รายการอ้างอิง

[1] สมบูรณ์ แสงวงค์วาณิชย์, โคทม อารียา. “ระบบควบคุมมอเตอร์เหนี่ยวนำปราศจากเซ็นเซอร์วัดความเร็ว”, รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์ (ปีที่ 1) โครงการพัฒนาวงจรอิเล็กทรอนิกส์เพื่ออุตสาหกรรม ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ กระทรวงวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม, 2538.

[2] อุเทน นิตยาธารีกุล. “ระบบควบคุมเวกเตอร์ไร้เซนเซอร์วัดความเร็วที่อาศัยการประมาณค่าความเร็วจากแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ”, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

[3] มงคล แซ่เจีย. “วิธีการแก้ไขผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสำหรับระบบควบคุมเวกเตอร์ไร้เซนเซอร์วัดความเร็วที่ใช้ฟลักซ์เทียม”, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2545

[4] H. Sugimoto. “One Improving Measures of Stability in Regeration Opertion of Speed Sensorless Vector Control Induction Motor System Using Adaptive Observer of Secondary Magnetic Flux”, *Proc. of IPEC-Tokyo 2000,* Vol. 3, pp. 1069-1074.

[5] H. Umida et al. “Consideration about Problems and Solutions of Speed Estimation Method ans Parameter Tuning for Speed-Sensorless Vector Control of Induction Motor Drives”, *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, Vol. 38, No. 5, 2002, pp. 1282-1289.

[6] M. Tsuji et al. “A Sensorless Vector Control System for Induction Motors using q-Axis Flux with Stator Resistance Identification” , *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, Vol. 48, No. 1, 2001, pp. 185-194.

[7] T. Hamajima et al. “Sensorless Vector Control of Inducton Motor with Stator Resistance Identification Based on Augmented Error”, *Proc. of PCC-Osaka,* 2002, pp. 504-509.

บรรณานุกรม

[1] ชูเกียรติ นิธโยธาน. "ระบบควบคุมเวกเตอร์แบบควบคุมกระแสไร้เซนเซอร์วัดความเร็วสำหรับมอเตอร์เหนี่ยวนำ", วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

[2] สุรพงศ์ สุวรรณกวิน. "เทคนิคใหม่ในการวิเคราะห์เสถียรภาพและออกแบบระบบขับเคลื่อนมอเตอร์เหนี่ยวนำไร้เซนเซอร์วัดความเร็วที่ใช้การควบคุมแบบแยกการเชื่อมโยง", วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

[3] C. Schauder. "Adaptive Speed Identification for Vector Control of Induction Motors without Rotational Transducers", *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, Vol. IA-28, No. 5, 1992, pp. 1054-1061.

[4] C. Fang et al. "Robustness of Regional Pole Placement for Uncertain Continuous-Time Implicit System", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 39, No. 11, 1994, pp. 2303-2305.

[5] H. Kubota et al. "Stable Operation of Adaptive Observer Based Sensorless Induction Motor Drives in Regenerating Mode at Low Speeds", *Conf. Record of IEEE/IAS Annual Meeting 2001*, Vol. 1, pp.469-474.

[6] S. Sangwongwanish et al. "A Unified Approach to Speed and Parameter Identification of Induction Motor", *Conf. Record of IEEE/IECON*, 1991, pp. 712-715

[7] S. Sastry, M. Bodson. "Adaptive Control", Prentice Hall, New Jersy, 1989

ภาคผนวก

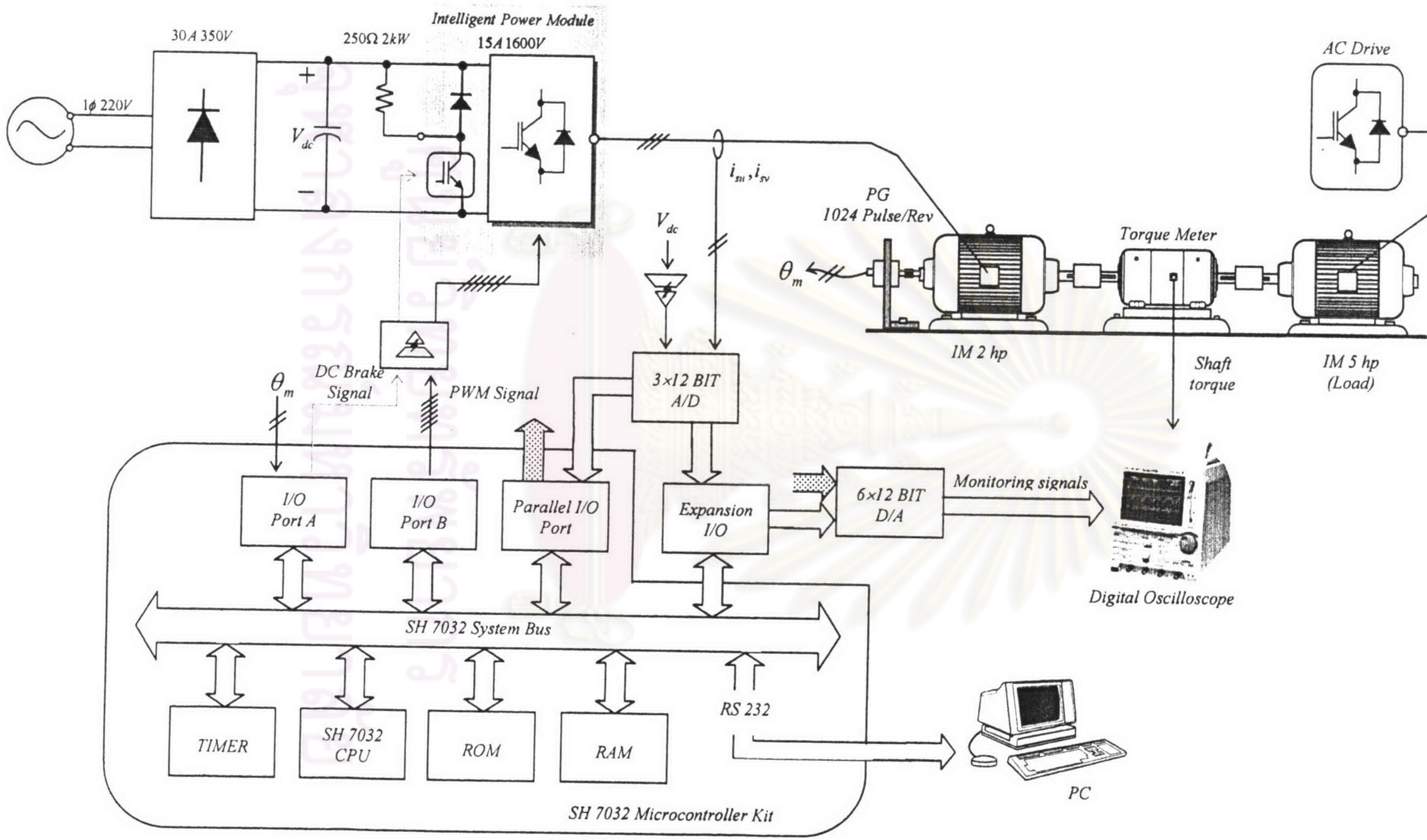
ภาคผนวก ก

ก.1 ฮาร์ดแวร์ของระบบ

รูป ก.1 แสดงให้เห็นถึงภาพรวมของฮาร์ดแวร์ของระบบควบคุมมอเตอร์เหนี่ยวนำที่พัฒนาขึ้น ในส่วนการคำนวณและประมวลผลเราได้ใช้บอร์ดสำเร็จรูปของไมโครคอนโทรลเลอร์ SH7032 ซึ่งประกอบด้วยตัวประมวลผล SH7032 ที่มีโครงสร้างทางสถาปัตยกรรมแบบ RISC โดยบอร์ดสำเร็จรูปนี้ประกอบด้วย สัญญาณนาฬิกาที่มีความถี่เท่ากับ 20 MHz, ROM, RAM (128 Kbytes), I/O พอร์ต A และพอร์ต B, I/O พอร์ตแบบขนาน (parallel port) (1 อินพุตพอร์ตและ 1 เอาท์พุตพอร์ต) และพอร์ตอนุกรม RS232 สำหรับฮาร์ดแวร์ที่เราพัฒนาเพิ่มเติมขึ้นมาได้แก่ I/O พอร์ตแบบขนานที่ขยายเพิ่มขึ้น (2 อินพุตและ 2 เอาท์พุต), วงจรแปลงสัญญาณ A/D ขนาด 12 บิต จำนวน 3 ช่อง และส่วนแปลงสัญญาณ D/A ขนาด 12 บิต จำนวน 3 ช่อง โดยในช่องที่ 3 เรามีการขยายตัวแปลงสัญญาณ D/A เพิ่มเป็น 4 ช่องสัญญาณ

ซอฟต์แวร์ที่ทำการพัฒนาบนคอมพิวเตอร์จะถูกถ่ายโอนมาที่ RAM บนบอร์ดสำเร็จรูปผ่านพอร์อนุกรม RS232 ข้อมูลของแรงดันบัสไฟตรงและกระแสมอเตอร์ที่ตรวจจับมาจะถูกแปลงเป็นสัญญาณดิจิตอลและถูกส่งมาที่บอร์ดควบคุมผ่านพอร์ตแบบขนาน สำหรับสัญญาณ PWM (6 สัญญาณ) และสัญญาณขับนำเบรกยูนิตที่ได้จากตัวประมวลผลจะถูกส่งไปยังอินเวอร์เตอร์ผ่าน I/O พอร์ต B และ A ตามลำดับ โดยสัญญาณทั้งหมดนี้จะถูกแยกโดดทางไฟฟ้าก่อนที่จะส่งผ่านไปที่ภาคกำลังของอินเวอร์เตอร์ สำหรับสัญญาณพัลส์จากตัวตรวจจับตำแหน่งของมอเตอร์ (θ_m) จะถูกส่งมาที่ I/O พอร์ต A ซึ่งเราจะใช้ในการเปรียบเทียบระหว่างค่าความเร็วจริงของมอเตอร์และความเร็วที่ประมาณค่าได้ในกรณีที่ตัวควบคุมทำงานในโหมดของการควบคุมแบบไร้เซนเซอร์วัดความเร็ว เราสามารถแสดงค่าสัญญาณต่างๆในตัวประมวลผลผ่านทางเอาท์พุตของพอร์ตแบบขนานที่เชื่อมต่ออยู่กับส่วนแปลงสัญญาณ D/A

ฮาร์ดแวร์ในส่วนของภาคกำลังนั้นจะมีโครงสร้างเหมือนอินเวอร์เตอร์พื้นฐานทั่วไปที่ประกอบด้วย ส่วนเรียงกระแสไฟตรง, ตัวเก็บประจุที่บัสไฟตรงและวงจรอินเวอร์เตอร์ซึ่งเราใช้ IPM (Intelligent Power Module) เป็นอุปกรณ์กำลังโดยมีเบรกยูนิตรวมอยู่ภายในด้วย สำหรับระบบขับเคลื่อนทางกลจะประกอบด้วยมอเตอร์เหนี่ยวนำที่เราขับเคลื่อนขนาด 2 hp โดยค่าพิกัดและค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์ได้แสดงไว้ในตารางที่ ก.1 ส่วนอัตราขยายป้อนกลับและอัตราขยาย PI ที่ใช้ในการทดลองสามารถสรุปได้ตารางที่ ก.2 โหลดที่ใช้ในระบบนี้จะเป็นมอเตอร์เหนี่ยวนำขนาด 5 hp ซึ่งมีชุดควบคุมแบบเวกเตอร์เป็นตัวขับเคลื่อน อุปกรณ์ตรวจจับแรงบิดจะถูกเชื่อมต่อระหว่างมอเตอร์ทั้งสองตัว เพื่อตรวจวัดค่าแรงบิดที่เพลา (shaft torque) ของมอเตอร์ในระหว่างการขับเคลื่อนโหลด



รูปที่ ก.1 โครงสร้างฮาร์ดแวร์ของระบบที่ใช้ในการทดสอบ

ตารางที่ ก.1 พิกัดและพารามิเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่ใช้ในงานวิจัย

$2HP, 220/380V, 50Hz, 6.0/3.0A, 1450rpm, 4Poles$	
$i_{sd} = 5.2\ A$	$i_{sq} = 9.0\ A$
$R_s = 1.40\ \Omega$	$R'_r = 0.80\ \Omega$
$L_s = 0.131\ H$	$L'_r = 0.120\ H$
$M' = 0.120\ H$	$J = 0.019\ kg \cdot m^2$

ตารางที่ ก.2 อัตราขยายปรับตัวและอัตราขยาย PI ที่ใช้ในการทดลอง

เมตริกซ์ขยายค่าความผิดพลาด $\mathbb{K}_1$	$\mathbb{K}_1 = [\mathbb{I} - k\mathbb{J}]$
เมตริกซ์ขยายค่าความผิดพลาด $\mathbb{K}_2$	$\mathbb{K}_2 = \mathrm{sgn}(\omega)90^\circ\left[\mathbb{I} - (\omega_s/\alpha)\mathbb{J}\right]\mathbb{K}_1$
อัตราขยายปรับตัว k_{i1}	$k_{i1} = 0.3/(T_s\hat{\lambda}_r^2)$ เมื่อ T_s : คาบการสุ่ม $= 500\mu s.$
อัตราขยายปรับตัว k_{i2}	$k_{i2} = 0.002$
อัตราขยาย PI ควบคุมกระแส	$k_p = 10, k_i = 2500$
อัตราขยาย PI ควบคุมความเร็ว	$k_p = 0.2, k_i = 1.0$

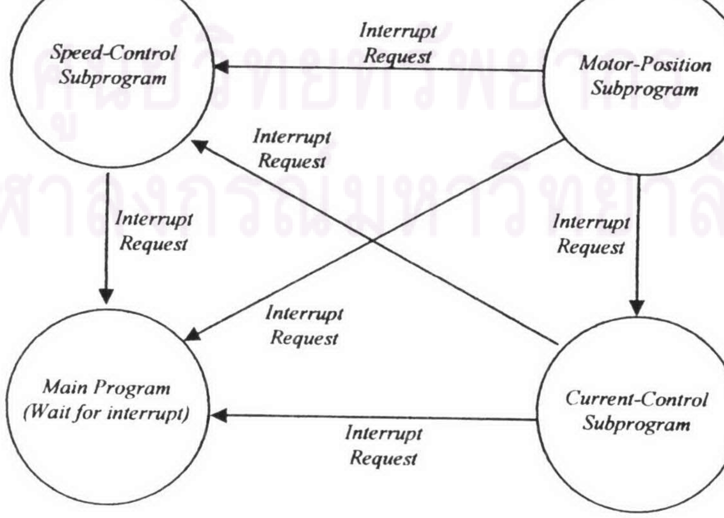
ก.2 ซอฟต์แวร์ของระบบ

จากโครงสร้างส่วนการควบคุมในรูปที่ 1.1 ไมโครคอนโทรลเลอร์จะหาผลต่างระหว่างความเร็วคำสั่ง (ω_m^*) และความเร็วประมาณ $(\hat{\omega}_m)$ ที่ได้จากตัวประมาณค่าความเร็วโดยอาศัยแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ เพื่อทำการคำนวณกระแสสร้างแรงบิด (i_{sq}^*) ผ่านตัวควบคุม PI ที่มีการจำกัดขนาดของสัญญาณออกไว้เพื่อไม่ให้กระแสมีค่าเกินพิกัด กระแส i_{sq}^* ที่คำนวณได้และกระแสสร้างฟลักซ์ (i_{sd}^*) ที่กำหนดให้มีค่าคงตัวที่พิกัด จะถูกใช้เป็นค่าคำสั่งในการควบคุมกระแสด้วยตัวควบคุม PI บนแกนหมุนที่มีการชดเชยแบบป้อนไปหน้า แรงดันคำสั่งที่ได้จะใช้ในการสร้างสัญญาณ PWM ด้วยวิธีสเปซเวกเตอร์

เนื่องจากระบบที่พัฒนาขึ้นมีลักษณะการควบคุมเป็นแบบต่อทอดเนื่อง (Cascade) โดยมีการควบคุมกระแสเป็นวงรอบในซึ่งจะต้องมีผลตอบสนองที่ไวกว่าการควบคุมความเร็วที่อยู่วงรอบนอก ดังนั้นเราจึงทำการแยกซอฟต์แวร์ในส่วนการควบคุมกระแสออกจากส่วนการควบคุมความเร็ว โดยให้ส่วนการควบคุมกระแสมีความถี่การสุ่มสัญญาณเท่ากับ 8 kHz และส่วนการ

ควบคุมความเร็วมีความถี่เท่ากับ 2 kHz ทั้งนี้นอกจากจะช่วยให้ส่วนการควบคุมกระแสมีผลตอบสนองที่ไวขึ้นแล้ว ยังทำให้ระลอกของกระแสเนื่องจากความถี่การสวิตช์มีขนาดลดลงและปราศจากเสียงรบกวนขณะที่มอเตอร์ทำงาน

ในส่วนรายละเอียดของซอฟต์แวร์การทำงานจะประกอบด้วย โปรแกรมหลัก และโปรแกรมย่อยสำหรับการเรียกใช้อินเทอรัปต์ 3 โปรแกรม ซึ่งได้แก่ โปรแกรมย่อยสำหรับควบคุมกระแส โปรแกรมย่อยสำหรับควบคุมความเร็ว และ โปรแกรมย่อยสำหรับอ่านค่าจากตัวตรวจจับตำแหน่งของมอเตอร์ ในที่นี้เราจะกำหนดให้โปรแกรมหลักทำหน้าที่ตั้งต้นค่าต่างๆให้กับตัวไมโครคอนโทรลเลอร์ จากนั้นโปรแกรมหลักจะเป็นเพียงที่พักรอการเรียกอินเทอรัปต์ต่างๆเท่านั้น โดยมีโปรแกรมย่อยสำหรับอ่านค่าจากตัวตรวจจับตำแหน่งของมอเตอร์มีค่าความสำคัญสูงสุด ตามด้วยโปรแกรมย่อยสำหรับควบคุมกระแสมีความสำคัญรองลงมา และสุดท้ายโปรแกรมย่อยสำหรับควบคุมความเร็วมีความสำคัญต่ำสุด การทำงานของระบบจะเริ่มต้นจากการเรียกขออินเทอรัปต์จากโปรแกรมย่อยต่างๆ โดยที่โปรแกรมย่อยที่มีความสำคัญสูงกว่าจะได้ใช้บริการอินเทอรัปต์ก่อนไม่ว่าโปรแกรมย่อยที่มีความสำคัญต่ำลงมาจะทำงานอยู่หรือไม่ ในทางกลับกันถ้าโปรแกรมย่อยที่มีความสำคัญสูงกว่าทำงานอยู่ โปรแกรมย่อยที่มีความสำคัญต่ำกว่าจะไม่สามารถเรียกใช้บริการอินเทอรัปต์ได้จนกว่าโปรแกรมย่อยนั้นจะทำงานเสร็จ และเมื่อระบบทำงานในแต่ละโปรแกรมย่อยเสร็จแล้ว ระบบจะกลับไปโปรแกรมหลักรอการเรียกอินเทอรัปต์ต่างๆต่อไป ดังแสดงในรูปที่ ก.2 โดยที่ทิศทางของลูกศรแสดงถึงความสามารถในการเรียกใช้อินเทอรัปต์ สำหรับซอฟต์แวร์ทั้งหมดสามารถเขียนแสดงด้วย PDL (Program Development Language) และไดอะแกรมเวลาดังรูปที่ ก.3 และ ก.4



รูปที่ ก.2 ไดอะแกรมสถานะและการเรียกใช้อินเทอรัปต์

ก.2.1 ซอฟต์แวร์ในส่วนโปรแกรมหลัก

ซอฟต์แวร์โมดูลนี้จะทำหน้าที่ตั้งค่าเริ่มต้นต่างๆ รวมทั้งอ่านค่าออฟเซตจากตัวตรวจจับกระแส และหลังจากนั้นจะรอการเรียกใช้บริการอินเทอรัปต์ต่างๆ

```
******************************************************************************
        Main Program
******************************************************************************
Module: Main
        Initialize.
                Initialize all variables, timer, interrupts priority and enable time interrupt.
                Read current offset
        Loop here and wait for interrupt request only.
******************************************************************************
```

ก.2.2 ซอฟต์แวร์ในส่วนโปรแกรมย่อยสำหรับอ่านค่าจากตัวตรวจจับตำแหน่งมอเตอร์

ซอฟแวร์โมดูลนี้มีลำดับความสำคัญการใช้บริการอินเทอรัปต์สูงสุด โดยใช้บริการอินเทอรัปต์ทุกๆ 125 ไมโครวินาที และโปรแกรมใช้การบริการอินเทอรัปต์ทั้งหมดประมาณ 1.5 ไมโครวินาที

```
******************************************************************************
        Position & Speed of Motor (8 kHz Interrupt Routine) Subprogram
******************************************************************************
Module: _IMIA3
        Clear interrupt flag
        Store all registers to stack
        Read motor position
                Update motor position data
                Calculate motor speed
        Pull up all register from stack
        Return Interrupt
End of _IMIA3.
******************************************************************************
```

ก.2.3 ซอฟต์แวร์โปรแกรมย่อยสำหรับการควบคุมกระแส

ซอฟต์แวร์ในโมดูลนี้มีลำดับความสำคัญการใช้บริการอินเทอรัปต์ต่ำลงมา การใช้อินเทอรัปต์ทุกๆ 125 ไมโครวินาที และ ใช้เวลาในการบริการอินเทอรัปต์ทั้งหมดประมาณ 90 ไมโครวินาที

****

Current Control (8 kHz Interrupt Routine) Subprogram

****

Module: _IMIA2

Clear interrupt flag

Store all registers in stack

Read motor current

Get i_{su}, i_{sv} from A/D

Get rotor flux angle

Convert i_{su}, i_{sv} to i_{sd}, i_{sq}

Current Controller

Get current command (i^*_{sd}, i^*_{sq}) from Speed-Control Interrupt

Current controller (PI) dq-axis

Calculate current error $(i^*_{sd} - i_{sd}, i^*_{sq} - i_{sq})$

Calculate PI output (u^*_{sd}, u^*_{sq})

Vector Controller

Get motor speed $(\hat{\omega}_m)$ from Speed-Control Interrupt

Calculate rotor flux magnitude $(\hat{\lambda}_r)$

Calculate slip frequency $(\hat{\omega}_s)$, rotor flux frequency $(\hat{\omega})$

Calculate rotor flux angle $(\hat{\rho})$

Calculate voltage command

Get stator resistance $(\hat{R}_s)$ from Speed-Control Interrupt

Calculate feedforward-decupling (f_d, f_q)

Calculate v^*_{sd}, v^*_{sq} by summation u^*_{sd}, u^*_{sq} and f_d, f_q

Read DC bus voltage

Get V_{dc} from A/D

Generate PWM signal

Convert v_{sd}^*, v_{sq}^* to $v_{un}^*, v_{vn}^*, v_{wn}^*$

Find medium value of $v_{un}^*, v_{vn}^*, v_{wn}^*$ to get v_{no}^*

Calculate $v_{uo}^*, v_{vo}^*, v_{wo}^*$

Compensate dead-time effect

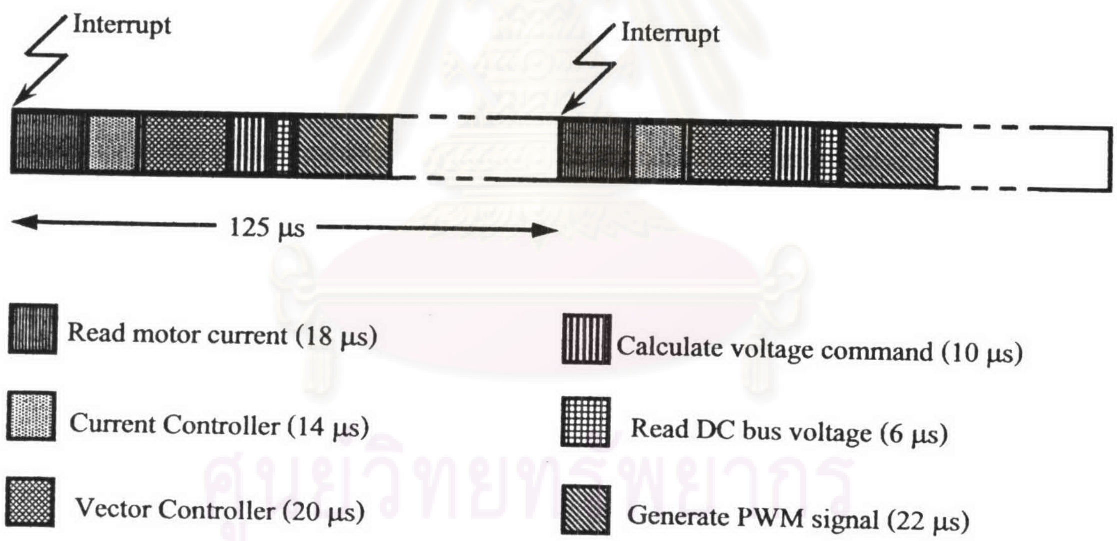
Calculate timing of switching pattern

Pop up all registers from stack

Return Interrupt

End of _IMIA2

****



รูปที่ ก.3 ไดอะแกรมเวลาของซอฟต์แวร์ส่วนการควบคุมกระแส

ก.2.4 ซอฟต์แวร์โปรแกรมย่อยสำหรับควบคุมความเร็ว

ซอฟต์แวร์ในโมดูลนี้มีลำดับความสำคัญการใช้บริการอินเทอรัปต์ต่ำสุด การใช้อินเทอรัปต์ทุกๆ 500 ไมโครวินาที และ ใช้เวลาในการบริการอินเทอรัปต์ทั้งหมดประมาณ 45 ไมโครวินาที

****

Speed Control (2 kHz Interrupt Routine) Subprogram

****

Module: _IMIA1

Clear interrupt flag

Store all registers in stack

Interrupt exception 1

Get i_{sd}, i_{sq} and u^*_{sd}, u^*_{sq} from Current Control Interrupt

Speed regulator (PI)

Get speed command (ω^*_m)

Calculate speed error $(\omega^*_m - \hat{\omega}_m)$

Calculate PI output (i^*_{sq})

Parameter estimation

Calculate output error (e_d, e_q)

Calculate estimated speed $(\hat{\omega}_m)$

Calculate estimated stator resistance $(\hat{R}_s)$

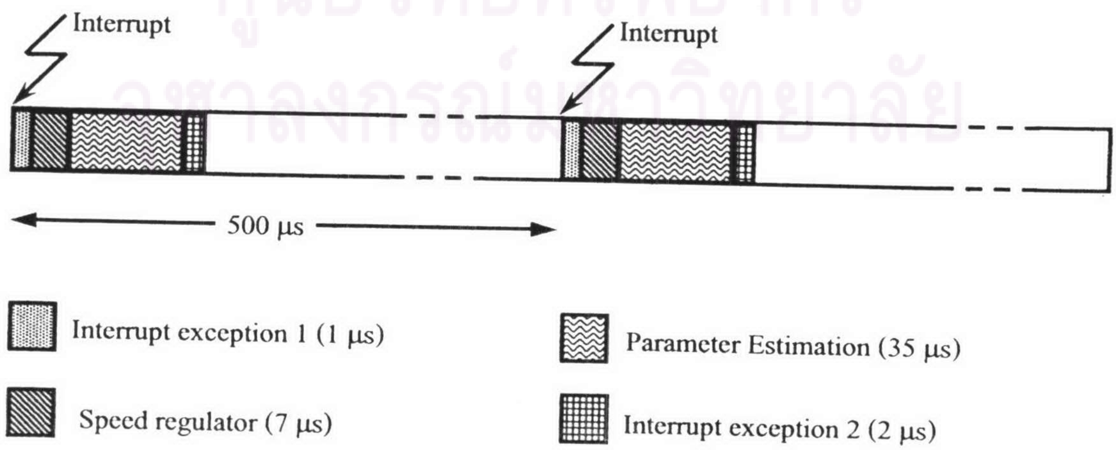
Interrupt exception 2

Transfer i^*_{sd}, i^*_{sq} and $\hat{\omega}_m$ to Current Control Interrupt

Return Interrupt

End of _IMIA1

****



รูปที่ ก.4 ไดอะแกรมเวลาของซอฟต์แวร์ส่วนควบคุมความเร็ว

ภาคผนวก ข

การคำนวณหาค่าความผิดพลาดในการประมาณค่าความเร็วเมื่อค่าพารามิเตอร์ของมอเตอร์เปลี่ยนแปลง

ในการวิเคราะห์ผลกระทบของพารามิเตอร์แต่ละตัวของมอเตอร์เหนี่ยวนำที่มีต่อความผิดพลาดในการประมาณค่าความเร็วนั้น เราจะถือว่าพารามิเตอร์ตัวอื่นๆที่ไม่ได้พิจารณาในขณะนั้นเป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงตัวและตรงกับค่าจริง และพารามิเตอร์ที่กำลังพิจารณาจะถือว่าเป็นค่าประมาณหรือแทนด้วยเครื่องหมาย" ^ "

ข.1 ผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำร่วมสมมูล

การเปลี่ยนแปลงของค่าความเหนี่ยวนำร่วมสมมูลซึ่งเป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งทางด้านโรเตอร์จะส่งผลกระทบต่อแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำประมาณ ($\hat{\bar{U}}$) และโรเตอร์ฟลักซ์ประมาณ ($\hat{\bar{\lambda}}_r$) ที่คำนวณได้ในแบบจำลองปรับตัว ดังแสดงในสมการ (ข.2) ส่วนในแบบจำลองอ้างอิงซึ่งคำนวณมาจากปริมาณทางด้านสเตเตอร์ ดังนั้นค่าแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำและโรเตอร์ฟลักซ์ที่คำนวณได้จะเป็นค่าจริงที่ตรงกับในมอเตอร์ดังแสดงในสมการ (ข.1)

Reference Model:
$$\bar{U} = \frac{d\bar{\lambda}_r}{dt} = R'_r \cdot \bar{i}_s + \left[-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J} \right] \cdot \bar{\lambda}_r \tag{ข.1}$$

Adjusted Model:
$$\begin{aligned}\hat{\bar{U}} &= \frac{d\hat{\bar{\lambda}}_r}{dt} = R'_r \cdot \bar{i}_s + \left[-\frac{R'_r}{\hat{M}'}\mathbb{I} + \hat{\omega}_m \mathbb{J} \right] \cdot \hat{\bar{\lambda}}_r \\ &= R'_r \cdot \bar{i}_s + \left[-R'_r \left\{ \frac{1}{M'} + \Delta\left(\frac{1}{M'}\right) \right\} \mathbb{I} + \hat{\omega}_m \mathbb{J} \right] \cdot \hat{\bar{\lambda}}_r\end{aligned} \tag{ข.2}$$

โดยที่ $\Delta(1/M') = 1/\hat{M}' - 1/M'$: ค่าความคลาดเคลื่อนของความเหนี่ยวนำร่วมสมมูล

จากความสัมพันธ์ $\bar{U} = d\bar{\lambda}/dt$ และ $\hat{\bar{U}} = d\hat{\bar{\lambda}}/dt$ เราสามารถหาค่าความผิดพลาดของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\bar{e}$ ตามสมการ (2.6) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.3)

$$\bar{e} = \bar{U} - \hat{\bar{U}} = \frac{d}{dt}(\bar{\lambda}_r - \hat{\bar{\lambda}}_r) \tag{ข.3}$$

และจากการนำสมการ (ข.1) ลบ (ข.2) จะได้ค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำดังแสดงในสมการ (ข.4)

$$\vec{e} = -\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}\right) + R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\hat{\vec{\lambda}}_r + \omega_m \mathbb{J}\vec{\lambda}_r - \hat{\omega}_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$\vec{e} = -\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}\right) + R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\hat{\vec{\lambda}}_r + \left(\omega_m \mathbb{J}\vec{\lambda}_r - \omega_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \left(\omega_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r - \hat{\omega}_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right)$$

$$\vec{e} = -\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\hat{\vec{\lambda}}_r + \omega_m \mathbb{J}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \left(\omega_m - \hat{\omega}_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$\vec{e} = \left(-\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right)\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \left(R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\mathbb{I} + \Delta\omega_m \mathbb{J}\right)\hat{\vec{\lambda}}_r \qquad (ข.4)$$

โดยที่ $\Delta\omega_m = \omega_m - \hat{\omega}_m$: ค่าความผิดพลาดของความเร็ว

ภายใต้เงื่อนไขว่า ω_m มีการเปลี่ยนแปลงช้ามาก เราสามารถทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (ข.4) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.5)

$$\frac{d}{dt}\vec{e} = \left(-\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right)\frac{d}{dt}(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r) + \frac{d}{dt}\left(R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\mathbb{I} + \Delta\omega_m \mathbb{J}\right)\hat{\vec{\lambda}}_r \qquad (ข.5)$$

จากความสัมพันธ์ $d(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r)/dt = \vec{e}$ ในสมการ (ข.3) แทนลงในสมการ (ข.5) จากนั้นแทน d/dt ให้อยู่ในรูป $s\mathbb{I}$ จะได้สมการค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่เกิดความ $\Delta\omega_m$ และ $\Delta\left(1/M'\right)$ ดังแสดงในสมการ (ข.6)

$$s\mathbb{I} \cdot \vec{e} = \left(-\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right)\vec{e} + s\mathbb{I} \cdot \left(R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\mathbb{I} + \Delta\omega_m \mathbb{J}\right)\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$\vec{e} = \left[\left(s - \alpha\right)\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right]^{-1} s\mathbb{I} \cdot \left(R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\mathbb{I} + \Delta\omega_m \mathbb{J}\right)\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$\vec{e} = \mathbb{G}(s) \cdot \left(R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\mathbb{I} + \Delta\omega_m \mathbb{J}\right)\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$\vec{e} = \mathbb{G}(s) \cdot R_r' \cdot \Delta\left(1/M'\right)\hat{\vec{\lambda}}_r + \mathbb{G}(s) \cdot \Delta\omega_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r \qquad (ข.6)$$

โดยที่ $\mathbb{G}(s) = \left[\left(s - \alpha\right)\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right]^{-1} s\mathbb{I}$ และ $\alpha = R_r' / M'$

จากสมการ (2.6) เราสามารถหาค่าความผิดพลาดของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็ว $\vec{e}_m$ ได้ดังสมการ (ข.7)

$$\vec{e}_m = \mathbb{K}_1 \mathbb{G}(s) \cdot \left\{\Delta\omega_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right\} + \mathbb{K}_1 \mathbb{G}(s) \cdot \left\{R_r' \Delta\left(1/M'\right)\hat{\vec{\lambda}}_r\right\} \qquad (ข.7)$$

จากสมการ (ข.7) เมื่อย้ายแกนอ้างอิงจากแกนอ้างอิงสเตเตอร์ (แกน $\alpha - \beta$) ไปเป็นแกนอ้างอิงโรเตอร์ฟลักซ์ (แกน $d - q$) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.8)

$$\begin{bmatrix} e_{md} \\ e_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G'_{m11}(s) & G'_{m12}(s) \\ G'_{m21}(s) & G'_{m22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\lambda}_r \end{bmatrix} \Delta\omega_m + \begin{bmatrix} G'_{m11}(s) & G'_{m12}(s) \\ G'_{m21}(s) & G'_{m22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_r \\ 0 \end{bmatrix} R'_r \Delta\left(1/M'\right) \quad (ข.8)$$

เมื่อ
$$\begin{bmatrix} G'_{m11}(s) & G'_{m12}(s) \\ G'_{m21}(s) & G'_{m22}(s) \end{bmatrix} = \mathbb{G}'_m(s) = \mathbb{K}_1 \cdot \mathbb{G}(s')\big|_{s'\mathbb{I}=s\mathbb{I}+\omega\mathbb{J}} \quad (ข.9)$$

$$G'_{m11}(s) = G'_{m22}(s) = \frac{s^2 + (\alpha + k\omega_m)s + \omega\left(k\alpha + \omega_s\right)}{\left(s+\alpha\right)^2 + \omega_s^2} \quad (ข.10)$$

$$G'_{m12}\left(s\right) = G'_{m21}\left(s\right) = \frac{-ks^2 + (\omega_m - k\alpha)s + \omega\left(\alpha - k\omega_s\right)}{\left(s+\alpha\right)^2 + \omega_s^2} \quad (ข.11)$$

จากสมการ (2.5) องค์ประกอบของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\bar{e}_m$ ที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็วจริงๆ คือ e_{mq} ดังแสดงในสมการ (ข.12)

$$e_{mq} = G'_{m22}(s) \cdot \hat{\lambda}_r \Delta\omega_m + G'_{m21}(s) \cdot \hat{\lambda}_r R_r \Delta\left(1/M'\right) \quad (ข.12)$$

เมื่อระบบประมาณเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว ระบบจะปรับตัวให้ค่า e_{mq} จะมีค่าเป็นศูนย์ และจากการแทนค่า $e_{mq} = 0$ และ $s = 0$ ลงในสมการ (ข.12) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta\omega_m$ และ $\Delta\left(1/M'\right)$ ในสภาวะอยู่ตัว ดังแสดงในสมการ (ข.13)

$$0 = G'_{m22}(0) \cdot \hat{\lambda}_r \Delta\omega_m + G'_{m21}(0) \cdot \hat{\lambda}_r \Delta\left(1/M'\right)$$

$$\therefore \frac{\Delta\omega_m}{\Delta(1/M')} = -\frac{G'_{m21}\left(0\right) R'_r}{G'_{m22}\left(0\right)} = \frac{R'_r\left(k\omega_s - \alpha\right)}{\left(k\alpha + \omega_s\right)} \quad (ข.13)$$

ข.2 ผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทานโรเตอร์สมมูล

การเปลี่ยนแปลงของความต้านทานโรเตอร์สมมูลซึ่งเป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งทางด้านโรเตอร์จะส่งผลกระทบต่อแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำประมาณ ($\hat{\bar{U}}$) และโรเตอร์ฟลักซ์ประมาณ ($\hat{\bar{\lambda}}_r$) ที่คำนวณได้ในแบบจำลองปรับตัว ดังแสดงในสมการ (ข.15) ส่วนในแบบจำลองอ้างอิงซึ่งคำนวณมาจากปริมาณทางด้านสเตเตอร์ ดังนั้นค่าแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำและโรเตอร์ฟลักซ์ที่คำนวณได้จะเป็นค่าจริงที่ตรงกับในมอเตอร์ดังแสดงในสมการ (ข.14)

Reference Model: $$\vec{U}=\frac{d\vec{\lambda}_r}{dt}=R'_r\cdot\vec{i}_s+\left[-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}+\omega_m\mathbb{J}\right]\cdot\vec{\lambda}_r \qquad (ข.14)$$

Adjusted Model: $$\hat{\vec{U}}=\frac{d\hat{\vec{\lambda}}_r}{dt}=\hat{R}'_r\cdot\vec{i}_s+\left[-\frac{\hat{R}'_r}{M'}\mathbb{I}+\hat{\omega}_m\mathbb{J}\right]\cdot\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$=\left(R'_r-\Delta R'_r\right)\cdot\vec{i}_s+\left[-\frac{\left(R'_r-\Delta R'_r\right)}{M'}\mathbb{I}+\hat{\omega}_m\mathbb{J}\right]\cdot\hat{\vec{\lambda}}_r \qquad (ข.15)$$

โดยที่ $\Delta R'_r=R'_r-\hat{R}'_r$: ค่าความคลาดเคลื่อนของความต้านทานโรเตอร์สมมูล

จากสมการ (ข.14) และ (ข.15) สามารถหาค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\vec{e}$ ได้ดังแสดงในสมการ (ข.16)

$$\vec{e}=\Delta R'_r\vec{i}_s-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)-\frac{\Delta R'_r}{M'}\hat{\vec{\lambda}}+\omega_m\mathbb{J}\vec{\lambda}_r-\hat{\omega}_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$\vec{e}=\frac{\Delta R'_r}{M'}\left(M'\vec{i}_s-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\omega_m\mathbb{J}\left(\vec{\lambda}_r-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\left(\omega_m-\hat{\omega}_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r$$

$$\vec{e}=\left(-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}+\omega_m\mathbb{J}\right)\left(\vec{\lambda}_r-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\frac{\Delta R'_r}{M'}\left(M'\vec{i}_s-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\Delta\omega_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r \qquad (ข.16)$$

ภายใต้เงื่อนไขว่า ω_m มีการเปลี่ยนแปลงช้ามาก เราสามารถทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (ข.16) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.17)

$$\frac{d}{dt}\vec{e}=\left(-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}+\omega_m\mathbb{J}\right)\frac{d}{dt}\left(\vec{\lambda}_r-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta R'_r}{M'}\left(M'\vec{i}_s-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\Delta\omega_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right) \qquad (ข.17)$$

จากความสัมพันธ์ $d(\vec{\lambda}_r-\hat{\vec{\lambda}}_r)/dt=\vec{e}$ แทนลงในสมการ (ข.17) จากนั้นแทน d/dt ให้อยู่ในรูป $s\mathbb{I}$ จะได้สมการค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่เกิดจาก $\Delta\omega_m$ และ $\Delta R'_r$ ดังแสดงในสมการ (ข.17)

$$s\mathbb{I}\cdot\vec{e}=\left(-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}+\omega_m\mathbb{J}\right)\vec{e}+s\mathbb{I}\cdot\left(\frac{\Delta R'_r}{M'}\left(M'\vec{i}_s-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\Delta\omega_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right)$$

$$\vec{e}=\left[\left(s-\alpha\right)\mathbb{I}+\omega_m\mathbb{J}\right]^{-1}s\mathbb{I}\cdot\left(\frac{\Delta R'_r}{M'}\left(M'\vec{i}_s-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\Delta\omega_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right)$$

$$\vec{e}=\mathbb{G}(s)\cdot\frac{\Delta R'_r}{M'}\left(M'\vec{i}_s-\hat{\vec{\lambda}}_r\right)+\mathbb{G}(s)\cdot\Delta\omega_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r \qquad (ข.17)$$

จากสมการ (2.6) เราสามารถหาค่าความผิดพลาดของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็ว $\vec{e}_m$ ได้ดังสมการ (ข.18)

$$\begin{bmatrix} e_{md} \\ e_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G'_{m11}(s) & G'_{m12}(s) \\ G'_{m21}(s) & G'_{m22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\lambda}_r \end{bmatrix} \Delta\omega_m + \begin{bmatrix} G'_{m11}(s) & G'_{m12}(s) \\ G'_{m21}(s) & G'_{m22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Mi_{sd} - \hat{\lambda}_r \\ Mi_{sq} \end{bmatrix} \frac{\Delta R'_r}{M'} \quad (ข.18)$$

จากสมการ (2.5) องค์ประกอบของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\bar{e}_m$ ที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็วจริงๆ คือ e_{mq} และระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว e_{mq} จะมีค่าเป็นศูนย์และ $Mi_{sd} = \hat{\lambda}_r$ ดังนั้น เมื่อแทน $e_{mq} = 0$ และ $s = 0$ ลงในสมการ (ข.18) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta\omega_m$ และ $\Delta R'_r$ ในสภาวะอยู่ตัว ดังแสดงในสมการ (ข.19)

$$e_{mq} = 0 = G'_{m22}(0) \cdot \left\{ \hat{\hat{\lambda}}_r \cdot \Delta\omega_m \right\} + \left\{ G'_{m21}(0) \cdot \left(\cancel{M' i_{sd} - \hat{\lambda}_r} \right) + G'_{m22}(0) \cdot M' i_{sq} \right\} \frac{\Delta R'_r}{M'}$$

$$\therefore \frac{\Delta\omega_m}{\Delta R'_r} = -\frac{G_{m22}(0) \cdot i_{sq}}{G_{m22}(0) \cdot \hat{\lambda}_r} = -\frac{i_{sq}}{\hat{\lambda}_r} \quad (ข.19)$$

ข.3 ผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำรั่วไหลรวม

ค่าความเหนี่ยวนำรั่วไหลรวมเป็นพารามิเตอร์ทางด้านสเตเตอร์ การเปลี่ยนแปลงของค่าความเหนี่ยวนำรั่วไหลรวมจะมีผลเป็นเสมือนสัญญาณรบกวน ที่รวมเข้ามากับแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำขาออก ($\bar{U}$) ที่คำนวณได้จากจากแบบจำลองอ้างอิง ดังแสดงในสมการ (ข.19) และ (ข.20) สำหรับในแบบจำลองปรับตัวซึ่งไม่ได้รับผลกระทบดังกล่าวยังคงมีค่าเหมือนเดิม ดังแสดงในสมการ (ข.21)

Reference Model:

$$\bar{U} = \bar{v}_s - \left[R_s + \widehat{\sigma L_s} \frac{d}{dt} \right] \cdot \bar{i} = \bar{v}_s - \left[R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt} \right] \cdot \bar{i}_s + \Delta(\sigma L_s) \frac{d\bar{i}_s}{dt} \quad (ข.19)$$

$$\bar{U} = \frac{d\bar{\lambda}_r}{dt} + \Delta(\sigma L_s) \frac{d\bar{i}_s}{dt} = R'_r \cdot \bar{i}_s + \left[-\frac{R'_r}{M'} \mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J} \right] \cdot \bar{\lambda}_m + \Delta(\sigma L_s) \frac{d\bar{i}_s}{dt} \quad (ข.20)$$

Adjusted Model:

$$\hat{\bar{U}} = \frac{d\hat{\bar{\lambda}}_r}{dt} = R'_r \cdot \bar{i}_s + \left[-\frac{R'_r}{M'} \mathbb{I} + \hat{\omega}_m \mathbb{J} \right] \cdot \hat{\bar{\lambda}}_r \quad (ข.21)$$

โดยที่ $\Delta(\sigma L_s) \frac{d\bar{i}_s}{dt}$: สัญญาณรบกวน เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำรั่วไหลรวม

$\Delta(\sigma L_s) = \sigma L_s - \widehat{\sigma L_s}$: ค่าความคลาดเคลื่อนของความเหนี่ยวนำรั่วไหลรวม

จากความสัมพันธ์ $\vec{U} = d\vec{\lambda}/dt + \Delta(\sigma L_s)\cdot d\vec{i}_s/dt$ และ $\hat{\vec{U}} = d\hat{\vec{\lambda}}/dt$ เราสามารถหาค่าความผิดพลาดของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\vec{e}$ ตามสมการ (2.6) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.22)

$$\vec{e} = \vec{U} - \hat{\vec{U}} = \frac{d}{dt}(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r) + \Delta(\sigma L_s)\frac{d}{dt}\vec{i}_s \qquad (ข.22)$$

และจากการนำสมการ (ข.20) ลบ (ข.21) สามารถหาค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\vec{e}$ ได้ดังแสดงในสมการ (ข.23)

$$\begin{aligned}
\vec{e} &= -\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \omega_m\mathbb{J}\vec{\lambda}_r - \hat{\omega}_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta\left(\sigma L_s\right)\frac{d\vec{i}_s}{dt} \\
\vec{e} &= -\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \omega_m\mathbb{J}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \left(\omega_m - \hat{\omega}_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta\left(\sigma L_s\right)\frac{d\vec{i}_s}{dt} \\
\vec{e} &= \left(-\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I} + \omega_m\mathbb{J}\right)\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta\left(\sigma L_s\right)\frac{d\vec{i}_s}{dt} \qquad (ข.23)
\end{aligned}$$

ภายใต้เงื่อนไขว่า ω_m มีการเปลี่ยนแปลงช้ามาก เราสามารถทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (ข.23) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.24)

$$\frac{d}{dt}\vec{e} = \left(-\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I} + \omega_m\mathbb{J}\right)\frac{d}{dt}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \frac{d}{dt}\left(\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta\left(\sigma L_s\right)\frac{d\vec{i}_s}{dt}\right) \qquad (ข.24)$$

จากสมการ (ข.22) ความสัมพันธ์ $d(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r)/dt = \vec{e} - \Delta\left(\sigma L_s\right)\cdot d\vec{i}_s/dt$ แทนลงในสมการ (ข.24) จากนั้นแทน d/dt ให้อยู่ในรูป $s\mathbb{I}$ จะได้สมการค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่เกิดจาก $\Delta\omega_m$ และ $\Delta(\sigma L_s)$ ดังแสดงในสมการ (ข.25)

$$\begin{aligned}
s\mathbb{I}\cdot\vec{e} &= \left(-\frac{R_r'}{M'}\mathbb{I} + \omega_m\mathbb{J}\right)\left(\vec{e} - \Delta\left(\sigma L_s\right)s\mathbb{I}\cdot\vec{i}_s\right) + s\mathbb{I}\cdot\left(\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta\left(\sigma L_s\right)s\mathbb{I}\cdot\vec{i}_s\right) \\
\vec{e} &= \left[\left(s-\alpha\right)\mathbb{I} + \omega_m\mathbb{J}\right]^{-1} s\mathbb{I}\cdot\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta\left(\sigma L_s\right)s\mathbb{I}\cdot\vec{i}_s \\
\vec{e} &= \mathbb{G}(s)\cdot\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta\left(\sigma L_s\right)s\mathbb{I}\cdot\vec{i}_s \qquad (ข.25)
\end{aligned}$$

จากสมการ (2.25) เราสามารถหาค่าความผิดพลาดของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็ว $\vec{e}_m$ ได้ดังสมการ (ข.26)

$$\vec{e}_m = \mathbb{K}_1\mathbb{G}(s)\cdot\left\{\Delta\omega_m\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right\} + \mathbb{K}_1\Delta\left(\sigma L_s\right)s\mathbb{I}\cdot\vec{i}_s \qquad (ข.26)$$

จากสมการ (ข.26) เมื่อย้ายแกนอ้างอิงจากแกนอ้างอิงสเตเตอร์ (แกน $\alpha-\beta$) ไปเป็นแกนอ้างอิงโรเตอร์ฟลักซ์ (แกน $d-q$) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.27)

$$\begin{bmatrix} e_{md} \\ e_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G'_{m11}(s) & G'_{m12}(s) \\ G'_{m21}(s) & G'_{m22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\lambda}_r \end{bmatrix} \Delta\omega_m + \begin{bmatrix} s+k\omega & ks-\omega \\ -ks+\omega & s+k\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \Delta(\sigma L_s) \quad (\text{ข.27})$$

จากสมการ (2.5) องค์ประกอบของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\vec{e}_m$ ที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็วจริงๆ คือ e_{mq} และระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว e_{mq} จะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นเมื่อแทน $e_{mq}=0$ และ $s=0$ ลงในสมการ (ข.27) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta\omega_m$ และ $\Delta(\sigma L_s)$ ในสภาวะอยู่ตัว ดังแสดงในสมการ (ข.28)

$$\begin{aligned} e_{mq} = 0 &= G'_{m22}(0)\cdot\hat{\lambda}_r\Delta\omega_m + \omega\left(i_{sd}+ki_{sq}\right)\Delta\left(\sigma L_s\right) \\ \therefore \frac{\Delta\omega_m}{\Delta\left(\sigma L_s\right)} &= -\frac{\omega\left(i_{sd}+ki_{sq}\right)}{G'_{m22}(0)\cdot\hat{\lambda}_r} = -\frac{\left(\alpha^2+\omega_s^2\right)(i_{sd}+ki_{sq})}{\left(k\alpha+\omega_s\right)\hat{\lambda}_r} \end{aligned} \quad (\text{ข.28})$$

ข.4 ผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทานสเตเตอร์

ค่าความต้านทานสเตเตอร์เป็นพารามิเตอร์ทางด้านสเตเตอร์ การเปลี่ยนแปลงของค่าความต้านทานสเตเตอร์จะมีผลเป็นเสมือนสัญญาณรบกวน ที่รวมเข้ามากับแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำขาออก $(\vec{U})$ ที่คำนวณได้จากจากแบบจำลองอ้างอิง ดังแสดงในสมการ (ข.29) และ (ข.30) สำหรับในแบบจำลองปรับตัวซึ่งไม่ได้รับผลกระทบดังกล่าวยังคงมีค่าเหมือนเดิม ดังแสดงในสมการ(ข.31)

Reference Model:

$$\vec{U} = \vec{v}_s - \left[\hat{R}_s + \sigma L_s \frac{d}{dt}\right]\cdot\vec{i}_s = \vec{v}_s - \left[R_s + \sigma L_s \frac{d}{dt}\right]\cdot\vec{i}_s + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s \quad (\text{ข.29})$$

$$\vec{U} = \frac{d\vec{\lambda}_r}{dt} + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s = R'_r \cdot \vec{i}_s + \left[-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right]\cdot\vec{\lambda}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s \quad (\text{ข.30})$$

Adjusted Model:

$$\hat{\vec{U}} = \frac{d\hat{\vec{\lambda}}_r}{dt} = R'_r \cdot \vec{i}_s + \left[-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I} + \hat{\omega}_m \mathbb{J}\right]\cdot\hat{\vec{\lambda}}_r \quad (\text{ข.31})$$

โดยที่ $\Delta R_s \cdot \vec{i}_s$: สัญญาณรบกวน เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทานสเตเตอร์

$\Delta R_s = R_s - \widehat{R}_s$: ค่าความคลาดเคลื่อนของความต้านทานสเตเตอร์

จากความสัมพันธ์ $\vec{U} = d\vec{\lambda}/dt + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s$ และ $\hat{\vec{U}} = d\hat{\vec{\lambda}}/dt$ เราสามารถหาค่าความผิดพลาดของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\vec{e}$ ตามสมการ (2.6) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.32)

$$\vec{e} = \vec{U} - \hat{\vec{U}} = \frac{d}{dt}(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r) + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s \tag{ข.32}$$

และจากการนำสมการ (ข.30) ลบ (ข.31) สามารถหาค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\vec{e}$ ได้ดังแสดงในสมการ (ข.33)

$$\vec{e} = -\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \omega_m \mathbb{J}\vec{\lambda}_r - \hat{\omega}_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s$$
$$\vec{e} = -\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \omega_m \mathbb{J}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \left(\omega_m - \hat{\omega}_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s$$
$$\vec{e} = \left(-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right)\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s \tag{ข.33}$$

ภายใต้เงื่อนไขว่า ω_m มีการเปลี่ยนแปลงช้ามาก เราสามารถทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (ข.33) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.34)

$$\frac{d}{dt}\vec{e} = \left(-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right)\frac{d}{dt}\left(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r\right) + \frac{d}{dt}\left(\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s\right) \tag{ข.34}$$

จากสมการ (ข.22) ความสัมพันธ์ $d(\vec{\lambda}_r - \hat{\vec{\lambda}}_r)/dt = \vec{e} - \Delta R_s \cdot \vec{i}_s$ แทนลงในสมการ (ข.34) จากนั้นแทน d/dt ให้อยู่ในรูป $s\mathbb{I}$ จะได้สมการค่าความผิดพลาดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่เกิดจาก $\Delta\omega_m$ และ ΔR_s ดังแสดงในสมการ (ข.35)

$$s\mathbb{I}\cdot\vec{e} = \left(-\frac{R'_r}{M'}\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right)\left(\vec{e} - \Delta R_s \cdot \vec{i}_s\right) + s\mathbb{I}\cdot\left(\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s\right)$$
$$\vec{e} = \left[\left(s - \alpha\right)\mathbb{I} + \omega_m \mathbb{J}\right]^{-1} s\mathbb{I}\cdot\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s$$
$$\vec{e} = \mathbb{G}(s)\cdot\left(\Delta\omega_m\right)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r + \Delta R_s \cdot \vec{i}_s \tag{ข.35}$$

จากสมการ (2.25) เราสามารถหาค่าความผิดพลาดของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็ว $\vec{e}_m$ ได้ดังสมการ (ข.36)

$$\vec{e}_m = \mathbb{K}_1\mathbb{G}(s)\cdot\left\{\Delta\omega_m \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\right\} + \mathbb{K}_1\Delta R_s \cdot \vec{i}_s \tag{ข.36}$$

จากสมการ (ข.36) เมื่อย้ายแกนอ้างอิงจากแกนอ้างอิงสเตเตอร์ (แกน $\alpha - \beta$) ไปเป็นแกนอ้างอิงโรเตอร์ฟลักซ์ (แกน $d - q$) ได้ดังแสดงในสมการ (ข.37)

$$\begin{bmatrix} e_{md} \\ e_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G'_{m11}(s) & G'_{m12}(s) \\ G'_{m21}(s) & G'_{m22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\lambda}_r \end{bmatrix} \Delta\omega_m + \begin{bmatrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \Delta R_s \qquad (\text{ข}.37)$$

จากสมการ (2.5) องค์ประกอบของแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำ $\vec{e}_m$ ที่ใช้ในการประมาณค่าความเร็วจริงๆ คือ e_{mq} และระบบเข้าสู่สภาวะอยู่ตัว e_{mq} จะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นเมื่อแทน $e_{mq} = 0$ และ $s = 0$ ลงในสมการ (ข.37) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta\omega_m$ และ ΔR_s ในสภาวะอยู่ตัว ดังแสดงในสมการ (ข.38)

$$\begin{aligned} e_{mq} = 0 &= G'_{m22}(0) \cdot \hat{\lambda}_r \Delta\omega_m + \left(i_{sq} - k i_{sd}\right) \Delta R_s \\ \therefore \frac{\Delta\omega_m}{\Delta R_s} &= -\frac{\left(-k i_{sd} + i_{sq}\right)}{G'_{m22}(0) \cdot \hat{\lambda}_r} = \frac{\left(\alpha^2 + \omega_s^2\right)(k i_{sd} - i_{sq})}{\omega\left(k\alpha + \omega_s\right)\hat{\lambda}_r} \end{aligned} \qquad (\text{ข}.38)$$

ภาคผนวก ค

การจัดรูปสมการค่าความผิดพลาดในการประมาณค่าความเร็วและความต้านทานสเตเตอร์ด้วยเทคนิค Averaging analysis

ในที่นี้เราจะแสดงที่มาของสมการ (4.10) อย่างละเอียดดังต่อไปนี้ จากสมการ (4.9) นำมาแสดงใหม่ได้ดังสมการ (ค.1)

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta\omega_m \\ \Delta R_s\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_{i1}\vec{w}_1^T\mathbb{K}_1\left(\mathbb{G}(s)\mathbb{J}\hat{\bar{\lambda}}_r\Delta\omega_m + \bar{i}_s\Delta R_s\right) \\ k_{i2}\vec{w}_2^T\mathbb{K}_2\left(\mathbb{G}(s)\mathbb{J}\hat{\bar{\lambda}}_r\Delta\omega_m + \bar{i}_s\Delta R_s\right)\end{bmatrix} \tag{ค.1}$$

เมื่อใช้ Averaging analysis มาช่วยวิเคราะห์สมการ (ค.1) โดยมีสมมติฐานว่าอัตราขยายการปรับตัว (Aadaptation gain) k_{i1} และ k_{i2} มีค่าน้อยจนการเปลี่ยนแปลงของ $\hat{\bar{\lambda}}_r$ และ $\bar{i}_s$ เร็วกว่าการเปลี่ยนแปลงของ $\Delta\omega_m$ และ ΔR_s มาก กล่าวคือเกิด Separation of time scale ในระบบ ดังนั้นถ้าเราใช้ค่าเฉลี่ยของ $\bar{e}$ ในสมการของ $\Delta\omega_m$ และ ΔR_s เราก็จะสามารถศึกษาลักษณะสมบัติของระบบในสมการ(ค.1) ได้ง่ายขึ้นโดยเริ่มต้นเราจะสมมติฐานให้

$$\hat{\mathbb{G}}(\mathbb{J}\hat{\bar{\lambda}}_r\Delta\omega_m) \cong \hat{\mathbb{G}}(\mathbb{J}\hat{\bar{\lambda}}_r)\Delta\omega_m \tag{ค.2}$$

$$\vec{w}_1(t) = \left(\sum_{m=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{-\infty}\right)\vec{a}_m e^{j\omega_m t} \tag{ค.3}$$

$$\vec{w}_2(t) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} + \sum_{n=0}^{-\infty}\right)\vec{b}_n e^{j\omega_n t} \tag{ค.4}$$

โดยที่

$\hat{\mathbb{G}}(...)$: เมตริกซ์โอนย้าย $\mathbb{G}(s)$ ในโดเมนเวลา

จากสมการ(ค.1) เราจะได้ $d\Delta\omega_m/dt$ ในรูปค่าเฉลี่ยทางเวลา $(d\Delta\omega_m/dt)_{av}$ ดังนี้

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\,\Delta\omega_m}{dt}\right)_{\text{av}} &= -k_{i1}\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_1^T\mathbb{K}_1\left(\mathbb{G}(s)\mathbb{J}\hat{\bar{\lambda}}_r\Delta\omega_m + \bar{i}_s\Delta R_s\right)dt\right] \\ &= -k_{i1}\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_1^T\mathbb{K}_1\hat{\mathbb{G}}(\vec{w}_1)\,dt\right](\Delta\omega_m)_{\text{av}} - k_{i1}\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_1^T\mathbb{K}_1\vec{w}_2\,dt\right](\Delta R_s)_{\text{av}} \\ &= -(D_{11})_{\text{av}}(\Delta\omega_m)_{\text{av}} - (D_{12})_{\text{av}}(\Delta R_s)_{\text{av}}\end{aligned} \tag{ค.5}$$

โดยที่ $\vec{w}_1 = \mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r$ และ $\vec{w}_2 = \vec{i}_s$ (ค.6)

$$\hat{\mathbb{G}}(\vec{w}_1) = \left(\sum_{p=0}^{\infty} + \sum_{p=0}^{-\infty}\right)\mathbb{G}(j\omega_p)\vec{a}_p e^{j\omega_p t} \tag{ค.7}$$

$(\ldots)_{av}$: ค่าเฉลี่ยเชิงเวลาในสเกลเวลาของ $\Delta\omega_m$ และ ΔR_s

ดังนั้น จากสมมติฐานสมการ (ค.3) , (ค.4) และ ความสัมพันธ์สมการ (ค.7) เราสามารถหาค่าเฉลี่ย $(A_{11})_{av}$ และ $(A_{12})_{av}$ ดังนี้

$$\begin{aligned}
(D_{11})_{\mathrm{av}} &= k_{i1}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_1^T \mathbb{K}_1 \hat{\mathbb{G}}(\vec{w}_1)\,dt \\
&= k_{i1}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \left[\left(\sum_{m=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{-\infty}\right)\vec{a}_m^T e^{j\omega_m t}\right]\left[\left(\sum_{p=0}^{\infty} + \sum_{p=0}^{-\infty}\right)\mathbb{K}_1\mathbb{G}(j\omega_p)\vec{a}_p e^{j\omega_p t}\right]dt \\
&= k_{i1}\left(\sum_{m=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{-\infty}\right)\vec{a}_{-m}^T \mathbb{K}_1\mathbb{G}(j\omega_m)\vec{a}_m \\
&= k_{i1}\left(\vec{w}_1^T\mathbb{K}_1\hat{\mathbb{G}}(\vec{w}_1)\right)_{\mathrm{av}}
\end{aligned} \tag{ค.8}$$

$$\begin{aligned}
(D_{12})_{\mathrm{av}} &= k_{i1}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_1^T \mathbb{K}_1 \vec{w}_2\,dt \\
&= k_{i1}\left(\sum_{m=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{-\infty}\right)\vec{a}_{-m}^T \mathbb{K}_1\vec{b}_m \\
&= k_{i1}\left(\vec{w}_1^T\mathbb{K}_1\vec{w}_2\right)_{\mathrm{av}}
\end{aligned} \tag{ค.9}$$

จากสมการ(ค.1) เราจะได้ $d\Delta R_s/dt$ ในรูปค่าเฉลี่ยทางเวลา $(d\Delta R_s/dt)_{av}$ ดังนี้

$$\begin{aligned}
\left(\frac{d\,\Delta R_s}{dt}\right)_{\mathrm{av}} &= -k_{i2}\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_2^T\mathbb{K}_2\left(\mathbb{G}(s)\mathbb{J}\hat{\vec{\lambda}}_r\Delta\omega_m + \vec{i}_s\Delta R_s\right)dt\right] \\
&= -k_{i2}\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_2^T\mathbb{K}_2\hat{\mathbb{G}}(\vec{w}_1)\,dt\right](\Delta\omega_m)_{\mathrm{av}} - k_{i2}\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_2^T\mathbb{K}_2\vec{w}_2\,dt\right](\Delta R_s)_{\mathrm{av}} \\
&= -(D_{21})_{\mathrm{av}}(\Delta\omega_m)_{\mathrm{av}} - (D_{22})_{\mathrm{av}}(\Delta R_s)_{\mathrm{av}}
\end{aligned} \tag{ค.10}$$

ดังนั้น จากสมมติฐานสมการ (ค.3) , (ค.4) และ ความสัมพันธ์สมการ (ค.7) เราสามารถหาค่าเฉลี่ย $(A_{21})_{av}$ และ $(A_{22})_{av}$ ดังนี้

$$\begin{aligned}
(D_{21})_{\mathrm{av}} &= k_{i2}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \hat{\mathbb{G}}(\vec{w}_1)\,dt \\
&= k_{i2}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \left[\left(\sum_{m=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{-\infty}\right)\vec{a}_m^T e^{j\omega_m t}\right]\left[\left(\sum_{p=0}^{\infty} + \sum_{p=0}^{-\infty}\right)\mathbb{K}_2\mathbb{G}(j\omega_p)\vec{a}_p e^{j\omega_p t}\right]dt \\
&= k_{i2}\left(\sum_{m=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{-\infty}\right)\vec{a}_{-m}^T \mathbb{K}_2\mathbb{G}(j\omega_m)\vec{a}_m
\end{aligned}$$

$$= k_{i2}\left(\vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \hat{\mathbb{G}}(\vec{w}_1)\right)_{\text{av}} \tag{ค.11}$$

$$(D_{22})_{\text{av}} = k_{i2} \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \vec{w}_2 \, dt$$

$$= k_{i2}\left(\sum_{m=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{-\infty}\right) \vec{a}_{-m}^T \mathbb{K}_2 \vec{b}_m$$

$$= k_{i2}\left(\vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \vec{w}_2\right)_{\text{av}} \tag{ค.12}$$

จากการใช้ Averaging Analysis Approach ข้างต้นจะเห็นได้ว่าถ้าเราพิจารณาระบบในสมการ (4.10) ในสเกลเวลาของ $\Delta\omega_m$ และ ΔR_s จะเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\therefore \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \overline{\Delta\omega_m} \\ \overline{\Delta R_s} \end{bmatrix} = -\underbrace{\begin{bmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} \\ \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} \end{bmatrix}}_{\mathbb{D}} \begin{bmatrix} \overline{\Delta\omega_m} \\ \overline{\Delta R_s} \end{bmatrix} \tag{ค.13}$$

โดยที่

$$\bar{D}_{11} = \overline{k_{i1}\vec{w}_1^T \mathbb{K}_1 \vec{e}_1} \qquad \bar{D}_{12} = \overline{k_{i1}\vec{w}_1^T \mathbb{K}_1 \vec{e}_2}$$

$$\bar{D}_{21} = \overline{k_{i2}\vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \vec{e}_1} \qquad \bar{D}_{22} = \overline{k_{i2}\vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \vec{e}_2}$$

$$\vec{e}_1 = \mathbb{G}(s)\vec{w}_1 \qquad \vec{e}_2 = \vec{w}_2$$

" $\overline{}$ " หมายถึงค่าเฉลี่ยเชิงเวลา

ภาคผนวก ง

การหาเงื่อนไขเสถียรภาพของการประมาณค่าความต้านทานสเตเตอร์

สำหรับเงื่อนไข (ii) $\det \mathbb{D} > 0$ เราสามารถหาค่าของ $\det \mathbb{D}$ ที่เขียนอยู่ในรูปผลคูณภายในของสเปซเวกเตอร์ ดังแสดงในสมการ (4.25) ซึ่งนำมาเขียนใหม่ได้ในสมการ (ง.1)

$$\begin{aligned}\det \mathbb{D} &= \mathrm{D}_{11} \cdot \mathrm{D}_{22} - \mathrm{D}_{12} \cdot \mathrm{D}_{21} \\ &= (\overline{k_{i1}\vec{w}_1^T \mathbb{K}_1 \vec{e}_1})(\overline{k_{i2}\vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \vec{e}_2}) - (\overline{k_{i1}\vec{w}_1^T \mathbb{K}_1 \vec{e}_2})(\overline{k_{i2}\vec{w}_2^T \mathbb{K}_2 \vec{e}_1}) \\ &= k_{i1}k_{i2}\|\vec{w}_1\|\|\vec{w}_2\|\|\vec{e}_1\|\|\vec{e}_2\|\|\mathbb{K}_1\|\|\mathbb{K}_2\|\{\cos\theta_{11}\cos\theta_{22} - \cos\theta_{12}\cos\theta_{21}\}\end{aligned} \qquad (\text{ง}.1)$$

โดยที่

$\theta_{11} = |\measuredangle\vec{w}_1 - (\measuredangle\mathbb{K}_1 + \measuredangle\mathbb{G}(\mathbb{J}\omega) + \measuredangle\vec{w}_1)|$ มีค่าเท่ากับ $|\varepsilon_1 - \gamma + \mathrm{sgn}(\omega)\cdot 90^\circ|$

$\theta_{12} = |\measuredangle\vec{w}_1 - (\measuredangle\mathbb{K}_1 + \measuredangle\vec{w}_2)|$ มีค่าเท่ากับ $|\varepsilon_1 + \gamma - \mathrm{sgn}(\omega)\cdot 90^\circ|$

$\theta_{21} = |\measuredangle\vec{w}_2 - (\measuredangle\mathbb{K}_2 + \measuredangle\mathbb{G}(\mathbb{J}\omega) + \measuredangle\vec{w}_1)|$ มีค่าเท่ากับ $|\varepsilon_2 - 2\gamma + \mathrm{sgn}(\omega)\cdot 180^\circ|$

$\theta_{22} = |\measuredangle\vec{w}_2 - (\measuredangle\mathbb{K}_2 + \measuredangle\vec{w}_2)|$ มีค่าเท่ากับ $|\varepsilon_2|$

$$\measuredangle\mathbb{K}_1 = \varepsilon_1 = \tan^{-1}(-k)$$

$$\measuredangle\mathbb{K}_2 = \varepsilon_2$$

$$\measuredangle\mathbb{G}(\mathbb{J}\omega) = \measuredangle\left\{\mathbb{J}\omega\left[\alpha\mathbb{I} + \omega_s\mathbb{J}\right]^{-1}\right\} = \mathrm{sgn}(\omega)\cdot 90^\circ + \gamma$$

จากสมการ (4.25) จะเห็นได้ว่า $\det \mathbb{D}$ จะมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าศูนย์ จะขึ้นอยู่กับเทอม $\{\cos\theta_{11}\cos\theta_{22} - \cos\theta_{12}\cos\theta_{21}\}$ เมื่อเราแทนค่า θ_{11}, θ_{12}, θ_{21}, และ θ_{22} จากสมการ (4.16)-(4.19) สามารถเขียนเทอมนี้ได้ใหม่เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\cos\theta_{11}\cos\theta_{22} - \cos\theta_{12}\cos\theta_{21} &= \cos\left(\varepsilon_1 - \gamma + \mathrm{sgn}(\omega)\cdot 90^\circ\right)\cdot\cos\left(\varepsilon_2\right) - \\ &\quad - \cos\left(\varepsilon_1 + \gamma - \mathrm{sgn}(\omega)\cdot 90^\circ\right)\cdot\cos\left(\varepsilon_2 - 2\gamma + \mathrm{sgn}(\omega)\cdot 180^\circ\right) \\ &= \mathrm{sgn}(\omega)\cdot\sin(-\varepsilon_1 + \gamma)\cdot\cos(\varepsilon_2) + \\ &\quad + \mathrm{sgn}(\omega)\cdot\sin(\varepsilon_1 + \gamma)\cdot\cos(-2\gamma + \varepsilon_2) \\ &= \frac{\mathrm{sgn}(\omega)}{2}\cdot\{\sin(-\varepsilon_1 + \gamma + \varepsilon_2) + \sin(-\varepsilon_1 + \gamma - \varepsilon_2) + \\ &\quad + \sin(\varepsilon_1 - \gamma + \varepsilon_2) + \sin(\varepsilon_1 + 3\gamma - \varepsilon_2)\} \\ &= \frac{\mathrm{sgn}(\omega)}{2}\cdot 2\cdot\cos\left(\frac{-2\varepsilon_1 - 2\gamma + 2\varepsilon_2}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{4\gamma}{2}\right)\end{aligned}$$

$$\therefore \cos\theta_{11}\cos\theta_{22} - \cos\theta_{12}\cos\theta_{21} = \mathrm{sgn}(\omega)\cdot\cos(-\varepsilon_1 - \gamma + \varepsilon_2)\cdot\sin(2\gamma) \qquad (\text{ง}.2)$$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย นิธิสาร ณ นคร เกิดเมื่อวันที่ 5 เมษายน พ.ศ. 2521 ที่จังหวัดภูเก็ต สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2542 และได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2543