บทที่ 4

การแก้ปัญหาโดยอาศัยคอมพิวเตอร์

4.1 คำนำ

สมการของการเคลื่อนที่และกฎเกณฑ์พื้นฐานในการเคลื่อนตัวของอนุภาครูปแบบต่าง ๆ นั้น สามารถนำมาใช้เป็นรากฐานในการคำนวณหาระยะทางและความเร็วในการเคลื่อนตัวของอนุภาคได้ ในแต่ละวัฏจักรนั้นอนุภาคอาจจะมีการเคลื่อนที่รูปแบบต่าง ๆ หลายรูปแบบด้วยกัน กลุ่มและอันดับของการเคลื่อนที่จะเป็นอย่างไรนั้น จะขึ้นอยู่กับตัวแปรต่าง ๆ เช่น ความถี่และแอมปลิจูดของการสั่นสะเทือน สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน และอีกส่วนหนึ่งจะขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ของการกระทบถ้าผลของการกระทบถูกนำมาพิจารณาด้วย

ความเร่งของอนุภาคจะเป็นค่าที่กำหนดการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่จากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นในขณะที่อนุภาคหยุดนิ่งหรืออาจจะเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดเมื่อความเร่งมีค่าสูงขึ้น การไถลตัวไปข้างหน้าอาจจะเปลี่ยนแปลงโดยตรงไปเป็นการไถลตัวถอยหลังหรืออาจจะถูกแทนที่โดยการลอยตัวอย่างทันทีทันใด และสมการของการเคลื่อนที่ของอนุภาคนั้น ไม่มีลักษณะที่เป็นเส้นตรง แม้ว่าการแบ่งการเคลื่อนที่ออกเป็นรูปแบบที่เป็นไปได้ต่าง ๆ กันนั้นจะทำให้การศึกษาสมการอนุพันธ์ง่ายขึ้นก็ตาม แต่ขั้นตอนที่จะหาคำตอบโดยตรงนั้นเป็นงานที่หนักและสิ้นเปลืองเวลามาก เนื่องจากมีการเคลื่อนที่ ๆ เป็นไปได้มากมายหลายแบบ ในทางปฏิบัติจริง ๆ นั้นการวิเคราะห์ทฤษฎีสามารถทำได้โดยอาศัยคอมพิวเตอร์เท่านั้น

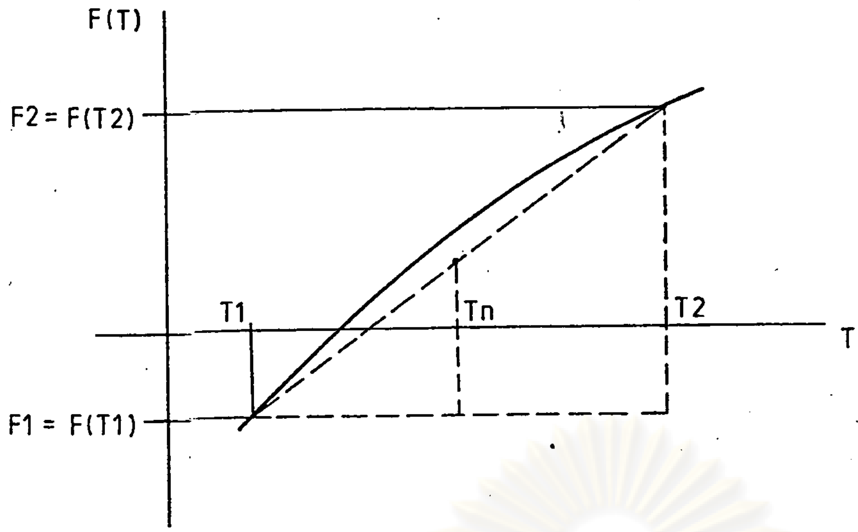
ในการศึกษานี้เราสนใจเฉพาะคำตอบในสภาวะอยู่ตัว ซึ่งสามารถอธิบายการเคลื่อนที่จากลักษณะหนึ่งไปสู่อีกลักษณะหนึ่งได้เป็นคาบที่สม่ำเสมอ วิธีการหาคำตอบวิธีหนึ่งก็คือการกำหนดค่าความเร็วและความเร่งของอนุภาคขึ้นมาค่าหนึ่ง ณ ที่เวลาใดเวลาหนึ่งเป็นจุดเริ่มต้น จากนั้นก็จะเริ่มทำการคำนวณความเร็วเพื่อตรวจสอบหารูปแบบของการเคลื่อนที่ ติดตามด้วยการใช้สมการของการเคลื่อนที่ในรูปแบบนั้น ๆ จากจุดเปลี่ยนจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่ง กระบวนการตรวจสอบหารูปแบบของการเคลื่อนที่ การใช้เงื่อนไขและสมการของ

การเคลื่อนที่จะดำเนินโดยอัตโนมัติตามขั้นตอนของเวลา จนกระทั่งการเคลื่อนที่มีลักษณะที่เป็นคาบและการเคลื่อนตัวของอนุภาคซ้ำรูปแบบเดิม เมื่อสามารถหารูปแบบของการเคลื่อนที่ ลำดับของการเคลื่อนที่และเวลาที่จุดเปลี่ยนแปลงได้แล้ว เราก็สามารถคำนวณหาระยะทางและความเร็วในการเคลื่อนตัวโดยเฉลี่ยได้ ข้อที่เป็นปัญหาในการหาคำตอบด้วยวิธีนี้ก็คือ เราจะให้การเพิ่มของเวลาเท่าใดจึงจะเหมาะสม เนื่องจากถ้าเราให้การเพิ่มของเวลาทีละน้อย ก็จะได้คำตอบที่ละเอียดถูกต้องเพียงพอ แต่สิ้นเปลืองเวลาในการคำนวณเป็นอย่างมากกว่าจะพบการเคลื่อนตัวที่มีลักษณะเป็นคาบ หรือในบางกรณีคำตอบแบบเป็นคาบอาจจะเป็นไปไม่ได้

วิธีการอีกวิธีหนึ่งซึ่ง เรดฟอร์ด กับ บูธรอยด์ และ เกเบอสัน นำมาใช้จะเป็นการคาดการณ์รูปแบบของคำตอบล่วงหน้า จากนั้นจึงสร้างสูตรสำหรับเวลาที่จุดเปลี่ยนที่เหมาะสม โดยอาศัยวิธีนี้จะสามารถพุ่งตรงไปหาคำตอบที่เป็นคาบได้โดยอาศัยการคำนวณและตรวจสอบภายในหนึ่งวัฏจักรเท่านั้น นักวิจัยดังกล่าวนามข้างต้นได้ทำนายและยืนยันความมีอยู่จริงของคำตอบ สำหรับอุปกรณ์ลำเลียงวัสดุโดยอาศัยการสั่นสะเทือนที่ใช้งานตามปกติว่ามีลักษณะของคำตอบที่เป็นคาบคือ FHFS FHFSBS FHFBS จะเห็นว่าข้อที่เป็นปัญหายุ่งยากในการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่สองนี้ก็คือ การทำนายรูปแบบของคำตอบที่เหมาะสมนั่นเอง

4.2 การแก้สมการแบบทรานซีเดลทัล

สมการแบบทรานซีเดลทัลซึ่งรวมอยู่ในการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นสมการที่ใช้กำหนดจุดสิ้นสุดการเคลื่อนตัวของอนุภาครูปแบบต่าง ๆ คือ $\tau 2$ τ_{Fe} τ_{Ft} τ_{Be} τ_{Bt} τ_{Le} และ τ_{Lt} ในการแก้สมการนี้จำเป็นต้องอาศัยวิธีการทางตัวเลขโดยการกระทำซ้ำ ๆ กัน (Iterative Method) ถึงแม้ว่าวิธีการของ Newton Raphson จะเป็นวิธีการที่สะดวกและสามารถหารากของสมการได้อย่างรวดเร็ว แต่ก็ไม่เหมาะที่จะนำมาใช้กับสมการที่มีความลาดชันน้อย ๆ วิธีการที่สองซึ่งได้ทดลองใช้แล้วพบว่า ให้ผลเป็นที่พอใจคือ วิธีการที่เรียกว่า "False Position" หรือ "Regula Falsi" วิธีการนี้จะเป็นการแก้สมการโดยพยายามที่จะกำหนดช่วง (T1, T, T2) ที่ฟังก์ชันมีการเปลี่ยนแปลงเครื่องหมาย โดยอาศัยการประมาณค่าแบบเชิงเส้นด้วยสามเหลี่ยมคล้ายดังรูปที่ 4.1 ซึ่งจะทำให้เราได้รากของสมการค่าใหม่ เพื่อใช้ประมาณค่าถัดไปโดยการกระทำซ้ำ ๆ กันจนกระทั่ง Tn จะกลายเป็นรากของสมการที่แท้จริง T เมื่อ Tn มีค่าเข้าใกล้ค่าที่อยู่ระหว่าง T1 และ T2 ซึ่งค่าฟังก์ชันเปลี่ยนเครื่องหมาย



รูปที่ 4.1 แสดงวิธีแก้สมการด้วย false position

โดยใช้สามเหลี่ยมคล้ายในรูปที่ 4.1 เราจะได้

$$\frac{Abs(F1) + Abs(F2)}{(T2 - T1)} = \frac{Abs(F1)}{Tn - T1}$$

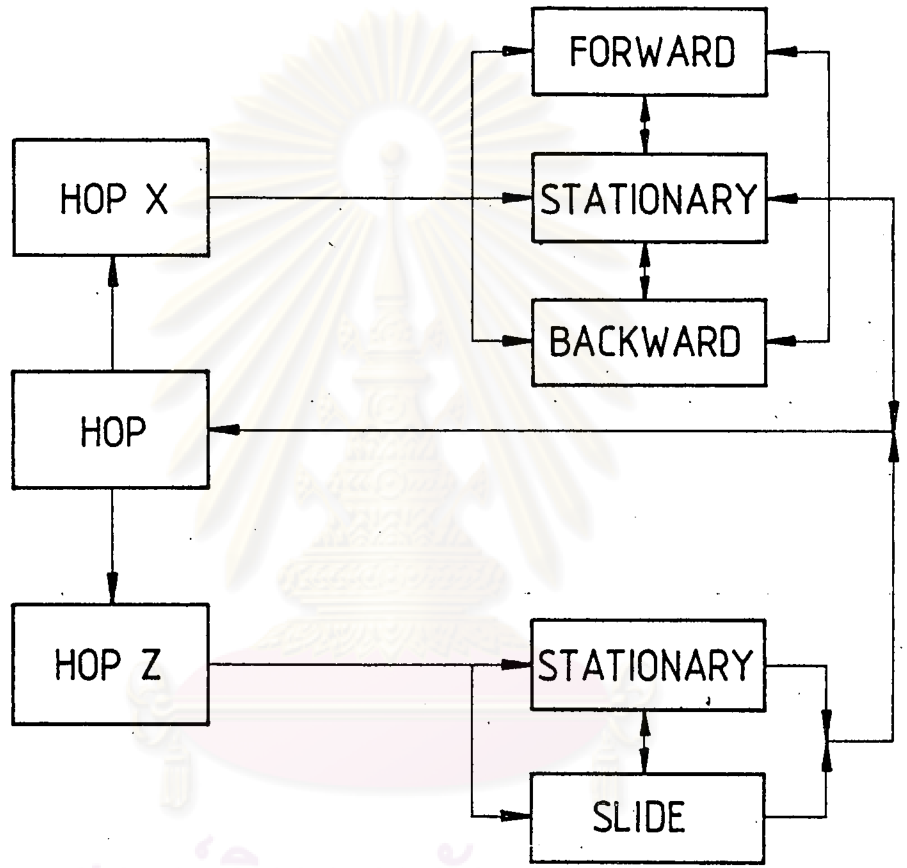
หรือ $$Tn = T1 + \frac{(T2 - T1).Abs(F1)}{Abs(F1) + Abs(F2)} \qquad 4.1$$

จะเห็นได้ว่า Tn จะแบ่งช่วงของกราฟออกเป็นสองส่วน ดังนั้นในขั้นต่อไปเราจะต้องหาว่ารากที่แท้จริงของสมการอยู่ที่ส่วนใดระหว่าง $T1 < T < Tn$ หรือ $Tn < T < T2$ โดยอาศัยการตรวจสอบเครื่องหมายของฟังก์ชั่น เช่น ถ้า $f(T1).f(Tn) < 0$ ก็แสดงว่ารากของสมการอยู่ระหว่าง T1 และ Tn ดังนั้น Tn ก็จะกลายเป็น T2 ค่าใหม่แล้วดำเนินการคำนวณซ้ำต่อไป การคำนวณจะกระทำซ้ำ ๆ กันเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่ง $f(Tn) < Error$ โดยที่ Error เป็นค่าน้อย ๆ ที่เรากำหนดขึ้นตามความถูกต้องของคำตอบที่ต้องการ

4.3 โปรแกรมคอมพิวเตอร์และผลการคำนวณ

เพื่อที่จะได้คำตอบเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ที่ละเอียดถูกต้อง โดยอาศัยการคำนวณและตรวจสอบภายในหนึ่งวัฏจักร ในการแก้ปัญหานี้จะดำเนินการโดยเริ่มต้นจากโครงสร้างของรูปแบบการเคลื่อนที่ที่เป็นไปได้ดังรูป 4.2 ผนวกกับสมการของการเคลื่อนที่และเงื่อนไขของการเคลื่อนที่รูปแบบต่าง ๆ ที่ได้ทำการอนุพันธ์ไว้แล้วในบทที่ 3 จากนั้นจึงได้พัฒนาโปรแกรมสำหรับคอมพิวเตอร์ที่ใช้แก้ปัญหานี้ด้วยภาษาเบสิค

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นเพื่อแก้ปัญหาวิทยานิพนธ์นี้ มีขอบเขตดำเนินการพอ



รูปที่ 4.2 ผังแสดงการเคลื่อนที่รูปแบบต่างๆ ที่เป็นไปได้ในปัญหา

สรุปได้ว่า ในแต่ละชุดของพารามิเตอร์ใช้งาน P1 P2 A และ P3 คอมพิวเตอร์จะต้องสามารถดำเนินการคำนวณตัดสินใจ และรายงานผลที่ต้องการดังต่อไปนี้ได้สมบูรณ์

1. คำนวณและกำหนดตำแหน่งเชิงมุมของจุดเริ่มต้นและสิ้นสุดการเคลื่อนที่รูปแบบต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้

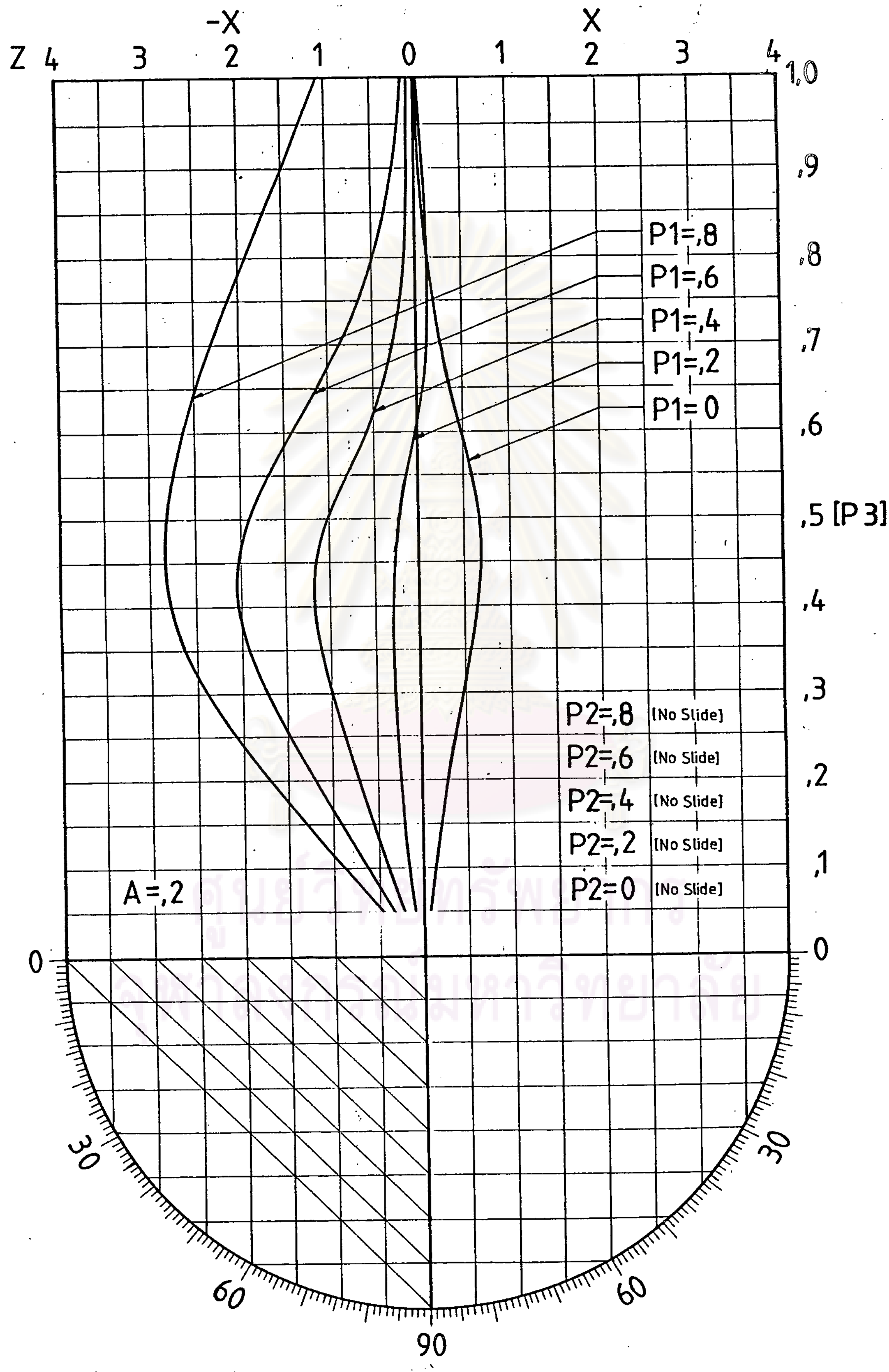
2. ตรวจสอบและเรียงลำดับการเคลื่อนที่แบบต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้

3. คำนวณระยะทางในการเคลื่อนที่รูปแบบนั้น ๆ ได้

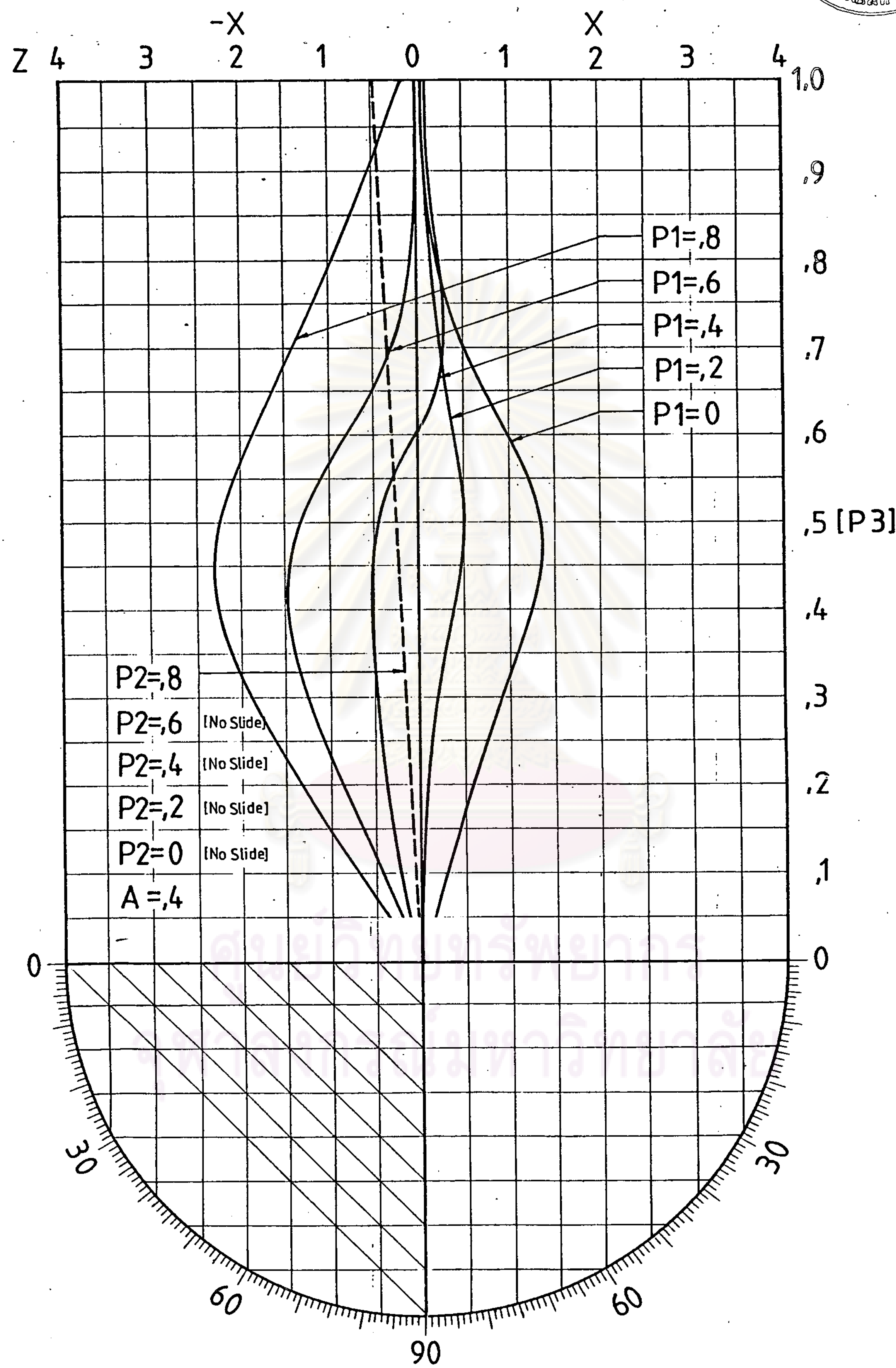
4. รายงานรูปแบบ ตำแหน่งเชิงมุมและระยะทางในการเคลื่อนที่แต่ละช่วงตามลำดับก่อนหลัง

5. คำนวณระยะทางในการเคลื่อนที่สุทธิตามแนวแกน x และ z แล้วกำหนดวิธีในการเคลื่อนตัวของอนุภาค

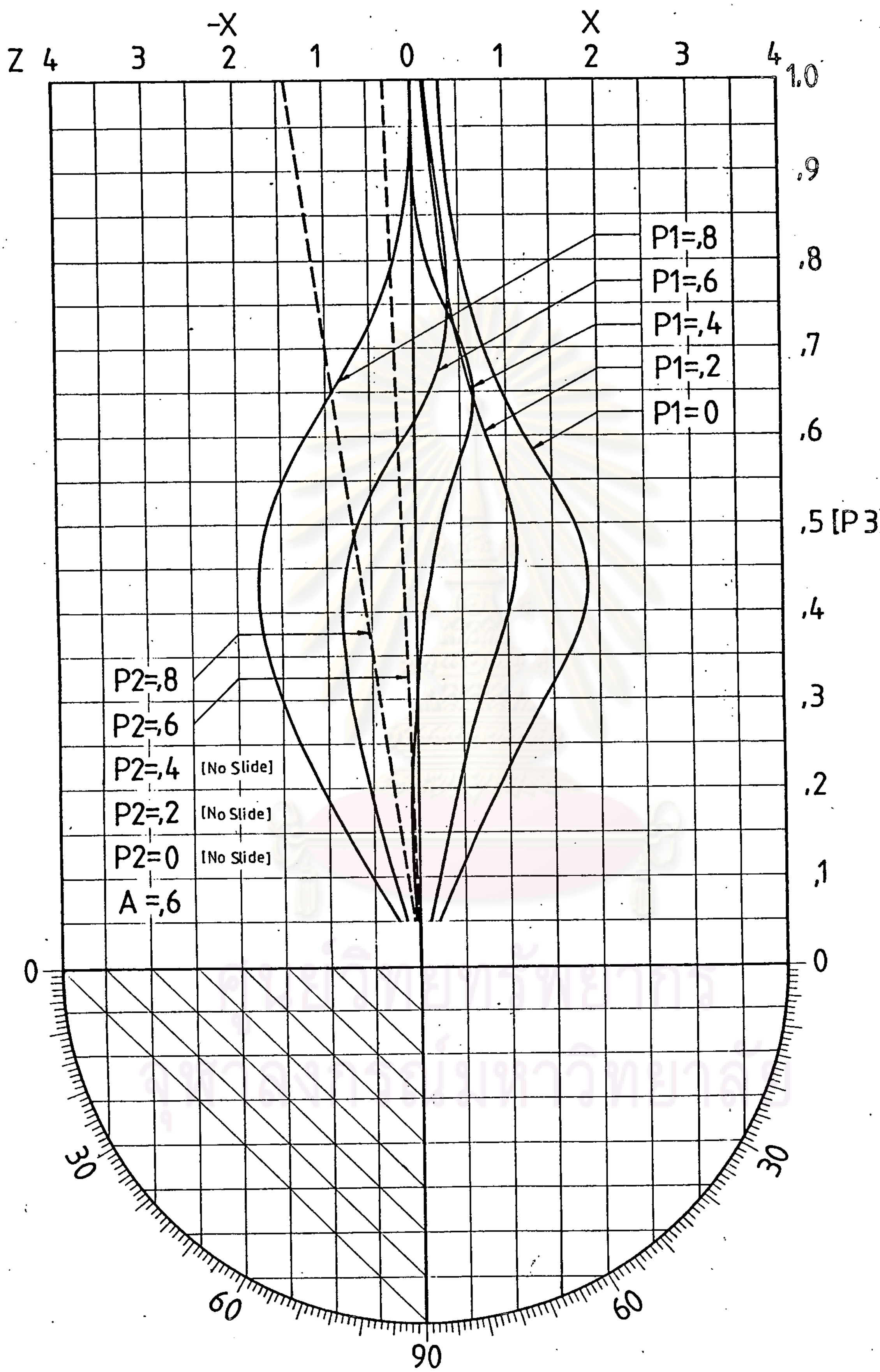
เพื่อให้การแก้ปัญหานี้สามารถดำเนินการโดยอาศัยไมโครคอมพิวเตอร์ NEC PC 8001B Series ได้โดยโปรแกรมที่ใช้แก้ปัญหาไม่ยาวเกินไปจึงได้แบ่งปัญหาออกเป็นสองส่วน คือ ในส่วนแรกพิจารณาเฉพาะการเคลื่อนตัวของอนุภาคแบบที่ไม่เกิดการลอยตัวโดยจำกัดขอบเขตในการวิเคราะห์ในช่วงที่ $0 < A < 1$ ดังรายละเอียดของโปรแกรมที่ได้แนบไว้ในภาคผนวก ก. ผลที่ได้จากการคำนวณได้เสนอไว้ในรูปของกราฟซึ่งให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ นั้นได้แสดงไว้ดังรูปที่ 4.3 ถึงรูป 4.6 ในส่วนที่สองได้พิจารณาการเคลื่อนตัวของอนุภาคแบบที่มีพฤติกรรมการลอยตัวหนึ่งครั้งในแต่ละวัฏจักร โดยจำกัดขอบเขตของการวิเคราะห์ในช่วง $1 < A < 3.2$ ดังรายละเอียดของโปรแกรมที่ได้แนบไว้ในภาคผนวก ข. ผลการคำนวณได้เสนอไว้ในรูปของกราฟได้แสดงไว้ดังรูปที่ 4.7 ถึงรูปที่ 4.18



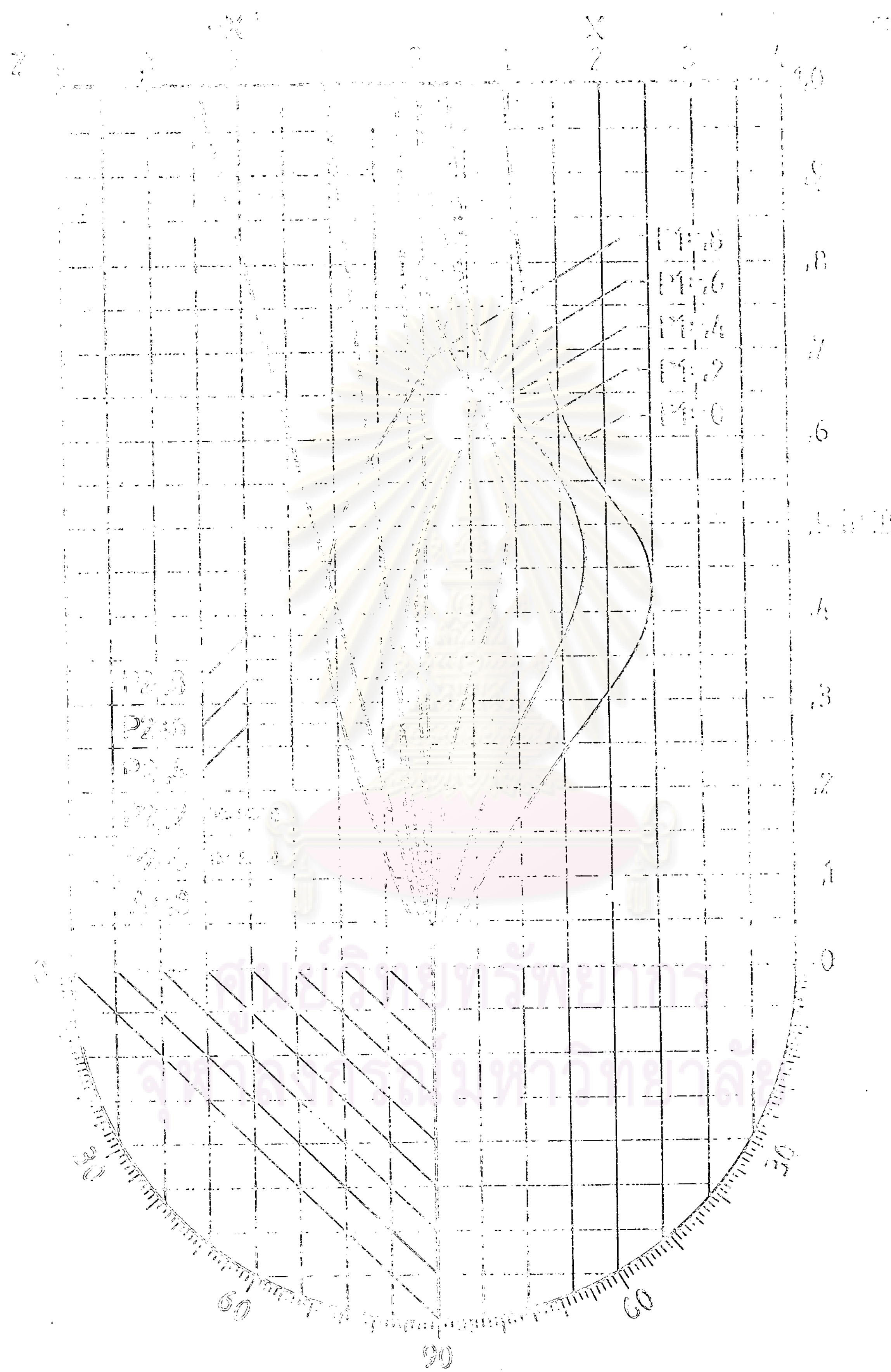
รูปที่ 4.3 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 0.2



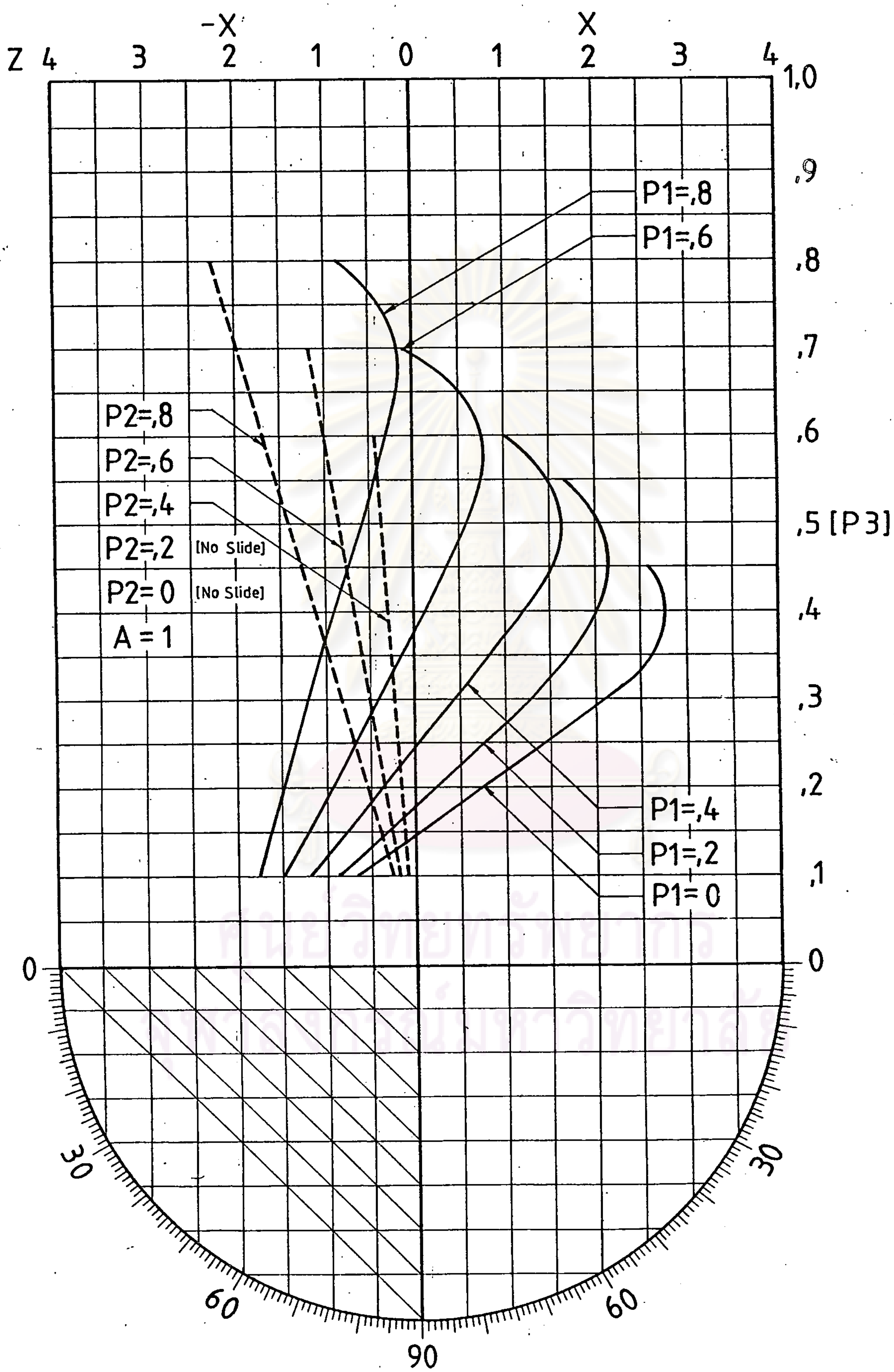
รูปที่ 4.4 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 0.4



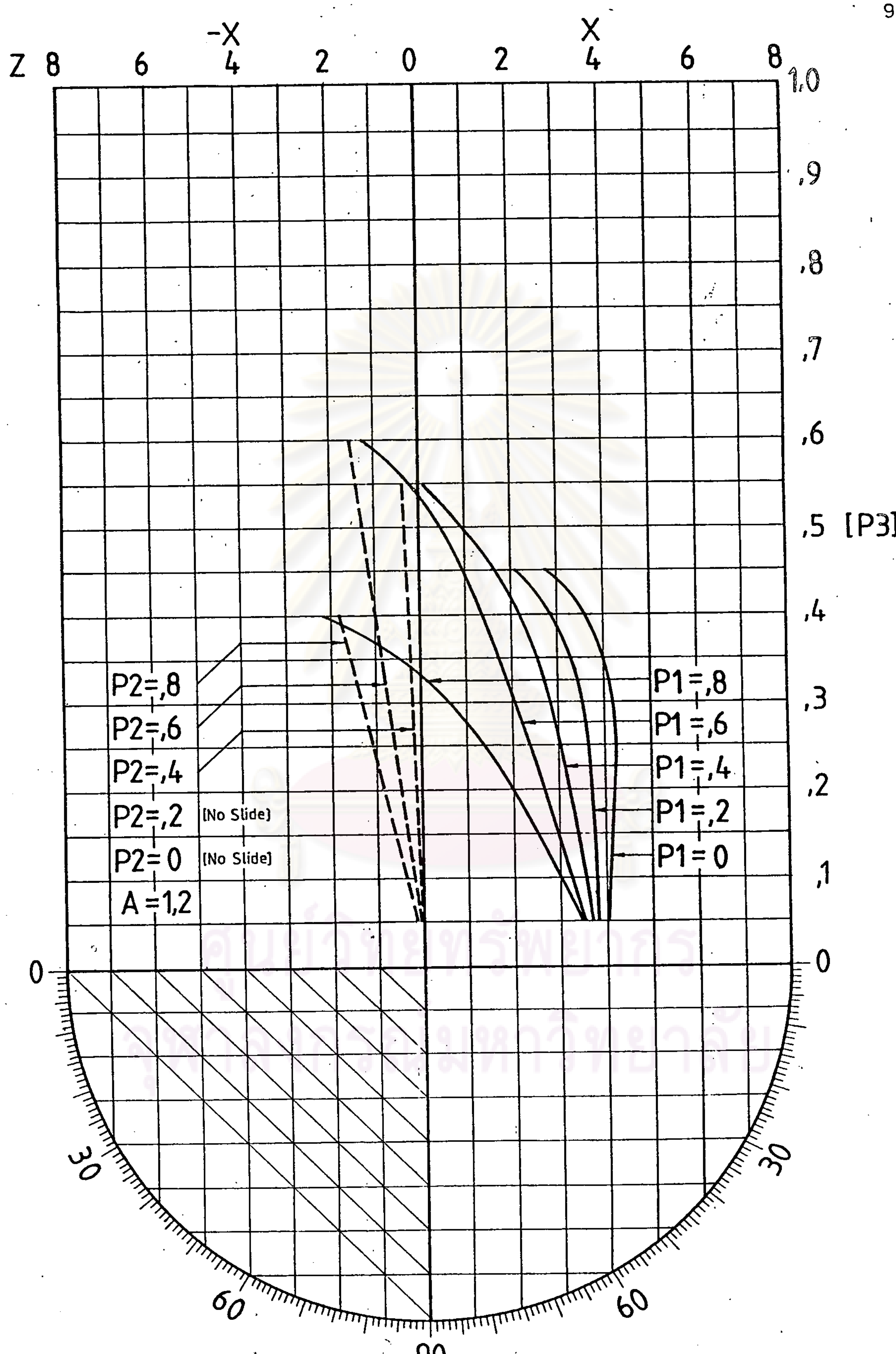
รูปที่ 4.5 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 0.6



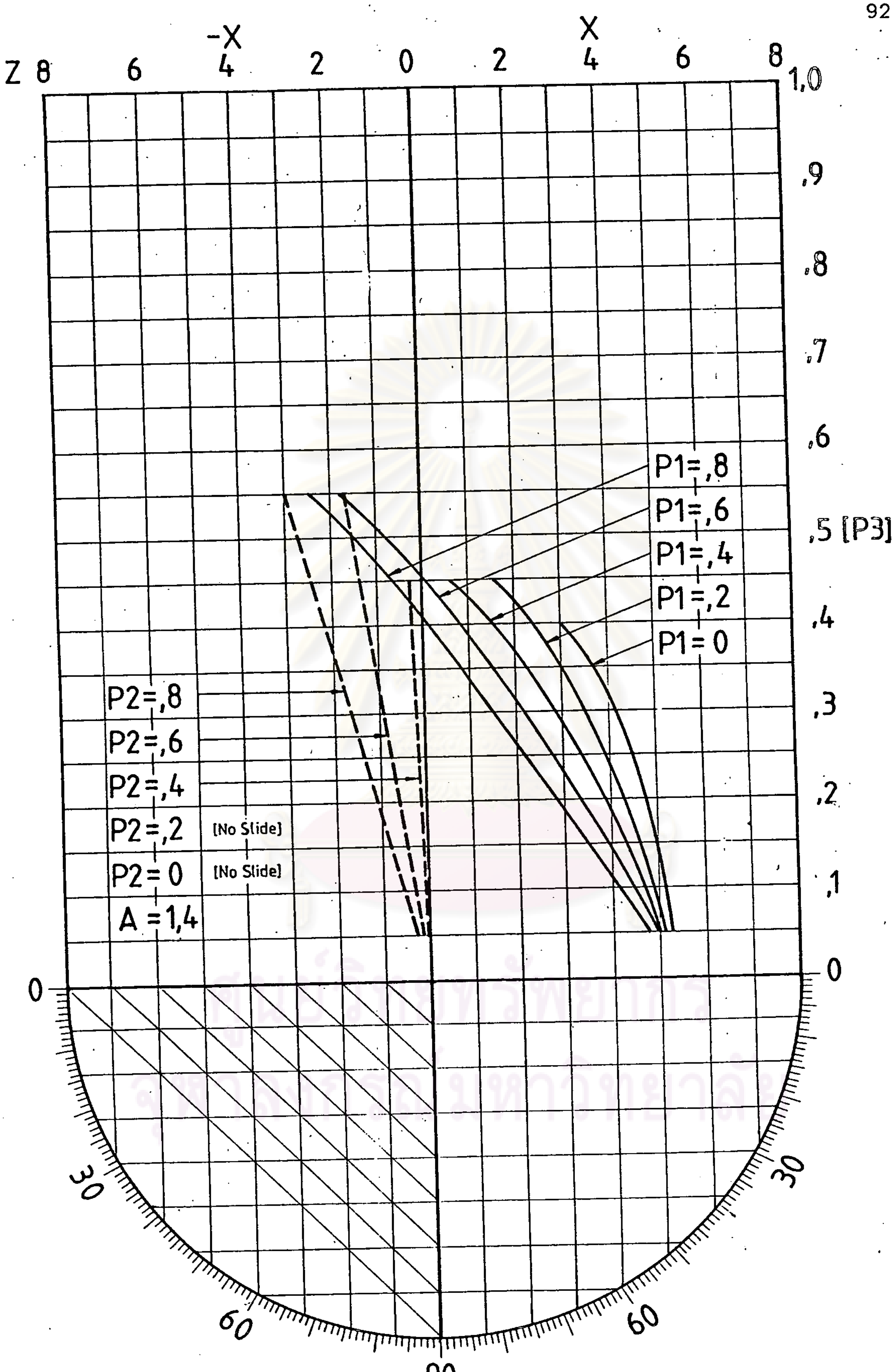
รูปที่ 4.6 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 0.8



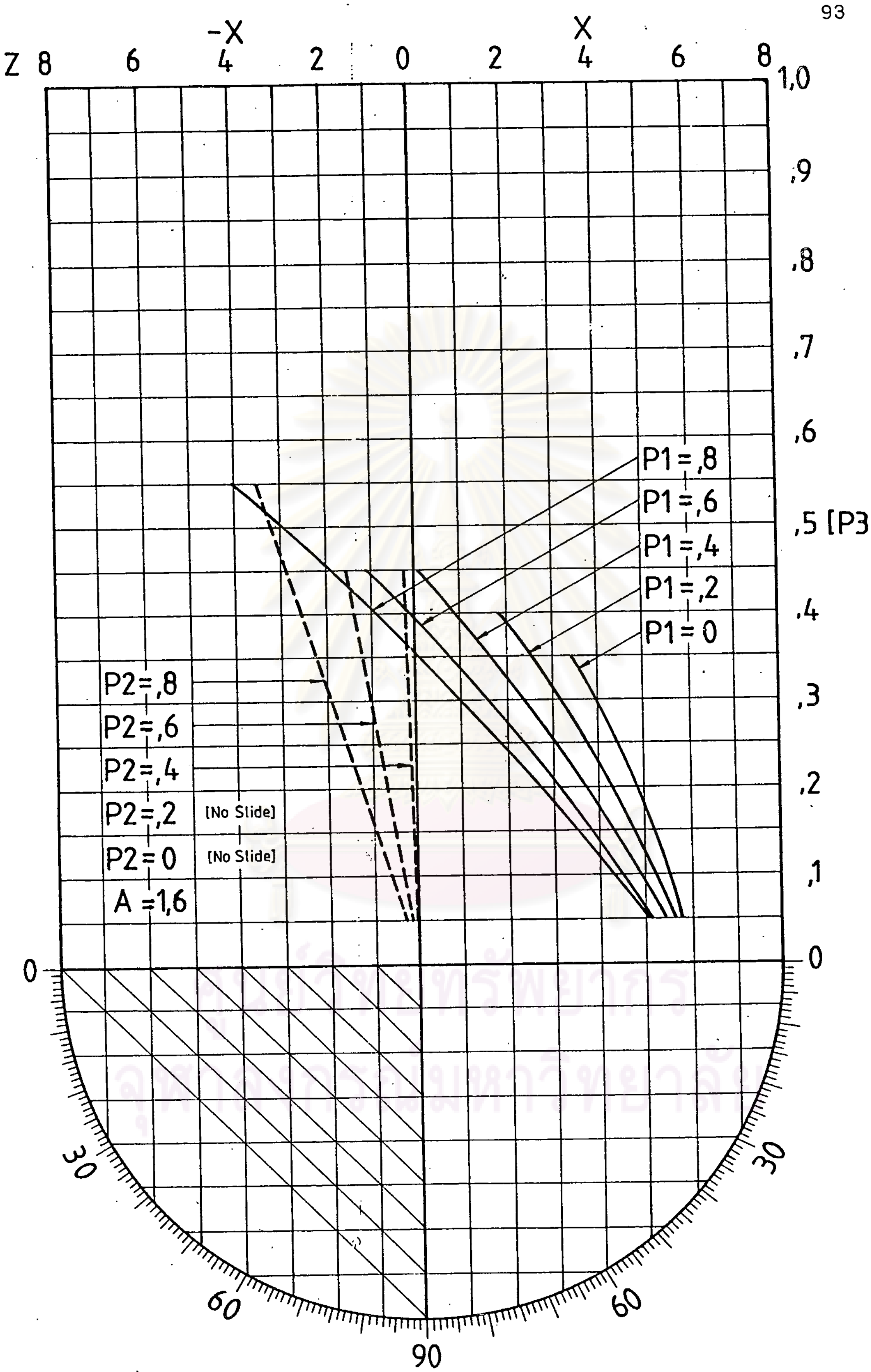
รูปที่ 4.7 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 1.0



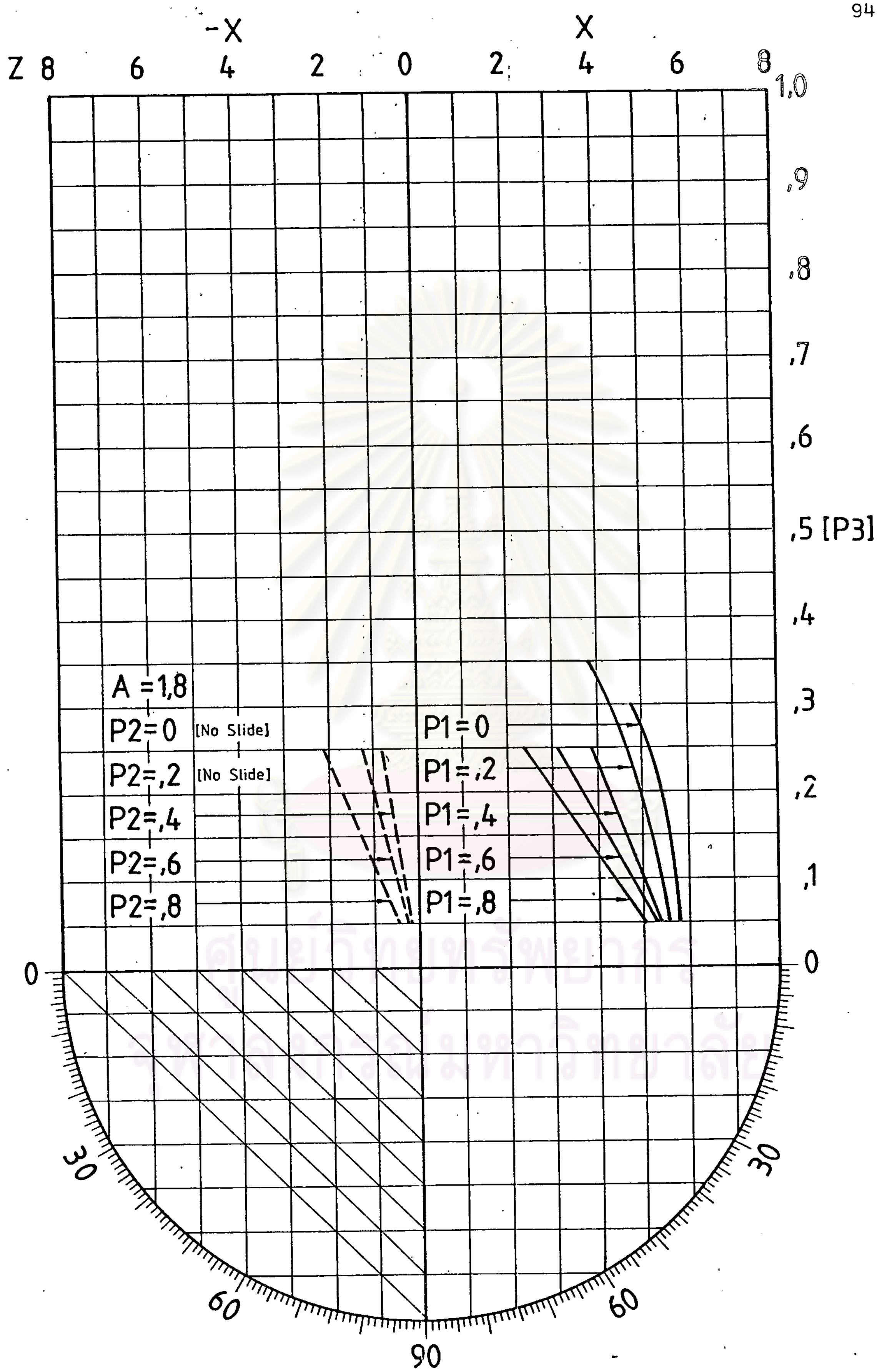
รูปที่ 4.8 สัมพันธ์ภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 1.2



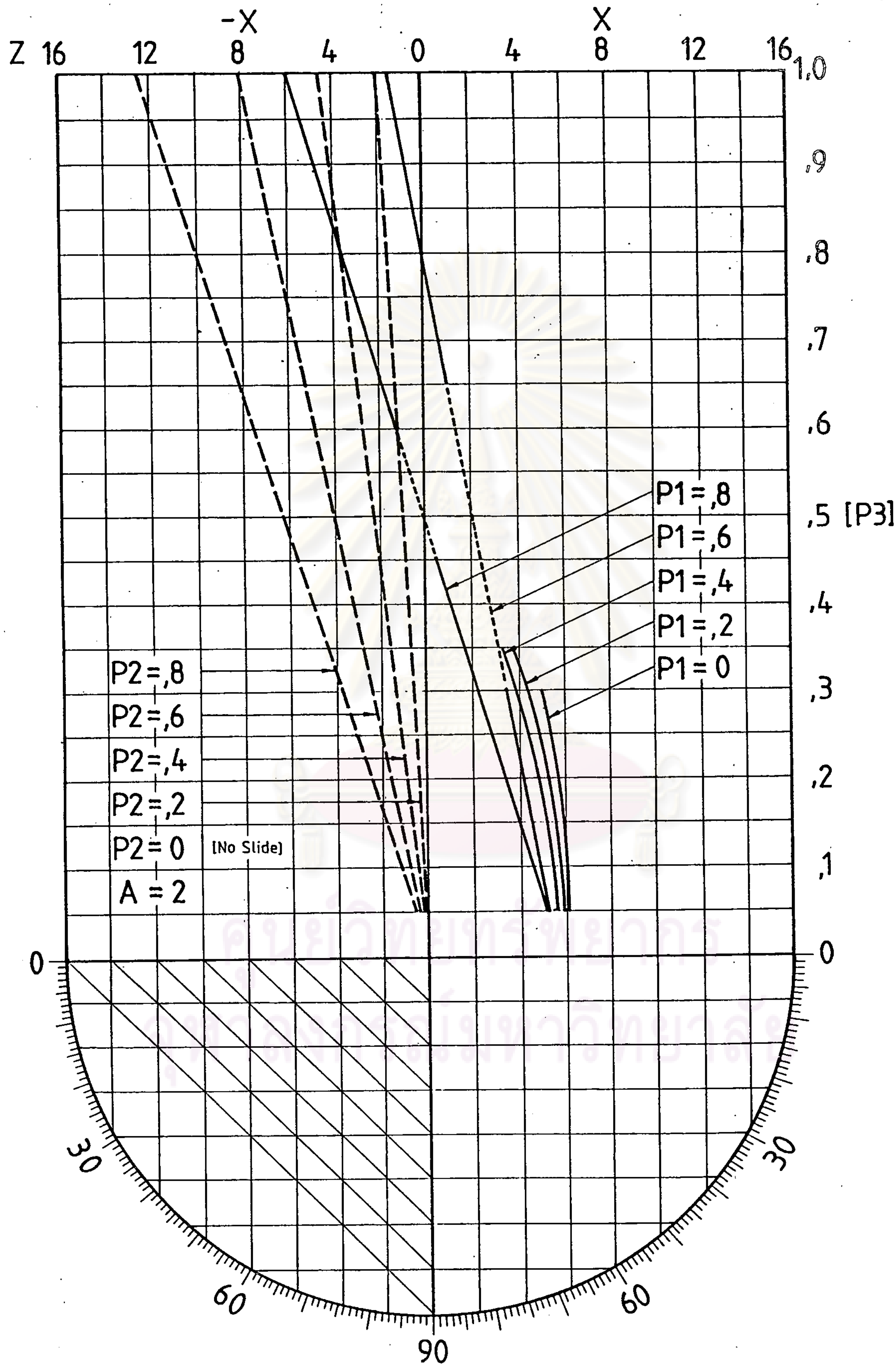
รูปที่ 4.9 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 1.4



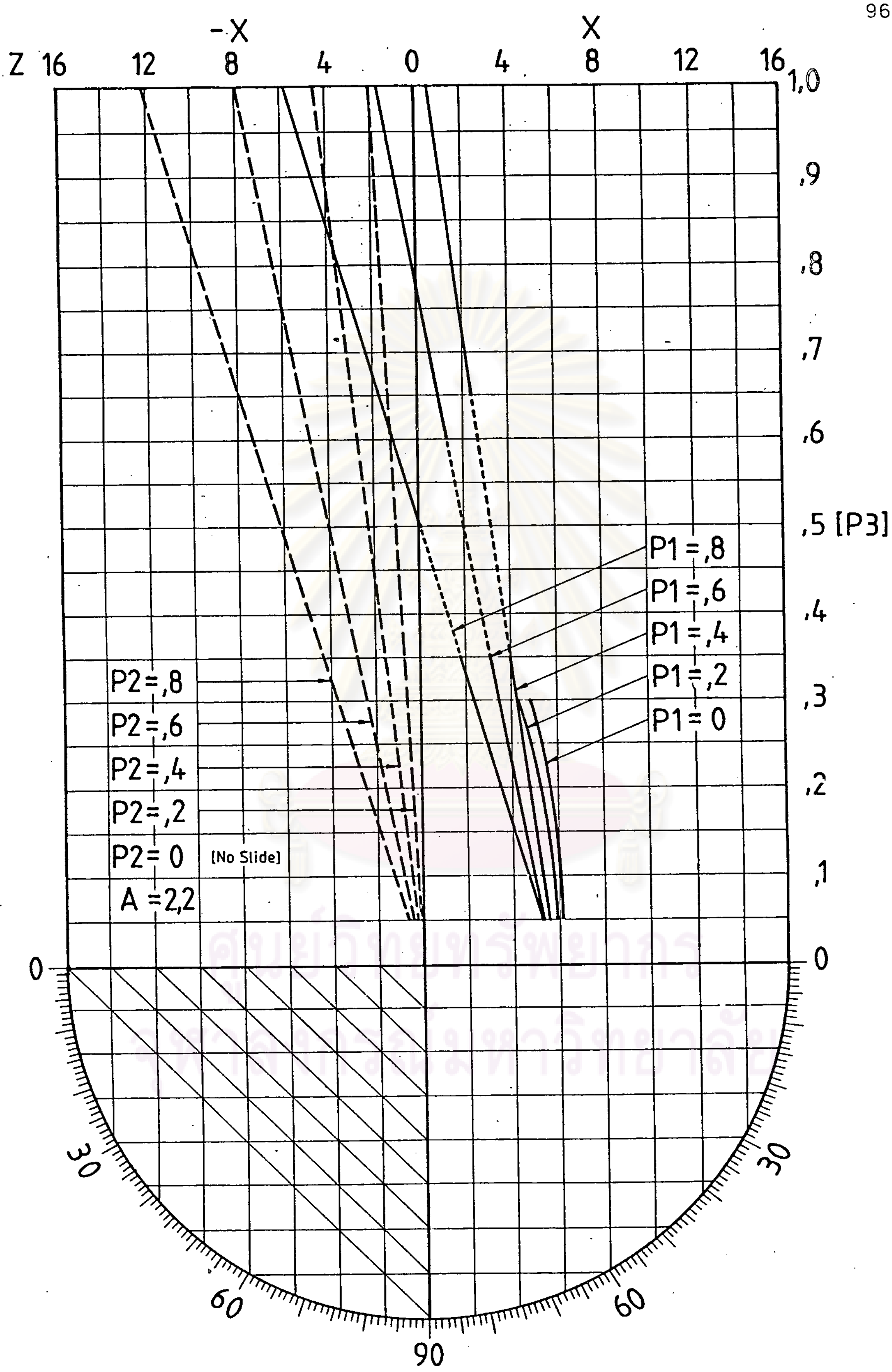
รูปที่ 4.10 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 1.6



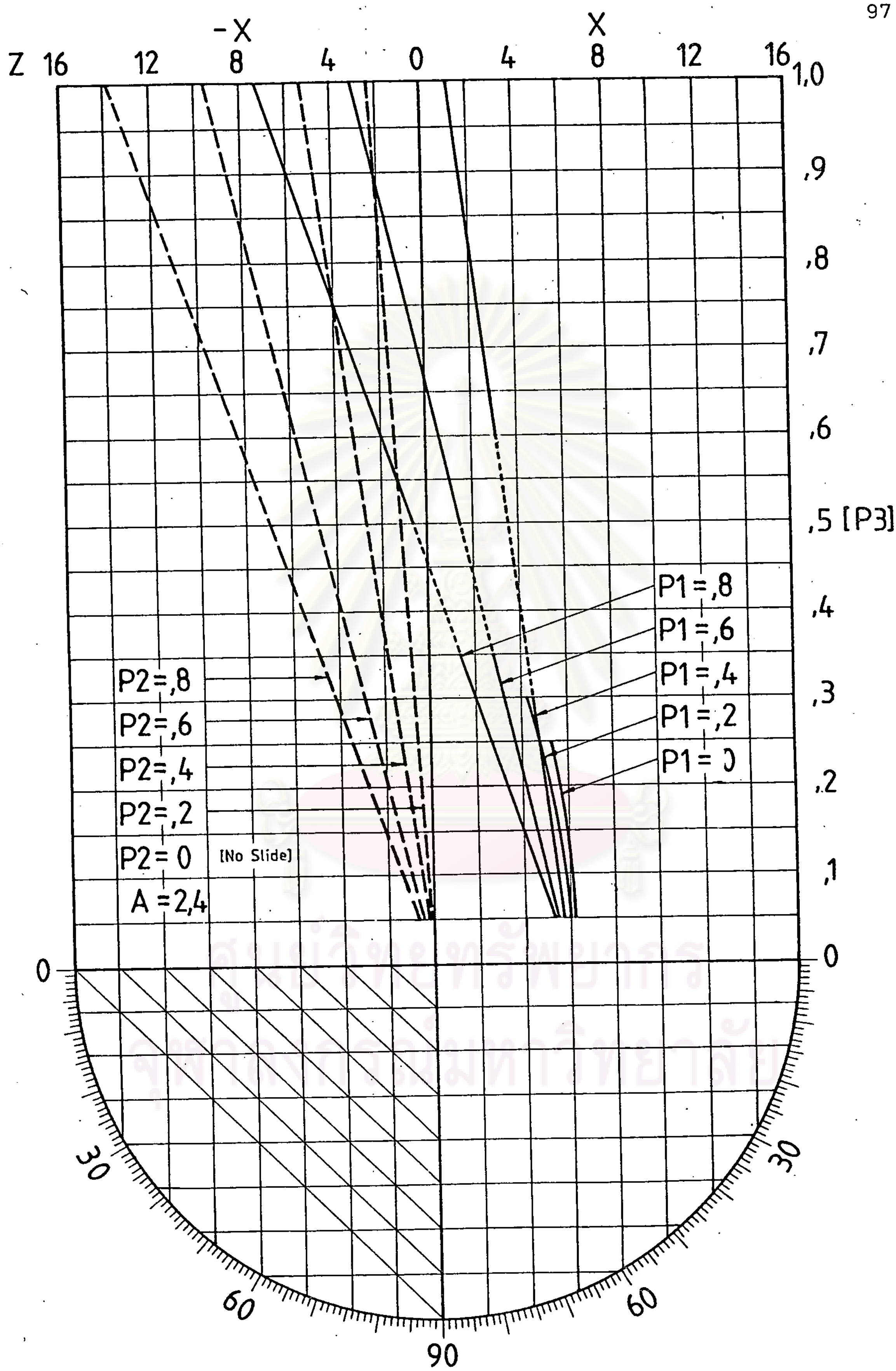
รูปที่ 4.11 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 1.8



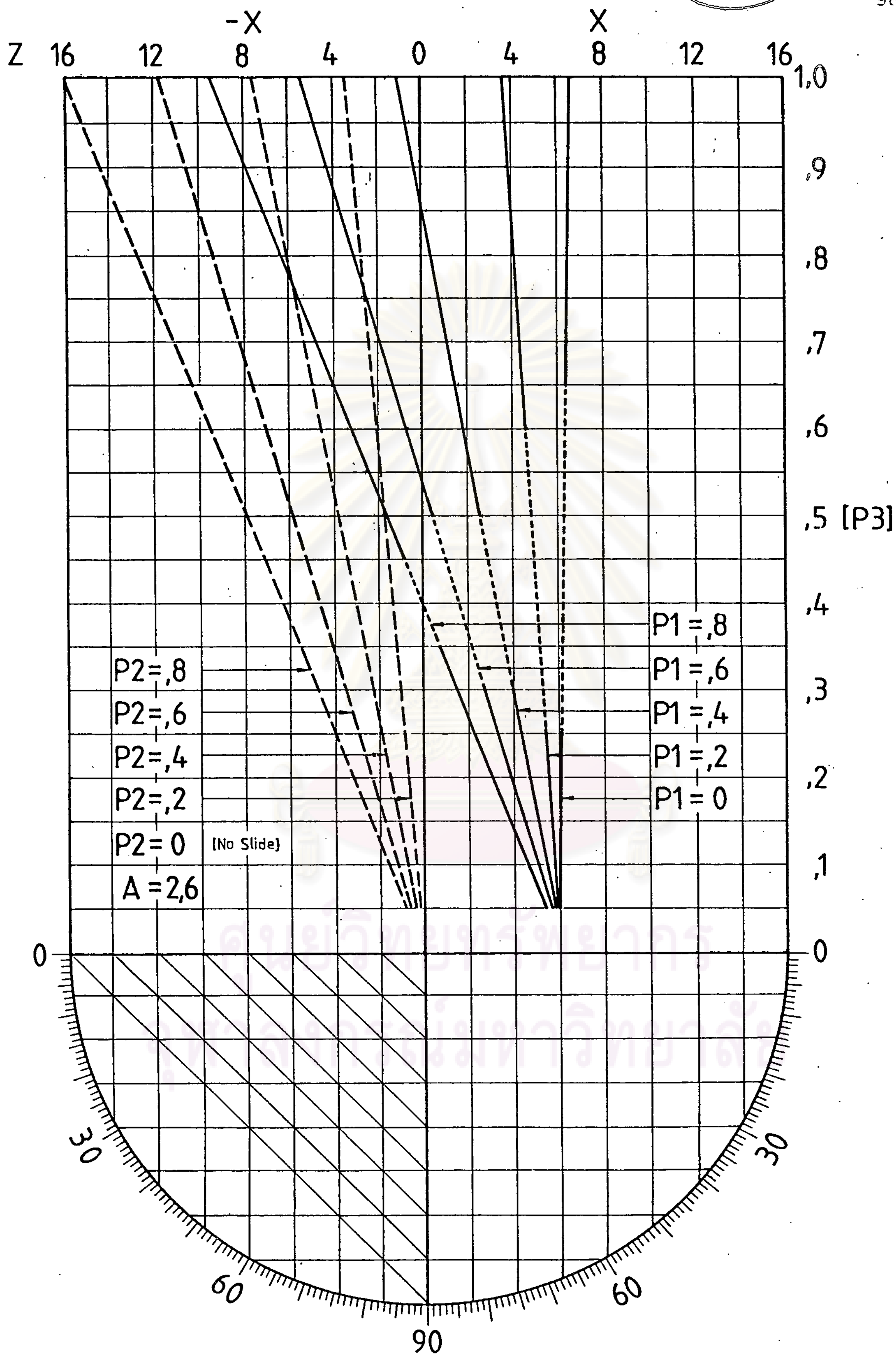
รูปที่ 4.12 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 2.0



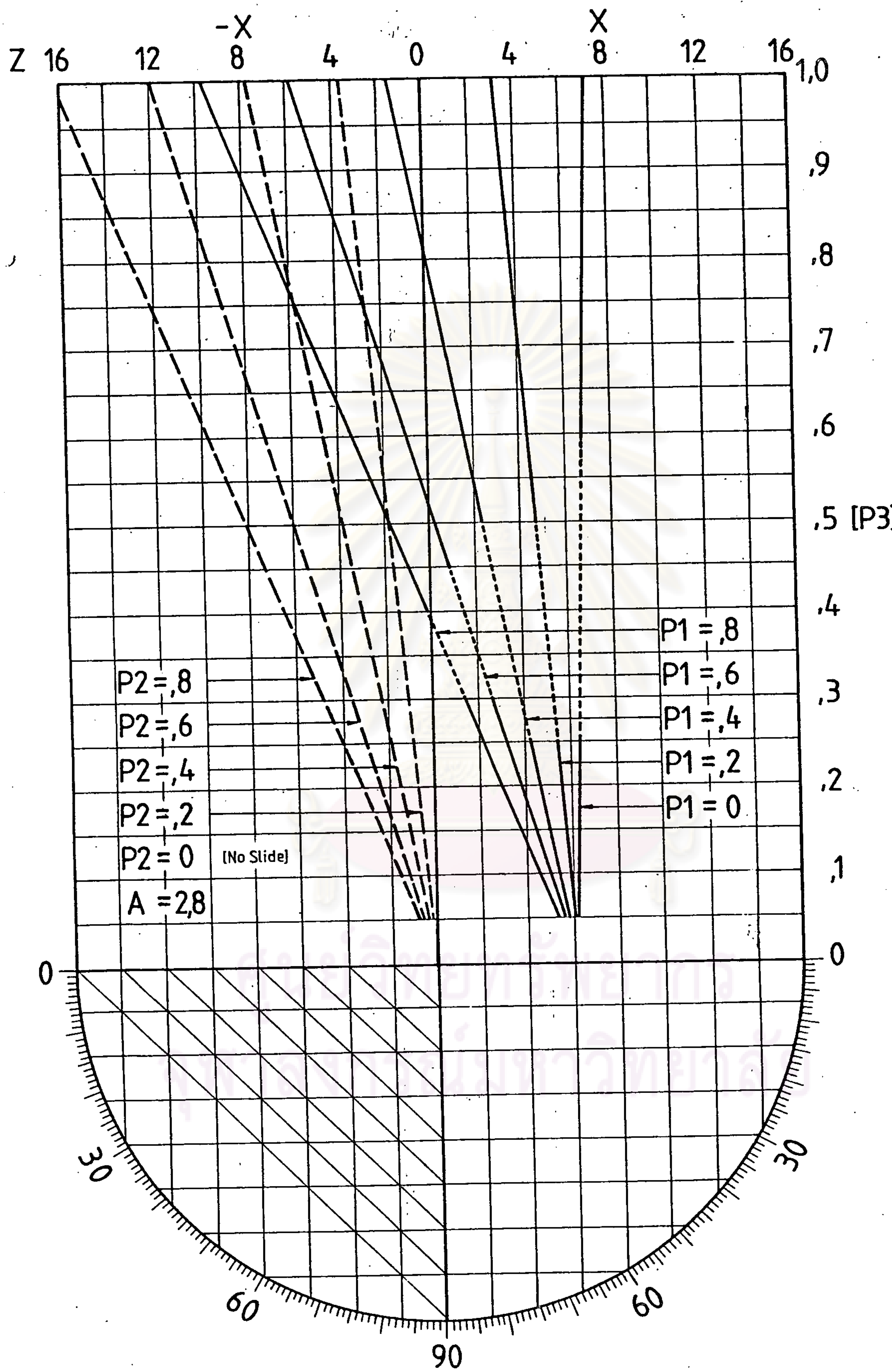
รูปที่ 4.13 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 2.2



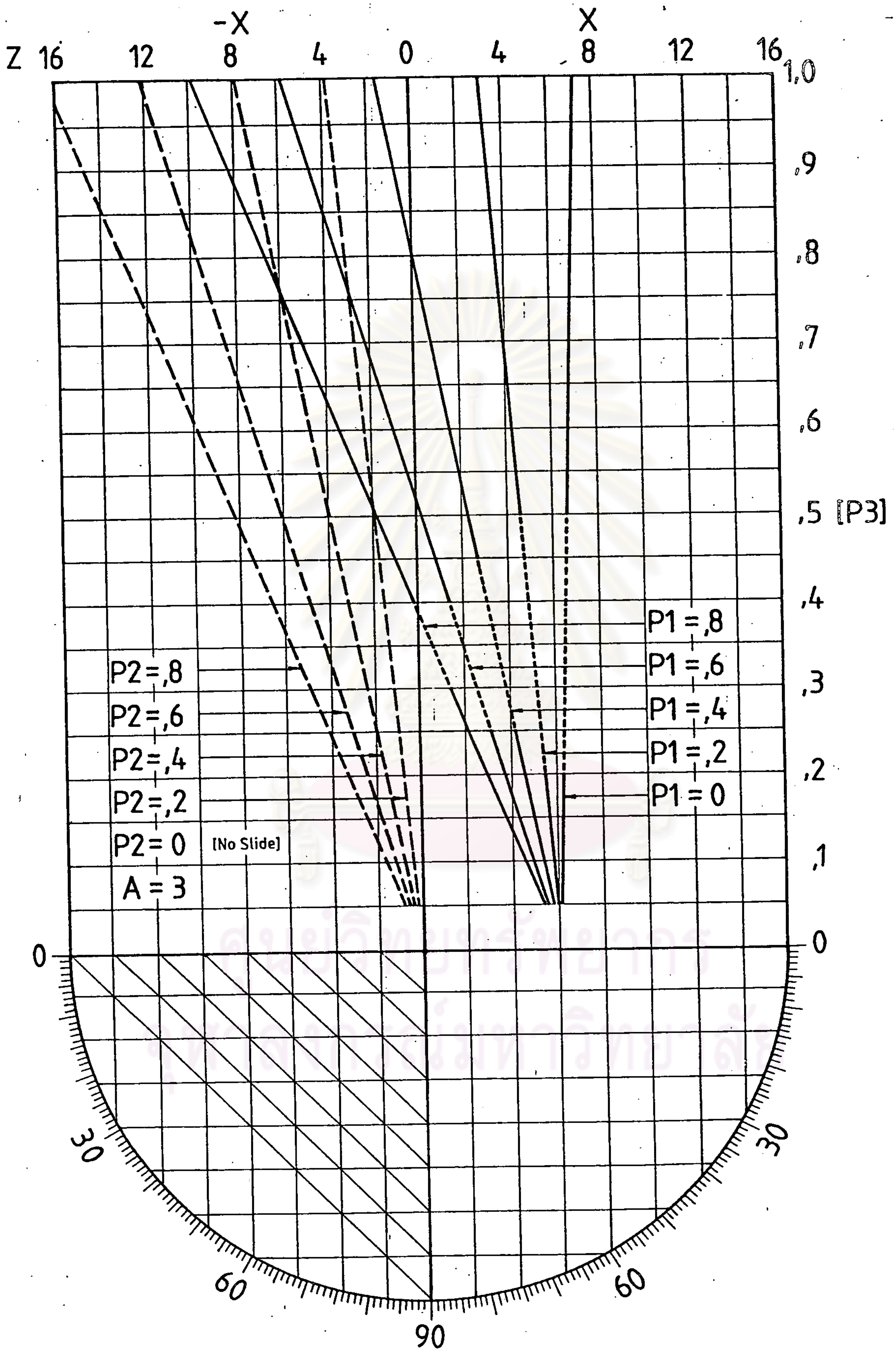
รูปที่ 4.14 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 2.4



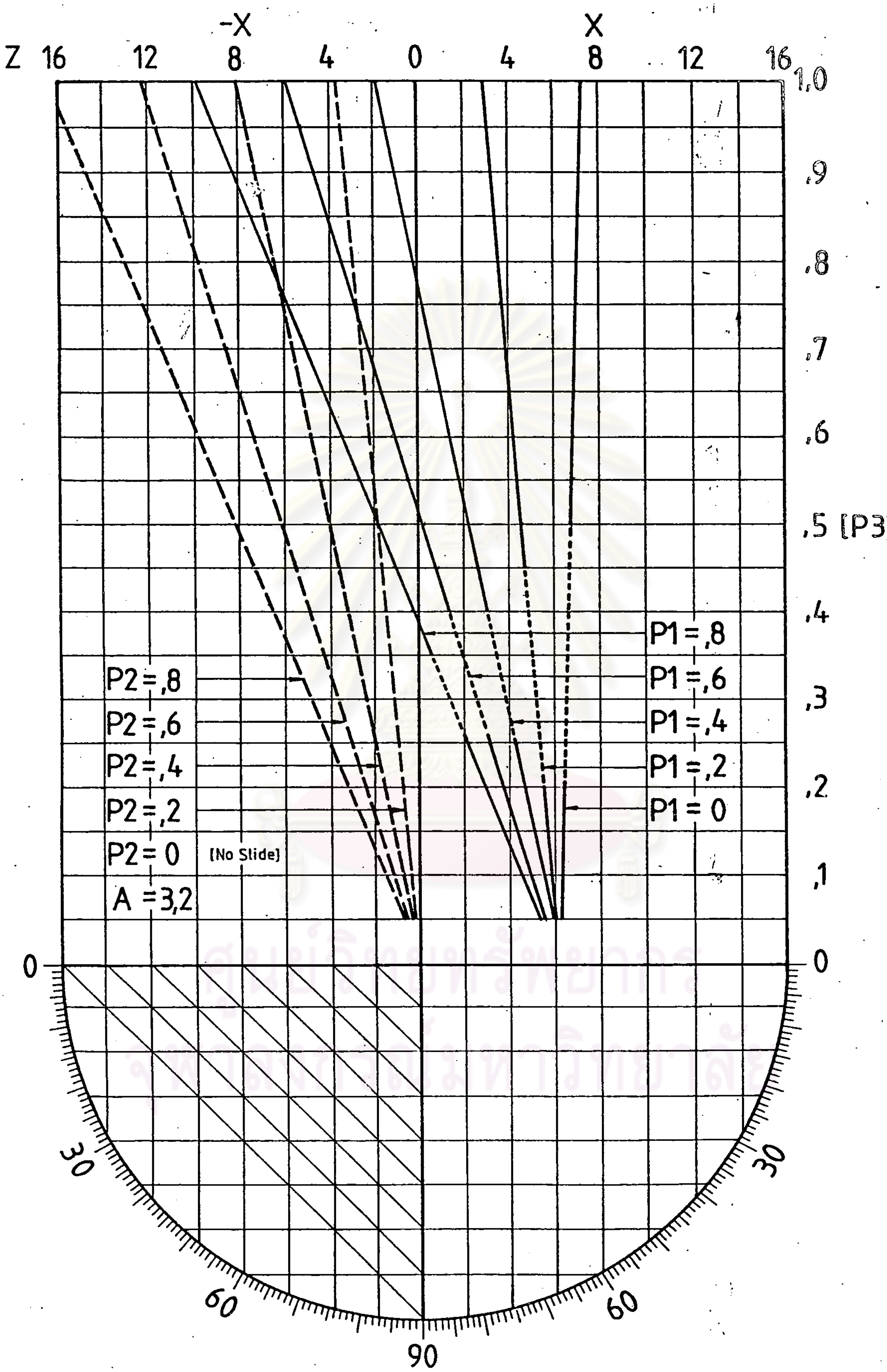
รูปที่ 4.15 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 2.6



รูปที่ 4.16 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 2.8



รูปที่ 4.17 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 3.0



รูปที่ 4.18 สัมพันธภาพระหว่าง X,Z กับ P1 P2 P3 เมื่อ A = 3.2