

การสร้างแบบจำลองและการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือด
ที่มีสาเหตุจากความดันเลือด

นางสาวสิริประภา ฤทธิรักษา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

MODELING AND VISUALIZATION OF BLOOD VESSEL
CAUSED BY BLOOD PRESSURE

Miss Siriprapa Ritraksa

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Applied Mathematics and Computational Science
Department of Mathematics and Computer Science
Faculty of Science
Chulalongkorn University
Academic Year 2011
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การสร้างแบบจำลองและการสร้างภาพนามธรรมของเส้น
เลือดที่มีสาเหตุจากความดันเลือด

โดย

นางสาวสิริประภา ฤทธิรักษา

สาขาวิชา

คณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

รองศาสตราจารย์ สุชาติ ศิริพันธ์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ หารหนองบัว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(อาจารย์ ดร. คำรณ เมฆฉาย)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ สุชาติ ศิริพันธ์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. เพชรอาภา บุญเสริม)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร. สมพร ช้วยอารีย์)

สิริประภา ฤทธิรักษา : การสร้างแบบจำลองและการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือด
ที่มีสาเหตุจากความดันเลือด. (MODELING AND VISUALIZATION OF BLOOD
VESSEL CAUSED BY BLOOD PRESSURE) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก:
รศ.สุชาติ ศิริพันธุ์, 54 หน้า.

ปัจจุบันในประเทศไทยมีจำนวนผู้ป่วยโรคเกี่ยวกับเส้นเลือดเพิ่มสูงขึ้น ทำให้มีนักวิจัย
จำนวนมากทำการศึกษาแบบจำลองการไหลของเลือด ซึ่งในงานวิจัยนี้จะพัฒนาสมการทาง
คณิตศาสตร์อธิบายพฤติกรรมของเส้นเลือดเมื่อความเร็วในการไหลของเลือดและความดัน
เลือดมีการเปลี่ยนแปลง โดยวิเคราะห์จากข้อมูลของเส้นเลือดที่มีพื้นฐานแนวคิดจาก
สมการปัวเซยล์ (Poiseuille equation) และสมการแบร์นูลลี (Bernoulli equation) โดย
จำลองการเปลี่ยนแปลงของเส้นเลือด ณ ตำแหน่งที่สนใจของเส้นเลือดหัวใจเมื่อการไหลของ
เลือดมีอัตราไม่คงที่เนื่องจากความเร็ว ณ จุดต่าง ๆ บริเวณที่พิจารณามีความเร็วไม่เท่ากันทำ
ให้ความดันเลือดมีการเปลี่ยนแปลงเช่นกัน และพัฒนาโปรแกรมเพื่อแสดงภาพนามธรรม ให้
เห็นภาพพฤติกรรมของเส้นเลือดได้ชัดเจนมากขึ้น ผลของงานวิจัยนี้สามารถนำไปต่อยอดใช้
กับเส้นเลือดในส่วนต่าง ๆ ของร่างกาย หรือศึกษาพฤติกรรมการไหลของเลือดในเส้นเลือด
อวัยวะที่สามารถนำประยุกต์ใช้กับการไหลของของเหลวภายในท่อหรือโครงสร้างอื่น ๆ ที่มี
ขอบเขตแน่นอน

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการ ลายมือชื่อนิสิต.....
คอมพิวเตอร์
สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์และ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
วิทยาการคณนา
ปีการศึกษา 2554

##5373891523: MAJOR APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTATIONAL SCIENCE

KEYWORDS: POISEUILLE'S EQUATION / BERNOULLI'S EQUATION / BLOOD FLOW

SIRIPRAPA RITRAKSA: MODELING AND VISUALIZATION OF BLOOD VESSEL
CAUSED BY BLOOD PRESSURE. ADVISOR: ASSOC. PROF. SUSHADA
SIRIPANT, 54 pp.

Nowadays, patients with coronary disease are increasing in Thailand. Therefore, blood flow models have been carried out to investigate the fluid dynamic in blood vessels by many researchers. The goal of this study is to model the behavior of blood vessel when the flow velocity and blood pressure are changed. We propose a modified Poiseuille equation and Bernoulli equation to simulate the effect of blood vessel from the change of blood pressure at any position of interested vessel. We use a particle system to visualize the flow of blood. The solution of the model will be implemented by a visualization of blood flow in vessel with a change of corresponding vessel diameter. The model can be applied to the blood flow in vessel system of heart.

Department : Mathematics and

Computer Science

Field of Study: Applied Mathematics and

Computational Science

Academic Year : 2011

Student's Signature

Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ สุชาติ ศิริพันธุ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่ท่านได้กรุณาให้ความรู้ คำปรึกษาต่าง ๆ คำแนะนำที่ดี ช่วยตรวจสอบการทำงานวิจัย และ ให้คำแนะนำในการแก้ไขงานวิจัยและวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ อีกทั้งยังคอยให้กำลังใจ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. สมพร ช่วยอารีย์ กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัยที่ท่านช่วยเหลือ ตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขงานวิจัยและวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ อีกทั้งยังให้กำลังใจ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี และมีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. คำนธ เมฆฉาย ประธานกรรมการ ที่ท่านช่วยเหลือ ตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. เพชรอาภา บุญเสริม กรรมการ ที่ท่านช่วยเหลือ ตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ให้การสนับสนุนมอบทุนการศึกษา “ทุนวิทยบัณฑิต” ในปีการศึกษา 2553

ขอขอบพระคุณศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์สำนักงานคณะกรรมการ การอุดมศึกษา ประเทศไทย ที่ให้การสนับสนุนมอบทุนการศึกษาในปีการศึกษา 2554

ขอขอบคุณ คุณอนุรักษ์ บุษะมัญญ ที่คอยให้คำปรึกษาในการใช้ OpenGL และคำแนะนำที่ดีในการทำงานวิจัย ทำให้งานวิจัยสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบิดามารดาผู้ให้กำเนิด และพี่สาวของผู้วิจัย ที่คอยให้กำลังใจ และคอยช่วยเหลือให้คำปรึกษาในเรื่องต่าง ๆ ตลอดช่วงระยะเวลาที่ทำงานวิจัยนี้ ญาติพี่น้องรวมทั้งเพื่อน ๆ พี่ ๆ น้อง ๆ ทุกคนที่คอยให้กำลังใจ อีกทั้งคุณครูและอาจารย์ที่เคยอบรมสั่งสอน ให้วิชาความรู้ ทำให้ผู้วิจัยมีกำลังใจที่จะทำงานวิจัยและทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความสำคัญและที่มาของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์.....	2
ขอบเขตของงานวิจัย.....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
บทที่ 3 ความรู้และทฤษฎีที่สำคัญ.....	7
ระบบไหลเวียนของเลือด.....	7
สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier–stokes equations)	10
สมการปัวเซยล์ (Poiseuille equation)	11
สมการแบร์นูลลี (Bernoulli Equation)	13
บทที่ 4 แนวคิดของงานวิจัย.....	16
บทที่ 5 ผลการวิจัยและการสร้างภาพนามธรรม.....	21
ผลการวิจัย.....	21
การสร้างภาพนามธรรม.....	28
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	39
สรุปผลการวิจัย.....	39
ข้อเสนอแนะ.....	40
รายการอ้างอิง.....	41

	หน้า
ภาคผนวก.....	43
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	54

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 2.1 ภาพแสดงรูปแบบการไหลและการกระจายความเร็วในหลอดเลือดตีบ.....	3
ภาพที่ 2.2 ภาพแสดงการเปรียบเทียบค่าจากการทำนายและค่าจากทางการแพทย์.....	4
ภาพที่ 2.3 ภาพแสดงการจำลองการไหลของเลือดโดยใช้อินุภาค สำหรับ single RBC.....	5
ภาพที่ 2.4 ภาพแสดงการจำลองการไหลของเลือดโดยใช้อินุภาค สำหรับ multiple RBCs...	5
ภาพที่ 2.4 ภาพแสดงการเปรียบเทียบค่าความเค้นเฉือนของผนังหลอดเลือด ณ เวลาต่าง ๆ	6
ภาพที่ 3.1 ภาพแสดงลักษณะโดยทั่วไปของหัวใจ.....	8
ภาพที่ 3.2 ภาพแสดงขนาดเส้นเลือดแต่ละประเภทที่แตกต่างกัน.....	8
ภาพที่ 3.3 ภาพแสดงของไหลที่มีความหนืดคงที่ค่าหนึ่งกำลังไหลในท่อทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่.....	12
ภาพที่ 3.4 ภาพแสดงรูปแบบของความเร็วในการไหลของของไหลในสถานะ steady flow ...	13
ภาพที่ 3.5 ภาพแสดงลักษณะการพิจารณาการไหลของ Bernoulli Equation.....	14
ภาพที่ 4.1 ภาพแสดงการไหลของของไหลที่ออกจากรูด้านข้าง.....	17
ภาพที่ 5.1 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการ ของอาสาสมัครคนที่ 1 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.2 cm.	21
ภาพที่ 5.2 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการ ของอาสาสมัครคนที่ 1 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.8 cm.	21
ภาพที่ 5.3 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการ ของอาสาสมัครคนที่ 2 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.4 cm.	23
ภาพที่ 5.4 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการ ของอาสาสมัครคนที่ 2 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 3.7 cm.	23
ภาพที่ 5.5 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่าของรัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการ ของอาสาสมัครคนที่ 3 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1 cm	25
ภาพที่ 5.6 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการ ของอาสาสมัครคนที่ 3 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.5 cm.	25
ภาพที่ 5.7 ภาพแสดงตัวอย่างแนวคิดในการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดที่แสดงรัศมีของเส้นเลือดจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา.....	28

ภาพที่ 5.8	ภาพแสดงตัวอย่างแนวคิดในการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดที่แสดงรัศมีของเส้นเลือดจากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด.....	28
ภาพที่ 5.9	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดก่อนการประมาณค่าช่วงของข้อมูลตำแหน่งที่ไม่ทราบค่า.....	31
ภาพที่ 5.10	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดหลังการประมาณค่าช่วงของข้อมูลตำแหน่งที่ไม่ทราบค่า.....	31
ภาพที่ 5.11	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดแสดงสีที่ต่างกันขึ้นกับค่าของขนาดรัศมี สีแดงแทนค่าสูงสุด สีส้มแทนค่าต่ำสุด.....	32
ภาพที่ 5.12	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 1 จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา สีแดงแทนค่าสูงสุด สีส้มแทนค่าต่ำสุด.....	33
ภาพที่ 5.13	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 1 จากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด สีแดงแทนค่าสูงสุด สีส้มแทนค่าต่ำสุด.....	34
ภาพที่ 5.14	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 2 จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา สีเขียวแทนค่าสูงสุด สีเหลืองแทนค่าต่ำสุด.....	35
ภาพที่ 5.15	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 2 จากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด สีเขียวแทนค่าสูงสุด สีเหลืองแทนค่าต่ำสุด.....	36
ภาพที่ 5.16	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 3 จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา สีน้ำเงินแทนค่าสูงสุด สีฟ้าแทนค่าต่ำสุด.....	37
ภาพที่ 5.17	ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 3 จากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด สีน้ำเงินแทนค่าสูงสุด สีฟ้าแทนค่าต่ำสุด.....	38

บทที่ 1

บทนำ

ในบทนี้เป็นกรกล่าวถึงปัญหาของงานวิจัยซึ่งประกอบด้วย ความสำคัญและที่มาของปัญหา วัตถุประสงค์ของงานวิจัย ขอบเขตของงานวิจัย และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการทำงานวิจัย ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ปัจจุบันประชากรในประเทศไทยป่วยเป็นโรคเกี่ยวกับเส้นเลือดเพิ่มสูงขึ้น ทั้งเส้นเลือดตีบที่เกิดจากโรคเบาหวาน ไขมันอุดตันในเส้นเลือด ความดันโลหิตสูง ความเครียด การสูบบุหรี่ หรือพันธุกรรม และเส้นเลือดโป่งพองที่พบบ่อยในผู้สูงอายุ ในการรักษาวิธีการหนึ่งที่สามารถทำได้คือการผ่าตัด ซึ่งจะต้องทราบระบบการไหลเวียนของเลือดภายในเส้นเลือดและพฤติกรรมของเส้นเลือดว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร เพื่อเป็นการเตรียมตัวในการผ่าตัดที่สะดวกขึ้น

งานวิจัยนี้จะพัฒนาสมการเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายพฤติกรรมของเส้นเลือด โดยพิจารณาจากความเร็วในการไหลของเลือดที่ส่งผลให้ความดันเลือดเปลี่ยนแปลง จากการวิเคราะห์ข้อมูลการไหลของเลือดจะเห็นว่าความดันเลือดที่เปลี่ยนแปลง ทำให้ขนาดของเส้นเลือดเปลี่ยนไปเมื่อพิจารณาเฉพาะความยาวในช่วงสั้น ๆ แนวคิดของบัวเซย์สามารถนำมาพิจารณาได้ แต่หากพิจารณาในความยาวของเส้นเลือดที่ยาวขึ้น แนวคิดตามทฤษฎีของแบร์นูลลีจะสามารถอธิบายได้ดีกว่า เนื่องจากตลอดระยะทางการไหลของเลือดในเส้นเลือดเมื่อความเร็วเปลี่ยน และเส้นเลือดซึ่งแม้ว่าจะมีความยืดหยุ่นแต่ภายในอาจมีไขมันเกาะอยู่ทำให้อัตราการไหลของเลือดไม่สม่ำเสมอเกิดการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow) ทำให้ความดัน ณ จุดนั้นเปลี่ยน ขนาดของเส้นเลือดก็จะเปลี่ยนไป งานวิจัยนี้จึงนำแนวทางแบบบัวเซย์และแบร์นูลลีมาพิจารณาตามสมมุติฐานการแพร่โดยใช้หลักการอนุกรมกำลัง และพัฒนาโปรแกรมเพื่อแสดงภาพนามธรรม เพื่อให้เห็นภาพพฤติกรรมของเส้นเลือดชัดเจนขึ้น โดยการเขียนโปรแกรม Delphi 7 ร่วมกับไลบรารี OpenGL (Open Graphic Library) ผลของงานวิจัยนี้สามารถนำไปต่อยอดใช้กับของเส้นเลือดทั้งหมดในร่างกาย หรือการไหลของเลือดในเส้นเลือด อีกทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการไหลของของเหลวภายในท่อหรือโครงสร้างอื่น ๆ ที่มีขอบเขตแน่นอน

วัตถุประสงค์

เพื่อพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของเส้นเลือดเมื่อความเร็วในการไหลของเลือดและความดันเลือดมีการเปลี่ยนแปลง และแสดงภาพนามธรรมในรูปแบบ 2 มิติ

ขอบเขตของงานวิจัย

1. พิจารณาการไหลของเลือด จะพิจารณาจากจุดใดจุดหนึ่งให้เป็นจุดเริ่มต้นแล้วจึงพิจารณาการไหลที่ต่อเนื่องได้
2. พิจารณาเส้นเลือดเฉพาะช่วงที่ยังไม่มีการแตกแขนงย่อย

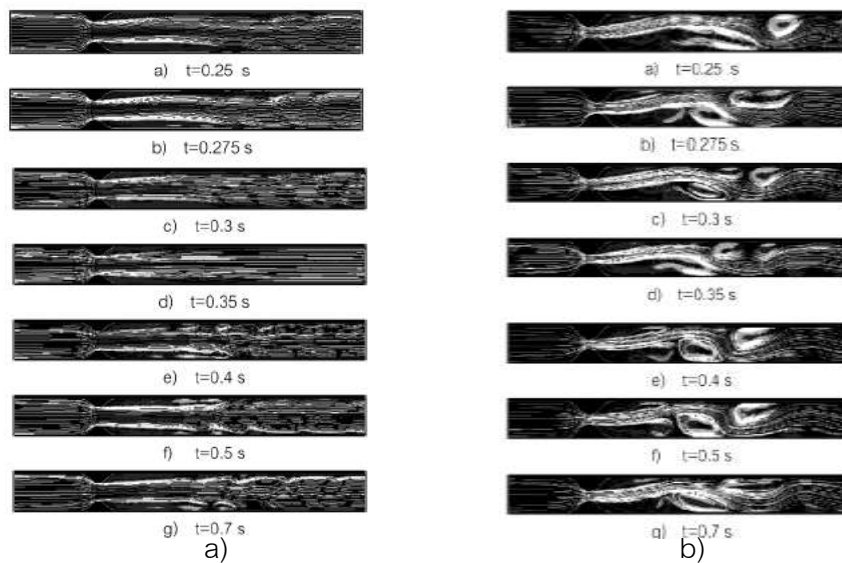
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทำให้สามารถอธิบายพฤติกรรมของเส้นเลือดเมื่อมีปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลให้ขนาดของเส้นเลือดมีการเปลี่ยนแปลงได้
2. ช่วยให้การศึกษากิจกรรมของเส้นเลือดสามารถเห็นภาพได้ชัดเจน

บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง คือ งานวิจัยเกี่ยวกับการไหลของของเหลวในท่อที่มีขอบเขตจำกัด และการไหลของเลือดในเส้นเลือดซึ่งใช้ทฤษฎีและหลักการที่แตกต่างกัน โดยในที่นี่ได้ทำการรวบรวมและสรุปสาระสำคัญของงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้เห็นถึงแนวความคิด ปัญหาและข้อผิดพลาดที่ควรได้รับการแก้ไข ดังต่อไปนี้

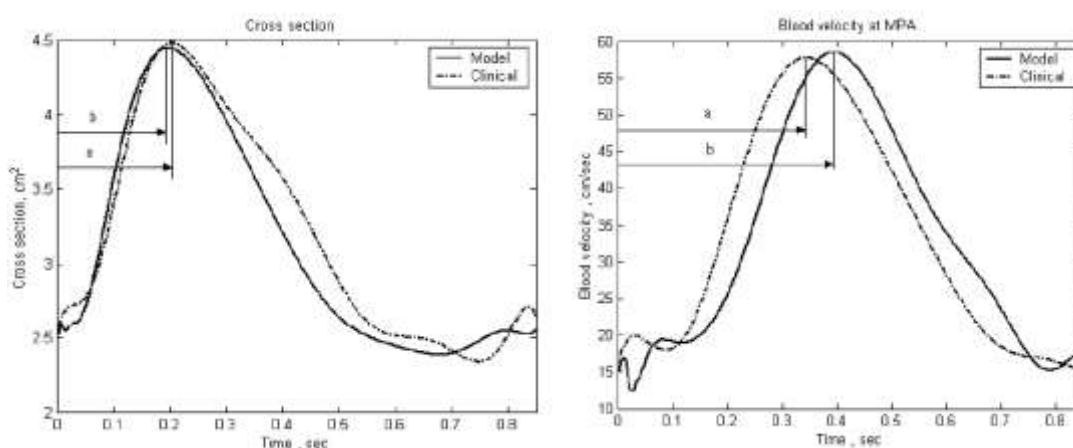
ชินสุธา สุตพันธ์ และ มงคล มงคลวงศ์โรจน์ (2552) [1] ได้พัฒนาโครงการการจำลองเชิงคำนวณของการไหลในหลอดเลือดตีบและหลอดเลือดบายพาส (Computational Simulation of blood flow in the stenosed Artery Utilizing Bypass Grafts) พัฒนาแบบจำลองการไหลของเลือดในหลอดเลือดตีบด้วยเทคนิคการคำนวณเชิงคอมพิวเตอร์ เพื่อใช้ในการวางแผนรักษาโรคหลอดเลือดตีบด้วยวิธีการผ่าตัดบายพาสตามลักษณะทางกายวิภาคและสรีรวิทยาที่เฉพาะของ คนไข้ แบบจำลองที่สร้างขึ้นกำหนดให้เลือดเป็นของไหลนิวโตเนียน และเป็นของไหลอัดตัวไม่ได้ หรือมีความหนาแน่นของเลือดคงที่ โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์สมการนาเวียร์-สโตกส์ แบบ 2 มิติ ผลการศึกษาพบว่าเปอร์เซ็นต์การตีบ และระยะการตีบที่มากขึ้น ส่งผลให้ความดันยังลดลง การไหลของเลือดในหลอดเลือดบายพาสที่มีขนาดเท่ากับหลอดเลือดเดิม จะเกิดการสูญเสียความดันน้อยกว่าในหลอดเลือดบายพาสที่มีขนาดเล็กกว่า การต่อเชื่อมหลอดเลือดบายพาสกับหลอดเลือดเดิมที่มีมุมต่อเชื่อม 45° จะทำให้เกิดการสูญเสียความดันน้อยกว่าการต่อเชื่อมที่มีมุมอื่น ๆ



ภาพที่ 2.1 ภาพแสดงรูปแบบการไหลและการกระจายความเร็วในหลอดเลือดตีบ

ภาพ a) หลอดเลือดตีบ 50% และ ภาพ b) หลอดเลือดตีบ 75% [1]

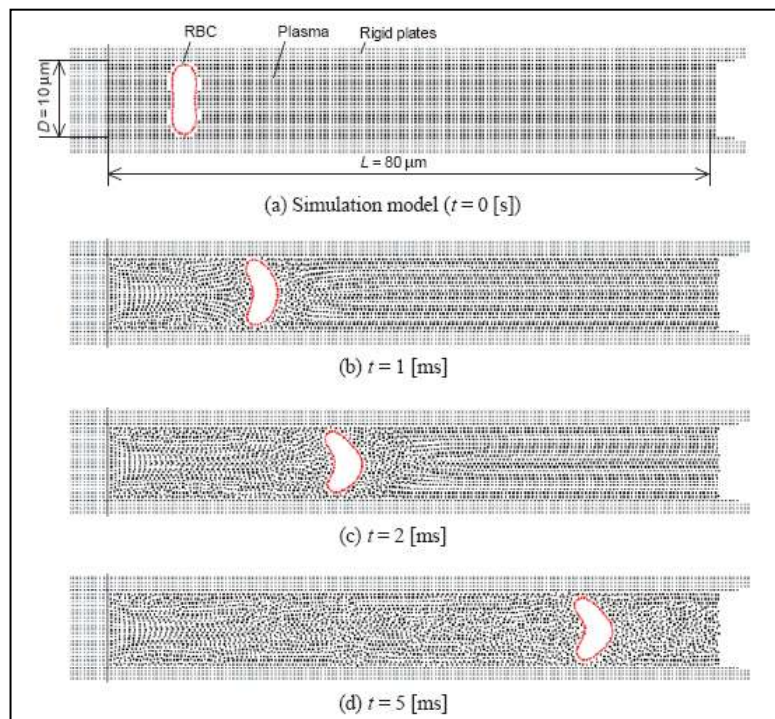
วินัย จันทรเพ็ง (2548) [3] ได้พัฒนาโครงการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หนึ่งมิติของการไหลของเลือดจาก หัวใจห้องล่างขวาไปยังเส้นเลือดที่แยกเข้าปอดทั้งสองข้าง (One Dimensional Mathematical Model of Blood Flow from the Right Ventricle to Both Lung Arteries.) ได้ทำการพัฒนาเพื่อศึกษาพฤติกรรมและการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด ความเร็ว แรงดัน และอัตราการไหลของเลือดรวมถึงตัวแปรที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของขนาดพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือด ซึ่งได้กำหนดให้เลือดเป็นของไหลแบบนิวโตเนียน ผลเฉลยของแบบจำลองสามารถคำนวณด้วยวิธี MacCormack จากการเปรียบเทียบผลที่ได้เทียบกับข้อมูลทางการแพทย์ พบว่าแบบจำลองเชิงตัวเลขที่พัฒนาขึ้น สามารถทำนายผลการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด ความเร็ว โดยมีค่าความผิดพลาดอยู่ในช่วง 1.88% ถึง 10.38% และมีความสอดคล้องกับข้อมูลทางการแพทย์ นอกจากนี้ พบว่าตัวแปรที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือด คือ ค่าความยืดหยุ่นและความดันเลือด



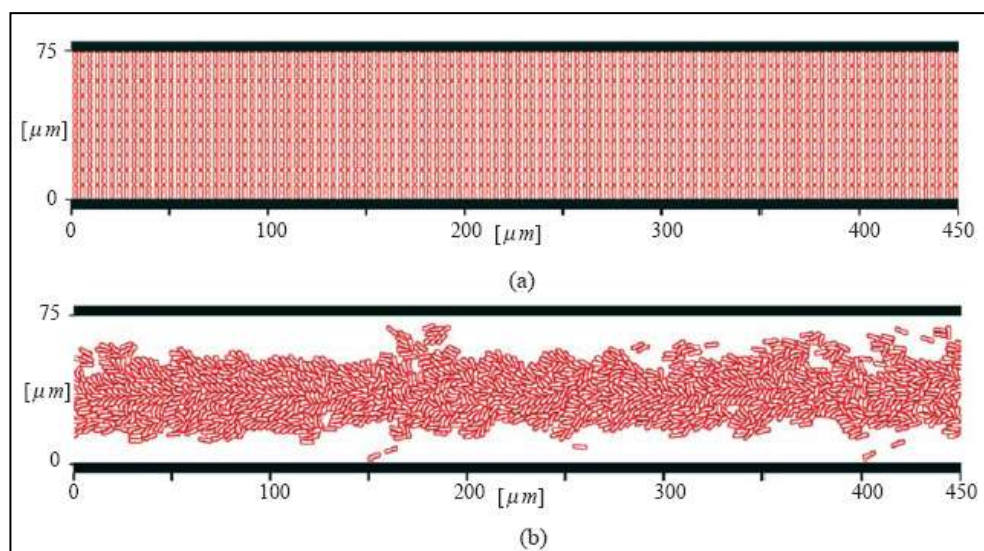
ภาพที่ 2.2 ภาพแสดงการเปรียบเทียบค่าจากการทำนายและค่าจากทางการแพทย์
ภาพ a) การเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัด ภาพ b) การเปลี่ยนแปลงของความเร็ว [3]

K. Tsubota et al.(2006) [6] ได้พัฒนาโครงการวิธีการ ของอนุภาค สำหรับการจำลองการไหลของเลือด เพื่อประยุกต์ใช้ในการไหลของเซลล์เม็ดเลือดแดงและเกล็ดเลือด (A Particle Method for Blood Flow Simulation, Application to Flowing Red Blood Cells and Platelets) ซึ่งเป็นการจำลองทางคอมพิวเตอร์แบบใหม่ด้วยวิธีของอนุภาค โดยวิเคราะห์พฤติกรรมไหลของเลือด ในส่วนของการจำลองจะประกอบไปด้วย พลาสมา เซลล์เม็ดเลือดแดง และเกล็ดเลือด เป็นแบบจำลองโดยการรวมกลุ่มกันของอนุภาค วิธีการที่นำเสนอเป็นการนำไปประยุกต์ใช้กับการเคลื่อนไหวและรูปร่างของ single RBC และ multiple RBCs ซึ่งเป็นการรวมกับเทคนิคการคำนวณ

ที่ซับซ้อนขนาดใหญ่ วิธีการจำลองจะเป็นประโยชน์ในการทำความเข้าใจคุณสมบัติโดยรวมของการไหลเวียนของเลือด

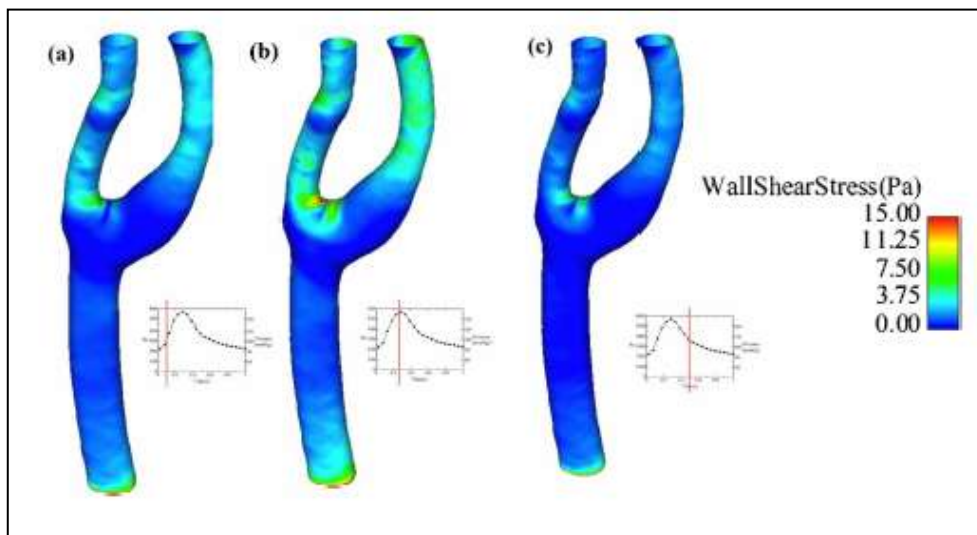


ภาพที่ 2.3 ภาพแสดงการจำลองการไหลของเลือดโดยใช้อนุภาค สำหรับ single RBC [6]



ภาพที่ 2.4 ภาพแสดงการจำลองการไหลของเลือดโดยใช้อนุภาค สำหรับ multiple RBCs [6]

M. Kojima (2010) [7] ได้พัฒนาโครงการการจำลองเชิงตัวเลขสำหรับการไหลเวียนของเลือดภายในหลอดเลือดแดง Carotid สำหรับการวิเคราะห์ด้วยความเค้น (Numerical simulation for blood flow in Internal Carotid Artery for integration with photoelastic stress analysis) ในการพัฒนาโครงการนี้ได้วิเคราะห์การไหลจาก รูปแบบของความเร็ว ความเค้นเฉือนของผนังหลอดเลือด (wall shear stress) และปัจจัยอื่นๆที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้กำหนดให้เลือดเป็นของไหลแบบนิวโตเนียน อีกทั้งกำหนดค่าความยืดหยุ่นของผนังหลอดเลือดเท่ากับ 3 Mpa. และค่าของอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio) เท่ากับ 0.45 ในการพัฒนาสมการของการไหลจะใช้สมการนาเวียร์-สโตกส์ในรูปแบบของไหลที่อัดตัวไม่ได้หรือมีความหนาแน่นคงที่ร่วมกับกฎการอนุรักษ์มวล โดยผลที่ได้พบว่า ค่าของความเค้นเฉือนของผนังหลอดเลือดสูงจะเป็นสาเหตุเริ่มต้นของการเกิดหลอดเลือดโป่งพองได้ และผลที่ได้จะแสดงเป็นภาพ 3 มิติทำให้เห็นภาพชัดเจนมากขึ้น



ภาพที่ 2.4 ภาพแสดงการเปรียบเทียบค่าความเค้นเฉือนของผนังหลอดเลือด ณ เวลาต่าง ๆ [7]

M. Yahya (2010) [8] ได้พัฒนาโครงการการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติของการไหลของเลือดในเส้นเลือด: ผลกระทบของรูปร่างและความยืดหยุ่นต่อการแตกของเส้นเลือดโป่งพอง (Three dimensional finite-element modeling of blood flow in vessels: effects of arterial geometry and elasticity on aneurysm growth and rupture) ในการพัฒนาได้กำหนดให้เลือดเป็นของไหลแบบนิวโตเนียน การไหลของเลือดคงที่ โดยมีค่าความดันที่ต่างกัน โดยพิจารณาลักษณะความยืดหยุ่นของผนังเส้นเลือดและผลกระทบอื่นที่ส่งผลให้ผนังเลือดแตกได้ ในการพัฒนาใช้ทฤษฎีความยืดหยุ่นของยัง (Young's modulus) อัตราส่วนปัวซองและทฤษฎีอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง มาปรับใช้ในการพัฒนา รวมถึงแบบจำลองของงานวิจัยอื่น ๆ ที่ใช้ได้ดีมาปรับใช้ร่วมด้วย ผลที่ได้จะแสดงเป็นภาพ 3 มิติ ทำให้เห็นภาพชัดเจนมากขึ้น

บทที่ 3

ความรู้และทฤษฎีที่สำคัญ

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ศึกษาความรู้และทฤษฎีที่สำคัญเพื่อนำมาใช้ในการพัฒนาแบบจำลองและการสร้างภาพนามธรรม จะประกอบด้วยเรื่องระบบไหลเวียนของเลือด สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier–stokes equations) สมการปัวเซยล์ (Poiseuille equation) และสมการแบร์นูลลี (Bernoulli Equation) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ระบบไหลเวียนของเลือด

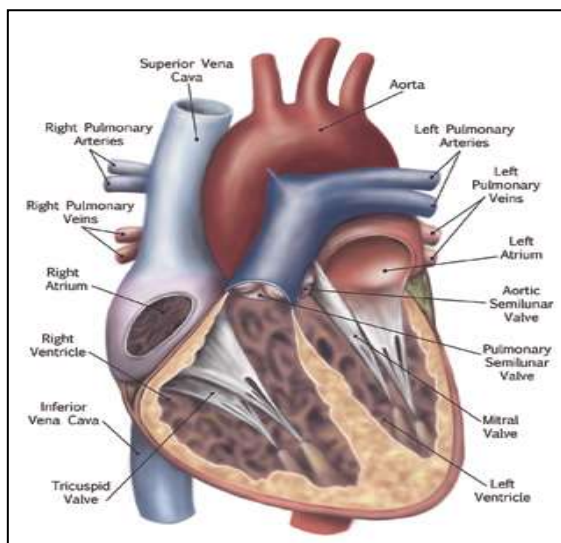
การไหลของเลือดอาศัยแรงจากการบีบตัวของหัวใจเป็นส่วนสำคัญ ขณะที่เลือดไหลเวียนอยู่นั้นจะมีความต้านทานอยู่ตลอดเวลา เกิดจากความหนืดของเลือด เส้นผ่านศูนย์กลางของเลือด และระยะทางของการไหลของเลือด เป็นต้น การไหลเวียนเลือดในร่างกายแบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ การไหลเวียนผ่านปอด และการไหลเวียนเลือดส่วนกาย

1. ส่วนประกอบของระบบไหลเวียน

ระบบไหลเวียนเลือดประกอบไปด้วยอวัยวะที่สำคัญคือ หัวใจ และเส้นเลือด (Blood vessel) ซึ่งทำหน้าที่ประสานกันตลอดเวลา ทำให้ไม่เกิดความผิดปกติขึ้นในร่างกาย

1.1. หัวใจ

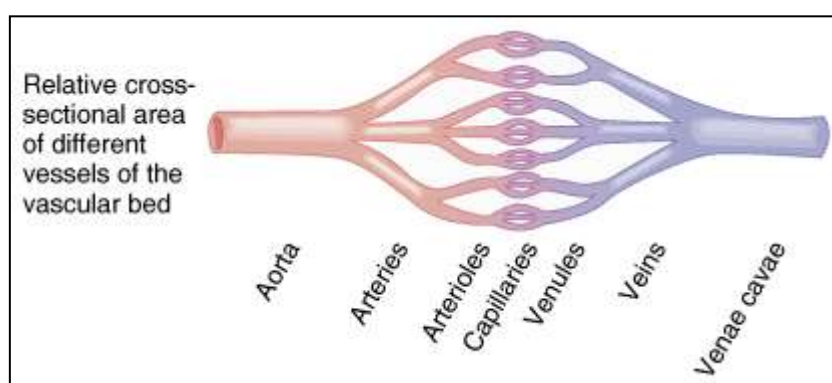
หัวใจของผู้ใหญ่มีน้ำหนักประมาณ 300 กรัม ทำหน้าที่เป็นเครื่องสูบที่ทำหน้าที่สูบฉีดเลือดส่งไปตามเส้นเลือดโดยการบีบตัวซึ่งอาศัยการหดตัวของกล้ามเนื้อหัวใจ ทำให้เกิดความดันขึ้นในห้องหัวใจ หัวใจแบ่งออกเป็น 2 ซีก คือ ซ้ายและขวา ซีกซ้ายบรรจุเลือดแดงเพื่อส่งไปเลี้ยงร่างกาย ซีกขวารวบรวมเลือดดำที่ไหลกลับจากส่วนต่าง ๆ ของร่างกายเพื่อส่งต่อไปให้ถุงลมปอดเพื่อแลกเปลี่ยนออกซิเจนและคาร์บอนไดออกไซด์ แต่ละซีกของหัวใจมีลิ้นกั้นระหว่างห้องบนกับห้องล่าง หัวใจจึงเป็นอวัยวะที่สำคัญที่ทำให้การไหลเวียนเลือดคงอยู่ได้ หัวใจเป็นอวัยวะกลวง ซึ่งประกอบด้วยกล้ามเนื้อพิเศษที่สามารถบีบตัวได้เองตลอดเวลา



ภาพที่ 3.1 ภาพแสดงลักษณะโดยทั่วไปของหัวใจ [9]

1.2. เส้นเลือด

เส้นเลือดต่างชนิดกันมีหน้าที่ต่างกัน เนื่องจากบางอวัยวะมีหน้าที่พิเศษทำให้กลไกการทำงานที่ของเลือดในแต่ละอวัยวะแตกต่างกันไป เส้นเลือดเอออร์ตามีขนาดใหญ่ที่สุดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 25 มิลลิเมตร เส้นเลือดที่แยกแขนงออกไปจะมีขนาดเล็กลงและมีจำนวนมากขึ้น ส่วนเส้นเลือดฝอยจะมีขนาดเล็กที่สุด มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 5 – 7 ไมครอน พื้นที่ผิวของเส้นเลือดฝอยมีเพียงร้อยละ 4 ของเส้นเลือดทั้งหมด แต่มีพื้นที่หน้าตัดรวมมากที่สุด จึงทำให้ความเร็วในการไหลของเลือดช้ากว่าส่วนอื่นของร่างกาย



ภาพที่ 3.2 ภาพแสดงขนาดเส้นเลือดแต่ละประเภทที่แตกต่างกัน [10]

2. คุณสมบัติทางกายภาพของระบบไหลเวียน

2.1. ความดัน (Pressure)

ความดัน คือแรงที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ เป็นแรงที่ดันของไหลจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่ง การที่ของไหลจะเคลื่อนที่ได้ช้าหรือเร็ว ขึ้นอยู่กับความแตกต่างของความดัน ถ้าระยะทางไกล แรงดันจะลดลง ในระบบไหลเวียนเลือดของร่างกายความดันเลือดในส่วนต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับความต้านทานด้วย ความดันสูงสุดเรียกว่า ความดันระยะหัวใจบีบตัว (Systolic pressure) ความดันต่ำสุดเรียกว่า ความดันระยะหัวใจคลายตัว (diastolic pressure)

2.2. ความเร็วการไหล (Velocity)

ความเร็วการไหลคือ ความเร็วของอนุภาคในทิศทางที่อนุภาคนั้นเคลื่อนที่มีหน่วยเป็นระยะทางต่อเวลา ความเร็วในการไหลของของไหลจะแตกต่างกัน ขึ้นกับอัตราการไหลและพื้นที่ภาคตัดขวาง เนื่องจากอัตราการไหลรวมในเส้นเลือดกลุ่มต่าง ๆ มีค่าเท่ากันหรือใกล้เคียงกันมาก ปัจจัยที่กำหนดความเร็วในการไหลจึงได้แก่ พื้นที่ภาคตัดขวางของเส้นเลือดแต่ละกลุ่ม เส้นเลือดฝอยมีพื้นที่ภาคตัดขวางมากที่สุด รองลงมาเป็นเส้นเลือดดำขนาดเล็ก เส้นเลือดแดงขนาดเล็ก เส้นเลือดดำขนาดใหญ่ เส้นเลือดแดงขนาดใหญ่ ีนาควา และเอออร์ตา ตามลำดับ ด้วยเหตุนี้ ที่เส้นเลือดฝอยจึงมีความเร็วช้าที่สุด

2.3. อัตราการไหล (Flow rate)

ปกติของไหลจะไหลจากที่สูงลงสู่ที่ต่ำกว่า จะไปมากน้อยขึ้นกับปัจจัยอื่น ๆ ประกอบด้วยกัน อัตราการไหลของเลือดในร่างกายมีหน่วยเป็นปริมาตรต่อเวลา คนปกติมีปริมาตรเลือดไหลในระบบไหลเวียนประมาณ 5 ลิตร ซึ่งใกล้เคียงกับปริมาตรเลือดที่หัวใจสูบฉีดออกได้ใน 1 นาที เลือดทั้งหมดนี้จะไหลผ่านเข้าไปในระบบไหลเวียนทุกส่วน อัตราการไหลเฉลี่ยจะเท่ากันตลอด

2.4. ความต้านทาน (Resistance)

ความต้านทานเป็นสิ่งที่ขัดขวางการไหลของของไหล ความต้านทานการไหลแปรผกผันกับรัศมีหรือเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อและแปรผันตามความยาวของท่อ ปกติไม่สามารถวัดความต้านทานโดยตรงได้ จึงต้องอาศัยการคำนวณจาก

$$R = \frac{8L}{\pi r^4} \quad (2.1)$$

เมื่อ L คือ ความยาวท่อ (cm) และ r คือ รัศมีของท่อ (cm)

เส้นผ่านศูนย์กลางยิ่งเล็กความต้านทานยิ่งสูง เนื่องจากเส้นเลือดในระบบไหลเวียนสามารถยืดขยายตัวได้

2.5. ความหนืด (Viscosity)

เป็นความต้านทานภายในอย่างหนึ่งของการไหลของเลือด ในภาวะปกติความต้านทานของเลือดขึ้นอยู่กับความหนืดของเลือด ซึ่งเป็นผลของฮีมาโตคริตหรือปริมาณของเม็ดเลือดแดงต่อปริมาณเลือดทั้งหมด เส้นเลือดที่มีขนาดเล็กกว่าจะมีความหนืดน้อยกว่าเส้นเลือดขนาดใหญ่ของไหลหลายชนิดไม่มีการเปลี่ยนแปลงความหนืดตามอัตราการไหล เรียกของไหลชนิดนี้ว่า ของไหลแบบนิวโตเนียน (Newtonian fluid) ส่วนของไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงความหนืดเรียกว่า ของไหลแบบนอนนิวโตเนียน (Non-newtonian fluid)

สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier–stokes equations)

สมการนาเวียร์-สโตกส์เป็นสมการที่ใช้เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของของไหล ซึ่ง โกลด ลูอีส์ นาวีเยร์ และ จอร์จ กาเบรียล สโตกส์ เป็นผู้คิดค้นสมการเหล่านี้ โดยประยุกต์จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันบนของไหล ประกอบเข้ากับสมมติฐานว่าความเค้นบนของไหลคือผลรวมของเทอมของความหนืดของการกระจายตัว และเทอมของความดัน

สมการนาเวียร์-สโตกส์ไม่สามารถใช้ระบุตำแหน่งได้แต่สามารถบอกความเร็วได้ ซึ่งเป็นตัวอธิบายถึงความเร็วของของไหล ณ ตำแหน่ง และเวลาที่กำหนด มีรูปแบบสมการดังนี้

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + \rho g \quad (2.2)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล v คือ ความเร็วการไหลของของไหล

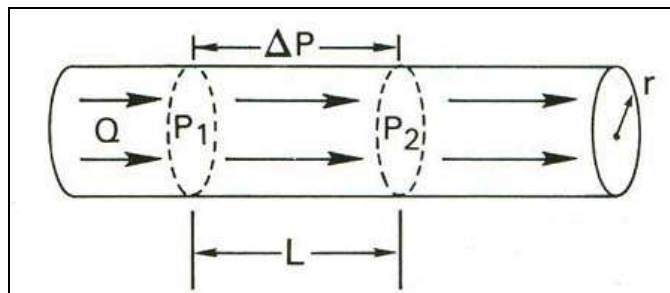
P คือ ความดัน μ คือ ความหนืดของของไหล

สมการนาเวียร์-สโตกส์นั้น เป็นกรณีเฉพาะของ สมการการไหล สมมุติฐานที่ใช้ในที่นี้คือของไหลเป็นของไหลแบบนิวโตเนียนค่าความหนืดคงที่ และค่าความหนาแน่นคงที่

การใช้สมการนาเวียร์-สโตกส์ร่วมกับกฎการอนุรักษ์มวลจะทำให้แบบจำลองดูแม่นยำยิ่งขึ้น เนื่องจากการไหลของของไหลในท่อ หรือบริเวณที่มีขอบเขตแน่นอนจะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์มวล คือปริมาตรของของไหลที่ไหลเข้าจะเท่ากับปริมาตรของของไหลที่ไหลออก งานวิจัยส่วนใหญ่จึงใช้สมการนาเวียร์-สโตกส์ร่วมกับกฎการอนุรักษ์มวลในการหาแบบจำลองของการไหลของของไหล

สมการปัวเซย์ (Poiseuille equation)

ในปี ค.ศ. 1846 แพทย์ชาวฝรั่งเศสที่ชื่อ Poiseuille ได้อธิบายถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการไหลของของไหลผ่านท่อแข็งกลวง ที่เรียกว่า pulsatile flow โดยกำหนดให้การไหลภายในท่อเป็นแบบเป็นชั้น ๆ (laminar flow) และของไหลมีความหนืดคงที่ค่าหนึ่ง ซึ่งจะพบว่าอัตราเร็วของการไหลมีค่ามากที่สุดที่ตรงกลางท่อและอัตราเร็วเป็นศูนย์ที่ผนังท่อ



ภาพที่ 3.3 ภาพแสดงของไหลที่มีความหนืดคงที่ค่าหนึ่งกำลังไหลในท่อทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่ [11]

โดยใช้สมการ $\eta = \frac{F/A}{v/l}$ ที่แสดงนิยามของความหนืด กับส่วนของของไหลรูปท่อทรงกระบอก จะได้สมการที่อธิบายความเร็วของการไหล (v) ที่ตำแหน่งต่าง ๆ บนหน้าตัดของท่อทรงกระบอก คือ

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2) \quad (2.2)$$

เมื่อ p_1 และ p_2 คือ ความดันที่ปลายทั้งสองของท่อ

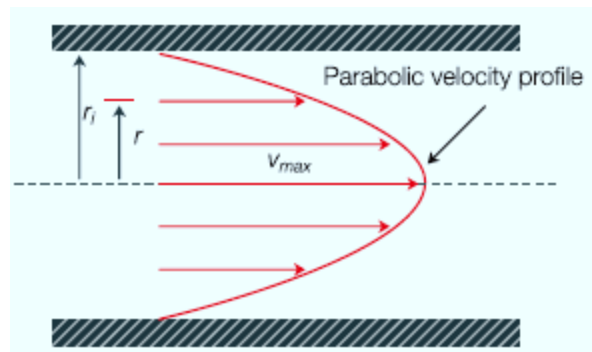
L คือ ความยาวของท่อ

η คือ ความหนืด

R คือ รัศมีภายนอกของท่อ

r คือ รัศมีภายในของท่อ

ถ้าพิจารณาการไหลของของไหลในรูปแบบการไหลแบบคงที่ คือการไหลที่มีความเร็วของการไหลไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ถ้าพิจารณาลักษณะของความเร็วการไหลแบบเป็นชั้น ๆ ซึ่งมีความเร็วในการไหลที่เกิดจากความหนืดทำให้พื้นผิวของการไหลมีรูปแบบเป็นพาราโบลาบิดงภาพที่ 3.4 ความเร็วในการไหลอาจเปลี่ยนแปลงได้ทุก ๆ หน้าตัดของการไหล



ภาพที่ 3.4 ภาพแสดงรูปแบบของความเร็วในการไหลของของไหลในสถานะการไหลแบบคงที่ [12]

ซึ่งความเร็วสูงสุดสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$v_{\max} = \left(\frac{R^2}{4\eta} \right) \left(\frac{p_1 - p_2}{L} \right) \quad (2.3)$$

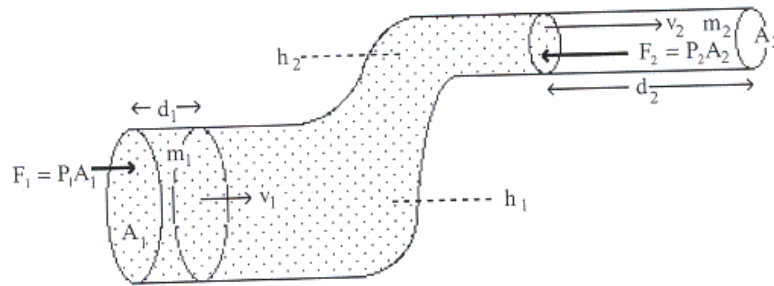
การไหลแบบนี้จะทำให้ชั้นของการไหลมีความเร็วไม่เท่ากัน ชั้นที่อยู่ตรงกลางท่อจะมีความเร็วสูงสุด จะเห็นว่าความเร็วที่จุดใด ๆ แปรผันตรงกับผลต่างความดันต่อหน่วยความยาว $\frac{(p_1 - p_2)}{L}$ ซึ่งเรียกว่า pressure gradient (การไหลจะเกิดในทิศทางที่ความดันลดลงเสมอ) เพื่อหาอัตราการไหลในท่อ เราจะพิจารณาวงแหวนเล็ก ๆ ที่มีรัศมีภายใน r รัศมีภายนอก $r + dr$ และพื้นที่หน้าตัด $dA = 2\pi r dr$ อัตราการไหลของของไหลผ่านวงแหวนนี้จะมีค่าเป็น $v dA$ อัตราการไหลรวมทั้งหมดหาได้จากการอินทิเกรตค่านี้จาก $r = 0$ ไปยัง $r = R$ จะได้

$$\frac{dV}{dt} = Q = \frac{\pi}{8} \left(\frac{R^4}{\eta} \right) \left(\frac{p_1 - p_2}{L} \right) \quad (2.4)$$

เรียกสมการที่ (2.4) นี้ว่า Poiseuille equation จะเห็นว่าอัตราการไหลแปรผกผันกับความหนืด และเช่นเดียวกับอัตราเร็วของการไหล อัตราการไหลก็แปรผันตาม pressure gradient ด้วย และอัตราการไหลแปรผันตามกำลังสี่ของรัศมีของท่อ

สมการแบร์นูลลี (Bernoulli Equation)

สมการแบร์นูลลีเป็นสมการที่อธิบายการไหลของของไหลที่พิจารณาจากงานและพลังงาน โดยกำหนดให้เป็นของไหลแบบอุดมคติที่บีบอัดไม่ได้หมายถึงของไหลที่มีความหนาแน่นคงที่หรือเปลี่ยนแปลงน้อยมาก และไหลแบบคงที่



ภาพที่ 3.5 ภาพแสดงลักษณะการพิจารณาการไหลของ Bernoulli Equation [13]

พิจารณาของไหลส่วนเล็ก ๆ ในท่อ ซึ่งเคลื่อนที่ไปทางขวามือเมื่อขนาดของท่อมีขนาดเล็ก แสดงดังภาพที่ 3.5 ให้ของไหลที่ปลายด้านล่างเคลื่อนที่ได้ระยะทาง d_1 ทำให้ของไหลในท่อ ด้านบนเคลื่อนที่ได้ระยะทาง d_2 เป็นของไหลที่อัดไม่ได้คือมีความหนาแน่นเท่ากันตลอดทุกที่ ปริมาตรของของไหลที่เคลื่อนที่อยู่ภายในท่อด้านบนและด้านล่างจะมีค่าเท่ากัน จากนิยามของความหนาแน่น

$$m_1 = m_2 \quad (2.4)$$

$$\rho V_1 = \rho V_2 \quad (2.5)$$

เมื่อ V_1 และ V_2 คือปริมาตรของของไหล ณ ตำแหน่งที่ 1 และ 2 ตามลำดับ โดยกฎการอนุรักษ์มวลจะได้ว่า

$$A_1 d_1 = A_2 d_2 \quad (2.6)$$

กำหนดให้เวลาที่ของไหลใช้ในการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากัน เมื่อนำมาหารสมการด้านบนทั้งสองข้างจะได้

$$A_1 \frac{d_1}{t} = A_2 \frac{d_2}{t} \quad (2.7)$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (2.8)$$

เมื่อ v_1 และ v_2 คือความเร็วของของไหล ณ ตำแหน่งที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
สมการที่ได้เรียกว่าสมการความต่อเนื่อง (Equation of continuity)

แรงดันที่ท่อด้านล่าง แรงดันที่ท่อด้านบน และแรงโน้มถ่วง แรงทั้งหมดจะทำให้เกิดงาน
เนื่องจากของไหล จากทฤษฎีของงาน - พลังงาน งานทั้งหมดที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของของไหล
ส่วนเล็ก ๆ ที่พิจารณา จะมีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของมวลที่เคลื่อนที่

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 - mg(h_2 - h_1) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (2.9)$$

จากนิยามของความดันและความหนาแน่น

$$P_1 A_1 d_1 - P_2 A_2 d_2 - \rho A_1 d_1 g (h_2 - h_1) = \frac{1}{2} \rho A_1 d_1 v_2^2 - \frac{1}{2} \rho A_1 d_1 v_1^2 \quad (2.10)$$

เมื่อปริมาตรของไหลส่วนที่เคลื่อนที่ในท่อล่างกับท่อบนมีค่าเท่ากัน

$$P_1 - P_2 - \rho g (h_2 - h_1) = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 \quad (2.11)$$

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (2.12)$$

สมการที่ (2.12) เรียกว่าสมการแบร์นูลลี หรือจะได้ว่า

$$P + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{ค่าคงที่} \quad (2.13)$$

และสามารถหาอัตราการไหลได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad A_1 v_1 &= A_2 v_2 \\ v_1 &= \frac{A_2}{A_1} v_2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

และจากสมการแบร์นูลลีถ้าไม่พิจารณาความสูงหรือกำหนดให้ความสูงมีค่าเท่ากับ 0 จะได้

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (2.15)$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_1 - P_2 \quad (2.16)$$

แทนค่าสมการ (2.14) ลงในสมการ (2.16) จะได้

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_2}{A_1}v_2\right)^2 = P_1 - P_2$$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\frac{A_2^2}{A_1^2}v_2^2 = P_1 - P_2$$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) = P_1 - P_2$$

$$v_2^2 = \frac{2A_1^2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}$$

$$v_2 = A_1\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

$$A_2 v_2 = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

$$Q = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} \quad (2.17)$$

เมื่อ A_1 และ A_2 คือ พื้นที่หน้าตัด ณ ตำแหน่งที่ 1 และ ตำแหน่งที่ 2 ตามลำดับ

P_1 และ P_2 คือ ความดันของของไหล ณ ตำแหน่งที่ 1 และ ตำแหน่งที่ 2 ตามลำดับ

สมการแบร์นูลลีมีประโยชน์มากในการแก้ปัญหาคารไหลของของไหลในลักษณะต่าง ๆ เช่นเพื่อที่จะคำนวณหาความดัน หรืออัตราเร็วของการไหลที่บริเวณต่าง ๆ ในลำของของไหลหนึ่ง ๆ แต่ใช้ได้เฉพาะกับของไหลอุดมคติที่บีบอัดไม่ได้ และการไหลแบบคงที่เท่านั้น

บทที่ 4

แนวคิดของงานวิจัย

แนวคิดของงานวิจัยเพื่อหาแบบจำลองพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของเส้นเลือดที่มีสาเหตุจากความดันเลือดจะพิจารณาจากแนวทางของสมการนาเวียร์-สโตกส์ สมการปัวเซย์ และสมการแบร์นูลลี

จากสมการนาเวียร์-สโตกส์และกฎการอนุรักษ์มวล ทำให้เราทราบว่าปริมาตรของเลือดที่ไหลเข้าผ่านหน้าตัดที่เป็นพื้นที่วงกลมมีปริมาตรเท่ากับปริมาตรที่ไหลออก ดังนั้นปริมาตรของเลือดจึงมีค่าเท่าเดิม เราจะสามารถพิจารณาอัตราการไหลของเลือดได้โดยพิจารณาจากความเร็วในการไหลของเลือดที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือด ถ้าความเร็วในการไหลของเลือดมีการเปลี่ยนแปลงจะส่งผลให้เกิดความดัน ณ จุดนั้น ๆ เปลี่ยนแปลงด้วย พื้นที่หน้าตัดของเลือดก็ต้องมีการเปลี่ยนแปลงเช่นกัน

สมการปัวเซย์ได้พิจารณาอัตราการไหลของเลือด โดยพิจารณาความดันที่แตกต่างกันจากจุดสองจุดที่มีระยะห่าง L โดยพิจารณาว่ารัศมีของตำแหน่งบนเส้นเลือดที่พิจารณานั้นมีรัศมีของเส้นเลือดที่เท่ากันตลอดทั้งเส้น L และกำหนดให้เลือดมีความหนืดคงที่คือ

$$\frac{dV}{dt} = Q = \frac{\pi}{8} \left(\frac{R^4}{\eta} \right) \left(\frac{p_1 - p_2}{L} \right) \quad (4.1)$$

การไหลของเลือดที่อธิบายโดยปัวเซย์ จะไม่เป็นจริงตามสภาวะการไหลของเลือดเนื่องจากทุกขณะที่เลือดไหลในเส้นเลือด จะมีความดันเปลี่ยนแปลงตลอดเส้นทางการไหล ซึ่งมีผลจากความเร็วในการไหลที่เปลี่ยนแปลง ดังนั้นงานวิจัยชิ้นนี้จะใช้ความเร็วในการไหลแทนความดันเลือด ซึ่งจะเห็นความแตกต่างจากขนาดของเส้นเลือดที่มีผลจากความดันที่แตกต่างกัน ด้วยรัศมีของเส้นเลือดที่ต่างกัน ความแตกต่างความดันเลือดเกิดจากความเร็วในการไหลของเลือดที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือดที่มีขนาดไม่เท่ากัน ดังนั้นจะหาอัตราการไหลของเลือดโดยเริ่มต้นด้วยการพิจารณาความเร็วในการไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด ณ จุดใดจุดหนึ่ง โดยพิจารณาความเร็วสูงสุดในการไหลของเลือดที่มีพื้นผิวเป็นในรูปแบบพาราโบลิกจะได้

$$v_{\max} = \left(\frac{R^2}{4\eta} \right) \left(\frac{p_1 - p_2}{L} \right) \quad (4.2)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} = Q &= \left(\frac{\pi R^2}{2} \right) \left(\frac{(p_1 - p_2) R^2}{4\eta L} \right) \\ &= \left(\frac{\pi R^2}{2} \right) v_{\max} \\ \frac{dV}{dt} = Q &= \frac{v_{\max} \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2}{2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ดังนั้นอัตราการไหลของเลือดมีค่าเป็น

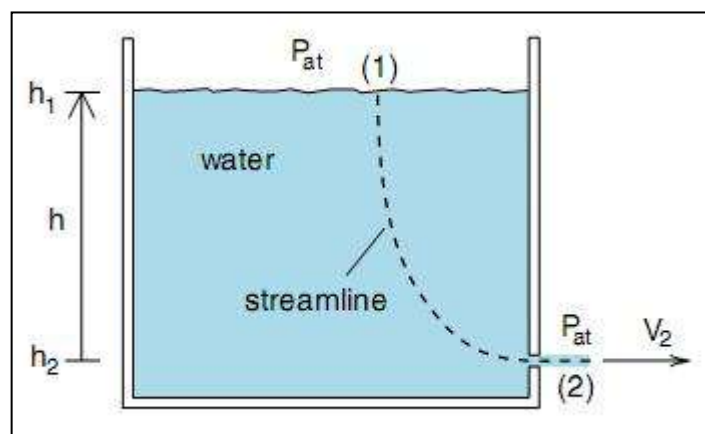
$$\frac{dV}{dt} = Q = \frac{\pi D^2 v_{\max}}{8} \quad (4.4)$$

เมื่อ D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของเส้นเลือด (cm)

v_{\max} คือ ความเร็วสูงสุดในการไหลของเลือดในตำแหน่งต่าง ๆ ที่พิจารณา (cm/s)

ถ้าอัตราการไหลของเลือดมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเส้นทางการไหล ทำให้รัศมีของเส้นเลือดเปลี่ยนแปลงจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งด้วย ดังนั้นจะหาความดันเลือดในแต่ละจุดโดยพิจารณาการไหลตามสมการแบร์นูลลี

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (4.5)$$



ภาพที่ 4.1 ภาพแสดงการไหลของของไหลที่ออกจากรูด้านข้าง

เมื่อ v_1 และ v_2 คือ ความเร็วในการไหล
 h_1 และ h_2 คือ ความสูง
 P_1 และ P_2 คือ ความดันบรรยากาศมีค่าเท่ากับ 1 atm
 ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล (kg/m^3)

จากภาพ 4.1 จะได้ว่า

v_1 คือ ความเร็ว ณ ตำแหน่ง (1) ซึ่งมีค่าความเร็วเท่ากับ 0 cm/s

h_2 คือ ความสูง ณ ตำแหน่ง (2) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0 cm เนื่องจากมีระดับเดียวกับรูด้านข้าง

ดังนั้นจากสมการแบร์นูลลีจะได้

$$1 + \rho gh_1 = 1 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (4.6)$$

$$\rho gh_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$gh_1 = \frac{1}{2} v_2^2$$

$$2gh_1 = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh_1}$$

ดังนั้นจะได้สมการความเร็วในการไหลของเลือด ณ ตำแหน่งที่สนใจคือ

$$v = \sqrt{2gh}$$

หรือ

$$v^2 = 2gh \quad (4.7)$$

และจากความดันเกจ (gauge pressure) ซึ่งเป็นความดันเนื่องจากน้ำหนักของของเหลวโดยถ้าพิจารณาความดันของของเหลวที่ระดับความลึกใด ๆ จะพบว่าความดันของของเหลวที่จุดใด ๆ บนพื้นที่หน้าตัด ซึ่งอยู่ลึกจากผิวหน้าของของเหลวเป็นระยะความสูง h คำนวณได้จาก

$$P = \rho gh \quad (4.8)$$

จากสมการที่ (4.7) และ (4.8) จะได้สมการ

$$P = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (4.9)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของเลือด

ดังนั้นจะได้สมการในการหาความดันเลือด ณ ตำแหน่งที่สนใจ ซึ่งพิจารณาจากความเร็วในการไหลของเลือดซึ่งจะได้ความสัมพันธ์คือความดันแปรผันตรงกับความเร็วกำลังสองตามความสัมพันธ์ของแบร์นูลลี

เนื่องจากรัศมีของเส้นเลือดมีการเปลี่ยนแปลงจากความดันเลือดและความเร็วในการไหลของเลือด ทำให้ขนาดรัศมีมีค่าไม่คงที่ เมื่อพิจารณาความแตกต่างของความดันเลือด จากจุดหนึ่งบนเส้นเลือดไปยังอีกจุดหนึ่ง สามารถประมาณค่าของขนาดรัศมีที่เปลี่ยนแปลงไปโดยเริ่มพิจารณาอัตราการไหลจากสมการแบร์นูลลีคือ

$$Q = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} \quad (4.10)$$

จะได้

$$Q^2 = A_1^2 A_2^2 \left(\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)} \right) \quad (4.11)$$

$$\frac{(A_1^2 - A_2^2)}{A_2^2} = \frac{2A_1^2(P_1 - P_2)}{Q^2 \rho}$$

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} - \frac{A_2^2}{A_2^2} = \frac{2A_1^2(P_1 - P_2)}{Q^2 \rho}$$

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 = \frac{2A_1^2(P_1 - P_2)}{Q^2 \rho}$$

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{2A_1^2(P_1 - P_2)}{Q^2 \rho} + 1$$

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{2A_1^2(P_1 - P_2) + Q^2 \rho}{Q^2 \rho}$$

$$A_2^2 = \frac{A_1^2 Q^2 \rho}{Q^2 \rho + 2A_1^2(P_1 - P_2)} \quad (4.12)$$

ดังนั้นสามารถคำนวณขนาดพื้นที่หน้าตัดที่จุดถัดไปบนเส้นเลือดได้จากสมการ

$$A_2 = \sqrt{\frac{A_1^2 Q^2 \rho}{Q^2 \rho + 2A_1^2(P_1 - P_2)}} \quad (4.13)$$

เมื่อ P_1 และ P_2 คือ ความดันเลือดจุดต้นและจุดปลายตามลำดับ (N/cm^2)

A_1 และ A_2 คือ พื้นที่หน้าตัดจุดต้นและจุดปลายตามลำดับ (cm^2)

จากนั้นนำสมการทั้งหมดคือ สมการที่ (4.9) (4.10) และ (4.13) ไปหาพื้นที่หน้าตัดและรัศมีของเส้นเลือดจากสมการ (4.13) เมื่อได้ค่าของพื้นที่หน้าตัดของเส้นเลือดเลือดจึงสามารถหารัศมีของเส้นเลือดได้จาก

$$A = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (4.14)$$

เมื่อได้ค่าของรัศมีของเส้นเลือดแล้วนำไปทดสอบกับข้อมูลจริงที่ได้จากการแพทย์ และสร้างภาพนามธรรมเพื่อให้เห็นภาพชัดเจนมากยิ่งขึ้น ซึ่งผลที่ได้จะกล่าวต่อไปในบทที่ 5

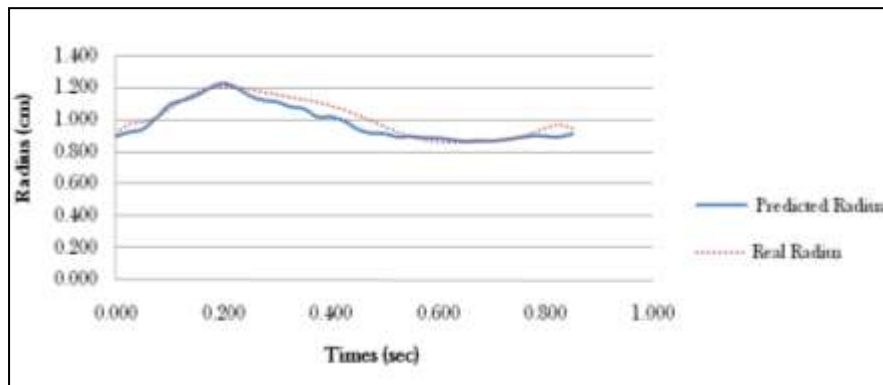
บทที่ 5

ผลการวิจัยและการสร้างภาพนามธรรม

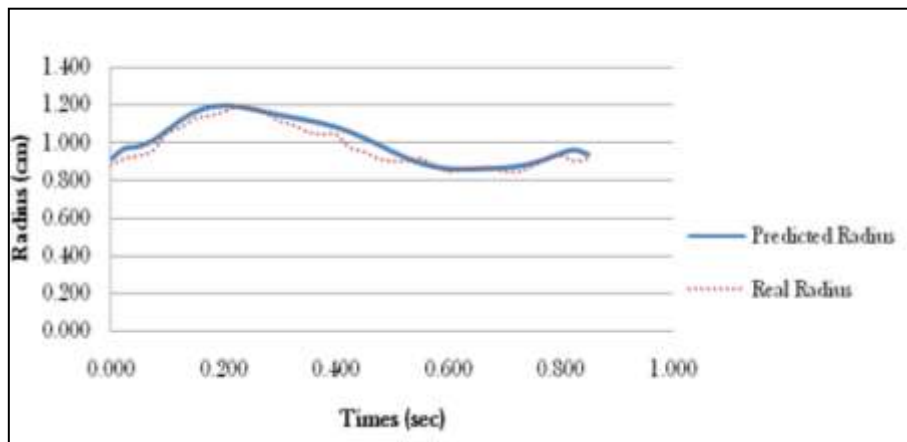
บทนี้จะกล่าวถึงผลที่ได้จากการนำสมการเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้จากบทที่ 4 และนำผลที่ได้สร้างเป็นภาพนามธรรมเพื่อให้เห็นภาพชัดเจนขึ้นมีรายละเอียดดังนี้

ผลการวิจัย

จากอัตราการไหลของเลือดที่พิจารณาความเร็วในการไหลของเลือดไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดที่จุดใดจุดหนึ่งทำให้เกิดความดัน ณ จุดนั้น ถ้าความดันเลือดสูงไหลผ่านเส้นเลือดที่มีขนาดของพื้นที่หน้าตัดเล็กจะทำให้เกิดการโป่งพองของเส้นเลือด ซึ่งถ้าหากแรงนั้นสูงเกินความยืดหยุ่นของเส้นเลือดก็จะทำให้เส้นเลือดแตกได้ เมื่อนำแบบจำลองที่ได้ตรวจสอบกับข้อมูลจริงที่วัดได้จากการแพทย์โดยนำข้อมูลมาจากการวิจัยของวินัย จันทรพิง [3] ซึ่งเป็นข้อมูลที่วัดจากอาสาสมัคร 3 คน ข้อมูลจะแสดงไว้ในภาคผนวก ได้ผลดังกราฟและตารางดังนี้



ภาพที่ 5.1 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 1 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.2 cm

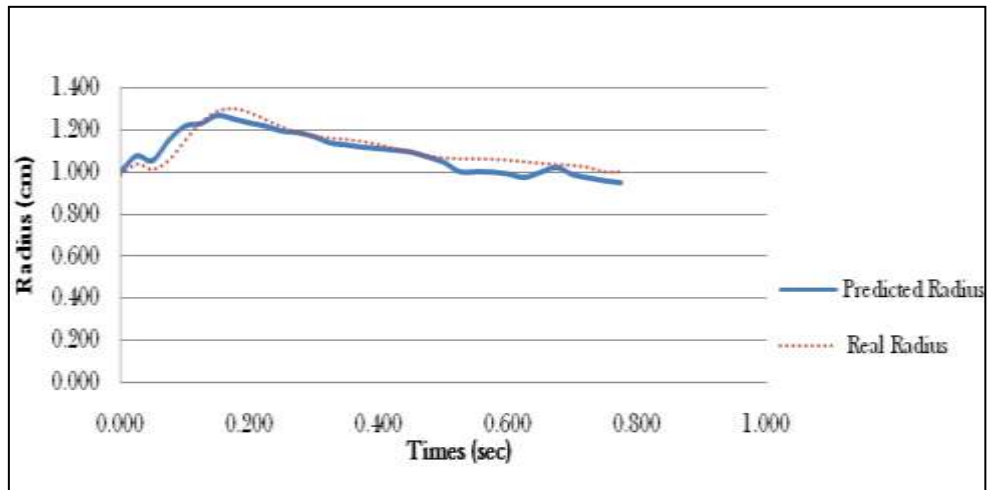


ภาพที่ 5.2 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 1 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.8 cm

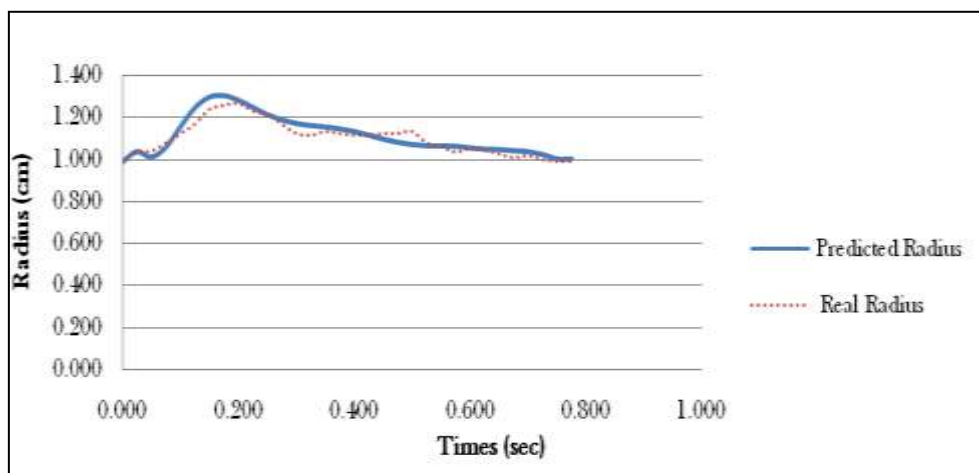
ตารางที่ 5.1 ตารางแสดงผลการเปรียบเทียบข้อมูลจริงทางการแพทย์กับข้อมูลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 1 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.2 cm ของเส้นเลือด และที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.8 cm ของเส้นเลือด

Time(s)	Radius from initial point 1.2 cm		
	Real	Predict	% ERROR
0.000	0.912	0.896	1.814
0.025	0.974	0.924	5.133
0.050	0.984	0.941	4.354
0.075	1.013	1.009	0.408
0.100	1.065	1.093	2.633
0.125	1.122	1.122	0.031
0.150	1.168	1.150	1.569
0.175	1.197	1.198	0.096
0.200	1.206	1.228	1.758
0.225	1.202	1.198	0.313
0.250	1.189	1.149	3.372
0.275	1.172	1.122	4.317
0.300	1.156	1.112	3.760
0.325	1.140	1.081	5.175
0.350	1.126	1.070	4.971
0.375	1.109	1.020	8.033
0.400	1.088	1.019	6.356
0.425	1.062	0.994	6.410
0.450	1.030	0.943	8.478
0.475	0.994	0.918	7.584
0.500	0.957	0.914	4.447
0.525	0.922	0.895	2.975
0.550	0.894	0.898	0.514
0.575	0.874	0.889	1.764
0.600	0.862	0.888	3.003
0.625	0.858	0.877	2.136
0.650	0.859	0.867	0.963
0.675	0.862	0.872	1.117
0.700	0.867	0.869	0.192
0.725	0.876	0.878	0.288
0.750	0.892	0.890	0.202
0.775	0.917	0.900	1.815
0.800	0.948	0.899	5.208
0.825	0.969	0.895	7.681
0.850	0.944	0.914	3.201
		average =	3.202
		Minimum=	0.031
		Maximum=	8.478

Time(s)	Radius from initial point 2.8 cm		
	Real	Predict	% ERROR
0.000	0.883	0.912	3.227
0.025	0.919	0.971	5.700
0.050	0.934	0.982	5.173
0.075	0.961	1.014	5.476
0.100	1.054	1.066	1.134
0.125	1.083	1.122	3.603
0.150	1.131	1.165	2.959
0.175	1.145	1.191	3.959
0.200	1.166	1.199	2.824
0.225	1.194	1.195	0.085
0.250	1.181	1.183	0.145
0.275	1.159	1.167	0.623
0.300	1.117	1.150	2.945
0.325	1.096	1.136	3.714
0.350	1.060	1.122	5.846
0.375	1.047	1.107	5.720
0.400	1.048	1.087	3.697
0.425	0.976	1.062	8.786
0.450	0.954	1.030	7.882
0.475	0.919	0.995	8.265
0.500	0.905	0.958	5.869
0.525	0.905	0.924	2.100
0.550	0.919	0.896	2.508
0.575	0.883	0.876	0.808
0.600	0.848	0.865	1.952
0.625	0.863	0.862	0.180
0.650	0.871	0.863	0.905
0.675	0.871	0.866	0.573
0.700	0.848	0.870	2.501
0.725	0.848	0.878	3.522
0.750	0.876	0.893	1.973
0.775	0.919	0.916	0.239
0.800	0.934	0.945	1.211
0.825	0.905	0.965	6.661
0.850	0.919	0.940	2.298
		average =	3.288
		Minimum=	0.085
		Maximum=	8.786



ภาพที่ 5.3 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 2 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.4 cm

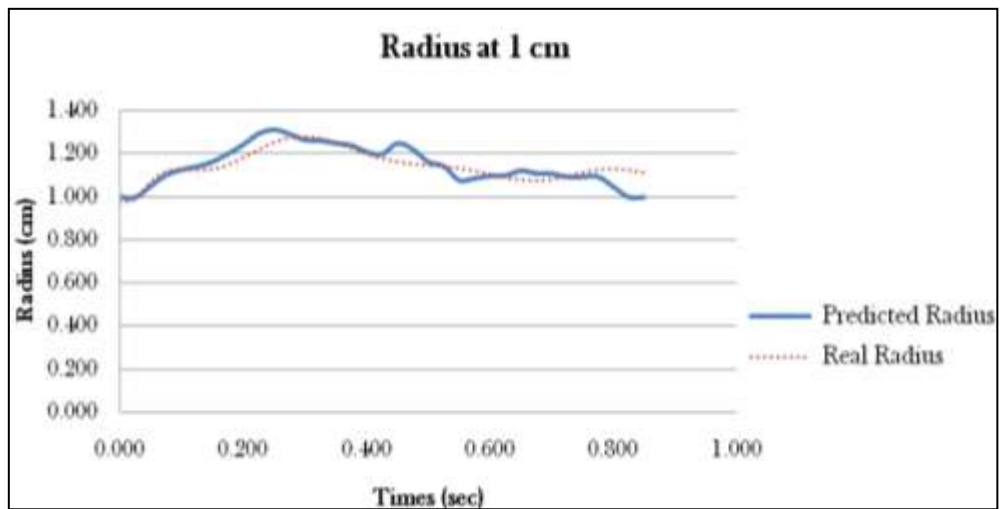


ภาพที่ 5.4 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 2 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 3.7 cm

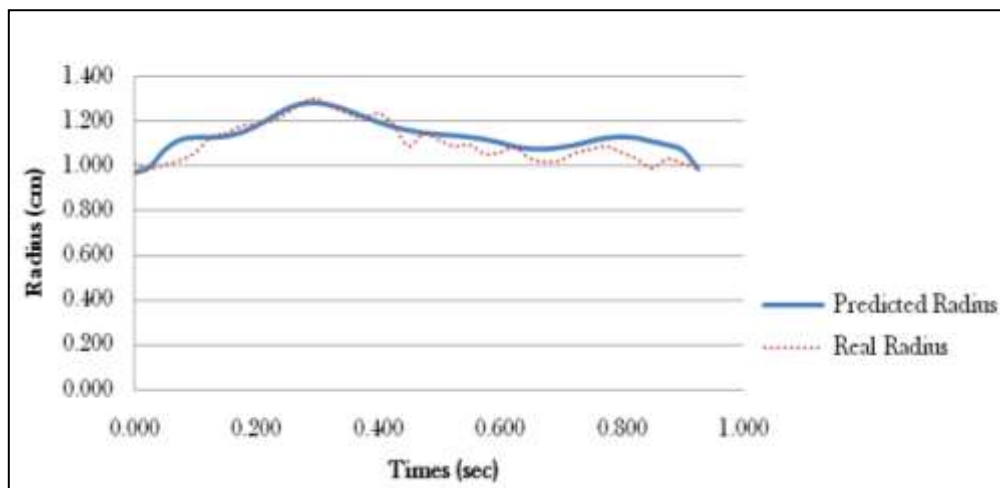
ตารางที่ 5.2 ตารางแสดงผลการเปรียบเทียบข้อมูลจริงทางการแพทย์กับข้อมูลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 2 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.4 cm ของเส้นเลือด และที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 3.7 cm ของเส้นเลือด

Time(s)	Radius from initial point 1.4 cm		
	Real	Predict	% ERROR
0.000	0.990	1.000	0.948
0.025	1.044	1.078	3.296
0.050	1.018	1.056	3.726
0.075	1.062	1.153	8.505
0.100	1.155	1.221	5.740
0.125	1.242	1.233	0.715
0.150	1.294	1.273	1.648
0.175	1.306	1.256	3.859
0.200	1.288	1.236	3.986
0.225	1.254	1.221	2.610
0.250	1.219	1.198	1.735
0.275	1.192	1.190	0.133
0.300	1.175	1.171	0.399
0.325	1.167	1.141	2.205
0.350	1.160	1.131	2.491
0.375	1.150	1.120	2.635
0.400	1.136	1.114	1.916
0.425	1.117	1.106	0.994
0.450	1.098	1.097	0.044
0.475	1.082	1.074	0.751
0.500	1.072	1.049	2.146
0.525	1.069	1.003	6.133
0.550	1.068	1.002	6.151
0.575	1.067	1.001	6.125
0.600	1.062	0.992	6.585
0.625	1.055	0.975	7.541
0.650	1.047	1.000	4.488
0.675	1.041	1.023	1.730
0.700	1.038	0.989	4.684
0.725	1.028	0.973	5.293
0.750	1.007	0.959	4.769
0.775	1.007	0.950	5.669
	average =	3.427	
	Minimum=	0.044	
	Maximum=	8.505	

Time(s)	Radius from initial point 3.7 cm		
	Real	Predict	% ERROR
0.000	0.998	0.990	0.810
0.025	1.034	1.041	0.627
0.050	1.039	1.015	2.338
0.075	1.080	1.060	1.794
0.100	1.124	1.158	2.949
0.125	1.170	1.248	6.688
0.150	1.242	1.300	4.717
0.175	1.261	1.308	3.721
0.200	1.269	1.286	1.320
0.225	1.233	1.252	1.565
0.250	1.216	1.218	0.157
0.275	1.170	1.192	1.865
0.300	1.124	1.175	4.491
0.325	1.116	1.165	4.443
0.350	1.134	1.158	2.127
0.375	1.124	1.150	2.238
0.400	1.116	1.137	1.876
0.425	1.116	1.119	0.304
0.450	1.124	1.100	2.143
0.475	1.124	1.085	3.492
0.500	1.134	1.075	5.254
0.525	1.080	1.069	1.016
0.550	1.062	1.067	0.497
0.575	1.034	1.066	3.061
0.600	1.053	1.059	0.557
0.625	1.044	1.053	0.872
0.650	1.027	1.051	2.340
0.675	1.008	1.045	3.714
0.700	1.017	1.041	2.301
0.725	0.998	1.027	2.900
0.750	0.990	1.006	1.585
0.775	0.990	1.006	1.617
	average =	2.356	
	Minimum=	0.157	
	Maximum=	6.688	



ภาพที่ 5.5 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 3 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1 cm



ภาพที่ 5.6 ภาพแสดงกราฟเปรียบเทียบค่ารัศมีระหว่างข้อมูลจริงทางการแพทย์กับผลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 3 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.5 cm

ตารางที่ 5.3 ตารางแสดงผลการเปรียบเทียบข้อมูลจริงทางการแพทย์กับข้อมูลที่ได้จากสมการของอาสาสมัครคนที่ 3 ที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1 cm ของเส้นเลือด และที่ตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.5 cm ของเส้นเลือด

Time(s)	Radius from initial point 1 cm			Time(s)	Radius from initial point 2.5 cm		
	Real	Predict	% ERROR		Real	Predict	% ERROR
0.000	0.975	1.002	2.829	0.000	1.011	0.973	3.740
0.025	0.992	0.999	0.726	0.025	0.990	0.997	0.655
0.050	1.073	1.052	1.935	0.050	1.005	1.074	6.887
0.075	1.119	1.104	1.371	0.075	1.025	1.120	9.206
0.100	1.130	1.129	0.083	0.100	1.060	1.132	6.725
0.125	1.127	1.143	1.476	0.125	1.131	1.131	0.032
0.150	1.130	1.166	3.119	0.150	1.145	1.136	0.818
0.175	1.150	1.202	4.520	0.175	1.181	1.152	2.422
0.200	1.184	1.246	5.227	0.200	1.188	1.182	0.524
0.225	1.222	1.298	6.149	0.225	1.202	1.220	1.443
0.250	1.256	1.316	4.760	0.250	1.238	1.259	1.725
0.275	1.277	1.296	1.449	0.275	1.287	1.282	0.407
0.300	1.283	1.268	1.181	0.300	1.302	1.285	1.252
0.325	1.274	1.265	0.713	0.325	1.266	1.274	0.670
0.350	1.254	1.253	0.130	0.350	1.238	1.253	1.261
0.375	1.228	1.243	1.174	0.375	1.216	1.227	0.935
0.400	1.202	1.213	0.893	0.400	1.238	1.201	3.004
0.425	1.180	1.202	1.824	0.425	1.188	1.179	0.758
0.450	1.164	1.252	7.508	0.450	1.088	1.163	6.889
0.475	1.154	1.224	6.053	0.475	1.145	1.151	0.498
0.500	1.148	1.165	1.465	0.500	1.117	1.145	2.482
0.525	1.143	1.146	0.270	0.525	1.088	1.140	4.746
0.550	1.134	1.079	4.822	0.550	1.096	1.133	3.409
0.575	1.122	1.088	2.993	0.575	1.054	1.123	6.503
0.600	1.107	1.101	0.553	0.600	1.060	1.108	4.527
0.625	1.091	1.102	0.948	0.625	1.083	1.090	0.679
0.650	1.080	1.125	4.133	0.650	1.033	1.081	4.655
0.675	1.077	1.112	3.291	0.675	1.019	1.079	5.937
0.700	1.082	1.110	2.565	0.700	1.025	1.087	6.025
0.725	1.096	1.096	0.083	0.725	1.060	1.098	3.594
0.750	1.114	1.096	1.607	0.750	1.075	1.116	3.757
0.775	1.127	1.097	2.735	0.775	1.088	1.129	3.738
0.800	1.132	1.049	7.365	0.800	1.060	1.134	6.916
0.825	1.126	1.000	11.183	0.825	1.033	1.129	9.266
0.850	1.112	1.000	10.073	0.850	0.990	1.113	12.334
0.875	1.096	0.999	8.810	0.875	1.033	1.097	6.235
0.900	1.072	0.948	11.509	0.900	1.011	1.073	6.164
0.925	0.992	1.001	0.934	0.925	0.994	0.990	0.397
		Average =	3.380			Average =	3.716
		Minimum=	0.085			Minimum=	0.032
		Maximum=	11.509			Maximum=	12.334

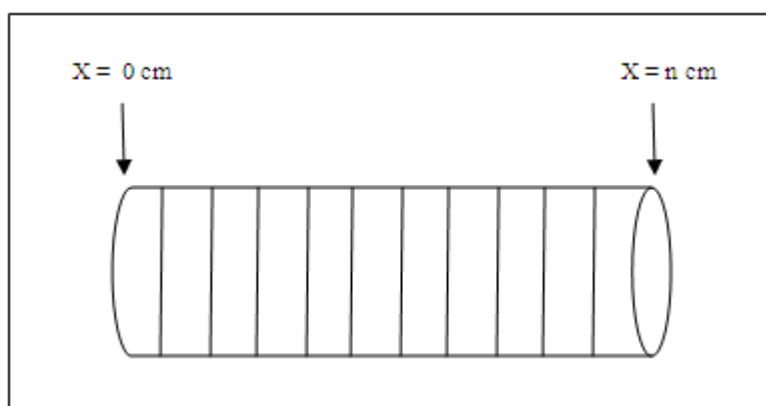
ร้อยละความคลาดเคลื่อนที่ได้คำนวณจาก

$$\text{ร้อยละความคลาดเคลื่อน} = \frac{|\text{ค่าจริง} - \text{ค่าจากการคำนวณ}|}{\text{ค่าจริง}} \times 100 \quad (5.1)$$

จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อความเร็วในการไหลของเลือดสูงขึ้นเนื่องจากเส้นเลือดภายในตีบ เกิดการไหลแบบปั่นป่วน ณ จุดเหนือจุดตีบ ทำให้ความดันเลือดมีค่าสูงขึ้น ณ จุดเหนือจุดตีบนั้น ส่งผลให้ขนาดของรัศมีก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นเช่นกัน นั่นคือ ขนาดของเส้นเลือดจะมีการเปลี่ยนแปลง เมื่อความเร็วในการไหลของเลือดและความดันเลือดมีการเปลี่ยนแปลง และพบว่าความดันเลือดความเร็วในการไหลของเลือดและขนาดของรัศมีแปรผันตรงกัน ซึ่งเป็นไปตามกระบวนการไหลของเลือด จากการทำนายค่าขนาดของรัศมีโดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์ที่ได้มา ผลที่ได้มีค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยประมาณร้อยละ 2.3 - 3.7

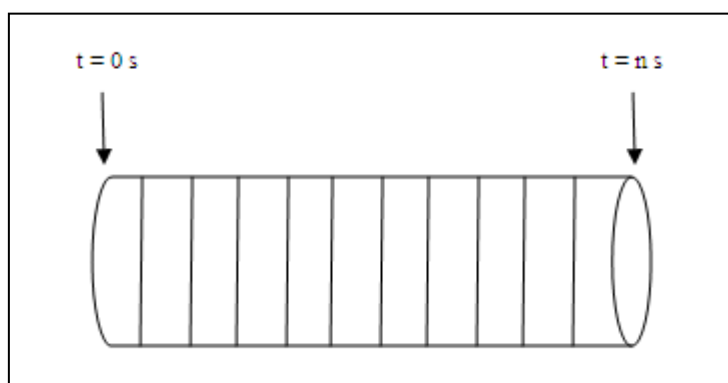
การสร้างภาพนามธรรม

ในการสร้างภาพนามธรรม จะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือแสดงรัศมีของเส้นเลือดจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง กระทำโดยการคำนวณค่ารัศมีที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา รัศมีที่เปลี่ยนไปนั้นจะนำไปแสดงผลบนรูปทรงกระบอกที่ใช้แทนเส้นเลือด และพื้นที่หน้าตัดของวงกลมทำให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของเส้นเลือด



ภาพที่ 5.7 ภาพแสดงตัวอย่างแนวคิดในการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดที่แสดงรัศมีของเส้นเลือดจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา

ส่วนที่สองจะแสดงรัศมีของเส้นเลือดจากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด ซึ่งนำไปแสดงผลบนรูปทรงกระบอกเช่นกัน โดยใช้สมมติฐานว่าภายในเส้นเลือดไม่มีไขมันจับอยู่



ภาพที่ 5.8 ภาพแสดงตัวอย่างแนวคิดในการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดที่แสดงรัศมีของเส้นเลือดจากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด

เพื่อให้เห็นภาพละเอียดมากขึ้นจึงทำการประมาณค่าในช่วง ณ ตำแหน่งที่ไม่ทราบข้อมูล โดยวิธีการประมาณค่าด้วยพหุนามลากรองจ์ (Lagrange Polynomial) มีวิธีการดังนี้

ให้ x_0, x_1, \dots, x_n เป็นจุดต่าง ๆ มีจำนวน $n+1$ จุด

$f(x)$ คือค่าของฟังก์ชันภายในช่วง

$P_n(x)$ เป็นพหุนามที่มีดีกรีน้อยกว่าหรือเท่ากับ n ที่ใช้ประมาณค่า $f(x)$ ที่จุด x_0, x_1, \dots, x_n

ซึ่งทำให้

$$P_n(x) = f(x) \quad (5.2)$$

เมื่อ $i = 0, 1, \dots, n$

และให้ $L_i(x)$ เป็นพหุนามดีกรีน้อยกว่าหรือเท่ากับ n ซึ่งอยู่ในรูปของ

$$L_i(x_i) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} \quad (5.3)$$

$$L_i(x_i) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}$$

(5.4)

เนื่องจากผลบวกของพหุนามดีกรีน้อยกว่าหรือเท่ากับ n ก็คือพหุนามซึ่งมีดีกรีสูงสุดคือ n

จะได้นิยามของพหุนามลากรองจ์ในการประมาณค่าคือ

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) L_k(x) \quad (5.5)$$

ในการประมาณค่าข้อมูลของรัศมีของเส้นเลือดเราทราบข้อมูล 3 จุด ดังนั้นจากนิยามของพหุนามลากรองจ์จะได้

$$P_2(x) = f(x_0)L_0(x) + f(x_1)L_1(x) + f(x_2)L_2(x) \quad (5.6)$$

$$\text{ซึ่ง} \quad L_0(x_0) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \quad (5.7)$$

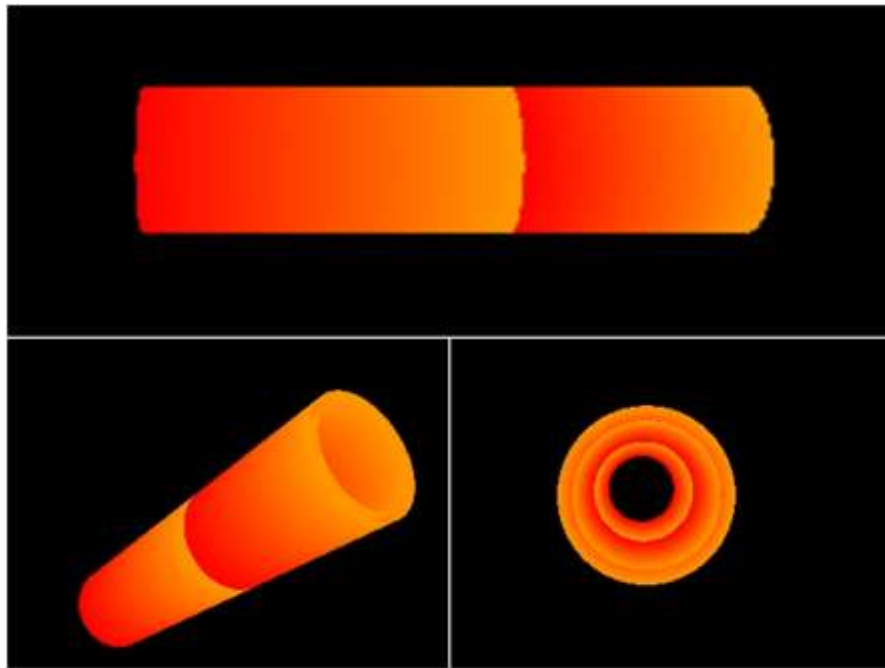
$$L_1(x_1) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \quad (5.8)$$

$$L_2(x_2) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \quad (5.9)$$

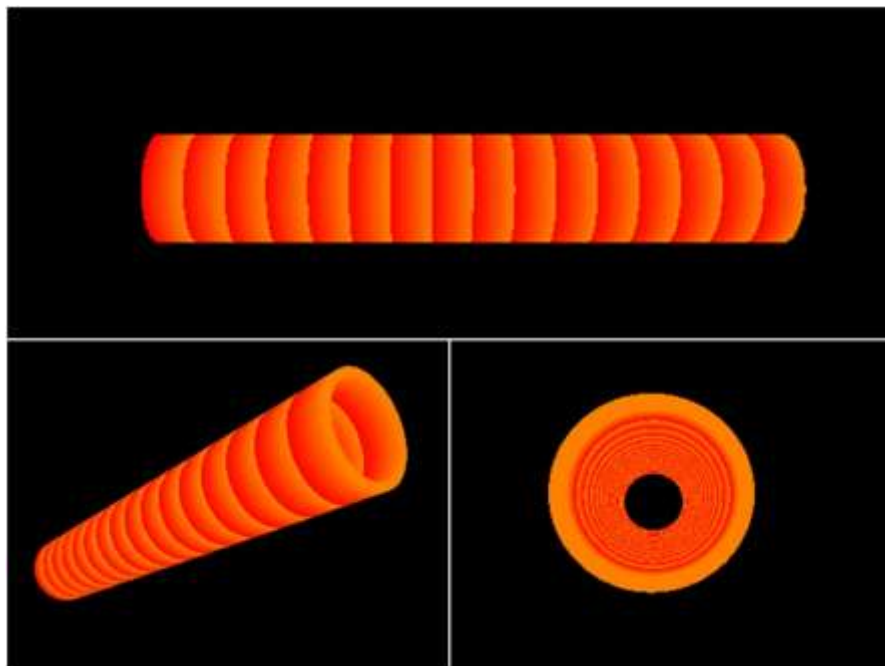
ดังนั้นจะได้

$$P_2(x) = f(x_0) \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + f(x_1) \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + f(x_2) \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \quad (5.10)$$

นำสมการข้างต้นไปใช้ในการประมาณค่ารัศมีตำแหน่งที่ไม่ทราบค่าทำให้สามารถสร้าง
 ภาพนามธรรมได้ละเอียดมากขึ้น ส่วนความเร็วในการไหลของเลือด อัตราการไหลของเลือด และ
 ความดันเลือดก็ทำการประมาณค่าด้วยวิธีเดียวกัน

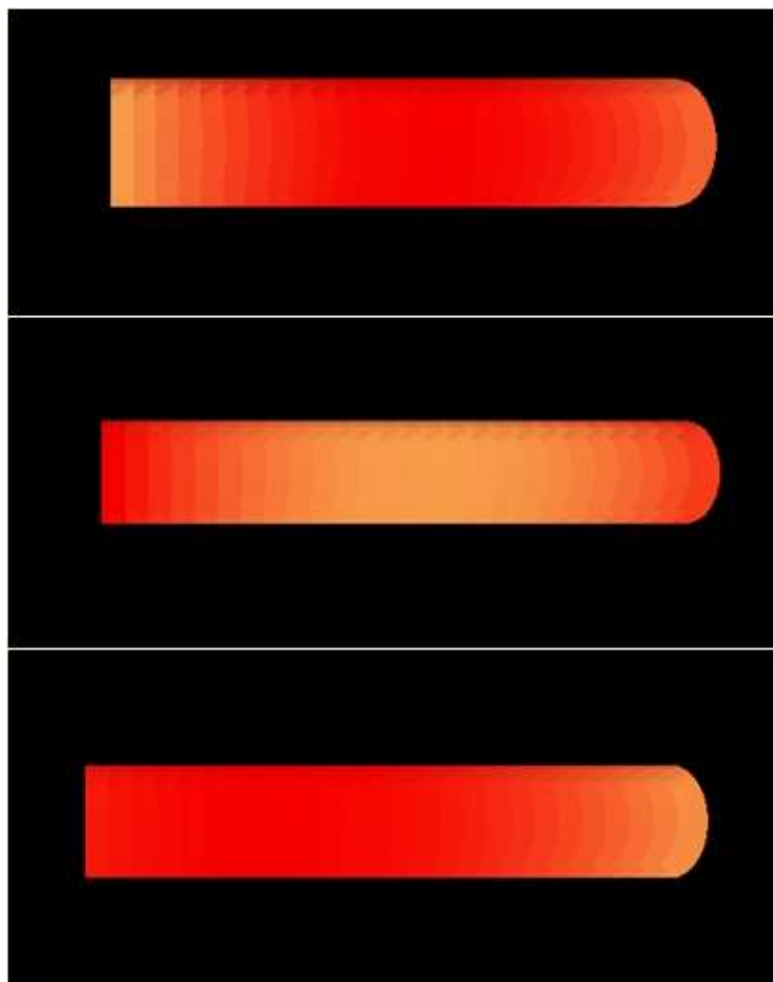


ภาพที่ 5.9 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดก่อนการประมาณค่าช่วงของ
ข้อมูลตำแหน่งที่ไม่ทราบค่า



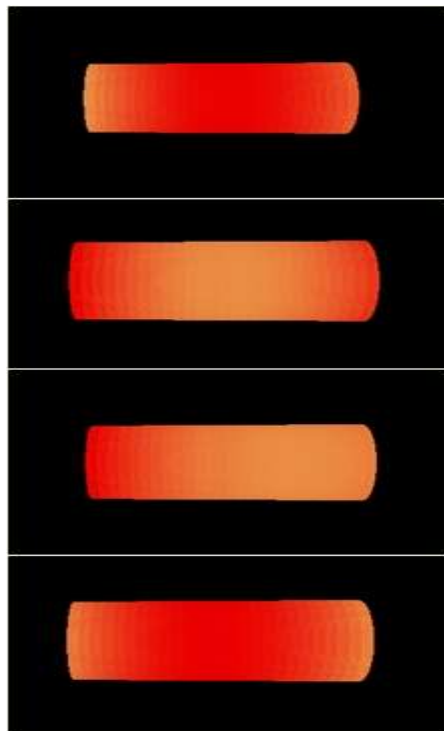
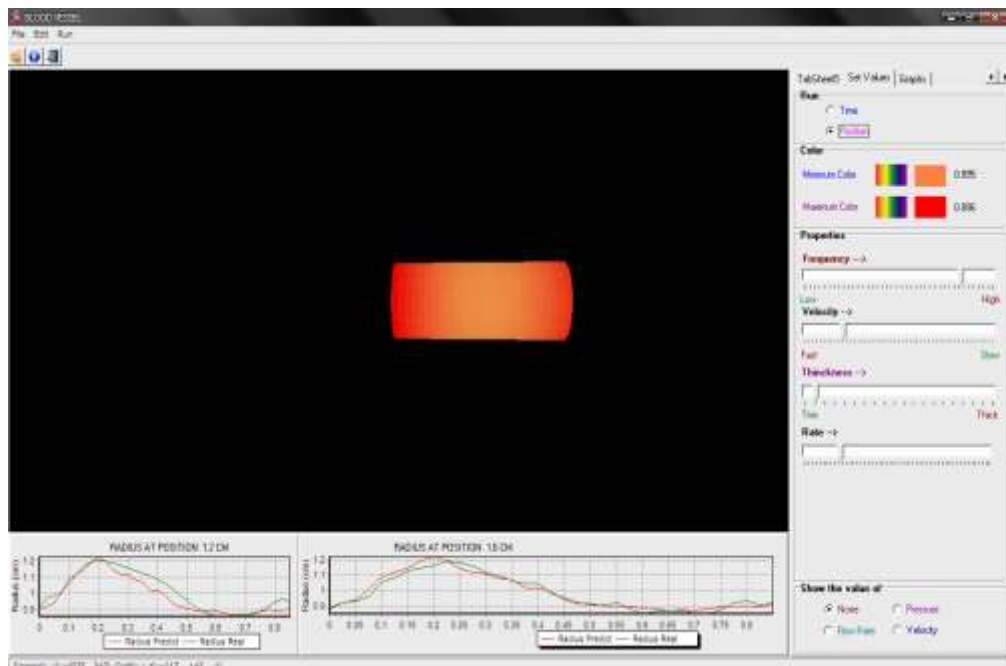
ภาพที่ 5.10 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดหลังการประมาณค่าช่วงของ
ข้อมูลตำแหน่งที่ไม่ทราบค่า

ในส่วนการแสดงผลภาพเพื่อให้เห็นความแตกต่างของค่าขนาดของรัศมี ความดันเลือด ความเร็วในการไหลของเลือด และอัตราการไหลของเลือด จะแสดงเป็นระดับของสีที่แตกต่างกันของค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

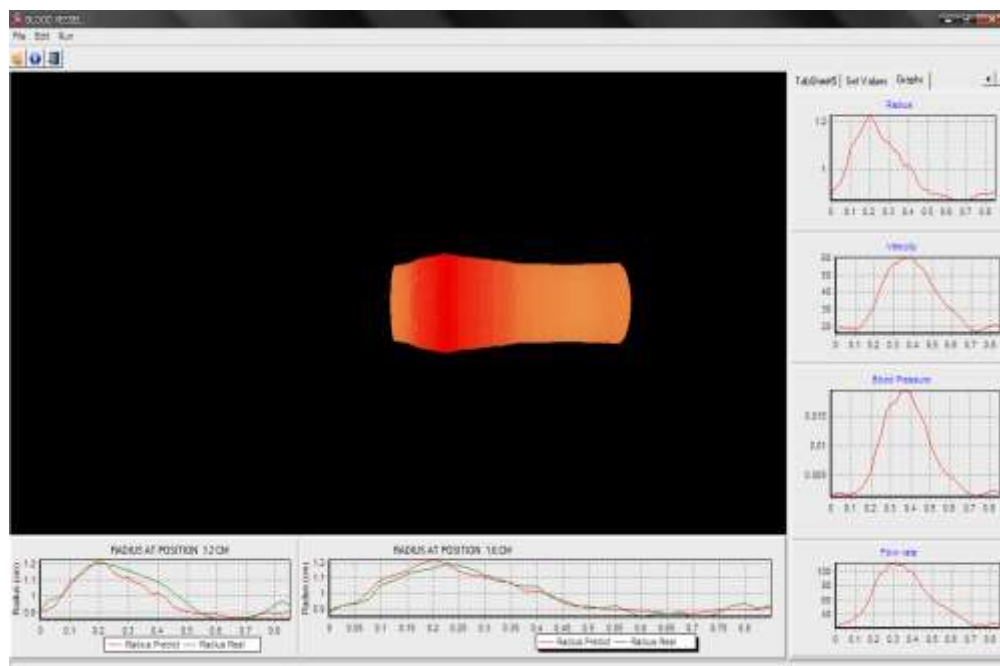
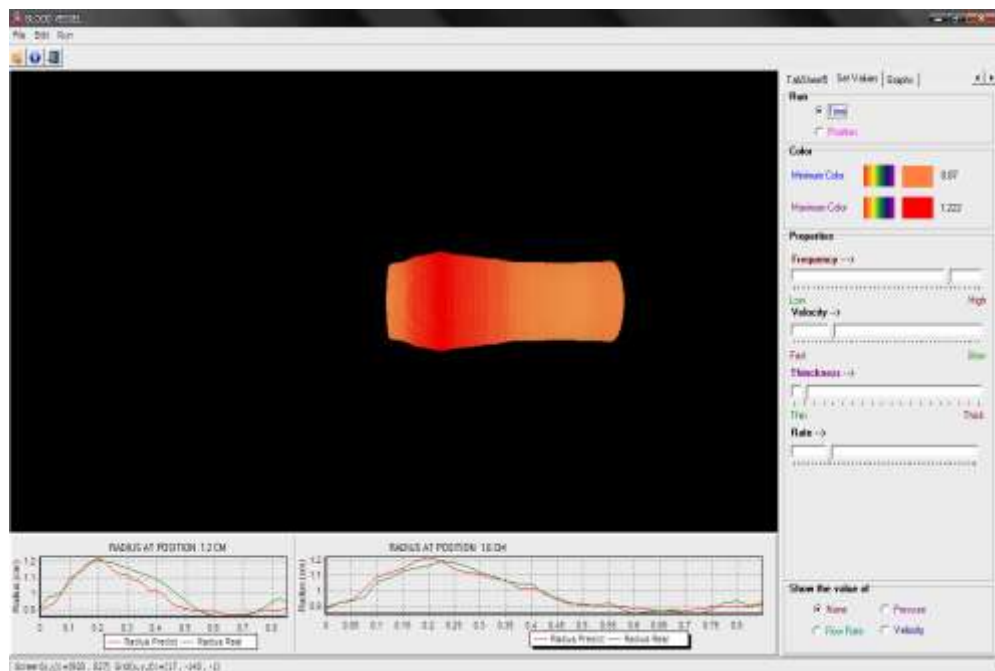


ภาพที่ 5.11 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดแสดงสีที่ต่างกัน ขึ้นกับค่าของขนาดรัศมี สีแดงแทนค่าสูงสุด สีส้มแทนค่าต่ำสุด

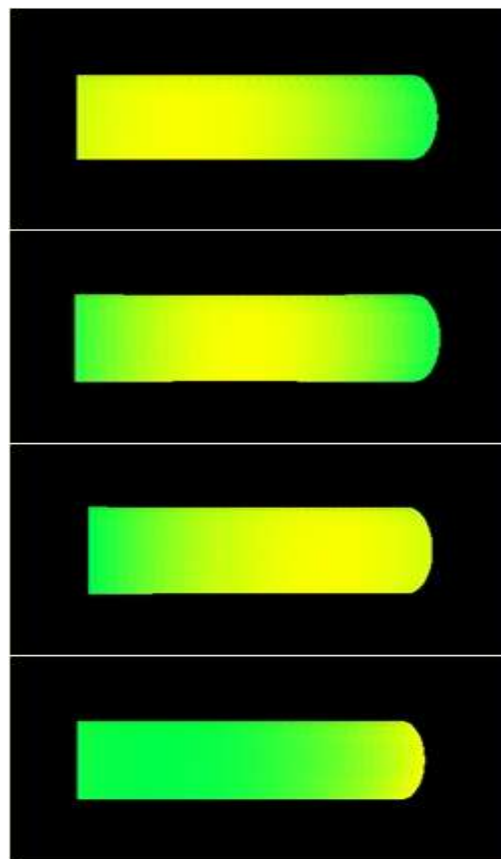
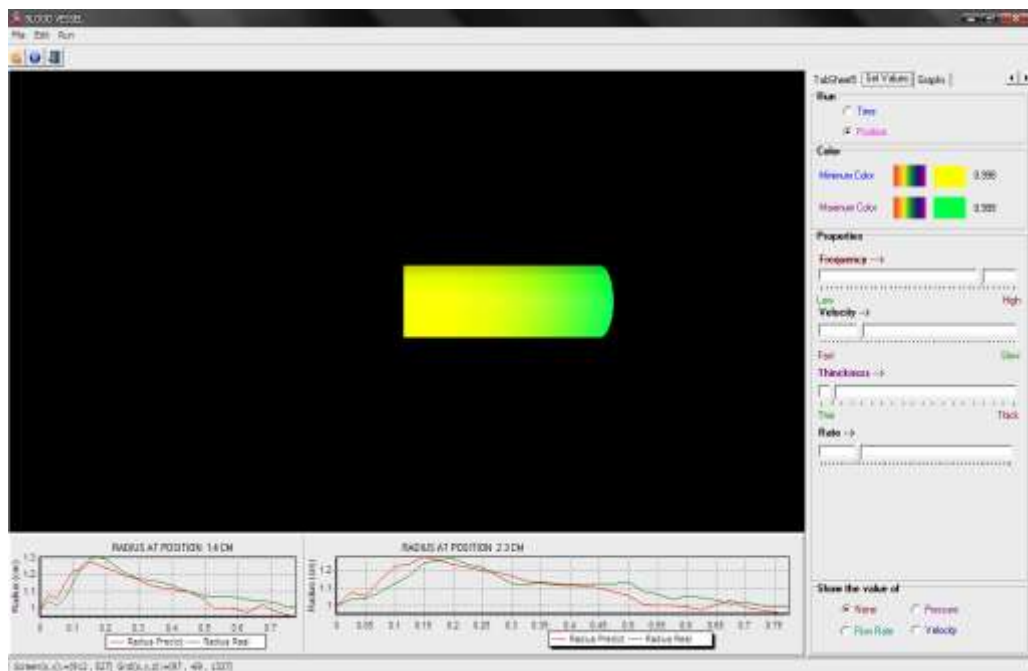
เมื่อได้ข้อมูลทั้งหมดแล้วนำไปสร้างเป็นภาพนามธรรมได้ผลดังนี้



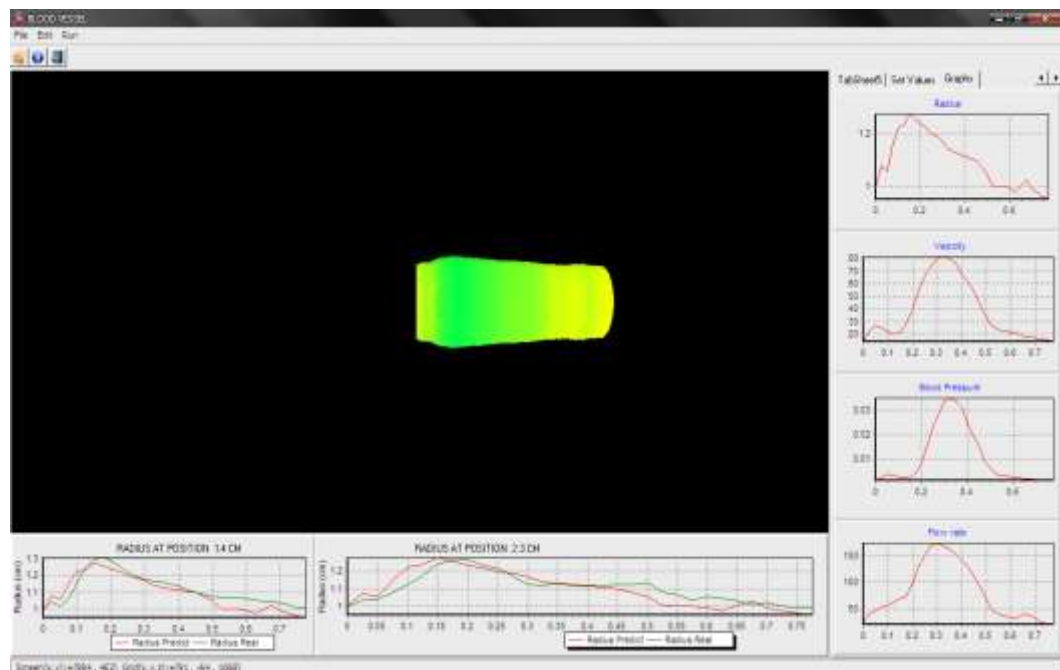
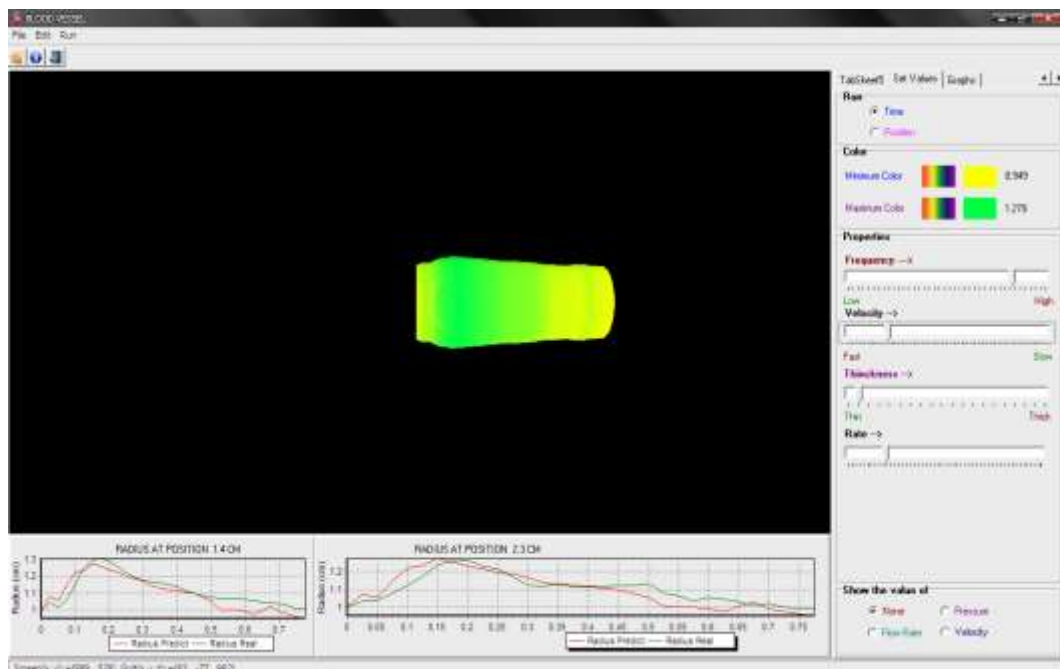
ภาพที่ 5.12 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 1 จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา สีแดงแทนค่าสูงสุด สีส้มแทนค่าต่ำสุด



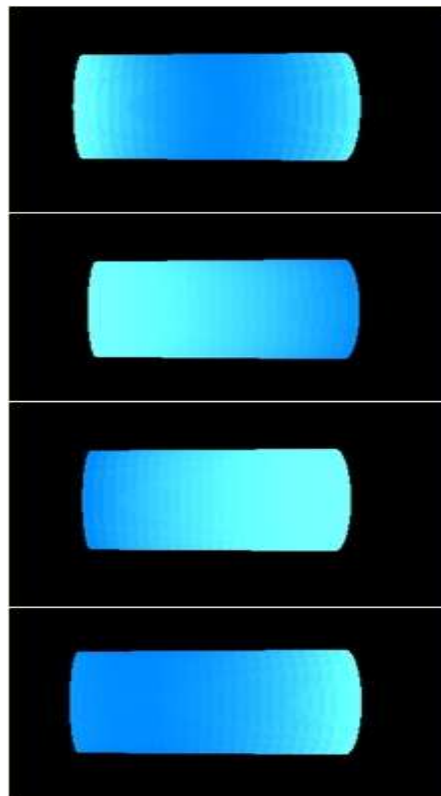
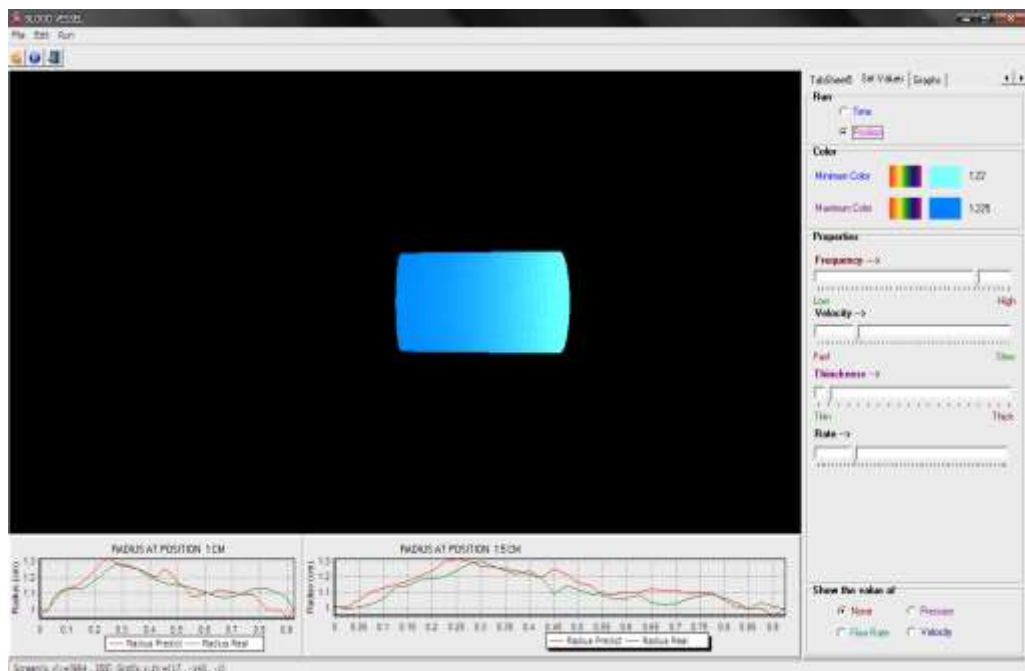
ภาพที่ 5.13 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 1 จากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด สีแดงแทนค่าสูงสุด สีส้มแทนค่าต่ำสุด



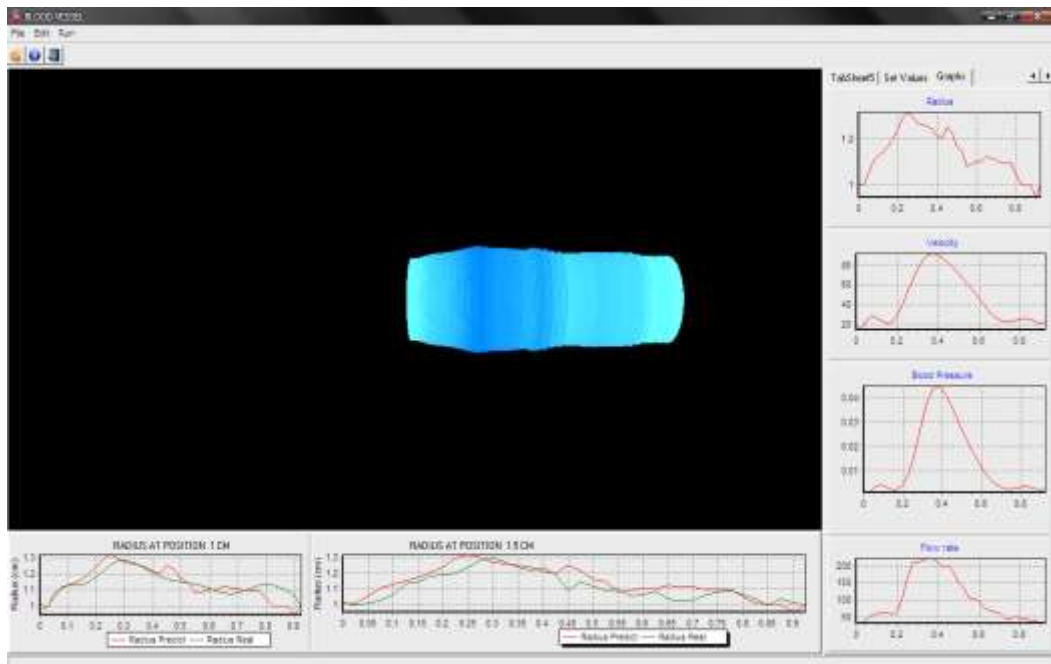
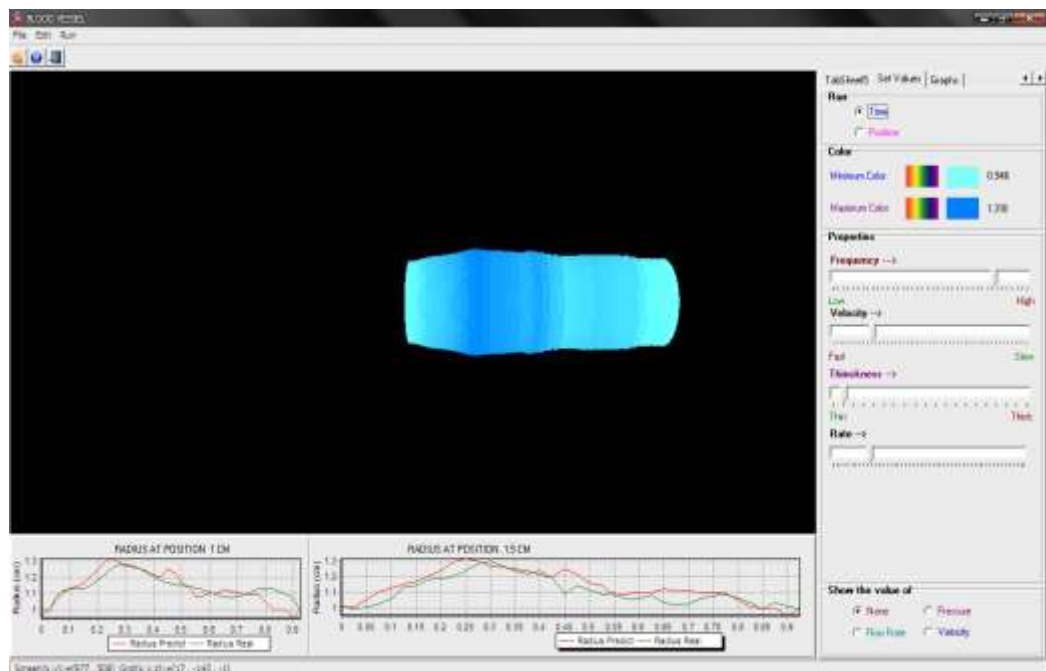
ภาพที่ 5.14 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 2 จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา สีเขียวแทนค่าสูงสุด สีเหลืองแทนค่าต่ำสุด



ภาพที่ 5.15 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 2 จากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด สีเขียวแทนค่าสูงสุด สีเหลืองแทนค่าต่ำสุด



ภาพที่ 5.16 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 3 จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามเวลา
สีน้ำเงินแทนค่าสูงสุด สีฟ้าแทนค่าต่ำสุด



ภาพที่ 5.17 ภาพแสดงผลจากการสร้างภาพนามธรรมของเส้นเลือดของอาสาสมัครคนที่ 3 จากเวลาหนึ่งไปอีกเวลาหนึ่งที่เปลี่ยนไปแบบต่อเนื่องตามจุดต่าง ๆ บนเส้นเลือด
สีน้ำเงินแทนค่าสูงสุด สีฟ้าแทนค่าต่ำสุด

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้ทำการจำลองและสร้างภาพนามธรรมของการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของเส้นเลือดที่มีสาเหตุจากความดันเลือด เพื่อใช้สำหรับการทำนายขนาดรัศมีที่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อความเร็วในการไหลของเลือดและความดันเลือดมีการเปลี่ยนแปลง โดยสามารถสรุปผลการวิจัย อภิปรายผลและเสนอแนะสิ่งที่จะพัฒนาต่อยอดได้ดังนี้

สรุปผลการวิจัย

จากงานวิจัยเพื่อหาแบบจำลองการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของเส้นเลือดที่มีสาเหตุจากความดันเลือด และนำแบบจำลองที่ได้ไปทำนายการเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีเมื่อความเร็วในการไหลของเลือดและความดันเลือดมีการเปลี่ยนแปลง จากนั้นนำผลที่ได้ไปแสดงเป็นภาพนามธรรม เพื่อให้เห็นภาพชัดเจนยิ่งขึ้น สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. แบบจำลอง

ผลจากแบบจำลองได้แสดงไว้ในบทที่ 5 ในหัวข้อผลของงานวิจัย ซึ่งพบว่า เมื่อความเร็วในการไหลของเลือดสูงขึ้นทำให้เกิดความดันเลือดมีค่าสูงขึ้น ส่งผลให้รัศมีมีค่าเพิ่มขึ้นเช่นกัน นั่นคือขนาดของเส้นเลือดจะมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อความเร็วในการไหลของเลือดและความดันเลือดมีการเปลี่ยนแปลง และพบว่าความดันเลือด ความเร็วในการไหลของเลือดและขนาดของรัศมีแปรผันตรงกัน ซึ่งเป็นไปตามกระบวนการไหลของเลือด จากการทำนายค่ารัศมีโดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์ ผลที่ได้มีค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยประมาณร้อยละ 2.3 - 3.7

2. การสร้างภาพนามธรรม

การสร้างภาพนามธรรมจะแสดงในรูปแบบ 3 มิติ และเพื่อให้เห็นภาพชัดเจนมากขึ้นจึงทำการประมาณค่าข้อมูลในตำแหน่งที่ไม่ทราบข้อมูลจริงซึ่งแสดงไว้ในบทที่ 5 หัวข้อการสร้างภาพนามธรรม ซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงของขนาดรัศมีเมื่อความเร็วในการไหลของเลือดและความดันเลือดมีการเปลี่ยนแปลง และหากทราบข้อมูลจริงก็สามารถนำไฟล์ข้อมูลเข้าเพื่อให้เห็นเป็นภาพนามธรรมได้

ข้อเสนอแนะ

จากงานวิจัยชิ้นนี้สามารถนำไปพัฒนาต่อหรือประยุกต์ไปใช้ในส่วนของการจำลองการไหลของของไหลในท่อ หรือการจำลองการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของเส้นเลือดในส่วนอื่น ๆ เช่น เส้นเลือดสมอง หรือเส้นเลือดที่ส่วนอื่น ๆ ในร่างกาย หากทราบข้อมูลจริงทางการแพทย์ และข้อมูลจริงในส่วนของปัจจัยอื่น ๆ เช่น ลักษณะภายในของเส้นเลือดที่มีการจับตัวของไขมัน ส่งผลให้เกิดความเครียดและการยืดหยุ่นตัวของเส้นเลือดซึ่งจะส่งผลต่อพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของเส้นเลือดจะทำให้แบบจำลองหรือสมการทางคณิตศาสตร์ที่ได้สามารถทำนายได้แม่นยำยิ่งขึ้น

รายการอ้างอิง

- [1] ขนิษฐา สุตพันธ์ และ มงคล มงคลวงศ์โรจน์. 2552. การจำลองเชิงคำนวณของการไหลในหลอดเลือดตีบและหลอดเลือดบายพาส. วิศวกรรมสาร มก. ปีที่ 22 ฉบับที่ 69 : 80-90.
- [2] บังอร ชมเดช. 2541. สรีรวิทยาของระบบไหลเวียน. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
- [3] วินัย จันทรพิง. 2548. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์หนึ่งมิติของการไหลของเลือด จากหัวใจห้องล่างขวาไปยังเส้นเลือดที่แยกเข้าปอดทั้งสองข้าง. วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิตสาขาวิศวกรรมเครื่องกล. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- [4] E. Gabys, M. Rybaczuk and A. Kedzia. 2006. Blood flow simulation through fractal models of circulatory system. Institute of Materials Science and Applied Mechanics. Mechanical Faculty. Wroclaw University of Technology.
- [5] Fricke M. A. Box et.al. 2005. The Influence of Flow, Vessel Diameter, and Non-Newtonian Blood Viscosity. lippincott williams & wilkins. Volume 40. Number 5 : 277-294.
- [6] K. Tsubota, S. Wada, H. Kamada, Y. Kitagawa, R. Lima and T. Yamaguchi. 2006. A Particle Method for Blood Flow Simulation, – Application to Flowing Red Blood Cells and Platelets – . Department of Bioengineering and Robotics. Graduate School of Engineering. Tohoku University.
- [7] M. Kojima. et al. 2010. Numerical simulation for blood flow in Internal Carotid Artery for integration with photoelastic stress analysis. Department of Micro-Nano System Engineering. Nagoya University.
- [8] M. Yahya. 2010. Three dimensional finite-element modeling of blood flow in vessels: effects of arterial geometry and elasticity on aneurysm growth and rupture. Master degree of Science in the Program of Biomedical Physics Toronto. Ryerson University.
- [9] Brian R. Robinson. Atherosclerosis. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: http://www.heart1.com/edu_ctr/clinicaloverview.cfm/30. (วันที่ค้นข้อมูล: 16 กุมภาพันธ์ 2555).
- [10] Principles of Circulation. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: http://legacy.owensboro.kctcs.edu/gcaplan/anat2/notes/APIINotes5%20cardiac_equations.htm. (วันที่ค้นข้อมูล: 16 กุมภาพันธ์ 2555).

- [11] Smith and Kampine. Poiseuille's Law. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก:
<http://www.cai.md.chula.ac.th/lesson/lesson4711/html/pic1.html> (วันที่ค้นข้อมูล:
19 กุมภาพันธ์ 2555).
- [12] N. Westerhof. Law of Poiseuille. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก:
<http://www.springer.com/978-1-4419-6362-8> (วันที่ค้นข้อมูล: 21 มกราคม 2555).
- [13] ภาควิชาฟิสิกส์. บทที่ 14 ของไหล. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก:
[www.rsu.ac.th/science/physics/sema/phy_121/kinematic_13_10_49/
lesson_14.DOC](http://www.rsu.ac.th/science/physics/sema/phy_121/kinematic_13_10_49/lesson_14.DOC) (วันที่ค้นข้อมูล: 9 มกราคม 2555).

ภาคผนวก

ภาคผนวก
ข้อมูลที่วัดได้จากทางการแพทย์

ตารางที่ ก.1 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 1 เพศชาย อายุ 25 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลที่ตำแหน่งเริ่มต้นที่พิจารณา

Time(s)	Data at initial point		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	2.520	16.000	0.896
0.025	2.660	15.000	0.920
0.050	2.770	17.000	0.939
0.075	3.200	18.500	1.010
0.100	3.760	19.000	1.094
0.125	3.940	18.500	1.120
0.150	4.120	18.500	1.145
0.175	4.450	18.500	1.190
0.200	4.670	21.000	1.220
0.225	4.480	34.600	1.194
0.250	4.120	40.200	1.145
0.275	3.940	48.600	1.120
0.300	3.870	50.000	1.110
0.325	3.660	52.300	1.080
0.350	3.590	56.800	1.069
0.375	3.270	59.400	1.020
0.400	3.270	60.200	1.020
0.425	3.110	57.000	0.995
0.450	2.800	55.000	0.944
0.475	2.660	52.000	0.920
0.500	2.630	45.000	0.915
0.525	2.520	42.000	0.896
0.550	2.540	38.000	0.899
0.575	2.490	35.000	0.891
0.600	2.490	33.000	0.891
0.625	2.430	31.000	0.880
0.650	2.380	28.000	0.871
0.675	2.400	23.000	0.874
0.700	2.380	20.000	0.871
0.725	2.430	18.500	0.880
0.750	2.490	18.200	0.891
0.775	2.540	18.500	0.899
0.800	2.520	19.000	0.896
0.825	2.490	18.500	0.891
0.850	2.600	17.000	0.910

ตารางที่ ก.2 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 1 เพศชาย อายุ 25 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.2 cm

Time(s)	Data from initial point 1.2 cm		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	2.613	15.854	0.912
0.025	2.981	19.752	0.974
0.050	3.042	19.385	0.984
0.075	3.224	18.171	1.013
0.100	3.563	18.101	1.065
0.125	3.954	20.015	1.122
0.150	4.287	23.929	1.168
0.175	4.496	29.360	1.197
0.200	4.570	35.589	1.206
0.225	4.537	41.870	1.202
0.250	4.438	47.558	1.189
0.275	4.315	52.180	1.172
0.300	4.194	55.460	1.156
0.325	4.084	57.299	1.140
0.350	3.978	57.747	1.126
0.375	3.860	56.957	1.109
0.400	3.717	55.145	1.088
0.425	3.540	52.555	1.062
0.450	3.330	49.426	1.030
0.475	3.101	45.974	0.994
0.500	2.874	42.376	0.957
0.525	2.669	38.762	0.922
0.550	2.507	35.214	0.894
0.575	2.396	31.774	0.874
0.600	2.335	28.458	0.862
0.625	2.314	25.288	0.858
0.650	2.318	22.329	0.859
0.675	2.335	19.734	0.862
0.700	2.361	17.782	0.867
0.725	2.408	16.873	0.876
0.750	2.496	17.439	0.892
0.775	2.641	19.699	0.917
0.800	2.823	23.145	0.948
0.825	2.950	25.631	0.969
0.850	2.797	21.868	0.944

ตารางที่ ก.3 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 1 เพศชาย อายุ 25 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.8 cm

Time(s)	Radius from initial point 2.8 cm		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	2.450	15.500	0.883
0.025	2.650	16.000	0.919
0.050	2.740	17.500	0.934
0.075	2.900	18.500	0.961
0.100	3.490	19.000	1.054
0.125	3.680	19.500	1.083
0.150	4.020	20.000	1.131
0.175	4.120	21.000	1.145
0.200	4.270	22.000	1.166
0.225	4.480	28.000	1.194
0.250	4.380	33.000	1.181
0.275	4.220	37.000	1.159
0.300	3.920	40.000	1.117
0.325	3.770	46.000	1.096
0.350	3.530	48.500	1.060
0.375	3.440	51.000	1.047
0.400	3.450	52.400	1.048
0.425	2.990	52.000	0.976
0.450	2.860	48.900	0.954
0.475	2.650	48.000	0.919
0.500	2.570	45.000	0.905
0.525	2.570	43.000	0.905
0.550	2.650	40.200	0.919
0.575	2.450	38.000	0.883
0.600	2.260	34.000	0.848
0.625	2.340	32.000	0.863
0.650	2.380	29.000	0.871
0.675	2.380	25.000	0.871
0.700	2.260	21.000	0.848
0.725	2.260	20.000	0.848
0.750	2.410	19.500	0.876
0.775	2.650	19.000	0.919
0.800	2.740	19.500	0.934
0.825	2.570	19.000	0.905
0.850	2.650	16.500	0.919

ตารางที่ ก.4 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 2 เพศชาย อายุ 31 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่เริ่มพิจารณา

Time(s)	Data at initial point		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	3.130	14.000	0.998
0.025	3.630	19.000	1.075
0.050	3.460	17.000	1.050
0.075	4.150	22.000	1.150
0.100	4.710	25.000	1.225
0.125	4.830	28.000	1.240
0.150	5.140	29.000	1.279
0.175	4.990	34.000	1.261
0.200	4.830	45.000	1.240
0.225	4.710	60.000	1.225
0.250	4.520	70.000	1.200
0.275	4.450	75.000	1.190
0.300	4.300	78.900	1.170
0.325	4.080	78.500	1.140
0.350	4.010	77.000	1.130
0.375	3.940	76.000	1.120
0.400	3.900	70.000	1.114
0.425	3.850	64.000	1.107
0.450	3.800	59.000	1.100
0.475	3.630	45.000	1.075
0.500	3.460	36.000	1.050
0.525	3.140	25.000	1.000
0.550	3.140	23.000	1.000
0.575	3.140	22.000	1.000
0.600	3.080	20.000	0.990
0.625	2.980	20.000	0.974
0.650	3.140	20.000	1.000
0.675	3.300	20.000	1.025
0.700	3.080	18.000	0.990
0.725	2.980	16.000	0.974
0.750	2.890	15.000	0.959
0.775	2.830	14.000	0.949

ตารางที่ ก.5 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 2 เพศชาย อายุ 31 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1.4 cm

Time(s)	Data from initial point 1.4 cm		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	3.079	14.940	0.990
0.025	3.422	22.561	1.044
0.050	3.256	27.314	1.018
0.075	3.544	25.727	1.062
0.100	4.189	21.184	1.155
0.125	4.844	18.158	1.242
0.150	5.257	19.617	1.294
0.175	5.356	26.352	1.306
0.200	5.207	37.329	1.288
0.225	4.937	50.437	1.254
0.250	4.664	63.276	1.219
0.275	4.459	73.768	1.192
0.300	4.338	80.516	1.175
0.325	4.275	82.933	1.167
0.350	4.226	81.172	1.160
0.375	4.156	75.952	1.150
0.400	4.050	68.323	1.136
0.425	3.917	59.448	1.117
0.450	3.783	50.414	1.098
0.475	3.676	42.106	1.082
0.500	3.610	35.132	1.072
0.525	3.585	29.788	1.069
0.550	3.581	26.068	1.068
0.575	3.573	23.701	1.067
0.600	3.543	22.224	1.062
0.625	3.493	21.093	1.055
0.650	3.441	19.847	1.047
0.675	3.406	18.281	1.041
0.700	3.380	16.591	1.038
0.725	3.317	15.331	1.028
0.750	3.186	14.921	1.007
0.775	3.183	14.296	1.007

ตารางที่ ก.6 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 2 เพศชาย อายุ 31 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 3.7 cm

Time(s)	Data from initial point 3.7 cm		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	3.130	15.000	0.998
0.025	3.360	19.000	1.034
0.050	3.390	22.000	1.039
0.075	3.660	23.000	1.080
0.100	3.970	24.000	1.124
0.125	4.300	26.000	1.170
0.150	4.840	27.000	1.242
0.175	4.990	28.000	1.261
0.200	5.060	35.000	1.269
0.225	4.770	46.000	1.233
0.250	4.640	60.000	1.216
0.275	4.300	75.000	1.170
0.300	3.970	78.900	1.124
0.325	3.910	78.000	1.116
0.350	4.040	75.000	1.134
0.375	3.970	73.000	1.124
0.400	3.910	72.000	1.116
0.425	3.910	67.000	1.116
0.450	3.970	58.000	1.124
0.475	3.970	50.000	1.124
0.500	4.040	40.000	1.134
0.525	3.660	30.000	1.080
0.550	3.540	25.000	1.062
0.575	3.360	23.000	1.034
0.600	3.480	18.000	1.053
0.625	3.420	19.000	1.044
0.650	3.310	25.000	1.027
0.675	3.190	23.000	1.008
0.700	3.250	20.000	1.017
0.725	3.130	15.000	0.998
0.750	3.080	14.000	0.990
0.775	3.080	14.000	0.990

ตารางที่ ก.7 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 3 เพศชาย อายุ 32 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่เริ่มพิจารณา

Time(s)	Data at initial point		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	3.140	15.000	1.161
0.025	3.140	16.000	1.185
0.050	3.460	19.000	1.200
0.075	3.800	20.500	1.210
0.100	3.970	19.000	1.216
0.125	4.080	18.000	1.235
0.150	4.260	18.000	1.595
0.175	4.520	19.500	1.274
0.200	4.910	37.500	1.264
0.225	5.310	44.000	1.261
0.250	5.470	60.000	1.235
0.275	5.310	77.000	1.225
0.300	5.060	80.500	1.205
0.325	5.020	83.000	1.194
0.350	4.910	83.500	1.185
0.375	4.830	84.000	1.176
0.400	4.600	82.000	1.165
0.425	4.520	81.000	1.161
0.450	4.910	79.500	1.161
0.475	4.710	78.000	1.150
0.500	4.260	70.000	1.161
0.525	4.120	65.000	1.155
0.550	3.660	60.000	1.161
0.575	3.730	58.000	1.145
0.600	3.800	45.000	1.161
0.625	3.800	36.000	1.155
0.650	3.970	33.000	1.161
0.675	3.900	33.000	1.161
0.700	3.900	33.000	1.155
0.725	3.800	32.000	1.150
0.750	3.800	32.000	1.161
0.775	3.800	30.500	1.150
0.800	3.460	27.000	1.165
0.825	3.140	25.000	1.155
0.850	3.140	24.000	1.145
0.875	3.140	24.000	1.155
0.900	2.830	23.000	1.145
0.925	3.140	20.000	1.155

ตารางที่ ก.8 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 3 เพศชาย อายุ 32 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 1 cm

Time(s)	Data from initial point 1 cm		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	2.983	19.464	1.160
0.025	3.090	14.692	1.164
0.050	3.612	23.272	1.177
0.075	3.932	28.332	1.193
0.100	4.007	27.318	1.210
0.125	3.986	23.435	1.227
0.150	4.012	20.827	1.243
0.175	4.153	22.328	1.257
0.200	4.400	28.818	1.267
0.225	4.692	39.489	1.270
0.250	4.954	52.497	1.267
0.275	5.124	65.682	1.258
0.300	5.171	77.143	1.243
0.325	5.100	85.597	1.225
0.350	4.941	90.495	1.206
0.375	4.738	91.953	1.188
0.400	4.538	90.554	1.174
0.425	4.373	87.099	1.164
0.450	4.256	82.380	1.160
0.475	4.185	77.006	1.159
0.500	4.141	71.330	1.161
0.525	4.099	65.467	1.164
0.550	4.039	59.376	1.167
0.575	3.953	52.996	1.168
0.600	3.846	46.369	1.168
0.625	3.740	39.725	1.167
0.650	3.663	33.500	1.164
0.675	3.639	28.259	1.162
0.700	3.679	24.549	1.161
0.725	3.775	22.708	1.162
0.750	3.894	22.681	1.163
0.775	3.991	23.917	1.164
0.800	4.026	25.423	1.164
0.825	3.984	26.029	1.164
0.850	3.886	24.894	1.161
0.875	3.770	22.229	1.160
0.900	3.606	20.110	1.160
0.925	3.091	23.155	1.163

ตารางที่ ก.9 ตารางแสดงข้อมูลที่วัดได้ทางการแพทย์ของอาสาสมัครคนที่ 3 เพศชาย อายุ 32 ปี
ซึ่งแสดงข้อมูลตำแหน่งที่ห่างจากจุดเริ่มพิจารณา 2.5 cm

Time(s)	Data from initial point 2.5cm		
	Cross-section area (cm ²)	Velocity (cm/s)	Radius (cm)
0.000	3.210	18.000	1.161
0.025	3.080	20.500	1.170
0.050	3.170	25.000	1.170
0.075	3.300	29.000	1.180
0.100	3.530	30.000	1.200
0.125	4.020	30.000	1.210
0.150	4.120	29.500	1.230
0.175	4.380	25.100	1.250
0.200	4.430	26.000	1.261
0.225	4.540	35.000	1.261
0.250	4.810	60.000	1.261
0.275	5.200	80.000	1.240
0.300	5.320	84.000	1.210
0.325	5.030	84.600	1.170
0.350	4.810	86.300	1.161
0.375	4.640	86.500	1.161
0.400	4.810	84.000	1.161
0.425	4.430	82.000	1.165
0.450	3.720	79.500	1.170
0.475	4.120	65.000	1.161
0.500	3.920	60.000	1.180
0.525	3.720	58.000	1.170
0.550	3.770	56.500	1.170
0.575	3.490	55.000	1.161
0.600	3.530	50.000	1.161
0.625	3.680	37.000	1.170
0.650	3.350	35.000	1.180
0.675	3.260	33.000	1.170
0.700	3.300	32.000	1.170
0.725	3.530	25.000	1.150
0.750	3.630	25.000	1.150
0.775	3.720	26.000	1.161
0.800	3.530	27.000	1.170
0.825	3.350	29.000	1.150
0.850	3.080	25.000	1.161
0.875	3.350	24.000	1.140
0.900	3.210	22.000	1.150
0.925	3.100	20.000	1.161

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ชื่อ – นามสกุล นางสาวสิริประภา ฤทธิรักษา
 วันเกิด วันเสาร์ที่ 19 กันยายน พุทธศักราช 2530
 ภูมิลำเนา จังหวัดปัตตานี

สำเร็จการศึกษา

ระดับมัธยมศึกษา	โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล จังหวัดปัตตานี สำเร็จเมื่อปีการศึกษา 2548
ระดับปริญญาตรี	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการ คอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สำเร็จเมื่อปีการศึกษา 2552

เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์และ
 วิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
 มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2553