive และ Active 4. ระบบกึ่งแรงกระทำ (Semi-active control) อย่างไรก็ตาม ในบทนี้จะพิจารณาการควบคุมโครงสร้างเฉพาะ Passive control เท่านั้น

#### 2.1 มวลหน่วงปรับค่า

มวลหน่วงปรับค่า (Tuned mass damper: TMD) จะถูกนำมาติดตั้งอยู่บนโครงสร้างหลักซึ่งประกอบด้วย มวลที่เคลื่อนที่ได้ (Moving mass or Auxiliary mass) สปริง (Spring) และตัวหน่วง (Viscous damper) เป็นอุปกรณ์ที่ถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มขีดความสามารถสำหรับลดผลการสั่นไหวของโครงสร้างภายใต้การเปลี่ยนแปลงความถี่ของแรงกระตุ้น โดยเฉพาะในสภาวะการสั่นแบบคงที่ (Steady-state vibration)

การใช้มวลห่น่วงปรับค่าทำงานร่วมกับโครงสร้างเปรียบเสมือนการเพิ่มความหน่วงให้กับโครงสร้าง โดยที่สปริงและมวลห่น่วงจะถูกปรับค่าให้เหมาะสมเพื่อให้ความถี่ของมวลห่น่วงมีค่าใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง เมื่อโครงสร้างเริ่มสั่นจะทำให้มวลห่น่วงปรับค่าเกิดการเคลื่อนที่และจะทำงานได้ดีเมื่อเวลาผ่านไประยะเวลาหนึ่งซึ่งจะเกิดการเคลื่อนที่ที่มีทิศทางตรงกันข้ามสัมพันธ์กับโครงสร้างเป็นอย่างมาก ดังนั้น พลังงานส่วนใหญ่ในโครงสร้างจะถูกดูดซับโดยมวลห่น่วงปรับค่าซึ่งตัวห่น่วงจะทำหน้าที่สลายพลังงานทั้งหมด ทั้งนี้ มวลห่น่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อถูกติดตั้งอยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสมซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีการเคลื่อนตัวสูงสุดของโครงสร้าง ทำให้สามารถลดจำนวนการใช้มวลห่น่วงปรับค่าลงได้

## 2.2 ผลตอบสนองการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ของระบบที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับสอง เนื่องจากแรงภายนอก

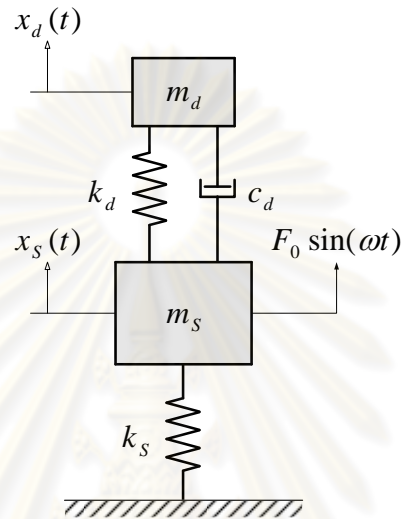
ปัญหาการสั่นไหวของโครงสร้างทางวิศวกรรมโยธาโดยทั่วไป มักจะเป็นผลมาจากแรงกระตุ้นที่ไร้รูปแบบ (Random excitations) เช่น แรงลม (Wind load) แรงแผ่นดินไหว (Earthquake load) แรงจากการจราจร (Traffic load) เป็นต้น แรงดังกล่าวจะกระทำต่อโครงสร้างแบ่งเป็น แรงกระตุ้นที่ตัวโครงสร้าง (Force excitation) แรงกระตุ้นที่ฐานเนื่องจากการเคลื่อนที่ (Support displacement excitation) และแรงกระตุ้นที่ฐานเนื่องจากความเร่ง (Support acceleration excitation) แรงทั้งหลายเหล่านี้มักจะมีลักษณะที่ซับซ้อนเป็นอย่างมากและมีรูปแบบไม่แน่นอน อย่างไรก็ตาม ในหัวข้อนี้จะศึกษาผลตอบสนองของโครงสร้างและมวลห่น่วงปรับค่าภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกซึ่งเป็นรูปแบบที่พบบ่อยมากสำหรับใช้ในการศึกษาพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของโครงสร้าง เนื่องจากสามารถช่วยให้ผู้ศึกษามีความเข้าใจพฤติกรรมทางพลศาสตร์ได้ง่ายและเป็นพื้นฐานนำไปสู่การศึกษาผลตอบสนองของโครงสร้างสำหรับแรงกระทำรูปแบบอื่น

### 2.2.1 ระบบโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วง

รูปที่ 2.1 แสดงแบบจำลองการรวมมวล (Lumped mass model) ที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับสอง (2-DOF) ของโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วงและมวลห่น่วงปรับค่าภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกกระทำที่โครงสร้าง แบบจำลองนี้ถูกเสนอขึ้นโดย Den Hartog ซึ่งสามารถเขียนสมการของการเคลื่อนที่ได้ คือ

$$m_s \ddot{x}_s(t) + k_s x_s(t) + c_T [\dot{x}_s(t) - \dot{x}_d(t)] + k_T [x_s(t) - x_d(t)] = F_0 \sin(\omega t) \quad (2.1)$$

$$m_d \ddot{x}_d(t) + c_d [\dot{x}_d(t) - \dot{x}_s(t)] + k_d [x_d(t) - x_s(t)] = 0 \quad (2.2)$$



รูปที่ 2.1 แบบจำลองของโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วง (Undamped main system) ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับสอง

หรือเขียนให้อยู่ในรูปแบบสมการของเมทริกซ์  $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t)$  คือ

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_s(t) \\ \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (2.3)$$

ในการแก้สมการ (2.3) จะใช้จำนวนเชิงซ้อน (Complex number) เข้ามาดำเนินการเพื่อช่วยแก้สมการของระบบดังกล่าว โดยที่แรงกระตุ้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปเป็นแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential form) ในเทอมของจำนวนเชิงซ้อน คือ

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

สมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ (Particular solution) ของผลตอบสนองสำหรับสภาวะการสั่นแบบคงที่ (Steady-state response) ของสมการ (2.3) คือ

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (2.5)$$

ทำการหาอนุพันธ์ของสมการ (2.5) เทียบกับเวลาจะได้เวกเตอร์ของความเร็ว คือ

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} = i\omega \begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (2.6)$$

ในทำนองเดียวกัน หาอนุพันธ์ของสมการ (2.6) เทียบกับเวลาจะได้เวกเตอร์ของความเร่ง คือ

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_s(t) \\ \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} = -\omega^2 \begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (2.7)$$

แทนค่าสมการ (2.5), (2.6) และ (2.7) ลงในสมการ (2.3) แล้วเปลี่ยนแรงในเทอมด้านขวามือของสมการไปเป็นแรงทั่วไปจากสมการ (2.4) หลังจากนั้นดำเนินการจัดเทอมใหม่แล้วหารด้วย  $e^{i\omega t}$  ทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\begin{bmatrix} (k_s + k_d - m_s \omega^2) + c_d \omega i & -k_d - c_d \omega i \\ -k_d - c_d \omega i & (k_d - m_d \omega^2) + c_d \omega i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

โดยที่

$$\begin{bmatrix} (k_s + k_d - m_s \omega^2) + c_d \omega i & -k_d - c_d \omega i \\ -k_d - c_d \omega i & (k_d - m_d \omega^2) + c_d \omega i \end{bmatrix} = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega \mathbf{C}i$$

ทำการแก้สมการ (2.8) จะได้คำตอบเป็นเวกเตอร์ของการกระจัดสัมบูรณ์สูงสุด (Maximum absolute displacement vector) คือ

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_S \\ X_T \end{bmatrix} &= \frac{1}{\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega i \mathbf{C})} \begin{bmatrix} (k_T - m_T \omega^2) + c_T \omega i & k_T + c_T \omega i \\ k_T + c_T \omega i & (k_S + k_T - m_S \omega^2) + c_T \omega i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{F_0}{\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega i \mathbf{C})} \begin{bmatrix} (k_T - m_T \omega^2) + c_T \omega i \\ k_T + c_T \omega i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

เมื่อ

$m_S$  คือ มวลของโครงสร้างหลัก (Main mass)

$m_d$  คือ มวลของมวลหน่วงปรับค่า (TMD mass)

$c_S$  คือ ความหน่วงของโครงสร้างหลัก (Main system damping)

$c_d$  คือ ความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า (TMD damping)

$k_S$  คือ สติฟเนสของโครงสร้างหลัก (Main system stiffness)

$k_d$  คือ สติฟเนสของมวลหน่วงปรับค่า (TMD stiffness)

$\omega_S = \sqrt{k_S / m_S}$  คือ ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างหลัก

(Natural frequency of main system)

$\omega_d = \sqrt{k_d / m_d}$  คือ ความถี่ธรรมชาติของมวลหน่วงปรับค่า

(Natural frequency of TMD)

$i = \sqrt{-1}$  คือ จำนวนเชิงซ้อน (Complex number)

และ

$$\begin{aligned} &\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega i \mathbf{C}) \\ &= [(k_S + k_T - m_S \omega^2) + c_T \omega i] \cdot [(k_T - m_T \omega^2) + c_T \omega i] - (k_T + c_T \omega i)^2 \\ &= (k_S k_T - k_S m_T \omega^2 - k_T m_T \omega^2 - k_T m_S \omega^2 + m_S m_T \omega^4) + (k_S c_T \omega - m_S c_T \omega^3 - m_T c_T \omega^3) i \end{aligned}$$

สมการ (2.9) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของอัตราส่วนแบบไร้หน่วย (Dimensionless ratio) ซึ่งจะมีความสะดวกในการใช้งานมาก โดยที่พารามิเตอร์ต่างๆ มีดังนี้



$$\zeta_s = \frac{c_s}{2m_s\omega_s} \text{ คือ อัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างหลัก}$$

(Damping ratio of main system)

$$\zeta_d = \frac{c_d}{2m_d\omega_d} \text{ คือ อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า}$$

(Damping ratio of TMD)

$$\mu = \frac{m_d}{m_s} \text{ คือ อัตราส่วนมวล (Mass ratio)}$$

$$\alpha = \frac{\omega_d}{\omega_s} \text{ คือ อัตราส่วนปรับค่าความถี่ (Frequency or tuning ratio)}$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_s} \text{ คือ อัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้น (Forcing frequency ratio)}$$

$$X_{st} = \frac{F_0}{k_s} \text{ คือ การกระจัดเชิงสถิตของโครงสร้าง (Static displacement of structure)}$$

ขั้นตอนต่อไป ดำเนินการจัดเทอมต่างๆ ในสมการ (2.9) ใหม่ให้อยู่ในรูปของพารามิเตอร์ที่กำหนดไว้ข้างต้น จะได้

$$\begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} = \frac{X_{st}}{[(\alpha^2 - \beta^2).(1 - \beta^2) - \mu\alpha^2\beta^2] + [2\zeta_d\alpha\beta.(1 - \beta^2 - \mu\beta^2)]i} \begin{bmatrix} (\alpha^2 - \beta^2) + 2\zeta_d\alpha\beta.i \\ \alpha^2 + 2\zeta_d\alpha\beta.i \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

จากสมการ (2.10) จะได้ค่าผลตอบสนองสำหรับสภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างหลักและตัวหน่วงปรับค่าที่อยู่ในรูปของอัตราส่วนแบบไร้หน่วย คือ

$$\frac{X_s}{X_{st}} = \frac{(\alpha^2 - \beta^2) + 2\zeta_d\alpha\beta.i}{[(\alpha^2 - \beta^2).(1 - \beta^2) - \mu\alpha^2\beta^2] + [2\zeta_d\alpha\beta(1 - \beta^2 - \mu\beta^2)]i} = \frac{A + B.i}{E + F.i} \quad (2.11)$$

$$\frac{X_d}{X_{st}} = \frac{\alpha^2 + 2\zeta_d\alpha\beta.i}{[(\alpha^2 - \beta^2).(1 - \beta^2) - \mu\alpha^2\beta^2] + [2\zeta_d\alpha\beta(1 - \beta^2 - \mu\beta^2)]i} = \frac{C + D.i}{E + F.i} \quad (2.12)$$

โดยที่  $A = \alpha^2 - \beta^2$ ,  $B = D = 2\zeta_d\alpha\beta$ ,  $C = \alpha^2$ ,  $E = (\alpha^2 - \beta^2).(1 - \beta^2) - \mu\alpha^2\beta^2$   
 $F = 2\zeta_d\alpha\beta(1 - \beta^2 - \mu\beta^2)$  ซึ่งค่าต่างๆ เหล่านี้เป็นจำนวนจริง (Real number)

สมการ (2.11) และ (2.12) สามารถจัดพจน์ใหม่ให้อยู่ในรูปของ  $x = a + bi$  โดยใช้วิธีดำเนินการของจำนวนเชิงซ้อนด้วยการนำค่าคอนจูเกตของตัวส่วน  $E - Fi$  คูณเข้าไปทั้งตัวเศษและส่วนของสมการ (2.11) และ (2.12) ตามลำดับ หลังจากนั้นทำการจัดพจน์ จะได้

$$\frac{X_s}{X_{st}} = \frac{AE + BF}{E^2 + F^2} + \frac{BE - AF}{E^2 + F^2} i \quad (2.13)$$

$$\frac{X_d}{X_{st}} = \frac{CE + DF}{E^2 + F^2} + \frac{DE - CF}{E^2 + F^2} i \quad (2.14)$$

จากสมการ (2.13) และ (2.14) จะเห็นว่า ทั้งสองสมการประกอบไปด้วยพจน์ที่เป็นจำนวนจริงและจำนวนเชิงซ้อนซึ่งจะมีผลของมุมเฟส (Phase angle:  $\phi$ ) เข้ามาเกี่ยวข้อง โดยค่ามุมนี้หาได้จากความสัมพันธ์  $\phi = \tan^{-1}(b/a)$  และสามารถเขียนจำนวนเชิงซ้อน  $x = a + bi$  ให้อยู่ในรูปพิกัดเชิงขั้ว (Polar coordinate) คือ  $x = r(\cos \phi + i \sin \phi)$  ดังนั้น ค่าขนาดผลตอบสนอง (Amplitude response) สามารถหาได้จาก  $r = |x| = \sqrt{a^2 + b^2}$  นั่นคือ

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{A^2 + B^2}{E^2 + F^2} \right]^{1/2} \quad (2.15)$$

$$\left| \frac{X_d}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{C^2 + D^2}{E^2 + F^2} \right]^{1/2} \quad (2.16)$$

แทนค่า A, B, C, D, E และ F ลงในสมการ (2.15) และ (2.16) จะได้ขนาดผลตอบสนองของการขจัดสูงสุดที่เป็นอัตราส่วนแบบไร้หน่วย (Normalized response) หรือ สัมประสิทธิ์ปรับขยายผลตอบสนองทางพลศาสตร์ (Dynamic magnification factor:  $DMF$ ) คือ

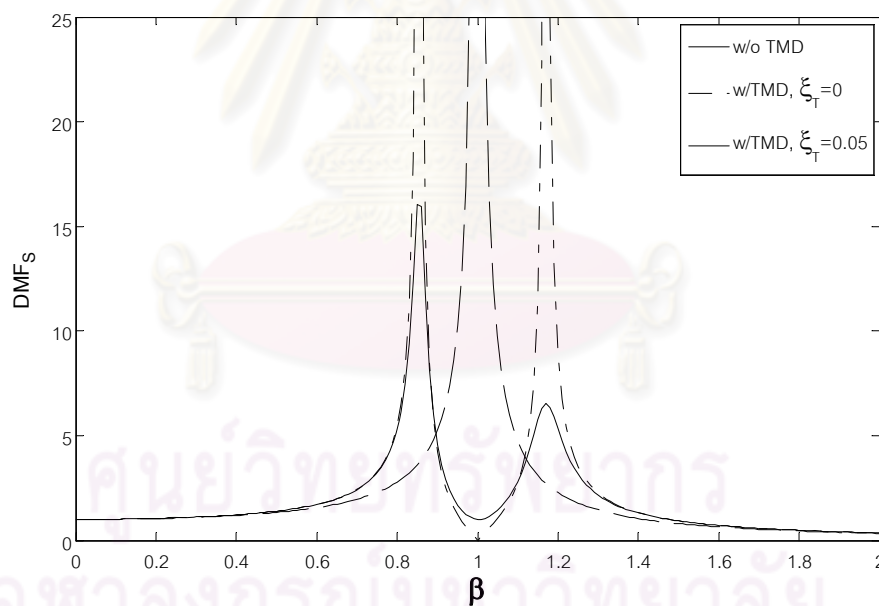
$$DMF_s = \left| \frac{X_s}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2\zeta_d \alpha \beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha^2 \beta^2]^2 + [2\zeta_d \alpha \beta (1 - \beta^2 - \mu \beta^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.17)$$

$$DMF_d = \left| \frac{X_d}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{\alpha^2 + (2\zeta_d \alpha \beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha^2 \beta^2]^2 + [2\zeta_d \alpha \beta (1 - \beta^2 - \mu \beta^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.18)$$

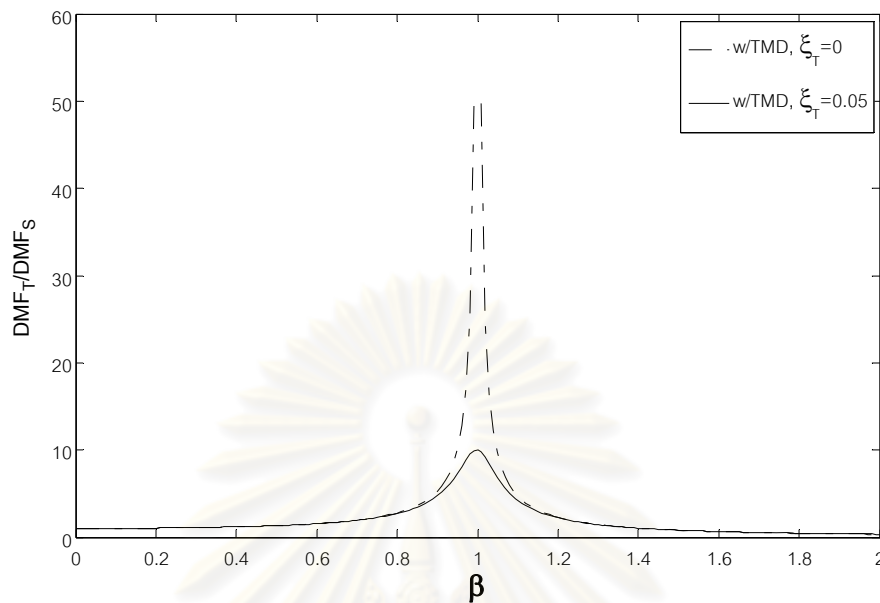
สำหรับในกรณีของโครงสร้างหลักไม่ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ขนาดผลตอบสนองสามารถลดรูปลงได้ โดยการกำหนดให้ค่า  $\alpha$ ,  $\mu$  และ  $\zeta_d$  เท่ากับศูนย์ ดังนั้น จะได้

$$DMF_s = \frac{|X_s|}{|X_{st}|} = \frac{1}{1 - \beta^2} \quad (2.19)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ที่ปรับขยายผลตอบสนองทางพลศาสตร์ในสมการ (2.17) และ (2.18) จะแสดงถึงจำนวนเท่าของการขจัดเชิงพลศาสตร์เทียบกับการขจัดเชิงสถิตของโครงสร้างและมวลหน่วงปรับค่าตามลำดับ ค่านี้สามารถนำไปสร้างกราฟความสัมพันธ์ภายใต้การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการศึกษาพฤติกรรมของผลตอบสนองเชิงพลศาสตร์ระหว่างโครงสร้างและมวลหน่วงปรับค่า



รูปที่ 2.2 ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีมวลหน่วงปรับค่า (เส้นประ) และมีมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0$ ,  $\mu = 0.10$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $\zeta_d = 0$  (เส้นประ-จุด) และ  $\zeta_d = 0.05$  (เส้นทึบ)



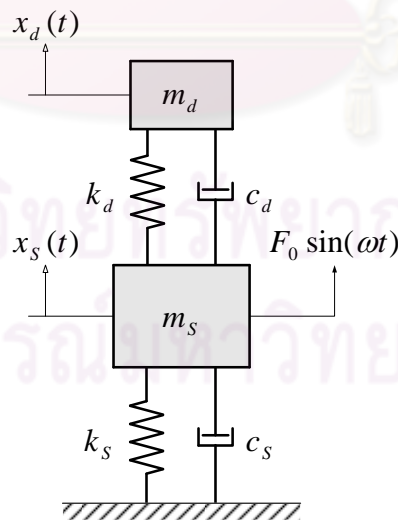
รูปที่ 2.3 อัตราส่วนการกระจัดที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของมวลหน่วงปรับค่าต่อโครงสร้างด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0$ ,  $\mu = 0.10$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $\zeta_d = 0$  (เส้นประ-จุด) และ  $\zeta_d = 0.05$  (เส้นทึบ)

รูปที่ 2.2 แสดงให้เห็นแนวโน้มของผลตอบสนองการสั่นไหวในสภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างที่เปลี่ยนแปลงตามอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้น โดยใช้ค่าอัตราส่วนมวล  $\mu = 0.10$  และอัตราส่วนปรับค่าความถี่  $\alpha = 1.0$  ซึ่งความถี่ของมวลหน่วงปรับค่าจะถูกปรับค่าให้เท่ากับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้าง ในกรณีโครงสร้างไม่มีมวลหน่วงปรับค่าที่  $\beta = 1.0$  ซึ่งความถี่ของแรงกระตุ้นมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างนั้นจะมีค่าผลตอบสนองต่อการสั่นที่สูงมาก และค่าผลตอบสนองนี้จะลดลงอย่างมากเมื่อใช้มวลหน่วงปรับค่าติดเข้าไปทำงานร่วมกับโครงสร้างสำหรับมวลหน่วงไม่มีความหน่วง (Absorber) ที่มีค่า  $\zeta_d = 0$  เคยถูกใช้เพื่อช่วยลดการสั่นของโครงสร้างในยุคแรกซึ่งคิดค้นโดย Frahm จะเห็นว่าสามารถลดการสั่นที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ได้ทั้งหมดหรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง ค่าผลตอบสนองเท่ากับศูนย์ อย่างไรก็ตาม ถ้าความถี่แรงกระตุ้นมีค่าเบี่ยงเบนไปจากค่าความถี่ที่ปรับค่า ( $\beta \neq 1.0$ ) ไม่มากนัก ค่าผลตอบสนองจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและได้ค่าที่สูงมากทำให้มีช่วงความถี่ใช้งาน (Operating range or bandwidth) ค่อนข้างแคบ ดังนั้น อุปกรณ์ชนิดนี้จะสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพก็ต่อเมื่อรู้ค่าความถี่แรงกระตุ้นที่แน่นอน ในทางตรงกันข้าม ถ้าใช้มวลหน่วงปรับค่าที่มีความหน่วงซึ่งถูกเสนอโดย Den Hartog ในที่นี้ใช้ค่า  $\zeta_d = 0.05$  จะสังเกตเห็นว่าที่  $\beta = 1.0$  ค่าผลตอบสนองจะไม่เท่ากับศูนย์ และถ้าความถี่

แรงกระตุ้นเบี่ยงเบนไปจากความถี่ที่ปรับค่าแล้วจะทำให้ค่าผลตอบสนองไม่สูงมากเมื่อเทียบกับการใช้มวลหน่วงไม่มีความหน่วง เพราะฉะนั้น จึงส่งผลให้มีช่วงความถี่ใช้งานกว้างขึ้นและมีประสิทธิภาพช่วยลดการสั่นไหวได้ดีกว่า ด้วยเหตุนี้จึงทำให้มวลหน่วงปรับค่าถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายและได้รับการพัฒนามาจนถึงปัจจุบัน

กราฟในรูปที่ 2.3 แสดงถึงพฤติกรรมของการเคลื่อนที่ของมวลหน่วงปรับค่าเทียบกับโครงสร้างว่ามีมากน้อยเพียงใดขณะที่โครงสร้างเกิดการสั่นไหวซึ่งจะเป็นประโยชน์มากสำหรับการออกแบบเพราะสามารถทำให้ผู้ออกแบบทราบว่าต้องจัดเตรียมพื้นที่ใช้งานของมวลหน่วงปรับค่าเท่าไรจึงจะเหมาะสม ในรูปนี้จะสังเกตเห็นว่า มวลหน่วงปรับค่ามีการเคลื่อนที่สูงสุดมากกว่าโครงสร้างประมาณ 10 และ 50 เท่า สำหรับกรณีมวลหน่วงปรับค่าที่ใช้  $\zeta_d = 0.05$  และ  $\zeta_d = 0$  ตามลำดับตรงบริเวณตำแหน่งความถี่แรงกระตุ้นที่ทำให้เกิดการสั่นพ้อง ( $\beta = 1.0$ ) ซึ่งมีค่าค่อนข้างมาก ดังนั้น พื้นที่ใช้งานจะต้องมากพอเพื่อให้มวลหน่วงปรับค่าสามารถเคลื่อนที่ได้ อีกทั้งยังต้องพิจารณาความสามารถในการยึดตัวได้ของสปริงสำหรับมวลหน่วงปรับค่าด้วย เนื่องจากมีการเคลื่อนที่ที่สูงมาก

### 2.2.2 ระบบโครงสร้างหลักมีความหน่วง



รูปที่ 2.4 แบบจำลองของโครงสร้างหลักมีความหน่วง (Damped main system) ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าที่มีระดับชั้นความถี่เท่ากับสอง



ในความเป็นจริง โครงสร้างโดยทั่วไปจะมีความหน่วงอยู่บ้างเล็กน้อยซึ่งจะทำหน้าที่สลายพลังงานให้กับโครงสร้างขณะเกิดการสั่นไหว แต่ในบางกรณีอาจมีความจำเป็นต้องปรับปรุงคุณสมบัติด้านความหน่วงของโครงสร้างที่มีแนวโน้มจะเกิดการสั่นไหวได้มากเพื่อเพิ่มสมรรถนะในการดูดซับพลังงานจลน์ของระบบ ทำให้โครงสร้างเกิดการสั่นไหวน้อยลง รูปที่ 2.4 แสดงแบบจำลองการรวมมวล (Lumped mass model) ที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับสอง (2-DOF) ของโครงสร้างหลักมีความหน่วงและติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเพื่อช่วยลดการสั่นไหวภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกกระทำที่โครงสร้างซึ่งสามารถเขียนสมการของการเคลื่อนที่ได้ คือ

$$m_s \ddot{x}_s(t) + c_s \dot{x}_s(t) + k_s x_s(t) + c_d [\dot{x}_s(t) - \dot{x}_d(t)] + k_d [x_s(t) - x_d(t)] = F_0 \sin(\omega t) \quad (2.20)$$

$$m_d \ddot{x}_d(t) + c_d [\dot{x}_d(t) - \dot{x}_s(t)] + k_d [x_d(t) - x_s(t)] = 0 \quad (2.21)$$

หรือเขียนให้อยู่ในรูปแบบสมการของเมทริกซ์ คือ

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_s(t) \\ \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s + c_d & -c_d \\ -c_d & c_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s + k_d & -k_d \\ -k_d & k_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (2.22)$$

การแก้สมการ (2.22) จะทำในทำนองเดียวกันกับกรณีโครงสร้างไม่มีความหน่วง โดยเปลี่ยนรูปแบบสมการให้เป็นสมการทั่วไปซึ่งมีรูปแบบเป็นเอกซ์โปเนนเชียลฟังก์ชันในเทอมของจำนวนเชิงซ้อนด้วยการแทนค่าสมการ (2.5), (2.6) และ (2.7) ลงในสมการ (2.22) แล้วเปลี่ยนแรงในเทอมด้านขวามือของสมการไปเป็นแรงทั่วไปจากสมการ (2.4) หลังจากนั้นดำเนินการจัดเทอมใหม่แล้วหารด้วย  $e^{i\omega t}$  ทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\begin{bmatrix} (k_s + k_d - m_s \omega^2) + (c_s + c_d) \omega i & -k_d - c_d \omega i \\ -k_d - c_d \omega i & (k_d - m_d \omega^2) + c_d \omega i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

โดยที่

$$\begin{bmatrix} (k_s + k_d - m_s \omega^2) + (c_s + c_d) \omega i & -k_d - c_d \omega i \\ -k_d - c_d \omega i & (k_d - m_d \omega^2) + c_d \omega i \end{bmatrix} = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega \mathbf{C} i$$

ทำการแก้สมการ (2.23) จะได้คำตอบเป็นเวกเตอร์ของการกระจัดสัมบูรณ์สูงสุด คือ

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} &= \frac{1}{\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega i \mathbf{C})} \begin{bmatrix} (k_d - m_d \omega^2) + c_d \omega i & k_d + c_d \omega i \\ k_d + c_d \omega i & (k_s + k_d - m_s \omega^2) + (c_s + c_d) \omega i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{F_0}{\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega i \mathbf{C})} \begin{bmatrix} (k_d - m_d \omega^2) + c_d \omega i \\ k_d + c_d \omega i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + \omega \mathbf{C} i) &= [(k_s + k_d - m_s \omega^2) + (c_s + c_d) \omega i] \cdot [(k_d - m_d \omega^2) + c_d \omega i] - (k_d + c_d \omega i)^2 \\ &= (k_s k_d - k_s m_d \omega^2 - k_d m_d \omega^2 - k_d m_s \omega^2 + m_s m_d \omega^4 - c_s c_d \omega^2) \\ &\quad + (k_s c_d \omega - m_s c_d \omega^3 - m_d c_d \omega^3 + k_d c_s \omega - m_d c_s \omega^3) i \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกันกับกรณีของโครงสร้างหลักไม่มีความหน่วง สมการ (2.24) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของอัตราส่วนแบบไร้หน่วย คือ

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_s \\ X_d \end{bmatrix} &= \frac{X_{st}}{[(\alpha^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha^2 \beta^2 - 4 \zeta_s \zeta_d \alpha \beta^2] + [2 \zeta_d \alpha \beta \cdot (1 - \beta^2 - \mu \beta^2) + 2 \zeta_s \beta (\alpha^2 - \beta^2)] i} \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} (\alpha^2 - \beta^2) + 2 \zeta_d \alpha \beta i \\ \alpha^2 + 2 \zeta_d \alpha \beta i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

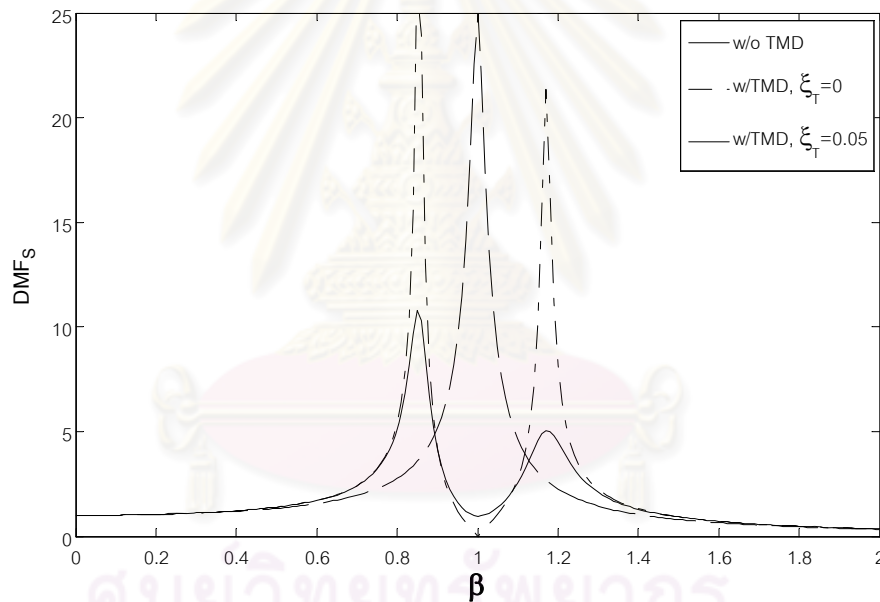
จากสมการ (2.25) จะได้ขนาดผลตอบสนองของการกระจัดสูงสุดที่เป็นอัตราส่วนแบบไร้หน่วย คือ

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2 \zeta_d \alpha \beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha^2 \beta^2 - 4 \zeta_s \zeta_d \alpha \beta^2]^2 + [2 \zeta_d \alpha \beta \cdot (1 - \beta^2 - \mu \beta^2) + 2 \zeta_s \beta (\alpha^2 - \beta^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.26)$$

$$\left| \frac{X_d}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{(\alpha^2)^2 + (2\zeta_d \alpha \beta)^2}{[(\alpha^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha^2 \beta^2 - 4\zeta_s \zeta_d \alpha \beta^2]^2 + [2\zeta_d \alpha \beta \cdot (1 - \beta^2 - \mu \beta^2) + 2\zeta_s \beta (\alpha^2 - \beta^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.27)$$

สำหรับในกรณีของโครงสร้างหลักไม่ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ขนาดผลตอบสนองสามารถลดรูปลงได้ โดยการกำหนดให้ค่า  $\alpha$ ,  $\mu$  และ  $\zeta_d$  เท่ากับศูนย์ ดังนั้น จะได้

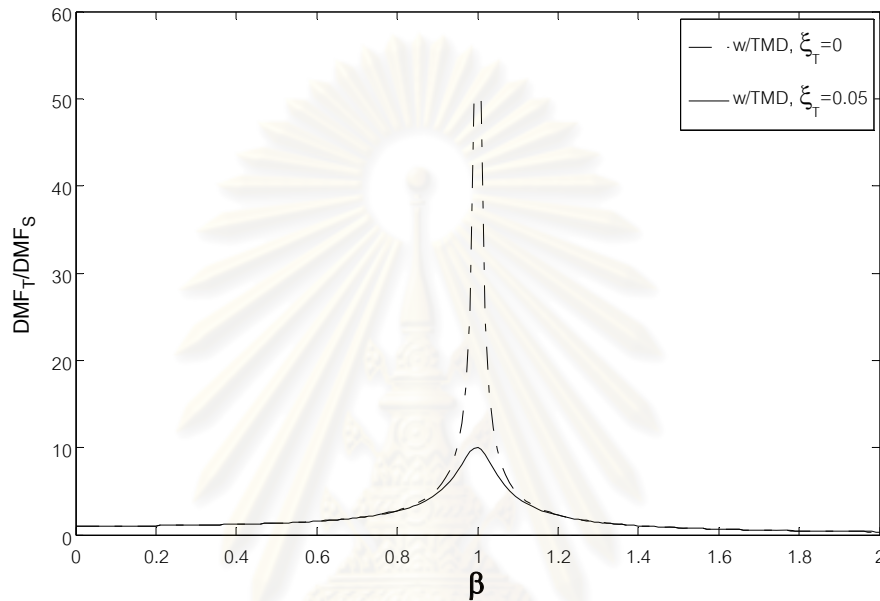
$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{1}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta_s \beta)^2} \right]^{1/2} \quad (2.28)$$



รูปที่ 2.5 ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีมวลหน่วงปรับค่า (เส้นประ) และมีมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่า  $\zeta_s = 0.02$ ,  $\mu = 0.10$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $\zeta_d = 0$  (เส้นประ-จุด) และ  $\zeta_d = 0.05$  (เส้นทึบ)

จากรูปที่ 2.5 สามารถอธิบายผลได้เช่นเดียวกับรูปที่ 2.2 แต่กรณีในรูปนี้ โครงสร้างหลักจะมีความหน่วง  $\zeta_s = 0.02$  ซึ่งช่วยในการดูดซับพลังงานจลน์ของระบบจึงทำให้ผลตอบสนองมีค่าน้อยกว่ากรณีในรูปที่ 2.2 ดังได้อธิบายไว้ข้างต้น

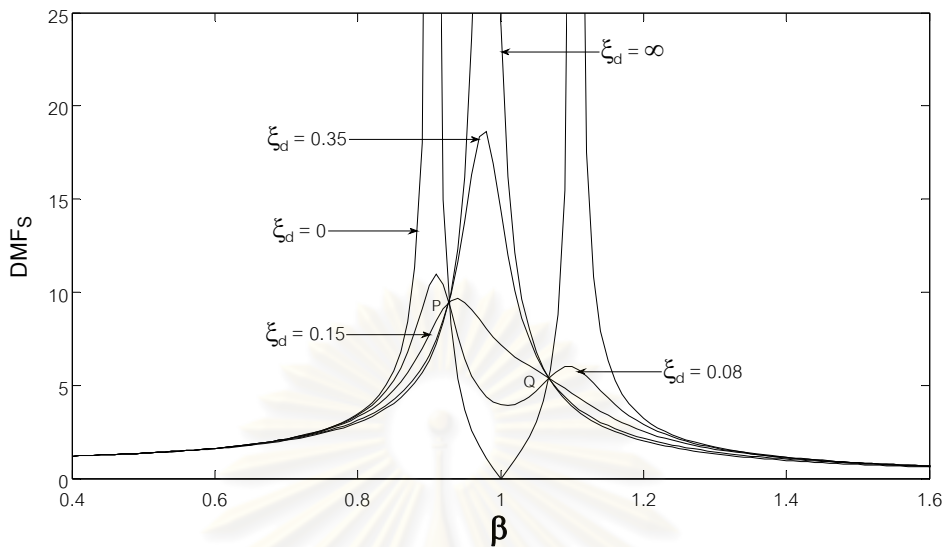
ค่าการเคลื่อนที่ของมวลหน่วงปรับค่าเทียบกับโครงสร้างในรูปที่ 2.6 มีค่าใกล้เคียงกันมากกับกราฟในรูปที่ 2.3 ซึ่งไม่สามารถมองเห็นความแตกต่างของกราฟได้ด้วยตาเปล่า ดังนั้น ผลจึงเป็นไปในทำนองเดียวกันกับที่กล่าวมาแล้ว



รูปที่ 2.6 อัตราส่วนการกระจัดที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของมวลหน่วงปรับค่าต่อโครงสร้างด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0.02$ ,  $\mu = 0.10$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $\zeta_d = 0$  (เส้นประ-จุด) และ  $\zeta_d = 0.05$  (เส้นทึบ)

### 2.3 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า

จากหัวข้อที่แล้วทำให้ทราบถึงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อการสั่นไหวของโครงสร้างและมวลหน่วงปรับค่าในเบื้องต้น อย่างไรก็ตาม ในการทำงานที่จะทำให้ผลการสั่นไหวมีค่าน้อยที่สุดตามที่ต้องการนั้น มวลหน่วงปรับค่าที่ใช้จะต้องมีค่าความถี่และความหน่วงที่เหมาะสม ดังนั้นต่อไปจะอธิบายถึงวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมทั้งสองค่านี้ซึ่งมีพื้นฐานแนวคิดมาจาก Den Hartog ด้วยการทำให้เกิดค่าการกระจัดน้อยที่สุดสำหรับระบบโครงสร้างไม่มีความหน่วง (Minimizing displacement of undamped main structure) ภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก



รูปที่ 2.7 ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0$ ,  $\mu = 0.04$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $\zeta_d$  แตกต่างกันหลายค่า

ในรูปที่ 2.7 แสดงกราฟของผลตอบสนองการกระจัดของโครงสร้างไม่มีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเทียบกับอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นด้วยการกำหนดค่าอัตราส่วนมวล  $\mu = 0.04$  และอัตราส่วนปรับค่าความถี่  $\alpha = 1.0$  เป็นค่าคงที่ แต่ใช้ค่าที่แตกต่างกันของอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า ( $\zeta_d$ ) จากรูปจะสังเกตเห็นว่า ทุกกรณีของค่า  $\zeta_d$  เส้นกราฟจะตัดผ่านจุดสองจุด คือ จุด P และ Q ซึ่งเรียกสองจุดนี้ว่า Two fixed points กล่าวคือ ค่าผลตอบสนองการกระจัดของโครงสร้างที่จุดสองจุดนี้จะไม่ขึ้นกับค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า สำหรับในกรณีที่ค่า  $\zeta_d = 0$  ผลตอบสนองจะเข้าสู่ค่าอนันต์ที่บริเวณ 2 ตำแหน่งของความถี่ทำให้เกิดการกำทอนและเส้นกราฟจะมีลักษณะแบ่งแยกออกเป็นปลายแหลม 2 ตำแหน่ง (Two peaks) เมื่อมีค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าไม่มากนัก ( $\zeta_d = 0.08$ ) ซึ่ง ณ ตำแหน่งที่จุดสูงสุดของปลายแหลมนี้จะเกิดการกำทอนขึ้นโดยมีค่าอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นเท่ากับ  $\beta_1$  และ  $\beta_2$  โดยที่  $\beta_1 < \beta_p < \beta = \alpha < \beta_o < \beta_2$  ในทางตรงกันข้ามเมื่อค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่ามีค่าสูงขึ้น ( $\zeta_d = 0.35$ ) จะทำให้เส้นกราฟมีลักษณะเป็นปลายแหลมเดียว (Single peak) และจะมีค่าผลตอบสนองการกระจัดเพิ่มขึ้น ยิ่งไปกว่านั้น ถ้าค่า  $\zeta_d = \infty$  จะทำให้ผลตอบสนองที่ได้มีค่าสูงมาก ๆ เข้าสู่ค่าอนันต์อีกครั้งเช่นเดียวกันกับกรณีที่ค่า  $\zeta_d = 0$  นั้นหมายความว่า มวลหน่วงปรับค่าจะไม่ทำงานและจะติดไปกับโครงสร้างเมื่อเกิดการสั่นไหวซึ่งจะเปลี่ยนจากระบบ 2-DOF ไปเป็น SDOF (Single degree of



freedom) ทำให้มีมวลรวมของระบบเท่ากับ  $m_s + m_d$  อย่างไรก็ตาม ผลตอบสนองที่ตำแหน่งจุด P และ Q ยังคงมีค่าต่างกันอยู่ ดังนั้น ถ้าต้องการให้ผลตอบสนองมีค่าเท่ากันจะต้องเลือกค่า  $\alpha$  ให้เหมาะสมซึ่งการเปลี่ยนค่า  $\alpha$  จะทำให้ตำแหน่งจุด P และ Q สามารถเคลื่อนขึ้นลงในแนวตั้งได้

จากพฤติกรรมที่ได้อธิบายไว้ข้างต้น ทำให้ทราบว่าเมื่อกำหนดค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ได้อย่างเหมาะสมแล้ว จะทำให้ผลตอบสนองการกระจัดมีค่าเท่ากัน ณ ตำแหน่งจุด P และ Q และเมื่อทำการเพิ่มค่า  $\zeta_d$  เส้นกราฟผลตอบสนองจะเปลี่ยนรูปร่างจาก 2 peaks ไปเป็น 1 peak ดังนั้น จะมีค่า  $\zeta_d$  ที่เหมาะสมค่าหนึ่งทำให้ผลตอบสนองมีค่าเท่ากันและน้อยที่สุดที่ตำแหน่งจุด P และ Q นี้

ในการที่จะหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมโดยใช้หลักการของ Two fixed points อันดับแรกจะต้องหาค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสม  $\alpha_{opt}$  ก่อนเพื่อทำให้ผลตอบสนองการกระจัดที่จุด P และ Q มีค่าเท่ากัน โดยการจัดพจน์ของสมการ (2.17) ใหม่ ดังนี้

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{X^2 + (2\zeta_d Y)^2}{W^2 + (2\zeta_d Z)^2} \right]^{1/2} \quad (2.29)$$

โดยที่  $X = \alpha_{opt}^2 - \beta^2$ ,  $Y = \alpha_{opt}^2 \beta$ ,  $W = (\alpha_{opt}^2 - \beta^2)(1 - \beta^2) - \mu \alpha_{opt}^2 \beta^2$  และ  $Z = \alpha_{opt}^2 \beta(1 - \beta^2 - \mu \beta^2)$

จากสมการ (2.29) จัดพจน์ใหม่อีกครั้ง จะได้

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right| = \left[ \frac{X^2 (1 + 4\zeta_d^2 \frac{Y^2}{X^2})}{W^2 (1 + 4\zeta_d^2 \frac{Z^2}{W^2})} \right]^{1/2} \quad (2.30)$$

เนื่องจากว่า ค่าผลตอบสนองการกระจัดของโครงสร้างที่ตำแหน่งจุด P และ Q ไม่ขึ้นกับค่า  $\zeta_d$  ดังนั้น จากสมการ (2.30) จะได้

$$\frac{Y^2}{X^2} = \frac{Z^2}{W^2}$$

$$\frac{Y}{X} = \pm \frac{Z}{W}$$

$$\frac{\alpha_{opt}^2 \beta}{\alpha_{opt}^2 - \beta^2} = \pm \frac{\alpha_{opt}^2 \beta (1 - \beta^2 - \mu \beta^2)}{(\alpha_{opt}^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha_{opt}^2 \beta^2}$$

$$\frac{1}{\alpha_{opt}^2 - \beta^2} = \pm \frac{1 - \beta^2 - \mu \beta^2}{(\alpha_{opt}^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha_{opt}^2 \beta^2}$$

$$\frac{1}{\alpha_{opt}^2 - \beta^2} - \frac{1 - \beta^2 - \mu \beta^2}{(\alpha_{opt}^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha_{opt}^2 \beta^2} = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{1}{\alpha_{opt}^2 - \beta^2} + \frac{1 - \beta^2 - \mu \beta^2}{(\alpha_{opt}^2 - \beta^2) \cdot (1 - \beta^2) - \mu \alpha_{opt}^2 \beta^2} = 0 \quad (2.32)$$

สมการ (2.31) จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ ค่า  $\beta = 0$  นั่นคือ ไม่มีแรงกระตุ้นทำให้โครงสร้างไม่เกิดการสั่น คำตอบจึงไม่มีความหมาย (Trivial solution) ดังนั้น สมการ (2.32) จะถูกใช้เพื่อหาค่า  $\beta_p$  และ  $\beta_Q$  ที่ตำแหน่งจุด P และ Q ตามลำดับ โดยการจัดพจน์ของสมการใหม่ จะได้

$$\left(1 + \frac{\mu}{2}\right) (\beta^2)^2 - (1 + \alpha_{opt}^2 + \mu \alpha_{opt}^2) \beta^2 + \alpha_{opt}^2 = 0 \quad (2.33)$$

จากสมการ (2.33) จะเห็นว่าอยู่ในรูปแบบสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  ซึ่งมีคำตอบเป็น  $x = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a$  และมีผลบวกของคำตอบเท่ากับ  $x_1^2 + x_2^2 = -b/a$  ดังนั้น ผลบวกของคำตอบทั้งสองค่าของสมการ (2.33) คือ

$$\beta_p^2 + \beta_Q^2 = \frac{1 + \alpha_{opt}^2 + \mu \alpha_{opt}^2}{1 + \frac{\mu}{2}} \quad (2.34)$$

ต่อไป ทำการลดรูปสมการ (2.17) ด้วยการแทนค่า  $\zeta_d = \infty$  เพื่อให้สะดวกและง่ายต่อการหาค่า  $\beta$  เพราะค่าผลตอบสนองที่ตำแหน่งจุด P และ Q ไม่ขึ้นกับค่า  $\zeta_d$

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right|_{\zeta_d = \infty} = \left[ \frac{1}{(1 - \beta^2 - \mu\beta^2)^2} \right]^{1/2} \quad (2.35)$$

แทนค่า  $\beta = \beta_p$  และ  $\beta = \beta_Q$  ลงในสมการ (2.35) จะได้

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right|_P = + \frac{1}{1 - \beta_p^2 - \mu\beta_p^2} \quad (2.36)$$

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right|_Q = - \frac{1}{1 - \beta_Q^2 - \mu\beta_Q^2} \quad (2.37)$$

เนื่องจากว่า เมื่อปรับค่าความถี่ของมวลหน่วงปรับค่าด้วยค่าที่เหมาะสมจะทำให้ผลตอบสนองการกระจัดมีค่าเท่ากันที่ตำแหน่งจุด P และ Q ดังนั้น จากสมการ (2.36) และ (2.37)

กำหนดให้ค่า  $\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right|_P = \left| \frac{X_s}{X_{st}} \right|_Q$  จะได้

$$\beta_p^2 + \beta_Q^2 = \frac{2}{1 + \mu} \quad (2.38)$$

จากสมการ (2.34) และ (2.38) จะเห็นว่าค่า  $\beta_p^2 + \beta_Q^2$  ของทั้งสองสมการมีค่าเท่ากัน ดังนั้น จะได้ค่าปรับค่าความถี่ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า คือ

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (2.39)$$

ต่อไปจะทำการหาค่าอัตราส่วนความหน่วงที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า  $\zeta_{d,opt}$  โดยจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบที่มีค่า  $\zeta_d = \infty$  ซึ่งที่สภาวะนี้มวลรวมของระบบจะมีค่าเท่ากับ  $m_s + m_d$  ดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ทั้งนี้ก็เพื่อความง่ายต่อการหาค่า  $\zeta_{d,opt}$  ดังนั้นค่าความถี่แรงกระตุ้นที่ทำให้เกิดการกำทอน (Resonance frequency)  $\omega = \omega_\infty$  ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าความถี่ของระบบผสมระหว่างโครงสร้างและมวลหน่วงปรับค่า (Composite system)  $\omega_{CS}$  คือ

$$\omega_\infty = \omega_{CS} = \sqrt{\frac{k_s}{m_s + m_d}} = \sqrt{\frac{k_s}{m_s + \mu m_s}} = \sqrt{\frac{k_s}{m_s(1 + \mu)}} = \omega_s \sqrt{\frac{1}{1 + \mu}} \quad (2.40)$$

จากสมการ (2.40) จะได้ค่ากำลังสองของอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นที่ตำแหน่ง  $\omega = \omega_\infty$  คือ

$$\beta^2 = \beta_\infty^2 = \frac{\omega_\infty^2}{\omega_s^2} = \frac{1}{\mu + 1} \quad (2.41)$$

ดำเนินการหาค่า  $\left. \frac{X_s}{X_{st}} \right|_{P,Q,\zeta_d=\infty}$  ด้วยการแทนค่า  $\alpha_{opt}$  ที่ได้จากสมการ (2.39) ลงในสมการ (2.33) จะได้

$$(\beta^2)^2 - \frac{2\beta^2}{1 + \mu} + \frac{2}{(2 + \mu)(1 + \mu)^2} = 0 \quad (2.42)$$

ทำการแก้สมการ (2.42) จะได้

$$\beta^2 = \beta_{P,Q}^2 = \frac{1}{1 + \mu} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}} \right) \quad (2.43)$$

แทนค่าสมการ (2.43) ลงในสมการ (2.35) จะได้ผลตอบสนองของการขจัดสำหรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า คือ

$$DMF_{S,opt} = \left. \frac{X_s}{X_{st}} \right|_{P,Q,\zeta_d=\infty} = \sqrt{\frac{2 + \mu}{\mu}} \quad (2.44)$$

ดังนั้น ค่าอัตราส่วนความถี่ของมวลหน่วงปรับค่าที่เหมาะสมหาได้โดยการแทนค่าสมการ (2.39), (2.41) และ (2.44) ลงในสมการ (2.17) จะได้

$$\zeta_{d,opt} = \sqrt{\frac{\mu}{2(1+\mu)}} \quad (2.45)$$

อย่างไรก็ตาม Warburton (1982) ได้แนะนำให้ใช้ค่า  $\zeta_{d,opt}$  เท่ากับค่า Average root mean square ของ  $\zeta_{d,P}^2$  และ  $\zeta_{d,Q}^2$  นั่นคือ  $\zeta_{d,opt} = [\frac{1}{2}(\zeta_{d,P}^2 + \zeta_{d,Q}^2)]^{1/2}$  ซึ่งค่า  $\zeta_{d,P}$  และ  $\zeta_{d,Q}$  สามารถหาได้โดยการหาค่ากราเดียน (Gradient) ของผลตอบสนองของการกระจัดที่ค่า  $\beta_P$  และ  $\beta_Q$  เท่ากับศูนย์ ( $\frac{\partial DMF_{S,P}}{\partial \beta_P} = 0$  และ  $\frac{\partial DMF_{S,Q}}{\partial \beta_Q} = 0$ ) ดังนั้น จะได้

$$\zeta_{d,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (2.46)$$

นอกจากนี้ พารามิเตอร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่ง คือ อัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่า (Equivalent damping:  $\zeta_{eq}$ ) สำหรับโครงสร้างไม่มีความหน่วงที่เป็นผลมาจากมวลหน่วงปรับค่า ซึ่งเปรียบเสมือนเป็นการเพิ่มความหน่วงเข้าไปในโครงสร้างนั่นเอง โดยจะพิจารณาให้เป็นระบบโครงสร้างมีความหน่วงที่มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับหนึ่ง (SDOF Damped main system) ดังนั้น พิจารณาสมการ (2.28) โดยให้ความถี่แรงกระตุ้นมีค่าเท่ากับความถี่ของโครงสร้างซึ่งจะทำให้ค่า  $\beta = 1.0$  และจะได้ค่าผลตอบสนองของการกระจัดของโครงสร้างที่ความถี่กำหนด คือ

$$\left| \frac{X_s}{X_{st}} \right| = \frac{1}{2\zeta_s} \quad (2.47)$$

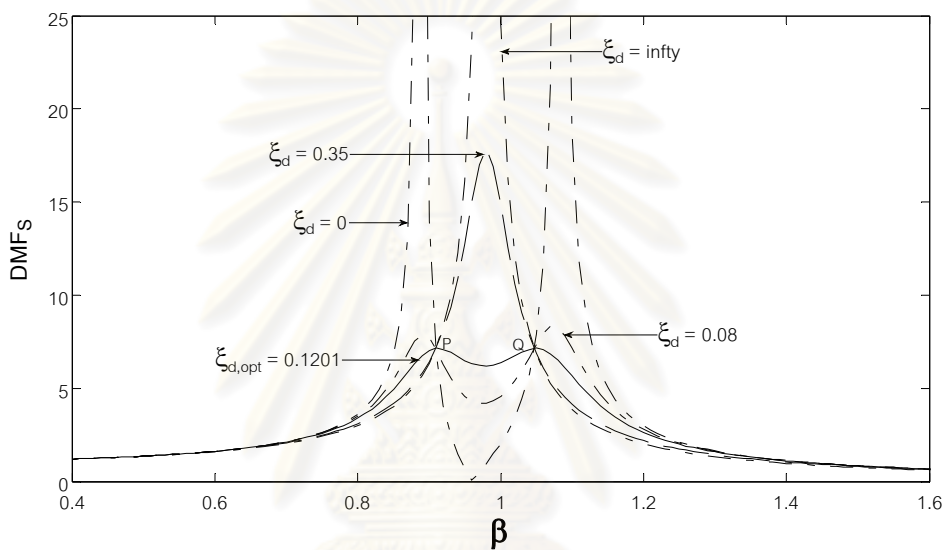
ค่าผลตอบสนองของการกระจัดในสมการ (2.47) จะมีค่าโดยประมาณให้เป็นค่าในสมการ (2.44) ซึ่งค่า  $\zeta_s = \zeta_{eq}$  ดังนั้น จะได้

$$DMF_{S,opt} = \frac{1}{2\zeta_{eq}}$$

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu/2}{1+\mu/2}} \quad (2.48)$$



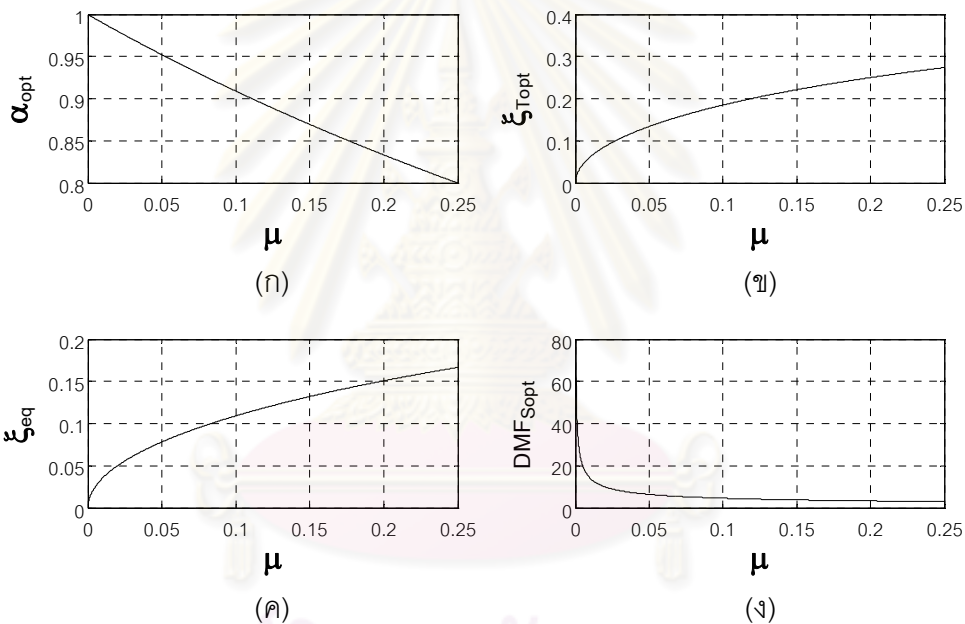
ในรูปที่ 2.8 แสดงกราฟของผลตอบสนองการกระจัดของโครงสร้างไม่มีความหน่วงติดตั้งมวลห้วงปรับค่าเทียบกับอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นด้วยการกำหนดค่าอัตราส่วนมวล  $\mu = 0.04$  และอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสม  $\alpha_{opt} = 0.9615$  เป็นค่าคงที่ แต่ใช้ค่าที่แตกต่างกันของ  $\zeta_d$  จากรูปจะสังเกตเห็นว่า กรณีของค่า  $\zeta_{d,opt} = 0.1201$  จะทำให้ผลตอบสนองการกระจัดมีค่าเท่ากันที่ตำแหน่งจุด P และ Q ดังที่ได้อธิบายไว้ข้างต้น



รูปที่ 2.8 ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างไม่มีความหน่วงติดตั้งมวลห้วงปรับค่าด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0$ ,  $\mu = 0.04$ ,  $\alpha_{opt} = 0.9615$ ,  $\zeta_d$  แตกต่างกันหลายค่า

จากรูปที่ 2.9 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมต่างๆ เทียบกับอัตราส่วนมวลซึ่งได้จากสมการ (2.39), (2.46), (2.48) และ (2.44) ตามรูปที่ 2.9(ก), 2.9(ข), 2.9(ค) และ 2.9(ง) ตามลำดับ ในรูปที่ 2.9(ก) จะสังเกตได้ว่า ค่า  $\alpha_{opt}$  ลดลง เมื่อค่า  $\mu$  เพิ่มขึ้น และค่า  $\alpha_{opt} < 1.0$  เสมอ สำหรับทุกค่าของ  $\mu$  หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง ค่าความถี่ของมวลห้วงปรับค่าที่ใช้เพื่อให้ได้ค่าผลตอบสนองการกระจัดน้อยที่สุดจะมีค่าน้อยกว่าค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างเสมอ สำหรับรูปที่ 2.9(ข) เมื่อค่า  $\mu$  เพิ่มขึ้น จะทำให้ค่า  $\zeta_{d,opt}$  มีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย และกรณีรูปที่ 2.9(ค) จะเห็นว่า ค่า  $\zeta_{eq}$  จะสูงขึ้น เมื่อเพิ่มค่า  $\mu$  นั่นคือ ถ้าต้องการเพิ่มความหน่วงให้กับโครงสร้างจะต้องใช้มวลของมวลห้วงปรับค่ามากขึ้น อย่างไรก็ตามจากรูปที่ 2.9(ง) แสดงให้เห็นว่า การเพิ่มค่า  $\mu$  ไม่มากกว่า 0.05 จะทำให้มวลห้วงปรับค่ามีประสิทธิภาพที่ดีสำหรับลดการสั่นไหวของโครงสร้าง เพราะค่า  $DMF_{S,opt}$  ลดลงอย่างมีนัยสำคัญ และถ้าใช้ค่า

$\mu > 0.05$  การลดลงของผลตอบสนองของการกระจัดจะมีค่าน้อยมากและเกือบจะคงที่ ดังนั้น การใช้มวลหน่วงปรับค่าที่มีมวลอยู่ในช่วงระหว่าง 2 ถึง 5 % ของมวลโครงสร้างจะคุ้มค่าง่าทั้งในด้านการสิ้นเปลืองและค่าใช้จ่ายไม่แพงมาก อย่างไรก็ตามในบางกรณีถ้าจำเป็นต้องใช้มวลของมวลหน่วงปรับค่ามากขึ้นซึ่งพิจารณาจากกราฟแล้วพบว่า ที่ค่า 15 % ของมวลโครงสร้างน่าจะเป็นค่าใช้งานได้สูงสุดที่เหมาะสม เพราะฉะนั้น ทำให้สามารถประเมินช่วงการใช้งานที่เหมาะสมที่จะเป็นไปได้ของค่าอัตราส่วนมวลคือ  $0.02 < \mu < 0.15$  อัตราส่วนปรับจูนความถี่  $0.98 < \alpha < 0.86$  อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า  $0.08 < \zeta_d < 0.22$  และค่าความหน่วงเทียบเท่า  $0.05 < \zeta_{eq} < 0.13$



รูปที่ 2.9 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าเทียบกับอัตราส่วนมวล (ก) อัตราส่วนปรับค่าความถี่ (ข) อัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า (ค) อัตราส่วนความหน่วงเทียบเท่า และ (ง) ผลตอบสนองของการกระจัดของโครงสร้างสำหรับโครงสร้างไม่มีความหน่วง

Warburton (1982) ได้ทำการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมภายใต้เงื่อนไขที่แตกต่างกันไปของค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ Optimize สำหรับแรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกและไร้รูปแบบประเภท White noise spectral density กระทำต่อโครงสร้างไม่มีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าซึ่งได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.1 และ 2.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 2.1 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับมวลท่วงปรับค่าติดเข้ากับโครงสร้างไม่มีความหน่วงภายใต้แรงกระทำแบบฮาร์โมนิค (Warburton, 1982)

Case	Excitation		Parameter Optimized	Optimized Response		Optimized TMD Parameters	
	Type	Applied to		Definition of $DMF_S$	$DMF_{S,opt}$	$\alpha_{opt}$	$\zeta_{d,opt}$
1	Force	Main mass	$X_S$	$\frac{X_S}{F_0/k_S}$	$\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}$	$\frac{1}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}$
2	Force	Main mass	$\ddot{X}_S$	$\frac{\ddot{X}_S}{F_0/M_S}$	$\sqrt{\frac{2}{\mu(1+\mu)}}$	$\sqrt{\frac{1}{1+\mu}}$	$\sqrt{\frac{2}{\mu(1+\mu)}}$
3	Acceleration	Base	$y_S = x_S - x_0$	$\frac{y_S}{\ddot{X}_0/a_S^2}$	$(1+\mu)\sqrt{\frac{2}{\mu}}$	$\frac{\sqrt{1-\mu/2}}{1+\mu}$	$(1+\mu)\sqrt{\frac{2}{\mu}}$
4	Acceleration	Base	$\ddot{X}_S$	$\frac{\ddot{X}_S}{\ddot{X}_0}$	$\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}$	$\frac{1}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}}$

ศูนย์เทคโนโลยีสารสนเทศ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

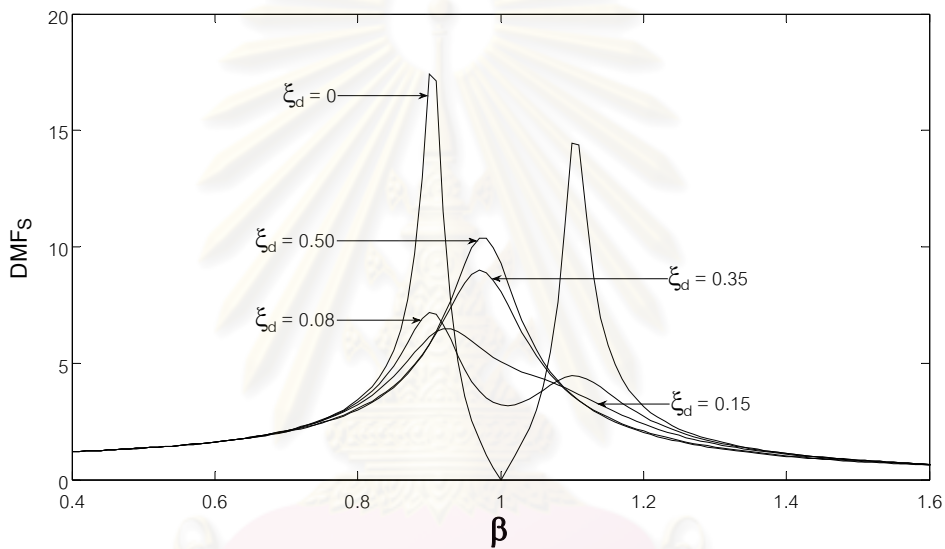
ตารางที่ 2.2 ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับมวลหน่วงปรับค่าติดเข้ากับโครงสร้างไม่มีความหน่วงภายใต้แรงกระทำแบบไร้รูปแบบซึ่งเป็นประเภท White noise spectral density (Warburton, 1982)

Case	Excitation		Parameter Optimized	Optimized Response		Optimized TMD Parameters	
	Type	Applied to		Definition of $DMF_S$	$DMF_{S,opt}$	$\alpha_{opt}$	$\zeta_{d,opt}$
1	Force	Main mass	$X_S$	$\frac{\sigma_x^2 k_S^2}{2\pi S_0 \omega_S}$	$\sqrt{\frac{1+3\mu/4}{\mu(1+\mu)}}$	$\frac{\sqrt{1+\mu/2}}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{\mu(1+3\mu/4)}{4(1+\mu)(1+\mu/2)}}$
2	Force	Main mass	$\dot{X}_S$	$\frac{\sigma_{\dot{x}}^2 k_S^2}{2\pi S_0 \omega_S^3}$	$\sqrt{\frac{1}{1+\mu}}$	$\sqrt{\frac{1}{1+\mu}}$	$\frac{\mu}{4}$
3	Acceleration	Base	$y_S = x_S - x_0$	$\frac{\sigma_y^2 \omega_S^3}{2\pi S_0}$	$(1+\mu)^{3/2} \sqrt{\frac{4-\mu}{4\mu}}$	$\frac{\sqrt{1-\mu/2}}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{\mu(1-\mu/4)}{4(1+\mu)(1-\mu/2)}}$

หมายเหตุ:  $\sigma_x^2$ ,  $\sigma_{\dot{x}}^2$  และ  $\sigma_y^2$  เป็นค่าการแปรผัน (Variance) ของการขจัดสัมบูรณ์ ความเร็วสัมบูรณ์และการขจัดสัมพัทธ์ของโครงสร้างหลัก ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สำหรับในกรณีของโครงสร้างมีความหน่วง ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมไม่สามารถหาได้ด้วยการใช้หลักการของ Two fixed point เนื่องจากว่า กราฟของผลตอบสนองการกระจัดจะไม่สามารถตัดกันทำให้เกิดจุดสองจุดได้โดยที่ไม่ขึ้นกับค่า  $\zeta_d$  ดังแสดงในรูปที่ 2.10 อย่างไรก็ตาม ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับกรณีนี้สามารถหาได้ด้วยวิธีการเชิงตัวเลข (Numerical approach) ซึ่งได้มีการศึกษาวิจัยในอดีตและค่าเหล่านั้นถูกนำเสนอเป็นสูตรแบบ Empirical formulae



รูปที่ 2.10 ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างมีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0.02$ ,  $\mu = 0.04$ ,  $\alpha = 1.0$ ,  $\zeta_d$  แตกต่างกันหลายค่า

Ioi และ Ikeda (1978) ได้เสนอค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมเป็นสูตรแบบ Empirical formulae ภาวะได้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกกระทำที่โครงสร้างด้วยการใช้ค่า  $DMF_s$  เป็นฟังก์ชันเป้าหมาย (Objective function) ในการ optimize เพื่อทำให้ได้ค่าน้อยสุด (ที่มาจากหนังสือ Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering) คือ

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} - (0.241 + 1.7\mu - 2.6\mu^2)\zeta_s - (1.0 - 1.9\mu + \mu^2)\zeta_s^2 \quad (2.49)$$



$$\zeta_{d,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} + (0.13 + 0.12\mu + 0.4\mu^2)\zeta_s - (0.01 + 0.9\mu + 3\mu^2)\zeta_s^2 \quad (2.50)$$

โดยที่ ค่าอัตราส่วนมวลอยู่ในช่วง  $0.03 < \mu < 0.40$  และอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้าง  $0 < \zeta_s < 0.15$  ซึ่งจะมีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 1 %

Tsai และ Lin (1993) ได้ใช้ฟังก์ชันเป้าหมายเหมือนกรณีของ Ioi และ Ikeda ภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิคสองประเภท คือ

(ก) แรงกระตุ้นพื้นฐานเนื่องจากการเคลื่อนที่ (Support displacement excitation)

$$\alpha_{opt} = \left( \frac{\sqrt{1+\mu/2}}{1+\mu} + \frac{1}{\sqrt{1-2\zeta_s^2}} - 1 \right) - (0.288 - 0.661\sqrt{\mu} + 1.12\mu)\sqrt{\mu}\zeta_s - (2.298 - 6.739\sqrt{\mu} + 8.316\mu)\sqrt{\mu}\zeta_s^2 \quad (2.51)$$

$$\zeta_{d,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} + 0.238\mu\zeta_s + 0.151\zeta_s - 0.187\zeta_s^2 \quad (2.52)$$

โดยที่ ค่าอัตราส่วนมวลอยู่ในช่วง  $\mu < 0.20$  และอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้าง  $0 < \zeta_s < 0.15$  ซึ่งจะมีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 0.02 % และ 1.5 % เมื่อเทียบกับค่าตัวเลขที่ได้จากวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับสมการ (2.51) และ (2.52) ตามลำดับ

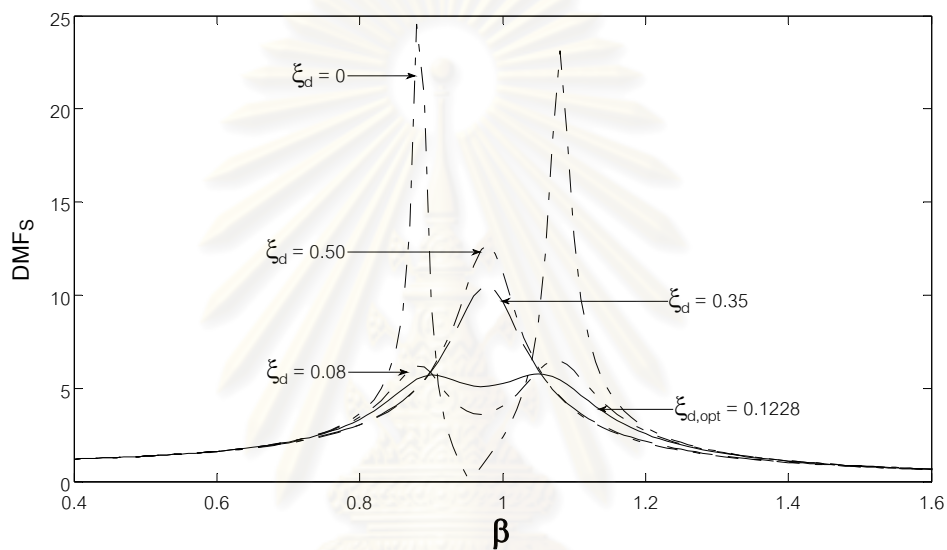
(ข) แรงกระตุ้นพื้นฐานเนื่องจากความเร่ง (Support acceleration excitation)

$$\alpha_{opt} = \left( \frac{\sqrt{1-\mu/2}}{1+\mu} + \sqrt{1-2\zeta_s^2} - 1 \right) - (2.375 - 1.034\sqrt{\mu} - 0.426\mu)\sqrt{\mu}\zeta_s - (3.730 - 16.903\sqrt{\mu} + 20.496\mu)\sqrt{\mu}\zeta_s^2 \quad (2.53)$$

$$\zeta_{d,opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-\mu/2)}} + (0.163\zeta_s + 4.98\zeta_s^2)\mu + (0.151\zeta_s - 0.17\zeta_s^2) \quad (2.54)$$

โดยที่ ค่าอัตราส่วนมวลอยู่ในช่วง  $\mu < 0.20$  และอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้าง  $0 < \zeta_s < 0.15$  ซึ่งจะมีค่าความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 0.04 % และ 2 % เมื่อเทียบกับค่าตัวเลขที่ได้จากวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับสมการ (2.53) และ (2.54) ตามลำดับ

ในรูปที่ 2.11 แสดงกราฟของผลตอบสนองการกระจัดของโครงสร้างมีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเทียบกับอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นด้วยการกำหนดค่าอัตราส่วนมวล  $\mu = 0.04$  และอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสม  $\alpha_{opt} = 0.9551$  เป็นค่าคงที่ แต่ใช้ค่าที่แตกต่างกันของ  $\zeta_d$  จากรูปจะสังเกตเห็นว่า กรณีของค่า  $\zeta_{d,opt} = 0.1228$  จะทำให้ผลตอบสนองการขจัดมีค่าใกล้เคียงกัน ทั้งนี้ค่า  $\alpha_{opt}$  และ  $\zeta_{d,opt}$  หาจากสมการ (2.49) และ (2.50) ตามลำดับ



รูปที่ 2.11 ผลตอบสนองที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ของโครงสร้างมีความหน่วงติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0.02$ ,  $\mu = 0.04$ ,  $\alpha_{opt} = 0.9551$ ,  $\zeta_d$  แตกต่างกันไปหลายค่า

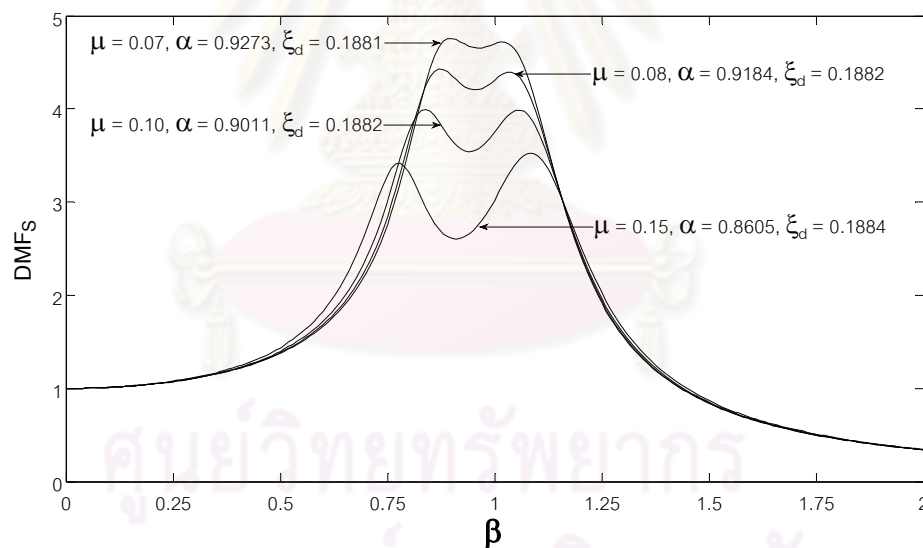
## 2.4 ประสิทธิภาพและการคงสภาพความสามารถใช้งานได้ของมวลหน่วงปรับค่า

เรื่องของประสิทธิภาพ (Effectiveness) เป็นสิ่งสำคัญอันดับแรกที่จะต้องนำมาพิจารณาลำหรับการออกแบบเพื่อเลือกใช้มวลหน่วงปรับค่า ทั้งนี้เพื่อให้สามารถลดผลการสั่นไหวของโครงสร้างให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้และเหมาะสมกับงบประมาณค่าใช้จ่ายที่มีอยู่ เพราะฉะนั้น จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับผู้ออกแบบที่จะต้องทราบถึงค่าพารามิเตอร์อะไรบ้างที่จะมีผลกระทบต่อประสิทธิภาพการทำงานของมวลหน่วงปรับค่าซึ่งได้แก่ อัตราส่วนมวล อัตราส่วนปรับค่าความถี่ ความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าและความหน่วงของโครงสร้าง ประการที่สองเป็นเรื่องของความสามารถในการคงสภาพการใช้งานได้ (Robustness) ของมวลหน่วงปรับค่าภายใต้การเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติบางอย่างของระบบเมื่อถูกใช้งานไประยะเวลาหนึ่ง

หรือจากขบวนการผลิตในโรงงาน กล่าวคือ การสูญเสียค่าปรับค่าความถี่และค่าความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า หรือเรียกโดยรวมว่า Detuning or Mistuning

#### 2.4.1 ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่า

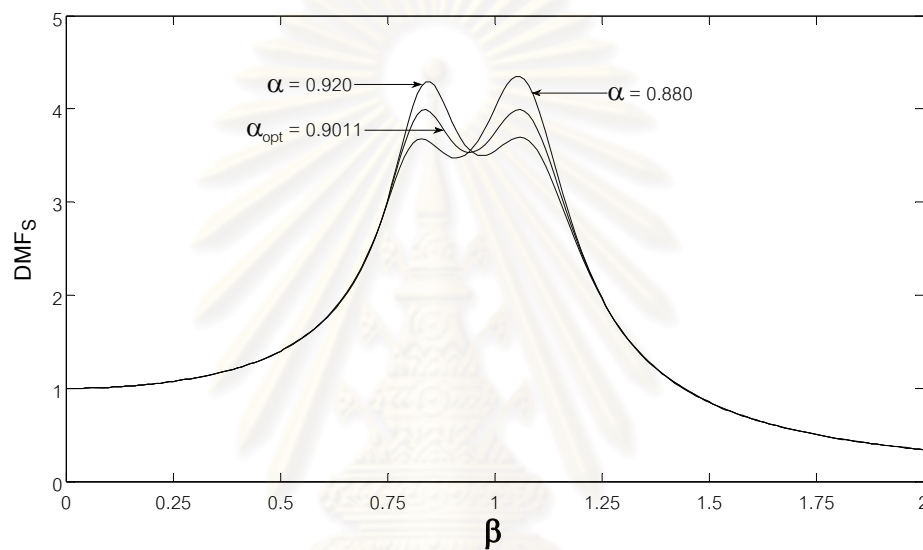
รูปที่ 2.12 แสดงถึงผลกระทบของอัตราส่วนมวลที่มีต่อผลตอบสนองการกระจัดซึ่งจะเห็นว่าถ้าเพิ่มอัตราส่วนมวลขึ้นจะทำให้ผลตอบสนองการกระจัดลดลงและส่งผลให้ประสิทธิภาพในการลดการสั่นไหวของโครงสร้างดีขึ้นไปด้วย อีกทั้งยังช่วยเพิ่มช่วงความถี่ใช้งานให้กว้างขึ้น อย่างไรก็ตาม การใช้อัตราส่วนมวลที่มากจะต้องพิจารณาถึงความเหมาะสมของค่าใช้จ่าย พื้นที่ใช้งานเพียงพอหรือไม่ รวมถึงความยากง่ายในการติดตั้งที่หน้างานอีกด้วย นอกจากนี้ ยังต้องคำนึงถึงผลกระทบของแรงสั่นที่เพิ่มเข้าไปสู่โครงสร้างซึ่งจะต้องไม่ทำให้โครงสร้างเกิดหน่วยแรงที่มากเกินไปกว่าค่าที่ออกแบบไว้



รูปที่ 2.12 ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนมวล  $\mu$  แตกต่างกันหลายค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์  $\zeta_s = 0.02$

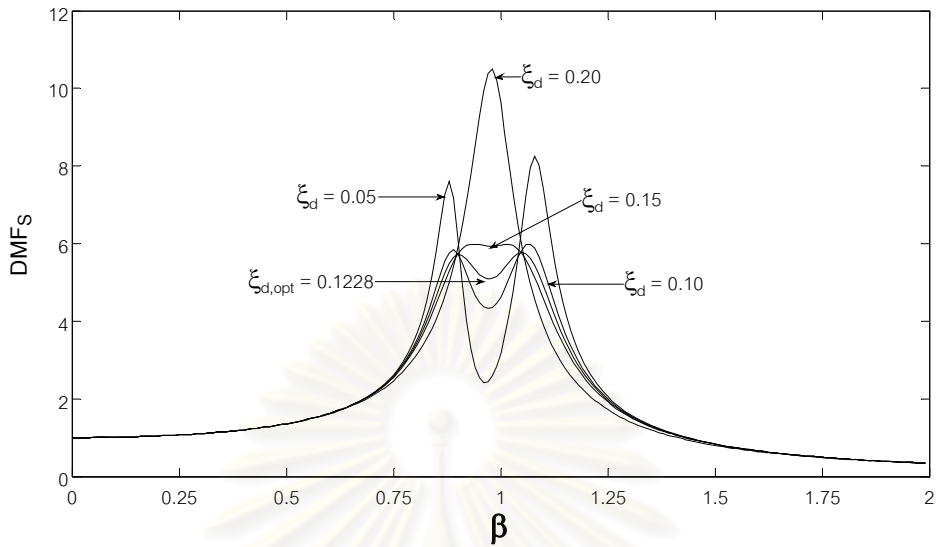
รูปที่ 2.13 แสดงให้เห็นว่า การใช้ค่าปรับค่าความถี่ที่ต่ำ  $\alpha_{lower} = 0.880$  และสูง  $\alpha_{upper} = 0.920$  กว่าค่าที่เหมาะสม  $\alpha_{opt} = 0.9011$  จะทำให้ตำแหน่งของ Peak เลื่อนไปจากตำแหน่งเดิม โดยที่ในกรณีของค่า  $\alpha_{lower}$  จะมีค่าผลตอบสนองที่เพิ่มขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นอยู่ในช่วง  $\alpha_{lower} < \beta < 1.10$  ในทางกลับกัน ค่าผลตอบสนองจะลดลงเมื่อค่า

$\beta < \alpha_{lower}$  สำหรับในกรณีของค่า  $\alpha_{upper}$  จะมีค่าผลตอบแทนที่เพิ่มขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนความถี่แรงกระตุ้นอยู่ในช่วง  $0.80 < \beta < \alpha_{upper}$  และค่าผลตอบแทนจะลดลงเมื่อค่า  $\beta > \alpha_{upper}$  เพราะฉะนั้น โดยภาพรวมแล้วประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าจะดีที่สุดเมื่อปรับค่าความถี่ให้มีค่าเหมาะสมซึ่งจะทำให้ได้ช่วงความถี่ใช้งานกว้างกว่าการปรับจูนความถี่ที่เบี่ยงเบนไปจากค่าที่เหมาะสม

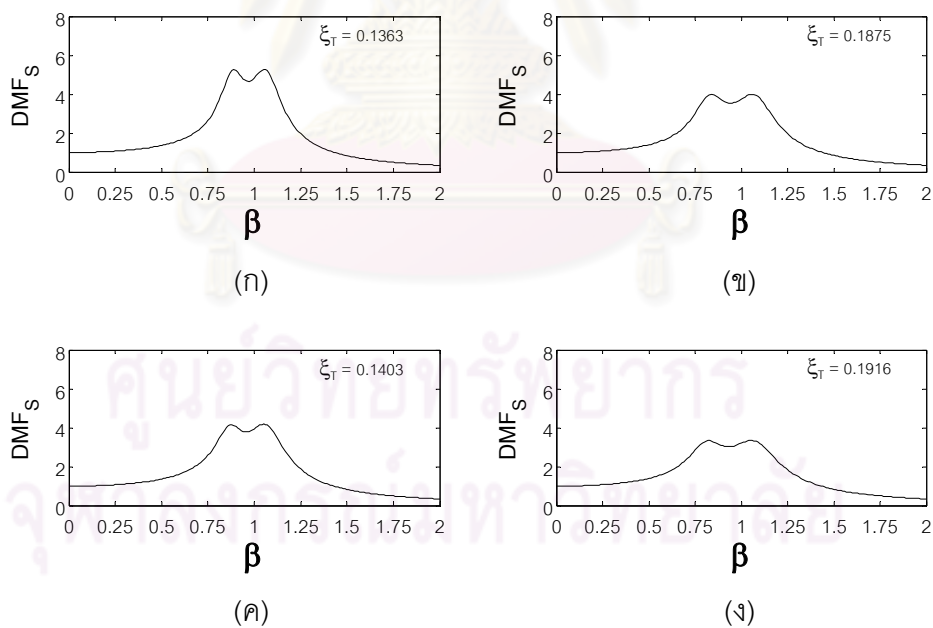


รูปที่ 2.13 ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนปรับค่าความถี่  $\alpha$  แตกต่างกันหลายค่าด้วยค่าพารามิเตอร์  $\mu = 0.10$ ,  $\zeta_s = 0.02$  และ  $\zeta_{d,opt} = 0.1875$

จากรูปที่ 2.14 จะสังเกตเห็นว่าเมื่อเพิ่มค่า  $\zeta_d$  มากขึ้น โดยที่ใช้ค่า  $\mu$  และ  $\alpha$  คงที่ ลักษณะรูปของเส้นกราฟผลตอบแทนการขจัดจะเปลี่ยนจาก 2 Peaks ไปเป็น 1 Peak และจะมีค่าของ Peak ต่ำที่สุดเมื่อใช้ค่าอัตราส่วนความถี่ของมวลหน่วงปรับค่าที่เหมาะสม  $\zeta_{d,opt} = 0.1228$  ซึ่งทำให้ประสิทธิภาพของการลดการสั่นไหวในภาพรวมดีที่สุด แม้ว่าที่ค่าความถี่การกำหนด  $\beta = \alpha_{opt}$  จะมีค่าผลตอบแทนสูงกว่าการใช้ค่า  $\zeta_d$  ที่ต่ำกว่าก็ตามเนื่องจากที่ค่า  $\zeta_{d,opt}$  นี้ จะมีช่วงความถี่ใช้งานที่กว้างกว่า



รูปที่ 2.14 ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า  $\zeta_d$  แตกต่างกันหลายค่า ด้วยค่าพารามิเตอร์  $\mu = 0.04$ ,  $\alpha_{opt} = 0.9551$  และ  $\zeta_s = 0.02$



รูปที่ 2.15 ประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าเนื่องจากอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้าง (ก)  $\alpha = 0.9456$ ,  $\mu = 0.05$ ,  $\zeta_s = 0.05$  (ข)  $\alpha = 0.9011$ ,  $\mu = 0.105$ ,  $\zeta_s = 0.05$  (ค)  $\alpha = 0.9341$ ,  $\mu = 0.05$ ,  $\zeta_s = 0.10$  และ (ง)  $\alpha = 0.8878$ ,  $\mu = 0.10$ ,  $\zeta_s = 0.10$



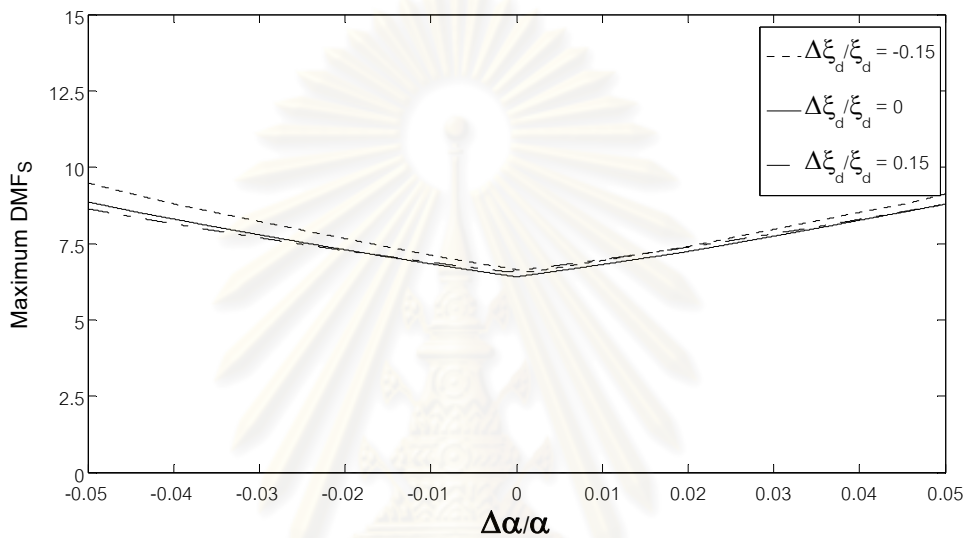
รูปที่ 2.15 แสดงถึงอิทธิพลของอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างที่มีต่อค่าผลตอบสนองการขจัด พบว่าการใช้ค่าความหน่วงของโครงสร้างที่มากจะทำให้ผลตอบสนองลดลงมากตามไปด้วยเนื่องจากโครงสร้างมีความสามารถในการสลายพลังงานมากขึ้น อย่างไรก็ตาม ในความเป็นจริงโครงสร้างจะมีค่าความหน่วงเฉพาะของโครงสร้างนั้นๆ อยู่ค่าหนึ่งซึ่งโดยทั่วไปมักจะมีค่าไม่มากนัก

ในรูปที่ 2.15(ก) และ 2.15(ข) ใช้ค่าอัตราส่วนความหน่วงโครงสร้างเท่ากันคือ  $\zeta_s = 0.05$  สำหรับค่าอัตราส่วนมวลนั้นมีค่าแตกต่างกันคือ  $\mu = 0.05$  และ  $\mu = 0.10$  ซึ่งจะเห็นว่ากรณีที่ใช้ค่าอัตราส่วนมวลมากจะมีค่าผลตอบสนองลดลงจาก  $DMF_s = 5.1$  ไปเป็น  $DMF_s = 4.0$  คิดเป็น 21.6 % ในทำนองเดียวกัน สำหรับรูปที่ 2.15(ค) และ 2.15(ง) ใช้ค่าอัตราส่วนมวลที่แตกต่างกันคือ  $\mu = 0.05$  และ  $\mu = 0.10$  แต่ใช้ค่าอัตราส่วนความหน่วงของโครงสร้างเพิ่มขึ้นเป็น  $\zeta_s = 0.10$  ซึ่งในกรณีที่ใช้ค่าอัตราส่วนมวลมากจะมีค่าผลตอบสนองลดลงจาก  $DMF_s = 4.1$  ไปเป็น  $DMF_s = 3.4$  คิดเป็น 17.10 % ดังนั้น จากตัวเลขที่คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของค่าผลตอบสนองการขจัดที่ลดลงพบว่าโครงสร้างที่มีความหน่วงมาก ประสิทธิภาพในการลดผลการสั่นไหวของมวลหน่วงปรับค่าจะลดลง ดังนั้น ในทางปฏิบัติจึงนิยมใช้มวลหน่วงปรับค่ากับโครงสร้างที่มีความหน่วงน้อย (Lightly damped main system)

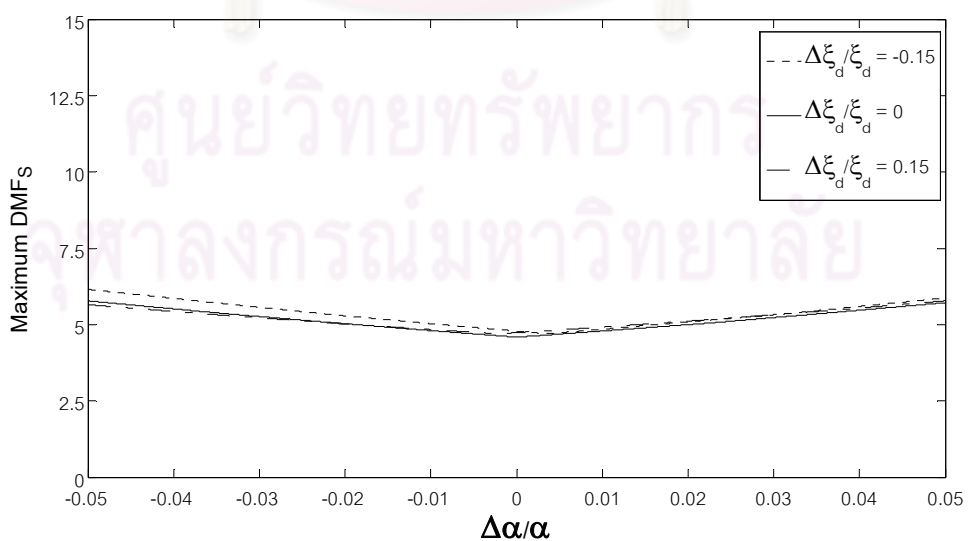
#### 2.4.2 การคงสภาพความสามารถใช้งานได้ของมวลหน่วงปรับค่า

รูปที่ 2.16 แสดงถึงค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่และค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าเบี่ยงเบนไปจากค่าที่เหมาะสมซึ่งอยู่ที่ตำแหน่งศูนย์บนแกนนอน หรือ  $\Delta\alpha/\alpha = 0$  จากกราฟเส้นที่บใช้ค่า  $\zeta_{d,opt}$  สำหรับค่า  $\mu = 0.05$  แสดงให้เห็นว่า เมื่อค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่เบี่ยงเบนไปจากตำแหน่งศูนย์จะทำให้ค่าผลตอบสนองสูงสุดของ  $DMF_s$  มีค่าเพิ่มขึ้นทั้งด้านบวกและด้านลบของแกนนอน แต่ในด้านลบของแกนนอนหรืออีกนัยหนึ่งอัตราส่วนปรับค่าความถี่ลดลงจะให้ค่า  $DMF_s$  สูงกว่าด้านบวกของแกนนอนเล็กน้อยเนื่องจากเส้นกราฟมีความชันมากกว่า นอกจากนี้หากพิจารณาการเบี่ยงเบนของค่าความหน่วง พบว่า เมื่อค่าความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าลดลงจากค่าที่เหมาะสมซึ่งแทนด้วยเส้นประจะได้ค่าผลตอบสนองสูงกว่าค่าบนเส้นที่บทั้งในด้านลบและบวกของแกนนอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านลบจะเห็นได้ชัดเจนมากที่เป็นเช่นนี้เพราะเมื่อลดค่าความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าลงจะส่งผลให้ความหน่วงของระบบลดลงตามไปด้วย สำหรับกรณีเมื่อค่าอัตราส่วนความหน่วงมีค่าเพิ่มขึ้นแสดงด้วยเส้นประ-จุด จะให้ค่าผลตอบสนองลดลงเล็กน้อยในด้านลบของแกนนอนแต่ในด้านบวกผลตอบสนองมีค่า

ใกล้เคียงกับเส้นทึบมากซึ่งไม่สามารถมองเห็นความแตกต่างได้อย่างชัดเจนด้วยตาเปล่า อย่างไรก็ตาม ใดก็ดี ผลของการเบี่ยงเบนค่าอัตราส่วนความหน่วงจะไม่ส่งผลกระทบต่อค่าผลตอบสนองซึ่งสังเกตได้จากมีค่าแตกต่างจากเส้นทึบเล็กน้อยอีกทั้งความชันของเส้นกราฟก็ไม่เปลี่ยนแปลงไปมากเมื่อเทียบกับเส้นทึบ



รูปที่ 2.16 ความคงสภาพใช้งานได้ของมวลหน่วงปรับค่าโดยใช้ค่า  $\mu = 0.05$



รูปที่ 2.17 ความคงสภาพใช้งานได้ของมวลหน่วงปรับค่าโดยใช้ค่า  $\mu = 0.10$

รูปที่ 2.17 แสดงผลในทำนองเดียวกันกับรูปที่ 2.16 ดังที่ได้อธิบายแล้วเพียงแต่ใช้ค่าอัตราส่วนมวลที่สูงขึ้นคือ  $\mu = 0.10$  อย่างไรก็ตาม การใช้อัตราส่วนมวลที่มากขึ้นจะทำให้ค่าความแตกต่างของผลตอบสนองระหว่างเส้นทึบและเส้นอื่นๆมีค่าน้อยลงอย่างเห็นได้ชัด โดยเฉพาะในด้านบวกของแกนนอน ทั้งสามเส้นมีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังนั้น จากผลข้างต้นทำให้ทราบว่า การที่จะลดผลกระทบของ Detuning สามารถทำได้โดยการเพิ่มอัตราส่วนมวลซึ่งจะทำให้มวลห้วงปรับค่ายังคงสภาพความสามารถใช้งานได้ (Robustness) โดยที่ผลกระทบจากค่าความหน่วงของมวลห้วงปรับค่าจะให้ผลน้อยกว่าค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่

## 2.5 ตัวอย่างการใช้งานมวลห้วงปรับค่า

ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน มวลห้วงปรับค่าได้ถูกนำมาใช้ทำงานร่วมกับโครงสร้างหลายประเภท ตัวอย่างเช่น อาคารสูง สะพาน โครงสร้างแบบปล่อง รถยนต์ เครื่องจักร เป็นต้น ทั้งนี้เพื่อลดผลการสั่นไหวของโครงสร้างให้น้อยลงอันมีสาเหตุมาจากแรงพลวัตต่างๆ ทำให้โครงสร้างเหล่านั้นใช้งานได้ดีโดยไม่ส่งผลกระทบทางใดทางหนึ่งต่อชีวิตและทรัพย์สินตลอดช่วงอายุการใช้งานของโครงสร้าง

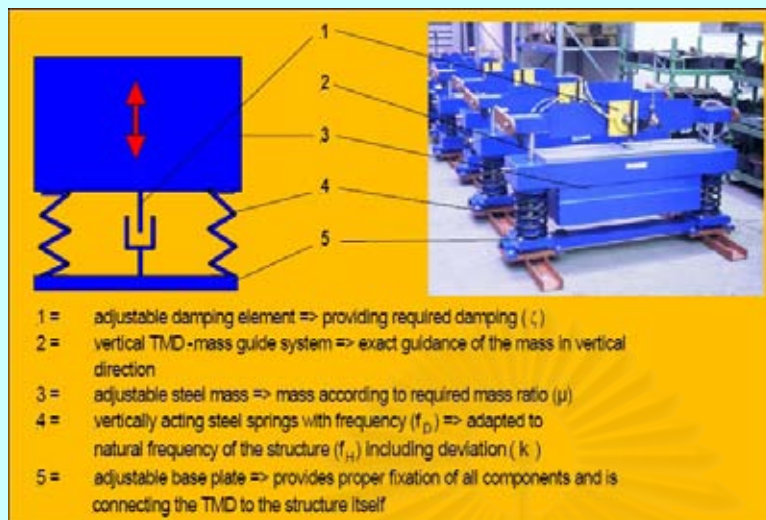
ลักษณะทางกายภาพของมวลห้วงปรับค่าสามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทหลัก คือ สปริง-ตัวห้วง (Spring-damper) และ ลูกตุ้ม (Pendulum) ที่แกว่งตัวได้ โดยการนำไปใช้งานจะขึ้นกับความเหมาะสมและสอดคล้องกับสถาปัตยกรรมของโครงสร้าง ดังแสดงในรูปที่ 2.18 และตารางที่ 2.3 แสดงรายการของมวลห้วงปรับค่าประเภท Passive damping device ที่นำไปใช้งานกับโครงสร้างประเภทต่างๆ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

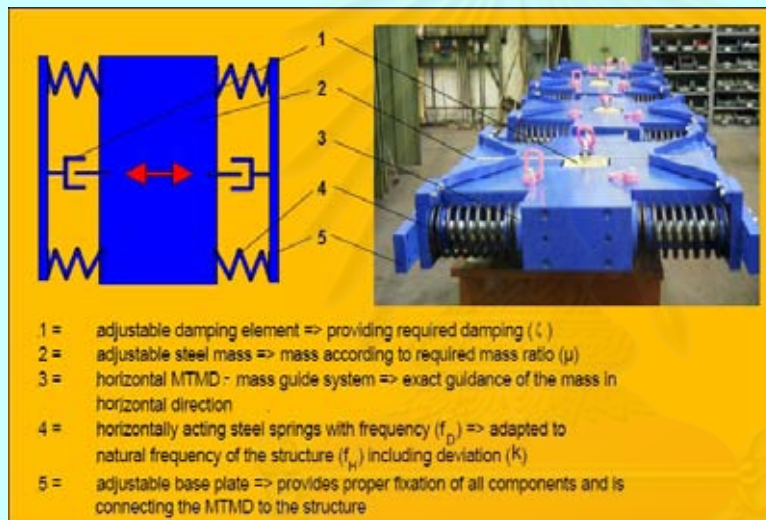
ตารางที่ 2.3 รายการมวลหน่วงปรับค่าประเภท Passive damping device กับโครงสร้างประเภทต่างๆ

ประเทศ	เมือง/ชื่อและประเภทของโครงสร้าง	มวล (Tons)	ความถี่ (Hz)	ประเภท TMD	ปี
France	Paris, Stade de France, Footbridge	3 x 2.05-2.8	1.8-2.1	สปริง-ตัวหน่วง	1997
France	Paris, Solferino Footbridge	14 x 1.9-2.5	0.8-2.2	สปริง-ตัวหน่วง	2000
France	La Hague, SGN, Stack	2 x 0.2	1.4	สปริง-ตัวหน่วง	1999
GB	London, Stakis Metropole, Hotel Building	7 x 14.5	4.4	สปริง-ตัวหน่วง	2000
GB	Inverness, Kessock Bridge	8 x 2	0.5	สปริง-ตัวหน่วง	2000
GB	London, Millennium Bridge	58 x 1-2.5	0.8-2.2	สปริง-ตัวหน่วง	2001
GB	Coventry, Footbridge	3 x 0.67	1.0	สปริง-ตัวหน่วง	2003
Germany	Berlin, Schwedter Str., Footbridge	4 x 0.9	1.9	สปริง-ตัวหน่วง	1999
Germany	Berlin, Britzer Damm, Footbridge	2 x 0.5	5.9	สปริง-ตัวหน่วง	2001
Germany	Freilassing, Footbridge	4 x 0.82	2.3	สปริง-ตัวหน่วง	2002
Germany	Hamburg, Stack	0.78	0.7	สปริง-ตัวหน่วง	1996
Italy	Barberino del Mugello, Footbridge	2 x 0.1	2.3	สปริง-ตัวหน่วง	1996
Japan	Chiba, Chiba Port Tower	10, 15	0.43-0.44	สปริง-ตัวหน่วง	1986
Japan	Osaka, Crystal Tower	180, 360	0.24-0.28	สปริง-ตัวหน่วง	1990
Japan	Kobe, Rokko Island P&G Building	270	0.33-0.62	ลูกตุ้ม	1993
Japan	Ube, Stack	0.3	3.1	สปริง-ตัวหน่วง	2000
Korea	Seoul, Sun You Footbridge	4 x 1.5-1.65	0.8-2.0	สปริง-ตัวหน่วง	2002
Norway	Mjomnesundet Bridge	10	0.5	สปริง-ตัวหน่วง	1989
Singapore	Changi Airport, Footbridge	2 x 0.5	0.9	สปริง-ตัวหน่วง	2003
Thailand	Bangkok, Chao Phya Bridge	18 x 4.5	0.3-0.7	สปริง-ตัวหน่วง	1985
Thailand	Bangkok, Stack	3.5	0.8	สปริง-ตัวหน่วง	1999
UAE	Dubai, Burj Al Arab, Steel Sceleton and Spire	11 x 5	0.8-2.0	สปริง-ตัวหน่วง	1997
UAE	Dubai, Emirates Towers, Spire	6 x 1.2	0.9	สปริง-ตัวหน่วง	1999
UAE	Dubai, 21st Century Tower, Spire	2 x 5	1.1	สปริง-ตัวหน่วง	2003
USA	Boston, John Hancock Building	2 x 300	0.14	สปริง-ตัวหน่วง	1977
USA	New York, City Crop Center Building	370	0.16	สปริง-ตัวหน่วง	1978

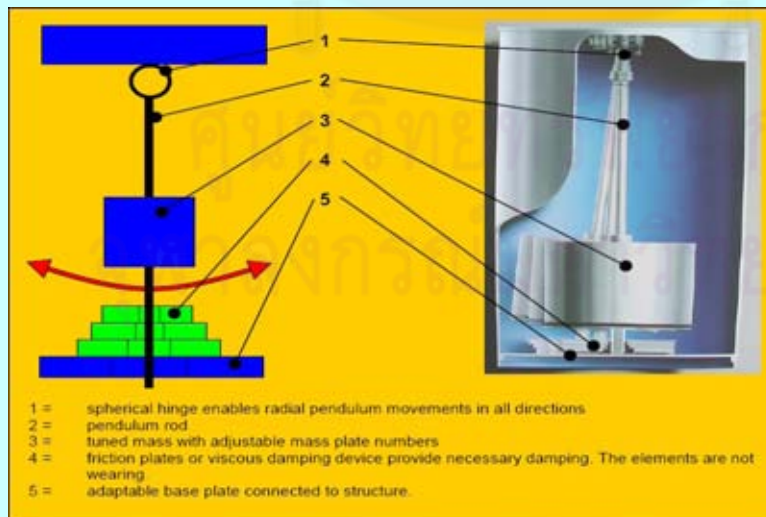
(ที่มาจาก Brochure สินค้าของ GERB vibration control system)



(ก) มวลหน่วงปรับค่าเคลื่อนที่ตามแนวตั้ง (Vertically acting tuned mass damper) แบบสปริง-ตัวหน่วง



(ข) มวลหน่วงปรับค่าเคลื่อนที่ตามแนวราบ (Horizontally acting tuned mass damper) แบบสปริง-ตัวหน่วง



(ค) มวลหน่วงปรับค่าแบบลูกตุ้มแกว่งตัวได้ (Pendulum tuned mass damper)

รูปที่ 2.18 ลักษณะทางกายภาพของมวลหน่วงปรับค่า





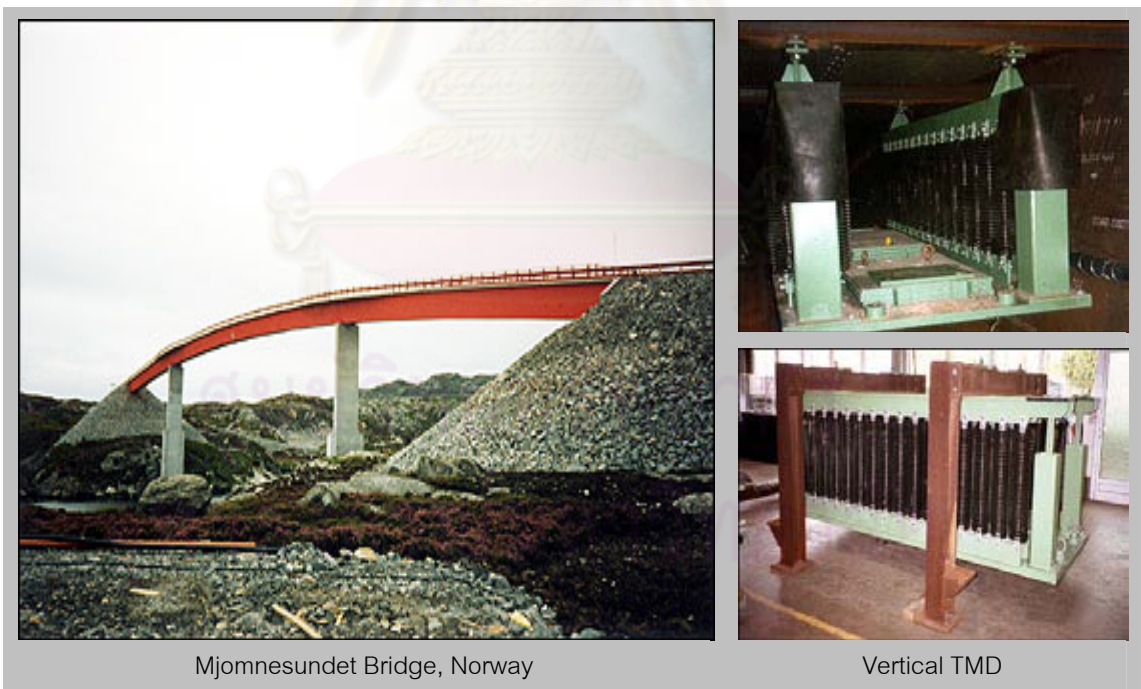
รูปที่ 2.19 สะพาน Millennium Bridge, London/UK



รูปที่ 2.20 สะพาน Schwedter Str., Bridge, Berlin/Germany

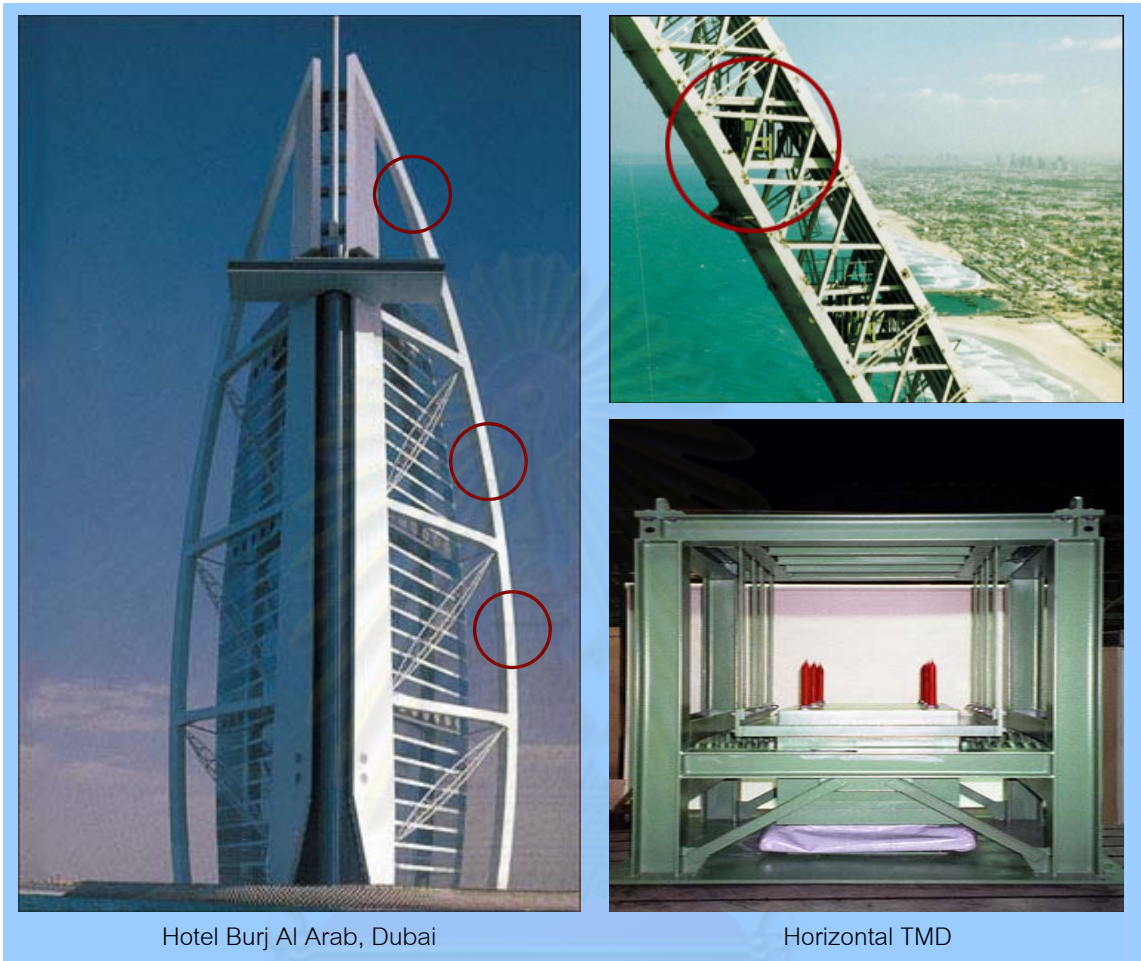


รูปที่ 2.21 สะพาน Pedestrian bridge Britzer Damm Berlin /Germany



รูปที่ 2.22 สะพาน Mjomnesundet Bridge, Norway





รูปที่ 2.23 โรงแรม Burj Al Arab, Steel Sceleton and Spire, Dubai/UAE

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### บทที่ 3

## แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

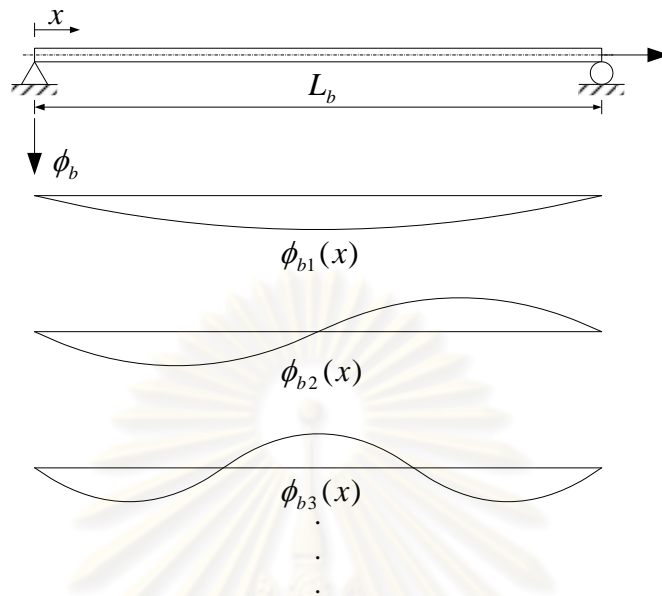
การวิเคราะห์ปัญหาเชิงพลศาสตร์โดยส่วนใหญ่จะนิยมใช้แบบจำลองชนิดการรวมมวลหรือการแยกมวล (Lumped or discrete mass model) จากระบบที่มีความซับซ้อนให้เป็นระบบอย่างง่าย ทั้งนี้เพื่อความสะดวกและง่ายในการสร้างสมการของการเคลื่อนที่และการแก้ปัญหาซึ่งผลของคำตอบที่ได้จะเป็นค่าโดยประมาณแต่ก็มีความถูกต้องเพียงพอและเป็นที่น่าพอใจสำหรับการนำไปใช้ในการออกแบบซึ่งมีความปลอดภัยเป็นที่ยอมรับ ทั้งนี้หากต้องการให้ได้คำตอบที่มีความถูกต้องมากขึ้นสามารถทำได้โดยการแบ่งมวลเพิ่มมากขึ้นเพื่อเพิ่มจำนวนระดับชั้นความเสรี อย่างไรก็ตาม ในความเป็นจริงระบบโครงสร้างจะมีลักษณะรูปแบบที่มีความต่อเนื่องของเนื้อวัสดุที่นำมาใช้ประกอบกันขึ้นมาซึ่งจะมีจำนวนระดับชั้นความเสรีเท่ากับค่าอนันต์และมีความยุ่งยากในการวิเคราะห์ค่อนข้างมาก อย่างไรก็ตาม การใช้แบบจำลองชนิดการรวมมวลอาจไม่ใช่ทางเลือกที่ดีที่สุดสำหรับโครงสร้างบางประเภท เช่น คานซึ่งมีความต่อเนื่องของเนื้อวัสดุและไม่ได้ซับซ้อนอะไรมาก ดังนั้น แบบจำลองชนิดต่อเนื่อง (Continuous model) จึงถูกนำมาใช้เพื่อการวิเคราะห์คานเป็นส่วนมากซึ่งจะเห็นได้จากงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต

ในบทนี้จะอธิบายถึงการสร้างสมการของการเคลื่อนที่ของระบบที่มีระดับชั้นความเสรีมากกว่าหนึ่งและการเลือกแบบจำลองที่ใช้เพื่อให้มีความสอดคล้องและเหมาะสมกับปัญหา โดยที่รูปแบบของปัญหาจะมีรอยต่อจุดหนึ่งอยู่บนคานช่วงเดียวติดตั้งมวลหน่วงด้านล่างและเกิดการสั่นไหวขึ้นเพราะฐานรองรับที่ปลายคานทั้งสองข้างเกิดการกระตุ่นทำให้เคลื่อนที่ขึ้นลงจากแรงพลวัตที่ส่งถ่ายมาจากรอยต่อที่วางอยู่อีกฝั่งของเส้นทางการจราจรบนสะพาน และในที่สุดท้ายจะกล่าวถึงรายละเอียดการหาผลตอบสนองของระบบโดยวิธีการเชิงตัวเลขด้วยซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์

### 3.1 พิกัดทั่วไปของการกระจัด

#### 3.1.1 คานช่วงเดียวหน้าตัดสม่ำเสมอ

พิกัดทั่วไปของการกระจัด (Generalized coordinates of displacements:  $q(t)$ ) จะมีประโยชน์อย่างมากในการวิเคราะห์ปัญหาเชิงพลศาสตร์เพราะแสดงถึงตัวแปรไม่ทราบค่าที่ขึ้นกับเวลาซึ่งจะเป็นอิสระกับตำแหน่งระดับชั้นความเสรีใดๆ บนโครงสร้างและเป็นค่าสัมประสิทธิ์ตัวคูณกับฟังก์ชันพื้นฐาน (Mode shape function) หรือรูปร่างโหมดของการสั่น (Mode shape of vibration) เมื่อรวมผลการคูณของทุกโหมดการสั่นจะทำให้ได้ค่าการกระจัด (Displacement)



รูปที่ 3.1 คานช่วงเดี่ยวน้ำตัดสม่ำเสมอและรูปแบบโหมดการสั่น

แบบจำลองชนิดที่มีความต่อเนื่องจะถูกนำมาใช้สำหรับคานช่วงเดียว โดยจะสมมติให้คานเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นแบบเชิงเส้น (Linear elastic material) ที่มีคุณสมบัติเหมือนกันตลอดทั้งความยาว (Homogeneous) และให้ระนาบของหน้าตัดยังคงสภาพเดิมซึ่งตั้งฉากกับแกนสะเทินของคานเมื่อคานเกิดการดัด อีกทั้งไม่พิจารณาผลของการเสียรูปเนื่องจากแรงเฉือนและแรงตามแนวแกน ดังแสดงในรูปที่ 3.1 โดยที่คานจะมีรูปแบบโหมดการสั่น  $\phi_{bi}$  ในโหมดที่  $i$  สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ คือ

$$\phi_{bi}(x) = \sin\left(\frac{i\pi x}{L_b}\right) \quad (3.1)$$

ซึ่งขึ้นกับระยะ  $x$  บนช่วงคานวัดเทียบกับฐานรองรับที่ตำแหน่งซ้ายมือ และมีค่าความถี่ธรรมชาติเชิงมุม คือ

$$\omega_{bi} = \left(\frac{i\pi}{L_b}\right)^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{m_b}} \quad (3.2)$$

มีหน่วยเป็น เรเดียน/วินาที โดยที่

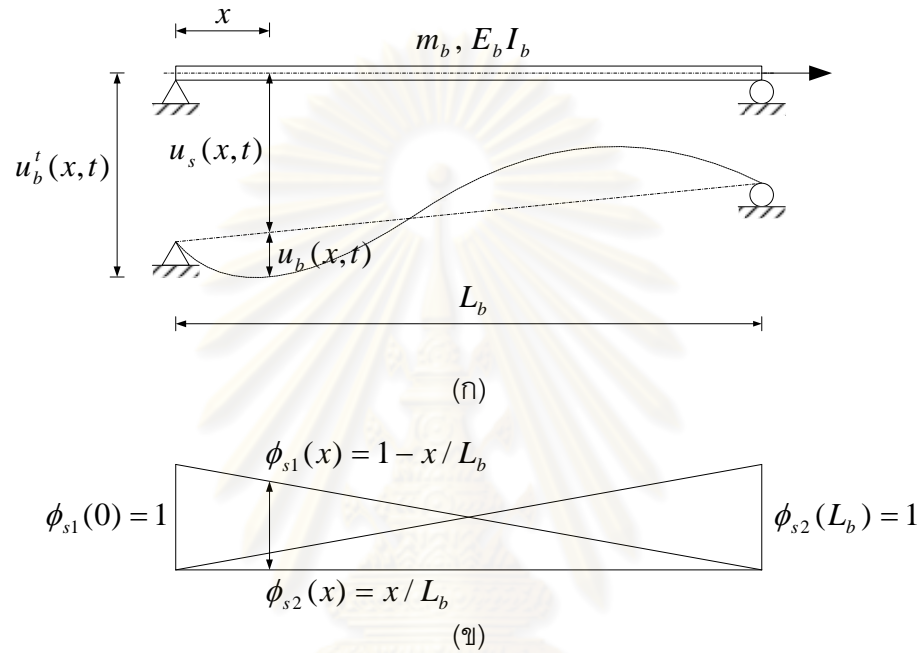


$L_b$  คือ ความยาวช่วงคาน (m)

$E_b$  คือ ค่าอีลาสติกโมดูลัสของคาน ( $\text{kg/cm}^2$ )

$I_b$  คือ ค่าโมเมนต์อินเนอร์ทีียของคาน ( $\text{cm}^4$ )

$m_b$  คือ ค่ามวลของคานต่อความยาว ( $\text{kg/m}$ )



รูปที่ 3.2 (ก) คานช่วงเดียวหน้าตัดสม่ำเสมอเนื่องจากการเปลี่ยนตำแหน่งของฐานรอง และ (ข) ฟังก์ชันพื้นฐานของฐานรองที่ตำแหน่งซ้ายและขวา

จากรูปที่ 3.2(ก) การกระจัดสัมพัทธ์ตามแนวตั้ง (Relative vertical displacement) ของคานสามารถเขียนในรูปการรวมผลของทุกโหมดการสั่นจำนวน  $NB$  โหมดได้ดังนี้ คือ

$$\begin{aligned}
 u_b(x,t) &= \sum_{i=1}^{NB} \phi_{bi}(x) \cdot q_{bi}(t) = \phi_{b1}(x) \cdot q_{b1}(t) + \phi_{b2}(x) \cdot q_{b2}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x) \cdot q_{bNB}(t) \\
 &= \Phi_b(x) \cdot \mathbf{q}_b(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

เมื่อ

$$\Phi_b(x) = [\phi_{b1}(x) \quad \phi_{b2}(x) \quad \dots \quad \phi_{bNB}(x)]
 \tag{3.4}$$

$$\mathbf{q}_b(t) = [q_{b1}(t) \quad q_{b2}(t) \quad \dots \quad q_{bNB}(t)]^T \quad (3.5)$$

คือ เวกเตอร์ของฟังก์ชันพื้นฐาน (Mode shape vector) และเวกเตอร์ของพิกัดทั่วไป (Generalized coordinate vector) ของคานตามลำดับ สำหรับฟังก์ชันพื้นฐานของฐานรองรับด้านซ้ายและขวาซึ่งขึ้นกับระยะ  $x$  บนช่วงคานวัดเทียบจากฐานรองรับที่ตำแหน่งซ้ายมือดังแสดงในรูปที่ 3.2(ข) สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ตามสมการ (3.6) และ (3.7) คือ

$$\phi_{s1}(x) = 1 - \frac{x}{L} \quad (3.6)$$

$$\phi_{s2}(x) = \frac{x}{L} \quad (3.7)$$

และการกระจัดของฐานรองรับตามแนวตั้ง (Vertical support displacement) ของคานสามารถเขียนในรูปการรวมผลของฐานรองรับทั้งสองข้างได้ดังนี้ คือ

$$\begin{aligned} u_s(x,t) &= \sum_{i=1}^2 \phi_{si}(x) \cdot q_{si}(t) = \phi_{s1}(x) \cdot q_{s1}(t) + \phi_{s2}(x) \cdot q_{s2}(t) \\ &= \mathbf{\Phi}_s(x) \cdot \mathbf{q}_s(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

เมื่อ

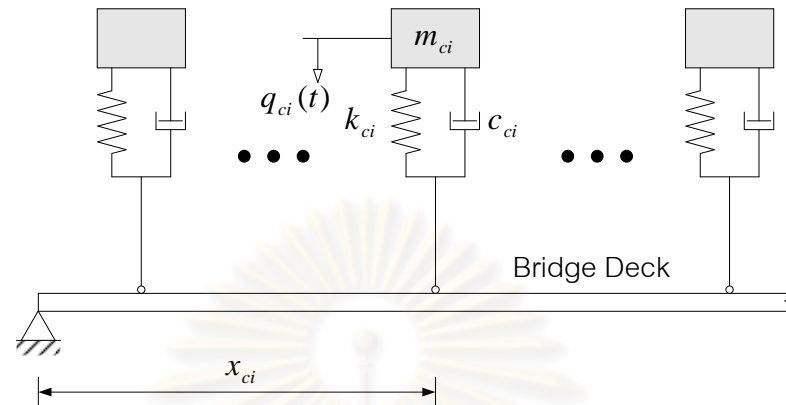
$$\mathbf{\Phi}_s(x) = [\phi_{s1}(x) \quad \phi_{s2}(x)] \quad (3.9)$$

$$\mathbf{q}_s(t) = [q_{s1}(t) \quad q_{s2}(t)]^T \quad (3.10)$$

คือ เวกเตอร์ของฟังก์ชันพื้นฐานและเวกเตอร์ของพิกัดทั่วไป (Generalized coordinate vector) ของฐานรองรับตามลำดับ และการกระจัดสัมบูรณ์ตามแนวตั้ง (Absolute vertical displacement) ของคาน คือ

$$u_b^i(x,t) = u_b(x,t) + u_s(x,t) \quad (3.11)$$

### 3.1.2 รถยนต์



รูปที่ 3.3 แบบจำลองการรวมมวลของรถยนต์ที่มีระดับชั้นความเร็วเท่ากับหนึ่ง

รูปที่ 3.3 แสดงแบบจำลองการรวมมวลของรถยนต์สำหรับเป็นตัวแทนของรถยนต์ที่จอดนิ่งบนสะพานที่ตำแหน่ง  $x_{ci}$  ซึ่งมีระดับชั้นความเร็วเท่ากับหนึ่ง แบบจำลองนี้ประกอบด้วยมวลของรถยนต์  $m_{ci}$  สปริงมีค่าสติเฟเนสเป็น  $k_{ci}$  และตัวหน่วงชนิด Viscous damper or dashpot มีค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงเป็น  $c_{ci}$  โดยจะสมมติให้สปริงและตัวหน่วงมีพฤติกรรมการเสียรูปแบบเชิงเส้น ซึ่งมีการกระจายสัมบูรณ์ตามแนวตั้ง คือ

$$\mathbf{q}_c(t) = [q_{c1}(t) \quad q_{c2}(t) \quad \dots \quad q_{cNC}(t)]^T \quad (3.12)$$

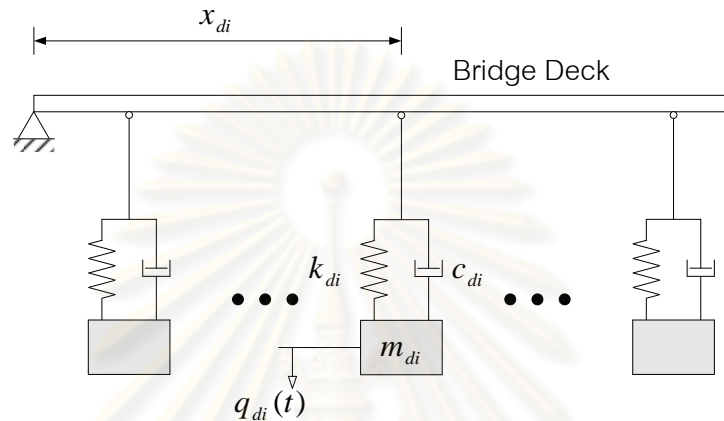
โดยที่  $q_{ci}(t)$  เป็นพิกัดทั่วไปของรถยนต์ที่จอดนิ่งบนสะพานคันที่  $i$  และ  $NC$  คือ จำนวนของรถยนต์ที่จอดนิ่งบนสะพาน จากสมการ (3.12) จะเห็นว่าการกระจายสัมบูรณ์ของรถยนต์เป็นค่าของพิกัดทั่วไปซึ่งไม่ขึ้นกับตำแหน่งใดๆ บนคาน แต่จะเป็นฟังก์ชันของเวลาเท่านั้น

### 3.1.3 มวลหน่วง

รูปที่ 3.4 แสดงแบบจำลองการรวมมวลของมวลหน่วงปรับค่าซึ่งใช้สมมติฐานในการทำงานเดียวกันกับกรณีของรถยนต์ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น แบบจำลองนี้ประกอบด้วยมวลของมวลหน่วงปรับค่า  $m_{di}$  สปริงมีค่าสติเฟเนสเป็น  $k_{di}$  และตัวหน่วงมีค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงเป็น  $c_{di}$  และมีการกระจายสัมบูรณ์ตามแนวตั้ง คือ

$$\mathbf{q}_d(t) = [q_{d1}(t) \quad q_{d2}(t) \quad \dots \quad q_{dND}(t)]^T \quad (3.13)$$

โดยที่  $q_{di}(t)$  เป็นพิกัดทั่วไปของมวลหน่วยปรับค่าตำแหน่งที่  $i$  และ  $ND$  คือ จำนวนของมวลหน่วยปรับค่าที่ใช้



รูปที่ 3.4 แบบจำลองการรวมมวลของมวลหน่วยปรับค่าที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับหนึ่ง

### 3.2 สมการของลากรางจ์

ในระบบที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับหนึ่งซึ่งเป็นระบบอย่างง่าย โดยทั่วไปมักนิยมสร้างสมการของการเคลื่อนที่จากการใช้หลักความสมดุลของแรง (Force equilibrium:  $\sum F = ma$ ) หรือแม้กระทั่งระบบที่มีระดับขั้นความเสรีมากกว่าหนึ่ง (Multi-Degree-of-Freedom System: MDOF) ซึ่งไม่มีความซับซ้อนมากก็ยังคงสามารถใช้หลักการนี้ได้ แต่สำหรับในบางระบบที่มีระดับขั้นความเสรีมากกว่าหนึ่งเป็นการยากที่จะใช้หลักความสมดุลของแรงเพื่อสร้างสมการของการเคลื่อนที่จึงมักนิยมใช้วิธีการของพลังงานซึ่งจะเกี่ยวข้องกับพลังงานจลน์ พลังงานศักย์ โดยที่พลังงานทั้งหมดของระบบจะอยู่ในเทอมของพิกัดทั่วไป และจะใช้หลักการของพลังงานเสมือน (Virtual work) ซึ่งเกิดขึ้นภายใต้การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งเสมือน (Virtual displacement) เนื่องจากแรงกระทำต่อระบบ ทั้งนี้ระบบจะอยู่ในสภาพสมดุลก็ต่อเมื่อพลังงานเสมือนทั้งหมดของระบบเท่ากับศูนย์ซึ่งจากหลักการนี้ทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ของแรงทั่วไปไม้อนุรักษ์ (Generalized nonconservative force) กับพลังงานเสมือนภายใต้การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งเสมือนได้เป็น  $Q_i = \delta W / \delta q_i$  สำหรับกรณีแรงทั่วไปอนุรักษ์ (Generalized conservative force) จะได้  $Q_i = 0$

และจากหลักการของพลังงานสามารถเขียนสมการในเทอมของพลังงาน ซึ่งเรียกว่า สมการของลากรางจ์ (Lagrange's equation) คือ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, k \quad (3.14)$$

สำหรับระบบที่มีความหน่วง แรงทั่วไปของตัวหน่วงจะเป็นแรงไม่อนุรักษ์ซึ่งจะอยู่ในเทอมของพิกัดทั่วไปของความเร็วหรือเรียกว่า Rayleigh dissipation function ( $D$ ) ภายใต้การเปลี่ยนแปลงพิกัดทั่วไปของความเร็ว คือ  $Q_i = -\partial D / \partial \dot{q}_i$  ดังนั้น สมการ (3.14) สามารถเขียนใหม่ได้ คือ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, k \quad (3.15)$$

โดยที่

$k$  คือ จำนวนระดับขั้นความเสรีของระบบ

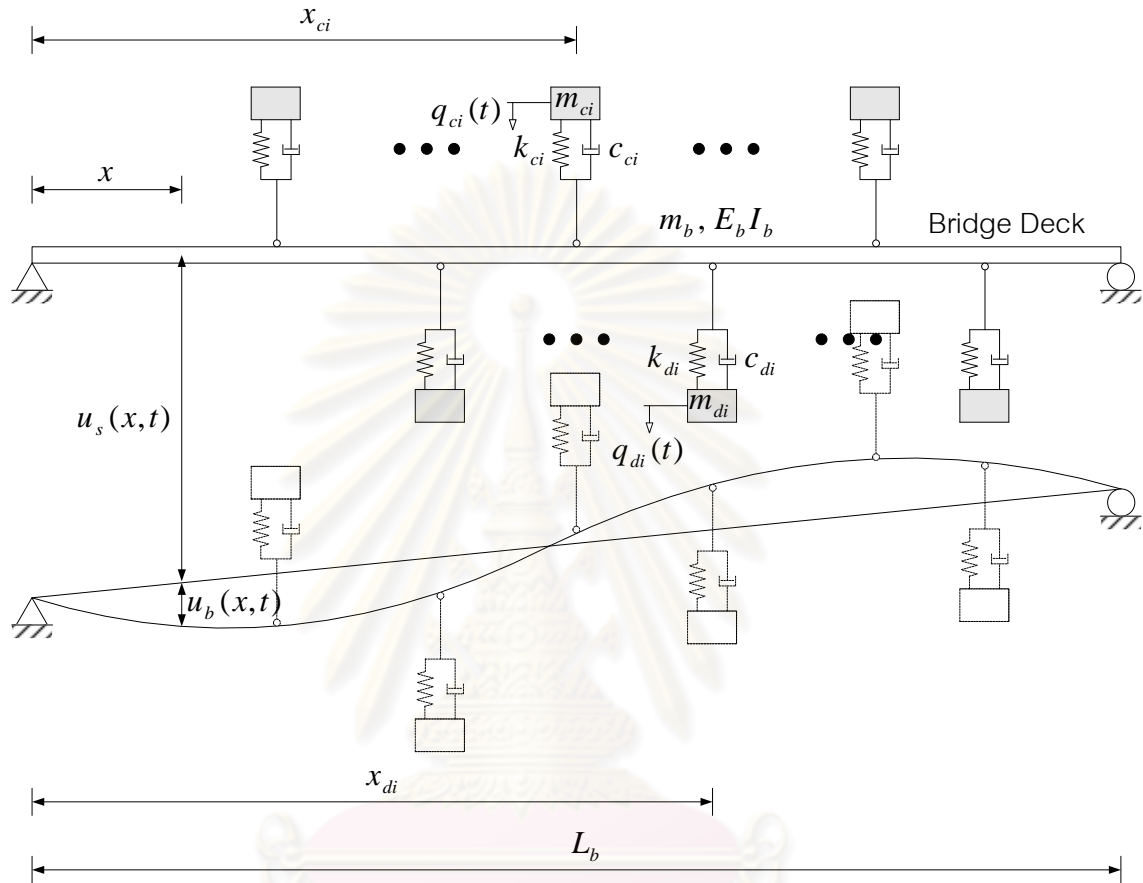
$T = T(\mathbf{q}_b, \mathbf{q}_d, \mathbf{q}_c, \mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_b, \dot{\mathbf{q}}_T, \dot{\mathbf{q}}_c, \dot{\mathbf{q}}_s)$  คือ พลังงานจลน์ (Kinetic energy) ของระบบ

$V = V(\mathbf{q}_b, \mathbf{q}_d, \mathbf{q}_c, \mathbf{q}_s)$  คือ พลังงานศักย์ (Potential energy) ของระบบ

$D = D(\dot{\mathbf{q}}_b, \dot{\mathbf{q}}_d, \dot{\mathbf{q}}_c, \dot{\mathbf{q}}_s)$  คือ พลังงานที่สูญเสียในระบบของ Rayleigh

จากสมการของลากรางจ์จะเห็นว่า จำนวนของสมการจะเท่ากับจำนวนระดับขั้นความเสรีของระบบและมีเฉพาะเทอมของพลังงานเท่านั้นซึ่งไม่มีเทอมของแรงเข้ามาเกี่ยวข้อง เพราะฉะนั้นสมการนี้จึงเหมาะกับระบบที่มีระดับขั้นความเสรีมากกว่าหนึ่ง โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับระบบที่ใช้แบบจำลองที่มีความต่อเนื่องเพราะไม่ต้องเขียนแผนภาพของแรง แต่จะใช้วิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยการหาค่าอนุพันธ์เท่านั้น

### 3.3 สมการของการเคลื่อนที่ของระบบสะพาน-รถยนต์-มวลหน่วง



รูปที่ 3.5 แบบจำลองของคานช่วงเดียวหน้าตัดสม่ำเสมอมีรถยนต์จอดติดบนสะพานพร้อมติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าโดยมีระดับชั้นความเสถียรมากกว่าหนึ่ง

จากรูปที่ 3.5 สามารถเขียนสมการพลังงานจลน์ของระบบได้ คือ

$$\begin{aligned}
 T(t) &= \frac{1}{2} \int_0^{L_b} m_b(x) \cdot [\dot{u}_b(x, t)]^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NC} m_{ci} \cdot [\dot{q}_{ci}(t)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ND} m_{di} \cdot [\dot{q}_{di}(t)]^2 \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{L_b} m_b \cdot [\dot{u}_b(x, t) + \dot{u}_s(x, t)]^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NC} m_{ci} \cdot [\dot{q}_{ci}(t)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ND} m_{di} \cdot [\dot{q}_{di}(t)]^2 \\
 &= \frac{m_b}{2} \int_0^{L_b} \{ [\phi_{b1}(x) \cdot \dot{q}_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x) \cdot \dot{q}_{bNB}(t)] + [\phi_{s1}(x) \cdot \dot{q}_{s1}(t) + \phi_{s2}(x) \cdot \dot{q}_{s2}(t)] \}^2 dx
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} m_{c1} \cdot [\dot{q}_{c1}(t)]^2 + \frac{1}{2} m_{c2} \cdot [\dot{q}_{c2}(t)]^2 + \dots + \frac{1}{2} m_{cNC} \cdot [\dot{q}_{cNC}(t)]^2 \\
& + \frac{1}{2} m_{d1} \cdot [\dot{q}_{d1}(t)]^2 + \frac{1}{2} m_{d2} \cdot [\dot{q}_{d2}(t)]^2 + \dots + \frac{1}{2} m_{dND} \cdot [\dot{q}_{dND}(t)]^2
\end{aligned} \tag{3.16}$$

พลังงานศักย์ของระบบ คือ

$$\begin{aligned}
V(t) &= \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b I_b(x) \cdot [u_b''(x,t)]^2 dx - \sum_{i=1}^2 R_i(t) \cdot u_s(x_i, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NC} k_{ci} \cdot [q_{ci}(t) - u_b^t(x_{ci}, t)]^2 \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ND} k_{di} \cdot [q_{di}(t) - u_b^t(x_{di}, t)]^2 \\
&= \frac{1}{2} \int_0^{L_b} E_b I_b \cdot [u_b''(x,t)]^2 dx - [R_1(t) \cdot u_s(x_1, t) + R_2(t) \cdot u_s(x_2, t)] \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NC} k_{ci} \cdot [q_{ci}(t) - u_b(x_{ci}, t) - u_s(x_{ci}, t)]^2 \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ND} k_{di} \cdot [q_{di}(t) - u_b(x_{di}, t) - u_s(x_{di}, t)]^2 \\
&= \frac{E_b I_b}{2} \int_0^{L_b} [\phi_{b1}''(x) \cdot q_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}''(x) \cdot q_{bNB}(t)]^2 dx - [R_1(t) \cdot q_{s1}(t) + R_2(t) \cdot q_{s2}(t)] \\
& + \frac{1}{2} k_{c1} \cdot \{q_{c1}(t) - [\phi_{b1}(x_{c1}) \cdot q_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{c1}) \cdot q_{bNB}(t)] \\
& \quad - [\phi_{s1}(x_{c1}) \cdot q_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{c1}) \cdot q_{s2}(t)]\}^2 + \dots \\
& + \frac{1}{2} k_{cNC} \cdot \{q_{cNC}(t) - [\phi_{b1}(x_{cNC}) \cdot q_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{cNC}) \cdot q_{bNB}(t)] \\
& \quad - [\phi_{s1}(x_{cNC}) \cdot q_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{cNC}) \cdot q_{s2}(t)]\}^2 \\
& + \frac{1}{2} k_{d1} \cdot \{q_{d1}(t) - [\phi_{b1}(x_{d1}) \cdot q_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{d1}) \cdot q_{bNB}(t)] \\
& \quad - [\phi_{s1}(x_{d1}) \cdot q_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{d1}) \cdot q_{s2}(t)]\}^2 + \dots \\
& + \frac{1}{2} k_{dND} \cdot \{q_{dND}(t) - [\phi_{b1}(x_{dND}) \cdot q_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{dND}) \cdot q_{bNB}(t)] \\
& \quad - [\phi_{s1}(x_{dND}) \cdot q_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{dND}) \cdot q_{s2}(t)]\}^2
\end{aligned} \tag{3.17}$$

พลังงานที่สูญเสีย คือ

$$D(t) = \frac{1}{2} c_b \int_0^{L_b} [\dot{u}_b''(x,t)]^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NC} c_{ci} \cdot [\dot{q}_c(t) - \dot{u}_b^t(x_{ci}, t)]^2$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ND} c_{di} \cdot [\dot{q}_d(t) - \dot{u}'_b(x_{di}, t)]^2 \\
& = \frac{1}{2} c_b \int_0^{L_b} [\dot{u}''_b(x, t)]^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NC} c_{ci} \cdot [\dot{q}_{ci}(t) - \dot{u}_b(x_{ci}, t) - \dot{u}_s(x_{ci}, t)]^2 \\
& \quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ND} c_{di} \cdot [\dot{q}_{di}(t) - \dot{u}_b(x_{di}, t) - \dot{u}_s(x_{di}, t)]^2 \\
& = \frac{c_b}{2} \int_0^{L_b} [\phi''_{b1}(x) \cdot \dot{q}_{b1}(t) + \dots + \phi''_{bNB}(x) \cdot \dot{q}_{bNB}(t)]^2 dx \\
& \quad + \frac{1}{2} c_{c1} \cdot \{ \dot{q}_{c1}(t) - [\phi_{b1}(x_{c1}) \cdot \dot{q}_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{c1}) \cdot \dot{q}_{bNB}(t)] \\
& \quad \quad - [\phi_{s1}(x_{c1}) \cdot \dot{q}_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{c1}) \cdot \dot{q}_{s2}(t)] \}^2 + \dots \\
& \quad + \frac{1}{2} c_{cNC} \cdot \{ \dot{q}_{cNC}(t) - [\phi_{b1}(x_{cNC}) \cdot \dot{q}_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{cNC}) \cdot \dot{q}_{bNB}(t)] \\
& \quad \quad - [\phi_{s1}(x_{cNC}) \cdot \dot{q}_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{cNC}) \cdot \dot{q}_{s2}(t)] \}^2 \\
& \quad + \frac{1}{2} c_{d1} \cdot \{ \dot{q}_{d1}(t) - [\phi_{b1}(x_{d1}) \cdot \dot{q}_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{d1}) \cdot \dot{q}_{bNB}(t)] \\
& \quad \quad - [\phi_{s1}(x_{d1}) \cdot \dot{q}_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{d1}) \cdot \dot{q}_{s2}(t)] \}^2 + \dots \\
& \quad + \frac{1}{2} c_{dND} \cdot \{ \dot{q}_{dND}(t) - [\phi_{b1}(x_{dND}) \cdot \dot{q}_{b1}(t) + \dots + \phi_{bNB}(x_{dND}) \cdot \dot{q}_{bNB}(t)] \\
& \quad \quad - [\phi_{s1}(x_{dND}) \cdot \dot{q}_{s1}(t) + \phi_{s2}(x_{dND}) \cdot \dot{q}_{s2}(t)] \}^2 \tag{3.18}
\end{aligned}$$

จากสมการ (3.15), (3.16), (3.17) และ (3.18) สามารถสร้างสมการย่อยได้ 4 สมการตามอนุพันธ์ย่อยของพลังงานเทียบกับพิกัดทั่วไปของการกระจัดและความเร็วของคาน มวลหน่วงปรับค่า รถยนต์และฐานรองเปลี่ยนตำแหน่งตามลำดับ คือ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}_b} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}_b} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}_b} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_b} \tag{3.19}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}_d} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}_d} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d} \tag{3.20}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}_c} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}_c} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}_c} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_c} \tag{3.21}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}_s} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}_s} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{q}}_s} \quad (3.22)$$

ค่าอนุพันธ์ย่อยของพลังงานต่างๆ ในสมการ (3.19) ถึง (3.22) ได้แสดงไว้ในตารางที่ 3.1 ซึ่งเมื่อแทนค่าเหล่านั้นลงในสมการย่อยข้างต้นและทำการจัดพจน์ใหม่จะทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปสมการของเมทริกซ์ คือ



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.1 ค่าอนุพันธ์ย่อยของสมการ (3.19) ถึง (3.22)

i	$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right)$	$\frac{\partial T}{\partial q_i}$	$\frac{\partial V}{\partial q_i}$	$\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}$
b	$\begin{bmatrix} m_b \int_0^{L_b} \Phi_b^T(x) \cdot \Phi_b(x) dx \\ + m_b \int_0^{L_b} \Phi_b^T(x) \cdot \Phi_s(x) dx \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_b(t)$	0	$\begin{bmatrix} E_b I_b \int_0^{L_b} \Phi_b''(x) \cdot \Phi_b''(x) dx \\ + \Phi_b^T(x_d) \cdot K_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) \\ + \Phi_b^T(x_c) \cdot K_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) \end{bmatrix} \cdot q_b(t)$ $- [\Phi_b^T(x_d) \cdot K_{dd}] \cdot q_d(t) - [\Phi_b^T(x_c) \cdot K_{cc}] \cdot q_c(t)$ $+ [\Phi_b^T(x_d) \cdot K_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_b^T(x_c) \cdot K_{cc} \cdot \Phi_s(x_c)] \cdot q_s(t)$	$\begin{bmatrix} c_b \int_0^{L_b} \Phi_b'^T(x) \cdot \Phi_b'(x) dx \\ + \Phi_b^T(x_d) \cdot C_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) \\ + \Phi_b^T(x_c) \cdot C_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) \end{bmatrix} \cdot \dot{q}_b(t)$ $- [\Phi_b^T(x_d) \cdot C_{dd}] \cdot \dot{q}_d(t) - [\Phi_b^T(x_c) \cdot C_{cc}] \cdot \dot{q}_c(t)$ $+ [\Phi_b^T(x_d) \cdot C_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_b^T(x_c) \cdot C_{cc} \cdot \Phi_s(x_c)] \cdot \dot{q}_s(t)$
T	$M_{dd} \ddot{q}_d(t)$	0	$K_{dd} q_d(t) - [K_{dd} \cdot \Phi_b(x_d)] q_b(t) - [K_{dd} \cdot \Phi_s(x_d)] q_s(t)$	$C_{dd} \dot{q}_d(t) - [C_{dd} \cdot \Phi_b(x_d)] \dot{q}_b(t) - [C_{dd} \cdot \Phi_s(x_d)] \dot{q}_s(t)$
c	$M_{cc} \ddot{q}_c(t)$	0	$K_{cc} q_c(t) - [K_{cc} \cdot \Phi_b(x_c)] q_b(t) - [K_{cc} \cdot \Phi_s(x_c)] q_s(t)$	$C_{cc} \dot{q}_c(t) - [C_{cc} \cdot \Phi_b(x_c)] \dot{q}_b(t) - [C_{cc} \cdot \Phi_s(x_c)] \dot{q}_s(t)$
s	$\begin{bmatrix} m_b \int_0^{L_b} \Phi_s^T(x) \cdot \Phi_b(x) dx \\ + m_b \int_0^{L_b} \Phi_s^T(x) \cdot \Phi_s(x) dx \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_s(t)$	0	$[\Phi_s^T(x_d) \cdot K_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot K_{cc} \cdot \Phi_b(x_c)] \cdot q_b(t)$ $- [\Phi_s^T(x_d) \cdot K_{dd}] \cdot q_d(t) - [\Phi_s^T(x_c) \cdot K_{cc}] \cdot q_c(t)$ $+ [\Phi_s^T(x_d) \cdot K_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot K_{cc} \cdot \Phi_s(x_c)] \cdot q_s(t) - R$	$[\Phi_s^T(x_d) \cdot C_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot C_{cc} \cdot \Phi_b(x_c)] \cdot \dot{q}_b(t)$ $- [\Phi_s^T(x_d) \cdot C_{dd}] \cdot \dot{q}_d(t) - [\Phi_s^T(x_c) \cdot C_{cc}] \cdot \dot{q}_c(t)$ $+ [\Phi_s^T(x_d) \cdot C_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot C_{cc} \cdot \Phi_s(x_c)] \cdot \dot{q}_s(t)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{bmatrix} m_b \int_0^{L_b} \Phi_b^T(x) \cdot \Phi_b(x) dx & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{dd} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_{cc} \\ m_b \int_0^{L_b} \Phi_s^T(x) \cdot \Phi_b(x) dx & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_d(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\mathbf{M}_{bb} \Omega_b \zeta_b + \Phi_b^T(x_d) \cdot \mathbf{C}_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) + \Phi_b^T(x_c) \cdot \mathbf{C}_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) & -\Phi_b^T(x_d) \cdot \mathbf{C}_{dd} & -\Phi_b^T(x_c) \cdot \mathbf{C}_{cc} \\ -\mathbf{C}_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) & \mathbf{C}_{dd} & 0 \\ -\mathbf{C}_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) & 0 & \mathbf{C}_{cc} \\ \Phi_s^T(x_d) \cdot \mathbf{C}_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot \mathbf{C}_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) & -\Phi_s^T(x_d) \cdot \mathbf{C}_{dd} & -\Phi_s^T(x_c) \cdot \mathbf{C}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_d(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_c(t) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} E_b I_b \int_0^{L_b} \Phi_b''(x) \cdot \Phi_b(x) dx + \Phi_b^T(x_d) \cdot \mathbf{K}_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) + \Phi_b^T(x_c) \cdot \mathbf{K}_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) & -\Phi_b^T(x_d) \cdot \mathbf{K}_{dd} & -\Phi_b^T(x_c) \cdot \mathbf{K}_{cc} \\ -\mathbf{K}_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) & \mathbf{K}_{dd} & 0 \\ -\mathbf{K}_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) & 0 & \mathbf{K}_{cc} \\ \Phi_s^T(x_d) \cdot \mathbf{K}_{dd} \cdot \Phi_b(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot \mathbf{K}_{cc} \cdot \Phi_b(x_c) & -\Phi_s^T(x_d) \cdot \mathbf{K}_{dd} & -\Phi_s^T(x_c) \cdot \mathbf{K}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_b(t) \\ \mathbf{q}_d(t) \\ \mathbf{q}_c(t) \end{bmatrix}$$

$$= - \begin{bmatrix} m_b \int_0^{L_b} \Phi_b^T(x) \cdot \Phi_s(x) dx \\ 0 \\ 0 \\ m_b \int_0^{L_b} \Phi_s^T(x) \cdot \Phi_s(x) dx \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \begin{bmatrix} \Phi_b^T(x_d) \cdot \mathbf{C}_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_b^T(x_c) \cdot \mathbf{C}_{cc} \cdot \Phi_s(x_c) \\ -\mathbf{C}_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) \\ -\mathbf{C}_{cc} \cdot \Phi_s(x_c) \\ \Phi_s^T(x_d) \cdot \mathbf{C}_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot \mathbf{C}_{cc} \cdot \Phi_s(x_c) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_s(t) - \begin{bmatrix} \Phi_b^T(x_d) \cdot \mathbf{K}_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_b^T(x_c) \cdot \mathbf{K}_{cc} \cdot \Phi_s(x_c) \\ -\mathbf{K}_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) \\ -\mathbf{K}_{cc} \cdot \Phi_s(x_c) \\ \Phi_s^T(x_d) \cdot \mathbf{K}_{dd} \cdot \Phi_s(x_d) + \Phi_s^T(x_c) \cdot \mathbf{K}_{cc} \cdot \Phi_s(x_c) \end{bmatrix} \mathbf{q}_s(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{R} \end{bmatrix}$$

(3.23)



หรือ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc} \\ \mathbf{M}_{sb} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_d(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bb} & \mathbf{C}_{bd} & \mathbf{C}_{bc} \\ \mathbf{C}_{db} & \mathbf{C}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{cb} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{cc} \\ \mathbf{C}_{sb} & \mathbf{C}_{sd} & \mathbf{C}_{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_d(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bd} & \mathbf{K}_{bc} \\ \mathbf{K}_{db} & \mathbf{K}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{cb} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{cc} \\ \mathbf{K}_{sb} & \mathbf{K}_{sd} & \mathbf{K}_{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_b(t) \\ \mathbf{q}_d(t) \\ \mathbf{q}_c(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bs} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bs} \\ \mathbf{C}_{ds} \\ \mathbf{C}_{cs} \\ \mathbf{C}_{ss} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_s(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bs} \\ \mathbf{K}_{ds} \\ \mathbf{K}_{cs} \\ \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \mathbf{q}_s(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

จากสมการ (3.24) จะเห็นว่าเมื่อทราบค่าเวกเตอร์ความเร่ง ความเร็วและการขจัดของพิกัดทั่วไปก็จะสามารถหาค่าแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองของคานได้ อย่างไรก็ตาม ในงานวิจัยนี้จะไม่พิจารณาเทอมเวกเตอร์ความเร็วของพิกัดทั่วไป เพราะไม่มีผลของข้อมูลจริงที่ตรวจวัดได้ในภาคสนาม ดังนั้น หากต้องการหาเฉพาะค่าเวกเตอร์ของพิกัดทั่วไป สมการ (3.24) สามารถลดรูปได้ คือ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_d(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bb} & \mathbf{C}_{bd} & \mathbf{C}_{bc} \\ \mathbf{C}_{db} & \mathbf{C}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{cb} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_d(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bd} & \mathbf{K}_{bc} \\ \mathbf{K}_{db} & \mathbf{K}_{dd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{cb} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_b(t) \\ \mathbf{q}_d(t) \\ \mathbf{q}_c(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bs} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bs} \\ \mathbf{K}_{ds} \\ \mathbf{K}_{cs} \end{bmatrix} \mathbf{q}_s(t) \quad (3.25)$$

หรืออยู่ในรูปแบบทั่วไปสำหรับสมการของการเคลื่อนที่เชิงโหมด คือ

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = -\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \mathbf{K}_s\mathbf{q}_s(t) = \mathbf{P}(t) \quad (3.26)$$

เมื่อ

$\mathbf{M}_{bb}$ ,  $\mathbf{M}_{dd}$ ,  $\mathbf{M}_{cc}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติมวลของสะพาน มวลท่อนง และรถยนต์ ตามลำดับ

$\mathbf{M}_{bs}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติมวลของสะพานร่วมกับฐานรองรับ

$\mathbf{C}_{bb}$ ,  $\mathbf{C}_{dd}$ ,  $\mathbf{C}_{cc}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติการหน่วงของสะพาน มวลท่อนง และรถยนต์ ตามลำดับ

$\mathbf{C}_{bd} = \mathbf{C}_{db}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติการหน่วงร่วมของสะพานกับมวลท่อนง

$\mathbf{C}_{bc} = \mathbf{C}_{cb}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติการหน่วงร่วมของสะพานกับรถยนต์

$\mathbf{K}_{bb}$ ,  $\mathbf{K}_{dd}$ ,  $\mathbf{K}_{cc}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติสตีฟเนสของสะพาน มวลท่อนง และรถยนต์ ตามลำดับ

$\mathbf{K}_{bd} = \mathbf{K}_{db}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติสตีฟเนสร่วมของสะพานกับมวลท่อนง

$\mathbf{K}_{bc} = \mathbf{K}_{cb}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติสตีฟเนสร่วมของสะพานกับรถยนต์

$\mathbf{K}_{bs}$ ,  $\mathbf{K}_{ds}$ ,  $\mathbf{K}_{cs}$  คือ เมทริกซ์คุณสมบัติสตีฟเนสของสะพานร่วมกับฐานรองรับ, มวลท่อนงร่วมกับฐานรองรับ และรถยนต์ร่วมกับฐานรองรับ ตามลำดับ

### 3.4 ค่าผลตอบสนองของระบบโดยวิธีการเชิงตัวเลขด้วยสเปซเฟสพอร์ม

จากหัวข้อ 3.4 จะได้สมการของการเคลื่อนที่ของระบบสะพาน-รถยนต์-มวลท่อนง อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ คือ

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (3.26)$$

ซึ่งเป็นสมการแบบ Couple equation เพราะสัมประสิทธิ์เมทริกซ์  $\mathbf{C}$  และ  $\mathbf{K}$  จะไม่เป็นเมทริกซ์แนวทแยง (Diagonal matrix) โดยที่ตัวแปรไม่ทราบค่าจะสัมพันธ์กันในแต่ละสมการย่อยของสมการของเมทริกซ์ การแก้สมการในลักษณะนี้จะต้องเปลี่ยนสมการให้เป็นแบบ Uncouple equation ก่อนซึ่งเป็นสมการเชิงโหมด (Modal equation) ที่มีสมการย่อยแต่ละสมการเป็นอิสระต่อกันและสามารถทำได้ด้วยการใช้วิธีวิเคราะห์เชิงโหมด (Modal analysis) โดยใช้คุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมด (Modal orthogonality) ของฟังก์ชันพื้นฐานเพื่อเปลี่ยนเมทริกซ์  $\mathbf{C}$  และ  $\mathbf{K}$  ไปเป็นเมทริกซ์จัตุรัสแบบแนวทแยง หลังจากนั้นก็ทำการหาผลเฉลยด้วยวิธีวิเคราะห์ตามทฤษฎีของการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม ในบางกรณีของเมทริกซ์  $\mathbf{C}$  และ  $\mathbf{K}$  ก็ไม่สามารถทำให้เป็นเมทริกซ์แนวทแยงได้ เมื่อเป็นเช่นนี้จึงเป็นการยากที่จะหาผลเฉลยด้วยวิธี

วิเคราะห์ตามทฤษฎี ดังนั้น การหาผลเฉลยของคำตอบจะทำโดยใช้วิธีเชิงตัวเลขเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้มีความสะดวกเป็นอย่างมากและคำตอบที่ได้จะเป็นค่าโดยประมาณซึ่งมีค่าความถูกต้องมากเพียงพอ

วิธีการเชิงตัวเลขที่จะนำเสนอในที่นี้จะอยู่ในรูปแบบของสเตตสเปซฟอร์ม (State-space form) ซึ่งเป็นวิธีที่ลดรูปสมการอนุพันธ์อันดับสองไปเป็นสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First order differential equation) สามารถทำได้โดยการคูณสมการ (3.26) ด้วยอินเวอร์สเมทริกซ์  $\mathbf{M}^{-1}$  และจัดรูปใหม่ จะได้

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{q}(t) + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}(t) \quad (3.27)$$

กำหนดค่าเวกเตอร์ของตัวแปรขึ้นใหม่ (State vector) ซึ่งมีมิติเท่ากับ  $2m \times 1$  โดยที่  $m$  คือ จำนวนระดับขั้นความเสรีของระบบ คือ

$$\mathbf{u}_1(t) = \mathbf{q}(t) \quad (3.28)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_1(t) = \mathbf{u}_2(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) \quad (3.29)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_2(t) = \ddot{\mathbf{u}}_1(t) = \ddot{\mathbf{q}}(t) = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{u}_2(t) - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}(t) \quad (3.30)$$

สมการ (3.28) ถึง (3.30) เรียกว่า สมการสเตตสเปซ (State space equations) โดยสมการ (3.29) และ (3.30) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการของเมทริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(t) \\ \mathbf{u}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{P}(t) \quad (3.31)$$

หรืออยู่ในรูปแบบกะทัดรัด (Compact form) คือ

$$\dot{\mathbf{U}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{U}(t) + \mathbf{B}\mathbf{P}(t) \quad (3.32)$$

เมื่อ

$\mathbf{P}(t)$  คือ เวกเตอร์ของแรงภายนอกที่กระทำที่สอดคล้องกับระดับขั้นความเสรีของระบบ และมีมิติเท่ากับ  $m \times 1$

$\mathbf{I}_{m \times m}$  คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix)

$\mathbf{0}_{m \times m}$  คือ เมทริกซ์ศูนย์ (Matrix of zeroes)

$$\mathbf{U}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(t) \\ \mathbf{u}_2(t) \end{bmatrix}_{2m \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix}_{2m \times 1} \quad \text{คือ เวกเตอร์ของตัวแปรที่ถูกกำหนดขึ้น}$$

(State vector)

$$\dot{\mathbf{U}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_2(t) \end{bmatrix}_{2m \times 1} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix}_{2m \times 1}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}_{2m \times 2m}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}_{2m \times m}$$

สมการ (3.32) จะมีผลเฉลยหรือผลตอบสนองอยู่ในเทอมของเมทริกซ์แปลง (Transition matrix:  $\Phi(t)$ ) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของช่วงเวลาที่มีความต่อเนื่องและเทอมของ Convolution integral โดยเป็นผลเฉลยของการวิเคราะห์ตามทฤษฎี (Theoretical solution) อย่างไรก็ตาม หากต้องการค่าผลเฉลยเชิงตัวเลข (Numerical solution) ซึ่งจะดำเนินการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์โปรแกรม เราจำเป็นต้องเปลี่ยนระบบที่มีความต่อเนื่องของช่วงเวลา (Continuous-time system) ไปเป็นระบบที่แบ่งเวลาออกเป็นช่วงๆ (Discrete-time system) ซึ่งมีผลเฉลยในเทอมของเมทริกซ์แปลง คือ

$$\mathbf{U}_{i+1} = \Phi \mathbf{U}_i + \Gamma \mathbf{P}_i \quad (3.33)$$

เมื่อ

$\Phi = e^{\mathbf{A}\Delta t}$  คือ เมทริกซ์แปลงเนื่องจากผลต่างของเวลา (Discrete-time transition matrix) มีมิติเท่ากับ  $2m \times 2m$

$\Gamma = \mathbf{A}^{-1}(e^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{B}$  คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์เนื่องจากผลต่างของเวลา (Discrete-time coefficient matrix) มีมิติเท่ากับ  $2m \times m$

$\mathbf{I}_{2m \times 2m}$  คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix)

$\Delta t$  คือ ผลต่างของช่วงเวลา (Sampling period)

การหาค่าเมทริกซ์แปลงที่อยู่ในเทอมของเอกซ์โปเนนเชียลฟังก์ชันสามารถทำได้โดยใช้ชุดการกระจายอนุกรมอนันต์ของเมทริกซ์ (Expanded-infinite matrix series) ดังนี้

$$e^{A\Delta t} = \mathbf{I} + \Delta t\mathbf{A} + \frac{\Delta t^2}{2!}\mathbf{A}^2 + \frac{\Delta t^3}{3!}\mathbf{A}^3 + \dots \quad (3.34)$$

เมทริกซ์  $\mathbf{A}$  ในสมการ (3.34) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ของค่าไอเกนแวลูและไอเกนเวกเตอร์ (Eigenvalue and eigenvector) ของเมทริกซ์  $\mathbf{A}$  ได้คือ

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1} \quad (3.35)$$

เมื่อ

$\mathbf{\Lambda}$  คือ เมทริกซ์ไอเกนแวลูของเมทริกซ์  $\mathbf{A}$

$\mathbf{V}$  คือ เมทริกซ์ไอเกนเวกเตอร์ของเมทริกซ์  $\mathbf{A}$

แทนค่าเมทริกซ์  $\mathbf{A}$  จากสมการ (3.35) ลงในสมการ (3.34) และให้เมทริกซ์  $\mathbf{I} = \mathbf{V}\mathbf{V}^{-1}$  เพราะฉะนั้น จะได้

$$\begin{aligned} e^{A\Delta t} &= \mathbf{V}\mathbf{V}^{-1} + \Delta t\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1} + \frac{\Delta t^2}{2!}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1} + \frac{\Delta t^3}{3!}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1} + \dots \\ &= \mathbf{V}\mathbf{V}^{-1} + \Delta t\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^{-1} + \frac{\Delta t^2}{2!}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^2\mathbf{V}^{-1} + \frac{\Delta t^3}{3!}\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^3\mathbf{V}^{-1} + \dots \\ &= \mathbf{V}\left(\mathbf{I} + \Delta t\mathbf{\Lambda} + \frac{\Delta t^2}{2!}\mathbf{\Lambda}^2 + \frac{\Delta t^3}{3!}\mathbf{\Lambda}^3 + \dots\right)\mathbf{V}^{-1} \\ &= \mathbf{V}e^{\mathbf{\Lambda}\Delta t}\mathbf{V}^{-1} \end{aligned} \quad (3.36)$$

อย่างไรก็ตาม ในงานวิจัยนี้จะใช้โปรแกรม MATLAB สำหรับดำเนินการคำนวณหาค่าผลตอบสนองด้วยวิธีการเชิงตัวเลข โดยที่การหาค่าของเมทริกซ์  $\Phi$  และ  $\Gamma$  จะใช้ชุดคำสั่ง c2d ซึ่งเป็นคำสั่งสำเร็จรูปทำให้สะดวกและง่ายต่อการคำนวณ ทั้งนี้ค่าความถูกต้องและแม่นยำของผลเฉลยในสมการ (3.33) จะลู่เข้าใกล้ค่าจริงมากขึ้นเมื่อใช้ผลต่างของช่วงเวลา  $\Delta t$  ให้มีค่าน้อยๆ ซึ่งในการศึกษานี้เลือกใช้  $\Delta t = 0.01$  sec เพื่อให้ผลการคำนวณมีความน่าเชื่อถือถึง 98 % ภายใต้การพิจารณารวมผลการสั้นไหวของสะพานใน 5 โหมดแรก



## บทที่ 4

# การประเมินผลกระทบจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์ ตามมาตรฐาน ISO 2631-1:1997

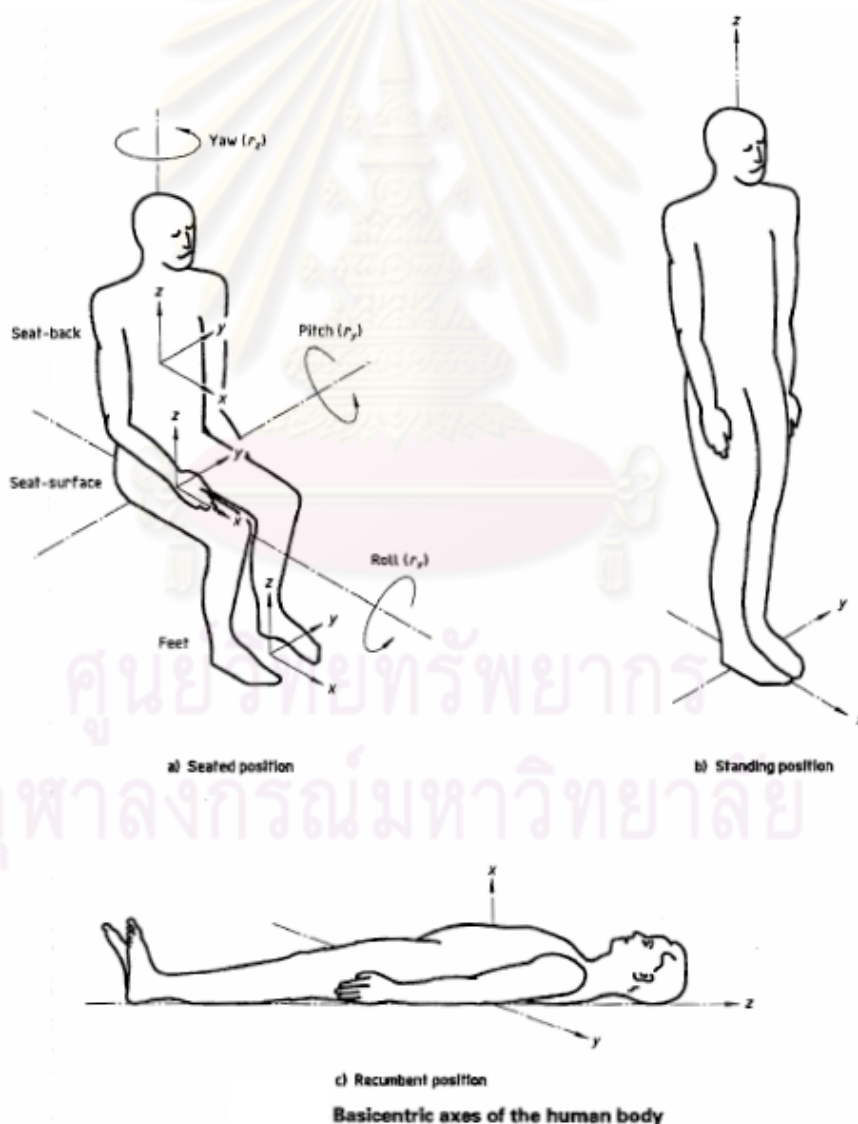
### 4.1 ขอบเขตของมาตรฐาน ISO 2631-1:1997

มาตรฐาน ISO 2631 ได้ถูกจัดทำขึ้นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1985 และได้มีการนำมาปรับปรุงขึ้นอีกครั้งในปี ค.ศ. 1997 ซึ่งมีทั้งหมด 5 ฉบับ โดยในส่วนของมาตรฐาน ISO 2631-1 (ฉบับที่ 1) นี้มีวัตถุประสงค์เพื่อกำหนดวิธีการตรวจวัดและประเมินการสั่นสะเทือนของร่างกายมนุษย์อันเป็นผลมาจากการสั่นสะเทือนจากสภาพแวดล้อมภายนอกซึ่งอาจก่อให้เกิดผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย (Health) ความสะดวกสบาย (Comfort) การรับรู้ได้ (Perception) และความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว (Motion sickness) ทั้งนี้มาตรฐานจะพิจารณาถึงเฉพาะการสั่นสะเทือนทั่วไปจากสภาพแวดล้อมภายนอกเท่านั้น ได้แก่ การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นภายในรถยนต์ทั้งทางบก ทางอากาศและทางน้ำ การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจากเครื่องจักรกลที่ถูกใช้ในภาคอุตสาหกรรมและภาคการเกษตร และการสั่นสะเทือนจากการดำเนินกิจกรรมทางอุตสาหกรรมบางประเภท เช่น การตอกเสาเข็ม การระเบิด เป็นต้น อย่างไรก็ตาม มาตรฐานไม่ได้จำกัดขอบเขตของระดับขั้นการสั่นสะเทือนเอาไว้ (Vibration exposure limits) อีกทั้งยังมีเนื้อหาไม่ครอบคลุมถึงเหตุการณ์อันจะส่งผลกระทบต่อสุขภาพที่เกิดการสั่นสะเทือนแบบฉับพลันที่รุนแรงต่อร่างกายมนุษย์ได้ ตัวอย่างเช่น การประสบอุบัติเหตุ ไฟฟ้าช็อต เป็นต้น นอกจากนี้ยังไม่รวมถึงศักยภาพของตัวบุคคลในการอยู่ภายใต้หรือทนต่อสภาวะการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นเพราะแต่ละบุคคลนั้นมีศักยภาพไม่เท่าเทียมกัน

มาตรฐาน ISO 2631-1 นี้ได้กำหนดวิธีการตรวจวัดการสั่นสะเทือนแบบคาบ (Periodic vibration) การสั่นสะเทือนแบบสุ่ม (Random vibration) และการสั่นสะเทือนแบบชั่วคราว (Transient vibration) ส่วนในการประเมินผลกระทบของการสั่นสะเทือนต่อร่างกายมนุษย์นั้นจะพิจารณาถึงระดับขั้นของการสั่นสะเทือนจากสภาพแวดล้อมภายนอกด้วยค่าตัวประกอบหลักผ่านดัชนีตัวเลขเพื่อเป็นตัวชี้วัดให้อยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ทั้งนี้ช่วงความถี่ที่ใช้พิจารณาที่สามารถส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย ความสะดวกสบาย และการรับรู้ได้ คือ 0.5 ถึง 80 Hz และส่งผลกระทบต่อความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว คือ 0.1 ถึง 0.5 Hz โดยมาตรฐานได้กำหนดค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนัก (Frequency weighting) ที่แตกต่างกันไปเพื่อปรับการการสั่นสะเทือนของร่างกายตามค่าความถี่และลักษณะการจัดวางตำแหน่งท่าทางในแต่ละกิจกรรม คือ นั่ง ยืน และนอน ซึ่งท่าทางเหล่านี้ให้ผลทางความรู้สึกต่อการสั่นสะเทือนไม่เหมือนกัน

## 4.2 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องสำหรับใช้ประเมินผลการสั่นสะเทือนของร่างกายมนุษย์

การตรวจวัดการสั่นสะเทือนต่อร่างกายมนุษย์ตามมาตรฐาน ISO 2631-1 นั้น ปริมาณหลักที่ใช้ในการตรวจวัดและประเมินผลการสั่นสะเทือนคือค่าความเร่ง โดยจะพิจารณาอ้างอิงถึงระบบพิกัดแกนพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับท่าทางหรืออิริยาบถต่างๆ ได้แก่ นั่ง ยืน และนอน ดังแสดงในรูปที่ 5.1 โดยการสั่นสะเทือนในแต่ละอิริยาบถจะประกอบไปด้วย (ก) การเปลี่ยนตำแหน่ง (Translation) 3 ทิศทางตามแนวแกน x แนวแกน y และแนวแกน z (ข) การหมุน (Rotation) 3 ทิศทางรอบแกน x รอบแกน y และรอบแกน z



รูปที่ 4.1 ระบบพิกัดแกนพื้นฐานตามแต่ละอิริยาบถภายใต้การสั่นสะเทือนต่อร่างกายมนุษย์

แนวทางการประเมินตามมาตรฐานนี้จะใช้ค่าเฉลี่ยตลอดช่วงเวลาของการสั่นสะเทือนที่อยู่ภายใต้ช่วงความถี่ของการสั่นสะเทือนนั้นๆ โดยในสภาพความเป็นจริงความถี่ของการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นอาจเป็นได้ทั้งสัญญาณความถี่สูงและความถี่ต่ำซึ่งเป็นตัวแปรที่สำคัญที่ส่งผลกระทบต่อความรู้สึกต่อการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นในทิศทางต่างๆ เพราะฉะนั้น ก่อนที่จะนำค่าความเร่งไปใช้ในการประเมินถึงผลกระทบต่างๆ ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นนั้น มาตรฐานจึงได้กำหนดวิธีการปรับกรองสัญญาณความเร่งเนื่องจากการสั่นสะเทือนตามค่าความถี่ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งจะขึ้นอยู่กับอิริยาบถและทิศทางของการสั่นสะเทือนที่พิจารณาดังแสดงไว้ในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 คำแนะนำสำหรับการเลือกใช้ Frequency-weighting curves ในการกรองสัญญาณ

Frequency weighting	Health (see clause)	Comfort (see clause 8)	Perception (see clause 8)	Motion sickness (see clause 9)
$W_k$	z-axis, seat surface	z-axis, seat surface z-axis, standing vertical recumbent (except head) x-, y-, z-axes, feet (sitting)	z-axis, seat surface z-axis, standing vertical recumbent (except head)	-
$W_d$	x-axis, seat surface y-axis, seat surface	x-axis, seat surface y-axis, seat surface x-, y-axes, standing horizontal recumbent y-, z-axes, seat-back	x-axis, seat surface y-axis, seat surface x-, y-axes, standing horizontal recumbent	-
$W_f$	-	-	-	vertical

จากตารางที่ 4.1 จะเห็นว่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลัก (Principal frequency weighting) ที่เกี่ยวข้องกับสุขภาพอนามัย ความสะดวกสบาย และการรับรู้ได้ คือค่า  $W_k$  ซึ่งถูกพิจารณาในทิศทางตามแนวแกน z ในอิริยาบถนั่งและยืน และตามแนวแกน x หรือตามแนวตั้งในอิริยาบถนอน (ยกเว้น ศีรษะ) ส่วนค่า  $W_d$  ถูกพิจารณาในทิศทางตามแนวแกน x และแนวแกน y ในอิริยาบถนั่งและยืน และตามแนวแกน y และแนวแกน z หรือตามแนวราบในอิริยาบถนอน สำหรับพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักอีกค่าหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว คือ  $W_f$  โดยจะถูกพิจารณาในทิศทางตามแนวตั้งเท่านั้นสำหรับแต่ละอิริยาบถ

ในภาคผนวก A ของมาตรฐาน ISO 1631-1 ได้กำหนดสูตรทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักซึ่งเป็นผลมาจากการคูณกันของค่าฟังก์ชันส่งผ่าน (Transfer functions) จำนวน 4 ชุด โดยแต่ละชุดจะมีตัวแปรของฟังก์ชันส่งผ่าน (Parameter of the transfer functions) เข้ามาเกี่ยวข้องดังแสดงไว้ตามตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ตัวแปรของฟังก์ชันส่งผ่าน

Weighting	Band-limiting		Acceleration-velocity transition (a-v transition)			Upward step			
	$f_1$ Hz	$f_2$ Hz	$f_3$ Hz	$f_4$ Hz	$Q_4$	$f_5$ Hz	$Q_5$	$f_6$ Hz	$Q_6$
$W_k$	0.4	100	12.5	12.5	0.63	2.37	0.91	3.35	0.91
$W_d$	0.4	100	2.0	2.0	0.63	$\infty$	-	$\infty$	-
$W_f$	0.08	0.63	$\infty$	0.25	0.86	0.0625	0.8	0.1	0.8

สูตรทางคณิตศาสตร์ของค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักที่ใช้ในการกรองความถี่หาได้จากการคูณกันของฟังก์ชันส่งผ่านตามสมการ (4.1) คือ

$$H(p) = H_h(p) \cdot H_l(p) \cdot H_t(p) \cdot H_s(p) \quad (4.1)$$

เมื่อ

$$|H_h(p)| = \left| \frac{1}{1 + \sqrt{2}\omega_1/p + (\omega_1/p)^2} \right| = \sqrt{\frac{f^4}{f^4 + f_1^4}} \quad (4.2)$$

$$|H_l(p)| = \left| \frac{1}{1 + \sqrt{2}p/\omega_2 + (p/\omega_2)^2} \right| = \sqrt{\frac{f_2^4}{f^4 + f_2^4}} \quad (4.3)$$

$$|H_t(p)| = \left| \frac{1 + p/\omega_3}{1 + p/(Q_4\omega_4) + (p/\omega_4)^2} \right| = \sqrt{\frac{f^2 + f_3^2}{f_3^2}} \cdot \sqrt{\frac{f_4^4 \cdot Q_4^2}{f^4 \cdot Q_4^2 + f^2 \cdot f_4^2(1 - 2Q_4^2) + f_4^4 \cdot Q_4^2}} \quad (4.4)$$

$$|H_s(p)| = \left| \frac{1 + p/(Q_5\omega_5) + (p/\omega_5)^2}{1 + p/(Q_6\omega_6) + (p/\omega_6)^2} \cdot \left(\frac{\omega_5}{\omega_6}\right)^2 \right| = \frac{Q_6}{Q_5} \cdot \sqrt{\frac{f^4 \cdot Q_5^2 + f^2 \cdot f_5^2(1 - 2Q_5^2) + f_5^4 \cdot Q_5^2}{f^4 \cdot Q_6^2 + f^2 \cdot f_6^2(1 - 2Q_6^2) + f_6^4 \cdot Q_6^2}} \quad (4.5)$$

โดยที่

$H_h(p)$  คือ ฟังก์ชันส่งผ่านของซีดจำกัดย่านความถี่สูง (High pass)

$H_l(p)$  คือ ฟังก์ชันส่งผ่านของซีดจำกัดย่านความถี่ต่ำ (Low pass)

$H_t(p)$  คือ ฟังก์ชันส่งผ่านของการแปลงระหว่างความเร่งและความเร็ว  
(Acceleration-velocity transition)

$H_s(p)$  คือ ฟังก์ชันส่งผ่านของการแปลงสัญญาณกระตุก (Upward step)

$f_1, f_2$  คือ ความถี่ที่มุม (Corner frequency)

$\omega_1 = 2\pi f_1$  คือ ความถี่เชิงมุมของความถี่ที่มุม  $f_1$

$\omega_2 = 2\pi f_2$  คือ ความถี่เชิงมุมของความถี่ที่มุม  $f_2$

$\omega_3 = 2\pi f_3$  คือ ความถี่เชิงมุมของความถี่  $f_3$

$\omega_4 = 2\pi f_4$  คือ ความถี่เชิงมุมของความถี่  $f_4$

$\omega_5 = 2\pi f_5$  คือ ความถี่เชิงมุมของความถี่  $f_5$

$\omega_6 = 2\pi f_6$  คือ ความถี่เชิงมุมของความถี่  $f_6$

ทั้งนี้ฟังก์ชันส่งผ่าน  $H_h(p)$  และ  $H_l(p)$  ถูกเรียกรวมกันว่า ซีดจำกัดย่านความถี่ (Band-limiting) และฟังก์ชันส่งผ่าน  $H_t(p)$  จะเกี่ยวข้องกับการแปลงสัญญาณให้เป็นสัดส่วนกับความเร่งเมื่อสัญญาณมีความถี่ต่ำ แต่หากสัญญาณมีความถี่สูงจะทำการแปลงสัญญาณให้เป็นสัดส่วนกับความเร็ว

ในการศึกษานี้ได้พิจารณาเฉพาะความเร่งของรถยนต์ตามแนวตั้งเท่านั้น ทั้งนี้ผู้ใช้โดยสารจะอยู่ในอิริยาบถนิ่ง เพราะฉะนั้นหากพิจารณาจากคำแนะนำสำหรับการเลือกใช้ Frequency-weighting curves ในการกรองสัญญาณตามตารางที่ 4.1 จะพบว่าค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลัก,  $W_k$  เพียงค่าเดียวเท่านั้นที่จะถูกนำมาใช้เพื่อกรองสัญญาณความเร่งจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์ และจากความสัมพันธ์ในสมการ (4.1) ถึง (4.5) สามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลัก,  $W_k$  สัมพันธ์กับค่าความถี่,  $f$  ได้ดังแสดงในตารางที่ 4.3

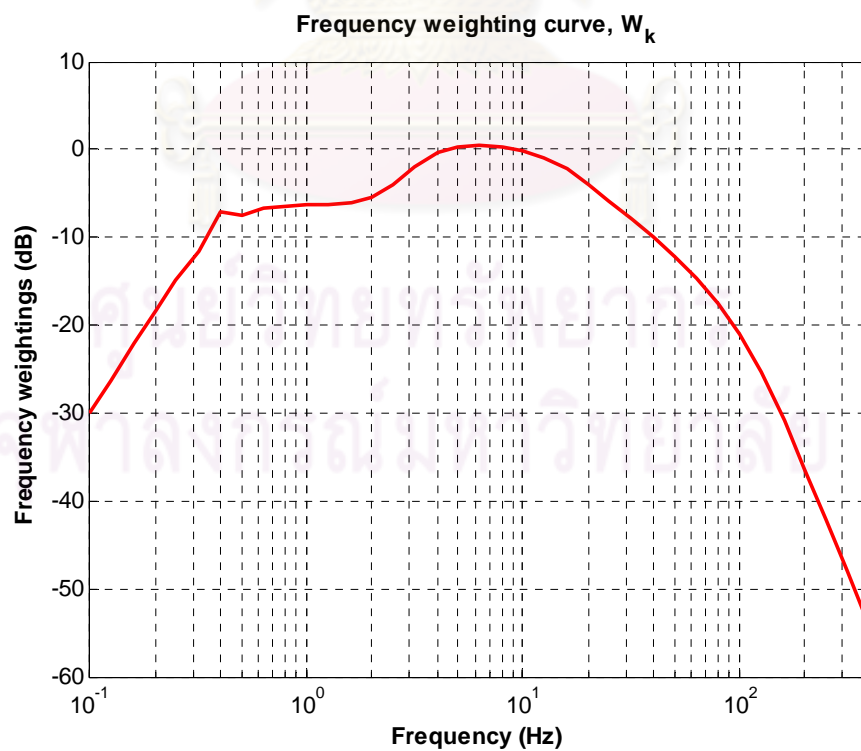


ตารางที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักและความถี่

Frequency, $f$ (Hz)	$W_k$		
	Factor	Factor x 1000	dB
0.100	0.0312	31.2	-30.11
0.125	0.0486	48.6	-26.26
0.160	0.079	79	-22.05
0.200	0.121	121	-18.33
0.250	0.182	182	-14.81
0.315	0.263	263	-11.60
0.400	0.352	352	-7.00
0.500	0.418	418	-7.57
0.630	0.459	459	-6.77
0.800	0.477	477	-6.43
1.000	0.482	482	-6.33
1.250	0.484	484	-6.29
1.600	0.494	494	-6.12
2.000	0.531	531	-5.49
2.500	0.631	631	-4.01
3.150	0.804	804	-1.90
4.000	0.967	967	-0.29
5.000	1.039	1039	0.33
6.300	1.054	1054	0.46
8.000	1.036	1036	0.31
10.000	0.988	988	-0.10
12.500	0.902	902	-0.89
16.000	0.768	768	-2.28
20.000	0.636	636	-3.93
25.000	0.513	513	-5.80
31.500	0.405	405	-7.86

ตารางที่ 4.3 (ต่อ) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักและความถี่

Frequency, $f$ (Hz)	$W_k$		
	Factor	Factor x 1000	dB
40.000	0.314	314	-10.05
50.000	0.246	246	-12.19
63.000	0.186	186	-14.61
80.000	0.132	132	-17.56
100.000	0.0887	88.7	-21.04
125.000	0.054	54	-25.35
160.000	0.0285	28.5	-30.91
200.000	0.0152	15.2	-36.38
250.000	0.0079	7.9	-42.04
315.000	0.00398	3.98	-48.00
400.000	0.00195	1.95	-54.20



รูปที่ 4.2 เส้นโค้งความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่ถ่วงน้ำหนักหลักและความถี่

จากค่าในตารางที่ 4.3 สามารถนำไปสร้างเส้นโค้งความสัมพันธ์ในรูปแบบบล็อกสเกลระหว่างค่าความถี่ถ่วงน้ำหนักหลัก,  $W_k$  และความถี่,  $f$  ดังแสดงในรูปที่ 4.2 โดยค่า  $W_k$  จะถูกนำไปใช้ในการประเมินผลกระทบด้านสุขภาพอนามัย ความสะดวกสบาย และการรับรู้ได้ในลำดับต่อไป

#### 4.3 วิธีการประเมินผลการสั่นสะเทือนของร่างกายมนุษย์

มาตรฐาน ISO 2631-1 ได้จำแนกการประเมินผลการสั่นสะเทือนของร่างกายมนุษย์ออกเป็น 2 วิธีหลัก คือ (ก) การประเมินโดยวิธีพื้นฐาน และ (ข) การประเมินโดยวิธีเพิ่มเติมหากวิธีการประเมินพื้นฐานไม่เพียงพอ ในกระบวนการประเมินผลนั้นจะใช้ความเร่งถ่วงน้ำหนัก (Weighted acceleration,  $a_w(t)$ ) ซึ่งได้จากความเร่งที่ผ่านการกรองสัญญาณด้วยค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนัก,  $W_k$  ดังที่ได้อธิบายไว้แล้วในหัวข้อที่ผ่านมา โดยค่าความเร่งถ่วงน้ำหนักนี้จะถูกนำไปใช้ในการหาค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted root-mean-square (r.m.s) acceleration,  $a_w$ ) ทั้งนี้ในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีประเมินผลให้เหมาะสมนั้นขึ้นอยู่กับว่าลักษณะของสัญญาณความเร่งมีความเสถียรหรือคงที่มากน้อยเพียงใด ซึ่งมาตรฐาน ISO 2631-1 ได้กำหนดดัชนีชี้วัดทางตัวเลขขึ้น เรียกว่า ตัวประกอบสูงสุด (Crest factor) คือ ค่าอัตราส่วนโมดูลัสระหว่างค่าความเร่งถ่วงน้ำหนักสูงสุดต่อค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก ( $|a_w(t)|/a_w$ ) โดยที่หากค่าตัวประกอบสูงสุดมีค่าไม่เกิน 9 แสดงถึงการมีลักษณะคงที่ของสัญญาณ แต่ถ้าหากค่านี้มีค่ามากกว่า 9 แล้วสัญญาณจะมีลักษณะไม่คงที่ ต่อไปจะอธิบายรายละเอียดของวิธีการประเมินผลทั้งสองวิธีดังกล่าวตามหัวข้อต่อไปนี้

##### 4.3.1 การประเมินโดยวิธีพื้นฐาน

การประเมินโดยวิธีพื้นฐานจะถูกใช้ก็ต่อเมื่อค่าตัวประกอบสูงสุดน้อยกว่าหรือเท่ากับ 9 ซึ่งมีความรุนแรงของสัญญาณในลักษณะคงที่ โดยมีพารามิเตอร์หลักที่ใช้ในการประเมินคือค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted root-mean-square (r.m.s) acceleration) ในหน่วย  $m/s^2$  ซึ่งมีความสัมพันธ์ตามสมการ (4.6) คือ

$$a_w = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

เมื่อ

$a_w(t)$  คือ ความเร่งถ่วงน้ำหนัก (Weighted acceleration) มีหน่วยเป็น  $m/s^2$

$T$  คือ ช่วงของเวลาที่พิจารณาภายใต้การสั่นสะเทือนมีหน่วยเป็นวินาที (s)

#### 4.3.2 การประเมินโดยวิธีเพิ่มเติมหากวิธีการประเมินพื้นฐานไม่เพียงพอ

การประเมินโดยวิธีเพิ่มเติมจะถูกนำมาใช้เมื่อความรุนแรงของสัญญาณมีลักษณะไม่คงที่ หรือมีการกระโดดของสัญญาณซึ่งจะทำให้ได้ค่าตัวประกอบสูงสุดเกินกว่า 9 โดยที่หากนำสัญญาณลักษณะนี้ไปใช้กับวิธีการประเมินโดยวิธีพื้นฐานแล้ว จะทำให้ได้ผลการประเมินของการสั่นสะเทือนต่ำเกินไปซึ่งขาดความแม่นยำ เพราะการวิเคราะห์ด้วยวิธีการนี้มีความไวไม่เพียงพอ กับสัญญาณที่มีลักษณะกระโดด ดังนั้นมาตรฐาน ISO 2631-1 จึงได้เสนอวิธี the fourth power vibration dose method ขึ้นมาซึ่งเป็นหนึ่งในวิธีวิเคราะห์ที่ให้ความไวสูงกว่าการใช้ค่าความเร่ง รากที่สองแบบถ่วงน้ำหนักตามวิธีการประเมินโดยพื้นฐาน เพราะใช้ตัวเลขยกกำลัง 4 แทนตัวเลข ยกกำลัง 2 สำหรับเทอมของความเร่ง โดยมีพารามิเตอร์หลักที่ใช้ในการประเมินคือค่า Vibration dose value (VDV) ซึ่งมีความสัมพันธ์ตามสมการ (4.7) คือ

$$VDV = \left[ \int_0^T [a_w(t)]^4 dt \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4.7)$$

เมื่อ

$a_w(t)$  คือ ความเร่งถ่วงน้ำหนัก (Weighted acceleration) มีหน่วยเป็น  $m/s^2$

$T$  คือ ช่วงของเวลาที่พิจารณาภายใต้การสั่นสะเทือนมีหน่วยเป็นวินาที (s)

อย่างไรก็ดี หากการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นหลายช่วงเวลา ค่า  $VDV_{total}$  หาได้จากการเฉลี่ยแบบเรขาคณิตด้วยรากที่สองของผลรวมยกกำลังสี่ของค่า  $VDV$  แต่ละค่าในช่วงเวลาต่างๆ ตามสมการ (4.8) คือ

$$VDV_{total} = \left[ \sum_i VDV_i^4 \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4.8)$$

#### 4.4 การประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย

ในการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนนั้น มาตรฐานได้กำหนดใช้กับบุคคลที่มีสุขภาพเป็นปกติในอิริยาบถนั่ง ทั้งนี้หากการสั่นสะเทือนมีระดับชั้นความรุนแรงมากหรือมีขนาดสัญญาณสูงแบบชั่วคราว (High magnitude single transients) ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากอุบัติเหตุทางรถยนต์หรือภาวะที่ได้รับบาดเจ็บ เป็นต้น โดยมีปัจจัยหลักที่ก่อให้เกิดผลกระทบที่มีความเสี่ยงสูงต่อสุขภาพอนามัยคือ การอยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนที่มีระดับชั้นความรุนแรงมากขึ้นหรือเป็นระยะเวลาหลายๆ สำหรับวิธีการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยสามารถจำแนกออกเป็น 2 กรณี ดังต่อไปนี้

##### 4.4.1 กรณีที่ตัวประกอบสูงสุดไม่เกิน 9 (Crest factor $\leq 9$ )

ในกรณีนี้จะใช้ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก ( $a_w$ ) ตามความสัมพันธ์ในสมการ (4.6) เพื่อใช้ประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย อย่างไรก็ตามหากมีหลายช่วงเวลาที่อยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือน มาตรฐานได้กำหนดวิธีการหาค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักสำหรับสองช่วงเวลาที่แตกต่างกัน โดยใช้หลักการทางพลังงานเพื่อขยายช่วงเวลาของการอยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนออกไปตามความสัมพันธ์ในสมการ (4.9) คือ

$$a_{w1}T_1^{1/2} = a_{w2}T_2^{1/2} \quad (4.9)$$

เมื่อ

$a_{w1}$ ,  $a_{w2}$  คือ ความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักในช่วงเวลาที่ 1

และ 2 ตามลำดับ มีหน่วยเป็น  $m/s^2$

$T_1$ ,  $T_2$  คือ ช่วงเวลาของการอยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนในช่วงเวลาที่ 1 และ 2

ตามลำดับ มีหน่วยเป็นวินาที (s)

ในบางกรณี ความสัมพันธ์ในสมการ (4.9) สามารถพิจารณาให้เป็นรากที่ 4 ได้ คือ

$$a_{w1}T_1^{1/4} = a_{w2}T_2^{1/4} \quad (4.10)$$

เมื่อ

$a_{w1}, a_{w2}$  คือ ความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักในช่วงเวลาที่ 1 และ 2 ตามลำดับ มีหน่วยเป็น  $m/s^{1.75}$   
 $T_1, T_2$  คือ ช่วงเวลาของการอยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนในช่วงเวลาที่ 1 และ 2 ตามลำดับ มีหน่วยเป็นวินาที (s)

นอกจากนี้ หากการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นในหลายช่วงเวลาที่ซึ่งมีขนาดและช่วงเวลาของการสั่นสะเทือนแตกต่างกัน สามารถใช้ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักเทียบเท่าตามสมการ (4.11) คือ

$$a_{w,e} = \left[ \frac{\sum a_{wi}^2 \cdot T_i}{\sum T_i} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

เมื่อ

$a_{w,e}$  คือ ขนาดของความเร่งเทียบเท่า (ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก มีหน่วยเป็น  $m/s^2$ )  
 $a_{wi}$  คือ ขนาดของความเร่ง (ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก มีหน่วยเป็น  $m/s^2$ ) ในช่วงเวลา  $T_i$

สมการ (4.11) สามารถพิจารณาให้อยู่ในเทอมของรากที่ 4 ได้ คือ

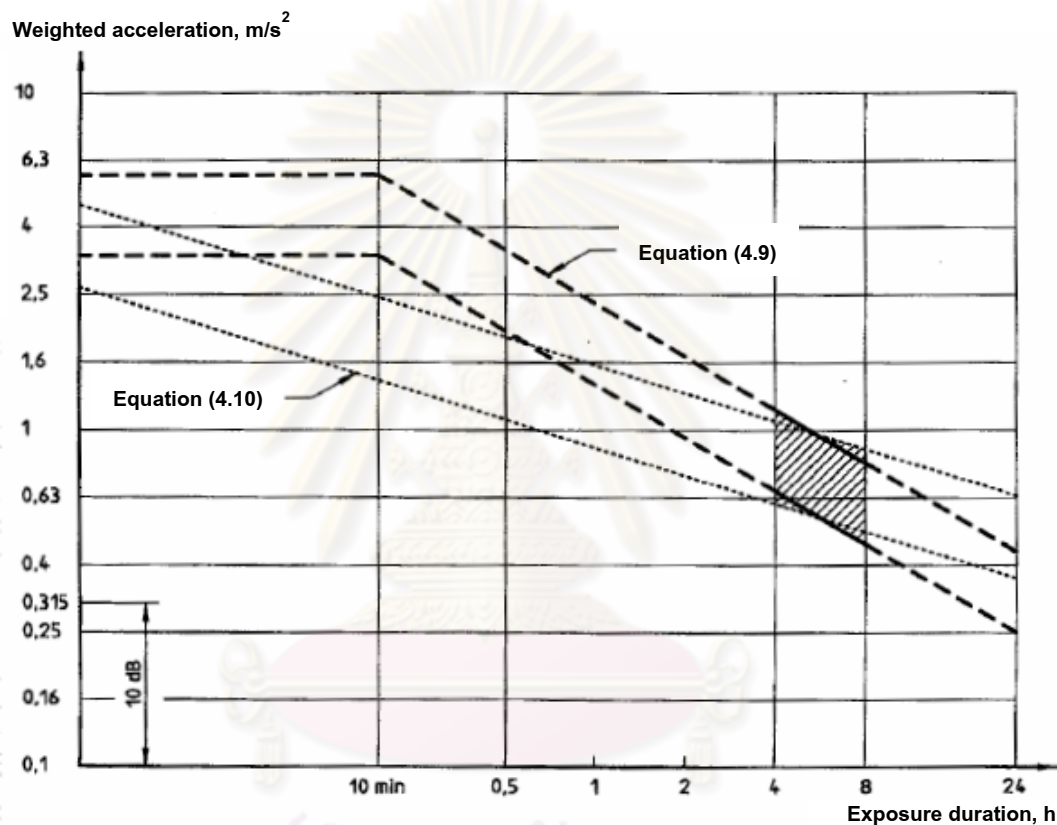
$$a_{w,e} = \left[ \frac{\sum a_{wi}^4 \cdot T_i}{\sum T_i} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4.12)$$

เมื่อ

$a_{w,e}$  คือ ขนาดของความเร่งเทียบเท่า (ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก มีหน่วยเป็น  $m/s^{1.75}$ )  
 $a_{wi}$  คือ ขนาดของความเร่ง (ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนัก มีหน่วยเป็น  $m/s^2$ ) ในช่วงเวลา  $T_i$



สมการ (4.9) และ (4.10) สามารถนำมาสร้างกราฟมาตรฐานของสุขภาพและขอบเขตฝ้าระวังซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเร่งถ่วงน้ำหนักและเวลาได้ตามรูปที่ 4.3 โดยจะเห็นว่าความสามารถในการอดทนภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนจะค่อยๆ ลดลงเมื่อเวลาผ่านไปมากขึ้น จนกระทั่งถึงเขตที่ต้องฝ้าระวังในบริเวณส่วนที่แรงงาที่อยู่ในช่วงเวลา 4 ถึง 8 ชั่วโมง ซึ่งสามารถส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยได้



รูปที่ 4.3 กราฟมาตรฐานของสุขภาพและขอบเขตฝ้าระวัง (Health guidance caution zones)

#### 4.4.2 กรณีที่ตัวประกอบสูงสุดเกินกว่า 9 (Crest factor > 9)

จากหัวข้อ 4.3.2 ค่า  $VDV$  จะถูกนำมาใช้ในการประเมินผลการสั่นสะเทือนที่มีต่อร่างกายมนุษย์ หากค่าตัวประกอบสูงสุดมากกว่า 9 ทั้งนี้เพื่อความแม่นยำที่มากขึ้นแทนการใช้ค่าค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น

#### 4.5 การประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบายและการรับรู้

ในหัวข้อนี้มาตรฐานเพียงแค่นี้ให้แนวทางและเกณฑ์สำหรับตรวจสอบขนาดของการสั่นสะเทือนเพื่อประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบายและการรับรู้เท่านั้นโดยไม่ได้กำหนดขอบเขตของระดับการสั่นสะเทือนสูงสุดเอาไว้ ทั้งนี้มาตรฐานได้กำหนดใช้กับบุคคลที่มีสุขภาพเป็นปกติและใช้ได้กับทุกอิริยาบถ อย่างไรก็ตาม เกณฑ์ที่ใช้เพื่อประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบายนี้ไม่ได้แสดงให้เห็นถึงความเกี่ยวข้องกับช่วงระยะเวลาที่อยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนเหมือนอย่างกับกรณีการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย

##### 4.5.1 การประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบาย

ในกรณีที่ค่าตัวประกอบสูงสุดไม่เกินกว่า 9 ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักจะถูกใช้เพื่อประเมินผลเช่นเดียวกับกรณีสุขภาพอนามัยซึ่งรายละเอียดต่างๆ ได้อธิบายไว้แล้วในหัวข้อ 4.4.1

ตารางที่ 4.4 เกณฑ์สำหรับการประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบายจากการสั่นสะเทือน

Weighted Acceleration ( $m/s^2$ )	Comfort Reaction of Passenger
Less than 0.315	not uncomfortable
0.315 to 0.50	a little uncomfortable
0.50 to 0.80	fairly uncomfortable
0.80 to 1.25	uncomfortable
1.25 to 2.00	very uncomfortable
Greater than 2.00	extremely uncomfortable

สำหรับกรณีที่ค่าตัวประกอบสูงสุดเกินกว่า 9 จะไม่นำค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักมาใช้ในการประเมินผลเนื่องจากให้ความแม่นยำที่ต่ำ แต่จะใช้ค่าความเร่งสูงสุดโดยไม่ผ่านการปรับกรองสัญญาณแทนซึ่งจะมีอิทธิพลอย่างยิ่งต่อการประเมิน

ทั้งนี้มาตรฐานได้กำหนดเกณฑ์การประเมินผลกระทบต่อความสะดวกสบายจากการสั่นสะเทือนไว้ดังแสดงในตารางที่ 4.4

#### 4.5.2 การประเมินผลกระทบต่อการรับรู้

ในการประเมินผลกระทบต่อการรับรู้จะใช้ค่าสูงสุดของความเร่งถ่วงน้ำหนักมาเปรียบเทียบกับค่าความเร่งตามเกณฑ์มาตรฐานของ ISO 2631-1 ที่ระบุไว้เท่ากับ  $0.015 \text{ m/s}^2$  ซึ่งเป็นขนาดของการสั่นสะเทือนที่บุคคลทั่วไปสามารถรับรู้ได้ นอกจากนี้มาตรฐานยังได้ระบุไว้อีกว่าค่าความเร่งตามเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้นั้นมีแนวโน้มลดลงน้อยมาก แม้ว่าช่วงเวลาของการสั่นสะเทือนจะยาวนานมากขึ้นก็ตาม อย่างไรก็ตามหากค่าความเร่งสูงสุดมีค่าสูงกว่าค่าความเร่งตามเกณฑ์มาตรฐานแล้ว สามารถที่จะส่งผลให้การรับรู้ได้ถึงถึงการสั่นสะเทือนเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง

#### 4.6 การประเมินผลกระทบต่อความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว

ความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหวโดยส่วนใหญ่แล้วมีโอกาสเกิดขึ้นได้หากบุคคลทั่วไปอยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนที่มีช่วงความถี่ต่ำกว่าระหว่าง 0.1 ถึง 0.5 Hz และมีแนวโน้มของอาการเพิ่มขึ้นหากช่วงเวลาของการสั่นสะเทือนยาวนานขึ้น โดยมาตรฐานได้กำหนดใช้กับเฉพาะบุคคลที่อยู่ในอิริยาบถยืนและนั่งเท่านั้น ทั้งนี้อาจเป็นไปได้ว่าในอิริยาบถนอนจะช่วยให้ความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหวลดลงได้ซึ่งเหตุผลยังคงไม่มีความชัดเจนว่าทำไมถึงเป็นเช่นนั้น โดยเพียงแค่อสันนิษฐานว่าอาจเป็นเพราะการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x ของร่างกายหรือเพราะการเคลื่อนที่ของศีรษะเกิดขึ้นน้อยในอิริยาบถนอน อย่างไรก็ตามมาตรฐานได้ให้ข้อเสนอแนะในทางปฏิบัติเพื่อลดอาการความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว โดยการพยายามให้ศีรษะฟิงส่วนของโครงสร้างที่สามารถช่วยลดการเคลื่อนที่ของศีรษะลงได้ เช่น หากอยู่ในยวดยานทำได้โดยการเอาศีรษะฟิงเบาะนั่ง เป็นต้น

ในการประเมินผลจะใช้ค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลัก,  $W_f$  เป็นตัวปรับกรองความเร่งของสัญญาณเพื่อหาค่าความเร่งถ่วงน้ำหนัก หลังจากนั้นจะนำค่าความเร่งที่ได้นี้ไปหาค่า Motion sickness dose value (MSDV) ซึ่งเป็นตัวแปรหลักที่ใช้ในการประเมินตามความสัมพันธ์ในสมการ (4.13) คือ

$$MSDV = \left[ \int_0^T [a_w(t)]^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

เมื่อ

$a_w(t)$  คือ ความเร่งถ่วงน้ำหนัก (Weighted acceleration) มีหน่วยเป็น  $\text{m/s}^2$

$T$  คือ ช่วงของเวลาที่พิจารณาภายใต้การสัมผัสเทือนมีหน่วยเป็นวินาที (s)

ในความเป็นจริง ความสามารถในการรู้สึกและอดทนได้ต่อสภาวะการสัมผัสเทือนจะมีความแตกต่างกันของแต่ละบุคคล โดยเพศหญิงมีแนวโน้มที่จะเกิดภาวะความเจ็บป่วยได้มากกว่าเพศชาย และภาวะนี้จะเกิดมากขึ้นกับผู้ที่สูงอายุ ดังนั้น มาตรฐานจึงได้กำหนดค่าคงที่  $K_m$  ขึ้นมาซึ่งมีค่าแตกต่างกันตามเพศและวัย โดยค่านี้จะเป็นสัมประสิทธิ์การคูณของค่า  $MSDV$  ให้อยู่ในรูปร้อยละที่จะก่อให้เกิดภาวะความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว อย่างไรก็ตาม หากไม่คำนึงถึงผลของความแตกต่างระหว่างเพศและวัย มาตรฐานได้กำหนดให้ใช้ค่า  $K_m$  เท่ากับ 1/3 เพื่อความสะดวกต่อการประเมิน



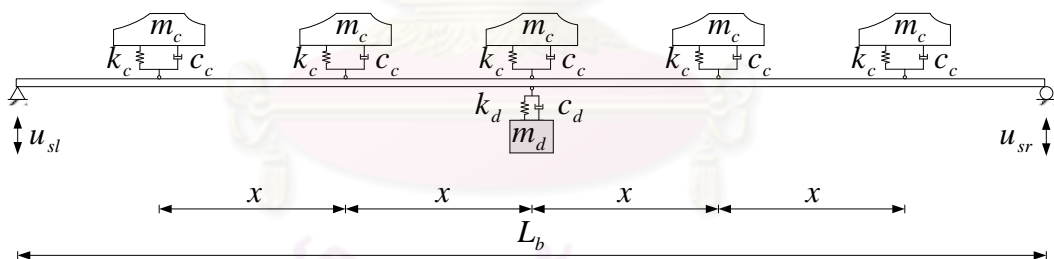
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 5

### ลักษณะเฉพาะของพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก

#### 5.1 ข้อกำหนดทั่วไป

ในบทนี้จะทำการศึกษาดังพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของรถยนต์และโครงสร้างสะพาน ภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกซึ่งมีการกระตุ้นสูงสุดเท่ากับหนึ่งเซนติเมตรที่ฐานรองทั้งสองข้างของสะพานในทิศทางเดียวกัน สะพานที่ใช้ศึกษามีช่วงความยาว ( $L_b$ ) เท่ากับ 25 เมตร ( $x = 5.10$  เมตร) และ 50 เมตร ( $x = L_b / 6$  เมตร) ทั้งนี้จะกำหนดให้รถยนต์จอดติดบนสะพานจำนวน 5 คัน และติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าชุดเดียวที่กึ่งกลางสะพานดังแสดงในรูปที่ 5.1 รถยนต์จะถูกจำแนกออกเป็น 3 กรณี คือ  $f_c < f_b$ ,  $f_c = f_b$  และ  $f_c > f_b$  มวลหน่วงปรับค่าจะถูกปรับค่าความถี่ ( $f_d$ ) ให้ใกล้เคียงกับค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของสะพาน ( $f_b$ ) และพิจารณารวมผลการสั่นไหวของสะพานใน 5 โหมดแรกเท่านั้น ในกรณีของมวลหน่วงปรับค่าจะเลือกใช้อัตราส่วนมวลเท่ากับ 8 % ของมวลเชิงโหมด (หรือคิดเป็น 4 % ของมวลสะพาน) ทั้งนี้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม  $\alpha_{opt}$  และ  $\zeta_{d,opt}$  จะคำนวณจากสมการ (2.51) และ (2.52) ตามลำดับสำหรับการกระตุ้นที่ฐานแบบฮาร์โมนิก ค่าคุณสมบัติของสะพาน รถยนต์ และมวลหน่วงปรับค่าถูกแสดงไว้ในตารางที่ 5.1, 5.2 และ 5.3 ตามลำดับ



รูปที่ 5.1 ตำแหน่งของรถยนต์และมวลหน่วงปรับค่า

ตารางที่ 5.1 ค่าคุณสมบัติของสะพาน

คุณสมบัติ	สะพานช่วงสั้น	สะพานช่วงยาว
ความยาว, $L_b$ (m)	25.00	50.00
มวลต่อความยาว, $m_b$ (kg/m)	2380.36	655.15
มวลเชิงโหมด, $M_b$ (kg)	29755	16379
ความแข็งเชิงดัด, $E_b I_b$ (N-m <sup>2</sup> )	$4.64 \times 10^9$	$6.18 \times 10^9$
ความถี่ธรรมชาติพื้นฐาน, $f_b$ (Hz)	3.51	1.93
อัตราส่วนความหน่วง, $\zeta_b$	0.03	0.03

ตารางที่ 5.2 ค่าคุณสมบัติของรถยนต์

คุณสมบัติ	$f_c = 0.5 f_b$		$f_c = f_b$		$f_c = 1.5 f_b$	
	25	50	25	50	25	50
ช่วงสะพาน, $L_b$ (m)						
มวล, $m_c$ (kg)	1000	1000	1000	1000	1000	1000
ความถี่ธรรมชาติ, $f_c$ (Hz)	1.755	0.965	3.51	1.93	5.265	2.895
สติเฟนสของสปริง, $k_c$ (kN/m)	121.60	36.76	486.38	147.05	1094.35	330.87
สัมประสิทธิ์ความหน่วง, $c_c$ (kN-s/m)	3.31	1.82	6.62	3.64	9.92	5.46
อัตราส่วนความหน่วง, $\zeta_c$	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15

ตารางที่ 5.3 ค่าคุณสมบัติของมวลหน่วงปรับค่า

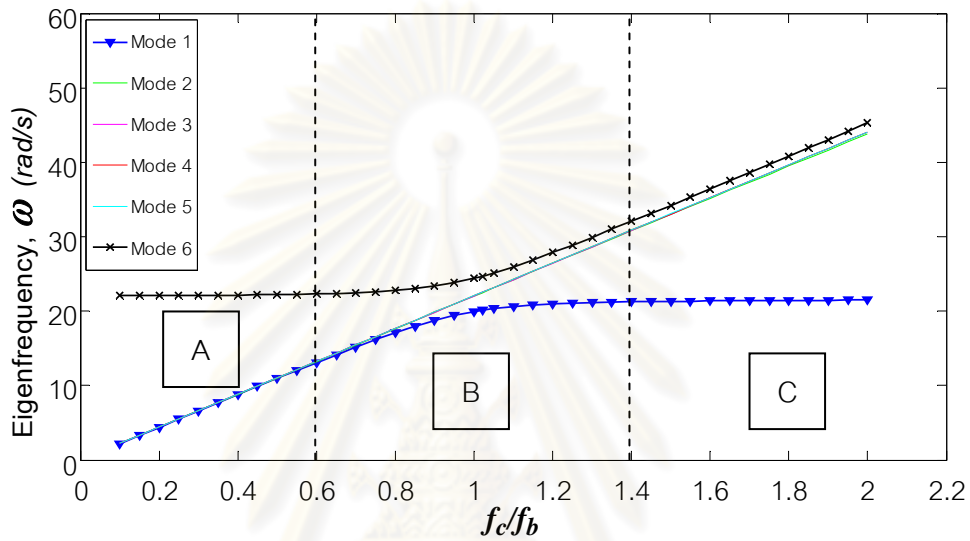
คุณสมบัติ	$L_b = 25.00$ m	$L_b = 50.00$ m
อัตราส่วนมวล, $\mu$	0.08	0.08
อัตราส่วนปรับจนความถี่ที่เหมาะสม, $\alpha_{opt}$	0.9433	0.9433
อัตราส่วนความหน่วงที่เหมาะสม, $\zeta_{d,opt}$	0.1716	0.1716
มวล, $m_d$ (kg)	2380	1310
ความถี่ธรรมชาติ, $f_d$ (Hz)	3.31	1.82
สติเฟนสของสปริง, $k_d$ (kN/m)	1030.14	171.44
สัมประสิทธิ์ความหน่วง, $c_d$ (kN-s/m)	16.99	5.14

## 5.2 ลักษณะเฉพาะของคุณสมบัติเชิงโหมดสำหรับระบบปฏิสัมพันธ์สะพาน-รถยนต์ (Vehicle-bridge interaction system)

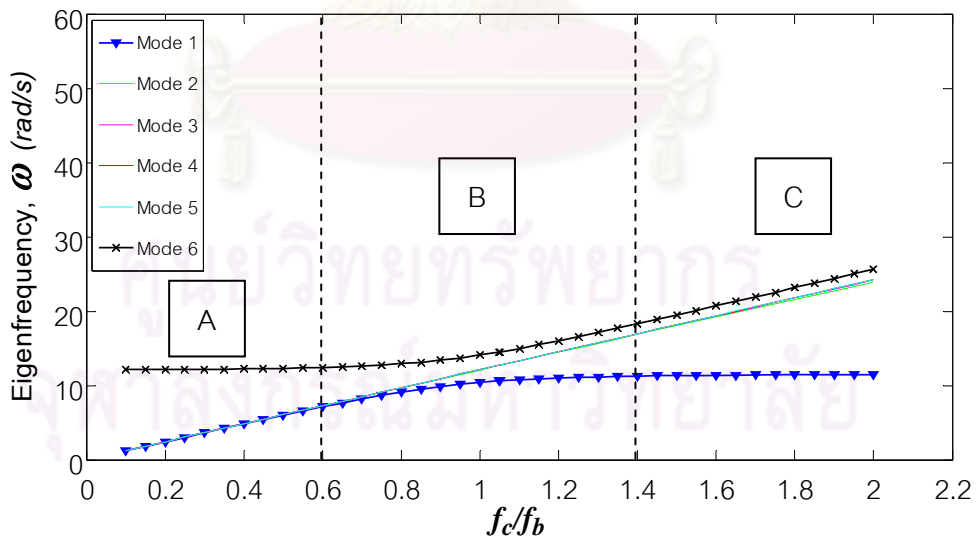
เมื่อนำค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในตารางที่ 5.1 และ 5.2 ไปวิเคราะห์หาค่าคุณสมบัติเชิงโหมดด้วยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจะได้ลักษณะกราฟของค่าไอเกินความถี่ดังแสดงในรูปที่ 5.2 สามารถพิจารณาแบ่งออกเป็น 3 บริเวณดังนี้ บริเวณ A กราฟจะเป็นเส้นตรงสำหรับทุกโหมดการสั่นเมื่อความถี่ของรถยนต์  $f_c \leq 0.6 f_b$  บริเวณ B กราฟจะเป็นเส้นโค้งเฉพาะโหมดการสั่นที่ 1 และ 6 เท่านั้นเมื่อ  $0.6 < f_c < 1.4 f_b$  เนื่องจากผลของการปฏิสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างรถยนต์กับสะพาน และบริเวณ C กราฟจะเป็นเส้นตรงสำหรับทุกโหมดการสั่นเมื่อ



$f_c \geq 1.4 f_b$  จากผลการศึกษาโหมดการสั่นของระบบปฏิสัมพันธ์สะพาน-รถยนต์ (รูปที่ 5.3) พบว่าทั้ง 3 บริเวณสำหรับโหมดการสั่นที่ 2 ถึง 5 การสั่นสะเทือนโดยส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นที่รถยนต์เท่านั้น สำหรับในส่วนของโครงสร้างสะพานจะเกิดการสั่นสะเทือนมากในช่วงที่กราฟเป็นเส้นตรงตามแนวราบซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติเชิงมุมพื้นฐานของสะพาน

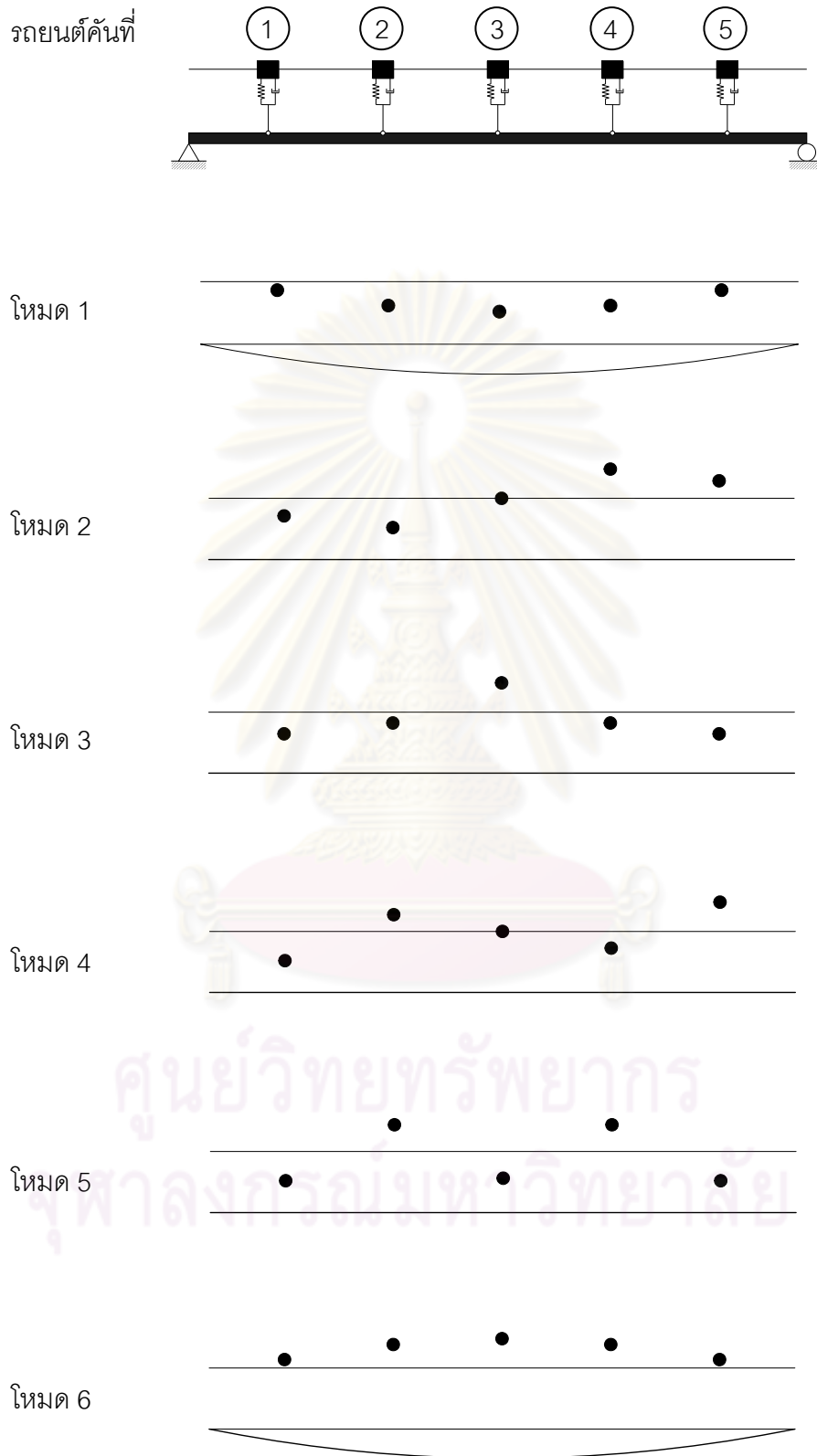


(ก) สะพานช่วงสั้น ( $L_b = 25$  m)



(ข) สะพานช่วงยาว ( $L_b = 50$  m)

รูปที่ 5.2 ค่าไอเกนความถี่ของระบบปฏิสัมพันธ์เปลี่ยนแปลงตามค่าความถี่ของรถยนต์ (ก) สะพานช่วงสั้น ( $L_b = 25$  m) และ (ข) สะพานช่วงยาว ( $L_b = 50$  m)



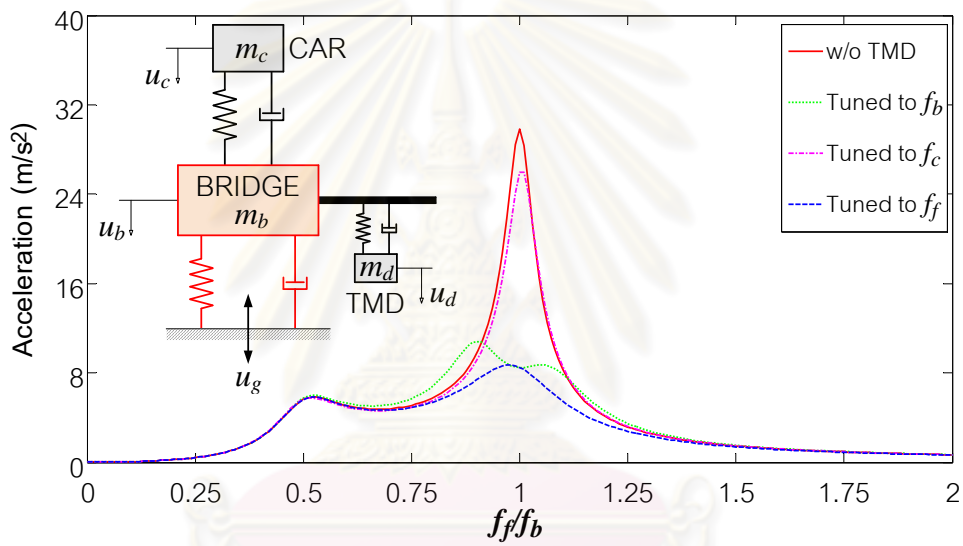
รูปที่ 5.3 รูปร่างโหมดการสั่นต่ำสุด 6 โหมดแรกของระบบปฏิสัมพันธ์สะพาน-รถยนต์

ในสถานการณ์จริงนั้น เราไม่สามารถนำมวลหน่วงปรับค่าไปติดตั้งเข้ากับรถยนต์ได้โดยตรง แต่สามารถทำได้โดยการนำไปติดตั้งที่ใต้ท้องสะพานแทน เพราะฉะนั้น หากต้องการลดผลการสั่นสะเทือนให้มีประสิทธิภาพมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ความถี่ของมวลหน่วงปรับค่าจะต้องถูกปรับค่าให้ใกล้เคียงกับค่าไอเกนความถี่ในช่วงที่กราฟเป็นเส้นตรงตามแนวราบซึ่งส่งผลโดยตรงต่อการควบคุมการสั่นสะเทือนของสะพาน เพราะหากสะพานเกิดการสั่นสะเทือนน้อยลงแล้วจะมีแนวโน้มทำให้การสั่นสะเทือนของรถยนต์ลดลงตามไปด้วย

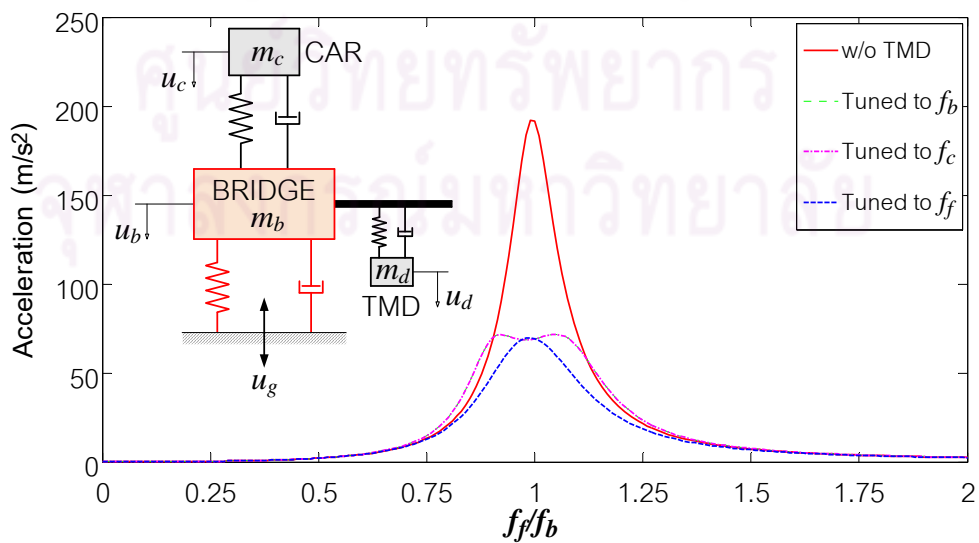
### 5.3 เงื่อนไขการปรับค่าพารามิเตอร์ของมวลหน่วงปรับค่า

ในเบื้องต้นจะศึกษาเงื่อนไขการปรับค่าความถี่ของมวลหน่วงปรับค่า ( $f_d$ ) ด้วยแบบจำลองที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับสามถูกกระตุ้นด้วยการกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกซึ่งมีการกระตุ้นสูงสุดเท่ากับหนึ่งเซนติเมตรที่ฐานรองรับ  $u_g(t)$  ดังแสดงในรูปที่ 5.4 ซึ่งใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ คือ การกระตุ้นสัมพัทธ์ของสะพาน  $u_b$ , มวลสะพาน  $m_b = 59500$  kg, ความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของสะพาน  $f_b = 3.51$  Hz, อัตราส่วนความหน่วงของสะพาน  $\zeta_b = 0.03$ , การกระตุ้นสัมบูรณ์ของรถยนต์  $u_c$ , มวลรถยนต์  $m_c = 500$  kg, ความถี่ของรถยนต์ประกอบด้วย  $f_c = 0.5 f_b$ ,  $f_c = f_b$  และ  $f_c = 1.5 f_b$ , อัตราส่วนความหน่วงของรถยนต์  $\zeta_c = 0.15$ , การกระตุ้นสัมบูรณ์ของมวลหน่วงปรับค่า  $u_d$ , อัตราส่วนมวลของมวลหน่วงปรับค่าต่อมวลเชิงโหมด  $\mu = 0.08$  (หรือคิดเป็น 4 % ของมวลสะพาน), อัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่าต่อความถี่สะพาน  $\alpha_{opt} = 0.9433$  และ อัตราส่วนความหน่วงที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า  $\zeta_{d,opt} = 0.1716$  โดยมีเงื่อนไขการปรับค่าดังนี้ (ก) ปรับค่าไปที่  $f_d = f_b$  (ข) ปรับค่าไปที่  $f_d = f_c$  และ (ค) ปรับค่าไปที่  $f_d = f_f$  ซึ่งผลการวิเคราะห์ในโดเมนของความถี่เมื่อสมมติให้มีการกระตุ้นที่ฐานรองรับของสะพานได้จากการนำค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์ในโดเมนของเวลาที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ (Steady-state vibration) ในแต่ละค่าความถี่ของการกระตุ้นมาสร้างกราฟผลตอบแทนดังแสดงในรูปที่ 5.4 โดยที่แกนตั้งแสดงค่าความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์และแกนนอนแสดงค่าอัตราส่วนความถี่ของการกระตุ้นต่อความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_f / f_b$ ) ผลการวิเคราะห์พบว่าหากปรับจูนไปที่  $f_f$  จะสามารถควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ได้มากที่สุด แต่จะไม่มีประสิทธิภาพในการลดผลการสั่นในช่วงความถี่ของการกระตุ้นใกล้เคียงกับความถี่ของรถยนต์ซึ่งหากความถี่ดังกล่าวแตกต่างจากค่าความถี่ธรรมชาติของสะพานมากดังแสดงในรูปที่ 5.4 เพราะความรุนแรงของการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นน้อยเนื่องจากการสั่นสะเทือนส่วนใหญ่ถูกดูด

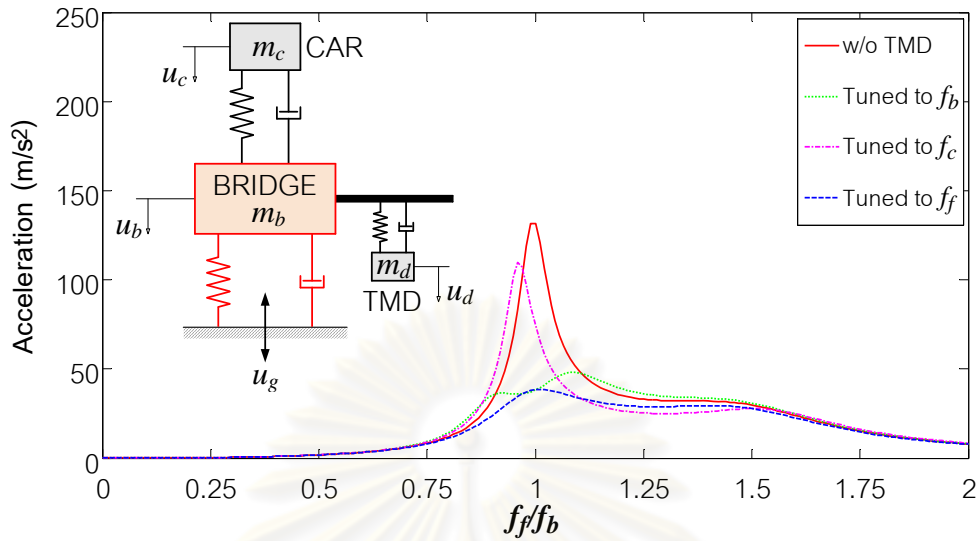
ซับโดยสะพานก่อนที่จะส่งผ่านไปยังรถยนต์ อีกทั้งมวลหน่วงปรับค่าถูกติดตั้งเข้าไปที่สะพานแทนตัวรถยนต์ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ไม่เหมาะสมเนื่องจากขีดจำกัดในทางปฏิบัติ อย่างไรก็ตาม มวลหน่วงปรับค่าที่เลือกใช้นั้นเป็นแบบ Passive control ซึ่งไม่สามารถปรับค่าความถี่ได้โดยอัตโนมัติเมื่อความถี่ของการกระตุ้นเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นเงื่อนไขการปรับค่าที่เป็นไปได้และมีประสิทธิภาพคือการปรับค่าไปที่ความถี่ธรรมชาติของสะพาน เพราะสามารถควบคุมการสั่นสะเทือนได้ดีในย่านความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพาน โดยในย่านความถี่นี้จะเกิดการสั่นสะเทือนที่รุนแรงมากเนื่องจากการกำทอนระหว่างการกระตุ้นที่ฐานรองรับกับตัวโครงสร้างสะพาน ซึ่งคาดว่าจะป็นสภาพปัญหาที่มักพบในความเป็นจริง



(ก)  $f_c = 0.5 f_b$



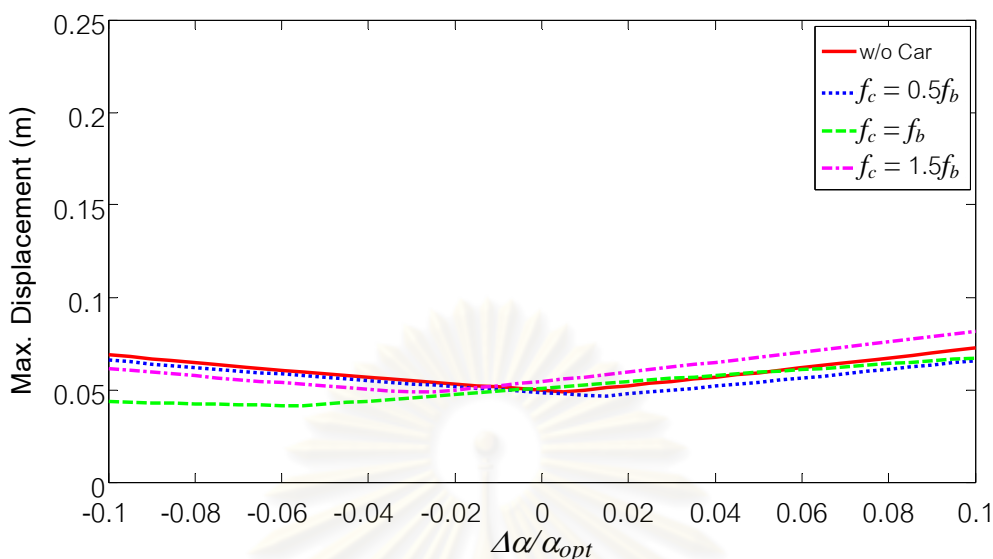
(ข)  $f_c = f_b$

(ค)  $f_c = 1.5 f_b$ 

รูปที่ 5.4 ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์ของแบบจำลองที่มีระดับชั้นความเร็วเท่ากับสามด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์  $m_b = 59500$  kg,  $f_b = 3.51$  Hz,  $\zeta_b = 0.03$ ,  $m_c = 1000$  kg,  $\zeta_c = 0.15$ ,  $\mu = 0.08$ ,  $\alpha_{opt} = 0.9433$  และ  $\zeta_{d,opt} = 0.1716$  (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข)  $f_c = f_b$  และ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$

#### 5.4 การเบี่ยงเบนของค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่

ในหัวข้อนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสม ( $\alpha_{opt} = 0.9433$ ) ตามสูตรที่เสนอโดย Tsai และ Lin (1993) ในสมการ (2.51) ก่อนที่จะนำไปใช้ออกแบบมวลหน่วงปรับค่าเพื่อควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ เนื่องจากว่าสูตรดังกล่าวเป็นค่าโดยประมาณถูกสร้างขึ้นเพื่อลดผลการสั่นของโครงสร้างหลักที่มีความหน่วง ซึ่งเป็นแบบจำลองชนิดรวมมวลที่มีระดับชั้นความเร็วเท่ากับหนึ่งภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกที่ฐานรองเนื่องจากการเปลี่ยนตำแหน่ง แต่ในการศึกษานี้ โครงสร้างหลักเป็นสะพานซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีความต่อเนื่องและมีรถยนต์จอดติดต่อกันอยู่บนสะพานภายใต้การกระตุ้นที่ฐานรองเนื่องจากการเปลี่ยนตำแหน่งและความเร่ง เพราะฉะนั้นอาจเป็นไปได้ที่รถยนต์และแบบจำลองสะพานที่มีความต่อเนื่องหรือแม้กระทั่งการกระตุ้นที่ฐานรองจะส่งผลกระทบต่อค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่ออกแบบไว้ตามสูตรดังกล่าว

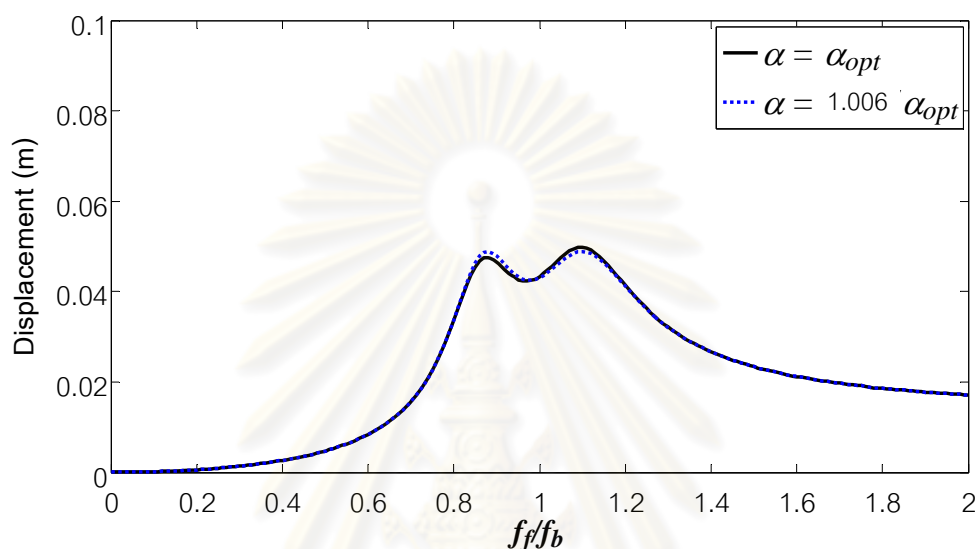


รูปที่ 5.5 การกระจัดสัมพัทธ์สูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าภายใต้การเบี่ยงเบนของค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์  $m_c = 1000$  kg,  $\zeta_c = 0.15$ ,  $\mu = 0.08$ ,  $\alpha_{opt} = 0.9433$  และ  $\zeta_{d,opt} = 0.1716$

การหาค่าผลตอบสนองของการสั่นของสะพานในเบื้องต้นจะสมมติให้ค่าอัตราส่วนความหน่วงที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า ( $\zeta_{d,opt} = 0.1716$ ) เป็นค่าคงที่ตามสมการ (2.52) แต่จะเปลี่ยนค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ให้เบี่ยงเบนไปจากค่าที่เหมาะสม ( $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_{opt}$ ) ด้วยการปรับค่าอัตราส่วนมวล  $\mu = 0.08$  ของมวลเชิงโหนด, มวลของรถยนต์  $m_c = 1000$  kg และ อัตราส่วนความหน่วงของรถยนต์  $\zeta_c = 0.15$  ภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกซึ่งมีการกระจัดสูงสุดเท่ากับหนึ่งเซนติเมตรที่ฐานรองรับสะพานทั้งสองด้านในทิศทางเดียวกันที่มีความถี่ของการกระตุ้นตั้งแต่ค่าความถี่ต่ำไปจนถึงค่าความถี่สูง ( $f_f \leq 7.02$  Hz) โดยผลตอบสนองของการสั่นของสะพานในแต่ละค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่จะอยู่ในรูปการกระจัดสัมพัทธ์สูงสุดที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ซึ่งหามาจากโดเมนของความถี่ดังแสดงในรูปที่ 5.5 โดยที่แกนตั้งแสดงค่าการกระจัดสัมพัทธ์สูงสุดของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงและแกนนอนแสดงค่าอัตราส่วนการเบี่ยงเบนความถี่ที่ปรับค่า ซึ่งผลของการวิเคราะห์พบว่าผลตอบสนองของการกระจัดสัมพัทธ์สูงสุดของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงสำหรับแบบจำลองสะพาน-มวลหน่วง (เส้นทึบ) จะมีค่าต่ำสุดเมื่อค่า  $\Delta\alpha/\alpha_{opt} = 0.006$  โดยในทางทฤษฎีแล้วค่าผลตอบสนองต่ำสุดที่ได้ควรจะเกิดขึ้นที่ค่า  $\Delta\alpha/\alpha_{opt} = 0$  ซึ่งเป็นตำแหน่งของค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสม ( $\alpha_{opt}$ ) ดังนั้นผลการวิเคราะห์ที่ได้ชี้ให้เห็นว่ามีความคลาดเคลื่อนไปน้อยมากประมาณ 0.6 % เพราะเป็นสาเหตุมาจากความคลาดเคลื่อนของสูตรที่ใช้หาค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสมดังแสดงในรูปที่ 5.6 นอกจากนี้ยังพบว่ารถยนต์ส่ง



ผลกระทบต่อค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ โดยทำให้ผลตอบสนองต่ำสุดเปลี่ยนตำแหน่งไปจากเดิม (เส้นจุด, เส้นปะ และเส้นประ-จุด) โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ความถี่ของรถยนต์มีค่าสูง ( $f_c \geq f_b$ )



รูปที่ 5.6 การกระจัดสัมพัทธ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของสะพานสำหรับแบบจำลองสะพาน-มวลหน่วง (กรณีไม่มีรถยนต์จอดติดบนสะพาน)

หากพิจารณาผลตอบสนองการกระจัดสัมพัทธ์สูงสุดของสะพานที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ สำหรับระบบสะพาน-มวลหน่วงในโดเมนของความถี่ภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกที่ฐานรองรับ สะพานทั้งสองด้านในทิศทางเดียวกันดังแสดงในรูปที่ 5.6 โดยที่แกนตั้งแสดงค่าการกระจัดสัมพัทธ์สูงสุดของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงและแกนนอนแสดงค่าอัตราส่วนความถี่ของการกระตุ้นต่อความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_f / f_b$ ) ซึ่งผลของการวิเคราะห์พบว่าผลตอบสนองบริเวณทั้ง 2 Peaks ของทั้งสองกรณีคือ  $\alpha = \alpha_{opt}$  (เส้นทึบ) และ  $\alpha = 1.006 \alpha_{opt}$  (เส้นจุด) มีความแตกต่างกันอย่างชัดเจนซึ่งค่าสูงสุดที่ได้จากทั้ง 2 Peaks นี้ถูกนำไปสร้างกราฟตามรูปที่ 5.5 ในทางตรงกันข้าม บริเวณที่ความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_f / f_b$  เข้าใกล้ 1.0) ซึ่งเป็นบริเวณที่มวลหน่วงปรับค่าสามารถควบคุมการสั่นได้เป็นอย่างดี พบว่าผลตอบสนองของทั้งสองกรณีแตกต่างกันไม่มากนัก อีกทั้งยังมีช่วงความถี่ใช้งานใกล้เคียงกัน ดังนั้นจากเหตุผลดังกล่าวนี้จึงเลือกใช้ค่าอัตราส่วนปรับค่าความถี่ที่เหมาะสมตามสูตรโดยประมาณสำหรับออกแบบมวลหน่วงปรับค่า

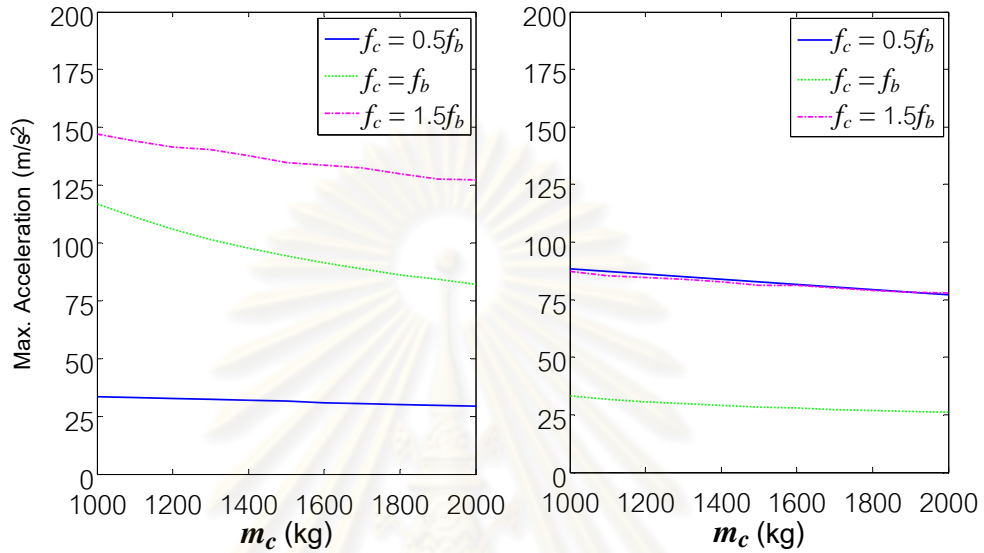
## 5.5 การศึกษาพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง

ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์สำหรับระบบปฏิสัมพันธ์สะพาน-รถยนต์จะมีแนวโน้มไปในทิศทางมากหรือน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของรถยนต์และสะพาน ทั้งนี้เพื่อให้มองเห็นภาพรวมของผลตอบสนองการสั่นสะเทือนดังกล่าวจึงจะทำการศึกษาพฤติกรรมของผลตอบสนองการสั่นสะเทือนสูงสุดภายใต้การเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของรถยนต์ประกอบด้วย มวล ความถี่ช่วงล่าง และอัตราส่วนความหน่วง และค่าพารามิเตอร์ของสะพาน คือ ค่าความถี่ธรรมชาติพื้นฐาน  $f_b = 3.51$  Hz และ ค่าอัตราส่วนความหน่วง  $\zeta_b = 0.03$  โดยทุกกรณีจะพิจารณาผลตอบสนองการสั่นที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิคซึ่งมีการกระตุ้นสูงสุดเท่ากับหนึ่งเซนติเมตรที่ฐานรองรับสะพานทั้งสองด้านในทิศทางเดียวกัน ทั้งนี้การสั่นสะเทือนของรถยนต์จะอยู่ในรูปค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดที่สภาวะการสั่นแบบคงที่ซึ่งหามาจากโดเมนของความถี่ และพิจารณารวมผลการสั่นของสะพานใน 5 โหมดแรกเท่านั้น

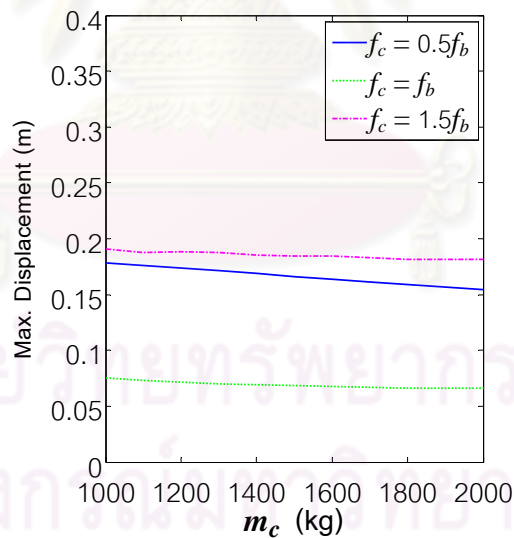
### 5.5.1 ผลกระทบจากมวลของรถยนต์

ในกรณีนี้ได้ทำการวิเคราะห์ค่าการสั่นสะเทือนของรถยนต์เปรียบเทียบกับ การเปลี่ยนแปลงไปของมวลรถดังแสดงในรูปที่ 5.7 ด้วยการใช้อัตราส่วนความหน่วงของรถยนต์  $\zeta_c = 0.15$  ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าหากรถยนต์มีมวลเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้รถยนต์และสะพานเกิดการสั่นสะเทือนลดลง โดยที่การสั่นสะเทือนของรถยนต์จะลดลงประมาณร้อยละ 5 ถึง 20 เมื่อรถยนต์มีมวลเพิ่มขึ้น 500 kg และเมื่อพิจารณาความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์ในรูปที่ 5.7(ก) พบว่ารถยนต์ที่มีช่วงล่างแข็งมากขึ้น ( $f_c$  มีค่าสูงขึ้น) ความรุนแรงของการสั่นสะเทือนจะสูงขึ้นตามไปด้วย แต่แนวโน้มลักษณะเช่นนี้จะไม่ปรากฏขึ้นกับสะพาน โดยในรูปที่ 5.7(ข) และ 5.7(ค) สังเกตได้ว่ารถยนต์ที่มีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_c = f_b$ ) จะทำให้ความเร่งสัมบูรณ์และการกระตุ้นสัมพัทธ์ของสะพานต่ำที่สุด พฤติกรรมลักษณะนี้เป็นไปในทำนองเดียวกันกับการติดมวลหน่วงปรับค่าเข้าไปที่สะพานด้วยการปรับค่าความถี่ไปที่ความถี่ธรรมชาติของสะพานนั่นเอง นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์การสั่นของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงที่ไม่มีรถยนต์จอดติดบนสะพานพบว่าค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดเท่ากับ  $103.28 \text{ m/s}^2$  และค่าการกระตุ้นสัมพัทธ์สูงสุดเท่ากับ 0.21 m ซึ่งมีค่าสูงกว่ากรณีที่มีรถยนต์จอดติดอยู่บนสะพานตามรูปที่ 5.7(ข)

และ 5.7(ค) ตามลำดับ จากผลลัพธ์ดังกล่าวจะเห็นว่ารถยนต์มีส่วนช่วยในการลดการสั่นของสะพานลงได้



(ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง

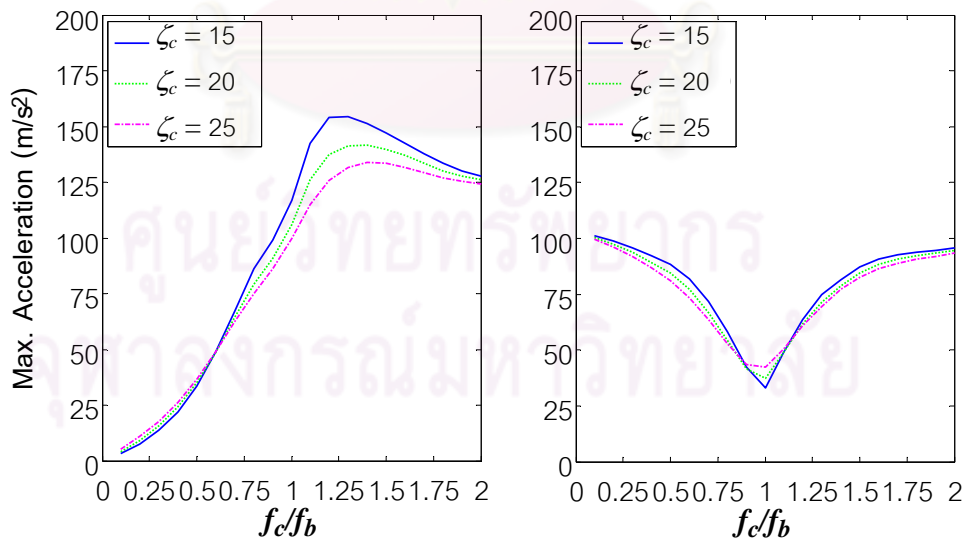


(ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง

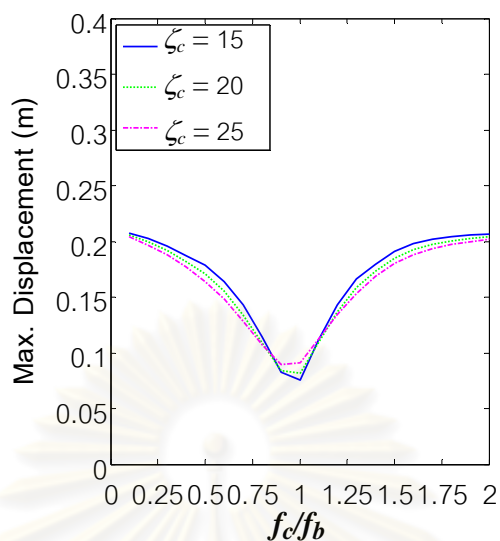
รูปที่ 5.7 ผลตอบสนองการสั่นสูงสุดภายใต้การเปลี่ยนแปลงมวลของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์  $\zeta_c = 0.15$  (ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง และ (ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง

### 5.5.2 ผลกระทบจากความถี่ช่วงล่างของรถยนต์

หากพิจารณาการสั่นสะเทือนของรถยนต์ภายใต้การใช้ค่ามวลของรถยนต์  $m_c = 1000$  kg และค่าอัตราส่วนความหน่วงที่แตกต่างกันตามรูปที่ 5.8(ก) พบว่าความถี่ของรถยนต์ที่สูงขึ้นเรื่อยๆ นั้นจะมีอิทธิพลต่อการเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องของระดับความรุนแรงของการสั่นสะเทือนโดยการสั่นสะเทือนของรถยนต์จะมีค่าเพิ่มขึ้นอยู่ระหว่าง 20-100 % เมื่อความถี่ช่วงล่างของรถยนต์สูงขึ้นเพียง 0.5 Hz ทั้งนี้ความรุนแรงของการสั่นสะเทือนจะเพิ่มขึ้นจนกระทั่งถึงความถี่ค่าหนึ่ง หลังจากนั้นจะค่อยๆ ลดลงและลู่เข้าหากันในที่สุดเมื่อความถี่ของรถยนต์มีค่าสูงมาก จากพฤติกรรมดังกล่าวทำให้ทราบว่าอัตราส่วนความหน่วงส่งผลกระทบต่อ การสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่มีช่วงล่างแข็งมากๆ เพราะเปรียบได้กับรถยนต์กลายเป็นส่วนหนึ่งของตัวสะพานไปแล้ว ในทางตรงกันข้าม การสั่นสะเทือนของสะพานจะลดลงอย่างต่อเนื่องตามการเพิ่มขึ้นของความถี่ของรถยนต์จนกระทั่งมีค่าการสั่นสะเทือนต่ำสุดเมื่อความถี่ของรถยนต์เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_c \approx f_b$ ) ดังแสดงในรูปที่ 5.8(ข) และ 5.8(ค) พฤติกรรมนี้คล้ายกับรถยนต์ทำหน้าที่เสมือนเป็นมวลหน่วงปรับค่า อย่างไรก็ตาม หากความถี่ของรถยนต์สูงขึ้นกว่าค่าดังกล่าวแล้วจะทำให้การสั่นสะเทือนของสะพานสูงขึ้นเรื่อยๆ และมีแนวโน้มลู่เข้าหากันที่ค่าหนึ่งเมื่อความถี่ของรถยนต์สูงมาก



(ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง



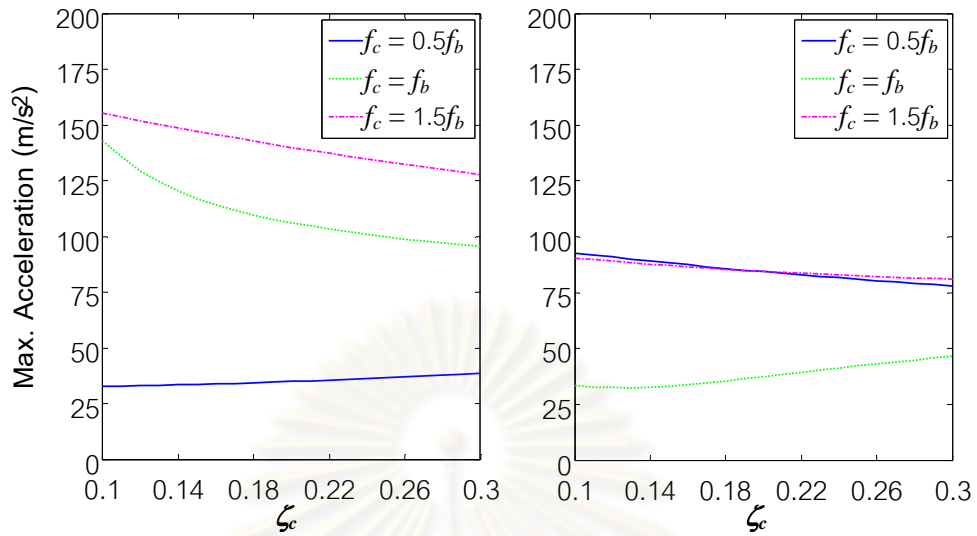
(ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง

รูปที่ 5.8 ผลตอบสนองการสั่นสูงสุดภายใต้การเปลี่ยนแปลงความถี่ของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์  $m_c = 1000$  kg (ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง และ (ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง

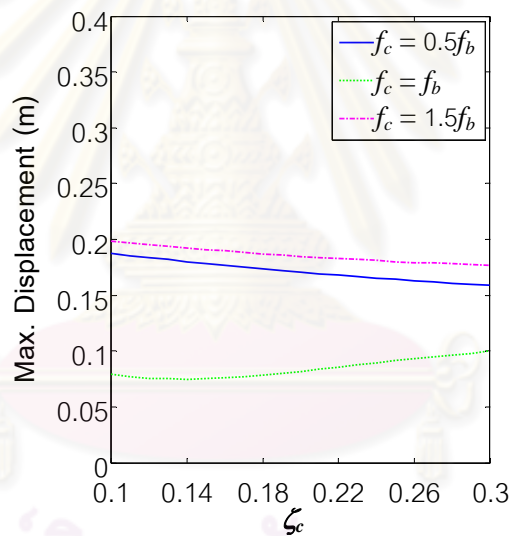
นอกจากนี้แล้ว จะสังเกตเห็นว่าในช่วงความถี่ที่รถยนต์มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกับสะพานนั้น อิทธิพลของอัตราส่วนความหน่วงจะส่งผลกระทบต่อความรุนแรงของการสั่นสะเทือนของรถยนต์ได้แตกต่างกันอย่างชัดเจน โดยที่อัตราส่วนความหน่วงสูงจะมีแนวโน้มทำให้การสั่นสะเทือนต่ำลง อย่างไรก็ตามในกรณีการสั่นสะเทือนของสะพาน อิทธิพลของอัตราส่วนความหน่วงที่มีค่าแตกต่างกัน จะส่งผลกระทบต่อได้ค่าความเร่งและการกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานแตกต่างกันน้อยกว่ากรณีการสั่นสะเทือนของรถยนต์

### 5.5.3 ผลกระทบจากความหน่วงของรถยนต์

ในส่วนนี้จะพิจารณาผลกระทบจากความหน่วงของรถยนต์ที่เปลี่ยนแปลงไปต่อการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับตัวรถด้วยการใช้ค่ามวลของรถยนต์  $m_c = 1000$  kg โดยรูปที่ 5.9(ก) รถยนต์ที่มีอัตราส่วนความหน่วงมากขึ้นจะมีแนวโน้มของการสั่นสะเทือนลดลงในกรณีที่  $f_c \geq f_b$  ในทางตรงกันข้าม หาก  $f_c < f_b$  การสั่นสะเทือนจะสูงขึ้น สำหรับกรณีการสั่นสะเทือนของสะพานตามรูปที่ 5.9(ข) และ 5.9(ค) นั้น การสั่นสะเทือนจะสูงขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนความหน่วงของรถยนต์ในกรณีที่  $f_c = f_b$  ส่วนในกรณีอื่นๆ ของความถี่ของรถยนต์การสั่นสะเทือนมีแนวโน้มลดลง



(ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง



(ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง

รูปที่ 5.9 ผลตอบสนองการสั่นสูงสุดภายใต้การเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความหน่วงของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์  $m_c = 1000$  kg (ก) ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 (ข) ความเร่งสัมบูรณ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง และ (ค) การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่กึ่งกลางช่วง

จากรูปที่ 5.7 ถึง 5.9 จะเห็นว่าพารามิเตอร์หลักที่มีผลกระทบต่อการสั่นสะเทือนของรถยนต์และสะพานมากที่สุดคือความถี่ของรถยนต์ ส่วนผลของมวลและความหน่วงของรถยนต์จะมีน้อยกว่า

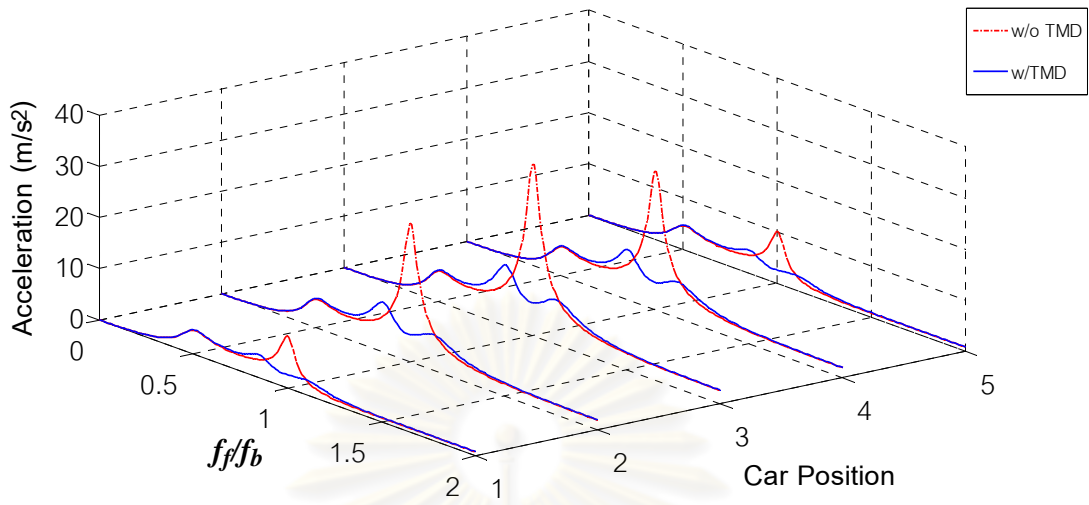


โดยภาพรวมการสั่นสะเทือนของรถยนต์มีแนวโน้มเกิดขึ้นสูงกับรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างแข็ง ( $f_c$  มีค่าสูง) และอัตราส่วนความหน่วงต่ำ แต่การสั่นสะเทือนดังกล่าวจะลดลงหากรถยนต์มีมวลเพิ่มมากขึ้น ส่วนการสั่นสะเทือนของสะพานจะมีแนวโน้มลดลงกับรถยนต์ที่มีอัตราส่วนความหน่วงสูงและมวลมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ความถี่ช่วงล่างของรถยนต์เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพานจะลดลงเป็นอย่างมากเพราะเปรียบเสมือนกับการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเข้าไปที่ตัวสะพานนั่นเอง

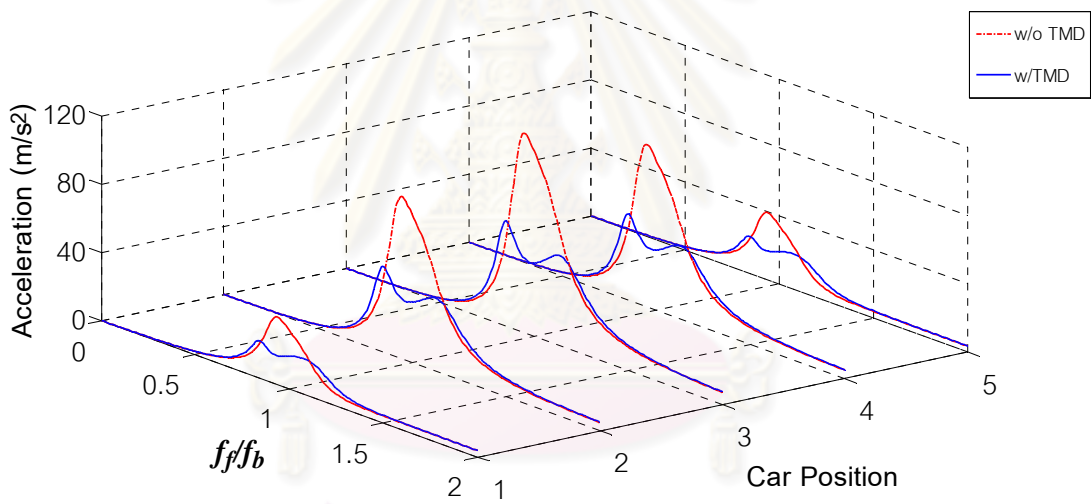
## 5.6 ผลตอบสนองในโดเมนของความถี่

ในการศึกษานี้ได้ใช้มวลหน่วงปรับค่าชุดเดียวติดตั้งเข้าไปที่บริเวณใต้ท้องสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานเพื่อควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ ภายหลังจากทำการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานพบว่า สามารถลดการสั่นลงได้เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะในช่วงความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพาน แต่จะไม่สามารถลดการสั่นในช่วงความถี่ค่าอื่นได้ ซึ่งรวมถึงช่วงความถี่เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของรถยนต์ด้วยหากความถี่ดังกล่าวมีค่าไม่ใกล้เคียงกับความถี่ตามธรรมชาติของสะพาน อย่างไรก็ตามในบริเวณความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ของรถยนต์ ความรุนแรงของการสั่นสะเทือนจะเกิดขึ้นน้อยและไม่แตกต่างกันมากทั้งในกรณีที่ติดและไม่ติดมวลหน่วงปรับค่า ทั้งนี้เพราะคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของสะพานจะทำหน้าที่เสมือนตัวกรองการสั่นสะเทือนที่ส่งผ่านไปยังรถยนต์

ลักษณะกราฟของค่าความเร่งของการสั่นสะเทือนของรถยนต์ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าจะปรากฏ 2 Peaks หลักที่บริเวณความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของรถยนต์และสะพานในกรณี  $f_c < f_b$  และ  $f_c > f_b$  โดยที่บริเวณความถี่การกระตุ้นใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของสะพานมีค่าสูงกว่ามากเพราะเกิดการกำทอนของโครงสร้างสะพานกับการกระตุ้นของฐานรองรับ ซึ่งคาดว่าจะ เป็นสภาพที่มักพบว่าเป็นปัญหาในความเป็นจริง แต่ในกรณี  $f_c = f_b$  เส้นกราฟจะเหลือเพียง Peak เดียวดังแสดงในรูปที่ 5.10(ข) และ 5.11(ข) ทั้งนี้พบว่าผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบริเวณกึ่งกลางสะพานจะสูงกว่าคันอื่นเพราะเป็นตำแหน่งที่สะพานสั่นตัวมากกว่า ส่วนผลของความถี่ธรรมชาติของรถยนต์ที่เพิ่มขึ้นและช่วงความยาวสะพานที่สั้นลง จะทำให้การสั่นสะเทือนของตัวรถในรูปของค่าความเร่งมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น

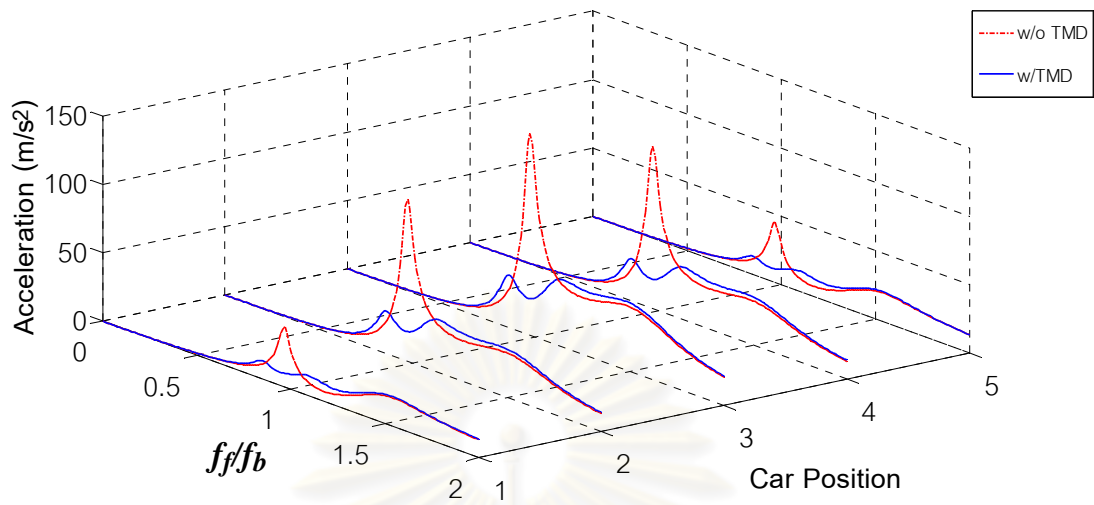


(ก)  $f_c = 0.5 f_b$



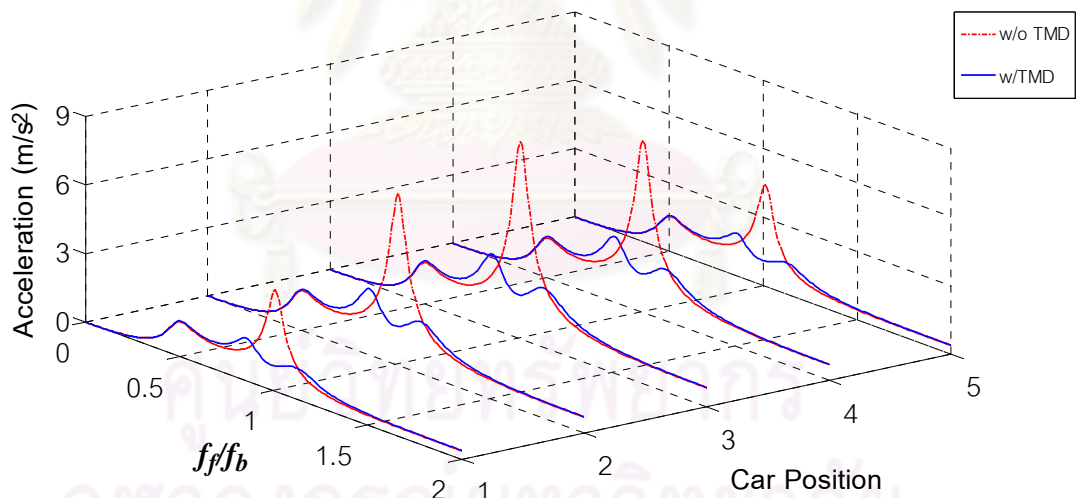
(ข)  $f_c = f_b$

ศูนย์วิทยุทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

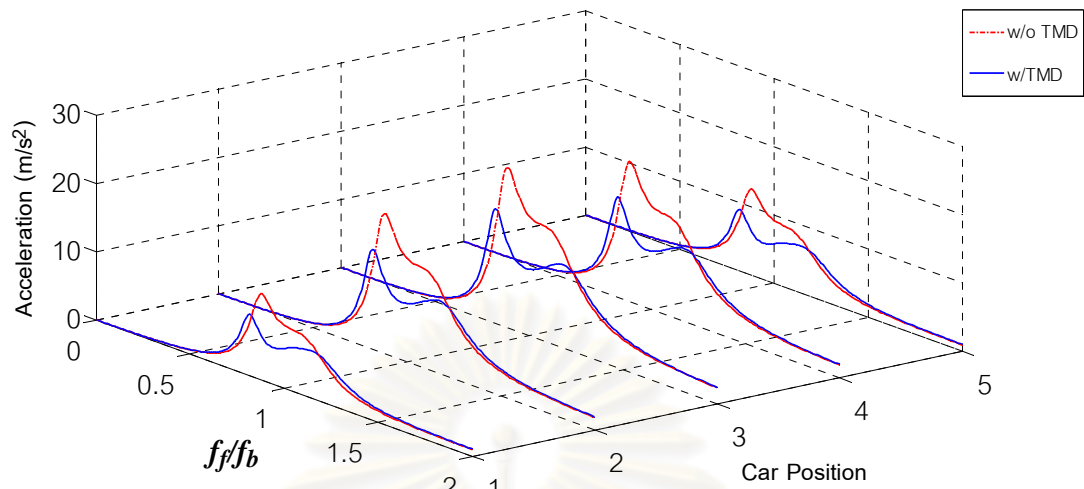
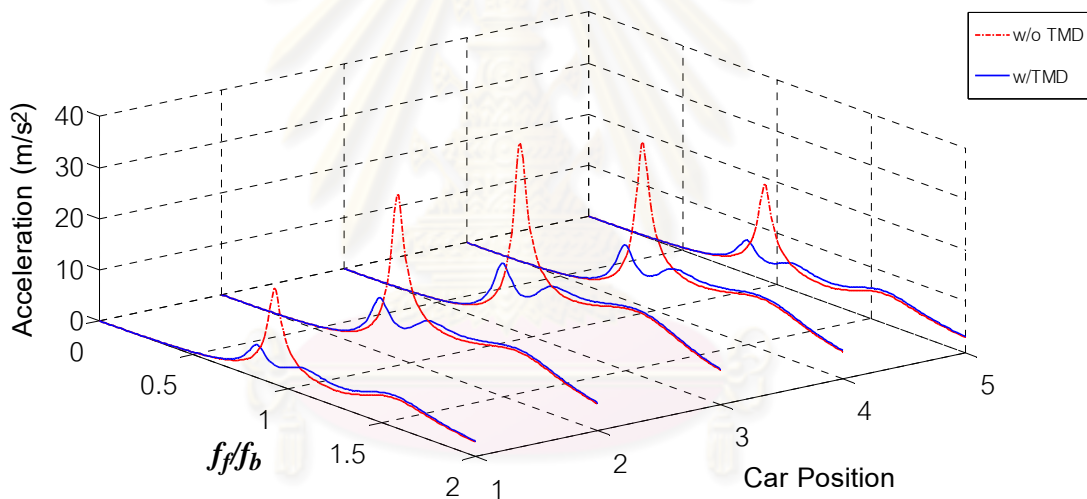


(ค)  $f_c = 1.5 f_b$

รูปที่ 5.10 ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานช่วงสั้น 25 เมตร (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข)  $f_c = f_b$  และ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$

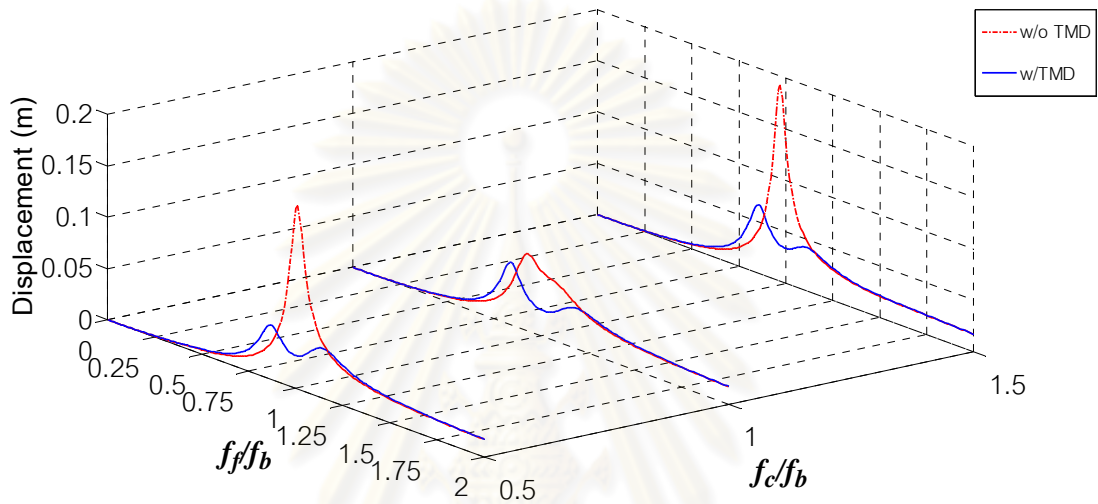


(ก)  $f_c = 0.5 f_b$

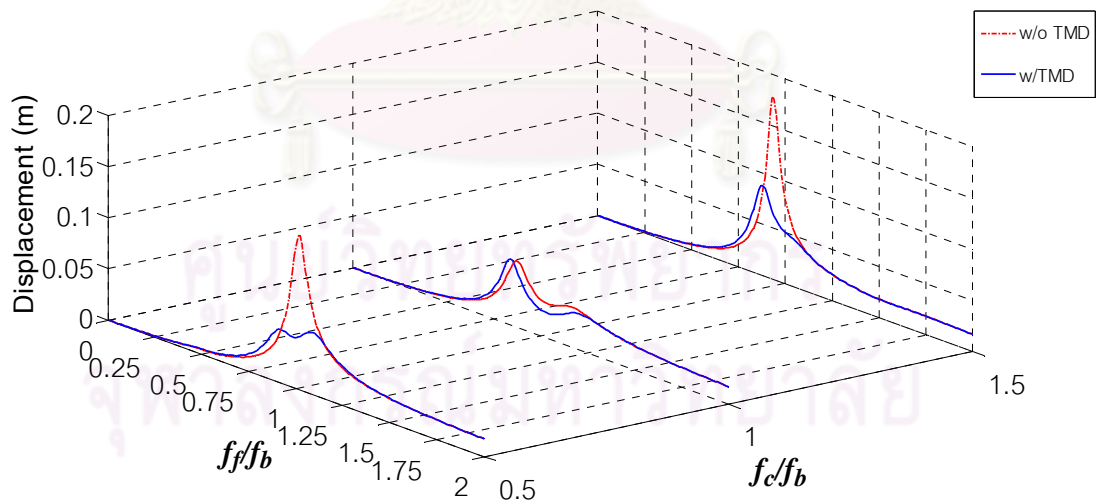
(ข)  $f_c = f_b$ รูปที่ 5.11 ความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานช่วงยาว 50 เมตร (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข) $f_c = f_b$  และ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$ 

ในรูปที่ 5.12 ลักษณะกราฟของค่าการกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าจะปรากฏเพียง Peak หลักเดียวที่โดดเด่นที่บริเวณความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพานในทุกๆ กรณีของค่า  $f_c$  เพราะเกิดการกำทอนของโครงสร้างสะพานกับการกระตุ้นของฐานรองรับ โดยช่วงความยาวสะพานที่สั้นและยาวการสั่นสะเทือนของสะพานมีรูปแบบพฤติกรรมเหมือนกันขึ้นอยู่กับค่าอัตราส่วนความถี่ของรถยนต์ต่อความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_c / f_b$ ) อย่างไรก็ตามในแง่ของความเร่ง สะพานสั้นมีแนวโน้มจะมีค่าสูงกว่าเพราะมี

ความถี่ธรรมชาติที่สูงกว่ามาก ( $f_b = 3.51$  Hz สำหรับสะพานช่วงสั้น 25 m,  $f_b = 1.93$  Hz สำหรับสะพานช่วงยาว 50 m) แต่การสั่นสะเทือนของสะพานจะเกิดขึ้นน้อยหากความถี่ของรถยนต์เท่ากับความถี่ธรรมชาติของสะพาน เพราะว่าในกรณีนี้รถยนต์ที่จอดติดบนสะพานเปรียบเสมือนกับการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเข้าไปที่ตัวสะพานนั่นเอง



(ก) สะพานช่วงสั้น 25 เมตร



(ข) สะพานช่วงยาว 50 เมตร

รูปที่ 5.12 การกระจัดสัมพัทธ์ของสะพานที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วง (ก) สะพานช่วงสั้น 25 เมตร และ (ข) สะพานช่วงยาว 50 เมตร

ภายหลังที่ทำการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าที่ตำแหน่งกึ่งกลางสะพานพบว่า สามารถลดการสั่นลงได้เป็นอย่างมาก (ลดลงเหลือประมาณ 50 %) โดยเฉพาะในช่วงความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพานในทำนองเดียวกันกับกรณีการสั่นสะเทือนของรถยนต์

กล่าวโดยสรุป การทำงานของมวลหน่วงปรับค่าสามารถช่วยลดการสั่นสะเทือนของตัวรถได้ในทั้งสองช่วงความยาวสะพานที่พิจารณา และคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของรถยนต์แบบต่างๆ แต่การทำงานของมวลหน่วงปรับค่าอย่างมีประสิทธิภาพนั้นจะจำกัดเฉพาะย่านความถี่บริเวณที่ทำการปรับจูน (ความถี่ธรรมชาติของสะพาน) ซึ่งพบว่าสามารถลดค่าความเร่งของรถยนต์คันกลางที่จอดติดอยู่ได้ถึงกว่าร้อยละ 60

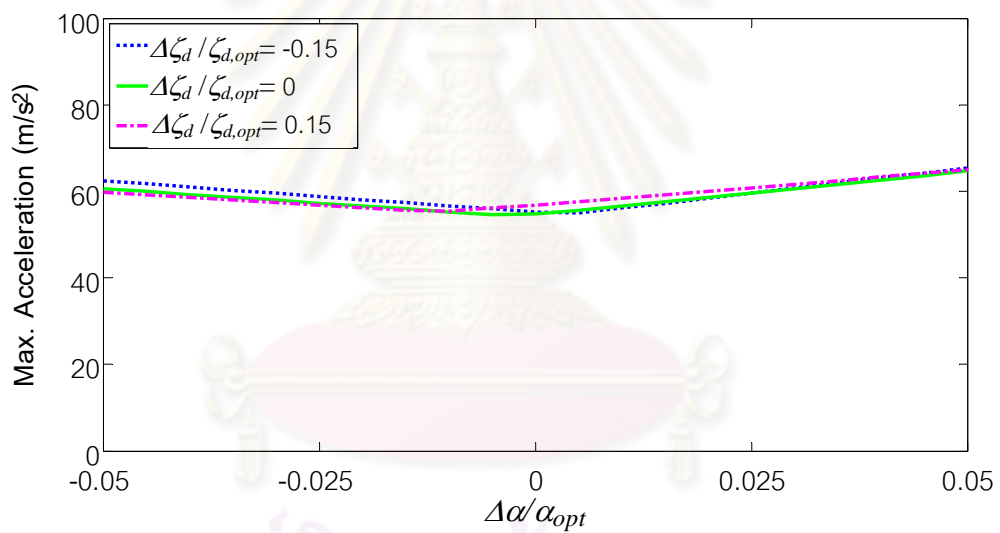
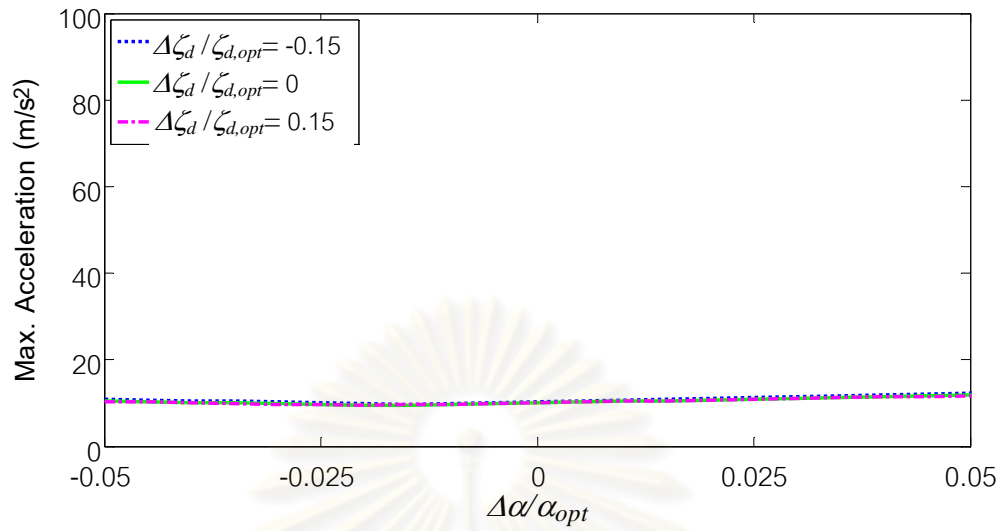
## 5.7 การเบี่ยงเบนของค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า

เมื่อพิจารณาผลของการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ของมวลหน่วงปรับค่า (Detuning) จะเห็นได้ว่าหากอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่าลดลง ( $\Delta\zeta_d / \zeta_d = -0.15$ ) จะส่งผลให้ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดเพิ่มขึ้นหรืออีกนัยหนึ่งประสิทธิภาพในการควบคุมการสั่นลดลงดังแสดงในรูปที่ 5.13(ก), 5.13(ข) และ 5.13(ค) เพราะความหน่วงของสะพานลดลงจึงส่งผลให้การสั่นสะเทือนของรถยนต์รุนแรงขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าหากค่า  $f_c \geq f_b$  หรือรถยนต์มีช่วงล่างที่แข็ง (รูปที่ 5.13(ข) และ 5.13(ค)) จะมีความแตกต่างจากกรณีที่ใช้ค่า  $\zeta_{d,opt}$  ( $\Delta\zeta_d / \zeta_d = 0$ ) อย่างเห็นได้ชัด ทั้งนี้กรณีที่ใช้ค่า  $f_c < f_b$  มวลหน่วงปรับค่าจะมีคุณสมบัติ Robustness มากที่สุด

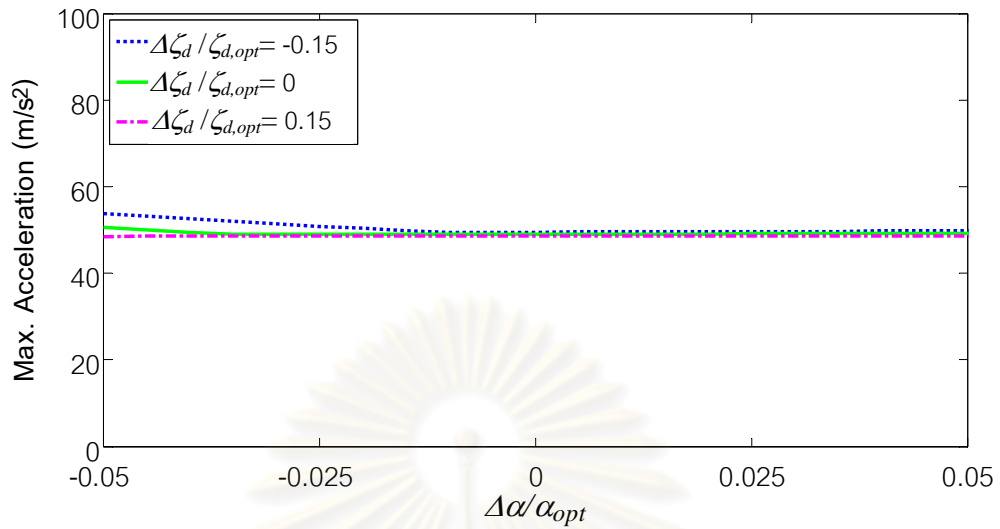
อย่างไรก็ดี อิทธิพลการเกิด Detuning ของค่า  $\alpha$  ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความเร่งสูงสุดของรถยนต์มากกว่าการเกิด Detuning ของค่า  $\zeta_d$  เนื่องจากผลของค่า  $\zeta_d$  ทำให้ความเร่งเปลี่ยนแปลงไปเพียงเล็กน้อย โดยทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของค่าความเร่งเพียงไม่เกินร้อยละ 10 เมื่อเทียบกับกราฟ  $\Delta\zeta_d / \zeta_d = 0$  (เส้นทึบ)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





ศูนย์วิทยการพยาบาล  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ค)  $f_c = 1.5 f_b$

รูปที่ 5.13 ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนสูงสุดของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้การเบี่ยงเบนของค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข)  $f_c = f_b$  และ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

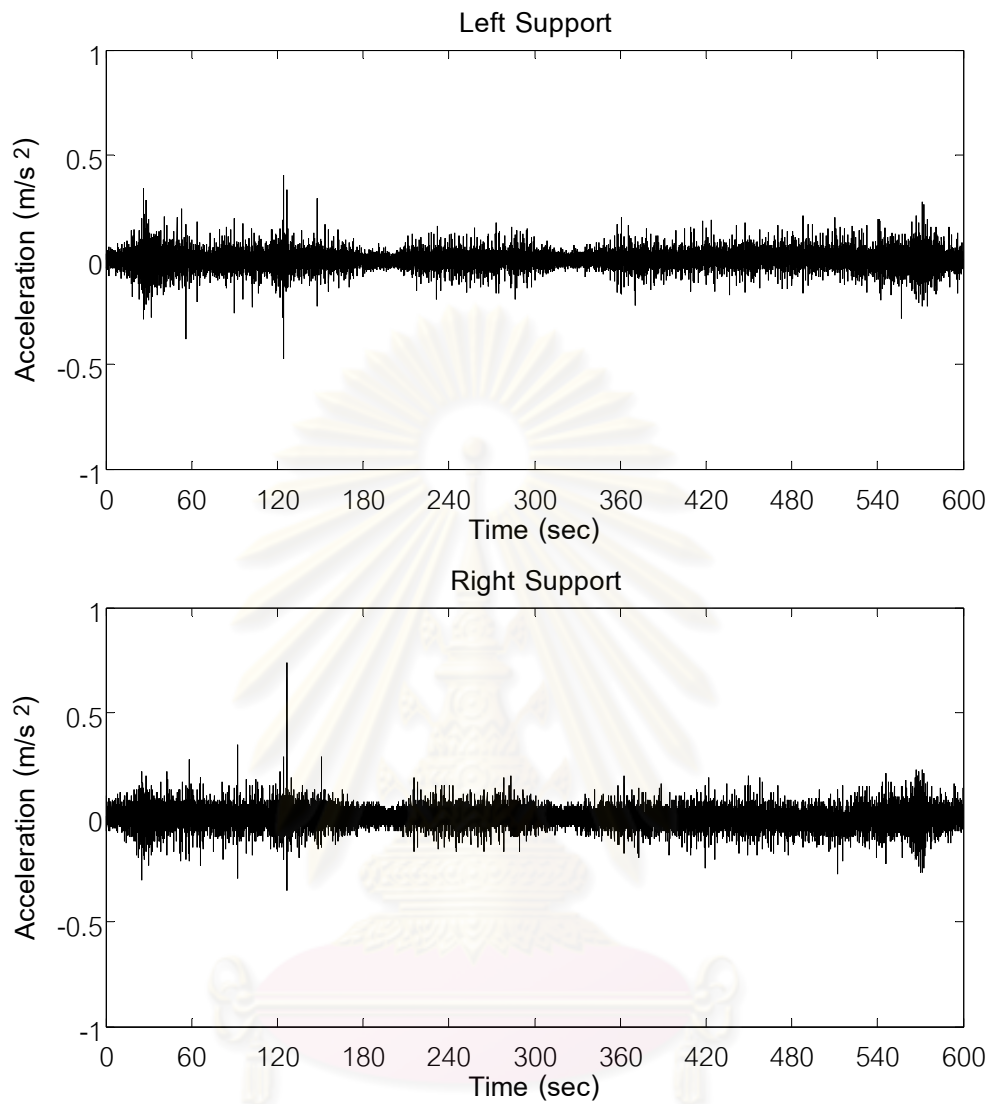
## บทที่ 6

# ผลการวิเคราะห์และการประเมินผลกระทบจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์ ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงตามมาตรฐาน ISO 2631-1

### 6.1 สัญญาณการกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง

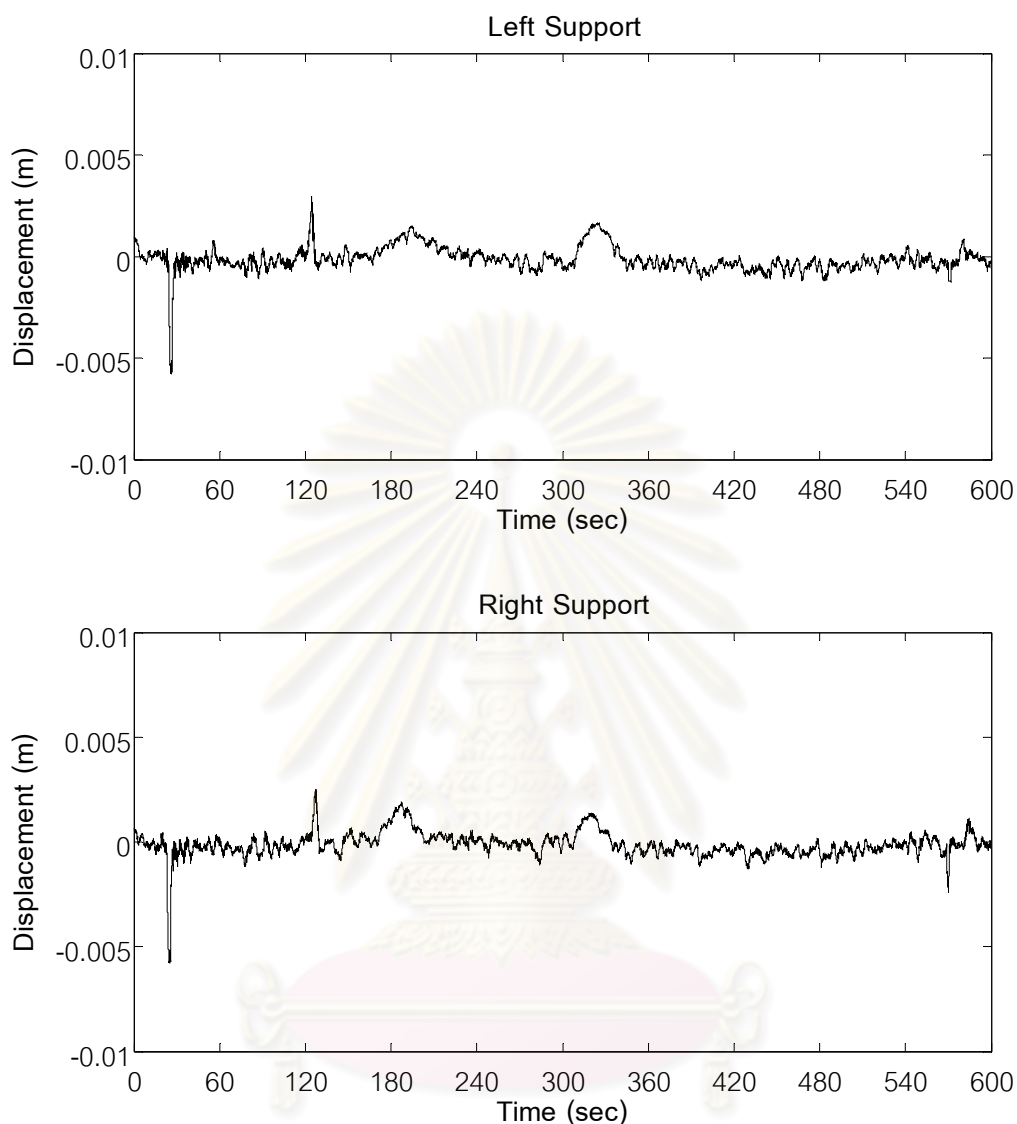
ในบทที่ผ่านมาได้สร้างสัญญาณการกระตุ้นแบบฮาร์โมนิคขึ้นที่ฐานรองเพื่อใช้ศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของรถยนต์ที่มีคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ โดยมีเป้าหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจในเชิงพฤติกรรมมากยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามสัญญาณการกระตุ้นที่ถูกสร้างขึ้นนั้นจะถูกสมมติมีลักษณะเป็นแบบฮาร์โมนิคจึงมีความแตกต่างกันกับข้อมูลของสัญญาณซึ่งถูกตรวจวัดจากสภาพการจราจรจริงที่มีลักษณะของสัญญาณเป็นแบบสุ่ม เพราะฉะนั้นพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง อาจมีความแตกต่างกันกับการใช้สัญญาณที่ถูกสร้างขึ้นและได้ทำการศึกษาในบทที่ 5 อย่างมีนัยสำคัญ

ในการประเมินผลการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่อาจส่งผลกระทบต่อผู้ใช้โดยสารตามมาตรฐาน ISO จำเป็นต้องใช้สัญญาณการกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงในการวิเคราะห์ผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยจะทำการศึกษาเฉพาะสะพานช่วงสั้น 25 เมตรเท่านั้น เพราะจากการศึกษาเชิงพฤติกรรมในบทที่ 4 ที่ผ่านมาทำให้ทราบว่าพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานช่วงสั้นและช่วงยาวนั้นมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน เพียงแต่ในกรณีของสะพานช่วงยาว ความรุนแรงของการสั่นสะเทือนของรถยนต์จะต่ำกว่าในกรณีของสะพานช่วงสั้น ทั้งนี้ข้อมูลของสัญญาณการเคลื่อนตัวของฐานรองรับสะพานจริงแห่งหนึ่งใน กทม. ซึ่งมีช่วงยาว 25 m ที่มีการบันทึกเป็นช่วงเวลาที่มียอดจอดติดอยู่บนสะพานที่ตรวจวัดโดยตัดเอาสัญญาณในช่วงเวลา 10 นาที (ธนวรรธน์ โสภณมหาผล, 2010) เพื่อใช้เป็นตัวแทนของสัญญาณทั้งหมด โดยลักษณะของสัญญาณดังกล่าวได้แสดงไว้ตามรูปที่ 6.1 ซึ่งเป็นสัญญาณของความเร่งและการกระจัดที่ฐานรองรับสะพานทั้งสองด้าน



(ก) สัญญาณความเร่งที่ฐานรอง

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ข) สัญญาณการกระจัดที่ฐานรอง

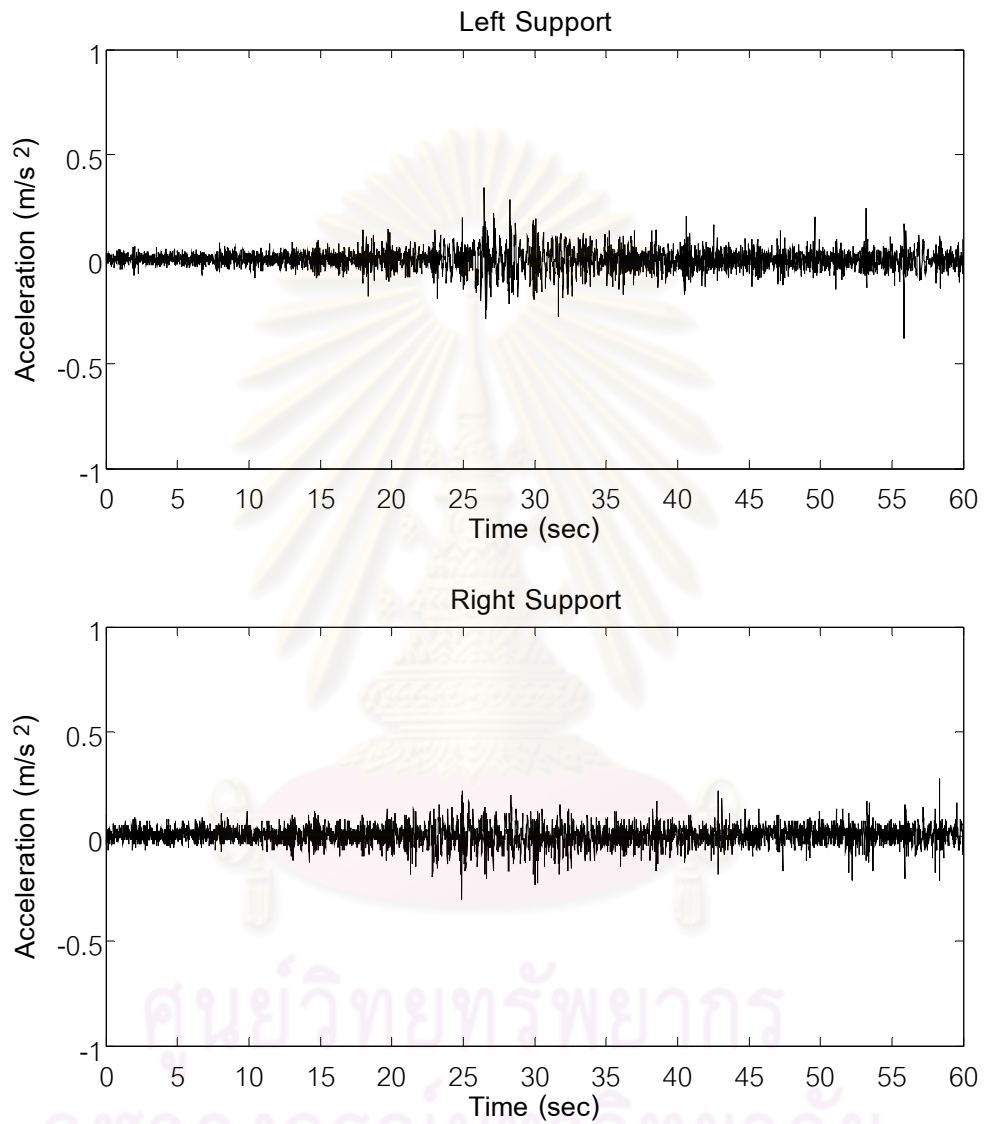
รูปที่ 6.1 ตัวแทนของสัญญาณการกระตุ้นในช่วงเวลา 10 นาที ของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร (ก)

สัญญาณความเร่งที่ฐานรอง และ (ข) สัญญาณการกระจัดที่ฐานรอง

## 6.2 ผลตอบสนองเชิงพลศาสตร์

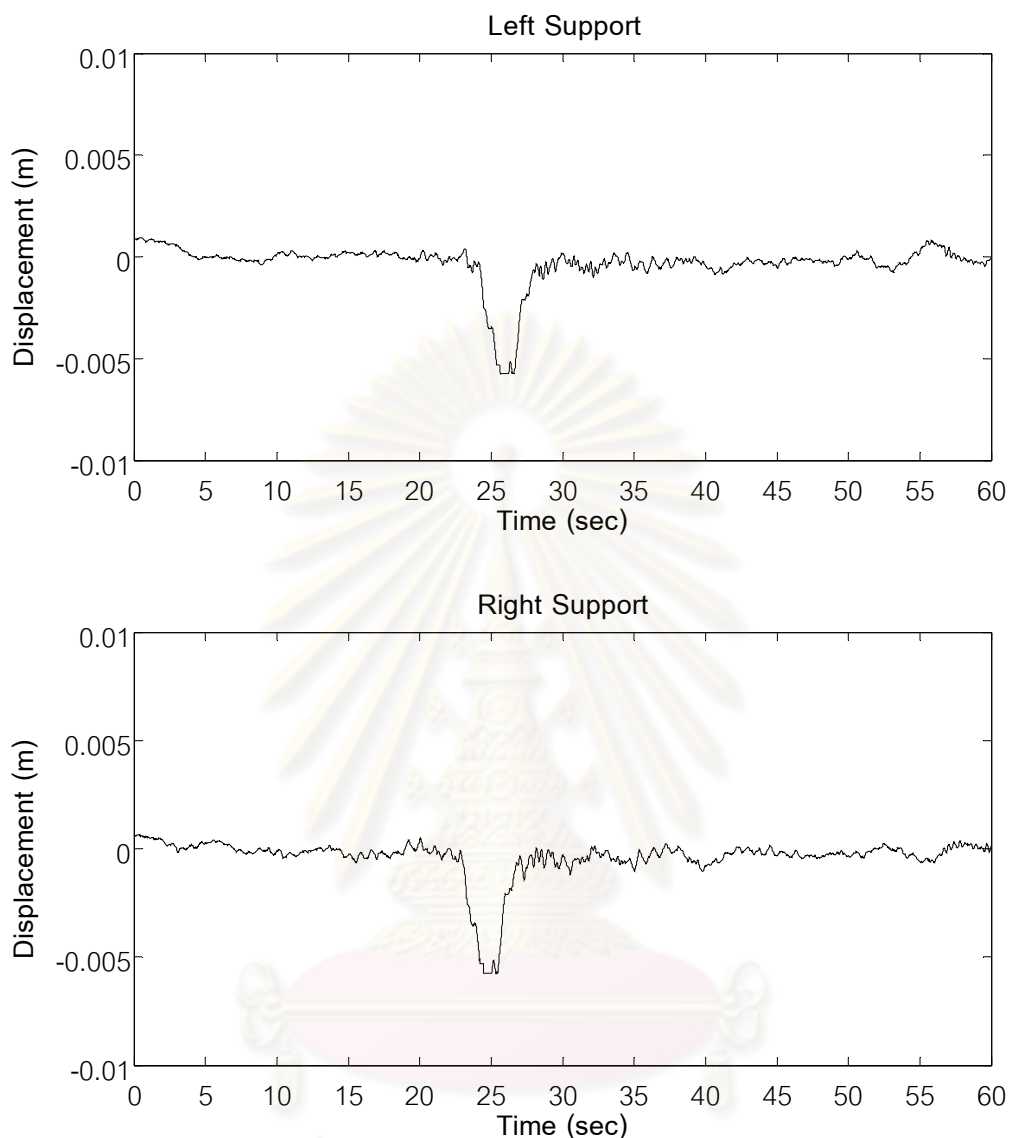
ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของสะพานและรถยนต์ทั้งในกรณีที่ติดและไม่ติดมวลหน่วงปรับค่าที่ตำแหน่งกึ่งกลางใต้ท้องสะพานภายใต้สัญญาณการกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง โดยจะคัดเลือกสัญญาณที่มีความเด่นชัดในช่วงเวลา 1 นาทีจากรูปที่ 6.1 มาใช้ในการวิเคราะห์ผลตอบสนองการสั่นสะเทือน โดยผลตอบสนองการสั่นสะเทือนที่ได้จะนำเสนอ

ทั้งในโดเมนของเวลาที่ซึ่งอยู่ในรูปแบบของ Fast Fourier Transform (FFT) และในโดเมนของเวลา เพื่อให้เกิดความเข้าใจของพฤติกรรมการสั่นสะเทือนได้อย่างครอบคลุม



(ก) สัญญาณความเร่งที่ฐานรอง





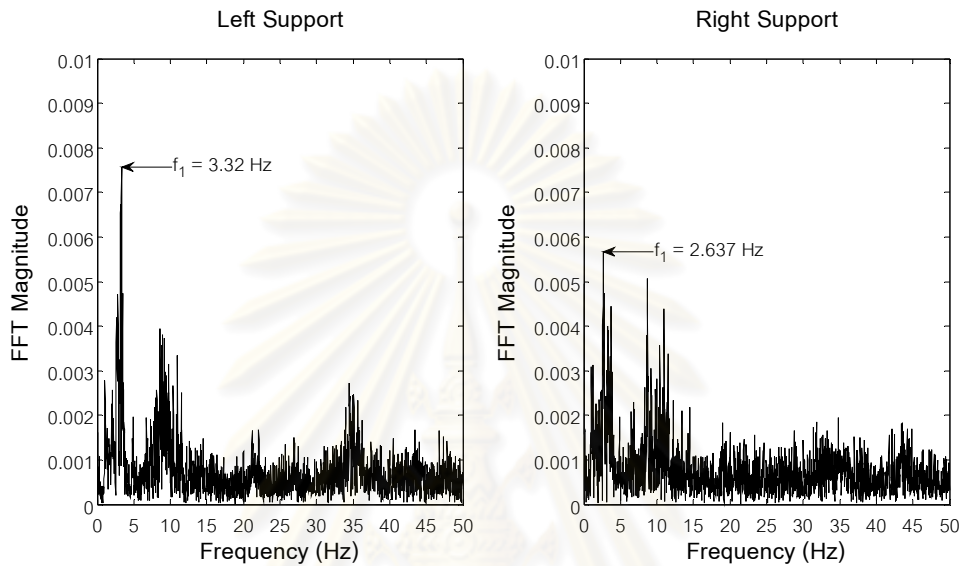
(ข) สัญญาณการกระจัดที่ฐานรอง

รูปที่ 6.2 ตัวแทนของสัญญาณการกระตุ้นในช่วงเวลา 1 นาที ของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร (ก)

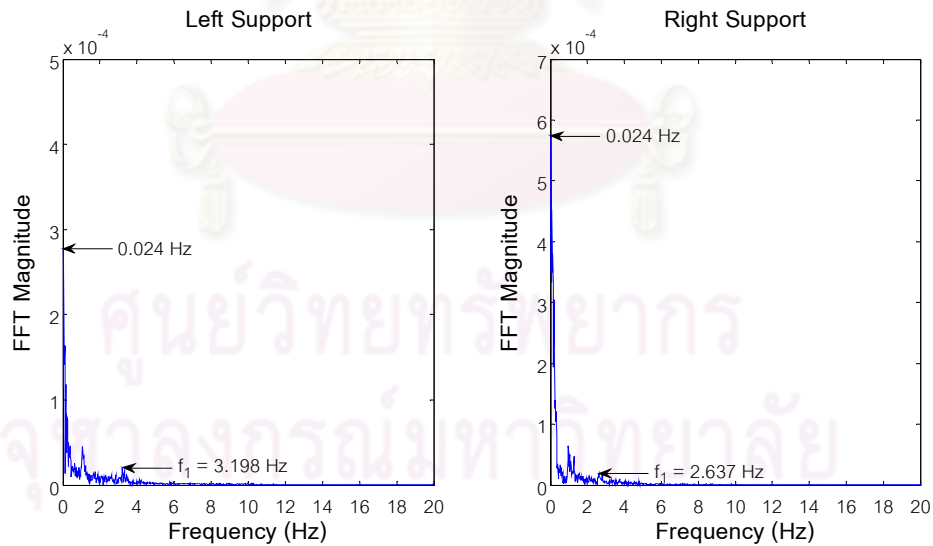
สัญญาณความเร่งที่ฐานรอง และ (ข) สัญญาณการกระจัดที่ฐานรอง

เมื่อนำสัญญาณความเร่งที่เด่นชัดในช่วงเวลา 1 นาทีจากรูปที่ 6.2 มาสร้างกราฟ FFT ดังแสดงในรูปที่ 6.3 พบว่าความถี่การกระตุ้นเนื่องจากความเร่งที่ฐานรองที่ทำให้ผลตอบสนองของกราฟ FFT ปรากฏ Peak ที่เด่นชัดที่สุดของฐานรองด้านซ้ายและด้านขวามีค่าเท่ากับ 3.32 Hz และ 2.637 Hz ตามลำดับดังรูปที่ 6.3(ก) โดยเป็นความถี่ธรรมชาติของคานขวางซึ่งมีค่าไม่เกินกว่าความถี่ธรรมชาติของสะพานในโหมดพื้นฐาน ( $f_b = 3.51$  Hz) เพราะฉะนั้นจึงมีแนวโน้มที่สะพานจะเกิดการสั่นที่รุนแรงขึ้นได้จนส่งผลให้รถยนต์ที่จอดติดบนสะพานเกิดการสั่นสะเทือนสูง

เช่นเดียวกัน และการสั่นสะเทือนของสะพานก็มีโอกาสเป็นไปได้ในรูปแบบโหมดการสั่นที่ 1 เท่านั้น นอกจากนี้ความเป็นไปได้ที่มวลหน่วงปรับค่าจะสามารถควบคุมการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นยังมีอยู่ เนื่องจากได้ถูกออกแบบไว้ให้มีความถี่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติพื้นฐานของสะพาน



(ก)

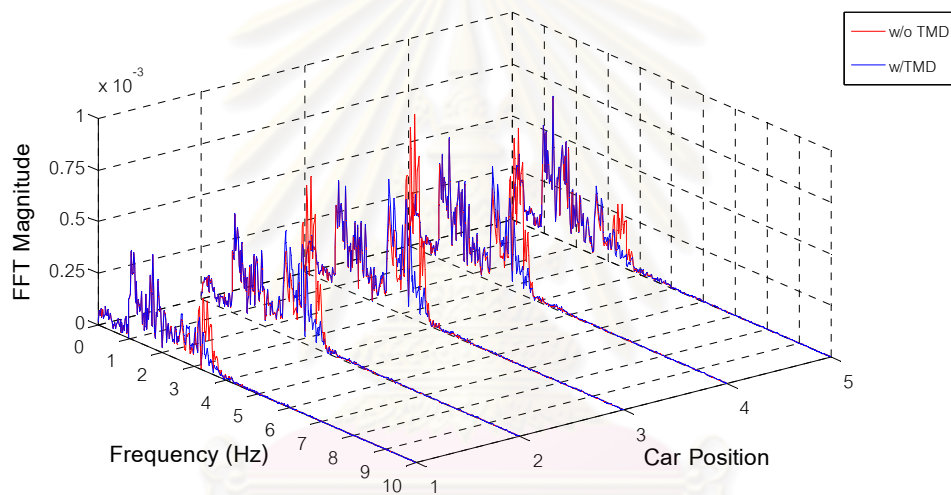


(ข)

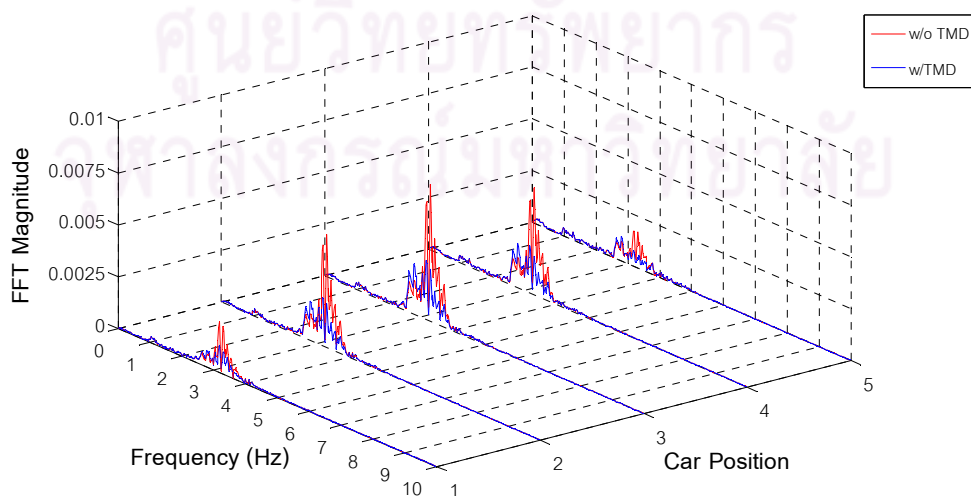
รูปที่ 6.3 กราฟผลตอบสนอง FFT ของสัญญาณการกระตุ้นในช่วงเวลา 1 นาที ของสะพานช่วงสั้น 25 เมตร (ก) สัญญาณความถี่พื้นฐานรอง และ (ข) สัญญาณการกระตุ้นที่ฐานรอง

อย่างไรก็ตามในรูปที่ 6.3(ข) จะเห็นว่าความถี่เด่นชัดที่ได้จากสัญญาณการกระจัดที่ฐานรองด้านซ้ายและด้านขวาเท่ากับ 0.024 Hz ซึ่งเป็นความถี่ต่ำมีผลทำให้สะพานเกิดการเคลื่อนที่แบบปราศจากการดัด (Rid body motion) แต่ความถี่ธรรมชาติของคานขวางในกรณีนี้ (3.198 Hz และ 2.637 Hz) ไม่โดดเด่นเหมือนกรณีที่ได้จากสัญญาณความเร่งที่ฐานรอง

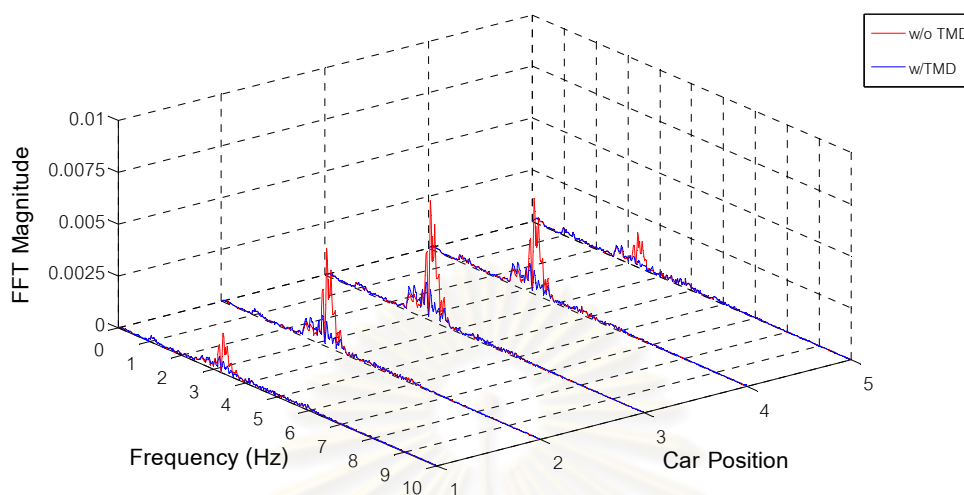
ต่อไปจะทำการวิเคราะห์ผลตอบสนองของการสั่นสะเทือนของรถยนต์และสะพานโดยใช้สัญญาณการกระตุ้นตามรูปที่ 6.2 ทั้งนี้คุณสมบัติต่างๆ ของสะพาน รถยนต์และมวลหน่วงปรับค่าจะใช้ตามตารางที่ 5.1, 5.2 และ 5.3 ตามลำดับ



$$(ก) f_c = 0.5 f_b$$



$$(ข) f_c = f_b$$

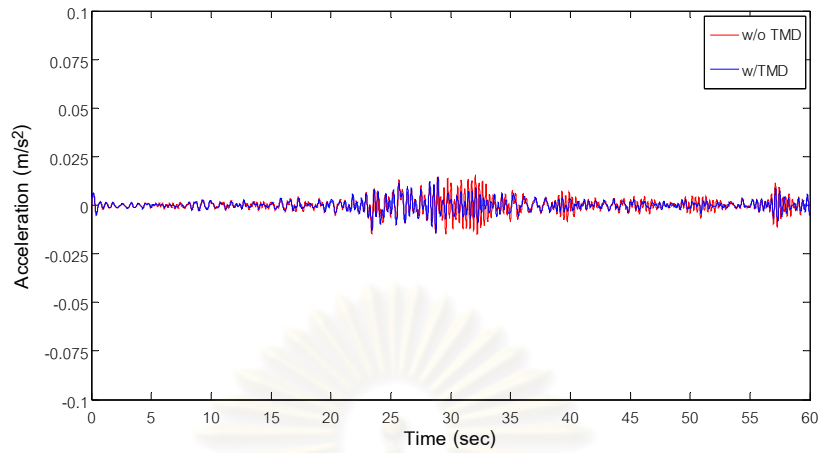
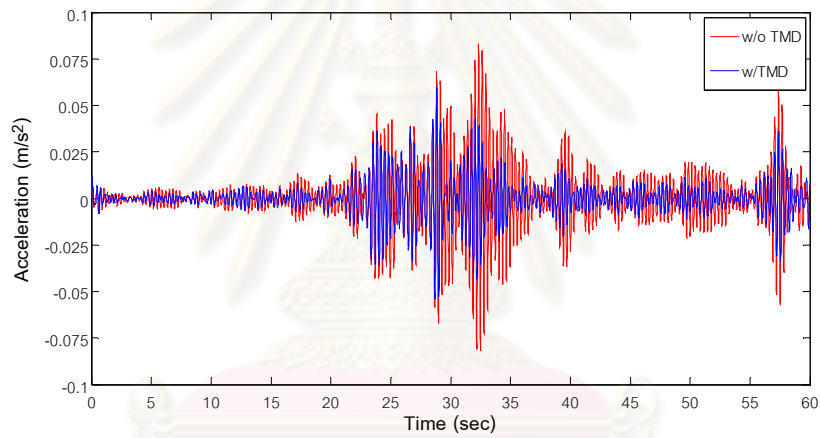
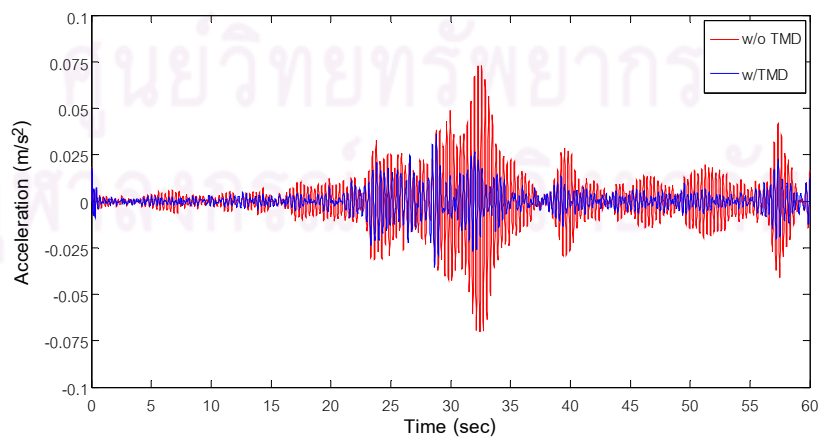


$$(ค) f_c = 1.5 f_b$$

รูปที่ 6.4 ผลตอบสนอง FFT ของความเร่งของรถยนต์ด้วยการใช้สัญญาณการจราจรจริง (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข)  $f_c = f_b$  และ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$

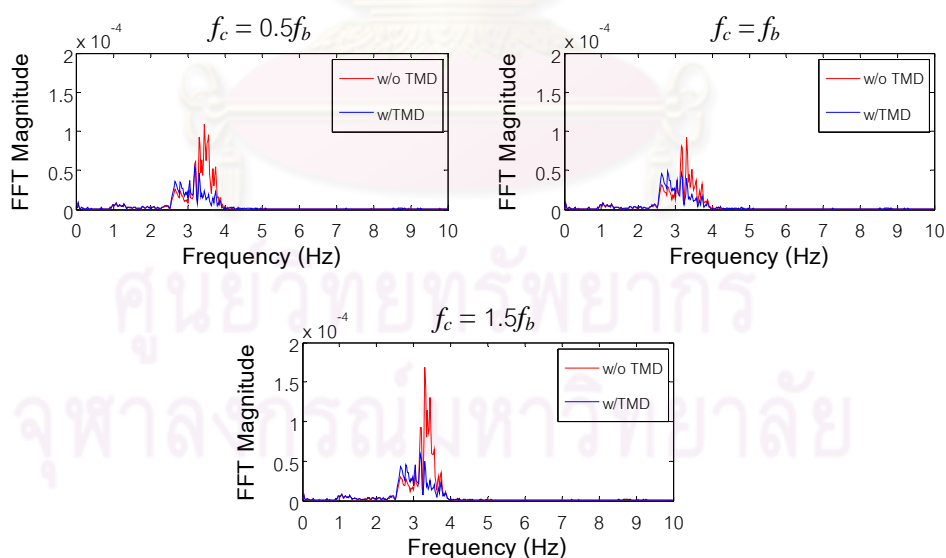
หากพิจารณาระบบสะพาน-รถยนต์ตามรูปที่ 6.4 ในโดเมนของความถี่พบว่า ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์จะปรากฏ Peak ที่เด่นชัดมากบริเวณย่านความถี่การกระตุ้นใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของสะพาน และนอกจากบริเวณย่านความถี่นี้แล้ว ยังปรากฏ Peak ที่เด่นชัดในบริเวณย่านความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ของรถยนต์อีกด้วยซึ่งเป็นกรณีของรถยนต์ที่มีความถี่ต่ำ ( $f_c < f_b$ ) ตามรูปที่ 6.4 (ก) อย่างไรก็ตาม การสั่นสะเทือนของตัวรถจะเกิดขึ้นสูงสุดบริเวณความถี่การกระตุ้นใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของสะพานซึ่งเป็นผลมาจากการกำทอนระหว่างสะพานและการกระตุ้นที่ฐานรอง ทั้งนี้รถยนต์ที่มีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติของสะพานและจอดอยู่บริเวณตำแหน่งกึ่งกลางสะพานมีแนวโน้มที่จะเกิดการสั่นสะเทือนมากที่สุด

เมื่อทำการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเข้าไปที่บริเวณกึ่งกลางช่วงใต้ท้องสะพานแล้วพบว่า สามารถควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ได้เป็นอย่างมากเฉพาะย่านความถี่การกระตุ้นใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของสะพานเท่านั้น ส่วนบริเวณย่านความถี่อื่นมวลหน่วงปรับค่าไม่สามารถช่วยลดผลการสั่นสะเทือนลงได้

(ก)  $f_c = 0.5 f_b$ (ข)  $f_c = f_b$ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$ 

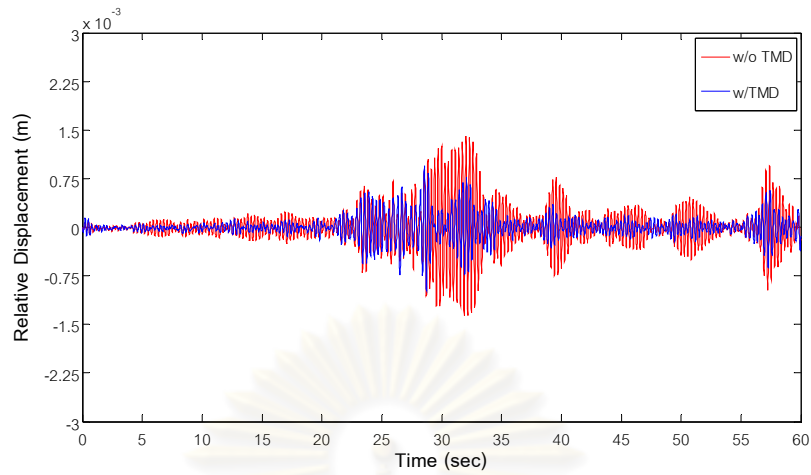
รูปที่ 6.5 ผลตอบสนองของความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 ด้วยการใส่สัญญาณการจราจรจริง  
 ในโดเมนของเวลา (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข)  $f_c = f_b$  และ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$

เมื่อพิจารณารูปที่ 6.2 จะเห็นว่าฐานรองทั้งสองด้านได้เริ่มเคลื่อนตัวขึ้นตามแนวตั้ง จนกระทั่งการเคลื่อนตัวเกิดขึ้นสูงสุด โดยอยู่ในช่วงเวลาประมาณ 22-27 วินาทีซึ่งเป็นช่วงการเคลื่อนตัวที่เด่นชัดและรุนแรงที่สุด ทั้งนี้เป็นผลมาจากการเคลื่อนที่ผ่านคานขวางของยวดยานในการจราจรฝั่งตรงข้ามอย่างต่อเนื่องและยวดยานที่มีน้ำหนักมากในบางโอกาส เมื่อพิจารณา ร่วมกับรูปที่ 6.5 พบว่าในช่วงแรกที่ฐานรองเริ่มเคลื่อนตัว มวลหน่วงปรับค่ายังไม่สามารถลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ลงได้ แต่เมื่อเวลาผ่านไปช่วงหนึ่งซึ่งมียวดยานในการจราจรฝั่งตรงข้ามเคลื่อนที่ผ่านคานขวางอย่างต่อเนื่องเพิ่มมากขึ้น ทำให้การควบคุมการสั่นสะเทือนของมวลหน่วงปรับค่ามีประสิทธิภาพดีขึ้นเล็กน้อย โดยการสั่นสะเทือนในช่วงนี้การทำงานของมวลหน่วงปรับค่า ยังไม่มีประสิทธิภาพดีพอ อย่างไรก็ตามเมื่อไม่มียวดยานขนาดใหญ่เคลื่อนที่ผ่านคานขวางในการจราจรฝั่งตรงข้ามการสั่นที่เกิดขึ้นจะเป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดจากยวดยานขนาดเล็กที่เคลื่อนที่ผ่านคานขวางในการจราจรฝั่งตรงข้าม โดยอยู่ในช่วงเวลาประมาณ 32-37 วินาที ซึ่งจะเห็นได้ว่ามวลหน่วงปรับค่าช่วยลดการสั่นสะเทือนลงได้เป็นอย่างมาก นอกจากนี้ยังพบอีกว่ามวลหน่วงปรับค่าควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่มีความถี่ต่ำ ( $f_c < f_b$ ) ได้ไม่ดีเหมือนกรณีที่รถยนต์มีความถี่สูง ( $f_c \geq f_b$ ) เนื่องจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์มีความรุนแรงน้อย

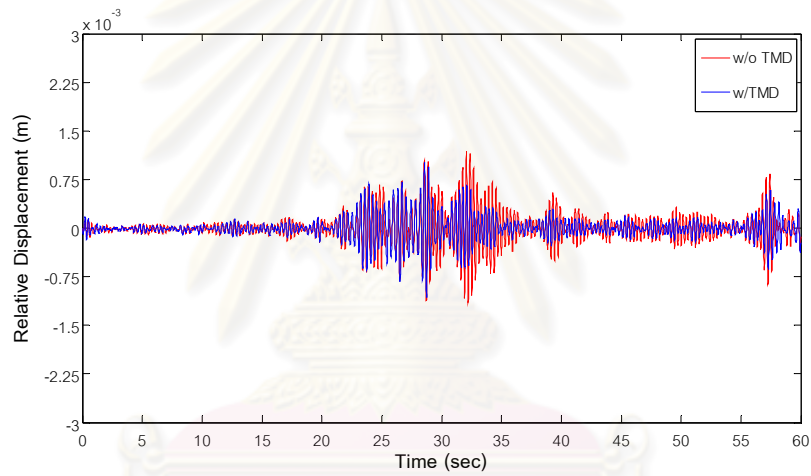


รูปที่ 6.6 ผลตอบสนองของ FFT ของการกระจัดสัมพัทธ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงของสะพานด้วยการใช้สัญญาณการจราจรจริง

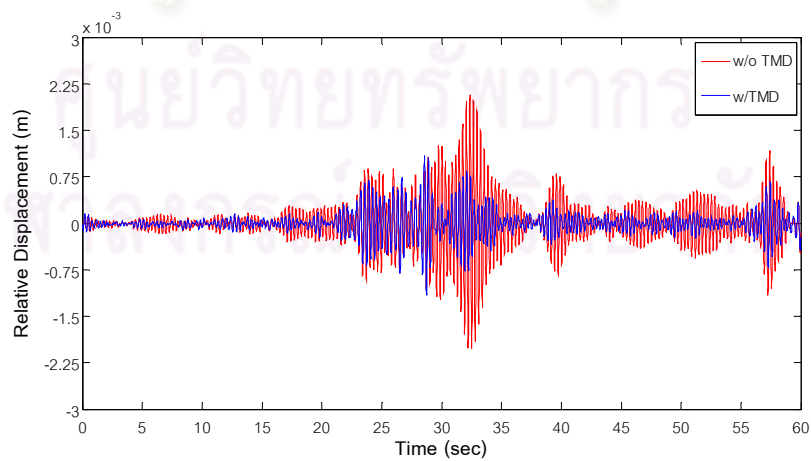




$$(ก) f_c = 0.5 f_b$$



$$(ข) f_c = f_b$$



$$(ค) f_c = 1.5 f_b$$

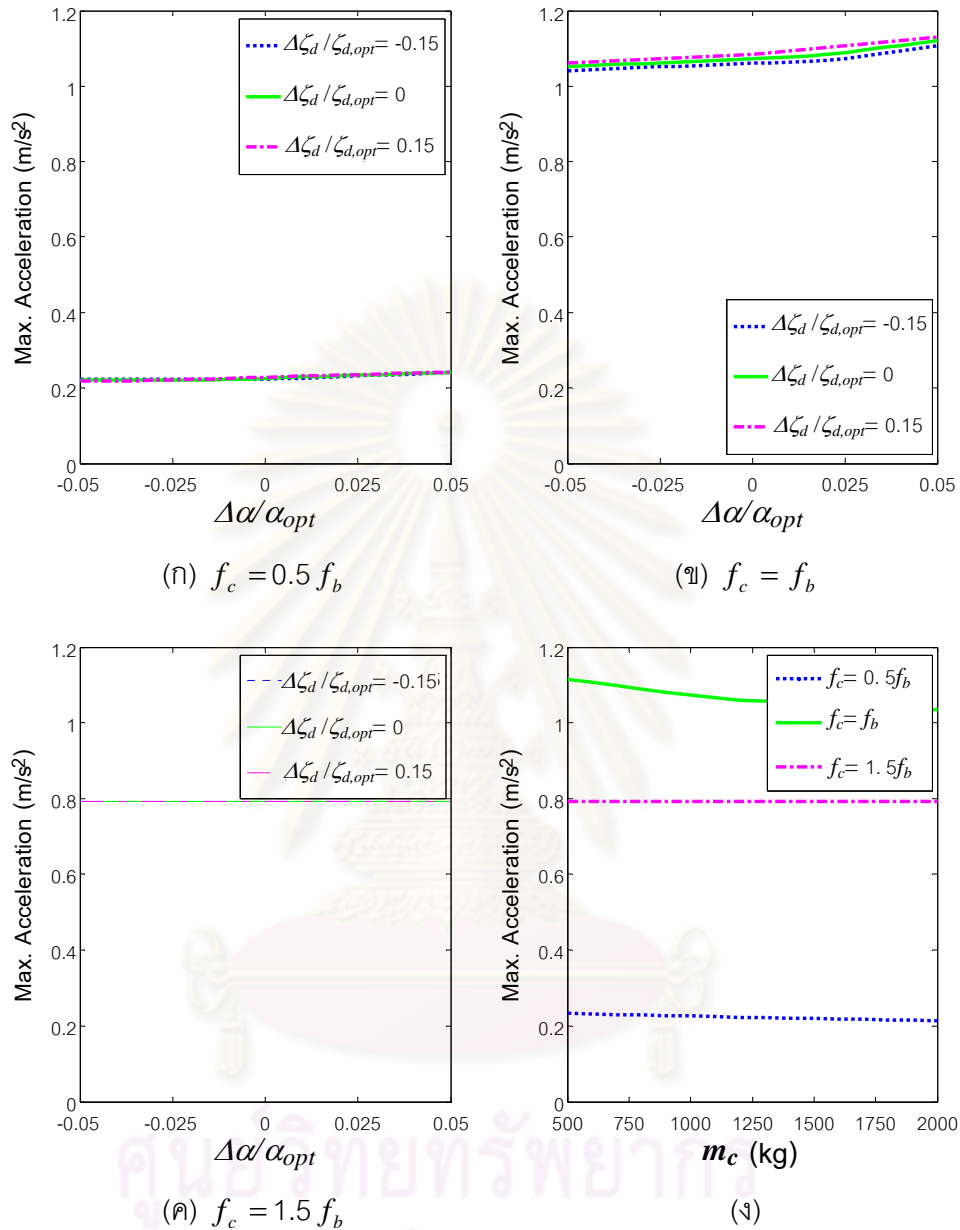
รูปที่ 6.7 ผลตอบสนองของการกระตุ้นที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงของสะพานด้วยการใช้สัญญาณการจราจรจริงในโดเมนของเวลา (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข)  $f_c = f_b$  และ (ค)  $f_c = 1.5 f_b$

ในกรณีไม่ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ผลตอบสนองการกระตุ้นสัมพัทธ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงของสะพานในโดเมนของความถี่ดังแสดงในรูปที่ 6.6 พบว่าการสั่นสะเทือนจะเกิดขึ้นสูงมากเฉพาะบริเวณความถี่การกระตุ้นใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของสะพานเท่านั้น โดยการสั่นสะเทือนมีแนวโน้มลดลงต่ำสุดเมื่อรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานมีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติของสะพาน ซึ่งเป็นผลมาจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์เกิดขึ้นสูงที่สุดในกรณีนี้ (รูปที่ 6.4(ข)) จึงทำให้ช่วยลดพลังงานให้กับสะพานได้เป็นอย่างดี และเมื่อติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าเข้าไปที่ใต้ท้องสะพานสามารถควบคุมการสั่นสะเทือนของสะพานได้เป็นอย่างมากที่บริเวณย่านความถี่เข้าใกล้ความถี่การกระตุ้นของสะพาน เนื่องจากมวลหน่วงปรับค่าถูกปรับค่าความถี่เข้าไปที่ความถี่ธรรมชาติของสะพาน

จากรูปที่ 6.7 ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของสะพานจะมีลักษณะเดียวกันกับกรณีการสั่นสะเทือนของรถยนต์ (รูปที่ 6.5) โดยมวลหน่วงปรับค่าสามารถควบคุมการสั่นสะเทือนแบบอิสระได้อย่างมีประสิทธิภาพมากกว่าการสั่นสะเทือนแบบมีการกระตุ้น เพราะมวลหน่วงปรับค่ามีเวลามากพอที่จะสามารถทำงานหรือตอบสนองต่อการสั่นสะเทือนของสะพานได้

### 6.3 ผลการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า

จากรูปที่ 6.8(ก) ถึง 6.8(ค) ใช้มวลของรถยนต์เท่ากับ 1000 kg เมื่อพิจารณาผลของการเบี่ยงเบนค่าอัตราส่วนปรับจูนความถี่ ( $\alpha$ ) ของมวลหน่วงปรับค่า จะเห็นได้ว่าหากค่า  $\alpha$  เปลี่ยนแปลงไป  $\pm 5\%$  จากค่าที่เหมาะสม ( $\Delta\alpha/\alpha_{opt} = 0$ ) จะส่งผลให้ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์เพิ่มขึ้นหรือลดลงไม่เกิน 8% ซึ่งถือว่าไม่มากนัก โดยค่าความเร่งมีแนวโน้มสูงขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของค่าความถี่ช่วงล่างของรถยนต์และจะมีค่ามากที่สุดในการนี้  $f_c = f_b$  อีกทั้งประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่ามีแนวโน้มลดลงหากค่า  $\Delta\alpha/\alpha_{opt} > 0$  และถ้าพิจารณาผลของการเบี่ยงเบนค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า ( $\Delta\zeta_d/\zeta_{d,opt} = -0.15$  และ  $\Delta\zeta_d/\zeta_{d,opt} = 0.15$ ) พบว่าในการนี้  $f_c < f_b$  และ  $f_c > f_b$  จะทำให้ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดมีความแตกต่างจากกรณีที่ใช้ค่า  $\zeta_{d,opt}$  ( $\Delta\zeta_d/\zeta_{d,opt} = 0$ ) น้อยมากแทบจะไม่สามารถสังเกตเห็นได้ด้วยตาเปล่า แต่ในการนี้ที่ค่า  $f_c = f_b$  ความแตกต่างของค่าความเร่งสูงสุดสามารถมองเห็นได้ชัดเจนมากขึ้น โดยมีความแตกต่างมากที่สุดไม่เกิน 1.5%



รูปที่ 6.8 ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนสูงสุดของรถยนต์ภายใต้การเบี่ยงเบนของค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของมวลหน่วงปรับค่า (ก)  $f_c = 0.5 f_b$  (ข)  $f_c = f_b$  (ค)  $f_c = 1.5 f_b$  และ (ง) ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงมวลของรถยนต์ด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์  $\alpha_{opt} = 0.9433$  และ  $\zeta_{d,opt} = 0.1716$

จากผลดังกล่าวข้างต้น ผลกระทบจากการเกิด Detuning ของค่า  $\alpha$  ต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความเร่งสูงสุดของรถยนต์จะมากกว่าการเกิด Detuning ของค่า  $\zeta_d$  สำหรับกรณีการเปลี่ยนแปลงมวลของรถยนต์ตามรูปที่ 6.8(ค) พบว่าเมื่อมวลของรถยนต์เพิ่มขึ้น ค่าความเร่งสูงสุด

มีแนวโน้มลดลง แต่มวลของรถยนต์จะส่งผลกระทบต่อข้อยกเว้นในกรณี  $f_c < f_b$  และ  $f_c > f_b$  ดังนั้น โดยภาพรวมแล้วการใช้มวลหน่วงปรับค่าด้วยค่าอัตราส่วนมวล  $\mu = 0.08$  ของมวลเชิงโหมด สามารถควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ได้ดีภายใต้การเกิด Detuning ของค่า  $\alpha$  เปลี่ยนแปลงไป  $\pm 5\%$  และค่า  $\zeta_d$  เปลี่ยนแปลงไป  $\pm 15\%$  จากค่าที่เหมาะสม

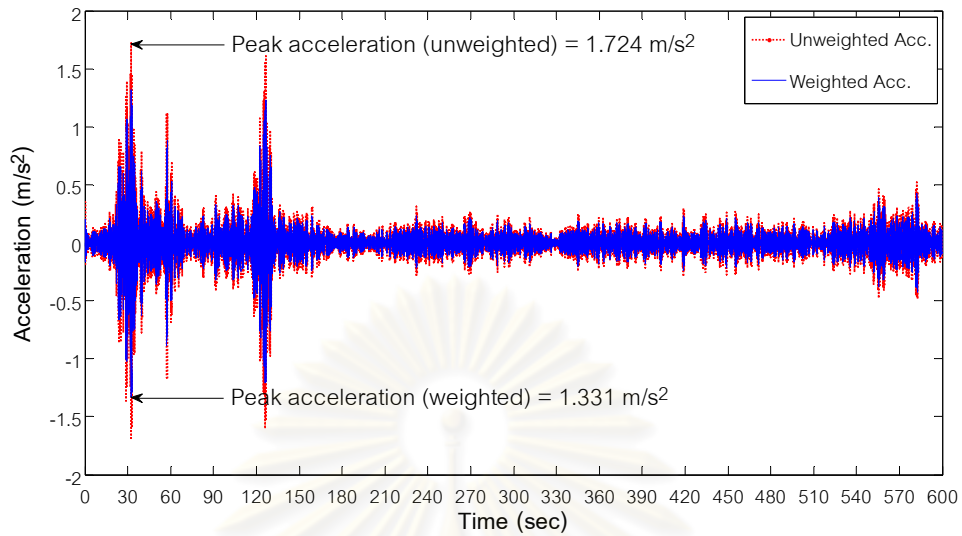
#### 6.4 ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของรถยนต์

สัญญาณการกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงในช่วงเวลา 10 นาทีตามรูปที่ 6.1 จะถูกนำมาใช้เพื่อวิเคราะห์ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์เชิงความถี่ ซึ่งเป็นผลตอบสนองที่มีความไวต่อการเปลี่ยนตำแหน่งและสอดคล้องกับหลักการประเมินผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์ ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนจากสภาพแวดล้อมภายนอกตามมาตรฐาน ISO 2631-1 ดังที่ได้ อธิบายขั้นตอนและวิธีการประเมินไว้แล้วในบทที่ผ่านมา

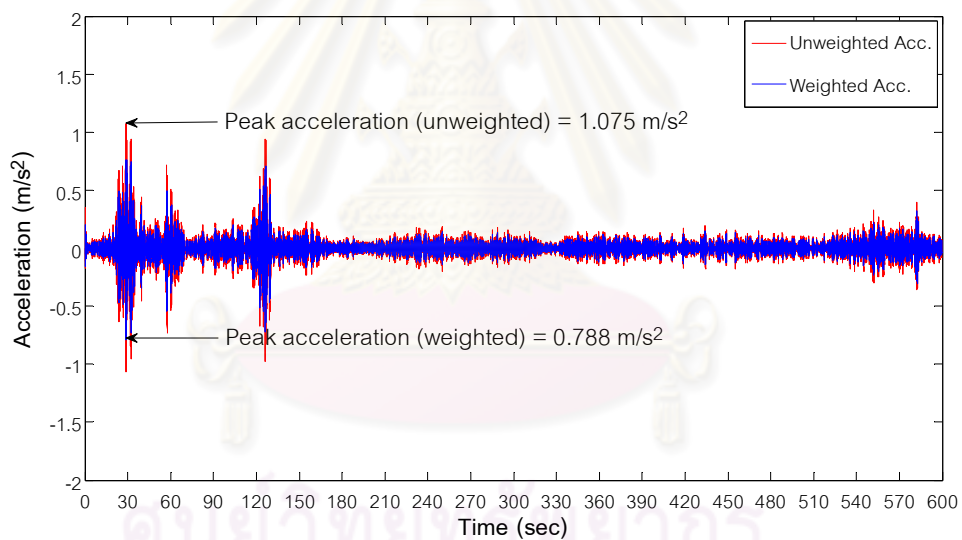
ในการศึกษานี้จะจำแนกมวลและความถี่ของรถยนต์ออกเป็นกรณีต่างๆ เพื่อครอบคลุมในการศึกษาตามตารางที่ 6.1 ซึ่งจากตารางจะใช้มวลของรถยนต์จำนวน 10 ชุด โดยแต่ละชุดจะเปลี่ยนค่าความถี่ทั้งหมด 10 ค่า และพิจารณาผลตอบสนองเชิงความถี่ทั้งก่อนและหลัง ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ดังนั้นจำนวนกรณีทั้งหมดที่จะต้องทำการวิเคราะห์ผลตอบสนองเท่ากับ 200 กรณี ทั้งนี้ผลตอบสนองเชิงความถี่ที่ได้จะอยู่ในโดเมนของเวลาดังแสดงตัวอย่าง ผลตอบสนองของรถยนต์คันที่ 3 ตามรูปที่ 6.9 ซึ่งใช้มวลและความถี่ของรถยนต์เท่ากับ 1000 kg และ 3.5 Hz

ตารางที่ 6.1 ข้อมูลคุณสมบัติมวลและความถี่ของรถยนต์ในกรณีต่างๆ ที่ใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

$M_c$ (kg)	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2750
$f_c$ (Hz)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0



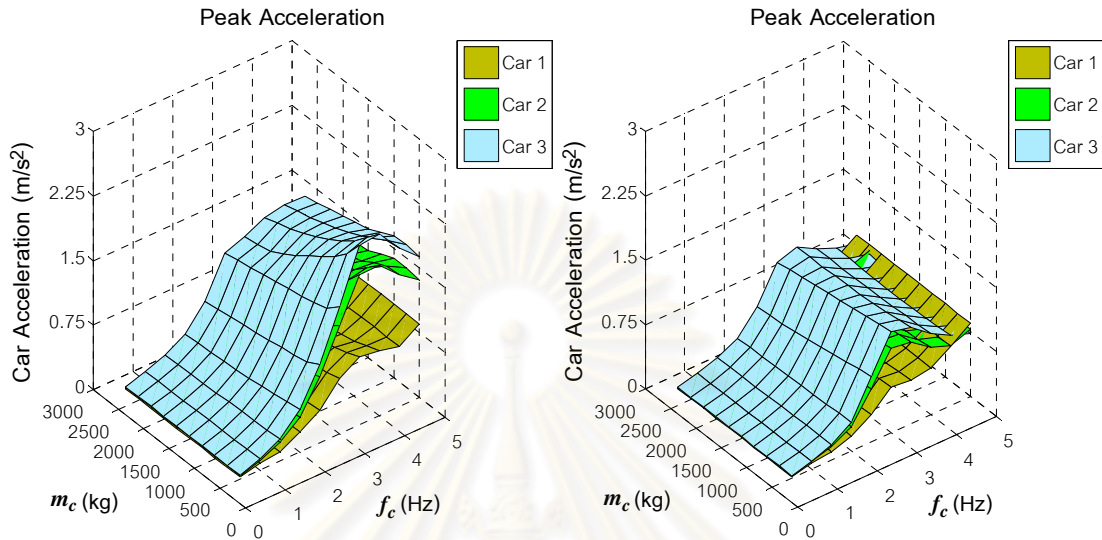
(ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วยปรับค่า



(ข) หลังติดตั้งมวลหน่วยปรับค่า

รูปที่ 6.9 ตัวอย่างค่าความเร่งสัมบูรณ์ของรถยนต์คันที่ 3 ในโดเมนของเวลาภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วยปรับค่าด้วยการใช้ค่าพารามิเตอร์  $m_c = 1000$  kg และ  $f_c = 3.5$  Hz (ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วยปรับค่า และ (ข) หลังติดตั้งมวลหน่วยปรับค่า

6.4.1 ประสิทธิภาพในการลดการสั่นสะเทือนของมวลหน่วงปรับค่า

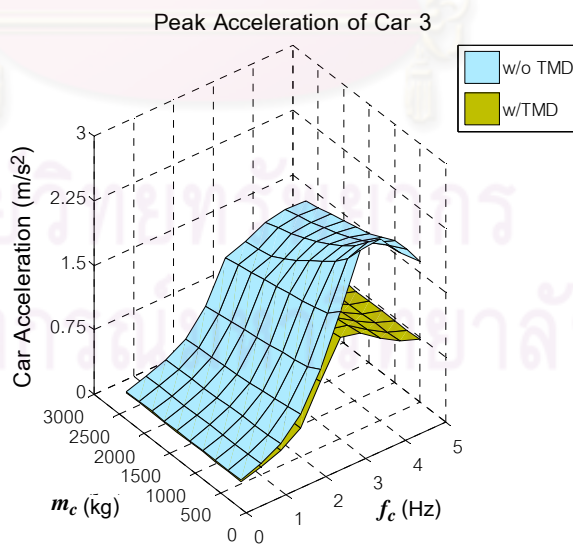


(ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

(ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

รูปที่ 6.10 ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 1 ถึง 3 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง

(ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า และ (ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า



รูปที่ 6.11 ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 3 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงทั้งก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า



จากรูปที่ 6.10 แสดงกราฟพื้นผิวความสัมพันธ์ระหว่างมวล ความถี่และค่าความเร่งที่เกิดขึ้นก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักที่ได้จากข้อมูลตามตารางที่ 6.2 ซึ่งกราฟพื้นผิวดังกล่าวสามารถทำให้เห็นภาพรวมของพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ได้ดี โดยพบว่ารถยนต์ที่มีมวลน้อยลงและ/หรือความถี่สูงขึ้น ความรุนแรงของการสั่นสะเทือนจะมีแนวโน้มที่สูงขึ้น และจากรูปที่ 6.11 แสดงถึงประสิทธิภาพในการลดการสั่นสะเทือนของมวลห้วงปรับค่าสำหรับรถยนต์คันที่ 3 ได้เป็นอย่างดีหากรถยนต์มีความถี่ช่วงล่างแข็ง ( $f_c$  มีค่าสูง) ซึ่งผลของการวิเคราะห์พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ลงได้กว่าร้อยละ 40 สำหรับกรณีที่ความถี่ช่วงล่างสูงกว่า 3.5 Hz แต่ในกรณีที่ความถี่ช่วงล่างต่ำกว่านี้การสั่นสะเทือนจะลดลงไม่เกินร้อยละ 35

ตารางที่ 6.2(ก) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 1 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลห้วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.018	0.075	0.104	0.224	0.379	0.639	0.787	0.755	0.694	0.857
1000	0.018	0.075	0.103	0.219	0.354	0.586	0.669	0.637	0.694	0.857
1500	0.018	0.075	0.103	0.213	0.334	0.554	0.585	0.572	0.694	0.857
2000	0.018	0.075	0.103	0.207	0.315	0.521	0.549	0.549	0.694	0.857
2500	0.017	0.075	0.102	0.201	0.297	0.491	0.513	0.549	0.694	0.857

ตารางที่ 6.2(ข) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 1 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลห้วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.014	0.070	0.098	0.175	0.318	0.529	0.508	0.549	0.694	0.857
1000	0.014	0.070	0.098	0.173	0.297	0.516	0.481	0.549	0.694	0.857
1500	0.014	0.070	0.097	0.171	0.285	0.473	0.460	0.549	0.694	0.857
2000	0.014	0.070	0.097	0.167	0.281	0.441	0.453	0.549	0.694	0.857
2500	0.014	0.070	0.097	0.164	0.277	0.409	0.452	0.549	0.694	0.857

ตารางที่ 6.2(ค) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 2 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.034	0.105	0.210	0.404	0.762	1.257	1.743	1.743	1.528	1.367
1000	0.034	0.102	0.199	0.366	0.644	1.104	1.427	1.472	1.439	1.387
1500	0.033	0.100	0.189	0.349	0.602	1.026	1.247	1.315	1.307	1.253
2000	0.033	0.098	0.179	0.333	0.560	0.955	1.070	1.197	1.214	1.196
2500	0.033	0.096	0.171	0.316	0.518	0.900	1.001	1.075	1.137	1.134

ตารางที่ 6.2(ง) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 2 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.022	0.085	0.151	0.281	0.614	0.982	0.954	0.783	0.700	0.786
1000	0.021	0.085	0.149	0.268	0.562	0.922	0.909	0.751	0.678	0.786
1500	0.021	0.084	0.146	0.257	0.516	0.883	0.869	0.748	0.678	0.786
2000	0.021	0.084	0.144	0.247	0.477	0.842	0.844	0.740	0.692	0.786
2500	0.021	0.084	0.142	0.237	0.450	0.795	0.823	0.739	0.701	0.786

ตารางที่ 6.2(จ) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 3 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.042	0.124	0.251	0.487	0.903	1.473	2.082	2.113	1.840	1.639
1000	0.042	0.121	0.237	0.438	0.785	1.297	1.724	1.798	1.735	1.650
1500	0.041	0.118	0.224	0.397	0.736	1.225	1.501	1.588	1.562	1.505
2000	0.041	0.116	0.212	0.363	0.683	1.164	1.292	1.435	1.445	1.421
2500	0.040	0.113	0.202	0.345	0.630	1.098	1.178	1.329	1.362	1.345

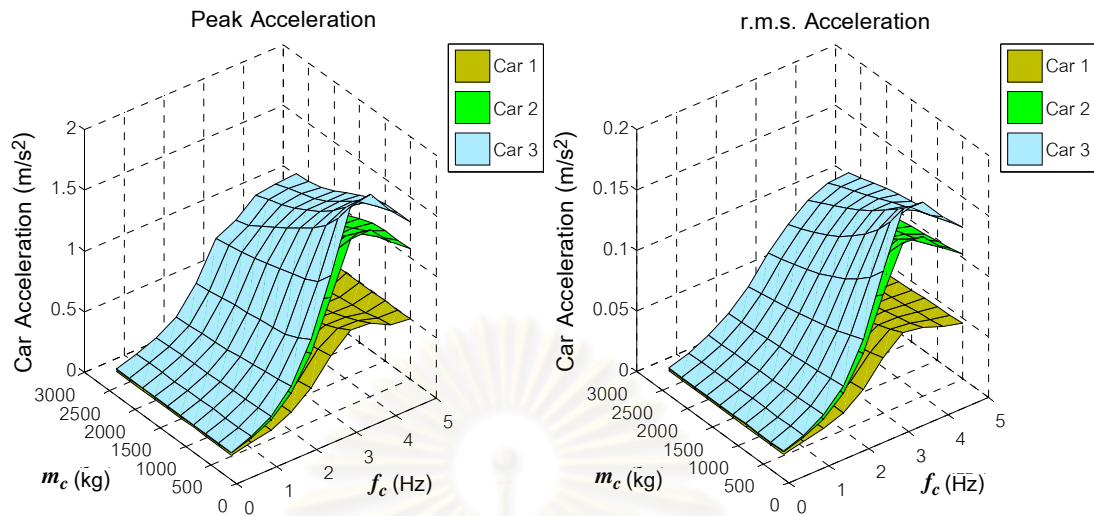
ตารางที่ 6.2(ด) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 3 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.027	0.086	0.177	0.331	0.763	1.173	1.119	0.948	0.819	0.734
1000	0.027	0.085	0.174	0.319	0.702	1.131	1.075	0.927	0.797	0.716
1500	0.027	0.085	0.170	0.307	0.645	1.083	1.052	0.911	0.781	0.715
2000	0.027	0.084	0.167	0.297	0.598	1.039	1.037	0.901	0.791	0.725
2500	0.027	0.084	0.164	0.286	0.558	0.983	1.032	0.904	0.803	0.743

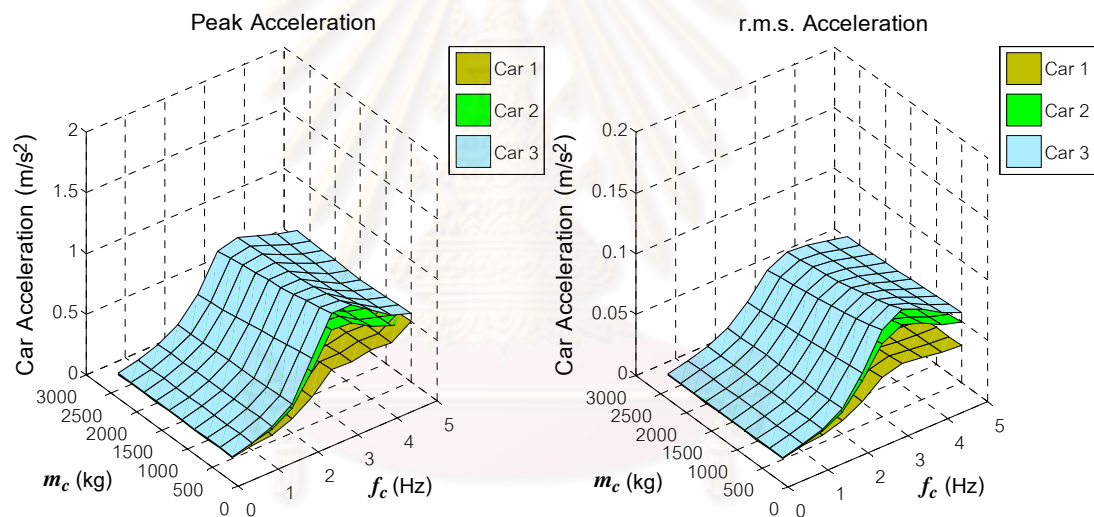
6.4.2 ประสิทธิภาพในการลดผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของมวลหน่วงปรับค่าตามมาตรฐาน ISO 2631-1

ตัวอย่างผลตอบสนองเชิงตัวเลขของค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดหลังผ่านการถ่วงน้ำหนักและค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักของรถยนต์ได้แสดงไว้ตามตารางที่ 6.3 และ 6.4 ตามลำดับ ข้อมูลที่ได้ทั้งหมดสามารถนำไปสร้างกราฟพื้นผิวความสัมพันธ์ระหว่างมวล ความถี่และค่าความเร่งที่เกิดขึ้นตามรูปที่ 6.12 ซึ่งมีพฤติกรรมการสั่นสะเทือนในการทำงานเดียวกันกับรูปที่ 6.10

จากรูปที่ 6.13 แสดงถึงประสิทธิภาพในการลดการสั่นสะเทือนของมวลหน่วงปรับค่าสำหรับรถยนต์คันที่ 3 ซึ่งผลของการวิเคราะห์พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ลงได้กว่าร้อยละ 50 ในกรณีที่มีความถี่ช่วงล่างสูงกว่า 3.5 Hz แต่กรณีที่มีความถี่ช่วงล่างต่ำกว่านี้การสั่นสะเทือนจะลดลงไม่เกินร้อยละ 30

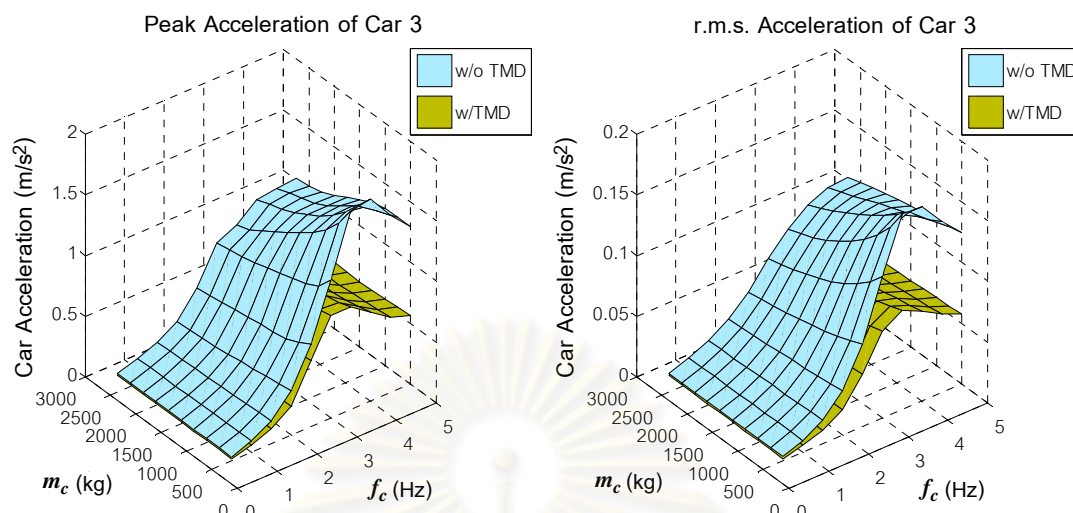


(ก)



(ข)

รูปที่ 6.12 ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 1 ถึง 3 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง (ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า และ (ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า



รูปที่ 6.13 ค่าความเร่งที่เกิดขึ้นของรถยนต์คันที่ 3 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักตามการเปลี่ยนแปลงค่ามวลและความถี่ช่วงล่างของรถยนต์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงทั้งก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

ตารางที่ 6.3(ก) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 1 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.012	0.043	0.078	0.153	0.282	0.478	0.618	0.606	0.524	0.500
1000	0.012	0.043	0.075	0.148	0.252	0.441	0.513	0.503	0.469	0.498
1500	0.012	0.043	0.072	0.140	0.238	0.408	0.440	0.440	0.443	0.496
2000	0.012	0.043	0.070	0.137	0.225	0.378	0.412	0.421	0.414	0.493
2500	0.012	0.043	0.067	0.134	0.213	0.356	0.387	0.411	0.400	0.491

ตารางที่ 6.3(ข) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 1 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.009	0.040	0.056	0.121	0.225	0.383	0.381	0.408	0.393	0.499
1000	0.009	0.039	0.055	0.118	0.211	0.357	0.363	0.398	0.392	0.497
1500	0.009	0.039	0.055	0.115	0.198	0.337	0.358	0.392	0.390	0.495
2000	0.009	0.039	0.054	0.113	0.187	0.317	0.354	0.387	0.389	0.492
2500	0.009	0.039	0.053	0.110	0.181	0.301	0.352	0.384	0.388	0.490

ตารางที่ 6.3(ค) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 2 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.027	0.079	0.161	0.311	0.572	0.963	1.371	1.375	1.205	1.079
1000	0.027	0.077	0.152	0.281	0.479	0.815	1.107	1.175	1.145	1.075
1500	0.027	0.076	0.144	0.255	0.433	0.760	0.946	1.015	1.033	1.019
2000	0.026	0.074	0.137	0.238	0.407	0.704	0.819	0.911	0.922	0.925
2500	0.026	0.073	0.130	0.228	0.378	0.650	0.739	0.810	0.869	0.861

ตารางที่ 6.3(ง) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 2 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.016	0.056	0.107	0.201	0.437	0.715	0.700	0.603	0.534	0.489
1000	0.016	0.056	0.105	0.192	0.403	0.670	0.662	0.569	0.523	0.477
1500	0.016	0.056	0.103	0.184	0.372	0.630	0.636	0.554	0.520	0.476
2000	0.016	0.055	0.101	0.176	0.343	0.586	0.615	0.542	0.516	0.475
2500	0.016	0.055	0.100	0.169	0.322	0.549	0.601	0.534	0.511	0.479



ตารางที่ 6.3(จ) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 3 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.033	0.094	0.190	0.371	0.681	1.141	1.635	1.666	1.464	1.299
1000	0.032	0.092	0.180	0.333	0.570	0.954	1.331	1.411	1.377	1.296
1500	0.032	0.090	0.170	0.301	0.541	0.893	1.155	1.221	1.233	1.214
2000	0.032	0.088	0.162	0.274	0.508	0.825	1.007	1.094	1.105	1.096
2500	0.031	0.086	0.154	0.259	0.472	0.776	0.870	1.011	1.037	1.026

ตารางที่ 6.3(ฉ) ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์คันที่ 3 หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.018	0.059	0.126	0.243	0.549	0.844	0.849	0.737	0.618	0.562
1000	0.018	0.059	0.124	0.232	0.507	0.798	0.788	0.680	0.601	0.551
1500	0.018	0.058	0.121	0.221	0.468	0.756	0.756	0.664	0.583	0.538
2000	0.018	0.058	0.119	0.214	0.432	0.724	0.739	0.661	0.588	0.548
2500	0.018	0.058	0.117	0.208	0.399	0.693	0.723	0.658	0.598	0.557

ตารางที่ 6.4(ก) ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักของรถยนต์คันที่ 1 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.001	0.005	0.008	0.014	0.026	0.046	0.060	0.056	0.050	0.046
1000	0.001	0.005	0.008	0.014	0.024	0.040	0.050	0.050	0.047	0.044
1500	0.001	0.005	0.008	0.013	0.023	0.036	0.044	0.045	0.044	0.043
2000	0.001	0.005	0.008	0.013	0.021	0.034	0.039	0.040	0.041	0.041
2500	0.001	0.005	0.007	0.012	0.020	0.032	0.036	0.037	0.038	0.039

ตารางที่ 6.4(ข) ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักของรถยนต์คันที่ 1 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.001	0.004	0.006	0.011	0.019	0.032	0.037	0.035	0.032	0.031
1000	0.001	0.004	0.006	0.011	0.019	0.031	0.034	0.033	0.031	0.030
1500	0.001	0.004	0.006	0.010	0.019	0.029	0.033	0.031	0.030	0.029
2000	0.001	0.004	0.006	0.010	0.018	0.028	0.031	0.030	0.029	0.029
2500	0.001	0.004	0.006	0.010	0.017	0.027	0.030	0.029	0.028	0.028

ตารางที่ 6.4(ค) ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักของรถยนต์คันที่ 2 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.003	0.008	0.016	0.030	0.056	0.098	0.134	0.132	0.116	0.103
1000	0.003	0.008	0.016	0.028	0.050	0.080	0.107	0.114	0.107	0.098
1500	0.003	0.008	0.015	0.026	0.045	0.070	0.091	0.101	0.100	0.095
2000	0.003	0.008	0.014	0.025	0.041	0.062	0.079	0.090	0.093	0.091
2500	0.003	0.008	0.014	0.023	0.038	0.056	0.070	0.080	0.085	0.086

ตารางที่ 6.4(ง) ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักของรถยนต์คันที่ 2 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.001	0.005	0.009	0.018	0.037	0.060	0.069	0.063	0.055	0.050
1000	0.001	0.005	0.009	0.017	0.034	0.056	0.063	0.058	0.052	0.048
1500	0.001	0.005	0.009	0.017	0.032	0.052	0.058	0.055	0.050	0.047
2000	0.001	0.005	0.009	0.016	0.030	0.048	0.054	0.052	0.048	0.045
2500	0.001	0.005	0.009	0.016	0.029	0.046	0.051	0.050	0.047	0.044

ตารางที่ 6.4(จ) ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.003	0.010	0.019	0.037	0.068	0.117	0.161	0.160	0.141	0.125
1000	0.003	0.010	0.019	0.034	0.060	0.095	0.129	0.139	0.131	0.120
1500	0.003	0.009	0.018	0.032	0.053	0.082	0.108	0.123	0.122	0.116
2000	0.003	0.009	0.017	0.030	0.048	0.073	0.094	0.109	0.113	0.111
2500	0.003	0.009	0.017	0.028	0.044	0.066	0.084	0.098	0.105	0.105

ตารางที่ 6.4(ข) ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	0.002	0.006	0.011	0.021	0.043	0.072	0.082	0.074	0.065	0.058
1000	0.002	0.006	0.011	0.020	0.040	0.066	0.074	0.069	0.062	0.056
1500	0.002	0.006	0.011	0.020	0.038	0.061	0.069	0.065	0.060	0.055
2000	0.002	0.006	0.011	0.019	0.036	0.057	0.065	0.062	0.058	0.053
2500	0.002	0.006	0.010	0.018	0.033	0.054	0.061	0.060	0.056	0.052

จากตารางที่ ๘ ในภาคผนวกแสดงค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความเร่งของรถยนต์ ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงพบว่า ค่าตัวประกอบสูงสุดโดยส่วนใหญ่มีค่าเกินกว่า 9 ทั้งในกรณีที่ดีและไม่ติดมวลหน่วงปรับค่า ซึ่งแสดงถึงผลต่างระหว่างค่าสูงสุดและค่าเฉลี่ยของสัญญาณมีความแตกต่างกันมาก ทำให้สัญญาณมีลักษณะไม่คงที่หรือมีการกระโดดของสัญญาณ ดังนั้นเพื่อให้เกิดความแม่นยำในการประเมินจึงควรเลือกใช้วิธี The fourth power vibration dose method ซึ่งเป็นวิธีเพิ่มเติมสำหรับการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย และจะใช้ค่าความเร่งสูงสุดโดยไม่ผ่านการปรับกรองสัญญาณในการประเมินผลกระทบต่อความรู้สึกสะอึกสะอื้น

ตารางที่ 6.5(ก) อัตราส่วน [Acc. w/o TMD]/[Acc. w/TMD] ของรถยนต์คันที่ 1 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	1.31	1.07	1.06	1.29	1.19	1.21	1.55	1.38	1.00	1.00
1000	1.31	1.06	1.06	1.28	1.19	1.17	1.39	1.16	1.00	1.00
1500	1.30	1.06	1.06	1.28	1.17	1.17	1.27	1.04	1.00	1.00
2000	1.29	1.06	1.06	1.27	1.12	1.18	1.21	1.00	1.00	1.00
2500	1.29	1.06	1.05	1.26	1.08	1.20	1.13	1.00	1.00	1.00

ตารางที่ 6.5(ข) อัตราส่วน [Acc. w/o TMD]/[Acc. w/TMD] ของรถยนต์คันที่ 2 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	1.59	1.23	1.39	1.44	1.24	1.28	1.83	2.23	2.18	1.74
1000	1.57	1.21	1.34	1.36	1.15	1.20	1.57	1.96	2.12	1.76
1500	1.56	1.18	1.29	1.36	1.17	1.16	1.43	1.76	1.93	1.59
2000	1.55	1.16	1.25	1.35	1.18	1.13	1.27	1.62	1.75	1.52
2500	1.54	1.14	1.21	1.34	1.15	1.13	1.22	1.45	1.62	1.44

ตารางที่ 6.5(ค) อัตราส่วน [Acc. w/o TMD]/[Acc. w/TMD] ของรถยนต์คันที่ 3 ก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	1.55	1.45	1.42	1.47	1.18	1.26	1.86	2.23	2.25	2.23
1000	1.54	1.42	1.37	1.37	1.12	1.15	1.60	1.94	2.18	2.31
1500	1.53	1.39	1.31	1.29	1.14	1.13	1.43	1.74	2.00	2.10
2000	1.51	1.37	1.27	1.22	1.14	1.12	1.25	1.59	1.83	1.96
2500	1.50	1.34	1.23	1.20	1.13	1.12	1.14	1.47	1.70	1.81

จากตารางที่ 6.5 พบว่ามวลหน่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพในการลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ได้ดีในกรณีที่รถยนต์จอดติดใกล้บริเวณกึ่งกลางช่วงของสะพาน โดยเฉพาะรถยนต์ที่มีมวลน้อยและความถี่ช่วงล่างเข้าใกล้หรือสูงกว่าความถี่ธรรมชาติของสะพาน ซึ่งจากผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขมวลหน่วงปรับค่าสามารถลดค่าความเร่งสูงสุดของรถยนต์ที่จอดติดบริเวณกึ่งกลางสะพานได้กว่า 1.5-2.3 เท่าของกรณีก่อนติดมวลหน่วง อย่างไรก็ตามความถี่ช่วงล่างของรถยนต์โดยทั่วไปจะมีค่าอยู่ระหว่าง 1.0 ถึง 2.5 Hz (ธนวรรธน์ ไสภณมหาผล, 2010) ซึ่งในช่วงความถี่ดังกล่าวนี้มวลหน่วงปรับค่าสามารถลดค่าความเร่งสูงสุดของรถยนต์ลงได้เพียง 1.1-1.5 เท่าของกรณีก่อนติดมวลหน่วง

นอกจากนี้ หากอาศัยข้อมูลจากตารางที่ 6.2 จะพบว่าการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างโดยทั่วไปจะมีค่าเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมากอยู่ระหว่าง 70-100 % เมื่อความถี่ช่วงล่างของรถยนต์สูงขึ้นเพียง 0.5 Hz แต่การสั่นสะเทือนของรถยนต์จะลดลงเพียงเล็กน้อยประมาณร้อยละ 1 ถึง 8 เพียงเท่านั้นเมื่อรถยนต์มีมวลเพิ่มขึ้น 500 kg เพราะฉะนั้นความถี่ช่วงล่างของรถยนต์จึงมีอิทธิพลอย่างยิ่งต่อระดับความรุนแรงของการสั่นสะเทือนซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องในบทที่ 5

#### 6.4.2.1 ผลการประเมินผลกระทบต่อการรับรู้ได้



ค่าพารามิเตอร์หลักที่ใช้ประเมินผลกระทบต่อการรับรู้ได้ถึงถึงการสั่นสะเทือนของรถยนต์คือค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์หลังผ่านการถ่วงน้ำหนักด้วยค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนัก,  $W_k$  (ดูรูปที่ 4.2 และตารางที่ 4.3) โดยผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของค่าความเร่งสูงสุดได้แสดงไว้ตามตารางที่ 6.3 ทั้งนี้ค่าที่ได้จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับค่าความเร่งตามเกณฑ์มาตรฐานของ ISO 2631-1 ที่ระบุไว้เท่ากับ  $0.015 \text{ m/s}^2$  ซึ่งเป็นขนาดของการสั่นสะเทือนที่บุคคลทั่วไปสามารถรับรู้ได้

ผลการวิเคราะห์ทั้งกรณีก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าจากตารางที่ 6.3 สำหรับรถยนต์คันที่ 1 2 และ 3 นั้นพบว่า ค่าความเร่งสูงสุดหลังผ่านการถ่วงน้ำหนักของรถยนต์มีค่าสูงกว่าค่าความเร่งตามเกณฑ์มาตรฐาน ( $0.015 \text{ m/s}^2$ ) ทั้งในตำแหน่งต่างๆ ของรถยนต์บนสะพานที่พิจารณา และคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของรถยนต์แบบต่างๆ ดังนั้นการเคลื่อนที่ผ่านของยวดยานในฝั่งตรงข้ามส่งผลให้ผู้โดยสารรับรู้ได้ถึงถึงการสั่นสะเทือนของรถยนต์ อีกทั้งแม้ว่ามวลหน่วงปรับค่าจะช่วยลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ลงได้แต่ผู้โดยสารยังคงรับรู้ได้ถึงถึงการสั่นสะเทือนของรถยนต์เช่นกัน อย่างไรก็ตามในกรณีของรถยนต์คันที่ 1 ซึ่งอยู่ใกล้กับฐานรองโดยมีความถี่ช่วงล่าง 0.5 Hz

ผู้โดยสารจะไม่สามารถรับรู้ได้ถึงการสั่นสะเทือนของตัวรถเนื่องจากว่า ณ ตำแหน่งนี้เกิดการสั่นสะเทือนขึ้นน้อยกว่าตำแหน่งที่อยู่ใกล้บริเวณกึ่งกลางสะพาน เพราะสะพานสั้นตัวในรูปแบบโหมดการสั่นที่ 1 อีกทั้งความถี่ของรถยนต์มีความแตกต่างจากความถี่ธรรมชาติของสะพานมากถึง 7 เท่า

#### 6.4.2.2 ผลการประเมินผลกระทบต่อความรู้สึกสะดวกสบาย

ดังที่กล่าวไว้ข้างต้นเนื่องจากค่าตัวประกอบสูงสุดโดยส่วนใหญ่มีค่าเกินกว่า 9 ทั้งในกรณีที่ดีและไม่ดีตามวงรอบปรับค่า (ตารางที่ ๘) ดังนั้นจึงควรใช้ค่าความเร่งสูงสุดโดยไม่ผ่านการถ่วงน้ำหนักในการประเมินผลกระทบต่อความรู้สึกสะดวกสบายแทนการใช้ค่าความเร่งรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองแบบถ่วงน้ำหนักซึ่งเป็นการประเมินด้วยวิธีพื้นฐานโดยอาจส่งผลให้ผลการประเมินที่ได้ขาดความแม่นยำ ทั้งนี้ค่าความเร่งสูงสุดก่อนผ่านการถ่วงน้ำหนักได้แสดงไว้ในตารางที่ 6.2 และผลการประเมินสามารถจำแนกได้เป็นแถบสีต่างๆ ดังต่อไปนี้ (อ้างอิงจากเกณฑ์ประเมินผลกระทบตามตารางที่ 4.4)

	not uncomfortable
	a little uncomfortable
	fairly uncomfortable
	uncomfortable
	very uncomfortable
	extremely uncomfortable

ผลการวิเคราะห์ชี้ให้เห็นว่ารถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างไม่เกิน 1.5 Hz การสั่นสะเทือนของรถยนต์ไม่ทำให้เกิดความรู้สึกไม่สะดวกสบายต่อผู้โดยสาร อย่างไรก็ตามความรู้สึกไม่สะดวกสบายมีแนวโน้มเกิดมากขึ้นทั้งในกรณีที่รถยนต์จอดติดใกล้ๆ บริเวณกึ่งกลางสะพาน รถยนต์มีมวลน้อยและความถี่ช่วงล่างสูง โดยเฉพาะอย่างยิ่งรถยนต์ที่มีความถี่เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพาน

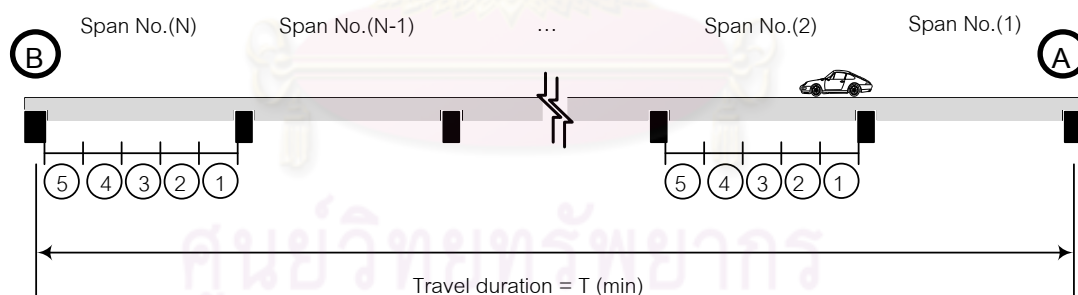
โดยภาพรวมแล้วภายหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าสามารถช่วยลดระดับผลกระทบต่อความรู้สึกไม่สะดวกสบายลงได้หนึ่งระดับ (ดูจากแถบสี) ในกรณีที่รถยนต์มีความถี่ช่วงล่างตั้งแต่ 2.0 Hz ขึ้นไป แต่ผู้โดยสารรถยนต์ยังคงรู้สึกได้ถึงความรู้สึกไม่สะดวกสบายขณะใช้บริการสะพาน



### 6.4.2.3 ผลการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัย

จากผลการประเมินผลกระทบต่อความรู้สึกสะดวกสบายในหัวข้อที่ 6.4.2.3 นั้นไม่ได้คำนึงถึงระยะเวลาที่อยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือน อย่างไรก็ตาม หากผู้ใช้โดยสารรถยนต์ประสบกับปัญหาสภาพการจราจรที่ติดขัดบนสะพานเป็นระยะเวลานานๆ การสั่นสะเทือนของรถยนต์อาจส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของผู้ใช้โดยสารได้ ทั้งนี้ในการประเมินสำหรับหัวข้อนี้จะใช้วิธี The fourth power vibration dose method เนื่องจากค่าตัวประกอบสูงสุดมีค่ามากกว่า 9 โดยส่วนใหญ่ตามตารางที่ ผ8

ก่อนที่จะเข้าไปสู่กระบวนการวิเคราะห์นั้นจำเป็นต้องทำการปรับสมการ (4.7) เพื่อหาค่า Vibration dose value (VDV) ให้สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริง เนื่องจากในการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่ผ่านมาทั้งหมดนั้นจำกัดอยู่ในช่วงเวลาเฉพาะ 10 นาทีที่ถูกเลือกมาใช้เพื่อเป็นตัวแทนเท่านั้น ซึ่งในสถานการณ์จริงระยะเวลาในการเคลื่อนที่ผ่านตลอดทั้งตัวสะพาน (สะพานมีหลายช่วง) ของรถยนต์มีโอกาสที่จะใช้เวลานานมากกว่า 10 นาที เพราะรถยนต์อาจมีการหยุดนิ่งสลับไปกับการเคลื่อนที่อย่างช้าๆ ในบางช่วงของสะพานดังแสดงในรูปที่ 6.14 เพราะฉะนั้นจึงต้องพิจารณาการเปลี่ยนตำแหน่งของรถยนต์ด้วยการประเมินผลกระทบ



รูปที่ 6.14 รูปตัดตามแนวยาวของสะพานและตำแหน่งของรถยนต์ในแต่ละช่วงของสะพาน

ต่อไปจะทำการปรับค่า VDV ในสมการ (4.7) ซึ่งเป็นสมการที่มีความต่อเนื่องของช่วงเวลาไปเป็นสมการที่แบ่งเวลาออกเป็นช่วงๆ คือ

$$VDV = \left[ \sum_{t=1}^{t_n} a_w^4(t) \Delta T \right]^{\frac{1}{4}} \quad (6.1)$$

เมื่อ

$a_w(t)$  คือ ความเร่งถ่วงน้ำหนัก (Weighted acceleration) มีหน่วยเป็น  $m/s^2$

$t_n$  คือ ระยะเวลาทั้งหมดที่อยู่ภายใต้การสั่นสะเทือนมีหน่วยเป็นวินาที (s)

$\Delta T$  คือ ช่วงคาบของการสั่นสะเทือนระหว่างจุดของเวลาใดๆ (Sampling period)  
มีหน่วยเป็นวินาที (s)

เนื่องจากการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นหลายช่วงเวลา ดังนั้นในการหาค่า  $VDV$  ตลอดระยะเวลา 10 นาทีของรถยนต์ตำแหน่งที่  $j$  เพื่อความสะดวกและไม่ยุ่งยากในการสร้างสมการที่ใช้หาค่า  $a_{wj}$  จะสมมติให้ค่า  $VDV$  มีค่าคงที่ทุกๆ 1 นาทีของสัญญาณโดยประยุกต์ใช้สมการ (4.8) สามารถเขียนใหม่ได้ คือ

$$VDV_{10\min}^{(j)} = \left[ \sum_{r=1}^{10} [VDV_{1\min}^{(j)}]^4 \right]^{\frac{1}{4}} \quad (6.2)$$

หรือ

$$VDV_{10\min}^{(j)} = \left[ \frac{10}{F_s} \left[ \sum_{t_i=1}^{t_n} a_{w,eq}^4(t_i) \right] \right]^{\frac{1}{4}} \quad (6.3)$$

เมื่อ

$a_{w,eq}(t)$  คือ ความเร่งถ่วงน้ำหนัก (Weighted acceleration) ต่อหนึ่งนาทีเทียบเท่าที่ตำแหน่ง  $j$  มีหน่วยเป็น  $m/s^2$

$t_i$  คือ เวลาเริ่มต้นที่รถยนต์เคลื่อนที่ผ่านสะพานมีหน่วยเป็นวินาที (s)

$t_n$  คือ เวลาสิ้นสุดที่รถยนต์เคลื่อนที่ผ่านสะพานมีหน่วยเป็นวินาที (s)

เมื่อแทนสมการ (6.1) จะสามารถหาผลรวมกำลังสี่ของค่าความเร่งถ่วงน้ำหนักต่อหนึ่งนาทีเทียบเท่าที่ตำแหน่ง  $j$  ใดๆ คือ

$$\sum_{t_i=1}^{t_n} a_{w,eq}^4(t_i) = \left[ \frac{1}{10} \left[ \sum_{t_i=1}^{t_n} a_w^4(t_i) \right] \right]^{\frac{1}{4}} \quad (6.4)$$

หากพิจารณาการเปลี่ยนตำแหน่งของรถยนต์จากการเคลื่อนที่อย่างซ้ำๆ สลับกันกับการหยุดนิ่งจะสามารถเขียนความสัมพันธ์ของค่า  $VDV$  ได้ใหม่ คือ

$$VDV = \left[ \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^5 \sum_{t_i=1}^{t_n} \left[ \left[ a_{w,eq}^4(t_i) \cdot \frac{1}{F_s} \right]_j \Delta T_j \right]_i \right]^{\frac{1}{4}} \quad (6.5)$$

เมื่อ

$a_w(t_i)$  คือ ความเร่งถ่วงน้ำหนัก (Weighted acceleration) ต่อหนึ่งนาที่ที่ตำแหน่ง  $j$  มีหน่วยเป็น  $m/s^2$

$N_s$  คือ จำนวนช่วงทั้งหมดของสะพาน

$\Delta T_j$  คือ ช่วงระยะเวลาในการเปลี่ยนตำแหน่งของรถยนต์ในแต่ละช่วงความยาวของสะพานมีค่าเท่ากับ  $T/5N_s$

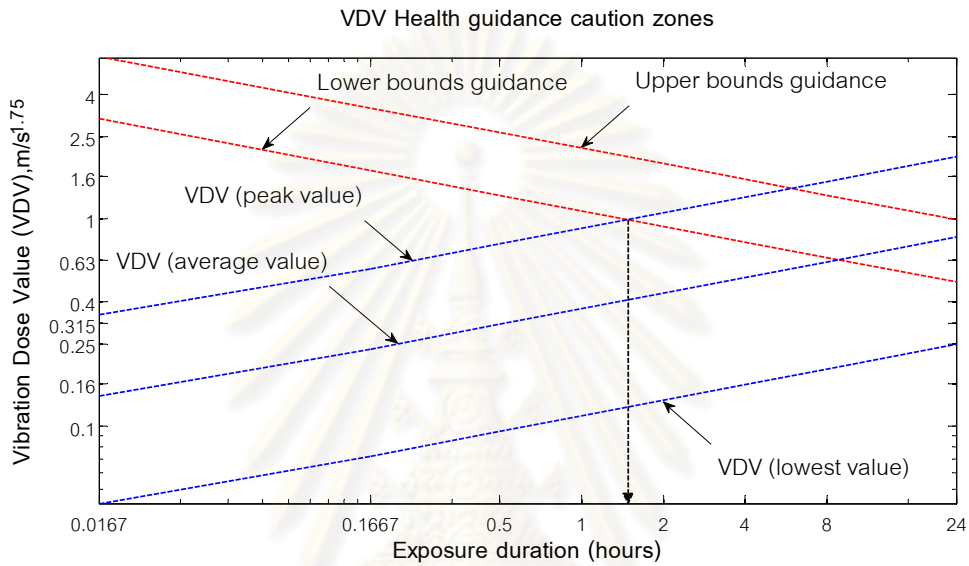
จากการที่พิจารณาให้ค่า  $VDV$  ของการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับรถยนต์ในแต่ละช่วงสะพานมีค่าเท่ากันเมื่อเทียบกับแต่ละตำแหน่งของรถยนต์บนแต่ละช่วงสะพาน เพราะฉะนั้นสามารถเขียนความสัมพันธ์ในสมการ (6.5) ได้ใหม่ คือ

$$VDV = \left[ N_s \cdot \sum_{j=1}^5 \sum_{t_i=1}^{t_n} \left[ \left[ a_{w,eq}^4(t_i) \cdot \frac{1}{F_s} \right]_j \frac{T}{5N_s} \right] \right]^{\frac{1}{4}} \quad (6.6)$$

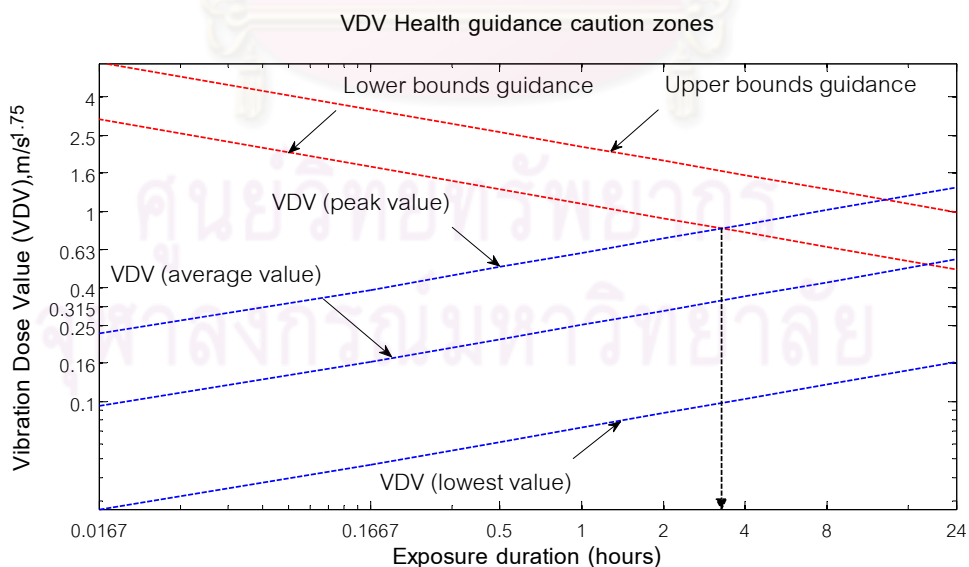
หรือ

$$VDV = \left[ \frac{T}{5F_s} \cdot \sum_{j=1}^5 \sum_{t_i=1}^{t_n} \left[ \left[ a_{w,eq}^4(t_i) \right]_j \right] \right]^{\frac{1}{4}} \quad (6.7)$$

ดังนั้นจะสามารถหาค่า  $VDV$  ของการสั่นสะเทือนทั้งหมดตลอดการเคลื่อนที่ของรถยนต์ไปตามตำแหน่ง  $j$  ใดๆ บนสะพานในช่วงเวลา  $T$  นาทีตามความสัมพันธ์ในสมการ (6.7) ซึ่งผลการวิเคราะห์สามารถนำมาสร้างกราฟการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยจากการสั่นสะเทือนตามเกณฑ์มาตรฐาน ISO 2631-1 ได้ตามรูปที่ 6.15



(ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า



(ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

รูปที่ 6.15 กราฟการประเมินผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยจากการสั่นสะเทือนตามเกณฑ์มาตรฐาน ISO 2631-1 (ก) ก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า และ (ข) หลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

ในการประเมินหัวข้อนี้ คุณสมบัติด้านพลศาสตร์ของรถยนต์ที่ใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประเมินคือ รถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างตั้งแต่ 1.0-2.5 Hz และมวลของรถยนต์อยู่ระหว่าง 500 ถึง 2500 kg โดยจากรูปที่ 6.15 พบว่าทั้งกรณีก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า แนวโน้มของค่า  $VDV$  ของรถยนต์จะเพิ่มสูงขึ้นเรื่อยๆ หากรถยนต์จอดติดอยู่บนสะพานเป็นระยะเวลายาวนานมากขึ้นเนื่องจากเกิดการสั่นสะเทือนสะสม ซึ่งแสดงถึงระดับความรุนแรงที่ส่งผลต่อความรู้สึกของผู้ใช้โดยสารมีแนวโน้มสูงขึ้นเมื่ออยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนที่ยาวนาน ในทางกลับกันความสามารถอดทนได้ของมนุษย์ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนจะลดลงเรื่อยๆ เมื่อเวลาผ่านไปจึงทำให้เกณฑ์ในการประเมินจะต้องถูกควบคุมให้มีระดับที่ต่ำลง

ผลการประเมินก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าตามรูปที่ 6.15(ก) พบว่าการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานในทิศทางการจราจรที่หนาแน่นจะส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของผู้ใช้โดยสาร เมื่อรถยนต์ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ผ่านสะพานนานประมาณ 1 ชั่วโมง 34 นาที (ค่า  $VDV = 0.986 \text{ m/s}^{1.75}$ ) และภายหลังจากติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าใต้ท้องสะพานบริเวณกึ่งกลางช่วงทำให้ระยะเวลาที่จะส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยยาวนานมากขึ้นประมาณ 3 ชั่วโมง 26 นาที (ค่า  $VDV = 0.836 \text{ m/s}^{1.75}$ ) ดังแสดงในรูปที่ 6.15(ข) โดยมวลหน่วงปรับค่าสามารถช่วยยืดระยะเวลาได้ประมาณ 1 ชั่วโมง 52 นาที หรือคิดเป็นร้อยละ 119 (ค่า  $VDV$  ลดลง 15.2%) เมื่อเทียบกับกรณีก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ซึ่งจะเห็นว่ามวลหน่วงปรับค่ามีประสิทธิภาพในการลดความเสี่ยงของผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของผู้ใช้โดยสารรถยนต์ได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามในสถานการณ์จริงการที่รถยนต์จะเคลื่อนที่ผ่านสะพานข้ามแยกไปได้ภายใต้สภาวะการจราจรที่หนาแน่นโดยใช้เวลายาวนานมากกว่า 1 ชั่วโมงนั้นมีโอกาสเป็นไปได้น้อยมาก แต่สำหรับกรณีที่สะพานยกระดับมีหลายช่วงหลายๆ ก็อาจเป็นไปได้ที่รถยนต์จะใช้เวลาเคลื่อนที่ผ่านตลอดทั้งตัวสะพานยาวนานมากกว่า 1 ชั่วโมงภายใต้การจราจรที่ติดขัด

#### 6.4.2.4 ผลการประเมินผลกระทบต่อความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว

ความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหวมักจะเกิดขึ้นในกรณีที่มีการสั่นสะเทือนเป็นไปอย่างซ้ำๆ เช่น การโยกโคลงของเรือ ซึ่งความถี่ของการสั่นสะเทือนมักจะเป็นความถี่ต่ำอยู่ระหว่าง 0.1 ถึง 0.5 Hz ตามที่ระบุไว้ในมาตรฐาน ทั้งนี้ในการประเมินผลจะใช้ค่าพารามิเตอร์ความถี่ถ่วงน้ำหนักหลัก,  $W_f$  เป็นตัวปรับกรองความแรงของสัญญาณเพื่อหาค่าความแรงถ่วงน้ำหนัก ซึ่งเมื่อพิจารณา ค่า  $W_f$  ตามตารางที่ 3 ในมาตรฐาน ISO 2631-1 ที่ความถี่สูงกว่า 0.5 Hz จะมีค่าต่ำกว่า 0.244 และเข้าใกล้ศูนย์เมื่อความถี่มีค่าเท่ากับ 4 Hz เพราะฉะนั้นรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างสูงกว่า 0.5

Hz โอกาสที่ผู้ใช้โดยสารจะเกิดภาวะความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหวจึงเกิดขึ้นน้อยมาก โดยจากงานวิจัยของธนวรรณ โสภณมหาผล (2010) ได้แสดงให้เห็นว่าการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่าง 0.5 Hz ซึ่งจอดติดอยู่บนสะพานไกล้ๆ บริเวณตำแหน่งฐานรองก่อนที่จะติดตั้งมวลหน่วงปรับค่ามีแนวโน้มที่จะก่อให้เกิดภาวะความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหวต่ำมาก ซึ่งหากมีผู้โดยสาร 1000 คนอยู่ภายในห้องโดยสารรถยนต์จะมีผู้โดยสารน้อยกว่า 4 คนที่จะได้รับผลกระทบของภาวะความเจ็บป่วยจากการเคลื่อนไหว ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงไม่ได้ทำการประเมินประสิทธิภาพของมวลหน่วงปรับค่าในการลดผลกระทบดังกล่าว



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## บทที่ 7

### อภิปรายและสรุปผลของงานวิจัย

สืบเนื่องมาจากความสามารถในการให้บริการของสะพานข้ามแยกซึ่งเป็นสะพานหลักที่เปิดใช้มานานมากนั้น มักมีปัญหาในเรื่องการสั่นไหวของตัวโครงสร้างสะพาน ซึ่งทำให้รถยนต์ที่จอดติดอยู่บนสะพานเกิดการสั่นสะเทือนขึ้นภายใต้การเคลื่อนที่ผ่านของยานยนต์ในทิศทาง การจราจรฝั่งตรงข้าม จนอาจส่งผลกระทบต่อความรู้สึกรับรู้ได้ถึงการสั่นสะเทือนของผู้โดยสารว่ามีความสะดวกสบายมากน้อยเพียงใด หรือแม้กระทั่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยใน ขณะที่กำลังใช้บริการอยู่บนสะพานดังกล่าว ด้วยเหตุนี้จึงนำไปสู่การทำวิจัยเพื่อที่จะปรับปรุง คุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของสะพานให้ดีขึ้น จนทำให้การสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดอยู่บน สะพานนั้นลดลง และนำไปสู่การลดผลกระทบต่อความรู้สึกรับรู้ได้ ความสะดวกสบายและสุขภาพ อนามัยของผู้โดยสารด้วยการนำมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดี่ยวดัดตั้งเข้าไปที่บริเวณตำแหน่งกึ่งกลาง ใต้ท้องสะพาน ซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยเพิ่มความหน่วงให้กับสะพานเพราะมีความสะดวกและ รวดเร็ว อีกทั้งสะพานยังคงสามารถเปิดให้บริการได้ตามปกติระหว่างการติดตั้ง

ในการศึกษานี้ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สองมิติขึ้นเพื่อใช้วิเคราะห์ ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของระบบปฏิสัมพันธ์สะพาน-รถยนต์ ทั้งก่อนและหลังติดตั้งมวล หน่วงปรับค่าซึ่งได้เลือกใช้ค่าอัตราส่วนมวล 8% ของมวลเชิงโหมด (หรือ 4% ของมวลสะพาน) โดยผลตอบสนองการสั่นสะเทือนที่ได้จะมุ่งเน้นไปที่ตัวรถยนต์โดยเฉพาะ ทั้งนี้ได้ทำการศึกษา พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ภายใต้สภาวะการกระตุ้นแบบฮาร์โมนิคและการกระตุ้นจากสภาพ การจราจรที่ฐานรองรับทั้งสองข้างของสะพาน โดยได้พิจารณาถึงผลจากความยาวช่วงของ สะพานและคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของรถยนต์ในแบบต่างๆ เพื่อให้ผลการศึกษาคอบคลุมที่สุด อีกทั้งยังได้ทำการประเมินผลการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่อาจส่งผลกระทบต่อความรู้สึก สะดวกสบายและสุขภาพอนามัยของผู้ใช้โดยสารตามมาตรฐาน ISO 2631-1 ด้วย

ในการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิคนั้น ชี้ให้เห็นว่าก่อน ติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า การสั่นสะเทือนของรถยนต์ในโดเมนของความถี่จะมีความรุนแรงอยู่สอง ย่านความถี่คือ บริเวณความถี่การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของรถยนต์ และบริเวณความถี่ การกระตุ้นเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของสะพานซึ่งบริเวณนี้จะมีความรุนแรงของการสั่นสะเทือน มากกว่า เพราะเกิดการกำทอนระหว่างโครงสร้างสะพานกับการกระตุ้นของฐานรองรับ โดยที่ ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบริเวณกึ่งกลางสะพานจะสูงกว่าคันอื่น เพราะ เป็นตำแหน่งที่สะพานสั่นตัวมากกว่า ส่วนผลของความถี่ธรรมชาติของรถยนต์ที่เพิ่มขึ้นและช่วง ความยาวสะพานที่สั้นลง จะทำให้การสั่นสะเทือนของตัวรถในรูปของค่าความเร่งมีแนวโน้มเพิ่ม

สูงขึ้นเพราะความถี่ในการสั่นไหวเพิ่มสูงขึ้น ผลของการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่านั้นพบว่าสามารถช่วยลดการสั่นสะเทือนของตัวรถได้ทั้งสะพานช่วงสั้นและช่วงยาวที่พิจารณา รวมถึงคุณสมบัติเชิงพลศาสตร์ของรถยนต์แบบต่างๆ แต่การทำงานของมวลหน่วงปรับค่าอย่างมีประสิทธิภาพนั้นจะจำกัดเฉพาะย่านความถี่บริเวณที่ทำการปรับค่า ซึ่งใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติของสะพานเท่านั้น โดยจากตัวอย่างการคำนวณพบว่าสามารถลดค่าความเร่งของรถยนต์คันกลางที่จอดติดอยู่ได้ถึงกว่า 60 % ทั้งนี้จะไม่สามารถลดการสั่นสะเทือนในย่านความถี่ค่าอื่นได้ ซึ่งรวมถึงย่านความถี่เข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติของรถยนต์ด้วย โดยหากความถี่ดังกล่าวมีค่าไม่ใกล้เคียงกับความถี่ตามธรรมชาติของสะพาน นอกจากนี้ยังได้พิจารณาถึงผลของการเบี่ยงเบนค่าพารามิเตอร์ของมวลหน่วงปรับค่า (Detuning) โดยที่อิทธิพลการเกิด Detuning ของค่าอัตราส่วนปรับจูนความถี่ ( $\alpha$ ) จะส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความเร่งสูงสุดของรถยนต์มากกว่าการเกิด Detuning ของค่าอัตราส่วนความหน่วงของมวลหน่วงปรับค่า ( $\zeta_d$ ) ทั้งนี้กรณีที่ค่าความถี่ช่วงล่างรถน้อยกว่าความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_c < f_b$ ) มวลหน่วงปรับค่าจะมีคุณสมบัติ Robustness มากที่สุด ส่วนกรณีการเปลี่ยนแปลงมวลของรถยนต์ พบว่าเมื่อมวลของรถยนต์เพิ่มขึ้น ค่าความเร่งสูงสุดมีแนวโน้มลดลง แต่มวลของรถยนต์มีแนวโน้มจะส่งผลกระทบต่อผลลดหากค่าความถี่ช่วงล่างรถน้อยกว่าความถี่ธรรมชาติของสะพาน ( $f_c < f_b$ )

สำหรับกรณีการศึกษาพฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงในโดเมนของความถี่ ผลปรากฏเป็นไปในทำนองเดียวกันกับกรณีที่ใช้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก ส่วนกรณีผลตอบสนองของการสั่นสะเทือนของรถยนต์ในโดเมนของเวลานั้น มวลหน่วงปรับค่าจะมีประสิทธิภาพต่ำในช่วงการสั่นสะเทือนในช่วงที่ยวดยานขนาดใหญ่ในการจราจรฝั่งตรงข้ามเคลื่อนที่ผ่านคานขวาง เนื่องจากการสั่นสะเทือนเกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นๆ และไม่มีเวลามากพอที่จะกระตุ้นให้มวลหน่วงปรับค่าทำงานหรือเกิดการตอบสนอง อย่างไรก็ตามเมื่อไม่มียวดยานขนาดใหญ่เคลื่อนที่ผ่านคานขวางในการจราจรฝั่งตรงข้าม การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจะเป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดจากยวดยานขนาดเล็กที่เคลื่อนที่ผ่านคานขวางในการจราจรฝั่งตรงข้าม โดยการสั่นสะเทือนในช่วงนี้มวลหน่วงปรับค่าจะสามารถช่วยลดการสั่นสะเทือนลงได้เป็นอย่างมาก นอกจากนี้ยังพบอีกว่ามวลหน่วงปรับค่าควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างต่ำ ( $f_c < f_b$ ) ได้ไม่ดีเท่ากับกรณีที่รถยนต์มีความถี่ช่วงล่างสูง ( $f_c \geq f_b$ ) เนื่องจากการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างต่ำมีความรุนแรงน้อยกว่า นอกเหนือจากนี้ มวลหน่วงปรับค่าที่เลือกใช้ค่าอัตราส่วนมวลเท่ากับ 0.08 มีคุณสมบัติ Robustness ที่ดีซึ่งทำให้ค่าความเร่งสัมบูรณ์สูงสุดของรถยนต์มีความแตกต่างจากกรณีที่ใช้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมมากที่สุดไม่เกิน 1.5 %

แม้ว่าจะเกิด Detuning ของค่า  $\alpha$  เบี่ยงเบนไป  $\pm 5\%$  และเกิด Detuning ของค่า  $\zeta_d$  เบี่ยงเบนไป  $\pm 15\%$  ก็ตาม

ในสถานการณ์ประเมินการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่ส่งผลกระทบต่อร่างกายมนุษย์ตามมาตรฐาน ISO 2631-1 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริง จากผลการวิเคราะห์ชี้ให้เห็นว่าผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์ก่อนทำการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่านั้น รถยนต์ที่มีมวลน้อยลงและ/หรือความถี่สูงขึ้น ความรุนแรงของการสั่นสะเทือนจะมีแนวโน้มที่สูงขึ้น ทั้งนี้หากพิจารณารถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างโดยทั่วไปซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 1.0-2.5 Hz การสั่นสะเทือนของรถยนต์จะมีค่าเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมากอยู่ระหว่าง 70-100% เมื่อความถี่ช่วงล่างของรถยนต์สูงขึ้นเพียง 0.5 Hz แต่การสั่นสะเทือนของรถยนต์จะลดลงเพียงเล็กน้อยประมาณ 1-8% เพียงเท่านั้น เมื่อรถยนต์มีมวลเพิ่มขึ้น 500 kg เพราะฉะนั้นความถี่ช่วงล่างของรถยนต์จึงมีอิทธิพลอย่างยิ่งต่อระดับความรุนแรงของการสั่นสะเทือน และภายหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าจะสามารถช่วยลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ลงได้ โดยเฉพาะในกรณีที่รถยนต์มีมวลน้อยและความถี่ช่วงล่างเข้าใกล้หรือสูงกว่าความถี่ธรรมชาติของสะพาน มวลหน่วงปรับค่าจะสามารถลดค่าความเร่งสูงสุดของรถยนต์ที่จอดติดบริเวณกึ่งกลางสะพานได้มากกว่าร้อยละ 40 อย่างไรก็ตามในกรณีของรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างโดยทั่วไป (1.0-2.5 Hz) ค่าความเร่งสูงสุดของรถยนต์จะลดลงเพียงแค่ 10-35% เท่านั้น

ผลตอบสนองการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่วิเคราะห์ได้นั้น ได้ถูกนำไปประเมินผลกระทบที่อาจเกิดขึ้นต่อผู้โดยสารตามมาตรฐาน ISO 2631-1 ซึ่งการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่มีความถี่ช่วงล่างโดยทั่วไปอันเป็นสาเหตุมาจากการเคลื่อนที่ผ่านของยวดยานในฝั่งตรงข้ามทั้งในกรณีก่อนและหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า สามารถส่งผลให้ผู้โดยสารรับรู้ได้ถึงการสั่นสะเทือนดังกล่าว เนื่องจากค่าความเร่งสูงสุดหลังผ่านการถ่วงน้ำหนักของรถยนต์ที่วิเคราะห์ได้นั้นมีค่าสูงกว่าค่าความเร่งตามเกณฑ์มาตรฐานขั้นต่ำที่มนุษย์สามารถรับรู้ได้ซึ่งระบุไว้เท่ากับ  $0.015 \text{ m/s}^2$  ทั้งนี้การสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่ผู้โดยสารสามารถรับรู้ได้ในกรณีก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า จะทำให้เกิดความรู้สึกไม่สะดวกสบายเล็กน้อยจนรู้สึกได้อย่างชัดเจน หากรถยนต์มีความถี่ช่วงล่างอยู่ระหว่าง 2.0-2.5 Hz สำหรับในกรณีที่รถยนต์มีความถี่ช่วงล่างต่ำกว่านี้ผู้โดยสารจะไม่รู้สึกถึงความไม่สะดวกสบาย ผลของการติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าพบว่าสามารถช่วยลดระดับผลกระทบต่อความรู้สึกไม่สะดวกสบายลงได้อย่างมีนัยสำคัญโดยสามารถลดผลกระทบได้หนึ่งระดับในกรณีที่รถยนต์มีความถี่ช่วงล่าง 2.0-2.5 Hz แต่ผู้ใช้โดยสารรถยนต์ยังคงรู้สึกได้ถึงความไม่สะดวกสบายขณะใช้บริการสะพาน อย่างไรก็ตามในการประเมินผลกระทบต่อความรู้สึกสะดวกสบายไม่ได้คำนึงถึง

ระยะเวลาที่อยู่ภายใต้การสั่นสะเทือน ซึ่งหากผู้โดยสารอยู่ภายใต้การสั่นสะเทือนเป็นระยะเวลา นานๆ แล้ว อาจส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยได้ ดังนั้นจึงได้มีการตรวจสอบผลกระทบ ดังกล่าว โดยจากผลการประเมินพบว่าหากรถยนต์ใช้เวลาในการเคลื่อนที่ผ่านสะพานที่ไม่ติดมวล หน่วงปรับค่านานเกินกว่า 1 ชั่วโมง 34 นาที จะส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของผู้โดยสาร แต่ ภายหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่าที่บริเวณกึ่งกลางช่วงใต้ท้องสะพานจะสามารถช่วยยืดระยะเวลา การอยู่ภายใต้สภาวะการสั่นสะเทือนภายในรถยนต์ที่ส่งผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยของผู้ใช้ โดยสามารถออกไปได้ประมาณ 1 ชั่วโมง 52 นาที หรือคิดเป็นร้อยละ 119 (ค่า *VDV* ลดลงประมาณ ร้อยละ 15) เมื่อเทียบกับกรณีก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า ซึ่งสามารถลดความเสี่ยงของผลกระทบต่อสุขภาพอนามัยได้เป็นอย่างดี

จากผลลัพธ์ที่กล่าวมาข้างต้น แม้ว่าได้มีการนำมวลหน่วงปรับค่าชนิดเดียวมาใช้เพื่อ ควบคุมการสั่นสะเทือนของรถยนต์ก็นำไปสู่การลดการสั่นสะเทือนของตัวสะพานและรถยนต์ที่ จอดติดบนสะพาน ซึ่งนำไปสู่การลดผลกระทบต่อผู้ใช้โดยสารตามมาตรฐาน ISO แต่มวลหน่วง ปรับค่าชนิดเดียวซึ่งเป็นประเภท Passive TMD ยังมีประสิทธิภาพไม่เพียงพอในการลดการ สั่นสะเทือนจนต่ำกว่าระดับที่ผู้โดยสารจะรับรู้ได้ ซึ่งในกรณีดังกล่าวควรได้พิจารณาถึงวิธีการที่มี ประสิทธิภาพที่ดีกว่าระบบมวลหน่วงปรับค่าแบบ Passive อาทิเช่น ระบบมวลหน่วงปรับค่าแบบ Semi-active หรือแบบ Active หรือระบบมวลหน่วงปรับค่าหลายชุด (MTMD) รวมถึงวิธีการเพิ่ม สติเฟนส์ให้กับสะพาน อย่างไรก็ตามวิธีการดังกล่าวในปัจจุบันยังคงมีราคาแพงกว่าระบบมวลหน่วง ปรับค่าแบบ Passive ที่ได้ทำการศึกษา

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

ธนวรรธน์ ไสภณมหาผล. การสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพาน. วิทยานิพนธ์ปริญญา  
มหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิศวกรรมโครงสร้าง ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2010.

### ภาษาอังกฤษ

Abe, M.; and Igusa, T. Tuned mass dampers for structures with closely spaced natural frequencies. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 24(1995): 247-261.

Bonin, G.; Cantisani, G.; Loprencipe, G.; and Sbrolli, M. Ride quality evaluation: 8 D.O.F. vehicle model calibration. 4<sup>th</sup> International SIV congress-Palermo (Italy). 12-14 September, 2007.

Chen, Y. H.; and Huang, Y. H. Timoshenko beam with tuned mass dampers and its design curves. Journal of Sound and Vibration. 278(2004): 873-888.

Chopra, A. K. Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering. Second edition. Prentice-Hall, Inc, 2001.

Chtiba, M. O.; Choura, S.; Borgi, S. E.; and Nayfeh, A. H. Confinement of vibrations in flexible structures using supplementary absorbers: Dynamic optimization. Journal of Vibration and Control. 16(3),2010: 357-376.

Fujino, Y.; and Abe, M. Design formulas for tuned mass dampers based on a perturbation technique. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 22(1993): 833-854.

Griffin, M. J. Discomfort from feeling vehicle vibration. Vehicle System Dynamics. 45(7-8),2007: 679-698.

Harris, C. M., and Piersol, A. G. Harris's shock and vibration handbook. Fifth edition. McGraw-Hill, 2002.

Inman, D. J. Engineering vibration. Second edition. Prentice-Hall, Inc, 2001.



- International Organization for Standardization (1997). Mechanical vibration and shock-evaluation of human exposure-to whole-body vibration. Part 1: General requirements. International Standard, ISO 2631-1, Second edition 1997-05-01, Corrected and reprinted 1997-07-15.
- Jo, B. W.; Tae, G. H.; and Lee, D. W. Structural vibration of tuned mass damper-installed three-span steel box bridge. International Journal of Pressure Vessels and Piping. 78(2001): 667-675.
- Joshi, A. S.; and Jangid, R. S. Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems. Journal of Sound and Vibration. 202(5),1997: 657-667.
- Lin, C. C.; Hu, C. M.; Wang, J. F.; and Hu, R. Y. Vibration control effectiveness of passive tuned mass dampers. Journal of the Chinese Institute of Engineer. 17(3),1994: 367-376.
- Lin, Y. H.; and Cho, C. H. Vibration suppression of beam structures traversed by multiple moving loads using a damped absorber. Journal of Marine Science and Technology. 1(1),1993: 39-48.
- Moghimi, H.; and Ronagh, H. R. Development of a numerical model for bridge-vehicle interaction and human response to traffic-induced vibration. Engineering Structures. 30(2008): 3808-3819.
- Park, J.; and Reed, D. Analysis of uniformly and linearly distributed mass dampers under harmonic and earthquake excitation. Engineering Structures. 23(2001): 802-814.
- Rana, R.; and Soong, T. T. Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. Engineering Structures. 20(3),1998: 193-204.
- Shi, X.; and Cai, C. S. Suppression of vehicle-induced bridge vibration using tuned mass damper. Journal of Vibration and Control. 14(7),2008: 1037-1054.
- Soong, T. T., and Dargush, G. F. Passive energy dissipation systems in structural engineering. John Wiley&Sons, 1999.



- Tsai, H. C.; and Lin, G. C. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 22(1993): 957-973.
- Warburton, G. B. Optimum absorber parameters for minimizing vibration response. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 9(1981): 251-262.
- Warburton, G. B. Optimal absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 10(1982): 381-401.
- Warburton, G. B.; and Ayorinde, E. O. Optimum absorber parameters for simple systems. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 8(1980): 197-217.
- Xu, K.; and Igusa, T. Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 21(1992): 1059-1070.
- Yamaguchi, H.; and Harnpornchai, N. Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillations. Earthqu. Eng. Struct. Dyn. 22(1993): 51-62.
- Yang, F.; Sedaghati, R.; and Esmailzadeh, E. "Optimal vibration suppression of timoshenko beam with tuned-mass-damper using finite element method." Journal of Vibration and Acoustics. 131(2009).
- Yau, J. D.; and Yang, Y. B. A wideband MTMD system for reducing the dynamic response of continuous truss bridges to moving train loads. Engineering Structures. 26(2001): 1795-1807.



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ก

### การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะทำการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีการเชิงตัวเลขดังที่ได้อธิบายในตอนท้ายของบทที่ 3 เปรียบเทียบกับวิธีวิเคราะห์ตามทฤษฎีว่ามี ความน่าเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดซึ่งจะดำเนินการด้วยการใช้โปรแกรม MATLAB สำหรับช่วยในการคำนวณ โดยที่จะใช้ข้อมูลของธนวรรณ โสภณมหาผล (2010) สำหรับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับสะพาน และรถยนต์ สำหรับแรงกระตุ้นจากความเร่งและการเปลี่ยนตำแหน่งที่ฐานรองรับคานจะสมมติให้เป็นแบบฮาร์โมนิค โดยการตรวจสอบแบ่งเป็นสองระบบคือ มีเฉพาะคานช่วงเดียว และคานช่วงเดียวพร้อมรถยนต์หนึ่งคันจอดนิ่งบนสะพานซึ่งในกรณีนี้จะสมมติให้คานและรถยนต์ไม่มีความหน่วงเพื่อที่จะทำให้สามารถหาผลตอบสนองด้วยวิธีวิเคราะห์ตามทฤษฎีได้

#### คุณสมบัติของคานสะพานและรถยนต์

ค่าคุณสมบัติของสะพานและรถยนต์ที่จะใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการเชิงตัวเลขได้แสดงไว้ในตารางที่ ผ1 และ ผ2

ตารางที่ ผ1 ค่าคุณสมบัติของสะพาน

คุณสมบัติ	ค่าคุณสมบัติ	หน่วย
ความยาวช่วงคาน, $L_b$	25.00	m
มวลต่อความยาว, $m_b$	2380.36	kg/m
มวลเชิงโหมด, $M_b$	29754.50	Kg
ความแข็งเชิงดัด, $E_b I_b$	$4.64 \times 10^9$	N-sq.m
ความถี่ธรรมชาติสำหรับโหมด	3.51	Hz
พื้นฐาน, $f_b$		
อัตราส่วนความหน่วง, $\zeta_b$	0.03	-

หมายเหตุ: มวลเชิงโหมดเท่ากับ  $m_b L_b / 2$

ตารางที่ ผ2 ค่าคุณสมบัติของแบบจำลองรถยนต์

คุณสมบัติ	ค่าคุณสมบัติ	หน่วย
มวล, $m_c$	600-2600	kg
ความถี่ธรรมชาติ, $f_c$	0.50-2.50	Hz
อัตราส่วนความหน่วง, $\zeta_c$	0.10	-

### ระบบที่มีเฉพาะคานช่วงเดียวหน้าตัดสม่ำเสมอ

การหาผลตอบสนองของคานช่วงเดียวจากแบบจำลองที่มีความต่อเนื่องด้วยวิธีวิเคราะห์ตามทฤษฎี อันดับแรกจะต้องสร้างสมการของการเคลื่อนที่ซึ่งสามารถหาได้จากสมการ (3.25) โดยไม่พิจารณาการมีอยู่ของรถยนต์และมวลหน่วงจะทำให้สามารถลดรูปสมการได้ คือ

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{M}_{bb}\ddot{\mathbf{q}}_b(t) + \mathbf{C}_{bb}\dot{\mathbf{q}}_b(t) + \mathbf{K}_{bb}\mathbf{q}_b(t) = -\mathbf{M}_{bs}\ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \mathbf{K}_{bs}\mathbf{q}_s(t) \\
 & [m_b \int_0^{L_b} \Phi_b^T(x) \cdot \Phi_b(x) dx] \cdot \ddot{\mathbf{q}}_b(t) + [2\mathbf{M}_{bb}\Omega_b \xi_b] \cdot \dot{\mathbf{q}}_b(t) + [E_b I_b \int_0^{L_b} \Phi_b^T(x) \cdot \Phi_b''(x) dx] \cdot \mathbf{q}_b(t) \\
 & = -[m_b \int_0^{L_b} \Phi_b^T(x) \cdot \Phi_s(x) dx] \cdot \ddot{\mathbf{q}}_s(t) = \mathbf{P}(t) \quad (\text{ผ.1})
 \end{aligned}$$

สมการ (ผ.1) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปสมการเชิงโหนด คือ

$$M_{bn}\ddot{q}_{bn}(t) + C_{bn}\dot{q}_{bn}(t) + K_{bn}q_{bn}(t) = P_n(t) \quad (\text{ผ.2})$$

เมื่อ

$$M_{bn} = m_b \int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) \cdot \phi_{bn}(x) dx = \frac{m_b L_b}{2} \quad (\text{ผ.3})$$

$$C_{bn} = 2\zeta_{bn} M_{bn} \omega_{bn} = \zeta_{bn} m_b L_b \omega_{bn} \quad (\text{ผ.4})$$

$$K_{bn} = E_b I_b \int_0^{L_b} \phi_{bn}''(x) \cdot \phi_{bn}''(x) dx = \frac{n^4 \pi^4 E_b L_b}{2L_b^3} \quad (\text{ผ.5})$$

$$P_n(t) = -c_{1n} \cdot \ddot{q}_{s1}(t) - c_{2n} \cdot \ddot{q}_{s2}(t) \quad (\text{ผ.6})$$

$$c_{1n} = m_b \int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) \cdot \phi_{s1}(x) dx \quad (\text{ผ.7})$$

$$c_{2n} = m_b \int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) \cdot \phi_{s2}(x) dx \quad (ผ.8)$$

สำหรับแรงกระตุ้นในแนวตั้งที่ฐานรองทั้งสองด้านจะสมมติให้มีค่าเท่ากันและเป็นแบบฮาร์โมนิกในรูปของฟังก์ชันไซน์ซึ่งมีการกระจัดสูงสุดเท่ากับ  $A$  เมตรและมีค่าความถี่แรงกระตุ้นเท่ากับ  $\omega$  ซึ่งสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$q_{s1}(t) = q_{s2}(t) = A \sin(\omega t) \quad (ผ.9)$$

$$\ddot{q}_{s1}(t) = \ddot{q}_{s2}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t) \quad (ผ.10)$$

สมการ (ผ.2) สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมของ  $\zeta_{bn}$  และ  $\omega_{bn}$  ทำได้โดยการหารสมการด้วย  $M_{bn}$  โดยกำหนดให้  $C_{bn} / M_{bn} = 2\zeta_{bn} \omega_{bn}$  และ  $K_{bn} / M_{bn} = \omega_{bn}^2$  ดังนั้น จะได้

$$\ddot{q}_{bn}(t) + 2\zeta_{bn} \omega_{bn} \dot{q}_{bn}(t) + \omega_{bn}^2 q_{bn}(t) = \frac{P_n(t)}{M_{bn}} \quad (ผ.11)$$

เทอมที่เป็นแรงด้านขวามือของสมการ (ผ.11) และเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์จากสมการ (ผ.6), (ผ.7), (ผ.8) และ (ผ.10) จะทำให้สามารถเขียนสมการ (ผ.11) ใหม่ได้ คือ

$$\ddot{q}_{bn}(t) + 2\zeta_{bn} \omega_{bn} \dot{q}_{bn}(t) + \omega_{bn}^2 q_{bn}(t) = \frac{X_{0n}}{M_{bn}} \sin(\omega t) \quad (ผ.12)$$

เมื่อ

$$X_{0n} = A(c_{1n} + c_{2n})\omega^2 \quad (ผ.13)$$

ในการหาผลเฉลยของสมการ (ผ.12) จะใช้หลักการแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญอันดับสองซึ่งประกอบด้วย สมการเอกพันธ์ (Homogeneous equation) และสมการไม่เอกพันธ์ (Nonhomogeneous equation) โดยทั้งสองสมการนี้จะมีผลเฉลยที่เรียกว่า ผลเฉลยเติมเต็ม (Complementary solution:  $q_c$ ) และผลเฉลยเฉพาะ (Particular solution:  $q_p$ ) ตามลำดับ ซึ่งหาก

รวมผลเฉลยทั้งสองเข้าด้วยกันจะเรียกว่า ผลเฉลยสมบูรณ์ (Complete solution:  $q$ ) และจะพิจารณาพร้อมกับเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial conditions) ดังนั้น สมการเอกพันธ์ของสมการ (ผ.12) คือ

$$\ddot{q}_{bn}(t) + 2\zeta_{bn}\omega_{bn}\dot{q}_{bn}(t) + \omega_{bn}^2q_{bn}(t) = 0 \quad (\text{ผ.14})$$

จะเห็นว่าสมการข้างต้นมีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัวและถ้าสมมติให้ผลเฉลยอยู่ในรูปเอกซ์โปเนนเชียลฟังก์ชัน คือ

$$q_{cbn}(t) = Y_n e^{mt} \quad (\text{ผ.15})$$

เนื่องจากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันชนิดนี้ไม่ว่าจะเป็นอันดับใดก็ตามยังคงเป็นฟังก์ชันเดิม ดังนั้นแทนค่าผลเฉลยสมมตินี้ลงในสมการ (ผ.14) จะได้

$$\begin{aligned} Y_n e^{mt} (m^2 + 2\zeta_{bn}\omega_{bn}m + \omega_{bn}^2) &= 0 \\ m^2 + 2\zeta_{bn}\omega_{bn}m + \omega_{bn}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{ผ.16})$$

สมการ (ผ.16) นี้เรียกว่า สมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic equation) หรือ สมการช่วย (Auxiliary equation) และมีผลเฉลยทั่วไปคือ  $m = -\zeta_{bn}\omega_{bn} \pm \omega_{bn}\sqrt{\zeta_{bn}^2 - 1}$  ซึ่งในที่นี้ค่าอัตราส่วนความหน่วงของคาน  $\zeta_{bn} < 1.0$  ทำให้ค่าในรากที่สองเป็นลบ เพราะฉะนั้น ผลเฉลยทั่วไปจึงเป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้

$$m = -\zeta_{bn}\omega_{bn} \pm i\omega_{Dn} \quad (\text{ผ.17})$$

เมื่อ

$$\omega_{Dn} = \omega_{bn}\sqrt{1 - \zeta_{bn}^2} \quad \text{คือ ค่าความถี่เชิงหว่งของคานในรูปแบบโหมดที่ } n$$

ดังนั้น เมื่อแทนค่าสมการ (ผ.17) ลงในสมการ (ผ.15) จะได้ผลเฉลยเต็มเต็มของสมการเอกพันธ์หรือผลตอบสนองการสั่นแบบชั่วคราว (Transient vibration response) ในรูปฟังก์ชันเชิงโหมด คือ



$$q_{cbn}(t) = e^{-\zeta_{bn}\omega_{bn}t} (A_{1n}e^{i\omega_{Dn}t} + A_{2n}e^{-i\omega_{Dn}t}) \quad (\text{ผ.18})$$

สมการ (ผ.18) สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมของตรีโกณมิติฟังก์ชันโดยใช้สมการของออยเลอร์คือ  $e^{\pm ix} = \cos x \pm i \sin x$  ดังนั้น จะได้

$$q_{cbn}(t) = e^{-\zeta_{bn}\omega_{bn}t} (A_n \sin \omega_{Dn}t + B_n \cos \omega_{Dn}t) \quad (\text{ผ.19})$$

โดยที่  $A_n$  และ  $B_n$  เป็นค่าคงตัวไม่ทราบค่า

สำหรับกรณีของสมการไม่เอกพันธ์จะเป็นสมการเดียวกันกับสมการ (ผ.12) ซึ่งมีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว และการหาผลเฉลยของสมการชนิดนี้จะใช้วิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (Undetermined coefficient method) โดยจะสมมติให้ผลเฉลยอยู่ในรูปตรีโกณมิติฟังก์ชัน คือ

$$q_{pbn}(t) = C_n \sin \omega t + D_n \cos \omega t \quad (\text{ผ.20})$$

แทนค่าสมการ (ผ.20) ลงในสมการ (ผ.12) และทำการจัดเทอมใหม่ จะได้

$$[(\omega_{bn}^2 - \omega^2)C_n - 2\zeta_{bn}\omega_{bn}\omega D_n] \sin \omega t + [2\zeta_{bn}\omega_{bn}\omega C_n + (\omega_{bn}^2 - \omega^2)D_n] \cos \omega t = \frac{X_{0n}}{M_{bn}} \sin(\omega t) \quad (\text{ผ.21})$$

นำค่า  $\omega_{bn}^2$  หากรสมการ (ผ.21) โดยกำหนดให้  $\beta_n = \omega / \omega_{bn}$  และ  $K_{bn} = M_{bn}\omega_{bn}^2$  ดังนั้น จะได้

$$[(1 - \beta_n^2)C_n - 2\zeta_{bn}\beta_n D_n] \sin \omega t + [2\zeta_{bn}\beta_n C_n + (1 - \beta_n^2)D_n] \cos \omega t = \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \sin(\omega t) \quad (\text{ผ.22})$$

ทำการเทียบสัมประสิทธิ์ในสมการ (ผ.22) จะได้

$$(1 - \beta_n^2)C_n - 2\zeta_{bn}\beta_n D_n = \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \quad (\text{ผ.23})$$

$$2\zeta_{bn}\beta_n C_n + (1 - \beta_n^2)D_n = 0 \quad (\text{ผ.24})$$

แก้สมการ (ผ.23) และ (ผ.24) จะได้ค่าคงตัว  $C_n$  และ  $D_n$  ตามลำดับ ดังนี้

$$C_n = \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \frac{1 - \beta_n^2}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_{bn}\beta_{bn})^2} \quad (\text{ผ.25})$$

$$D_n = \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \frac{-2\zeta_{bn}\beta_n}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_{bn}\beta_{bn})^2} \quad (\text{ผ.26})$$

แทนค่าสมการ (ผ.25) และ (ผ.26) ลงในสมการ (ผ.20) จะได้ผลเฉลยเฉพาะของสมการไม่เอกพันธ์หรือผลตอบสนองการสั่นแบบคงที่ (Steady-state vibration response) ในรูปฟังก์ชันเชิงโหมด คือ

$$q_{pbn}(t) = \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \frac{1 - \beta_n^2}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_{bn}\beta_{bn})^2} \sin \omega t + \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \frac{-2\zeta_{bn}\beta_n}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_{bn}\beta_{bn})^2} \cos \omega t \quad (\text{ผ.27})$$

ดังนั้นจะได้ผลเฉลยสมบูรณหรือฟังก์ชันทั้งหมดของระบบนี้ คือ

$$q_{bn}(t) = e^{-\zeta_{bn}\omega_{bn}t} (A_n \sin \omega_{Dn}t + B_n \cos \omega_{Dn}t) + \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \frac{1 - \beta_n^2}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_{bn}\beta_{bn})^2} \sin \omega t + \frac{X_{0n}}{K_{bn}} \frac{-2\zeta_{bn}\beta_n}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\zeta_{bn}\beta_{bn})^2} \cos \omega t \quad (\text{ผ.28})$$

การหาค่าของสัมประสิทธิ์ค่าคงตัว  $A_n$  และ  $B_n$  ทำได้โดยการใช้ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น ณ เวลา  $t = 0$  ซึ่งจะพิจารณาจากสมการการกระจัดสัมพัทธ์ตามแนวตั้งของคานโดยสามารถเขียนในรูปการรวมผลของทุกโหมดการสั่นได้ดังนี้ คือ

$$u_b(x,0) = \sum_{r=1}^N \phi_{br}(x) \cdot q_{br}(0) = \Phi_{br}(x) \cdot \mathbf{q}_b(0) \quad (\text{ผ.29})$$

นำค่า  $\int_0^{L_b} \Phi_{bn}^T(x) m_b dx$  คูณสมการ (ผ.29) จะได้

$$\int_0^{L_b} \Phi_{bn}^T(x) m_b u_b(x,0) dx = \int_0^{L_b} \Phi_{bn}^T(x) m_b \Phi_{br}(x) dx \cdot \mathbf{q}_b(0) \quad (\text{ผ.30})$$

คุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมดของฟังก์ชันพื้นฐานมีความสัมพันธ์ดังนี้ คือ

$$\int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) m_b \phi_{br}(x) dx = M_{bn} \quad \text{เมื่อ} \quad r = n \quad (\text{ผ.31})$$

$$\int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) m_b \phi_{br}(x) dx = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad r \neq n \quad (\text{ผ.32})$$

จากสมการ (ผ.30) และใช้คุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมดของฟังก์ชันพื้นฐานในสมการ (ผ.31) และ (ผ.32) จะได้

$$\begin{aligned} \int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) m_b u_b(x,0) dx &= \int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) m_b \phi_{bn}(x) dx \cdot q_{bn}(0) = M_{bn} q_{bn}(0) \\ q_{bn}(0) &= \frac{\int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) m_b u_b(x,0) dx}{M_{bn}} \end{aligned} \quad (\text{ผ.33})$$

และอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการ (ผ.33) คือ

$$\dot{q}_{bn}(0) = \frac{\int_0^{L_b} \phi_{bn}(x) m_b \dot{u}_b(x,0) dx}{M_{bn}} \quad (\text{ผ.34})$$

ตารางที่ ๘3 ค่าคงตัว  $A_n$ ,  $B_n$ ,  $C_n$  และ  $D_n$  ในแต่ละกรณีของความถี่แรงกระตุ้นสำหรับระบบที่มีเฉพะาคาน

ความถี่แรง กระตุ้น	จำนวนของ โหมด	n	ค่าคงตัว			
			$A_n$	$B_n$	$C_n$	$D_n$
$0.5\omega_{b1}$	5	1	-2.114543e-3	1.694941e-4	4.237352e-3	-1.694941e-4
		2	0	0	0	0
		3	-7.289868e-7	4.393420e-8	1.313958e-5	-4.393420e-8
		4	0	0	0	0
		5	-2.035242e-8	1.223287e-9	1.018998e-6	-1.223287e-9
$\omega_{b1}$	5	1	6.369064e-3	0.21220659	0	-0.21220659
		2	0	0	0	0
		3	-5.886266e-6	3.580823e-7	5.304923e-5	-3.580823e-7
		4	0	0	0	0
		5	-1.630140e-7	9.809789e-9	4.080872e-6	-9.809789e-9
$9\omega_{b1}$	5	1	0.11607352	8.701400e-5	-1.289096e-2	-8.701400e-5
		2	0	0	0	0
		3	2.123021e-3	7.073553e-2	-5.23548e-16	-7.073553e-2
		4	0	0	0	0
		5	-1.361940e-4	9.403591e-6	3.789299e-4	-9.403591e-6

เมื่อทราบค่าของค่าคงตัว  $A_n$  และ  $B_n$  ก็จะสามารถหาค่า  $q_{bn}(t)$  ได้และในที่สุดการหาค่าการกระจัดสัมบูรณ์หรือผลตอบสนองการกระจัดสามารถทำได้โดยใช้สมการ (3.8) และ (3.11) ตามลำดับ ในการตรวจสอบความถูกต้องนี้จะพิจารณารณที่ค่าการกระจัดสูงสุดของฐานรอง  $A = 0.01$  เมตร และใช้ความถี่แรงกระตุ้นแบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ  $\omega = 0.5\omega_{b1}$ ,  $\omega = \omega_{b1}$  และ  $\omega = 9\omega_{b1}$  อีกทั้งการขจัดสัมบูรณ์ที่ได้จากวิธีทางทฤษฎีจะพิจารณาการรวมผลของ 5 โหมดแรกเป็นตัวแทนของค่าผลเฉลยจริง นอกจากนี้ จะพิจารณาเงื่อนไขเริ่มต้น ณ เวลา  $t = 0$  ของค่าการกระจัดสัมพัทธ์ของคาน  $u_b(x,0) = 0$  ดังนั้น จะทำให้ได้ค่า  $q_{bn}(0) = 0$  และ  $\dot{q}_{bn}(0) = 0$  เช่นกัน ตามความสัมพันธ์ของสมการ (๘.33) และ (๘.34) ตามลำดับ

ตารางที่ ๘4 ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเปรียบเทียบระหว่างวิธีทางทฤษฎี และวิธีเชิงตัวเลขด้วยการใช้ผลต่างของช่วงเวลาแบ่ง  $\Delta t = 0.0001$

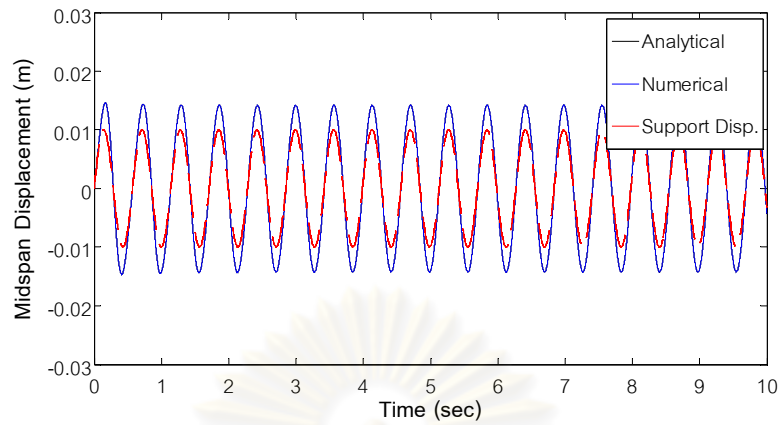
ความถี่แรงกระตุ้น	จำนวนของโหนด สำหรับวิธีเชิงตัวเลข	ความคลาดเคลื่อน (%)	
		$\max \frac{(u - \hat{u})}{u_{\max}}$	$\frac{\ \mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}\ _2}{\ \mathbf{u}\ _2}$
$0.5\omega_{b1}$	1	0.0954	0.0861
	3	0.0297	0.0188
	5	0.0292	0.0170
$\omega_{b1}$ (สันพ้องที่โหนด 1)	1	0.0871	0.0848
	3	0.1121	0.1118
	5	0.1102	0.1097
$9\omega_{b1}$ (สันพ้องที่โหนด 3)	1	46.3154	90.8363
	3	0.3966	0.4513
	5	0.5116	0.9178

หมายเหตุ: 1.  $u, \hat{u}$  คือ การขจัดสัมบูรณ์ที่กึ่งกลางคานจากวิธีทางทฤษฎีและวิธีเชิงตัวเลข ตามลำดับ

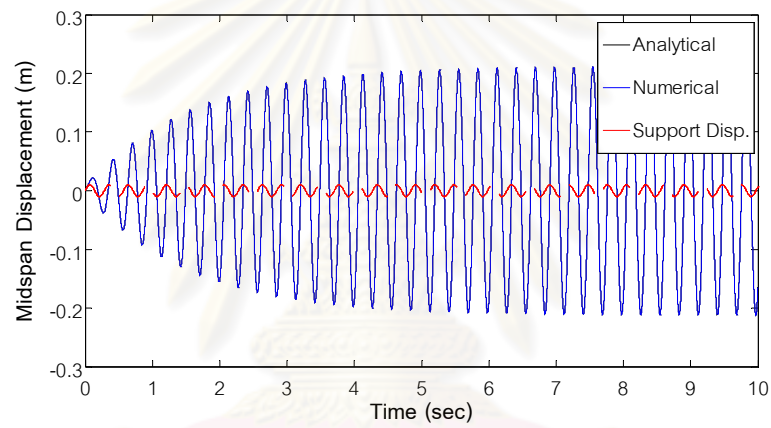
2.  $\|\mathbf{u}\|_2, \|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}\|_2$  คือ เวกเตอร์นอร์มอันดับสองของการขจัดสัมบูรณ์ที่กึ่งกลางคานจากวิธีทางทฤษฎีและของผลต่างระหว่างเวกเตอร์ของการขจัดสัมบูรณ์ที่กึ่งกลางคานจากทั้งสองวิธี

รูปที่ ๘.1 แสดงถึงค่าผลตอบสนองการกระจัดที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานโดยการพิจารณา รวมผลของ 5 โหนดการสั่นซึ่งได้จากการวิเคราะห์ตามทฤษฎีและวิธีการเชิงตัวเลขและการกระจัดของฐานรองรับคานตามแนวตั้ง จะสังเกตเห็นว่าเส้นกราฟที่ได้จากการวิเคราะห์ทั้งสองวิธีไม่สามารถแยกความแตกต่างได้ด้วยตาเปล่าหรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง ค่าผลตอบสนองที่ได้จากทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันมากนั่นเอง

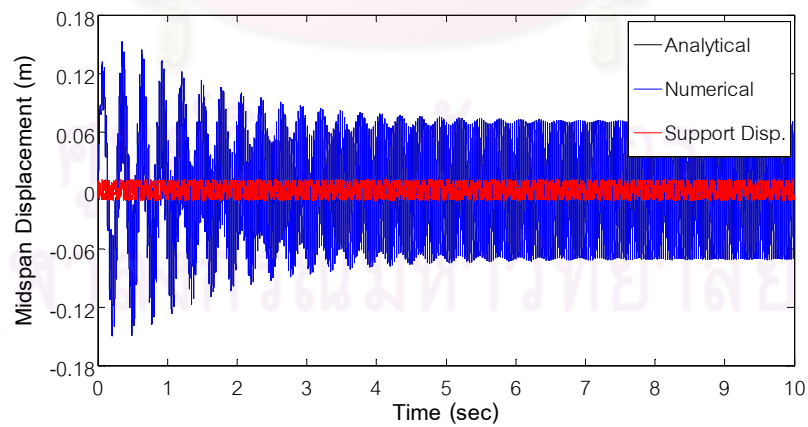
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ ผ.1 ผลตอบสนองการกระจัดสัมบูรณ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเนื่องจากการรวมผล 5 โหมด การสั่นเปลี่ยนแปลงตามเวลา (ก)  $\omega = 0.5\omega_{b1}$  (ข)  $\omega = \omega_{b1}$  และ (ค)  $\omega = 9\omega_{b1}$



จากตารางที่ ๘4 จะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละกรณีของความถี่แรงกระตุ้นระหว่างวิธีวิเคราะห์ทางทฤษฎีและวิธีเชิงตัวเลขมีค่าแตกต่างกันน้อยมาก ยกเว้นกรณีที่ความถี่แรงกระตุ้น  $\omega = 9\omega_{b1}$  ซึ่งมีการพิจารณาเฉพาะโหมดพื้นฐานเพียงโหมดเดียว ที่เป็นเช่นนี้เพราะความถี่แรงกระตุ้นจะทำให้เกิดการกำทอนในโหมดที่ 3 ขึ้น โดยที่ในโหมดนี้จะมีอิทธิพลมากที่สุด ดังนั้นเมื่อไม่ได้รวมผลของโหมดการสั่นที่ 3 เข้าไปจึงทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนขึ้นมาก นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาการรวมผลของจำนวนโหมดการสั่นโดยการเรียงลำดับจากน้อยไปมากพบว่า ค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้มีแนวโน้มลดลงตามการเพิ่มขึ้นของจำนวนการรวมผลของโหมดการสั่นเฉพาะในกรณีที่ใช้ความถี่แรงกระตุ้นน้อย  $\omega = 0.5\omega_{b1}$  ซึ่งไม่ใช่ความถี่ที่ทำให้เกิดการกำทอน อย่างไรก็ตาม ความคลาดเคลื่อนมีค่าแตกต่างกันน้อยมากระหว่างการรวมผล 3 และ 5 โหมดการสั่นในแต่ละกรณีของความถี่แรงกระตุ้น

#### ระบบคานช่วงเดียวหน้าตัดสม่ำเสมอและรอยนต

สมการ (3.26) หากไม่พิจารณาการมีอยู่ของมวลหน่วงจะแสดงถึงระบบของคานช่วงเดียวหน้าตัดสม่ำเสมอและมีรอยนตจุดหนึ่งบนสะพานซึ่งพบว่าเมทริกซ์  $\mathbf{C}$  ไม่สามารถทำให้อยู่ในรูปเมทริกซ์จตุรัสแบบแนวทแยงได้เมื่อใช้คุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมดของฟังก์ชันอันดับฐาน เพราะฉะนั้น หากจะทำการหาผลตอบสนองด้วยวิธีการวิเคราะห์ตามทฤษฎีนั้นทำได้ยากมาก ด้วยเหตุนี้จึงสมมติให้คานและรอยนตไม่มีความหน่วง ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ซึ่งทำให้สามารถแปลงสมการของการเคลื่อนที่ที่เป็นแบบ Couple equation ไปเป็น Uncouple equation หรือสมการเชิงโหมด นั่นคือสามารถใช้คุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมดของฟังก์ชันอันดับฐานเพื่อเปลี่ยนเมทริกซ์  $\mathbf{M}$  และ  $\mathbf{K}$  ไปเป็นเมทริกซ์จตุรัสแบบแนวทแยงได้ ดังนั้น สมการ (3.26) สามารถเขียนใหม่ได้ คือ

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = -\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \mathbf{K}_s\mathbf{q}_s(t) = \mathbf{P}(t) \quad (๘.35)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_b(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bc} \\ \mathbf{K}_{cb} & \mathbf{K}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_b(t) \\ \mathbf{q}_c(t) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bs} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bs} \\ \mathbf{K}_{cs} \end{bmatrix} \mathbf{q}_s(t) \quad (๘.36)$$

ต่อไปจะกำหนดความสัมพันธ์เวกเตอร์ของพิกัดทั่วไปของการกระจัดให้อยู่ในรูปการรวมผลของการคูณระหว่างพิกัดเชิงโหมดสมมติกับฟังก์ชันอันดับฐานสมมติ จะได้

$$\mathbf{q}(t) = \sum_{r=1}^k \boldsymbol{\psi}_r \cdot z_r(t) \quad \text{เมื่อ} \quad k = NB + NC \quad (\text{ผ.37})$$

และ

$$\boldsymbol{\psi}_r = [\psi_{1r} \quad \psi_{2r} \quad \cdots \quad \psi_{kr}]^T \quad (\text{ผ.38})$$

โดยที่  $\boldsymbol{\psi}_r$  คือ เวกเตอร์ฟังก์ชันพื้นฐานสมมุติหรือไอเกนเวกเตอร์ที่หาจากเมทริกซ์  $\mathbf{M}$  และ  $\mathbf{K}$  และ  $z_r(t)$  คือ พิกัดเชิงโหมดสมมติ

คุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมดของฟังก์ชันพื้นฐานมีความสัมพันธ์ดังนี้ คือ

$$\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_r = M_m^* \quad \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{K} \boldsymbol{\psi}_r = K_m^* \quad \text{เมื่อ} \quad r = m \quad (\text{ผ.39})$$

$$\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_r = 0 \quad \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{K} \boldsymbol{\psi}_r = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad r \neq m \quad (\text{ผ.40})$$

แทนค่าสมการ (ผ.37) ลงในสมการ (ผ.35) และใช้คุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมดของสมการ (ผ.39) และ (ผ.40) จะได้

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_m \ddot{z}_m(t) + \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_m z_m(t) &= -\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}}_s(t) - \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{K}_s \mathbf{q}_s(t) = \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{P}(t) \\ M_m^* \ddot{z}_m(t) + K_m^* z_m(t) &= P_m^*(t) \end{aligned} \quad (\text{ผ.41})$$

เมื่อ

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} m_b \int_0^{L_b} \boldsymbol{\Phi}_b^T(x) \cdot \boldsymbol{\Phi}_s(x) dx \\ \mathbf{0}_{NC \times 2} \end{bmatrix}_{(NB+NC) \times 2} \quad (\text{ผ.42})$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_b^T(\mathbf{x}_c) \cdot \mathbf{K}_{cc} \cdot \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{x}_c) \\ -\mathbf{K}_{cc} \cdot \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{x}_c) \end{bmatrix}_{(NB+NC) \times 2} \quad (\text{ผ.43})$$

$$\mathbf{K}_{cc} = \begin{bmatrix} k_{c1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_{c2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_{cNC} \end{bmatrix}_{NC \times NC} \quad (\text{ผ.44})$$

$$\mathbf{x}_c = [x_{c1} \quad x_{c2} \quad \cdots \quad x_{cNC}]^T \quad (\text{ผ.45})$$

$$\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M}_s = [M_{sm1}^* \quad M_{sm2}^*] \quad (\text{ผ.46})$$

$$\Psi_m^T \mathbf{K}_s = [K_{sm1}^* \quad K_{sm2}^*] \quad (\text{ผ.47})$$

$$P_m^*(t) = -M_{sm1}^* \ddot{q}_{s1}(t) - M_{sm2}^* \ddot{q}_{s2}(t) - K_{sm1}^* q_{s1}(t) - K_{sm2}^* q_{s2}(t) \quad (\text{ผ.48})$$

สมการ (ผ.41) สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมของ  $\omega_m$  ทำได้โดยการหารสมการด้วย  $M_m^*$  โดยกำหนดให้  $K_m^* / M_m^* = \omega_m^2$  ดังนั้น จะได้

$$\ddot{z}_m(t) + \omega_m^2 z_m(t) = \frac{P_m^*(t)}{M_m^*} \quad (\text{ผ.49})$$

เทอมที่เป็นแรงด้านขวามือของสมการ (ผ.49) และเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์จากสมการ (ผ.9), (ผ.10) และ (ผ.48) จะทำให้สามารถเขียนสมการ (ผ.49) ใหม่ได้ คือ

$$\ddot{z}_m(t) + \omega_m^2 z_m(t) = \frac{X_{0m}}{M_m^*} \sin(\omega t) \quad (\text{ผ.50})$$

เมื่อ

$$X_{0m} = A[(M_{sm1}^* + M_{sm2}^*)\omega^2 - (K_{sm1}^* + K_{sm2}^*)] \quad (\text{ผ.51})$$

การหาผลเฉลยของสมการ (ผ.50) สามารถทำได้ในทำนองเดียวกันกับกรณีของคานาดังที่ได้อธิบายไว้ข้างต้นในหัวข้อที่แล้ว ดังนั้นจะได้ผลเฉลยเต็มเต็ม คือ

$$z_{cm}(t) = A_m \sin \omega_m t + B_m \cos \omega_m t \quad (\text{ผ.52})$$

และมีผลเฉลยเฉพาะ คือ

$$z_{pm}(t) = \frac{X_{0m}}{K_m^*} \frac{1}{1 - \beta_m^2} \sin \omega t \quad (\text{ผ.53})$$

ดังนั้นจะได้ผลเฉลยสมบูรณ์หรือพิกัดเชิงโหมดสมมติ คือ

$$z_m(t) = (A_m \sin \omega t + B_m \cos \omega t) + \frac{X_{0m}}{K_m^*} \frac{1}{1 - \beta_m^2} \sin \omega t \quad (\text{ผ.54})$$

การหาค่าของสัมประสิทธิ์ค่าคงตัว  $A_m$  และ  $B_m$  ทำได้โดยการใช้ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น เช่นเดียวกันกับกรณีของระบบที่มีเฉพาะคาน และจากสมการ (ผ.37) แทนค่าเวลา  $t = 0$  จะได้เวกเตอร์ของการกระจัดตามแนวตั้งเชิงโหมด คือ

$$\mathbf{q}(0) = \sum_{r=1}^k \boldsymbol{\psi}_r \cdot z_r(0) \quad (\text{ผ.55})$$

นำค่า  $\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M}$  คูณสมการ (ผ.55) จะได้

$$\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \mathbf{q}(0) = \sum_{r=1}^k \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_r \cdot z_r(0) \quad (\text{ผ.56})$$

จากคุณสมบัติการตั้งฉากเชิงโหมดของฟังก์ชันลักษณะพื้นฐานในสมการ (ผ.39) และ (ผ.40) ดังนั้น สมการ (ผ.56) สามารถเขียนใหม่ได้ คือ

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \mathbf{q}(0) &= \boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \boldsymbol{\psi}_m \cdot z_m(0) = M_m^* \cdot z_m(0) \\ z_m(0) &= \frac{\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \mathbf{q}(0)}{M_m^*} \end{aligned} \quad (\text{ผ.57})$$

เมื่อ

$$\mathbf{q}(0) = [\mathbf{q}_b(0) \quad \mathbf{q}_c(0)]^T \quad (\text{ผ.58})$$

$$\mathbf{q}_b(0) = [q_{b1}(0) \quad q_{b2}(0) \quad \cdots \quad q_{bNB}(0)]^T \quad (\text{ผ.59})$$

$$\mathbf{q}_c(0) = \mathbf{u}_c(0) = [q_{c1}(0) \quad q_{c2}(0) \quad \cdots \quad q_{cNC}(0)]^T \quad (\text{ผ.60})$$

และอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการ (ผ.57) คือ

$$\dot{z}_m(0) = \frac{\boldsymbol{\psi}_m^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}(0)}{M_m^*} \quad (\text{ผ.61})$$

ตารางที่ ๕5 ค่าคงตัว  $A_m$   $B_m$   $C_m$  และ  $D_m$  ในแต่ละกรณีของความถี่แรงกระตุ้นสำหรับระบบที่มีคานและรถยนต์

ความถี่แรง กระตุ้น	จำนวนของ โหมด	m	ค่าคงตัว			
			$A_m$	$B_m$	$C_m$	$D_m$
$0.5\omega_{b1}$	5	1	-1.87892428	0	2.12410124	0
		2	0.33641597	0	-0.67820405	0
		3	-2.178843e-3	0	1.743074e-2	0
		4	-1.388434e-4	0	2.499350e-3	0
		5	1.677262e-5	0	-5.367238e-4	0
		6	2.912672e-6	0	-1.456349e-4	0
$\omega_{b1}$	5	1	0.75008331	0	-0.42398007	0
		2	133.7073619	0	-134.7749245	0
		3	-1.830228e-2	0	7.320912e-2	0
		4	-1.042424e-3	0	9.382455e-3	0
		5	1.345756e-4	0	-2.153209e-3	0
		6	2.695095e-5	0	-6.737796e-4	0
$9\omega_{b1}$	5	1	3.02280512	0	-0.18984693	0
		2	-19.78398145	0	2.21577146	0
		3	3.07900668	0	-1.36844742	0
		4	-5411.256155	0	5411.622134	0
		5	0.14295388	0	-0.25414023	0
		6	2.353348e-2	0	-6.537134e-2	0

ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของเวกเตอร์พิกัดทั่วไปของการกระจัด  $\mathbf{q}(0)$  ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ  $\mathbf{q}_b(0)$  ของคานช่วงเดียว และ  $\mathbf{q}_c(0)$  ของรถยนต์ ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ตามสมการ (ผ.59) และ (ผ.60) ตามลำดับ โดยที่สมาชิกของเวกเตอร์  $\mathbf{q}_b(0)$  สำหรับรูปแบบโหมดที่  $n$  สามารถหาได้จากสมการ (ผ.33) อย่างไรก็ตาม สำหรับปัญหาของงานวิจัยนี้ในสภาวะเริ่มต้นทั้งคานและรถยนต์อยู่ในสภาวะสมดุลหรืออีกนัยหนึ่งอยู่ที่ในสภาวะเริ่มต้น เพราะฉะนั้น จะได้ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นคือ  $u_b(x,0) = 0, \dot{u}_b(x,0) = 0, \mathbf{u}_c(0) = \mathbf{0}$  และ  $\dot{\mathbf{u}}_c(0) = \mathbf{0}$  ซึ่งทำให้  $\mathbf{q}(0) = \mathbf{0}$  และ  $\dot{\mathbf{q}}(0) = \mathbf{0}$

ตารางที่ ๘6 ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเปรียบเทียบระหว่างวิธีทางทฤษฎี และวิธีเชิงตัวเลขด้วยการใช้ผลต่างของช่วงเวลาแบ่ง  $\Delta t = 0.0001$

ความถี่แรงกระตุ้น	จำนวนของโหมด	ความคลาดเคลื่อน (%)	
		$\max \frac{(u - \hat{u})}{u_{\max}}$	$\frac{\ \mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}\ _2}{\ \mathbf{u}\ _2}$
$0.5\omega_{b1}$	1	0.1045	0.0757
	3	0.0364	0.0272
	5	0.0305	0.0234
$\omega_{b1}$ (สิ้นพ้องที่โหมด 1)	1	0.0892	0.0918
	3	0.1095	0.1087
	5	0.1115	0.1099
$9\omega_{b1}$ (สิ้นพ้องที่โหมด 3)	1	97.5765	99.8835
	3	0.9574	0.9787
	5	0.9687	0.9922

หมายเหตุ: 1.  $u$ ,  $\hat{u}$  คือ การขจัดสัมบูรณ์ที่กึ่งกลางคานจากวิธีทางทฤษฎีและวิธีเชิงตัวเลข ตามลำดับ

2.  $\|\mathbf{u}\|_2$ ,  $\|\mathbf{u} - \hat{\mathbf{u}}\|_2$  คือ เวกเตอร์นอร์มอันดับสองของการกระจัดสัมบูรณ์ที่กึ่งกลางคานจากวิธีทางทฤษฎีและของผลต่างระหว่างเวกเตอร์ของการกระจัดสัมบูรณ์ที่กึ่งกลางคานจากทั้งสองวิธี

ดังนั้น เมื่อทราบค่าของค่าคงตัว  $A_m$  และ  $B_m$  ก็จะสามารถหาค่า  $z_m(t)$  ได้และในที่สุด การหาค่าการกระจัดสัมบูรณ์หรือผลตอบสนองการกระจัดสามารถทำได้โดยใช้สมการ (ผ.37), (ผ.8), (ผ.11) และ (ผ.12) ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

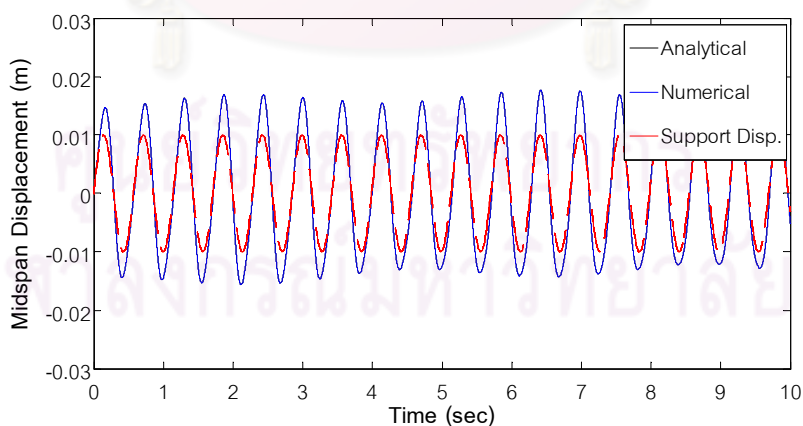


ตารางที่ ๗7 ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดของรณนตเปรียบเทียบระหว่างวิธีทางทฤษฎีและวิธีเชิงตัวเลขด้วยการใช้ผลต่างของช่วงเวลาแบ่ง  $\Delta t = 0.0001$

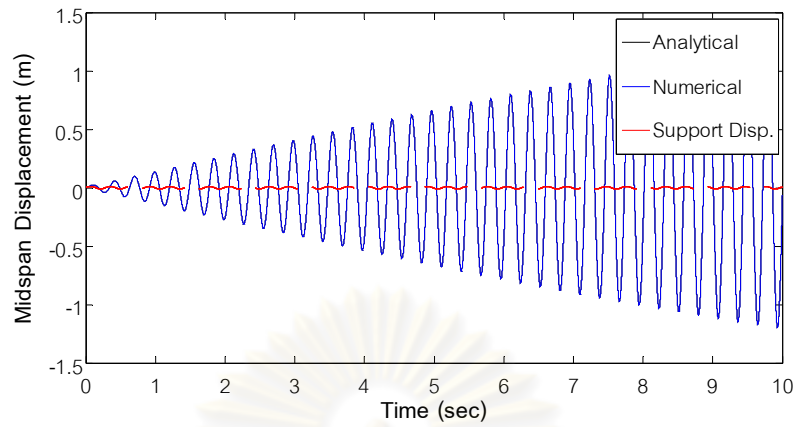
ความถี่แรงกระตุ้น	จำนวนของโหมด	ความคลาดเคลื่อน (%)	
		$\max \frac{(u_c - \hat{u}_c)}{u_{c,\max}}$	$\frac{\ u_c - \hat{u}_c\ _2}{\ u_c\ _2}$
$0.5\omega_{b1}$	1	0.4285	0.3440
	3	0.0500	0.0507
	5	0.0599	0.0583
$\omega_{b1}$ (สันพ้องที่โหมด 1)	1	0.1241	0.0997
	3	0.1094	0.1093
	5	0.1091	0.1105
$9\omega_{b1}$ (สันพ้องที่โหมด 3)	1	10.7237	8.8885
	3	0.1601	0.1076
	5	0.1689	0.1165

หมายเหตุ: 1.  $u_c$ ,  $\hat{u}_c$  คือ การขจัดสัมบูรณ์ของรณนตจากวิธีทางทฤษฎีและวิธีเชิงตัวเลข ตามลำดับ

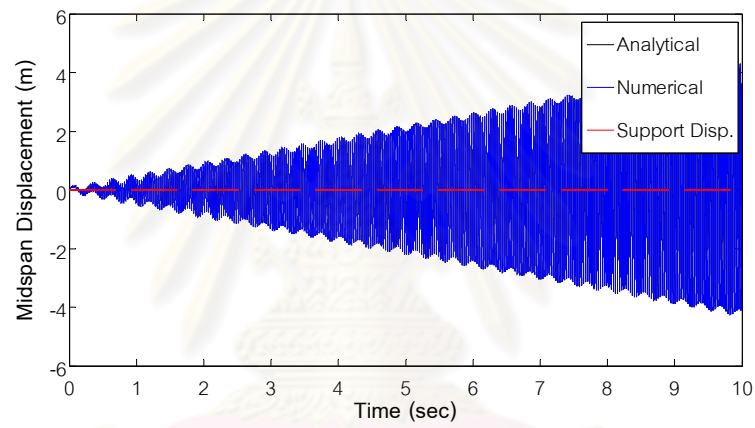
2.  $\|u_c\|_2$ ,  $\|u_c - \hat{u}_c\|_2$  คือ เวกเตอร์นอร์มอันดับสองของการกระจัดสัมบูรณ์ของรณนตจากวิธีทางทฤษฎีและของผลต่างระหว่างเวกเตอร์ของการกระจัดสัมบูรณ์ของรณนตจากทั้งสองวิธี



(ก)

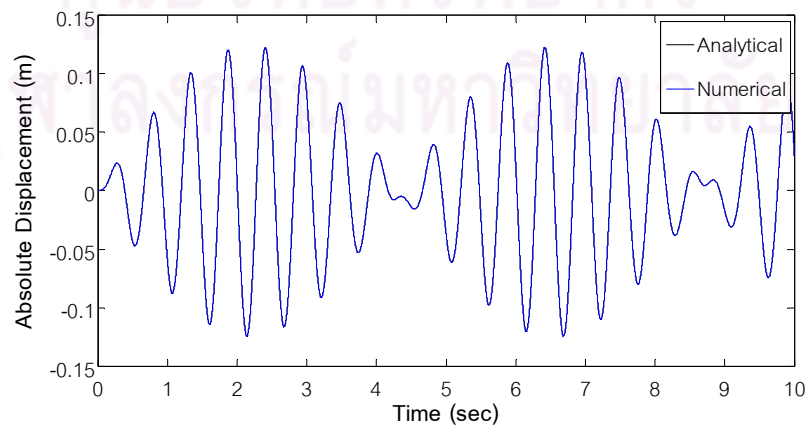


(ข)

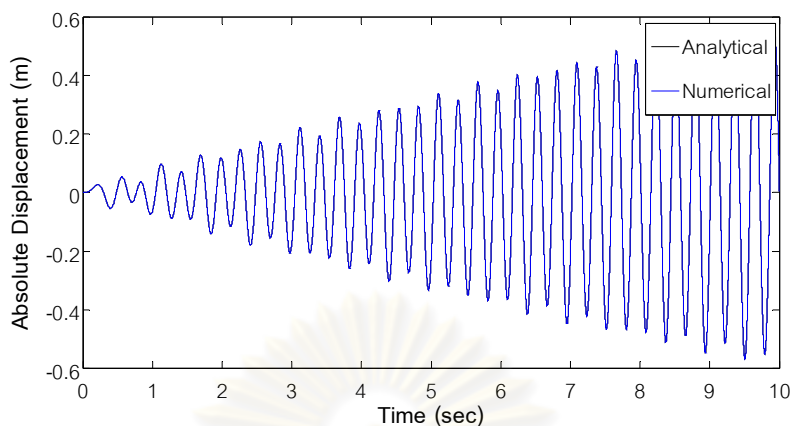


(ค)

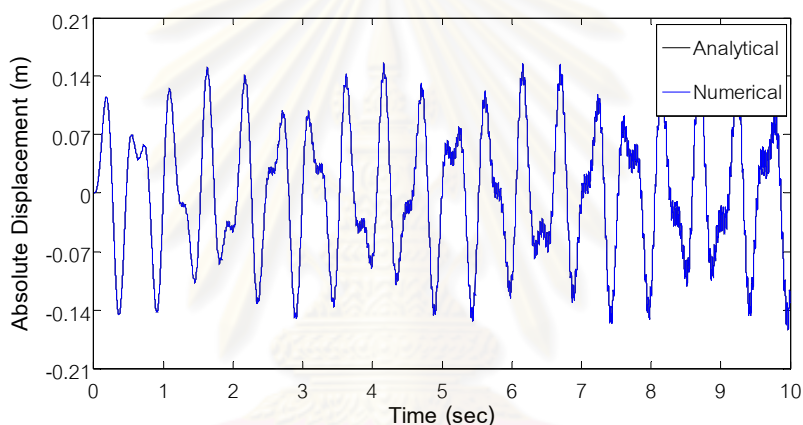
รูปที่ ๘.๒ ผลตอบสนองการกระจัดสัมบูรณ์ที่ตำแหน่งกึ่งกลางคานเนื่องจากการรวมผล 5 โหมด การสั่นของคานเปลี่ยนแปลงตามเวลา (ก)  $\omega = 0.5\omega_{b1}$  (ข)  $\omega = \omega_{b1}$  และ (ค)  $\omega = 9\omega_{b1}$



(ง)



(ข)



(ค)

รูปที่ ๓.3 ผลตอบสนองการกระจัดสัมบูรณ์ของรถยนต์เนื่องจากการรวมผล 5 โหมดการสั่นของคานเปลี่ยนแปลงตามเวลา (ก)  $\omega = 0.5\omega_{b1}$  (ข)  $\omega = \omega_{b1}$  และ (ค)  $\omega = 9\omega_{b1}$

สำหรับในกรณีนี้จะสมมติให้มีรถยนต์จอดอยู่บนสะพานเพียงคันเดียว โดยกำหนดให้มีมวล  $m_c = 1000$  kg ค่าความถี่ธรรมชาติ  $f_c = 2.0$  Hz และค่าอัตราส่วนความหน่วง  $\zeta_c = 0.10$  จากตารางที่ ๓.6 จะเห็นว่าผลที่ได้เป็นไปในทำนองเดียวกันกับค่าในตารางที่ ๓.4 ดังที่ได้อธิบายไว้แล้ว

รูปที่ ๓.2 และ ๓.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดสัมบูรณ์ตรงตำแหน่งกึ่งกลางช่วงคานที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของคานและรถยนต์ตามลำดับ โดยพิจารณาค่าความถี่ของแรงกระตุ้นที่แตกต่างกัน ณ ตำแหน่งฐานรองของคานซึ่งให้ผลในทำนองเดียวกันกับรูปที่ ๓.1

**ภาคผนวก ข**  
**ค่าตัวประกอบสูงสุด (Crest Factor)**

ตารางที่ ผ8(ก) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความถี่ของรถยนต์คันที่ 1 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	9.97	8.99	9.66	10.67	10.69	10.45	10.37	10.75	10.46	10.84
1000	9.95	9.04	9.48	10.42	10.38	11.01	10.23	10.07	10.02	11.23
1500	9.93	9.08	9.31	10.60	10.49	11.22	10.05	9.83	10.06	11.53
2000	9.91	9.13	9.17	10.77	10.48	11.20	10.54	10.43	10.08	11.98
2500	9.89	9.16	9.04	10.88	10.40	11.22	10.84	11.23	10.46	12.56

ตารางที่ ผ8(ข) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความถี่ของรถยนต์คันที่ 1 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	10.76	9.56	8.93	11.32	11.31	11.81	10.25	11.79	12.34	16.19
1000	10.75	9.55	8.87	11.21	10.98	11.63	10.53	12.21	12.77	16.50
1500	10.74	9.53	8.81	11.11	10.67	11.53	11.00	12.63	13.16	16.80
2000	10.74	9.52	8.75	11.01	10.44	11.34	11.43	13.02	13.52	17.09
2500	10.73	9.51	8.69	10.92	10.40	11.16	11.81	13.37	13.84	17.35

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ผ8(ค) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความถี่ของรถยนต์คันที่ 2 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	9.80	9.55	9.96	10.28	10.13	9.87	10.25	10.45	10.43	10.48
1000	9.80	9.52	9.80	9.99	9.62	10.12	10.30	10.29	10.71	10.92
1500	9.80	9.48	9.62	9.69	9.67	10.92	10.45	10.05	10.30	10.68
2000	9.79	9.44	9.45	9.61	9.95	11.35	10.43	10.15	9.95	10.13
2500	9.79	9.39	9.27	9.73	10.05	11.53	10.57	10.11	10.17	10.02

ตารางที่ ผ8(ง) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความถี่ของรถยนต์คันที่ 2 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	11.25	10.59	11.35	11.23	11.95	11.84	10.13	9.57	9.73	9.87
1000	11.25	10.58	11.29	11.09	11.78	12.07	10.57	9.74	9.99	9.94
1500	11.24	10.57	11.23	10.95	11.56	12.21	11.02	10.10	10.37	10.21
2000	11.24	10.56	11.17	10.81	11.31	12.11	11.37	10.42	10.66	10.47
2500	11.24	10.55	11.11	10.67	11.27	12.06	11.74	10.74	10.93	10.81

ตารางที่ ผ8(จ) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความถี่ของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงก่อนติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	9.61	9.66	9.79	10.15	10.02	9.76	10.14	10.41	10.39	10.37
1000	9.61	9.63	9.62	9.86	9.57	10.00	10.32	10.16	10.56	10.82
1500	9.61	9.60	9.44	9.55	10.14	10.88	10.65	9.94	10.08	10.43
2000	9.60	9.57	9.33	9.26	10.49	11.35	10.69	10.00	9.76	9.84
2500	9.60	9.53	9.21	9.29	10.65	11.78	10.35	10.32	9.92	9.77

ตารางที่ ผ8(ด) ค่าตัวประกอบสูงสุดของสัญญาณความถี่ของรถยนต์คันที่ 3 ภายใต้การกระตุ้นจากสภาพการจราจรจริงหลังติดตั้งมวลหน่วงปรับค่า

$M_c$ (kg)	$f_c$ (Hz)									
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
500	10.72	10.04	11.51	11.58	12.66	11.80	10.37	9.90	9.54	9.69
1000	10.72	10.03	11.46	11.46	12.54	12.16	10.61	9.81	9.70	9.80
1500	10.72	10.02	11.40	11.33	12.36	12.41	11.00	10.16	9.79	9.84
2000	10.72	10.01	11.34	11.34	12.15	12.70	11.44	10.61	10.23	10.27
2500	10.72	10.00	11.28	11.35	11.92	12.92	11.79	11.01	10.71	10.68



ศูนย์วิทยพัทยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายไพโรจน์ รัชมานันท์ เกิดเมื่อวันที่ 4 มีนาคม พ.ศ. 2524 ที่จังหวัดศรีสะเกษ สำเร็จ การศึกษาระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนศรีสะเกษวิทยาลัย จังหวัดศรีสะเกษ สำเร็จการศึกษา ระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี พ.ศ. 2546 และได้เข้าทำงานในบริษัท ซีโน-ไทย เอ็นจิเนียริ่ง แอนด์ คอนสตรัคชั่น จำกัด (มหาชน) อยู่ระหว่างช่วงปี พ.ศ. 2546-2552 โดยมีประสบการณ์ทำงานดังนี้

1. วิศวกรควบคุมงานโครงการก่อสร้าง อาคารที่พักอาศัย อาคารพาณิชย์ โรงเรียน และ โรงพยาบาล ที่เกาะ New Hulhumale, Republic of Maldives ในปี พ.ศ. 2546
2. วิศวกรควบคุมงานโครงการก่อสร้างโรงงาน New KAO Plant Project Phase I ที่นิคม อุตสาหกรรมอมตะนคร อ. พานทอง จ. ชลบุรี ในปี พ.ศ. 2547-2548
3. วิศวกรสำนักงานโครงการก่อสร้างโรงงานอุตสาหกรรมผลิตสารปิโตรเคมี Indorama PTA Project ที่นิคมอุตสาหกรรมเอเซีย อ. เมือง จ. ระยอง ในปี พ.ศ. 2548
4. วิศวกรควบคุมงานโครงการก่อสร้างโรงไฟฟ้าแก่งคอย KK2 Power Plant Project อ. แก่งคอย จ. สระบุรี ในปี พ.ศ. 2548-2550
5. วิศวกรออกแบบ แผนกวิศวกรรมประจำสำนักงานใหญ่ กรุงเทพฯ ในปี พ.ศ. 2550-2552

หลังจากนั้นได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปี พ.ศ. 2552 โดยทำการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการลดการสั่นสะเทือนของรถยนต์ที่จอดติดบนสะพานด้วยมวลหน่วงปรับค่า ซึ่งในงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อลดผลกระทบของการสั่นสะเทือนต่อสุขภาพอนามัยและความรู้สึก สะดวกสบายของผู้โดยสาร