



บทที่ 4

การดำเนินการวิธีข้อมูลและการวิเคราะห์ผลการปรับแก้

4.1 บทนำ

การดำเนินการวิธีข้อมูลประกอบด้วยวิธีการในการจัดเตรียมข้อมูล โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ การตรวจสอบผลการคำนวณและกำจัดข้อมูลที่ผิดออกไป รวมทั้งการวิเคราะห์ผลของการคำนวณ

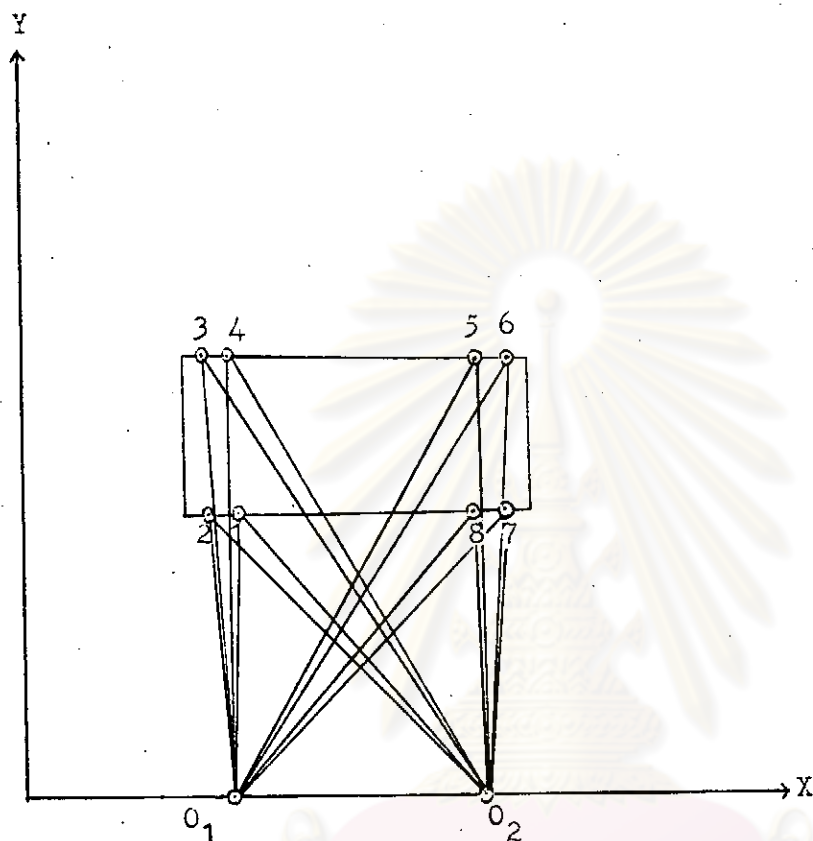
ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณเป็นข้อมูลซึ่งได้จากบทที่ 3 ซึ่งมี 2 ส่วน คือส่วนแรกจะเป็นข้อมูลที่เป็นค่าสังเกตซึ่งได้จากการวัดซ้ำสามเหลี่ยม ซึ่งข้อมูลดังกล่าวจะใช้ในการคำนวณค่าพิกัดของจุดควบคุมซึ่งวางไว้เป็นคู่ ๆ

ส่วนที่สองจะเป็นข้อมูลซึ่งได้จากการวัดค่าพิกัดรูปจำลอง ซึ่งประกอบด้วยค่าพิกัดรูปจำลองของจุดควบคุม และค่าพิกัดรูปจำลองของจุดต่าง ๆ บนองค์พระ ค่าพิกัดรูปจำลองของจุดควบคุมจะใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของรูปจำลอง เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์แล้วจึงนำมาแปลงค่าพิกัดทั้งหมดภายในรูปจำลองให้เป็นค่าพิกัดอ้างอิงหรือพิกัดภูมิประเทศต่อไป การคำนวณค่าพารามิเตอร์และแปลงค่าพิกัด ทำที่ละรูปจำลองจนกระทั่งครบทุกรูปจำลอง

4.2 การคำนวณค่าพิกัดจุดควบคุมภาพถ่ายโดยวิธีซ้ำสามเหลี่ยมวัดด้าน

ข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณในแต่ละรูปจำลองคือ พิกัดตำแหน่งถ่ายภาพทั้งสอง $(X_{01}, Y_{01}, X_{02}, Y_{02})$ ระยะที่วัดจากจุดควบคุมมายังตำแหน่งถ่ายภาพที่ 1 จำนวน 8 ระยะ ระยะที่วัดจากจุดควบคุมมายังตำแหน่งถ่ายภาพที่ 2 จำนวน 8 ระยะ ระยะที่วัดระหว่างจุดควบคุมหนึ่งไปยังจุดควบคุมอีกจุดหนึ่ง ซึ่งเป็นระยะที่วัดเกินมีจำนวน 4 ระยะ รวมระยะที่วัดในหนึ่งรูปจำลอง มีจำนวน 20 ระยะ (ดังรูปที่ 4.1)

ระยะดังกล่าวนำไปสร้างสมการค่าสังเกต โดยให้แมทริกซ์น้ำหนักเป็นหนึ่ง (Unit matrix) โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในภาคผนวก ก ที่ใช้คำนวณ ทำตามวิธีการของ Davis, Foote และ Mikhail (1981) ซึ่งพอจะสรุปขั้นตอนการคำนวณได้ดังนี้



ระยะที่วัด

$0_1 - 1, 0_2 - 1$

$0_1 - 2, 0_2 - 2$

$0_1 - 3, 0_2 - 3$

$0_1 - 4, 0_2 - 4$

$0_1 - 5, 0_2 - 5$

$0_1 - 6, 0_2 - 6$

$0_1 - 7, 0_2 - 7$

$0_1 - 8, 0_2 - 8$

$1 - 8, 2 - 7$

$3 - 6, 4 - 5$

รูปที่ 4.1 แสดงตัวอย่างการวัดระยะจากจุดควบคุมมายังตำแหน่ง-
ถ่ายภาพและการวัดระยะระหว่างจุดควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(1) สมการเงื่อนไขของระยะคือ

$$F_i = \ell_i - [(x_{01} - x_i)^2 + (y_{01} - y_i)^2]^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$F_j = \ell_j - [(x_{02} - x_j)^2 + (y_{02} - y_j)^2]^{\frac{1}{2}} = 0 \quad \dots 4.1$$

$$F_{2n+m} = \ell_{2n+m} - [(x_k - x_h)^2 + (y_k - y_h)^2]^{\frac{1}{2}} = 0$$

ในที่นี้ $n = 8$

$$h = n/2, (n/2) - 1, (n/2) - 2, \dots, 1$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$k = (n/2) + m, \dots, n$$

$$m = 1, \dots, n/2$$

$x_i, y_i, x_j, y_j, x_k, y_k, x_h, y_h$ คือค่าพิกัดของจุดควบคุมภาพถ่าย

(2) สมการระยะทำให้เป็นสมการค่าสังเกตเชิงเส้นคือ

$$V = AX + L \quad \dots \dots \dots 4.2$$

$$L = L_o - L_b$$

L_o คือค่าสังเกตโดยประมาณ, L_b คือค่าสังเกตที่ได้จากการรังวัด

(3) ค่า L_o คำนวณได้ดังนี้

$$L_i^o = [(x_{01} - x_i^o)^2 + (y_{01} - y_i^o)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$L_j^o = [(x_{02} - x_j^o)^2 + (y_{02} - y_j^o)^2]^{\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots 4.3$$

$$L_{2n+m}^o = [(x_k^o - x_h^o)^2 + (y_k^o - y_h^o)^2]^{\frac{1}{2}}$$

ค่า $x_i^o, y_i^o, \dots, x_h^o, y_h^o$ คือค่าพิกัดโดยประมาณของจุดควบคุม

(4) เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ A หาได้จาก $\left. \frac{\partial F}{\partial x_a} \right|_{x_a = x_o}$

(5) การคำนวณค่า X เมื่อค่า $P = I$ คำนวณจากสมการ

$$X = - (A'A)^{-1} A'L \quad \dots \dots \dots 4.4$$

(6) ค่าพิสัยหลังจากการปรับแก้คำนวณได้ดังนี้

$$x_a = x_o + x \quad \dots\dots\dots 4.5$$

x_o คือค่าพิสัยโดยประมาณของจุดควบคุม

(7) การคำนวณค่าความแปรปรวนหลังการปรับแก้ (a posteriori value)

เมื่อแมทริกซ์น้ำหนักเท่ากับหนึ่ง ดังนี้

$$\hat{\sigma}_o^2 = v'v/r \quad \dots\dots\dots 4.6$$

v คือค่าเศษคงเหลือ, r คือค่าลำดับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degree of freedom หรือค่า Redundancies) ซึ่งในที่นี้มีจำนวนสมการ ค่าสังเกตรูปจำลองละ 20 สมการ ตัวไม่ทราบค่าหรือค่าพิสัย x_i, y_i, x_j, y_j จำนวน 16 ค่า ดังนั้นค่า $r = 4$

ค่าพิสัยหลังจากการปรับแก้ (x_a) นี้ จะใช้เป็นค่าพิสัยของจุดควบคุม ใช้ในการคำนวณค่าพารามิเตอร์เพื่อแปลงค่าพิสัยรูปจำลองต่อไป

ตัวอย่างผลของการคำนวณจุดควบคุมแสดงไว้ในตาราง 4.1 ส่วนรายละเอียดได้แสดงไว้ในภาคผนวก ค

ตารางที่ 4.1 แสดงค่ารังวัดและผลที่ได้จากการปรับแก้

Model	ระยะฐาน 01-02	ระยะระหว่างตำแหน่งถ่ายภาพ 1 และจุดควบคุม (ชม.)		ระยะระหว่างตำแหน่งถ่ายภาพ 2 และจุดควบคุม (ชม.)		ค่าพิสัยประมาณ		ค่าพิสัยหลังการปรับแก้		SIGMA NAUGHT $\hat{\sigma}_o$	
		X	Y	X	Y	X	Y				
310102	30	01-1	132.30	02-1	134.80	2.0	132.0	3.46	132.22	0.077	
		2	131.40	2	135.10	0.0	132.0	-1.49	131.34		
		3	131.30	3	135.20	-2.0	132.0	-2.33	131.28		
		4	132.10	4	135.00	2.0	132.0	1.90	132.07		
		5	136.80	5	132.50	34.0	132.0	34.49	132.40		
		6	137.50	6	132.10	39.0	132.0	39.27	131.77		
		7	136.80	7	131.90	39.0	132.0	37.45	131.64		
		8	136.50	8	132.50	32.0	132.0	33.35	132.42		
		1-8	30.10								
		2-7	38.60								
		3-6	40.40								
		4-5	31.40								

4.3 การทดสอบค่าความแปรปรวน

ค่าที่ศึกษากายหลังจากการปรับแก้ควรเป็นค่าที่น่าเชื่อถือ ก่อนที่จะนำไปใช้คำนวณในขั้นต่อไป ดังนั้นจึงต้องมีการทดสอบทางสถิติก่อน

การทดสอบทางสถิติของข้อมูลภายหลังจากการปรับแก้ ใช้วิธีการของ Mikhail (1976) โดยทดสอบเกี่ยวกับความแปรปรวนของน้ำหนักหนึ่งหน่วย ($P = I$) ก่อนการปรับแก้ (σ_0^2 , a priori value) ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ $\sigma_0 = 3$ มม. และหลังการปรับแก้ ($\hat{\sigma}_0^2$)

สถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ χ^2 test (Chi-Square test)

$$\chi_r^2 = r \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \dots\dots\dots 4.7$$

โดยมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ ลำดับชั้นความอิสระ (Degree of freedom หรือ $r = \text{redundancy}$ ในการปรับแก้)

การทดสอบในที่นี้จะใช้การทดสอบแบบ One-tail upper-bound test โดยใช้ระดับนัยสำคัญ (α) เท่ากับ 0.05 ในการตัดสินใจสมมติฐาน

สำหรับสมมติฐานที่เลือกใช้ในการทดสอบคือ

$$H_0 : \hat{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2, \quad H_1 : \hat{\sigma}_0^2 > \sigma_0^2$$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ

$$\chi_r^2 > \chi_{\alpha, r}^2$$

$$\text{เนื่องจาก } P \left(r \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} > \chi_{\alpha, r}^2 \right) = \alpha$$

การทดสอบทางสถิติของค่า $\hat{\sigma}_0^2$ เป็นการบอกความน่าจะเป็นของผลการปรับแก้ ถ้าผลจากการปรับแก้ไม่ผ่านตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ อาจเกิดจากสาเหตุต่าง ๆ ดังนี้

1. ตรวจสอบการคำนวณตามขั้นตอนต่าง ๆ ว่าถูกต้องหรือไม่
2. ตรวจสอบรูปจำลองเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสมหรือไม่ บางครั้งความคลาดเคลื่อนมีระบบ (Systematic effects) ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น สะท้อนให้เห็นการเลือกรูปจำลองไม่เหมาะสม (model deficiencies)

3. ตรวจสอบจำนวนสมการเงื่อนไขที่สร้างขึ้นว่ามีพอเพียงหรือไม่ในการแก้ปัญหา
ซึ่งสมการดังกล่าวต้องมีเพียงพอในการแก้ปัญหาในทางกายภาพและสถานภาพทางเรขาคณิต

ตารางที่ 4.2 ผลการทดสอบทางสถิติของค่า $\hat{\sigma}_o^2$ เทียบกับ σ_o^2

Model ที่	ชื่อ	r	$\hat{\sigma}_o^2$	σ_o^2	χ_r^2	หมายเหตุ
1	110102	4	18.49	9	8.22	ในที่นี้ค่า $\chi_{\alpha, r}^2 = 9.49$
2	120102	4	1.3	9	0.58	
3	120304	4	1.2	9	0.53	
4	130102	4	19.1	9	8.49	
5	140102	4	1.5	9	0.67	
6	150102	4	1.6	9	0.71	
7	210102	4	6.7	9	2.30	
8	210304	4	4.7	9	2.01	
9	220102	4	1.5	9	0.67	
10	230102	4	19.2	9	8.53	
11	310102	4	0.6	9	0.26	
12	320102	4	9.5	9	4.24	
13	410102	4	15.2	9	6.76	
14	420102	4	20.3	9	9.00	
15	420304	4	17.6	9	7.84	
16	430102	4	9.0	9	4.00	
17	510102	4	19.36	9	8.60	
18	510304	4	20.3	9	9.00	
19	520102	4	15.2	9	6.76	
20	610102	4	15.2	9	6.76	
21	610304	4	19.4	9	8.60	

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

Model ที่	ชื่อ	r	$\hat{\sigma}_0^2$	σ_0^2	X_r^2	หมายเหตุ
22	620102	4	9.2	9	4.08	
23	710102	4	18.5	9	8.22	
24	720102	4	3.1	9	1.39	
25	730102	4	10.8	9	4.81	

จากการวิเคราะห์ค่าความแปรปรวนหลังจากการปรับแก้ จำนวน 25 รูปจำลอง ค่าของ $\hat{\sigma}_0^2$ เทียบกับ σ_0^2 ผ่านการทดสอบทางสถิติ ดังนั้นจึงสามารถใช้ค่าที่ได้จากการปรับแก้ (Adjusted coordinates) ที่ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ค เพื่อการคำนวณในขั้นต่อไป

4.4 การคำนวณปรับแก้และแปลงค่าพิกัดโดยวิธีสามมิติแบบสัมพรรค (Three Dimensional Conformal Transformation)

ค่าพิกัดรูปจำลองที่วัดได้ในบทยที่ 3 จะถูกนำมาแปลงค่าให้เป็นค่าพิกัดอ้างอิง เพื่อคำนวณหาสัดส่วนจริงของพระพุทธรูปต่อไป ค่าพิกัดของจุดควบคุมที่คำนวณได้ในข้อ 4.2 และค่าระดับจากภาคผนวก ค จะใช้ในการสร้างสมการเงื่อนไขเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ โดยถือว่าค่าพิกัดรูปจำลองเป็นตัวคงที่

ในการคำนวณปรับแก้ด้วยวิธีนี้จะมีตัวไม่ทราบค่า 7 parameters คือ $\lambda, \alpha, \phi, K, X_0, Y_0, Z_0$ ต่อหนึ่งรูปจำลอง ซึ่งเรียกรูปการหาตัวไม่ทราบค่านี้ว่า Simultaneous solution (M-7)

สมการที่ใช้ในการแปลงค่าพิกัดคือ

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 4.8$$

- เมื่อ λ : ค่ามาตราส่วน
- R : เมทริกซ์ของการหมุน (Rotation Matrix) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของมุมหมุน K, ϕ, ω ($f(K, \phi, \omega)$)
- $\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}'$: ค่าพิกัดของจุดในรูปจำลอง
- $\begin{bmatrix} X_0 & Y_0 & Z_0 \end{bmatrix}'$: ค่าที่เลื่อนไปจากจุดศูนย์กลางกำเนิด (Shifts)

การคำนวณจะแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนคือ

1. คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของรูปจำลอง
2. นำค่าพารามิเตอร์มาแปลงค่าพิกัด

ขั้นตอนแรกการคำนวณค่าพารามิเตอร์นั้น จะใช้เทคนิคสไลด์สแควร์ในการคำนวณปรับแก้ ทั้งนี้เพราะสมการค่าสังเกตที่สร้างขึ้นมีมากกว่าจำนวนพารามิเตอร์

เนื่องจากสมการ 4.8 เป็นสมการที่ไม่ใช่สมการเชิงเส้น ประกอบด้วย λ, K, ϕ, ω

ดังนั้นจึงต้องทำให้สมการ 4.8 เป็นสมการเชิงเส้นก่อน โดยการใช้ค่าประมาณที่ดีของมาตราส่วนและมุมหมุน ซึ่งมีผลให้ $R^0 = I$ และ $\lambda^0 = 1$ และตัดนิพจน์ที่มีกำลังสูงออกไป

ดังนั้นจึงทำให้ค่า sine ของมุมหมุนมีค่าเท่ากับมุมหมุนเป็นเรเดียน และเมื่อมุมหมุนมีค่าเล็กมาก cosine ของมุมหมุนจึงให้มีค่าเท่ากับ 1

โดยวิธีการของ Amer (1978) จะได้สมการค่าสังเกต หลังจากที่ทำให้เป็นเชิงเส้นแล้วคือ

$$\begin{bmatrix} x & y & -z & 0 & 1 & 0 & 0 \\ y & -x & 0 & z & 0 & 1 & 0 \\ z & 0 & x & -y & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta K \\ \Delta \phi \\ \Delta \omega \\ X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \dots\dots 4.9$$

การคำนวณก่อนแปลงค่าพิกัด (preliminary transformation) จำเป็นต้องใช้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ ซึ่งได้แก่ ค่ามาตราส่วน (λ) และเมทริกซ์ของการหมุนก่อนเสมอ การคำนวณจะใช้วิธีทำซ้ำ (Iterative method) จนกระทั่งค่ามาตราส่วนมีค่าใกล้เคียง และค่าความต่างของมุมหมุนมีค่าไม่เกินดัชนีความละเอียด (precision index) 0.00001 เรเดียน (0.2 ฟิลิปดา) จึงถือว่าพารามิเตอร์ที่ได้นั้น สามารถจะนำไปใช้แปลงค่าพิกัดของคัมภีระต่อไป

ปกติการทำซ้ำนั้นไม่ควรเกิน 3 ครั้ง (3 Iteration) ถ้าหากทำซ้ำเกิน 3 ครั้ง และพารามิเตอร์ที่ได้มีความแตกต่างกันมาก แสดงว่ามีค่าผิด (blunder) อยู่นอยู่

ขั้นตอนที่สองเป็นการแปลงค่าพิกัด โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ในขั้นแรกคำนวณแปลงค่าพิกัดรูปจำลองบนของคัมภีระทุกจุดให้เป็นค่าพิกัดจริง โดยใช้สมการ 4.8 การคำนวณค่าพิกัดดังกล่าวใช้โปรแกรมในภาคผนวก ข สำหรับงานวิจัยนี้

ตัวอย่างผลของการคำนวณแปลงค่าพิกัดโดยวิธีนี้ ดังตารางที่ 4.3 ส่วนรายละเอียดได้แสดงไว้ในภาคผนวก ง

ตารางที่ 4.3 แสดงผลหลังจากการปรับแก้โดยวิธี Simultaneous Adjustment

Model, ชื่อจุด	พิกัดของจุดควบคุม (ชม.)			พิกัดหลังจากการปรับแก้ (ชม.)			S.D.
	X	Y	Z	X	Y	Z	
310102							0.562
311001	3.46	82.70	-132.22	3.02	82.58	-131.93	
311002	-1.94	81.60	-131.34	-1.45	81.42	-131.60	
311003	-2.33	165.70	-131.28	-1.77	165.85	-131.51	
311004	1.90	163.90	-132.07	2.43	163.97	-131.88	
311005	34.49	163.60	-132.40	33.95	163.83	-132.18	
311006	39.27	165.90	-131.77	38.76	165.98	-131.95	
311007	37.45	81.50	-131.64	37.40	81.33	-131.92	
311008	33.35	82.50	-132.42	33.32	82.44	-132.17	

หลังจากขั้นตอนที่สองแล้วจะได้คำพิภพบนองค์พระ ซึ่งจะนำไปใช้ในการคำนวณสัดส่วน
ระยะจริงบนองค์พระ และการคำนวณปริมาณอื่น ๆ ต่อไป รายละเอียดผลการคำนวณสัดส่วน
ต่าง ๆ ของพระพุทธรูปได้แสดงไว้ในภาคผนวก จ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย