บทที่ 4

แบบจำลองของระบบส่งจ่ายน้ำเย็น

จากการศึกษาทฤษฎีพฤติกรรมการไหลของน้ำเย็นภายในท่อ ประกอบกับหลักการของเครื่องสูบน้ำและอุปกรณ์ต่าง ๆ สามารถนำทฤษฎีที่เกี่ยวข้องมาประยุกต์เพื่อใช้จำลอง (Simulate) การไหลของน้ำในระบบท่อน้ำเย็น ณ ภาระความเย็นใด ๆ (เมื่อระบบเข้าสู่ภาวะคงตัว (Steady State) ที่ภาระความเย็นนั้น ๆ แล้ว) ที่ทราบค่าได้ ดังนั้นจึงสามารถวิเคราะห์การใช้พลังงานที่เครื่องสูบน้ำต้องการใช้ในการกระจายน้ำเย็นแบบมีปริมาตรแปรเปลี่ยนไปตามภาระความเย็นได้

โปรแกรมจะสร้างระบบสมการจากแบบจำลองของอุปกรณ์ (Models) ต่าง ๆ ที่มีภายในระบบเพื่อใช้ในการจำลองระบบ โดยสมการที่ใช้ประกอบไปด้วย

- แบบจำลองเฮดสูญเสียสำหรับการไหลในท่อ
- แบบจำลองเฮดสูญเสียภายในเครื่องทำน้ำเย็นและอุปกรณ์ส่งลมเย็น
- แบบจำลองเฮดสูญเสียในวาล์วควบคุม
- แบบจำลองสมรรถนะของเครื่องสูบน้ำ
- การประยุกต์กฎทรงมวลสำหรับการไหลของน้ำเย็น

ทั้งนี้อยู่บนเงื่อนไขที่ว่าระบบส่งจ่ายน้ำเย็นสามารถส่งปริมาณน้ำเย็นได้ตามความต้องการของระบบ โดยจะได้อธิบายรายละเอียดต่อไป

4.1 แบบจำลองของอุปกรณ์

4.1.1 แบบจำลองเฮดสูญเสียในท่อตรง ข้อต่อข้องอ และวาล์ว

จากที่ได้อธิบายไปแล้วว่าความสูงของอาคารไม่มีผลต่อเฮดและการทำงานของเครื่องสูบน้ำ และเนื่องจากงานวิจัยนี้สนใจเฉพาะเฮดที่เครื่องสูบน้ำต้องสร้าง (ΔH_{pump}) เพื่อใช้ส่งน้ำเย็น ณ เวลาต่าง ๆ เมื่อภาระความเย็นของระบบเปลี่ยนแปลงไป ไม่ได้สนใจค่าของเฮด ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ภายในระบบ ดังนั้นแบบจำลองสำหรับเฮดรวมในท่อตรงเนื่องจากการไหลของน้ำเย็นจากจุดหนึ่งไป

ยังอีกจุดหนึ่งจะพิจารณาเฉพาะเฮดสูญเสียที่เกิดจากความเสียดทานของท่อเพียงอย่างเดียวเท่านั้น จากสมการที่ใช้คำนวณเฮดสูญเสียในท่อตรง

$$H_L \quad = \quad f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (4.1)$$

และสำหรับข้อต่อข้องอ และวาล์วต่าง ๆ (ยกเว้นวาล์วควบคุม)

$$H_L \quad = \quad f\frac{L_e}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (4.2)$$

พบว่าสำหรับค่า D และ L ค่าหนึ่ง ๆ สามารถเขียนสมการ (4.1) และ (4.2) ได้ในรูป

$$\Delta H \quad = \quad \mathrm{K}Q^2 \qquad (4.3)$$

เมื่อ ΔH คือ ความดันสูญเสียในหน่วย ft

Q คือ อัตราการไหลของน้ำเย็นภายในท่อในหน่วย gpm

K คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของเฮดสูญเสีย (Head Loss Coefficient)

4.1.1.1 การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของความดันสูญเสีย (K)

พิจารณาสมการ $H_L \quad = \quad f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$

แต่ $Q \quad = \quad AV$ เมื่อ Q มีหน่วยเป็น ft^3/sec (4.4)

$$\text{ดังนั้นได้ว่า} \quad H_L \quad = \quad f\frac{L}{2gD}\left(\frac{Q}{A}\right)^2$$

$$= \quad f\frac{L}{2gD}\,[\frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2}]^2$$

$$= \quad f\frac{8}{g\pi^2}\frac{L}{D^5}Q^2 \qquad (4.5)$$

เปลี่ยน Q ให้อยู่ในหน่วย gpm และเขียนแทน H_L ด้วย ΔH จะได้ว่า

$$\Delta H = (0.002228)^2 f\frac{8}{g\pi^2}\frac{L}{D^5} \qquad (4.6)$$

เทียบสมการ (4.3) กับ (4.6) จะได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ของเฮดสูญเสียมีค่า

$$K = (0.002228)^2 f\frac{8}{g\pi^2}\frac{L}{D^5} \qquad (4.7)$$

พิจารณาในทำนองเดียวกันสำหรับข้อต่อข้องอ และวาล์วในระบบ จะได้ว่า

$$K = (0.002228)^2 f \frac{8}{g\pi^2} \frac{L_e}{D^5} \qquad (4.8)$$

ดังนั้นจะได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ของเฮดสูญเสียของระบบท่อเมื่อคิดเป็นความยาวเทียบเท่าท่อตรงรวมทั้งหมด คือ

$$K = (0.002228)^2 f \frac{8(L + L_e)}{g\pi^2 D^5} \qquad (4.9)$$

4.1.1.2 การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (f)

จะใช้สมการ (3.9) เพื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของระบบท่อน้ำเย็นเมื่อพิจารณาเป็นความยาวเทียบเท่าท่อตรงรวมทั้งหมด ดังนี้

$$f = \frac{0.25}{\left\{\log\left[\left(\frac{e/D}{3.7}\right) + \left(\frac{5.74}{\mathrm{Re}_D^{0.9}}\right)\right]\right\}^2} \qquad (4.10)$$

เมื่อ $5 \times 10^3 \le \mathrm{Re}_D \le 10^8$ และ $10^{-6} \le e/D \le 10^{-2}$

และ

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}_D &= \frac{\rho V D}{\mu} \\ &= \frac{\rho D}{\mu}\frac{Q}{A} \\ &= \frac{\rho D Q}{\mu}\left(\frac{1}{\frac{\pi}{4}D^2}\right) \\ &= \frac{4}{\pi}\frac{\rho Q}{\mu D} \end{aligned} \qquad (4.11)$$

เมื่อ Q มีหน่วยเป็น $\mathrm{ft^3/sec}$ ดังนั้นเปลี่ยน Q ให้อยู่ในหน่วย gpm จะได้ว่า

$$\mathrm{Re}_D = (0.002228)^2 \frac{4}{\pi}\frac{\rho Q}{\pi D} \qquad (4.12)$$

ถ้า $\mathrm{Re}_D < 3000$ (Laminar Flow) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะมีค่าเป็น

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}_D} \qquad (4.13)$$

โดยค่า e = 0.0018 สำหรับท่อเหล็กกล้า (Wrought Steel Pipe), ρ = 1.940 $\mathrm{slugs/ft^3}$ และ $\mu = 2.8605 \times 10^{-5}\ \mathrm{lb_m - sec/ft^2}$ สำหรับความหนาแน่นและความหนืดของน้ำเย็นตามลำดับ

4.1.2 แบบจำลองเฮดสูญเสียของเครื่องทำน้ำเย็นและอุปกรณ์ส่งลมเย็น

จากที่ได้กล่าวไปแล้วว่าค่าความยาวเทียบเท่าท่อตรงของเครื่องทำน้ำเย็นและอุปกรณ์ส่งลมเย็นนั้นมีค่าแปรเปลี่ยนไปตามปริมาณของน้ำเย็น ทำให้เกิดความไม่สะดวกในการคำนวณ ดังนั้นจะใช้วิธีการจำลองความสัมพันธ์ระหว่างเฮดสูญเสียกับปริมาณน้ำเย็นที่ไหลผ่านอุปกรณ์เหล่านี้จากคะตะล็อกของผู้ผลิต ซึ่งพบว่าความสัมพันธ์นี้อยู่ในรูปเชิงเส้นของมาตราส่วนลอการิทึม (ดังแสดงตัวอย่างในรูป 3.4)

$$\log(\Delta H) = \log a + b\log Q \qquad (4.14)$$

หรือก็คือความสัมพันธ์ในรูป $\Delta H = aQ^b$ นั่นเอง (4.15)

นั่นคือเราต้องทราบค่าของเฮดสูญเสียและอัตราการไหลจากคะตะล็อกของผู้ผลิตอย่างน้อย 2 จุดเพื่อจำลองความสัมพันธ์ระหว่างเฮดสูญเสียกับปริมาณน้ำเย็นที่ไหลผ่านอุปกรณ์นี้

4.1.3 แบบจำลองเฮดสูญเสียในวาล์วควบคุม

ความสัมพันธ์ที่ใช้คำนวณค่าเฮดสูญเสียในวาล์วควบคุม จะใช้ตามสมการ (3.12)

$$\frac{Q}{0.67C_v\sqrt{\Delta H_{CV}}} = A^x$$

หรือเขียนความสัมพันธ์ใหม่ได้ในรูป

$$\Delta H_{CV} = \frac{1}{0.4489C_v^2}\left(\frac{Q}{A^x}\right)^2 \qquad (4.16)$$

โดยที่ $x = \frac{\%\ \text{Stem Stroke}}{100} - 1$ ตามสมการ (3.13)

ค่าสัมประสิทธิ์การไหลของวาล์วควบคุม (C_v) นั้นสามารถทราบได้จากผู้ผลิต ส่วนค่า Valve Rangeability (A) นั้นมีค่าอยู่ในช่วง 20 – 50 ซึ่งแตกต่างกันไปตามการออกแบบของผู้ผลิตวาล์วควบคุม เนื่องจากค่า Rangeability นี้เป็นข้อมูลที่เป็นในเชิงเทคนิคมาก ๆ ดังนั้นในโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นนั้นผู้เขียนจึงกำหนดค่า Valve Rangeability ของวาล์วควบคุมที่ใช้ให้มีค่าเท่ากัน โดยกำหนดให้ Valve Rangeability มีค่าเป็น 35 ในโปรแกรม

4.1.4 แบบจำลองสมรรถนะของเครื่องสูบน้ำ

แบบจำลองที่ใช้สำหรับจำลองการทำงานของเครื่องสูบน้ำจะใช้ตามความสัมพันธ์ของ W.F. Steocker ที่เสนอไว้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างเฮด (ΔH หน่วย ft) ที่เครื่องสูบน้ำต้องสร้างให้กับน้ำเย็นกับอัตราการไหลส่งของน้ำเย็น (Q หน่วย gpm) เมื่อเครื่องสูบน้ำทำงานที่ความเร็วรอบคงที่ค่าหนึ่ง เป็นไปตามความสัมพันธ์

$$\Delta H = a + bQ + cQ^2 \qquad (4.17)$$

โดยที่ a, b และ c เป็นค่าคงตัวซึ่งสามารถทราบค่าได้จากการแก้ระบบสมการ

$$\begin{aligned} \Delta H_1 &= a + bQ_1 + cQ_1^2 \\ \Delta H_2 &= a + bQ_2 + cQ_2^2 \\ \Delta H_3 &= a + bQ_3 + cQ_3^2 \end{aligned} \qquad (4.18)$$

เมื่อ ΔH_i และ Q_i เป็นข้อมูลบนเส้นโค้งสมรรถนะของเครื่องสูบน้ำที่ใช้ (ดังแสดงตัวอย่างในรูป 3.5) ซึ่งทราบได้จากคะตะล็อกของผู้ผลิตเครื่องสูบน้ำ

4.2 การประยุกต์กฎทรงมวลสำหรับการไหลภายในระบบท่อน้ำเย็น

กฎทรงมวล (Mass Balance) สำหรับการไหลของของไหลกล่าวไว้ว่าอัตราการไหลของมวลของของไหลที่ไหลผ่านจุดใดจุดหนึ่งจะเท่ากับที่ไหลผ่านจุดอื่น ๆ ในระบบ นั่นคือ

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \text{ค่าคงที่}$$

สำหรับการไหลของของไหลภายในท่อ $\dot{m} = \rho VA$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = \text{ค่าคงที่} \qquad (4.19)$$

แต่ในระบบปรับอากาศนั้นน้ำเย็นมีอุณหภูมิเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง 42 – 55 °F (5.56 – 12.78 °C) ซึ่งตลอดช่วงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของน้ำเย็นดังกล่าวนี้ความหนาแน่นของน้ำเย็นในระบบมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากจนอาจถือว่ามีค่าคงที่ได้ (ภาคผนวก ก) ดังนั้นจะได้ว่า

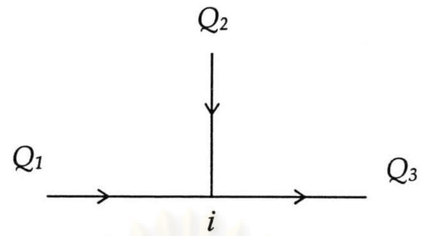
$$\frac{\dot{m}_1}{\rho} = \frac{\dot{m}_2}{\rho} = V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q = \text{ค่าคงที่} \qquad (4.20)$$

นั่นคืออัตราการไหลของน้ำเย็นผ่านจุดใด ๆ ในระบบต้องมีค่าคงที่เสมอ

จากรูป 4.1 เมื่อประยุกต์ใช้กฎทรงมวลสำหรับการไหลของน้ำเย็นผ่านจุดต่อ i จะได้ว่า

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad \text{หรือ} \quad Q_1 + Q_2 - Q_3 = 0 \qquad (4.21)$$

โปรแกรมจะประยุกต์ใช้กฎทรงมวลกับจุดต่อทุกจุดในระบบส่งจ่ายน้ำเย็นที่ต้องการจำลอง



รูป 4.1 การไหลของน้ำเย็นผ่านจุดต่อ i

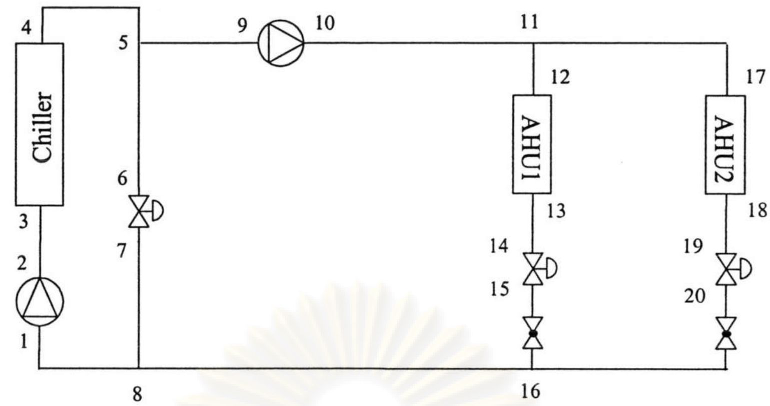
4.3 การสร้างระบบสมการเพื่อใช้ในการจำลองระบบ

ก่อนที่จะแสดงตัวอย่างการสร้างระบบสมการเพื่อใช้ในการจำลองระบบ ผู้เขียนขออธิบายความหมายของจุดต่อและเลขช่วงก่อน ดังนี้

จุดต่อ (Node Point) คือ จุดที่ใช้อ้างอิงถึงอุปกรณ์ต่าง ๆ ในระบบท่อส่งน้ำเย็นที่ใช้ ดังแสดงด้วยเลข 1,2,3, ..., 20 ในรูป 4.2 โดยผู้ใช้โปรแกรมต้องกำหนดจุดต่อที่เป็นตัวเลขที่ทางเข้าและทางออกของอุปกรณ์สำคัญในระบบทั้ง 4 อุปกรณ์ อันได้แก่ เครื่องสูบน้ำ เครื่องทำน้ำเย็น อุปกรณ์ส่งลมเย็น และวาล์วควบคุม และต้องเป็นจุดต่อที่เป็นลำดับต่อเนื่องกันตามทิศทางการไหลของน้ำเย็น นอกจากนี้ผู้ใช้โปรแกรมยังต้องกำหนดจุดต่อที่ทางแยก (T – point) ทุกจุดที่มีอยู่ในระบบ

เลขช่วง (Section Number) คือหมายเลขของจุดต่อ 2 จุดที่อยู่ต่อเนื่องกัน (ไม่จำเป็นว่าต้องเป็นเลขที่เรียงลำดับต่อเนื่องกัน) เป็นตัวเลขที่แสดงให้เห็นว่าอุปกรณ์ในระบบส่งจ่ายน้ำเย็นที่จะจำลองในแต่ละช่วงนั้นเป็นอุปกรณ์อะไรและถูกกำหนดด้วยจุดต่อหมายเลขใด เช่น ในรูป 4.2 นั้น เครื่องทำน้ำเย็นมีเลขช่วงเป็น 003004 เป็นต้น

ก่อนที่จะจำลองระบบได้ ผู้ใช้โปรแกรมต้องทราบจำนวนจุดต่อและช่วงทั้งหมดในระบบที่ต้องการจะจำลองก่อนโดยอาศัยการกำหนดหมายเลขของจุดต่อ ดังตัวอย่างในรูป 4.2 นั้นระบบที่ต้องการจำลองมี 20 จุดต่อและ 22 ช่วง (โปรดอ่านข้อกำหนดในภาคผนวก ฌ.12)



รูป 4.2 ตัวอย่างระบบท่อส่งน้ำเย็นที่ต้องการจำลอง

ประยุกต์ใช้แบบจำลองต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาแล้วกับระบบส่งจ่ายน้ำเย็นที่แสดงในรูป 4.2 โดยในตัวอย่างนี้สมมติว่าผู้ใช้ต้องการใช้วาล์วควบคุมที่ท่อ bypass ได้ดังนี้

<u>พิจารณาที่เครื่องสูบน้ำเย็น</u> จะได้ว่า

ช่วง 1-2 $$\Delta H_{1-2} = H_2 - H_1 = a_1 + b_1 Q_{1-2} + c_1 Q_{1-2}^2 \qquad (1)$$

ช่วง 9-10 $$\Delta H_{9-10} = H_{10} - H_9 = a_2 + b_2 Q_{9-10} + c_2 Q_{9-10}^2 \qquad (2)$$

<u>พิจารณาที่เครื่องทำน้ำเย็น</u> จะได้ว่า

ช่วง 3-4 $$\Delta H_{3-4} = H_3 - H_4 = a_3 (Q_{3-4})^{b_3} \qquad (3)$$

<u>พิจารณาที่อุปกรณ์ส่งลมเย็น</u> จะได้ว่า

ช่วง 12-13 $$\Delta H_{12-13} = H_{12} - H_{13} = a_4 (Q_{12-13})^{b_4} \qquad (4)$$

ช่วง 17-18 $$\Delta H_{17-18} = H_{17} - H_{18} = a_5 (Q_{17-18})^{b_5} \qquad (5)$$

<u>พิจารณาที่วาล์วควบคุม</u> จะได้ว่า

ช่วง 6-7 $$\Delta H_{6-7} = H_6 - H_7 = \frac{1}{0.4489 C_{v,1}^2} \left(\frac{Q_{6-7}}{A^x} \right)^2 \qquad (6)$$

ช่วง 14-15 $$\Delta H_{14-15} = H_{14} - H_{15} = \frac{1}{0.4489 C_{v,2}^2} \left(\frac{Q_{14-15}}{A^x} \right)^2 \qquad (7)$$

ช่วง 19-20 $\Delta H_{19-20} = H_{19} - H_{20} = \dfrac{1}{0.4489C_{v,3}^2}\left(\dfrac{Q_{19-20}}{A^x}\right)^2$ (8)

<u>พิจารณาเฮดสูญเสียในท่อแต่ละช่วง</u> จะได้ว่า

ช่วง 2-3 $\Delta H_{2-3} = H_2 - H_3 = K_{2-3}(Q_{2-3})^2$ (9)

ช่วง 4-5 $\Delta H_{4-5} = H_4 - H_5 = K_{4-5}(Q_{4-5})^2$ (10)

ช่วง 5-6 $\Delta H_{5-6} = H_5 - H_6 = K_{5-6}(Q_{5-6})^2$ (11)

ช่วง 7-8 $\Delta H_{7-8} = H_7 - H_8 = K_{7-8}(Q_{7-8})^2$ (12)

ช่วง 8-1 $\Delta H_{8-1} = H_8 - H_1 = K_{8-1}(Q_{8-1})^2$ (13)

ช่วง 5-9 $\Delta H_{5-9} = H_5 - H_9 = K_{5-9}(Q_{5-9})^2$ (14)

ช่วง 10-11 $\Delta H_{10-11} = H_{10} - H_{11} = K_{10-11}(Q_{10-11})^2$ (15)

ช่วง 11-12 $\Delta H_{11-12} = H_{11} - H_{12} = K_{11-12}(Q_{11-12})^2$ (16)

ช่วง 13-14 $\Delta H_{13-14} = H_{13} - H_{14} = K_{13-14}(Q_{13-14})^2$ (17)

ช่วง 15-16 $\Delta H_{15-16} = H_{15} - H_{16} = K_{15-16}(Q_{15-16})^2$ (18)

ช่วง 16-8 $\Delta H_{16-8} = H_{16} - H_8 = K_{16-8}(Q_{16-8})^2$ (19)

ช่วง 11-17 $\Delta H_{11-17} = H_{11} - H_{17} = K_{11-17}(Q_{11-17})^2$ (20)

ช่วง 18-19 $\Delta H_{18-19} = H_{18} - H_{19} = K_{18-19}(Q_{18-19})^2$ (21)

ช่วง 20-16 $\Delta H_{20-16} = H_{20} - H_{16} = K_{20-16}(Q_{20-16})^2$ (22)

<u>ประยุกต์กฎทรงมวลที่จุดต่อต่าง ๆ ภายในระบบ</u> จะได้ว่า

จุด 1 $Q_{8-1} = Q_{1-2}$ (23)

จุด 2 $Q_{1-2} = Q_{2-3}$ (24)

จุด 3 $Q_{2-3} = Q_{3-4}$ (25)

จุด 4 $Q_{3-4} = Q_{4-5}$ (26)

จุด 5 $Q_{4-5} = Q_{5-6} + Q_{5-9}$ (27)

จุด 6 $Q_{5-6} = Q_{6-7}$ (28)

จุด 7 $Q_{6-7} = Q_{7-8}$ (29)

จุด 8 $Q_{7-8} + Q_{16-8} = Q_{8-1}$ (30)

จุด 9 $Q_{5-9} = Q_{9-10}$ (31)

จุด 10 $Q_{9-10} = Q_{10-11}$ (32)

จุด 11 $Q_{10-11} = Q_{11-12} + Q_{11-17}$ (33)

จุด 12 $Q_{11-12} = Q_{12-13}$ (34)

จุด 13 $Q_{12-13} = Q_{13-14}$ (35)

จุด 14 $Q_{13-14} = Q_{14-15}$ (36)

จุด 15 $Q_{14-15} = Q_{15-16}$ (37)

จุด 16 $Q_{15-16} + Q_{20-16} = Q_{16-8}$ (38)

จุด 17 $Q_{11-17} = Q_{17-18}$ (39)

จุด 18 $Q_{17-18} = Q_{18-19}$ (40)

จุด 19 $Q_{18-19} = Q_{19-20}$ (41)

จุด 20 $Q_{19-20} = Q_{20-16}$ (42)

พบว่าสามารถสร้างระบบสมการได้ 42 สมการเพื่อใช้สำหรับแก้หาค่าของตัวแปรทั้งหมด 42 ตัวแปร คือ H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8, H_9, H_{10}, H_{11}, H_{12}, H_{13}, H_{14}, H_{15}, H_{16}, H_{17}, H_{18}, H_{19}, H_{20}, Q_{1-2}, Q_{2-3}, Q_{3-4}, Q_{4-5}, Q_{5-6}, Q_{6-7}, Q_{7-8}, Q_{8-1}, Q_{5-9}, Q_{9-10}, Q_{10-11}, Q_{11-12}, Q_{12-13}, Q_{13-14}, Q_{14-15}, Q_{15-16}, Q_{16-8}, Q_{11-17}, Q_{17-18}, Q_{18-19}, Q_{19-20} และ Q_{20-16} จากนั้นโปรแกรมจะใช้ระเบียบวิธีของนิวตัน – ราฟสันเพื่อแก้หาคำตอบของระบบสมการไม่เป็นเชิงเส้นทั้ง 42 สมการนี้ แต่จากการทดสอบโปรแกรมเบื้องต้นพบว่าไม่สามารถแก้ระบบสมการดังกล่าวได้เนื่องจากในระหว่างการแก้ระบบสมการทุกครั้งจะเกิดมีสัมประสิทธิ์ของตัวแปร H ตัวใดตัวหนึ่งเป็นศูนย์เสมอ ทำให้ไม่สามารถใช้ระบบเบียบวิธีการกำจัดของเกาส์แก้หาคำตอบของระบบสมการได้ ทั้งนี้เป็นเพราะว่าระบบที่ใช้ในการจำลองระบบเป็นระบบปิดและสมการที่เกี่ยวข้องกับค่าเฮดต่างก็อยู่ในรูปของผลต่างของค่าเฮดเหมือนกันหมดทุกสมการ จึงไม่สามารถอ้างอิงค่าเฮดที่จุดใดจุดหนึ่งภายในระบบเจาะจงไปได้นอกเสียจากว่าจะใช้เครื่องมือวัดมาวัดค่าเฮดที่จุดนั้น ๆ โดยตรงเพื่อใช้เป็นค่าอ้างอิงในระบบ คำตอบของระบบสมการนี้จึงมีค่าเฮดได้มากมายที่สามารถทำให้ระบบสมการนี้เป็นจริง ดังนั้นในทางคณิตศาสตร์จึงไม่สามารถแก้หาคำตอบของระบบสมการทั้ง 42 สมการข้างต้นได้

จากข้อจำกัดดังกล่าวทำให้มีความจำเป็นที่จะต้องกำหนดค่าให้กับเฮดตัวใดตัวหนึ่งในระบบเพื่อให้โปรแกรมสามารถทำงานต่อไปได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้เลือกที่จะกำหนดค่าเฮดที่ทางออกของเครื่องสูบน้ำในวงจรทุติยภูมิ (ในตัวอย่างนี้คือค่า H_{10}) โดยพิจารณาว่า ณ ภาระความเย็นหนึ่ง ๆ ระบบ

ต้องการนำเย็นในปริมาณเท่าใดและปริมาณน้ำเย็นนี้ก่อให้เกิดเฮดสูญเสียในท่อและอุปกรณ์ต่าง ๆ ในวงจรทุติยภูมิเท่าไร ค่าของเฮดที่ทางออกของเครื่องสูบน้ำในวงจรทุติยภูมิก็ควรจะมีค่าอย่างน้อยเท่ากับผลรวมของเฮดสูญเสียที่เกิดขึ้นภายในระบบส่งจ่ายน้ำเย็น ณ ภาระความเย็นนั้น ๆ เมื่อคำนวณค่าของเฮดนี้ได้แล้วจะถือว่า ณ ความเย็นที่เวลานี้ค่าเฮดที่ทางออกของเครื่องสูบน้ำนี้มีค่าไม่เปลี่ยนแปลงและใช้เป็นค่าเฮดอ้างอิงของระบบ ณ เวลานั้น เมื่อกำหนดเช่นนี้แล้วทำให้ระบบสมการจากเดิมที่มี 42 สมการ 42 ตัวแปร มีตัวแปรลดลงเหลือเพียง 41 ตัวแปร (ตัวแปรทุกตัวยกเว้น H_{10}) ดังนั้นในการหาคำตอบของตัวแปร 41 ตัวแปรที่เหลือนี้จำเป็นต้องลดสมการลง 1 สมการเพื่อให้สามารถแก้ระบบสมการได้ โดยในที่นี้กำหนดให้ลดสมการการประยุกต์กฎทรงมวลที่จุดที่เป็นทางออกของเครื่องสูบน้ำในวงจรทุติยภูมิ (จุดต่อ 10 หรือสมการที่ 32) ดังนั้นจะเหลือระบบสมการไม่เชิงเส้น 41 สมการสำหรับแก้หาคำตอบของตัวแปร 41 ตัวแปรที่เหลือนี้ หลังจากนั้นโปรแกรมจะอาศัยระเบียบวิธีของนิวตัน – ราฟสันเพื่อแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นทั้ง 41 สมการนี้ต่อไป

เนื่องจากการวิเคราะห์การใช้พลังงานในเครื่องสูบน้ำนั้นต้องการทราบเพียงแค่ผลต่างของเฮดที่ทางเข้าที่และทางออกของเครื่องสูบน้ำ ดังนั้นการกำหนดค่าเฮดเพื่อใช้เป็นค่าอ้างอิงภายในระบบเพื่อให้โปรแกรมสามารถทำงานต่อไปได้จึงไม่มีผลกระทบต่อการวิเคราะห์การใช้พลังงานในเครื่องสูบน้ำ

4.4 **ระเบียบวิธีนิวตัน – ราฟสัน**

ระเบียบวิธีนิวตัน – ราฟสัน (Newton – Raphson Mothod) เป็นระเบียบวิธีเชิงเลขที่ใช้แก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นที่มีหลายตัวแปร โดยอาศัยค่าของอนุพันธ์ย่อยอันดับที่ 1 ของสมการไม่เชิงเส้นเทียบกับตัวแปรต่าง ๆ ในสมการเป็นตัวค้นหาคำตอบที่ถูกต้องของระบบสมการ สมมติว่าต้องแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น n สมการในรูป

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= 0 \\
f_2(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= 0 \\
f_3(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= 0 \\
\vdots \qquad & \quad \vdots \\
f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= 0
\end{aligned}
\qquad (\ 4.22\ )
$$

โดยที่ค่าของตัวแปร $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ ที่ทำให้ระบบสมการ (4.21) เป็นจริง (คำตอบของระบบสมการ) เขียนแทนด้วย $x_{1,c}, x_{2,c}, x_{3,c}, \ldots, x_{n,c}$

สามารถให้ระเบียบวิธีนิวตัน – ราฟสันแก้หาคำตอบระบบสมการด้านบนได้ตามขั้นตอน ดังนี้

1. ถ้าสมการในระบบสมการมีตัวแปรที่ต้องการทราบค่าอยู่ทั้ง 2 ด้านของสมการ ต้องเขียนสมการใหม่ให้แต่ละสมการในระบบสมการ (4.21) มีตัวแปรอยู่ทุกตัวอยู่ด้านเดียวกันของสมการให้หมด ซึ่งจะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
F_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0 \\
F_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0 \\
F_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0 \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \\
F_n &= f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = 0
\end{aligned}
\qquad (4.23)
$$

2. กำหนดค่าเริ่มต้นให้กับตัวแปร $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ ทุกตัว เขียนแทนค่าเริ่มต้นนี้ด้วย $x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o}, \ldots, x_{n,o}$
3. คำนวณค่าของ $F_1, F_2, F_3, \ldots, F_n$ จากค่าเริ่มต้นของ $x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o}, \ldots, x_{n,o}$ ที่กำหนดขึ้นในขั้นตอนที่ 2
4. คำนวณค่าอนุพันธ์ย่อยของสมการทุกสมการเทียบกับตัวแปรทุกตัว โดยใช้ค่าเริ่มต้นที่กำหนดขึ้น
5. อาศัยการกระจายของอนุกรมเทเลอร์รอบจุด $x_{1,c}, x_{2,c}, x_{3,c}, \ldots, x_{n,c}$ เพื่อสร้างระบบสมการใหม่ ซึ่งสำหรับสมการของ f_1 จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
f_1(x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o}, \ldots, x_{n,o}) \approx\ & \overbrace{f_1(x_{1,c}, x_{2,c}, x_{3,c}, \ldots, x_{n,c})}^{=\ 0} \\
&+ \frac{\partial f_1(x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o}, \ldots, x_{n,o})}{\partial x_1}(x_{1,o} - x_{1,c}) \\
&+ \frac{\partial f_1(x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o}, \ldots, x_{n,o})}{\partial x_2}(x_{2,o} - x_{2,c}) \\
&+ \frac{\partial f_1(x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o}, \ldots, x_{n,o})}{\partial x_3}(x_{3,o} - x_{3,c}) \\
&\ \vdots \\
&+ \frac{\partial f_1(x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o}, \ldots, x_{n,o})}{\partial x_n}(x_{n,o} - x_{n,c}) \qquad (4.24)
\end{aligned}
$$

ในทำนองเดียวกับสมการของ f_1 เมื่อเขียนกระจายอนุกรมเทเลอร์รอบจุด $x_{1,c}, x_{2,c}, x_{3,c}, \dots, x_{n,c}$ สำหรับสมการ $f_2, f_3, \dots, f_n$ จะได้ระบบสมการใหม่ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_3}{\partial x_n} \\ & \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,o} - x_{1,c} \\ x_{2,o} - x_{2,c} \\ x_{3,o} - x_{3,c} \\ \vdots \\ x_{n,o} - x_{n,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} \qquad (4.25)$$

6. แก้ระบบสมการ (4.25) เพื่อหาค่าของ $x_{i,o} - x_{i,c}$ โดยอาศัยระเบียบวิธีกำจัดของเกาส์
7. เมื่อได้คำตอบของระบบสมการ (4.25) แล้วจะสามารถคำนวณค่าเริ่มต้นของตัวแปร $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ สำหรับการทำซ้ำครั้งต่อไป ดังนี้

$$x_{i,new} = x_{i,o} - (x_{i,o} - x_{i,c})$$

8. ตรวจสอบเงื่อนไขของการลู่เข้าสู่คำตอบที่ถูกต้อง นั่นคือสามารถตรวจสอบได้ 2 วิธีคือ
   8.1 ถ้าค่าของ F_i ทุกค่าเข้าใกล้ศูนย์ ก็ให้หยุดการทำซ้ำ
   8.2 ถ้าค่าของ Δx_i มีค่าแตกต่างกันไม่เกินกว่าค่าที่ยอมรับได้ ก็ให้หยุดการทำซ้ำ

ในงานวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีนิวตัน – ราฟสันในการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นที่เกิดจากการจำลองระบบและอุปกรณ์ต่าง ๆ ณ ภาระความเย็นค่าหนึ่ง เพื่อนำมาวิเคราะห์การใช้พลังงานของเครื่องสูบน้ำ ณ ภาระความเย็นนั้น ๆ

จากตัวอย่างระบบในรูปที่ 4.2 นั้น โปรแกรมจะดำเนินการตามระเบียบวิธีนิวตัน – ราฟสัน ดังนี้

1. จัดรูปแบบของสมการทั้ง 41 สมการใหม่ (ยกเว้นสมการที่ 32) ให้อยู่ในรูปของสมการ (4.23) นั่นคือ

$$F_1 = a_1 + b_1 Q_{1-2} + c_1 Q_{1-2}^2 + H_1 - H_2 \qquad (1')$$

$$F_2 = a_2 + b_2 Q_{9-10} + c_2 Q_{9-10}^2 + H_9 - H_{10} \qquad (2')$$

$$\vdots$$

$$F_{40} = Q_{19-20} - Q_{18-19} \qquad (40')$$

$$F_{41} = Q_{20-16} - Q_{19-20} \qquad (41')$$

2. กำหนดค่าเริ่มต้นให้กับตัวแปรทั้ง 41 ตัวแปร (ค่า H_{10} ถูกกำหนดให้เป็นค่าเฮดอ้างอิงในระบบไปแล้ว)
3. คำนวณค่าของ $F_1, F_2, F_3, \ldots, F_{41}$ จากค่าเริ่มต้นของตัวแปรทั้ง 41 ตัว และค่าของ H_{10} ที่กำหนด
4. คำนวณค่าอนุพันธ์ย่อยของสมการทุกสมการเทียบกับตัวแปรทุกตัว โดยใช้ค่าเริ่มต้นที่กำหนดขึ้น
5. สามารถสร้างระบบสมการเชิงเส้น 41 สมการ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{41}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{41}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_3}{\partial x_{41}} \\ & \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial f_{41}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{41}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{41}}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_{41}}{\partial x_{41}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,o} - x_{1,c} \\ x_{2,o} - x_{2,c} \\ x_{3,o} - x_{3,c} \\ \vdots \\ x_{41,o} - x_{41,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_{41} \end{bmatrix} \qquad (4.26)$$

6. แก้ระบบสมการ (4.26) เพื่อหาค่าของ $x_{i,o} - x_{i,c}$ โดยอาศัยระเบียบวิธีกำจัดของเกาส์
7. คำนวณค่าเริ่มต้นของตัวแปร $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{41}$ สำหรับการทำซ้ำครั้งต่อไป
8. ตรวจสอบเงื่อนไขการลู่เข้าของคำตอบ ถ้าเป็นจริงให้หยุด ถ้าไม่ให้ทำซ้ำครั้งถัดไป

เมื่อแก้ระบบสมการดังกล่าวได้แล้ว ก็สามารถคำนวณค่าพลังงานที่เครื่องสูบน้ำต้องใช้ ณ ภาระความเย็นนั้นได้จากสมการ (3.23) และสามารถวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบส่งจ่ายน้ำเย็นได้จากค่า WWE สามารถดูลำดับการทำงานของโปรแกรมได้ในแผนภาพแสดงการไหลของโปรแกรมดังแสดงไว้ในภาคผนวก ซ