บทที่ 4

ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ สำหรับการไหลแบบศักย์และการไหลหนืดโดยรวมความเฉื่อยซึ่งได้ประดิษฐ์ขึ้นและได้นำมาใช้ต่อเนื่องในการประดิษฐ์ขึ้นเป็นไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกสร้างขึ้นและปรับปรุงจากสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้ประดิษฐ์ขึ้นมาโดยเขียนด้วยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) ที่สามารถทำงานได้บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer)

4.1 ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบศักย์

โปรแกรม POTEN2D และ POTEN3D เป็นไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้ประดิษฐ์ขึ้นสำหรับการไหลแบบศักย์ภายใต้สภาวะอยู่ตัวที่ไม่สามารถอัดตัวได้ใน 2 และ 3 มิติ ไม่ว่าจะเป็นการวิเคราะห์การไหลแบบศักย์ใน 2 หรือ 3 มิติจะมีขั้นตอนการคำนวณเหมือนกัน โดยรายละเอียดของขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมดังนี้

4.1.1 ขั้นตอนการคำนวณ

ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบศักย์ภายใต้สภาวะอยู่ตัวที่ไม่สามารถอัดตัวได้ประกอบด้วยโปรแกรมหลัก (main program) ซึ่งเรียกอีก 8 โปรแกรมย่อย (subroutine) ต่อเนื่องขณะทำการคำนวณ รายละเอียดของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบศักย์ภายใต้สภาวะอยู่ตัวที่ไม่สามารถอัดตัวนี้ได้แสดงในภาคผนวก ก และ ข ขั้นตอนการคำนวณภายในโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ได้สรุปด้วยแผนภูมิ (flow chart) ของการทำงานในรูปที่ 4.1 ซึ่งสามารถอธิบายโดยสรุปได้ดังต่อไปนี้

ก. การทำงานเริ่มจากอ่านข้อมูลนำเข้า (input data) ของปัญหาที่นำมาวิเคราะห์ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลจำนวนของจุดต่อและจำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมด ค่าคุณสมบัติของการไหล โคออร์ดิเนตของจุดต่อและเงื่อนไขขอบเขตรวมที่กำหนดให้ที่จุดต่อนั้น หมายเลขของจุดต่าง ๆ ซึ่งประกอบขึ้นเป็นแต่ละเอลิเมนต์และจุดต่ออ้างอิง

ข. การเข้าสู่การคำนวณเอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ โดยจะทำการสร้างไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ และสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับทุก ๆ เอลิเมนต์ ด้วยการเรียกโปรแกรมย่อย TRI หรือ TET แล้วจึงเรียกโปรแกรมย่อย ASSMBLE เพื่อทำการรวมเอลิเมนต์เมตริกซ์จากทุก ๆ เอลิเมนต์เข้าด้วยกันก่อให้เกิดเป็นระบบสมการใหญ่เพื่อใช้สำหรับแก้หาค่าฟังก์ชันการไหลหรือฟังก์ชันศักย์ที่จุดต่อต่าง ๆ

ค. การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงในระบบสมการรวม โดยเรียกโปรแกรมย่อย APPLYBC จุดต่อบางจุดจะมีการกำหนดค่าฟังก์ชันการไหลหรือฟังก์ชันศักย์มาให้

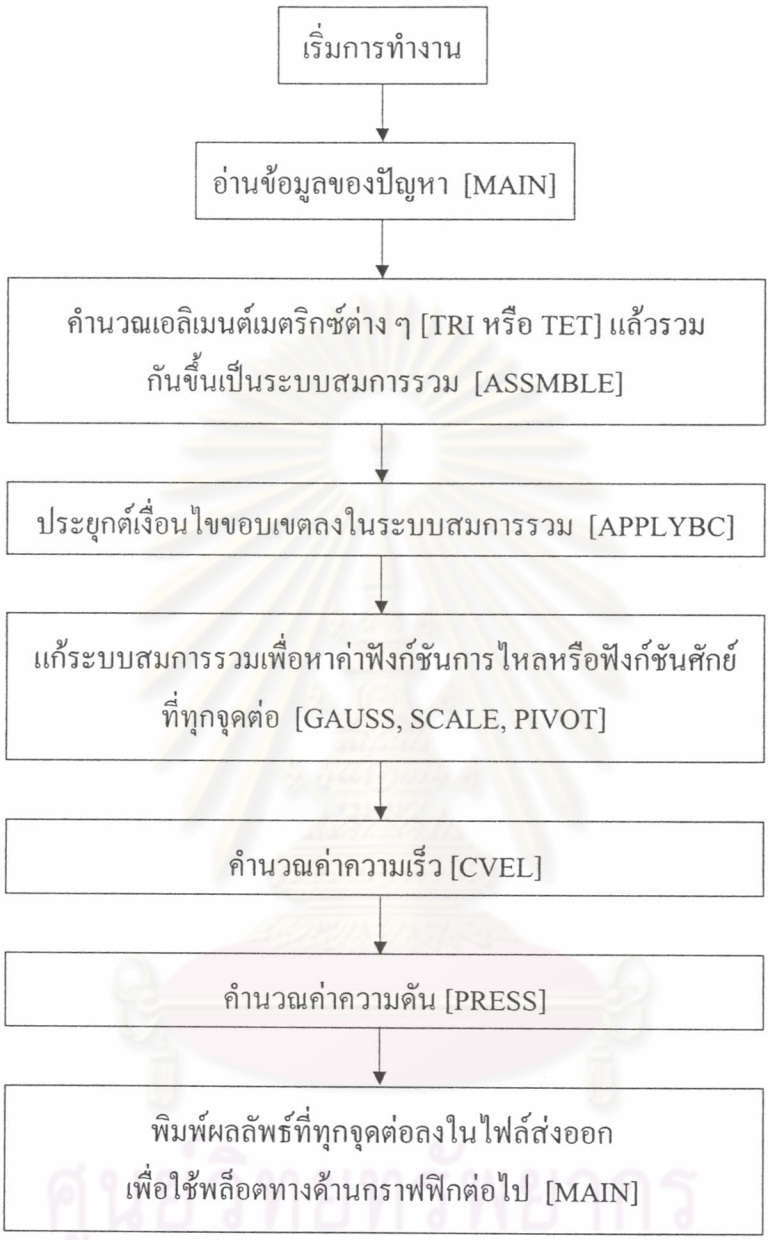
ง. การแก้ระบบสมการรวมนี้หลังจากได้ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแล้วเพื่อคำนวณหาค่าฟังก์ชันการไหลหรือฟังก์ชันศักย์ที่จุดต่อต่าง ๆ โดยเรียกโปรแกรมย่อย GAUSS ซึ่งใช้ระเบียบวิธีการคำนวณแบบเกาส์ (Gauss elimination) โปรแกรมย่อยดังกล่าวนี้ยังเรียกโปรแกรมย่อย SCALE และ PIVOT ต่อเนื่องเพื่อประยุกต์วิธีการจัดสเกล (scaling) และการเลือกตัวหลัก (pivoting) ในขณะทำการแก้ระบบสมการรวมนี้

จ. การคำนวณค่าความเร็ว หลังจากที่ทราบค่าฟังก์ชันการไหลหรือฟังก์ชันศักย์ที่จุดต่อต่าง ๆ แล้ว จากนั้นจะเรียกโปรแกรมย่อย CVEL เพื่อใช้คำนวณหาค่าความเร็วของแต่ละเอลิเมนต์พร้อมกับแปลงค่าความเร็วเหล่านี้ให้อยู่ในตำแหน่งที่จุดต่อซึ่งทำได้โดยทำการเฉลี่ยค่าความเร็วของทุก ๆ เอลิเมนต์ล้อมรอบจุดต่อนั้น โดยค่าความเร็วที่จุดต่อที่คำนวณได้นั้นจะนำไปคำนวณหาค่าความดันโดยโปรแกรมย่อย PRESS ต่อไป

ฉ. การคำนวณค่าความดัน โปรแกรมย่อย PRESS คำนวณความดันจากสมการของเบอร์นูลี (Bernoulli's Equation) โดยกำหนดจุดต่ออ้างอิงให้มีค่าความดันคงที่ค่าหนึ่ง เพื่อใช้เป็นจุดอ้างอิงความดันสำหรับการคำนวณหาค่าความดันของจุดต่ออื่น ๆ

ช. การแสดงผลลัพธ์ในไฟล์ส่งออก (output file) เพื่อนำไปใช้พล็อตแสดงลักษณะของการไหลและการกระจายของความดันด้วยโปรแกรมทางด้านกราฟฟิกต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.1 แผนภูมิการทำงานของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบศักย์ คำในวงเล็บสี่เหลี่ยม [ ] ระบุชื่อโปรแกรมย่อยที่ทำการคำนวณนั้น

4.1.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์

รายละเอียดทั้งหมดของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบศักย์ได้แสดงในภาคผนวก ก ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานดังแสดงในรูปที่ 4.1 ลักษณะไฟล์ข้อมูลที่นำมาใช้กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ประกอบด้วย 6 ส่วนย่อย ดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 ประโยคอธิบายกำกับลักษณะของไฟล์:

บรรทัดแรก ตัวเลขระบุจำนวนบรรทัดของประโยคที่อธิบาย

บรรทัดต่อไป ประโยคอธิบายซึ่งมีจำนวนบรรทัดเท่ากับที่ระบุไว้

ตัวอย่างเช่น: 2

EXAMPLE OF FLOW IN A PIPE USING POTENTIAL FLOW CODE

FINITE ELEMENT MODEL WITH 16 TRIANGLES AND 15 NODES

ส่วนที่ 2 ขนาดของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายถึงจำนวนจุดต่อ เอลิเมนต์ จุดต่ออ้างอิง

บรรทัดที่สอง จำนวนจุดต่อ เอลิเมนต์ จุดต่ออ้างอิง

ตัวอย่างเช่น:

NPOIN	NELEM	NREFP
15	16	1

ส่วนที่ 3 คุณสมบัติของของไหล

บรรทัดแรก คำอธิบายคุณสมบัติของของไหล

บรรทัดที่สอง ค่าความหนาแน่นของของไหลและค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

ตัวอย่างเช่น:

DENSITY	GRAVITY
1.0	1.0

ส่วนที่ 4 ข้อมูลของจุดต่อ

บรรทัดแรก คำอธิบายข้อมูลต่าง ๆ ของจุดต่อ

บรรทัดต่อๆไป หมายเลขของจุดต่อ รหัสเงื่อนไขขอบเขตสำหรับฟังก์ชันการไหลหรือฟังก์ชันศักย์ (0=เปลี่ยนแปลงได้, 1=ไม่มีการเปลี่ยนแปลง) โคออร์ดิเนตในแนวแกน x, y และค่าฟังก์ชันการไหลหรือฟังก์ชันศักย์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างเช่น:

NODE	IBC	X	Y	POTEN
1	1	0.	0.	5.
2	0	2.5	0.	0.

ส่วนที่ 5 ข้อมูลของเอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายข้อมูลหมายเลขของจุดต่อสำหรับแต่ละเอลิเมนต์

บรรทัดต่อๆไป หมายเลขเอลิเมนต์ หมายเลขจุดต่อที่มุมทั้งสามของเอลิเมนต์

ตัวอย่างเช่น:

IE	I	J	K
1	1	7	6
2	1	2	7

ส่วนที่ 6 ข้อมูลหมายเลขจุดต่ออ้างอิง

บรรทัดแรก คำอธิบายข้อมูลหมายเลขหมายเลขจุดต่ออ้างอิง

บรรทัดต่อๆไป หมายเลขจุดต่อหมายเลขจุดต่ออ้างอิง

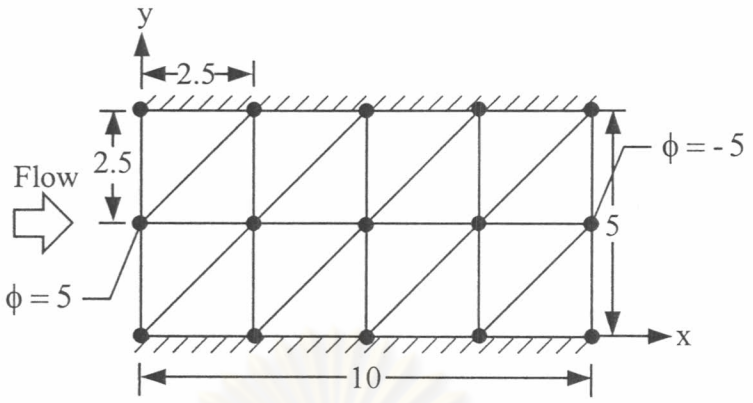
ตัวอย่างเช่น:

NODE FOR REFERENCE PRESSURE

10

4.2 ตัวอย่างการใช้โปรแกรมสำหรับการไหลแบบศักย์

เพื่อเป็นการแสดงตัวอย่างการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบศักย์ โดยจะขอยกตัวอย่างการไหลแบบศักย์ใน 2 มิติสำหรับปัญหาการไหลในท่อดังรูปที่ 4.2 โดยมีการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตตลอดแนว x เท่ากับ 0 มีค่าฟังก์ชันศักย์เท่ากับ 5 และตลอดแนว x เท่ากับ 10 มีค่าฟังก์ชันศักย์เท่ากับ -5 ซึ่งเป็นผลให้ความเร็วของของไหลในแนวแกน x ที่ไหลในท่อดังกล่าวจะเท่ากับ 1 ในการวิเคราะห์นั้นจะสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประกอบด้วย 15 จุดต่อและ 16 เอลิเมนต์



รูปที่ 4.2 การไหลในท่อสำหรับการไหลแบบศักย์ใน 2 มิติ

ปัญหาดังกล่าวถูกนำไปวิเคราะห์ โดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยลักษณะของไฟล์ข้อมูลที่โปรแกรมต้องการได้ถูกสร้างขึ้นในชื่อ PIPE.DAT โดยมีรายละเอียดดังนี้

```
2
EXAMPLE OF FLOW IN A PIPE USING POTENTIAL FLOW CODE
FINITE ELEMENT MODEL WITH 16 TRIANGLES AND 15 NODES
   NPOIN    NELEM    NREFP
      15       16        1
 DENSITY GRAVITY
     1.0      1.0
NODAL BOUNDARY CONDITIONS AND COORDINATES [15]:
        1        1       0.       0.       5.
        2        0      2.5       0.       0.
        3        0       5.       0.       0.
        4        0      7.5       0.       0.
        5        1      10.       0.      -5.
        6        1       0.      2.5       5.
        7        0      2.5      2.5       0.
        8        0       5.      2.5       0.
        9        0      7.5      2.5       0.
       10        1      10.      2.5      -5.
       11        1       0.       5.       5.
       12        0      2.5       5.       0.
       13        0       5.       5.       0.
       14        0      7.5       5.       0.
       15        1      10.       5.      -5.
ELEMENT NODAL CONNECTION [16]:
        1        1        7        6
        2        1        2        7
        3        2        8        7
        4        2        3        8
        5        3        9        8
        6        3        4        9
        7        4       10        9
        8        4        5       10
        9        6       12       11
       10        6        7       12
       11        7       13       12
       12        7        8       13
```

```
      13        8       14       13
      14        8        9       14
      15        9       15       14
      16        9       10       15
NODE FOR REFERENCE PRESSURE [1]:
      10
```

รายละเอียดที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ มีดังนี้

```
PLEASE ENTER THE INPUT FILE NAME:
PIPE2D.DAT     <ENTER>

*** THE FINITE ELEMENT MODEL CONSISTS OF   15 NODES AND   16 ELEMENTS ***

*** ESTABLISHING ELEMENT MATRICES AND ASSEMBLING ELEMENT EQUATIONS ***

*** APPLYING BOUNDARY CONDITIONS OF NODAL POTENTIAL FLOW ***

*** SOLVING A SET OF SIMULTANEOUS EQUATIONS FOR SOLUTIONS ***
    ( TOTAL OF   15 EQUATIONS TO BE SOLVED )

PLEASE ENTER FILE NAME FOR POTENTIAL FLOW SOLUTIONS:
UVP.OUT      <ENTER>
Stop - Program terminated.
```

หลังจากไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ทำการคำนวณสิ้นสุดลง โปรแกรมจะให้พิมพ์ชื่อไฟล์ผลลัพธ์เพื่อบรรจุค่าของความเร็วและความดันที่คำนวณได้ เช่น ใช้ชื่อไฟล์ว่า UVP.OUT ไฟล์ผลลัพธ์ดังกล่าวสำหรับปัญหาการไหลในท่อสำหรับการไหลแบบศักย์ใน 2 มิตินี้จะมีลักษณะดังนี้

```
NODAL VELOCITY AND PRESSURE SOLUTIONS [   15]:

  NODE       U-VELOCITY        V-VELOCITY        PRESSURE

     1      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     2      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     3      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     4      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     5      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     6      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     7      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     8      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
     9      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
    10      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
    11      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
    12      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
    13      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
    14      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
    15      .100000E+01      .000000E+00      .000000E+00
```

4.3 ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบหนืดโดยรวมความเฉื่อย

โปรแกรม NAVIER2D เป็นไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้ประดิษฐ์ขึ้นสำหรับการไหลแบบหนืดโดยรวมความเฉื่อยภายใต้สภาวะอยู่ตัวที่ไม่สามารถอัดตัวได้ใน 2 มิติ โดยมีขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมดังนี้

4.3.1 ขั้นตอนการคำนวณ

ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER2D ประกอบด้วยโปรแกรมหลัก (main program) ซึ่งเรียกอีก 6 โปรแกรมย่อย (subroutine) ต่อเนื่องขณะทำการคำนวณ รายละเอียดของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER2D นี้ได้แสดงในภาคผนวก ค ขั้นตอนการคำนวณภายในโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ได้สรุปด้วยแผนภูมิ (flow chart) ของการทำงานในรูปที่ 4.3 ซึ่งสามารถอธิบายโดยสรุปได้ดังต่อไปนี้

ก. การทำงานเริ่มจากอ่านข้อมูลนำเข้า (input data) ของปัญหาที่นำมาวิเคราะห์ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลจำนวนของจุดต่อและจำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมด จำนวนครั้งในกระบวนการทำซ้ำและเปอร์เซ็นต์ของค่าการเปลี่ยนแปลงรวมเพื่อยุติกระบวนการทำซ้ำ ค่าคุณสมบัติของการไหล โคออร์ดิเนตของจุดต่อและเงื่อนไขขอบเขตรวมทั้งที่กำหนดให้ที่จุดต่อนั้น และหมายเลขของจุดต่าง ๆ ซึ่งประกอบขึ้นเป็นแต่ละเอลิเมนต์

ข. การเข้าสู่กระบวนการทำซ้ำ เพื่อแก้ระบบสมการแบบไม่เชิงเส้น โดยจะทำการสร้างไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ และสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับทุก ๆ เอลิเมนต์ ด้วยการเรียกโปรแกรมย่อย TRI แล้วจึงเรียกโปรแกรมย่อย ASSMBLE เพื่อทำการรวมเอลิเมนต์เมตริกซ์จากทุก ๆ เอลิเมนต์เข้าด้วยกันก่อให้เกิดเป็นระบบสมการใหญ่เพื่อใช้สำหรับแก้หาค่าการเปลี่ยนแปลง Δu, Δv และ Δp ที่จุดต่อต่าง ๆ

ค. การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงในระบบสมการรวม โดยเรียกโปรแกรมย่อย APPLYBC จุดต่อบางจุดจะมีการกำหนดค่าความเร็ว u และ v หรือค่าความดัน p มาให้ ดังนั้นตัวไม่รู้ค่า Δu, Δv และ Δp ในระบบสมการใหญ่ที่สอดคล้องกับจุดต่อนั้น ๆ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง กล่าวคือจะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ตลอดกระบวนการทำซ้ำ

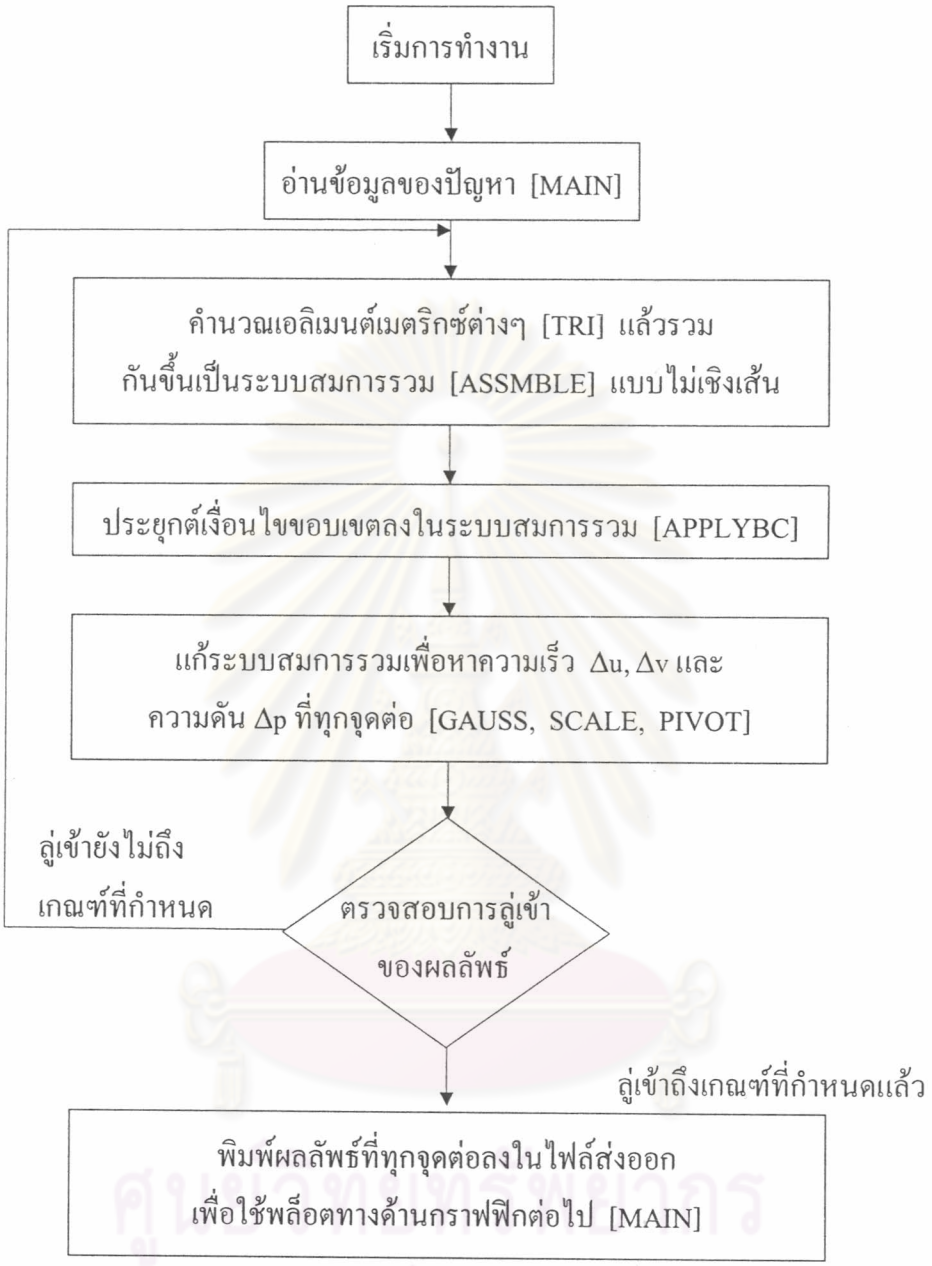
ง. การแก้ระบบสมการรวมนี้หลังจากได้ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตแล้วเพื่อคำนวณหาค่าการเปลี่ยนแปลง Δu, Δv และ Δp ที่จุดต่อต่าง ๆ โดยเรียกโปรแกรมย่อย GAUSS ซึ่ง

ใช้ระเบียบวิธีการคำนวณแบบเกาส์ (Gauss elimination) โปรแกรมย่อยดังกล่าวนี้ยังเรียกโปรแกรมย่อย SCALE และ PIVOT ต่อเนื่องเพื่อประยุกต์วิธีการจัดสเกล (scaling) และการเลือกตัวหลัก (pivoting) ในขณะทำการแก้ระบบสมการรวมนี้

จ. การตรวจสอบการลู่เข้าของผลลัพธ์โดยคำนวณค่าการเปลี่ยนแปลงรวม (overall error) ว่าน้อยกว่าค่าที่กำหนดให้ (tolerance) หรือได้ทำซ้ำครบจำนวนรอบสูงสุดที่กำหนดให้แล้ว หากค่าการเปลี่ยนแปลงรวมยังมากกว่าค่าที่กำหนดให้และยังทำไม่ครบจำนวนรอบสูงสุด ก็ให้วนย้อนกลับไปทำซ้ำใหม่ในขั้นตอน ข ข้างต้น กระบวนการทำซ้ำนี้จะทำเรื่อยไปจนกว่าค่าการเปลี่ยนแปลงรวมนั้นน้อยกว่าค่าที่กำหนดให้หรือการทำซ้ำได้วนไปจนครบจำนวนรอบสูงสุดที่กำหนดให้แล้ว

ฉ. การแสดงผลลัพธ์ในไฟล์ส่งออก (output file) เพื่อนำไปใช้พล็อตแสดงลักษณะของการไหลและการกระจายของความดันด้วยโปรแกรมทางด้านกราฟฟิกต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.3 แผนภูมิการทำงานของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER2D
คำในวงเล็บสี่เหลี่ยม [ ] ระบุชื่อโปรแกรมย่อยที่ทำการคำนวณนั้น

4.3.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์

รายละเอียดทั้งหมดของไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER2D ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานดังแสดงในรูปที่ 4.3 ลักษณะไฟล์ข้อมูลที่จำนำมาใช้กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ประกอบด้วย 6 ส่วนย่อย ดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 ประโยคอธิบายกำกับลักษณะของไฟล์:

บรรทัดแรก ตัวเลขระบุจำนวนบรรทัดของประโยคที่อธิบาย

บรรทัดต่อไป ประโยคอธิบายซึ่งมีจำนวนบรรทัดเท่ากับที่ระบุไว้

ตัวอย่างเช่น:

```
2
EXAMPLE OF COUETTE FLOW USING NAVIER-STOKES CODE
FINITE ELEMENT MODEL WITH 8 TRIANGLES AND 25 NODES
```

ส่วนที่ 2 ขนาดของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายถึงจำนวนจุดต่อ เอลิเมนต์ เงื่อนไขขอบเขต

บรรทัดที่สอง จำนวนจุดต่อความเร็ว จุดต่อความดัน เอลิเมนต์ เงื่อนไขขอบเขต ที่ทางออก จำนวนครั้งของการทำซ้ำ เปอร์เซ็นต์ค่าการเปลี่ยนแปลงรวม

ตัวอย่างเช่น:

NPOIV	NPOIP	NELEM	NFREE	TOL
25	9	8	2	0.1

ส่วนที่ 3 คุณสมบัติของของไหล

บรรทัดแรก คำอธิบายคุณสมบัติของของไหล

บรรทัดที่สอง ค่าความหนาแน่น ค่าความหนืดของของไหล และค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

ตัวอย่างเช่น:

Density	Viscosity	Gravity
1.0	1.0	0.0

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ส่วนที่ 4 ข้อมูลของจุดต่อ

บรรทัดแรก คำอธิบายข้อมูลต่าง ๆ ของจุดต่อ

บรรทัดต่อๆไป หมายเลขของจุดต่อ รหัสเงื่อนไขขอบเขตสำหรับความเร็ว u, v และความดัน p (0=เปลี่ยนแปลงได้, 1=ไม่มีการเปลี่ยนแปลง) โคออร์ดิเนตในแนวแกน x, y และค่าเริ่มต้นของ u, v, p

ตัวอย่างเช่น:

NODE	IBCU	IBCV	IBCP	X	Y	U	V	P
1	1	1	1	0.	0.	0.	0.	0.
2	1	1	0	0.5	0.	0.	0.	0.

หมายเหตุ: การนับหมายเลขของจุดต่อให้เริ่มจากหมายเลขที่มุมของทุกเอลิเมนต์จนครบแล้ว จึงเริ่มนับหมายเลขของจุดต่อที่กลางขอบของเอลิเมนต์

ส่วนที่ 5 ข้อมูลของเอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายข้อมูลหมายเลขของจุดต่อสำหรับแต่ละเอลิเมนต์

บรรทัดต่อๆไป หมายเลขเอลิเมนต์ หมายเลขจุดต่อที่มุมทั้งสามของเอลิเมนต์แล้วจึงตามด้วยหมายเลขจุดต่อที่กลางขอบของเอลิเมนต์

ตัวอย่างเช่น:

IE	I	J	K	L	M	N
1	1	2	4	13	12	10
2	2	5	4	17	13	14

ส่วนที่ 6 ข้อมูลหมายเลขเอลิเมนต์และจุดต่อที่ทางออก

บรรทัดแรก คำอธิบายข้อมูลหมายเลขเอลิเมนต์และจุดต่อที่ทางออก

บรรทัดต่อๆไป หมายเลขเอลิเมนต์และหมายเลขจุดต่อทั้งสามที่ขอบทางออกของเอลิเมนต์นั้น ๆ

ตัวอย่างเช่น:

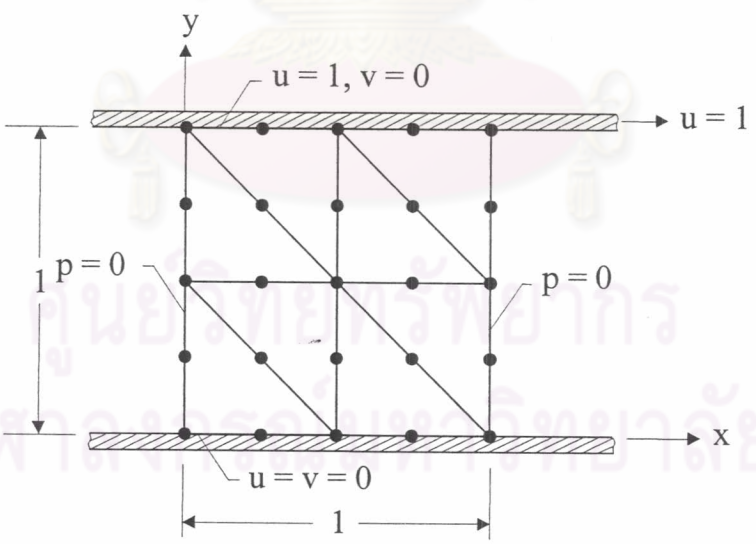
IE	II	JJ	KK
4	3	6	16

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.4 ตัวอย่างการใช้โปรแกรมสำหรับการไหลแบบหนืดโดยรวมความเฉื่อย

เพื่อเป็นการแสดงตัวอย่างการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER2D จึงขอแสดงตัวอย่างปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นเรียบ 2 แผ่น ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.4 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ประกอบด้วยเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบ 6 จุดต่อ จำนวน 8 เอลิเมนต์ 25 จำนวนจุดต่อของความเร็วและ 9 จุดต่อของความดัน โดยมีการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตให้ความเร็วของจุดต่อตลอดแนว y เท่ากับ 0 ให้มีความเร็วทางแกน x และ y เท่ากับ 0 และความเร็วของจุดต่อตลอดแนว y เท่ากับ 1 ให้มีความเร็วทางแกน x เท่ากับ 1 และความเร็วทางแกน y เท่ากับ 0 ส่วนการกำหนดค่าความดันนั้นจะกำหนดให้จุดต่อที่มุมของเอลิเมนต์นั้นมีค่าความดันเท่ากับ 0 ตลอดแนวแกน x เท่ากับ 0 และ 1

ลักษณะของไฟล์ข้อมูลที่โปรแกรมต้องการสำหรับปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นเรียบ 2 แผ่น โดยไฟล์ดังกล่าวได้ตั้งชื่อให้ว่า COUETTE. DAT โดยกำหนดให้กระบวนการทำซ้ำนั้นจบสิ้นเมื่อค่าการเปลี่ยนแปลงรวม (TOL) ลดลงน้อยกว่า 0.1% หรือหากค่าการเปลี่ยนแปลงรวมไม่สามารถลดลงน้อยกว่าที่กำหนดให้นี้ก็ให้หยุดทำการคำนวณหลังจากการทำซ้ำ (NITER) ได้ผ่านไป 20 รอบแล้ว โดยมีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ 4.4 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นเรียบ 2 แผ่น

```
2
EXAMPLE OF COUETTE FLOW USING NAVIER-STOKES CODE
FINITE ELEMENT MODEL WITH 8 TRIANGLES AND 25 NODES
   NPOIV    NPOIP    NELEM    NFREE    NITER      TOL
      25        9        8        2       20      0.1
 DENSITY  VISCOSITY  GRAVITY
     1.0        1.0      0.0
NODAL BOUNDARY CONDITIONS AND COORDINATES [25]:
       1        1        1        1       0.       0.       0.       0.       0.
       2        1        1        0      0.5       0.       0.       0.       0.
       3        1        1        1       1.       0.       0.       0.       0.
       4        0        1        1       0.      0.5       0.       0.       0.
       5        0        1        0      0.5      0.5       0.       0.       0.
       6        0        1        1       1.      0.5       0.       0.       0.
       7        1        1        1       0.       1.       1.       0.       0.
       8        1        1        0      0.5       1.       1.       0.       0.
       9        1        1        1       1.       1.       1.       0.       0.
      10        1        1       -1     0.25       0.       0.       0.       0.
      11        1        1       -1     0.75       0.       0.       0.       0.
      12        0        1       -1       0.     0.25       0.       0.       0.
      13        0        1       -1     0.25     0.25       0.       0.       0.
      14        0        1       -1      0.5     0.25       0.       0.       0.
      15        0        1       -1     0.75     0.25       0.       0.       0.
      16        0        1       -1       1.     0.25       0.       0.       0.
      17        0        1       -1     0.25      0.5       0.       0.       0.
      18        0        1       -1     0.75      0.5       0.       0.       0.
      19        0        1       -1       0.     0.75       0.       0.       0.
      20        0        1       -1     0.25     0.75       0.       0.       0.
      21        0        1       -1      0.5     0.75       0.       0.       0.
      22        0        1       -1     0.75     0.75       0.       0.       0.
      23        0        1       -1       1.     0.75       0.       0.       0.
      24        1        1       -1     0.25       1.       1.       0.       0.
      25        1        1       -1     0.75       1.       1.       0.       0.
ELEMENT NODAL CONNECTION [8]:
       1        1        2        4       13       12       10
       2        2        5        4       17       13       14
       3        2        3        5       15       14       11
       4        3        6        5       18       15       16
       5        4        5        7       20       19       17
       6        5        8        7       24       20       21
       7        5        6        8       22       21       18
       8        6        9        8       25       22       23
ELEMENT NODAL CONNECTION FOR OUTFLOW [2]:
       4        3        6       16
       8        6        9       23
```

จากนั้นขณะทำการคำนวณด้วยการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER2D โดยใช้ไฟล์ข้อมูลนำเข้า COUETTE.DAT จะเห็นรายละเอียดปรากฏขึ้นบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ดังนี้

```
PLEASE ENTER THE INPUT FILE NAME:
COUETTE.DAT     <ENTER>

    THE FINITE ELEMENT MODEL CONSISTS OF:
         NUMBER OF VELOCITY NODES        =    25
         NUMBER OF PRESSURE NODES        =     9
         NUMBER OF ELEMENTS              =     8
         NUMBER OF OUTFLOW BOUNDARY      =     2
    WITH NUMBER OF ITERATIONS REQUIRED   =    20
```

```
 OR SPECIFIED STOPPING TOLERANCE     =  0.10

 * PERFORMING COMPUTATION AT ITERATION NUMBER              1:
     ESTABLISHING ELEMENT MATRICES AND ASSEMBLING ELEMENT EQS.
     APPLYING BOUNDARY CONDITIONS OF NODAL INCREMENTS
     SOLVING SET OF SIMULTANEOUS EQS. FOR NODAL INCREMENTS
     ( TOTAL OF   59 EQUATIONS TO BE SOLVED )
   CURRENT SOLUTION HAS GLOBAL ERROR OF  150.00 %

 * PERFORMING COMPUTATION AT ITERATION NUMBER              2:
     ESTABLISHING ELEMENT MATRICES AND ASSEMBLING ELEMENT EQS.
     APPLYING BOUNDARY CONDITIONS OF NODAL INCREMENTS
     SOLVING SET OF SIMULTANEOUS EQS. FOR NODAL INCREMENTS
     ( TOTAL OF   59 EQUATIONS TO BE SOLVED )
   CURRENT SOLUTION HAS GLOBAL ERROR OF    0.00 %

 *** SOLUTION CONVERGED WITHIN SPECIFIED TOLERANCE ***

PLEASE ENTER FILE NAME FOR VELOCITY & PRESSURE SOLUTIONS:
UVP.OUT          <ENTER>

Stop - Program terminated.
```

หลังจากไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ทำการคำนวณสิ้นสุดลง โปรแกรมจะให้พิมพ์ชื่อไฟล์ผลลัพธ์เพื่อบรรจุค่าของความเร็วและความดันที่คำนวณได้ เช่น ใช้ชื่อไฟล์ว่า UVP.OUT ไฟล์ผลลัพธ์ดังกล่าวสำหรับปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นเรียบ 2 แผ่น จะมีลักษณะดังนี้

```
 NODAL VELOCITY AND PRESSURE SOLUTIONS [   25]:

 NODE       U-VELOCITY       V-VELOCITY        PRESSURE

    1    0.000000E+00     0.000000E+00     0.000000E+00
    2    0.000000E+00     0.000000E+00     0.000000E+00
    3    0.000000E+00     0.000000E+00     0.000000E+00
    4    0.500000E+00     0.000000E+00     0.000000E+00
    5    0.500000E+00     0.000000E+00     0.000000E+00
    6    0.500000E+00     0.000000E+00     0.000000E+00
    7    0.100000E+01     0.000000E+00     0.000000E+00
    8    0.100000E+01     0.000000E+00     0.000000E+00
    9    0.100000E+01     0.000000E+00     0.000000E+00
   10    0.000000E+00     0.000000E+00
   11    0.000000E+00     0.000000E+00
   12    0.250000E+00     0.000000E+00
   13    0.250000E+00     0.000000E+00
   14    0.250000E+00     0.000000E+00
   15    0.250000E+00     0.000000E+00
   16    0.250000E+00     0.000000E+00
   17    0.500000E+00     0.000000E+00
   18    0.500000E+00     0.000000E+00
   19    0.750000E+00     0.000000E+00
   20    0.750000E+00     0.000000E+00
   21    0.750000E+00     0.000000E+00
   22    0.750000E+00     0.000000E+00
   23    0.750000E+00     0.000000E+00
   24    0.100000E+01     0.000000E+00
   25    0.100000E+01     0.000000E+00
```