บทที่ 3

การวิเคราะห์และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ตัวแปรค่าทางฟิสิกส์

ประสิทธิภาพในการเคลื่อนตัวของวัสดุภายใต้อิทธิพลของการสั่นสะเทือน จะขึ้นอยู่กับตัวแปรค่าทางฟิสิกส์ดังต่อไปนี้

ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับระบบขับเคลื่อน คือ

1. มุมเอียงของระนาบ
2. มุมของการสั่นสะเทือน
3. ความถี่ของการสั่นสะเทือน
4. แอมปลิจูดของการสั่นสะเทือน

ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับวัสดุ คือ

1. แรงโน้มถ่วง
2. แรงต้านทานของอากาศ
3. ความยืดหยุ่น
4. แรงยึดเหนี่ยวของวัสดุ
5. สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานภายใน ซึ่งขึ้นอยู่กับความหนาแน่น ขนาด และรูปร่างของวัสดุ ตลอดจนปริมาณความชื้นในกรณีที่เป็นวัสดุแบบกลุ่มก้อน

ส่วนตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับวัสดุและระนาบ คือ

1. สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานภายนอก
2. สัมประสิทธิ์ของการกระทบ
3. น้ำหนักของวัสดุซึ่งมีผลต่อความถี่ธรรมชาติของระบบในกรณีที่รองรับด้วยสปริง

3.2 สมมุติฐาน

ลักษณะที่สำคัญของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับวัสดุจะมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันอย่างซับซ้อน เพราะฉะนั้นเพื่อความสะดวก เฉพาะตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับระบบขับเคลื่อน แรงโน้มถ่วง และตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับวัสดุและระนาบลำเลียงเท่านั้น ที่จะถูกนำมาพิจารณาเชิงวิเคราะห์ ในการตรวจสอบและกำหนดเงื่อนไขที่ใช้ควบคุมการเคลื่อนที่ของวัสดุในลักษณะต่าง ๆ นั้น จะต้องทำการพิจารณาถึงผลกระทบของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อวัสดุ สำหรับในที่นี้จะเห็นว่าอนุภาคทั้งหลายในกลุ่มก้อนของวัสดุมีลักษณะรูปร่างที่แตกต่างกันไปมากมายยากที่จะอธิบาย ดังนั้นเพื่อให้สามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ได้จะถือว่าวัสดุเป็นของแข็งที่ไม่มีแรงยึดเหนี่ยวซึ่งกันและกัน สามารถเคลื่อนตัวแยกจากกันได้อย่างอิสระโดยไม่มีการกลิ้งตัว และความสามารถในการเคลื่อนตัวของวัสดุสามารถจำแนกได้จากความแตกต่างของสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน โดยสมมุติว่าอิทธิพลของการสั่นสะเทือนและความเร็วในการไถลตัวของอนุภาคไม่มีผลกระทบต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน นั่นคือจะสมมุติว่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานมีค่าคงที่ และเท่ากันสำหรับการเคลื่อนที่ในทุกทิศทาง

เกเบอสัน (6) ได้เสนอแนะไว้ว่า ความเสียดทานสถิตย์จะเกิดขึ้นได้นั้น จะต้องอาศัยระยะเวลาช่วงหนึ่ง เนื่องจากอนุภาคมีการเปลี่ยนแปลงการอัตราเร็วอยู่ตลอดเวลา แม้ว่าจะมีช่วงระยะเวลาหนึ่งที่ความเร็วของการไถลตัวเป็นศูนย์ก็ตาม แต่ในกรณีนี้จะเกิดขึ้นในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ผลของการสั่นสะเทือนของอุปกรณ์ขณะทำงาน จะป้องกันไม่ให้เกิดสภาวะของความเสียดทานสถิตย์ขึ้นได้ ดังนั้นจึงแทนสภาวะของความเสียดทานทุกกรณีด้วยสภาวะของความเสียดทานจลน์

เมื่อพิจารณากรณีที่อนุภาคมีการลอยตัวหนึ่งครั้งในแต่ละวัฏจักรนั้น จะเห็นว่าขนาดของแอมปลิจูดที่จะก่อให้เกิดการกระดอนอย่างรุนแรง จนทำให้อนุภาคเสียการทรงตัวนั้นน่าจะมีค่ามากกว่าแอมปลิจูดที่ใช้ในทางปฏิบัติ สำหรับกรณีของวัสดุประเภทมวลเมล็ดที่มีการเกาะตัวอย่างหลวม ๆ นั้น พลังงานจากการกระแทกจะถูกดูดกลืนไปโดยการเคลื่อนที่ของอนุภาคเหล่านั้น ดังนั้นในการวิเคราะห์นี้จะไม่คำนึงถึงผลของการกระทบ โดยจะสมมุติให้สัมประสิทธิ์ของการกระทบเป็นศูนย์

เนื่องจากในระบบที่ระนาบมีการเคลื่อนตัวแบบต่างเฟสนั้น อิทธิพลของสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่มีต่อการเคลื่อนตัวของอนุภาคจะถูกลดลง แต่สำหรับวิทยานิพนธ์นี้มีจุดประสงค์ที่จะศึกษาและวิเคราะห์ถึงการแยกตัวของวัสดุโดยอาศัยความแตกต่างของผิววัสดุในเทอมของสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ดังนั้นในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะระบบที่มีการสั่นสะเทือนแบบเรคทิลิเนียร์เท่านั้น

3.3 โมเดลทางคณิตศาสตร์

รูปที่ 3.1 เป็นโมเดลของถาดแยกวัสดุซึ่งเอียงทำมุม $\alpha 1$ กับกรอบอ้างอิง R1 และ $\alpha 2$ กับกรอบอ้างอิง R3 โดยที่ $0 \leq \alpha 1 \leq \tan^{-1}\mu_d$ และ $0 \leq \alpha 2 \leq \tan^{-1}\mu_d$ การเคลื่อนตัวของถาดแยกแยกและอนุภาคบนถาดแยกสามารถอธิบายได้โดยใช้แกนอ้างอิงซึ่งติดอยู่กับกรอบอ้างอิงคือ xt, yt, zt และ x, y, z ตามลำดับ โดยถาดแยกนี้จะอยู่ภายใต้อิทธิพลของการสั่นสะเทือนแบบไซนูซอยด์ตามวิถีตรงในระนาบ R1R2 ทำมุมแหลม β กับแกน xt ดังนั้นการเคลื่อนตัวของถาดแยกสามารถกำหนดได้โดยสมการต่อไปนี้

$$xt = a\cos\beta\sin\omega t \tag{3.1}$$

$$\dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t \tag{3.2}$$

$$\ddot{x}t = -a\omega^2\cos\beta\sin\omega t \tag{3.3}$$

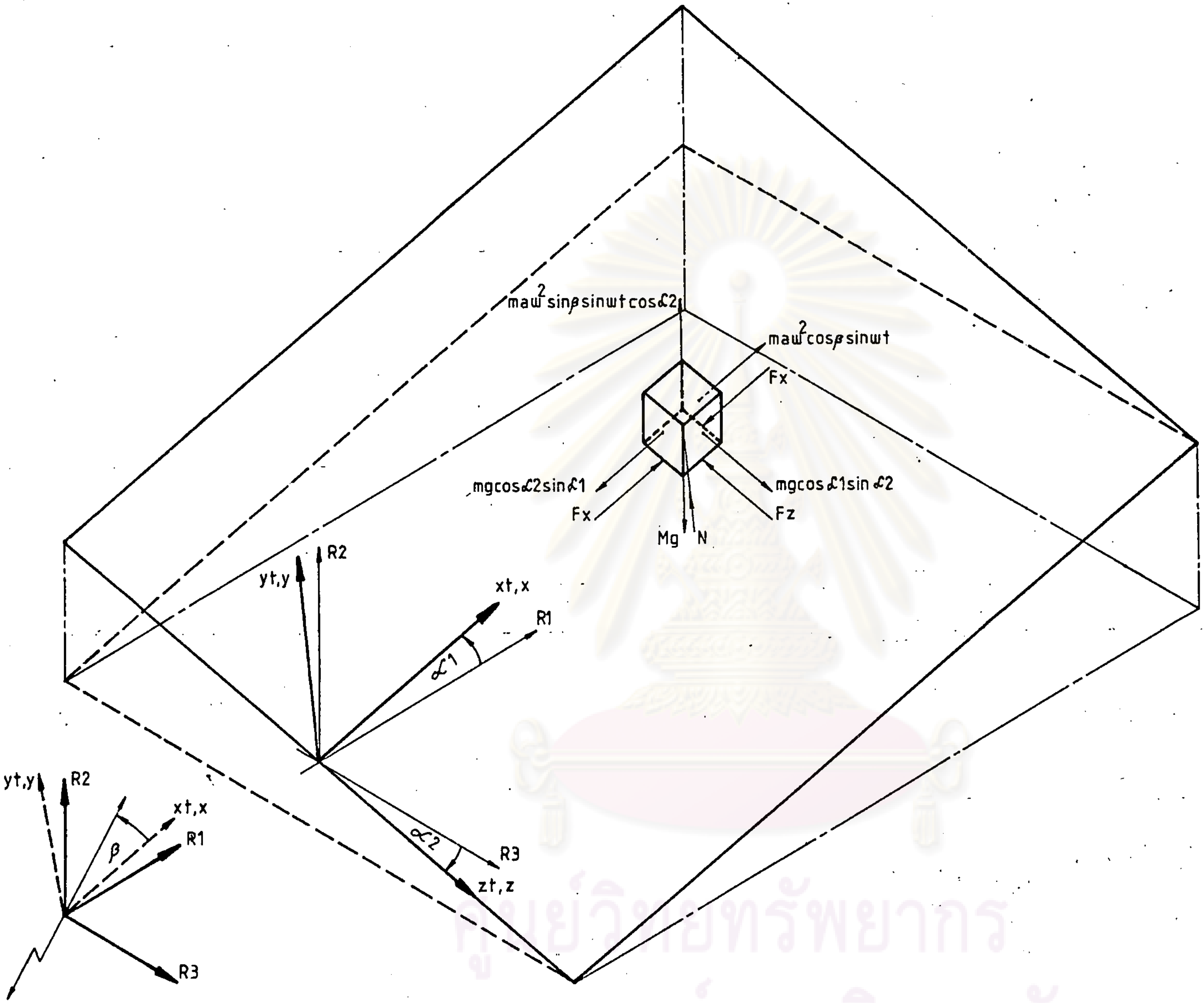
$$yt = a\sin\beta\sin\omega t\cos\alpha 2 \tag{3.4}$$

$$\dot{y}t = a\omega\sin\beta\cos\omega t\cos\alpha 2 \tag{3.5}$$

$$\ddot{y}t = -a\omega^2\sin\beta\sin\omega t\cos\alpha 2 \tag{3.6}$$

$$zt = \dot{z}t = \ddot{z}t = 0 \tag{3.7}$$

วัสดุซึ่งอยู่ภายใต้อิทธิพลของการสั่นสะเทือนนี้จะถูกกระทำด้วยแรงต่าง ๆ คือ แรงเนื่องจากความโน้มถ่วง แรงเสียดทานและแรงปฏิกิริยาตั้งฉากดังรูปที่ 3.1 เมื่อความเร่งเนื่องจากการสั่นสะเทือนของถาดแยกมีค่ามากพอที่จะทำให้เกิดการลอยตัวทุกครั้งในแต่ละวัฏจักรแล้ว สมการของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในแนวแกนอ้างอิง x, y และ z สามารถเขียนได้ด้วยนิพจน์ต่อไปนี้



รูปที่ 3.1 ระบบพิกัดและผังวัตถุอิสระของถาดแยก

$$m\ddot{x} = Fx - mg\cos\alpha 2\sin\alpha 1 \qquad 3.8$$

$$m\ddot{y} = N - mg\cos\alpha 1\cos\alpha 2 \qquad 3.9$$

$$m\ddot{z} = Fz + mg\cos\alpha 1\sin\alpha 2 \qquad 3.10$$

3.4 กฎเกณฑ์และเงื่อนไขในการเคลื่อนที่รูปแบบต่าง ๆ

3.4.1 การเกาะติด

ในขณะเกาะติดและเคลื่อนตัวไปพร้อม ๆ กับถาดแยกอนุภาค จะมีคุณสมบัติทางคิเนเมติคเช่นเดียวกับถาดแยกคือ

$$x = xt,\ \dot{x} = \dot{x}t,\ \ddot{x} = \ddot{x}t$$

$$y = yt,\ \dot{y} = \dot{y}t,\ \ddot{y} = \ddot{y}t$$

$$z = zt,\ \dot{z} = \dot{z}t,\ \ddot{z} = \ddot{z}t$$

โดยแทนสมการที่ 3.6 ลงในสมการที่ 3.9 เราจะได้แรงปฏิกริยาตั้งฉากที่เกิดขึ้นในระหว่างการเกาะติดคือ

$$N = m\cos\alpha 2(g\cos\alpha 1 - a\omega^2\sin\beta\sin\omega t) \qquad 3.11$$

อนุภาคจะเกาะติดกับผิวของถาดแยกตลอดเวลา ถ้าแรงเฉื่อยอันเนื่องมาจากการสั่นสะเทือนมีค่าไม่มากเพียงพอที่จะชนะผลรวมทางพีชคณิตระหว่างแรงเสียดทานกับแรงเนื่องจากความโน้มถ่วงและจากสมการที่ 3.8 เราจะได้เงื่อนไขการเกาะติดโดยไม่มีการไถลตัวไปในแนวแกน x เมื่อ

$$m\ddot{x} < \pm Fx - mg\cos\alpha 2\sin\alpha 1$$

หลังจากจัดสมการจะได้

$$\sin\omega t < \frac{g\cos\alpha 2}{a\omega^2}\left[\frac{\sin\alpha 1 + \mu d\cos\alpha 1}{\cos\beta \pm \mu d\sin\beta\cos\alpha 2}\right] \qquad 3.12$$

และจากสมการที่ 3.10 เราจะได้เงื่อนไขการเกาะติดโดยไม่ไถลตัวไปในแนวแกน z เมื่อ

$$m\ddot{z} < -Fz + mg\cos\alpha1\sin\alpha2$$

หลังจากจัดสมการจะได้

$$\sin\omega t \quad \frac{g\cos\alpha1}{a\omega^2\sin\beta} \; (1 - \tan\alpha2/\mu d) \qquad 3.13$$

3.4.2 การไถลตัวไปในทิศทางบวกตามแกน x

เมื่อความเร่งของถาดแยกมีค่าเพิ่มขึ้นอนุภาคจะเกิดการไถลตัวโดยจะไถลตัวไปข้างหน้าเมื่อแรงเฉื่อยในแนวแกน x มีค่าเท่ากับและมากกว่าผลรวมทางพีชคณิตระหว่างแรงเสียดทาน และแรงโน้มถ่วงในกรณีนี้แรงเสียดทานจะมีค่าเป็นลบ ดังนั้นเงื่อนไขที่จะทำให้อนุภาคไถลตัวไปข้างหน้าสามารถกำหนดได้จากสมการที่ 3.8

$$m\ddot{x} \geq -Fx - mg\cos\alpha2\,\sin\alpha1$$

หลังจากจัดสมการจะได้

$$\tau Fb = \sin^{-1}\left[(g\cos\alpha2/a\omega^2)\,\frac{(\mu d\cos\alpha1 + \sin\alpha1)}{(\mu d\cos\alpha2\sin\beta + \cos\beta)}\right] \quad 3.14$$

3.4.3 การไถลตัวไปในทิศทางลบตามแกน x

ขณะที่อนุภาคมีการไถลตัวสัมพัทธ์กับผิวของถาดแยก อนุภาคจะถูกกระทำด้วยแรงเสียดทาน และจะมีตำแหน่งเชิงมุมตำแหน่งหนึ่งที่อนุภาคจะเริ่มเคลื่อนตัวด้วยความหน่วง มีความเร็วช้าลงเรื่อย ๆ จนกระทั่งแรงเฉื่อยในแนวแกน x มีค่าเท่ากับและน้อยกว่าผลรวมทางพีชคณิตระหว่างเสียดทานกับแรงโน้มถ่วงแล้วอนุภาคก็จะไถลตัวถอยหลังในกรณีนี้แรงเสียดทานจะมีค่าเป็นบวก ดังนั้นเงื่อนไขที่จะทำให้อนุภาคไถลตัวถอยหลังสามารถกำหนดได้จากสมการที่ 3.8

$$m\ddot{x} \leq Fx - mg\cos\alpha2\,\sin\alpha1$$

หลังจากจัดสมการจะได้

$$\tau Bb = \sin^{-1}\left[(g\cos\alpha1/a\omega^2)\,\frac{(\sin\alpha1 - \mu d\cos\alpha1)}{(\cos\beta - \mu d\cos\alpha2\sin\beta)}\right] \quad 3.15$$

3.4.4 การไถลตัวตามแกน z

อนุภาคจะเกิดการไถลตัวลงตามแกน z เมื่อแรงโน้มถ่วงมีค่าเท่ากับและมากกว่าแรงเสียดทาน ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตามแรงปฏิกริยา N ในกรณีนี้แรงเสียดทานจะมีค่าเป็นลบ ดังนั้นเงื่อนไขที่จะทำให้อนุภาคไถลตัวสามารถกำหนดได้จากสมการที่ 3.10

$$m\ddot{z} \geq -F_z + mg\cos\alpha_1 \sin\alpha_2$$

หลังจากจัดสมการจะได้

$$\tau_{Lb} = \sin^{-1}\left[\frac{g\cos\alpha_1}{a\omega^2\sin\beta}\,(1 - \tan\alpha_2/\mu_d)\right] \qquad 3.16$$

3.4.5 การลอยตัว

ในขณะที่อนุภาคไถลตัวอยู่บนผิวของถาดนั้นความเร่งในแนวตั้งฉากจะมีค่าเท่ากับหรือน้อยกว่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงในแนวเดียวกัน เงื่อนไขที่จะทำให้อนุภาคเกิดการลอยตัวออกจากผิวของถาดแยกได้นั้นคือ ความเร่งในแนวตั้งฉากกับถาดจะต้องมีค่ามากกว่าอัตราโน้มถ่วง และเมื่ออนุภาคลอยตัวแล้วแรงปฏิกริยาจะมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ

$$N = m\cos\alpha_2(g\cos\alpha_1 - a\omega^2\sin\beta\,\sin\omega t) = 0$$

$y > 0$ ซึ่งจะได้ตำแหน่งเชิงมุมที่อนุภาคจะเกิดการลอยตัวเมื่อ

$$a\omega^2\sin\beta\sin\omega t = g\cos\alpha_1$$

$$\tau_1 = \sin^{-1}(g\cos\alpha_1/a\omega^2\sin\beta) \qquad 3.17$$

3.5 สมการทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา

3.5.1 พารามิเตอร์

ในการที่จะศึกษาถึงสมรรถนะของเครื่องแยกโดยอาศัยการสั่นสะเทือนทั้งทางด้านทฤษฎี หรือจากการทดลองนั้น ภายหลังจากใช้สมมุติฐานแล้วพบว่าตัวแปรค่าทางฟิสิกส์ที่สามารถ

แปรค่าได้อย่างอิสระนั้นมี 6 ตัวด้วยกันคือ ความเร็วและความเร่งในแนวแกน xt และ yt ของถาดแยกซึ่งขึ้นอยู่กับแอมปลิจูด มุม ความถี่ของการสั่นสะเทือน และตัวแปรที่มีผลต่อประสิทธิภาพของการแยกตัว ซึ่งประกอบด้วยมุมเอียงทั้งสองระนาบและสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน เนื่องจากจำนวนตัวแปรมีหลายค่าเช่นนี้จึงทำให้ขอบเขตของการวิเคราะห์กว้างมาก เพื่อที่จะลดปริมาณของงานลงจะใช้ค่าพารามิเตอร์ไร้มิติ 4 ตัว ซึ่งครอบคลุมตัวแปรทั้งหมดดังต่อไปนี้

1. พารามิเตอร์ความเร่ง A เป็นอัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อยสูงสุดต่อแรงโน้มถ่วงในแนวตั้งฉากกับผิวของถาด

$$A = \frac{a\omega^2 \sin\beta}{g\cos\alpha 1} \quad ; \quad 0 < A < \sqrt{\pi^2 + 1}$$

2. พารามิเตอร์ความเสียดทาน P3 เป็นอัตราส่วนระหว่างแรงเสียดทานต่อแรงเฉื่อยสูงสุดในแนวแกน x

$$P3 = \frac{\mu_d \tan\beta\cos\alpha 2}{A} \quad ; \quad 0 < P3 \leq 1$$

3. พารามิเตอร์ความลาดเอียง P2 เป็นอัตราส่วนระหว่างแรงโน้มถ่วงต่อแรงเสียดทานในแนวแกน z

$$P2 = \frac{\tan\alpha 2}{\mu_d} \quad ; \quad 0 \leq P2 \leq 1$$

4. พารามิเตอร์ความลาดชัน P1 เป็นอัตราส่วนระหว่างแรงโน้มถ่วงต่อแรงเสียดทานในแนวแกน x

$$P1 = \frac{\tan\alpha 1}{\mu_d} \quad ; \quad 0 \leq P1 \leq 1$$

3.5.2 <u>การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</u>

เมื่อได้กำหนดพารามิเตอร์ที่ครอบคลุมปัญหาแล้วเงื่อนไขการเคลื่อนตัวแปรในรูปแบบต่าง ๆ ในเทอมของพารามิเตอร์สามารถกำหนดได้จากสมการที่ 2.14 3.15 3.16 และ 3.17 ดังต่อไปนี้คือ

$$\sin\tau Fb = P3\frac{(1 + P1)}{(1 + AP3)} \qquad 3.14$$

$$\sin\tau Bb = -P3\frac{(1 - P1)}{(1 - AP3)} \qquad 3.15$$

$$\sin\tau Lb = \frac{(1 - P2)}{A} \qquad 3.16$$

$$\sin\tau l = 1/A \qquad 3.17$$

และสมการของการเคลื่อนที่ในรูปแบบต่าง ๆ นั้น สามารถอนุพันธ์ได้ดังต่อไปนี้

3.5.2.1 <u>อาณาเขตที่มีการเกาะติด</u> S

เมื่อพิจารณาว่าอนุภาคไม่มีการเคลื่อนตัวที่จุดเริ่มต้นของวัฏจักรแรกของการสั่นสะเทือน ดังนั้นในอาณาเขตนี้ความเร็วของอนุภาคมีค่าเท่ากับความเร็วของถาดตามความเป็นจริง โดยทั่วไปนั้นช่วงเวลาของการเกาะติดจะเกิดขึ้นหลังจากช่วงเวลาของการไถลตัวและสิ้นสุดเมื่อการไถลตัวหรือการลอยตัวเริ่มเกิดขึ้น เวลาที่สิ้นสุดการเกาะติดแล้วอนุภาคเริ่มเคลื่อนตัวไปในลักษณะต่าง ๆ สามารถหาได้จากสมการที่ 3.14 3.15 3.16 3.17 และระยะทางที่อนุภาคเคลื่อนที่ไปพร้อมกับถาดในช่วงของการเกาะติดนี้ จะหาได้จากการอินติเกรตสมการของความเร็วของอนุภาคซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วของถาดแยก

$$xs = \int_{\tau i}^{\tau} \dot{x}tdt = \int_{\tau i}^{\tau} a\omega\cos\beta\cos\omega tdt$$

$$xs = a\cos\beta(\sin\omega t - \sin\omega ti) \qquad 3.20$$

และ

$$zs = \int_{\tau i}^{\tau} \dot{z}tdt = 0 \qquad 3.21$$

3.5.2.2 <u>อาณาเขตที่มีการไถลลงด้านข้าง</u> Ll

การไถลลงตามแกน z จะเกิดขึ้นทันทีที่ถาดแยกเคลื่อนตัวไปถึงตำแหน่งเชิงมุมที่หาได้จากสมการที่ 3.16 และการไถลลงของอนุภาคนี้อาจจะเกิดขึ้นพร้อม ๆ กับการไถลตัวไปข้างหน้า หรือถอยหลังจนกระทั่งอนุภาคเกิดการเกาะติดหรือเริ่มลอยตัวอย่างอิสระ

ในช่วงนี้การเคลื่อนตัวของอนุภาคจะถูกควบคุมโดยสมการที่ 3.10 ภายหลังจากการจัดสมการจะได้

$$\ddot{z}_L = g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(\tan\alpha 2 - \mu_d) + \mu_d \cos\alpha 2 a\omega^2 \sin\beta\sin\omega t \quad \text{-------} \; 3.22$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ 3.22 จะได้ความเร็วและระยะทางในการเคลื่อนตัวแบบไถลลงนี้

$$\dot{z}_L = \dot{z}_{Li} + \Big[g\cos\alpha 1 \cos\alpha 2 \; (\tan\alpha 2 - \mu_d)(t - ti) - \mu_d \cos\alpha 2 a\omega\sin\beta(\cos\omega t - \cos\omega ti)\Big] \qquad 3.23$$

$$z_L = z_{Li} + \dot{z}_{Li}(t - ti) + g\cos\alpha 1\cos\alpha 2 \; (\tan\alpha 2 - \mu_d)(t-ti)^2/2 - \mu_d \cos\alpha 2 a\sin\beta(\sin\omega t - \sin\omega ti) + \mu_d \cos\alpha 2 a\sin\beta\cos\omega ti(\omega t - \omega ti) \qquad 3.24$$

โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นที่ $\dot{z}_{Li} = 0$ และเงื่อนไขสิ้นสุดการเคลื่อนเมื่อ $\omega t = \omega t_{Le}$ ที่ $\dot{z}_{Le} = \dot{z}t = 0$ แล้วแทนลงในสมการที่ 3.23 ภายหลังจากจัดสมการจะได้

$$\cos\omega t_{Le} - \cos\omega ti = -(\omega t_{Le} - \omega ti)\sin\omega t_{Lb}$$

$$LE = \cos\omega t_{Le} - \cos\omega ti + (\omega t_{Le} - \omega ti)\sin\omega t_{Lb} = 0 \qquad 3.25$$

คำตอบของสมการที่ 3.25 นี้จะเป็นตำแหน่งเชิงมุมที่สิ้นสุดการไถลตัวลงด้านข้างเมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องลงในสมการีที่ 3.24 แล้วจะได้สมการของระยะทางที่อนุภาคไถลลงในช่วงนี้คือ

$$\frac{z_L}{a\cos\beta} = \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2 \Big[(-0.5 \sin\omega t_{Lb})(\omega t - \omega ti)^2 - (\sin\omega t - \sin\omega ti) + \cos\omega ti(\omega t - \omega ti)\Big]$$

$$Z = -AP3\left[\sin\omega t_{Lb}(0.5(\omega t_{Le} - \omega ti)^2 - 1)\right.$$

$$\left. - \cos\omega ti\ (\omega t_{Le} - \omega ti) + \sin\omega t_{Le}\right] \qquad 3.26$$

3.5.2.3 <u>อาณาเขตที่มีการไถลตัวไปข้างหน้า</u> Fl

การไถลตัวไปข้างหน้าจะเกิดขึ้นทันทีที่ถาดแยกเคลื่อนที่ไปถึงตำแหน่งเชิงมุมที่หาได้จากสมการที่ 3.14 และจะดำเนินไปจนกระถึง Decision Time หรือเวลาที่เกิดการลอยตัวในช่วงของการไถลตัวไปข้างหน้านี้การเคลื่อนตัวของอนุภาคจะถูกควบคุมโดยสมการที่ 3.8 โดยให้แรงเสียดทานมีค่าเป็นลบแล้วจัดสมการจะได้สมการของการเคลื่อนที่คือ

$$\ddot{x}_F = -g\cos\alpha 1\cos\alpha 2\ (\tan\alpha 1 + \mu_d)$$

$$+ \mu_d\cos\alpha 2\ a\omega^2\sin\beta\ \sin\omega t \qquad 3.27$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ 3.27 จะได้สมการของความเร็วและระยะทางในการไถลตัวไปข้างหน้า

$$\dot{x}_F = \dot{x}_{Fi} - g\cos\alpha 1\cos\alpha 2\ (\tan\alpha 1 + \mu_d)(t - ti)$$

$$- \mu_d\cos\alpha 2\ a\omega\sin\beta(\cos\omega t - \cos\omega ti) \qquad 3.28$$

$$x_F = x_{Fi} + \dot{x}_{Fi}(t - ti) - g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(\tan\alpha 1 + \mu_d)(t - ti)^2/2$$

$$- \mu_d\cos\alpha 2 a\sin\beta\left[(\sin\omega t - \sin\omega ti) - \cos\omega ti(\omega t - ti)\right]$$

3.29

โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น $\omega ti = \omega t_{Fb}$ และ $x_{Fi} = 0$

ที่ $\dot{x}_{Fi} = \dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{Fb}$

และเงื่อนไขสิ้นสุดการเคลื่อนที่ $\omega t = \omega t_{Fe}$

เมื่อ $\dot{x}_F = \dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{Fe}$

แล้วแทนลงในสมการที่ 3.28 ภายหลังจากจัดสมการจะได้

$$\cos\omega t_{Fe} = \cos\omega ti - \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2 \Big[(g\cos\alpha 1/a\omega^2\sin\beta)(\tan\alpha 1/\mu_d + 1)$$

$$(\omega t_{Fe} - \omega ti) + (\cos\omega t_{Fe} - \cos\omega ti)\Big]$$

$$FE = (1 + AP3)\Big[\cos\omega t_{Fe} - \cos\omega ti + \sin\omega t_{Fb}(\omega t_{Fe} - \omega ti)\Big]$$

$$= 0 \qquad 3.30$$

คำตอบของสมการนี้จะเป็นตำแหน่งเชิงมุมที่จุดสิ้นสุดการไถลตัวไปข้างหน้า เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องลงในสมการที่ 3.29 แล้วจะได้สมการของระยะทางที่อนุภาคไถลตัวไปข้างหน้า คือ

$$\frac{x_F}{a\cos\beta} = \cos\omega ti(\omega t - \omega ti) - \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2 \Big[\frac{(0.5g\cos\alpha 1)}{(a\cos\beta\mu_d\tan\beta)}$$

$$(\tan\alpha 1 + \mu_d)(t - ti)^2 + \sin\omega t - \sin\omega ti$$

$$- \cos\omega ti(\omega t - \omega ti)\Big]$$

$$X = (1 + AP3)\Big[\cos\omega ti\ (\omega t_{Fe} - \omega ti) - 0.5\sin\omega t_{Fb}(\omega t_{Fe} - \omega ti)^2\Big]$$

$$= AP3(\sin\omega t_{Fe} - \sin\omega ti) \qquad 3.31$$

3.5.2.4 <u>อาณาเขตที่มีการไถลตัวถอยหลัง</u> B1

การไถลตัวถอยหลังจะเกิดขึ้นทันทีที่ถาดแยกเคลื่อนตัวไปถึงตำแหน่งเชิงมุมที่หาได้จากสมการที่ 3.15 และจะดำเนินไปจนถึง Decision Time หรือเวลาที่เกิดการลอยตัว ในระหว่างช่วงเวลาของการไถลตัวนี้การเคลื่อนตัวของอนุภาคจะถูกควบคุมโดยสมการที่ 3.8 โดยให้แรงเสียดทานมีค่าเป็นบวกแล้วจัดสมการจะได้สมการของการเคลื่อนที่คือ

$$\ddot{x}_B = - g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(\tan\alpha 1 - \mu_d) - \mu_d\ a\omega^2\sin\beta\sin\omega t\cos\alpha 2 \qquad 3.32$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ 3.32 จะได้สมการของความเร็วและระยะทางในการไถลตัวถอยหลังนี้

$$\dot{x}_B + \dot{x}_{Bi} - \Big[g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(\tan\alpha 1 - \mu_d)(t - ti) - \mu_d \cos\alpha 2 a\omega\sin\beta (\cos\omega t - \cos\omega ti)\Big] \qquad 3.33$$

$$x_B = x_{Bi} + \dot{x}_{Bi}(t - ti) - \Big[g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(\tan\alpha 1 - \mu_d)(t - ti)^2/2 - \mu_d \cos\alpha 2 a\sin\beta\{(\sin\omega t - \sin\omega ti) - \cos\omega ti(\omega t - \omega ti)\}\Big] \qquad 3.34$$

โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น $\omega ti = \omega t_{Bb}$ และ $x_{Bi} = 0$

ที่ $\dot{x}_{Bi} = \dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{Bb}$

และเงื่อนไขสิ้นสุดการเคลื่อนที่ $\omega t = \omega t_{Be}$

เมื่อ $\dot{x}_B = \dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{Be}$

แล้วแทนลงในสมการที่ 3.33 จะได้

$$\cos\omega t_{Be} = \cos\omega ti - \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2\Big[(g\cos\alpha 1/a\omega^2\sin\beta)(\tan\alpha 1/\mu_d - 1)(\omega t_{Be} - \omega ti) - (\cos\omega t_{Be} - \cos\omega ti)\Big]$$

$$BE = (1 - AP3)\cos\omega t_{Be} - \cos\omega ti + \sin\omega t_{Bb}(\omega t_{Be} - \omega ti) = 0 \qquad 3.35$$

คำตอบของสมการนี้จะเป็นตำแหน่งเชิงมุมที่จุดสิ้นสุดการไถลตัวถอยหลัง เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องลงในสมการที่ 3.34 แล้วจะได้สมการของระยะทางในการไถลตัวถอยหลัง คือ

$$\frac{x_B}{a\cos\beta} = \cos\omega ti(\omega t - \omega ti) - \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2 \Big[\frac{(0.5g\cos\alpha 1)}{(a\cos\beta\mu_d\tan\beta)}$$

$$(\tan\alpha 1 - \mu_d)(t - ti)^2 - \sin\omega t + \sin\omega ti$$

$$+ \cos\omega ti(\omega t - \omega ti)\Big]$$

$$X = (1 - AP3)\Big[\cos\omega ti\ (\omega t_{Be} - \omega ti) - 0.5\sin\omega t_{Bb}\ (\omega t_{Be} - \omega ti)^2\Big]$$

$$+ AP3(\sin\omega t_{Be} - \sin\omega ti) \qquad 3.36$$

3.5.2.5 <u>อาณาเขตที่มีการลอยตัว</u> H

ถ้าการลอยตัวเกิดขึ้นต่อจากการไถลตัวไปข้างหน้าความเร็วของอนุภาคตามแนวแกน x ในขณะที่หลุดออกจากผิวของถาดแยกก็คือผลลัพธ์ที่ได้จากการอินทิเกรตสมการที่ 3.27 ระหว่างช่วงเวลาเริ่มต้นไถลตัวไปข้างหน้าถึงจุดเริ่มต้นลอยตัวดังสมการ

$$\dot{x}_{Hb} = \int_{\tau Fb}^{\tau 1} \ddot{x}_F dt$$

$$\frac{\dot{x}_{Hb}}{a\omega\cos\beta} = \cos\omega ti - \frac{g\cos\alpha 1}{a\omega^2\sin\beta}\mu_d\tan\beta\cos\alpha 1(1 + \tan\alpha 1/\mu_d)(\omega t - \omega ti)$$

$$- \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2(\cos\omega t - \cos\omega ti)$$

$$U_{Hb} = \cos\omega t_{Fb} - P3\Big[(P1 + 1)(\omega t_{Hb} - \omega t_{Fb})$$

$$+ A(\cos\omega t_{Hb} - \cos\omega t_{Fb})\Big] \qquad 3.37$$

ถ้าก่อนการลอยตัวอนุภาคไม่มีการไถลตัวไปตามแกน x ความเร็วของอนุภาคในแนวแกนที่ขณะเริ่มต้นลอยตัวจะเป็น

$$\dot{x}_{Hb} = \dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{Hb}$$

$$U_{Hb} = \cos\omega t_{Hb} \qquad 3.38$$

และถ้าการลอยตัวเกิดขึ้นต่อจากการไถลตัวถอยหลังความเร็วของอนุภาคตามแนวแกน x ขณะหลุดออกจากผิวของถาดแยกก็คือ ผลลัพธ์ที่ได้จากการอินทิเกรตสมการที่ 3.32 ระหว่างช่วงเวลาเริ่มต้นไถลตัวถอยหลังถึงจุดเริ่มต้นลอยตัวดังสมการ

$$\dot{x}_{Hb} = \int_{\tau_{Bb}}^{\tau_1} \ddot{x}_B dt$$

$$\frac{\dot{x}_{Hb}}{a\omega\cos\beta} = \cos\omega ti - \frac{g\cos\alpha 1}{a\omega^2\sin\beta}\mu_d \tan\beta\cos\alpha 2(\tan\alpha 1/\mu_d - 1)(\omega t - \omega ti)$$

$$+ \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2(\cos\omega t - \cos\omega ti)$$

$$U_{Hb} = \cos\omega t_{Bb} - P3\left[(P1 - 1)(\omega t_{Hb} - \omega t_{Bb}) - A(\cos\omega t_{Hb} - \cos\omega t_{Bb})\right] \quad 3.39$$

เนื่องจากความเร็วของถาดแยกในแนวแกน z เป็นศูนย์ ดังนั้นถ้าก่อนการลอยตัวอนุภาคมีการไถลตัวลงตามแกน z แล้ว ความเร็วของอนุภาคในขณะที่หลุดออกจากผิวของถาดแยกจะเท่ากับผลของการเปลี่ยนแปลงความเร่งของอนุภาคในช่วงไถลตัว ดังสมการ

$$\dot{z}_{Hb} = \int_{\tau_{Lb}}^{\tau_1} \ddot{z}_L dt$$

$$\dot{z}_{Hb} = g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(\tan\alpha 2 - \mu_d)(t - ti) - \mu_d \cos\alpha 2 a\omega\sin\beta (\cos\omega t - \cos\omega ti)$$

$$\frac{\dot{z}_{Hb}}{a\omega\cos\beta} = \frac{g\cos\alpha 1}{a\omega^2\sin\beta}\mu_d \tan\beta\cos\alpha 2(\tan\alpha 2/\mu_d - 1)(\omega t - \omega ti)$$

$$- \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2(\cos\omega t - \cos\omega ti)$$

$$W_{Hb} = P3\left[(P2 - 1)(\omega t_{Hb} - \omega t_{Lb}) - A(\cos\omega t_{Hb} - \cos\omega t_{Lb})\right] \quad 3.40$$

และถ้าการลอยตัวของอนุภาคเกิดขึ้นก่อนการไถลตัวลงตามแกน z แล้วความเร็วของอนุภาคก็จะเป็นศูนย์ และอนุภาคจะไม่ลอยตัวในทิศทางนี้ นั่นคือ

$$W_{Hb} = 0 \qquad 3.41$$

สมการของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในระหว่างการลอยตัวในแนวแกน y จะอยู่ในรูป

$$\ddot{y} = -g\cos\alpha 1\cos\alpha 2$$

$$\dot{y} = \dot{y}i - g\cos\alpha 1\cos\alpha 2\ (t - ti)$$

$$y = yi + \dot{y}i(t - ti) - g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(t - ti)^2/2$$

โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น $\omega ti = \omega t_{Hb}$ และ $yi = yt$

ที่ $\dot{y} = \dot{y}t = a\omega\sin\beta\cos\alpha 2\cos\omega t_{Hb}$

และเงื่อนไขสิ้นสุดที่ $\omega t = \omega t_{He}$ ดังนั้นการเคลื่อนตัวของอนุภาคในช่วงนี้ คือ

$$y = yt_{Hb} + a\omega\sin\beta\cos\alpha 2\cos\omega t_{Hb}(t_{He} - t_{Hb}) - 0.5g\cos\alpha 1\cos\alpha 2(t_{He} - t_{Hb})^2 \qquad 3.42$$

และการเคลื่อนตัวของถาดแยกในแนวแกน y ในช่วงนี้คือ

$$yt = yt_{Hb} + a\sin\beta\cos\alpha 2(\sin\omega t_{He} - \sin\omega t_{Hb}) \qquad 3.43$$

เมื่อกำหนดให้ $\omega t_{He} = \tau_2$ ตำแหน่งเชิงมุมที่อนุภาคกระทบกับผิวของถาดแยก ซึ่งหาได้จากเงื่อนไขที่ว่า ณ เวลาที่เกิดการกระทบนั้นการเคลื่อนที่ในแนวแกน ของอนุภาคและถาดแยกมีค่าเท่ากัน โดยการเทียบเท่ากันระหว่างสมการที่ 3.42 และ 3.43 ภายหลังจากจัดสมการก็จะได้ตำแหน่งเชิงมุมที่จุดสิ้นสุดการลอยตัว

$$\sin\omega t_{He} = \sin\omega t_{Hb} + \cos\omega t_{Hb}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})$$

$$- \sin\omega t_{Hb}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})^2/2$$

$$FH = \sin\omega t_{He} - \cos\omega t_{Hb}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})$$

$$- (1 - 0.5(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})^2/A = 0 \qquad 3.44$$

สมการนี้จะแก้ได้โดยวิธีการทางตัวเลขหรือวิธีการอื่นที่จะให้คำตอบเป็น ωt_{He} ซึ่งเป็นตำแหน่งเชิงมุมของถาดแยกที่จุดสิ้นสุดการลอยตัว

สมการของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในระหว่างการลอยตัวตามแนวแกน x คือ

$$\ddot{x} = - g\cos\alpha 2\sin\alpha 1$$

$$\dot{x} = \dot{x}_i - g\cos\alpha 2\sin\alpha 1 \ (t - ti)$$

$$x = x_i + \dot{x}_i \ (t - ti) - 0.5g\cos\alpha 2\sin\alpha 1(t - ti)^2$$

โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น $\omega ti = \omega t_{Hb}$ และ $x_i = 0$ ที่ $\dot{x}_i = \dot{x}_{Hb}$

และเงื่อนไขสิ้นสุดที่ $\omega t = \omega t_{He}$

ดังนั้นความเร็วของอนุภาคในแนวแกน x เมื่อการลอยตัวสิ้นสุดลงจะหาได้จากสมการ

$$\dot{x}_{He} = \dot{x}_{Hb} - g\cos\alpha 2\sin\alpha 1(t_{He} - t_{Hb})$$

$$\frac{\dot{x}_{He}}{a\omega\cos\beta} = \frac{\dot{x}_{Hb}}{a\omega\cos\beta} - \frac{g\cos\alpha 1}{a\omega^2\sin\beta}\mu_d \tan\beta\cos\alpha 2 \ \frac{\tan\alpha 1}{\mu_d}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})$$

$$U_{He} = U_{Hb} - P1P3(\omega t_{He} - \omega t_{Hb}) \qquad 3.45$$

และระยะทางที่อนุภาคเคลื่อนที่ไปในแนวแกน x ในช่วงของการลอยตัวหาได้จากสมการ

$$\frac{x_H}{a\cos\beta} = \frac{\dot{x}_{Hb}}{a\omega\cos\beta}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb}) - \frac{0.5g\cos\alpha 1}{a\omega^2\sin}\mu_d \tan\beta\cos\alpha 2$$

$$\left[(\tan\alpha 1/\mu_d)(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})^2\right]$$

$$XH = U_{Hb}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb}) - 0.5P1P3(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})^2 \qquad 3.46$$

สมการของการเคลื่อนที่ของอนุภาคในระหว่างการลอยตัวตามแกน z จะอยู่ในรูป

$$\ddot{z} = g\cos\alpha 1 \sin\alpha 2$$

$$\dot{z} = \dot{z}_i + g\cos\alpha 1\sin\alpha 2(t - ti)$$

$$z = z_i + \dot{z}_i(t - ti) + 0.5g\cos\alpha 1\sin\alpha 2(t - ti)^2$$

โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น $\omega ti = \omega t_{Hb}$ และ $z_i = 0$ ที่ $\dot{z}_i = \dot{z}_{Hb}$

และเงื่อนไขสิ้นสุดที่ $\omega t = \omega t_{He}$

ดังนั้นความเร็วของอนุภาคในแนวแกน z ในช่วงของการลอยตัวนี้หาได้จากสมการ

$$\frac{\dot{z}_{He}}{a\omega\cos\beta} = \frac{\dot{z}_{Hb}}{a\omega\cos\beta} + \frac{g\cos\alpha 1}{a\omega^2\sin\beta}\mu_d \tan\beta\cos\alpha 2\,\frac{\tan\alpha 2}{\mu_d}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})$$

$$W_{He} = W_{Hb} + P2P3(\omega t_{He} - \omega t_{Hb}) \qquad 3.47$$

และระยะทางที่อนุภาคเคลื่อนที่ไปในแนวแกน z ในช่วงของการลอยตัวนี้หาได้จากสมการ

$$\frac{z_H}{a\cos\beta} = \frac{\dot{z}_{Hb}}{a\omega\cos\beta}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb}) + \frac{0.5g\cos\alpha 1}{a\omega^2\sin\beta}\mu_d \tan\beta\cos\alpha 2\,\frac{\tan\alpha 2}{\mu_d}$$

$$(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})^2$$

$$ZH = W_{Hb}(\omega t_{He} - \omega t_{Hb}) + 0.5P2P3(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})^2 \qquad 3.48$$

เกเบอลัน (6) ได้อธิบายไว้ว่าผลของการกระทบทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ซึ่งมีอิทธิพลต่อการเคลื่อนตัวของอนุภาคโดยที่หลังจากการกระทบแล้ว อนุภาคอาจจะไถลตัวไปข้างหน้า ถอยหลัง และไถลลงตามแกน z หรืออาจจะเกาะติดบนผิวของถาดแยกนั้นจะขึ้นอยู่กับความเร็วของอนุภาค ขณะที่เกิดการกระทบตามแนวแกน x และ z ซึ่งหาได้จาก

$$\dot{x}imp = \dot{x}_{He} - \varepsilon\Delta_{\dot{x}}$$

$$\dot{z}imp = \dot{z}_{He} - \varepsilon\Delta_{\dot{x}}$$

เมื่อใช้สมมุติฐาน $\varepsilon = 0$ จะได้

$$\frac{\dot{x}imp}{a\omega\cos\beta} = \frac{\dot{x}_{He}}{a\omega\cos\beta}$$

$$Uimp = U_{He} = U_{Hb} - P1P3(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})$$

$$\frac{\dot{z}imp}{a\omega\cos\beta} = \frac{\dot{z}_{He}}{a\omega\cos\beta}$$

$$Wimp = W_{He} = W_{Hb} + P2P3(\omega t_{He} - \omega t_{Hb})$$

โดยที่ความเร็วของถาดแยกในแนวแกน x ที่จุดสิ้นสุดการลอยตัว ก็คือ

$$\dot{x}t_{He} = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{He}$$

$$\frac{\dot{x}t_{He}}{a\omega\cos\beta} = Ut_{He} = \cos\omega t_{He}$$

ความเร็วของถาดแยกในแนวแกน z เป็นศุนย์ ดังนั้น

$$Wt_{He} = 0$$

ภายหลังจากการกระทบแล้วอนุภาคอาจจะเกิดการไถลตัวหรือเกิดการเกาะติดนั้น สามารถกำหนดได้จากเงื่อนไขต่อไปนี้ คือ

ถ้า $\dot{x}imp > \dot{x}t_{He}$ หรือ $Uimp > Ut_{He}$ แล้ว

อนุภาคจะไถลตัวไปข้างหน้า

ถ้า $\dot{x}imp < \dot{x}t_{He}$ หรือ $Uimp < Ut_{He}$ แล้ว

อนุภาคจะไถลตัวถอยหลัง

ถ้า $\dot{x}imp = \dot{x}t_{He}$ หรือ $Uimp = Ut_{He}$ แล้ว

อนุภาคจะเกาะติดกับผิวของถาดแยก

และในทำนองเดียวกัน

ถ้า $\dot{z}imp > 0$ หรือ $Wimp > 0$ แล้ว

อนุภาคจะไถลตัวลงตามแกน Z

ถ้า $\dot{z}imp = 0$ หรือ $Wimp = 0$ แล้ว

อนุภาคจะเกาะติดกับผิวของถาดแยก

3.5.2.6 อาณาเขตที่มีการไถลตัวไปข้างหน้าภายหลังการกระทบ F2

ถ้าการไถลตัวไปข้างหน้าเกิดขึ้นต่อจากการกระทบความเร็วในการไถลตัวของอนุภาคจะลดลง เนื่องจากผลของความเสียดทานและการไถลตัวนี้จะยุติลงเมื่อความเร็วในการไถลตัวของอนุภาคเท่ากับความเร็วของอนุภาค ความเร็วและระยะทางในการไถลตัวของอนุภาคในช่วงนี้หาได้จากสมการที่ 3.28 และ 3.29 โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นที่ $ti = timp$ ซึ่ง $\dot{x}i = \dot{x}imp$ และ $xi = 0$ ใช้เงื่อนไขสิ้นสุดการเคลื่อนที่ ณ $t = t_{Ft}$ และ $\dot{x} = \dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{Ft}$

แล้วแทนลงในสมการที่ 3.28 จะได้

$$\cos\omega t_{Ft} = \frac{\dot{x}imp}{a\omega\cos\beta} - \Big[(g\cos\alpha1\ \cos\alpha2/a\omega\cos\beta)(\tan\alpha1 + \mu_d)(t_{Ft} - t_{He}) + \mu_d \tan\beta\cos\alpha2(\cos\omega t_{Ft} - \cos\omega t_{He})\Big]$$

$$FT = (1 + AP3)\left[\cos\omega t_{Ft} + \sin\omega t_{Fb}\ (\omega t_{Ft} - \omega t_{He})\right]$$

$$- Uimp - AP3\cos\omega t_{He} = 0 \qquad 3.49$$

สมการที่ 3.49 นี้สามารถแก้ได้โดยวิธีการทางตัวเลขหรือวิธีการอื่นที่จะให้คำตอบเป็น ωt_{Ft} ซึ่งเป็นตำแหน่งเชิงมุมของถาดแยกที่จุดสิ้นสุดการไถลตัวไปข้างหน้านี้ เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องลงในสมการที่ 3.29 แล้วจะได้สมการของระยะทางที่ไถลตัวไปตามแกน x ในช่วงนี้คือ

$$\frac{x_{F2}}{a\cos\beta} = \frac{\dot{x}imp}{a\omega\cos\beta}(\omega t - \omega ti) - \Big[(0.5g\cos\alpha 1/a\omega^2\sin\beta)\ \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2$$

$$(\tan\alpha 1/\mu_d + 1)(\omega t - \omega ti)^2 + \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2$$

$$\{(\sin\omega t - \sin\omega ti) - \cos\omega ti(\omega t - \omega ti)\}\Big]$$

$$XF2 = Uimp(\omega t_{Ft} - \omega t_{He}) - \Big[0.5P3(P1 + 1)(\omega t_{Ft} - \omega t_{He})^2$$

$$+ AP3\{(\sin\omega t_{Ft} - \sin\omega t_{He}) - \cos\omega t_{He}(\omega t_{F}t - \omega t_{He})\}\Big] \qquad 3.50$$

3.5.2.7 <u>อาณาเขตที่มีการไถลตัวถอยหลังภายหลังจากการกระทบ</u> B2

ถ้า $\dot{x}imp < \dot{x}t_{He}$ แล้วอนุภาคจะไถลตัวถอยหลังภายหลังจากการกระทบ ความเร็วและระยะทางในการไถลตัวตามแกน x ในช่วงนี้หาได้จากสมการที่ 3.33 และ 3.34 โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นที่ $ti = timp$ ซึ่ง $\dot{x}i = \dot{x}imp$ และ $xi = 0$ แล้วใช้เงื่อนไขสิ้นสุดการเคลื่อนที่ ณ $t = t_{Bt}$

และ $\dot{x} = \dot{x}t = a\omega\cos\beta\cos\omega t_{Bt}$

เมื่อแทนลงในสมการที่ 3.33 จะได้

$$\cos\omega t_{Bt} = \frac{\dot{x}imp}{a\omega\cos\beta} - \Big[(g\cos\alpha 1/a\omega^2\sin\beta)\ \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2(\tan\alpha 1/\mu_d - 1)$$

$$(\omega t_{Bt} - \omega ti) - \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2(\cos\omega t_{Bt} - \cos\omega ti)\Big]$$

$$BT = (1 - AP3)\left[\cos\omega t_{Bt} + \sin\omega t_{Bb}(\omega t_{Bt} - \omega t_{He})\right]$$
$$- Uimp + AP3\cos\omega t_{He} = 0 \qquad 3.51$$

สมการที่ 3.51 นี้สามารถแก้ได้โดยวิธีการทางตัวเลขหรือวิธีอื่นที่จะให้คำตอบเป็น ωt_{Bt} ซึ่งเป็นตำแหน่งเชิงมุมของถาดแยกที่จุดสิ้นสุดการไถลตัวถอยหลังนี้ เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องลงในสมการที่ 3.33 แล้วจะได้สมการของระยะทางที่อนุภาคไถลตัวถอยหลัง นี่คือ

$$\frac{x_{B2}}{a\cos\beta} = \frac{\dot{x}imp}{a\omega\cos\beta}(\omega t - \omega ti) - \left[(0.5g\cos\alpha1/a\omega^2\sin\beta)\ \mu_d\ \tan\beta\cos\alpha2\right.$$
$$(\tan\alpha1/\mu_d - 1)(\omega t - \omega ti)^2 - \mu_d\ \tan\beta\cos\alpha2$$
$$\left.\{(\sin\omega t - \sin\omega ti) - \cos\omega ti(\omega t - \omega ti)\}\right]$$

$$XB2 = Uimp(\omega t_{Bt} - \omega t_{He}) - \left[0.5P3(P1 - 1)(\omega t_{Bt} - \omega t_{He})^2\right.$$
$$\left.-AP3\{(\sin\omega t_{Bt} - \sin\omega t_{He}) - \cos\omega t_{He}(\omega t_{Bt} - \omega t_{He})\}\right] \qquad 3.52$$

3.5.2.8 <u>อาณาเขตที่มีการไถลตัวลงด้านข้างภายหลังการกระทบ</u> L2

ถ้า $\dot{z}imp > \dot{z}t_{He}$ ซึ่งเท่ากับศูนย์แล้วอนุภาคจะเกิดการไถลตัวลงตามแกน -z ภายหลังการกระทบ ความเร็วและระยะทางในการเคลื่อนตัวของอนุภาคในระหว่างช่วงของไถลตัวลงนี้ หาได้จากสมการที่ 3.23 และ 3.24 โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นที่ $ti = timp$ ซึ่ง $\dot{z}i = \dot{z}imp$ และ $zi = 0$

แล้วใช้เงื่อนไขสิ้นสุด ณ $t = t_{Lt}$ และ $\dot{z} = \dot{z}t = 0$

แทนลงในสมการที่ 3.23 จะได้

$$\frac{\dot{z}imp}{a\omega\cos\beta} + \frac{g\cos\alpha1}{a\omega^2\sin\beta}\ \mu_d\ \tan\beta\cos\alpha2(\tan\alpha2/\mu_d - 1)(\omega t - \omega ti)$$

$$- \mu_d\ \tan\beta\cos\alpha2(\cos\omega t - \cos\omega ti) = 0$$

$$LT = AP3\left[\sin\omega t_{Lb}(\omega t_{Lt} - \omega t_{He}) + \cos\omega t_{Lt} - \cos\omega t_{He}\right] - Wimp$$

$$= 0 \qquad 3.53$$

สมการที่ 3.53 นี้สามารถแก้ได้โดยวิธีการทางตัวเลขหรือวิธีการอื่นที่จะให้คำตอบเป็น ωt_{Bt} ซึ่งเป็นตำแหน่งเชิงมุมของถาดแยกที่จุดสิ้นสุดการไถลตัวลงนี้ เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องลงในสมการที่ 3.24 แล้วจะได้สมการของระยะทางที่อนุภาคไถลตัวลงตามแกน z คือ

$$\frac{z_{L2}}{a\cos\beta} = \frac{\dot{z}imp}{a\omega\cos\beta}(\omega t - \omega ti) + \Big[(0.5g\cos\alpha 1/a\omega^2\sin\beta)\ \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2$$

$$(\tan\alpha 2/\mu_d - 1)(\omega t - \omega ti)^2 - \mu_d \tan\beta\cos\alpha 2$$

$$\{(\sin\omega t - \sin\omega ti) - \cos\omega ti(\omega t - \omega ti)\}\Big]$$

$$ZL2 = Wimp(\omega t_{Lt} - \omega t_{He}) + \Big[0.5P3(P2 - 1)(\omega t_{Lt} - \omega t_{He})^2$$

$$- AP3\{(\sin\omega t_{Lt} - \sin\omega t_{He}) - \cos\omega t_{He}(\omega t_{Lt} - \omega t_{He})\}\Big] \qquad 3.54$$

3.5.3 <u>ระยะทางในการเคลื่อนตัวสุทธิ</u>

ระยะทางในการเคลื่อนตัวสุทธิของอนุภาคแบบไร้มิติ ΣX และ ΣZ หาได้จากผลรวมทางพีชคณิตระหว่างระยะทางในการเคลื่อนตัวแต่ละรูปแบบตลอดวัฏจักร จากนั้นระยะทางเฉลี่ยที่อนุภาคสามารถเคลื่อนตัวไปได้ในแต่ละวัฏจักรจะหาได้จากสมการ

$$xm = \Sigma Xa\cos\beta \qquad 3.55$$

$$zm = \Sigma Za\cos\beta \qquad 3.56$$

โดยวิถีการเคลื่อนตัวของอนุภาคจะกำหนดได้จาก

$$\theta = \tan^{-1} \Sigma X/\Sigma Z \qquad 3.57$$

และความเร็วเฉลี่ยในการเคลื่อนตัวของอนุภาคตามแนวแกน x และ z จะหาได้จากสมการ

$$\dot{x}m = xm.f \quad \text{และ} \quad \dot{z}m = zm.f \tag{3.58}$$

หรือแสดงได้ในเทอมของพารามิเตอร์การเคลื่อนตัว คือ

$$\dot{X} = \Sigma X/2\pi \quad \text{และ} \quad \dot{Z} = \Sigma Z/2\pi \tag{3.59}$$

และความเร็วรวมสุทธิของอนุภาคจะหาได้จาก

$$Vm = \left[\dot{x}m^2 + \dot{z}m^2 \right]^{1/2} \tag{3.60}$$