

บทที่ 3

แบบจำลองและพารามิเตอร์ของขดลวด

3 แบบจำลอง

โดยทั่วไปแล้วแบบจำลองของหม้อแปลงจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ[4] ก็คือ

- แบบจำลองเทอร์มินอล (Terminal Model)
- แบบจำลองภายใน (Internal Model)

3.1 แบบจำลองหม้อแปลงแบบเทอร์มินอล

ลักษณะของแบบจำลองหม้อแปลงแบบนี้ จะใช้เมื่อปลายสายส่งต่อด้วยหม้อแปลง โดยที่พฤติกรรมที่น่าสนใจอาจเป็นผลของหม้อแปลงเมื่อเกิดสวิตช์ซึ่งเสิร์จ หรือเกิดเสิร์จเนื่องจากความผิดพลาด ถ้าหม้อแปลงเปิดวงจรทางด้านทุติยภูมิ เสิร์จอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลงจะมีค่ามากกว่าของสาย แบบจำลองเทอร์มินอลถูกใช้เมื่อเกิดความผิดพลาด ทางด้านที่ถูกสับสวิตช์ โดยเซอร์กิตเบรกเกอร์ วิธีการสร้างแบบจำลองในลักษณะนี้จะต้องสร้างวงจรที่มีตัวเก็บประจุ ตัวเหนี่ยวนำ รวมทั้งความต้านทานก็รวมเข้าไปในแบบจำลองเมื่อพิจารณาความสูญเสีย

แบบจำลองตัวเหนี่ยวนำหาได้จากข้อมูลเนมเพลต ปกติแล้วรวมอยู่ใน พิกัด MVA แรงดันของขดลวด เปอร์เซ็นต์ หรือเปอร์ยูนิตรีแอกแตนซ์ รวมทั้งเปอร์ยูนิตของกระแสกระตุ้น

เมื่อละเลยการสูญเสียในสภาวะไร้โหลด ค่ารีแอกแตนซ์เปิดวงจร X_{oc} จะเท่ากับค่าอิมพีแดนซ์เปิดวงจร Z_{oc} จะเขียนได้เป็น

$$X_{oc} = Z_{oc} = \frac{1}{I_{\phi}} \quad (3.1)$$

เมื่อ I_{ϕ} เป็นเปอร์ยูนิตของกระแสกระตุ้น การประมาณลักษณะนี้สามารถนำมาใช้กับเปอร์ยูนิตของรีแอกแตนซ์ลัดวงจร $X_{sc\ i,j}$ ระหว่างขดลวด i, j และอิมพีแดนซ์ลัดวงจร $Z_{sc\ i,j}$

$$X_{sc\ i,j} = Z_{sc\ i,j} \quad (3.2)$$

สัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อระหว่าง 2 ขดลวดเท่ากับ

$$k_{ij} = \left[1 - \frac{X_{sc\ ij}}{X_{oc}} \right]^{1/2} \quad (3.3)$$

ค่าเปอร์ยูนิตความเหนี่ยวนำของขดลวด L_i เท่ากับ

$$L_{sc\ i-j} = L_i - \frac{M_{ij}^2}{L_j} = L_i (1 - k_{ij}^2) \quad (3.4)$$

เนื่องจาก $k_{ij} = M_{ij}/(L_i L_j)^{1/2}$ โดย M_{ij} เป็นค่าความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างขดลวด i และ j ดังนั้นจากสมการ (3.3) และ สมการ (3.4)

$$L_i = L_{sc_{i-j}} \frac{X_{oc}}{X_{sc_{i-j}}} \quad (3.5)$$

เปลี่ยนปริมาณจากเปอร์ยูนิตมาเป็นหน่วยโอห์มจะได้

$$L_i = L_{sc_{i-j}} \frac{X_{oc} Z_{b_i}}{X_{sc} Z_{b_i}} = \frac{X_{oc} Z_{b_i}}{\omega} \quad (3.6)$$

เมื่อ $Z_b = V_i^2 / S$ เป็นอิมพีแดนซ์ฐานของ i ในหน่วยโอห์ม V_i เป็นแรงดันฐานของขดลวดในหน่วย kV และ S เป็น MVA ฐาน

ดังนั้น ความเหนี่ยวนำของขดลวดทั้งหมดสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ (3.3) และเขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์ $[L]$ ได้เป็น

$$[L] = \begin{bmatrix} L_i & \cdots & M_{ij} & \cdots & M_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{ij} & \cdots & L_i & \cdots & M_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ M_{in} & \cdots & M_{jn} & \cdots & L_n \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

อินเวอร์สเมตริกซ์ $[L]$ จะได้

$$[\Gamma] = \begin{bmatrix} \Gamma_{ii} & \cdots & \Gamma_{ij} & \cdots & \Gamma_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \Gamma_{ij} & \cdots & \Gamma_j & \cdots & \Gamma_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \Gamma_{in} & \cdots & \Gamma_{jn} & \cdots & \Gamma_n \end{bmatrix} = [L]^{-1} \quad (3.8)$$

สมการ (3.7) และ (3.8) แปลงให้อยู่ในรูปโหนด โดยใช้เมตริกซ์กำลังแบบไม่แปรผันของ Kron (Kron's power invariant matrix)

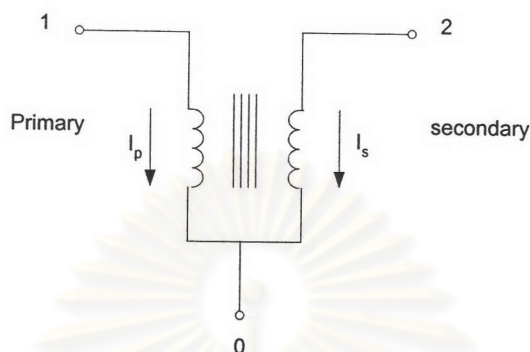
$$[\Gamma_n] = [T][\Gamma][T]^t \quad (3.9)$$

เมื่อ $[\Gamma_n]$ เป็นอินเวอร์สเมตริกซ์โหนดความเหนี่ยวนำ $[T]$ เป็นเมตริกซ์การแปลงรูป และ $[T]^t$ เป็นทรานโพสต์ของ $[T]$

พิจารณาหม้อแปลง 2 ขดลวดแสดงในรูปที่ 3.1 ตามสมการเมตริกซ์สามารถเขียนได้เป็น

$$[I] = [\Gamma] \int [E] dt \quad (3.10)$$

เมื่อ $[I]$ เป็นเวกเตอร์กระแสผ่านเข้ามาในแต่ละขดลวด $[\Gamma]$ เป็นอินเวอร์สเมตริกซ์ของความเหนี่ยวนำและ $[E]$ เป็นแรงดันตกคร่อมแต่ละขดลวด ถ้ากระแสที่ไหลไปยังโหนด 0,1 และ 2 ในรูปที่ 3.1 เป็น I_0, I_1 และ I_2 ตามลำดับ แล้ว



รูปที่ 3.1 แบบจำลองหม้อแปลง 2 ขดลวด

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p \\ I_s \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$[I_n] = [T][I] \quad (3.12)$$

จากสมการที่คล้ายกันนี้สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันที่คร่อมขดลวดและแรงดันที่โหนด

$$\begin{bmatrix} E_p \\ E_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

หรือ

$$[E] = [T]^{-1}[E_n] \quad (3.14)$$

คูณสมการ(3.10) ด้วย $[T]$ จะได้

$$[I_n] = [T][I] = [T][\Gamma] \int [E] dt \quad (3.15)$$

รวมสมการ(3.14) และ (3.15)

$$[I_n] = [T][\Gamma][T]^{-1} \int [E_n] dt \quad (3.16)$$

สมการ (3.16) เป็นสมการเมตริกซ์ความเหนี่ยวนำโหนด

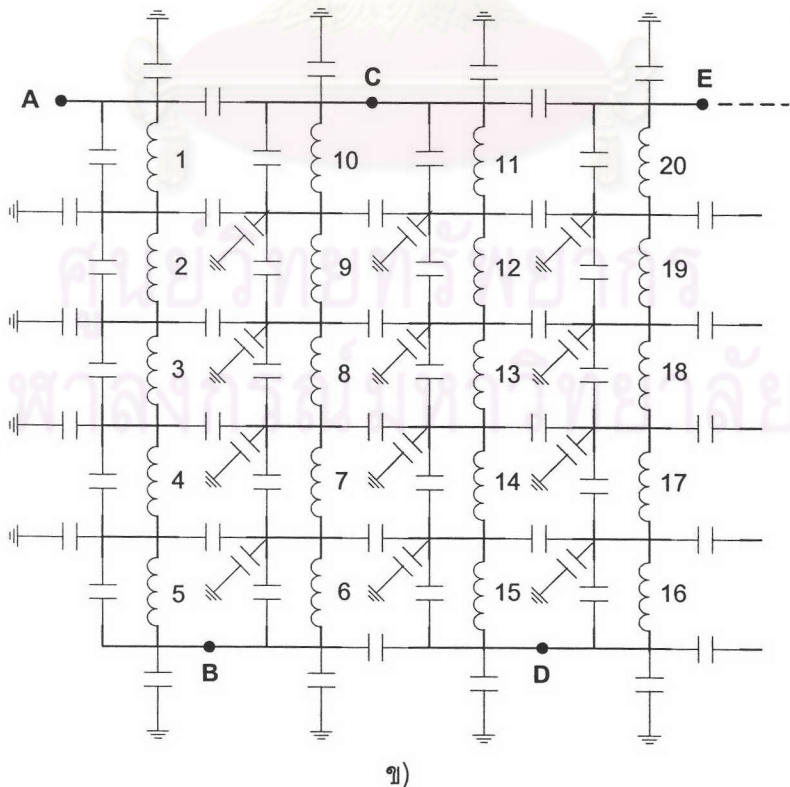
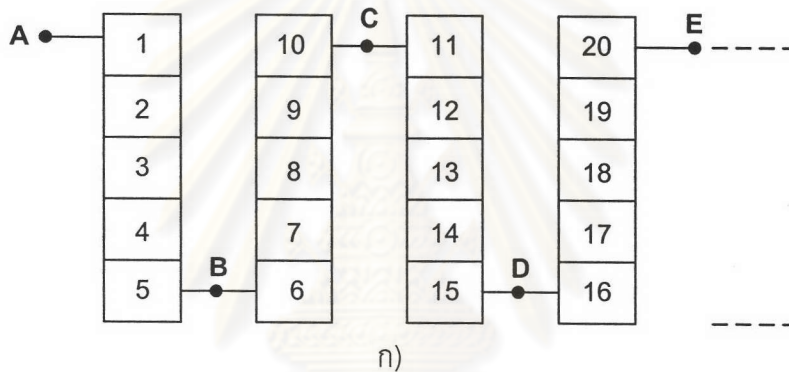
$$[I_n] = [\Gamma_n] \int [E_n] dt$$

เมื่อ $[\Gamma_n] = [T][\Gamma][T]^t$

รายละเอียดในการคำนวณของแบบจำลองวิธีนี้ ภายในวิทยานิพนธ์นี้จะไม่กล่าวถึงแต่จะเน้นในหัวข้อต่อไปแทน ซึ่งเป็นการจำลองขดลวดภายในหม้อแปลงเพื่อจำลองการกระจายของแรงดันภายในขดลวด

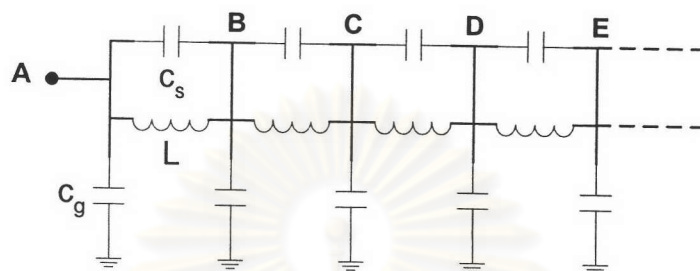
3.2 แบบจำลองภายในของหม้อแปลง

ในการออกแบบหม้อแปลง ถ้าต้องการทราบว่าขดลวดหม้อแปลงมีการตอบสนองอย่างไรเมื่อหม้อแปลงได้รับแรงดันเสิร์จกรณีที่ตั้งติดตั้งใช้งานอยู่ การจำลองภายในขดลวดหม้อแปลงจึงมีความสำคัญและจำเป็นที่จะต้องพิจารณา เพื่อที่จะทำให้ทราบผลการตอบสนองของแรงดันเสิร์จที่เกิดขึ้นบนขดลวด



รูปที่ 3.2 ก) ภาพตัดขวางของขดลวด ข) วงจรสมมูลของขดลวดในแต่ละรอบ

กรณีขดลวดแรงสูงพันเป็นแบบดิสก์ ซึ่งแสดงภาพตัดขวางของขดลวดในแต่ละรอบได้ตามรูปที่ 3.2 ก) โดยในแต่ละส่วนตามรูปที่ 3.2ก)จะแสดงวงจรสมมูลของขดลวดในแต่ละรอบด้วยตัวเก็บประจุ และตัวเหนี่ยวนำได้ตามรูปที่ 3.2 ข) จากวงจรสมมูลรูปที่ 3.2 ข)ลดรูปวงจรให้ง่ายขึ้นและคิด พารามิเตอร์ในแต่ละส่วนเป็นแบบก้อนตามรูปที่ 3.3 [4]



รูปที่ 3.3 วงจรสมมูลของขดลวดหม้อแปลงภายใน

3.3 พารามิเตอร์ภายในโมเดล

องค์ประกอบที่อยู่ภายในแบบจำลองจะพิจารณาเป็นก้อน (lump elements) โดยหาได้จากลักษณะทางกายภาพภายในของหม้อแปลงได้แก่

- ค่าความจุไฟฟ้าเทียบกราวด์(Stay capacitances, C_g)
- ค่าความจุไฟฟ้าอนุกรม(Series capacitances, C_s)
- ค่าความเหนี่ยวนำตัวเอง(Self inductance)
- ค่าความเหนี่ยวนำร่วม(Mutual inductance)

3.3.1 ค่าความจุไฟฟ้าเทียบกราวด์

ได้มีหลายแนวคิดในการหาค่าความจุไฟฟ้าเทียบกราวด์

3.3.1.1 แนวคิดของ H.Rodrigo[8]

มองว่าเป็นค่าความจุไฟฟ้าระหว่างขดลวดกับโครงสร้างที่ต่อลงกราวด์หรือส่วนที่เป็นโครงสร้างห่อหุ้ม(tank)ในการทดสอบหม้อแปลงจะต่อขดลวดแรงต่ำลงกราวด์ ฉะนั้นจะใช้ค่าความจุไฟฟ้าระหว่างขดลวดด้านแรงสูงกับขดลวดด้านแรงต่ำ[8] เมื่อขดลวดพันเป็นแบบทรงกระบอกจะได้ค่าความจุไฟฟ้าระหว่างขดลวดทั้งสองตามสมการ (3.17)

$$C_g = \frac{2 \pi \epsilon_0 \epsilon_r L}{\ln \frac{D}{d}} \quad (3.17)$$

เมื่อ ϵ_0 คือค่าเปอร์มิตติวิตี้ของสุญญากาศเป็นค่าคงที่

ϵ_r คือค่าเปอร์มิตติวิตี้สัมพัทธ์ของฉนวนระหว่าง

ขดลวดแรงดันสูงและขดลวดแรงดันต่ำ

L คือความยาวแกนของขดลวด

D คือเส้นผ่าศูนย์กลางภายในของขดลวดแรงสูง

d คือเส้นผ่าศูนย์กลางภายนอกของขดลวดแรงต่ำ

3.3.1.2 แนวคิดของ K.Karsai[6]

การคำนวณความจุไฟฟ้าระหว่าง ขดลวดที่มีแกนร่วมกันและระหว่างขดลวดในสุดกับแกนเหล็ก โดยที่แกนเหล็กจะพิจารณาเป็นทรงกระบอกผิวเรียบ และขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางมีขนาดใหญ่พอ เมื่อเทียบกับความห่างระหว่างขดลวด ความจุไฟฟ้าระหว่างขดลวดทรงกระบอกแกนร่วม 2 ขดที่มีความสูง H_1 และ H_2 หาได้จากความสัมพันธ์

$$C = \frac{27.8D \frac{H_1 + H_2}{2}}{\frac{\delta_0 + \delta_s}{\epsilon_0 \epsilon_s}} \times 10^{-12} \text{ F} \quad (3.18)$$

เมื่อ D เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ยของท่อน้ำมัน(oil duct) ระหว่างขดลวด 2 ขด

δ_0 เป็นความหนาของฉนวนน้ำมันระหว่างผิวของขดลวดทรงกระบอก

δ_s เป็นความหนาของฉนวนแข็งของขดลวดทั้งสองขด

ϵ_0 เป็นค่าเปอร์มิตติวิตี้ของน้ำมัน

ϵ_s เป็นค่าเปอร์มิตติวิตี้ของฉนวนแข็ง

ใน ส่วนการคำนวณความจุไฟฟ้าระหว่างขดลวดที่อยู่ด้านในสุดและแกนเหล็กนั้น สามารถหาได้ โดยการแทนพจน์ $\frac{H_1 + H_2}{2}$ ในสมการ (3.18) ด้วย $1.1H$ เมื่อ H เป็นความสูงของขดลวด

3.3.2 ความจุไฟฟ้าอนุกรม

เช่นเดียวกันกับการหาค่าความจุไฟฟ้าเทียบกราวด์ ได้มีผู้เสนอการคิดค่าความจุไฟฟ้าอนุกรมไว้หลายวิธีกล่าวคือ

3.3.2.1 วิธีของ A. Greenwood[4]

เป็นค่าคาปาซิแตนซ์ระหว่างดิสก์มีความสัมพันธ์ตามสมการ(3.19) และแสดงภาพตัดของขดลวดเพื่อหาค่าคาปาซิแตนซ์อนุกรม ได้ตามรูปที่ 3.4

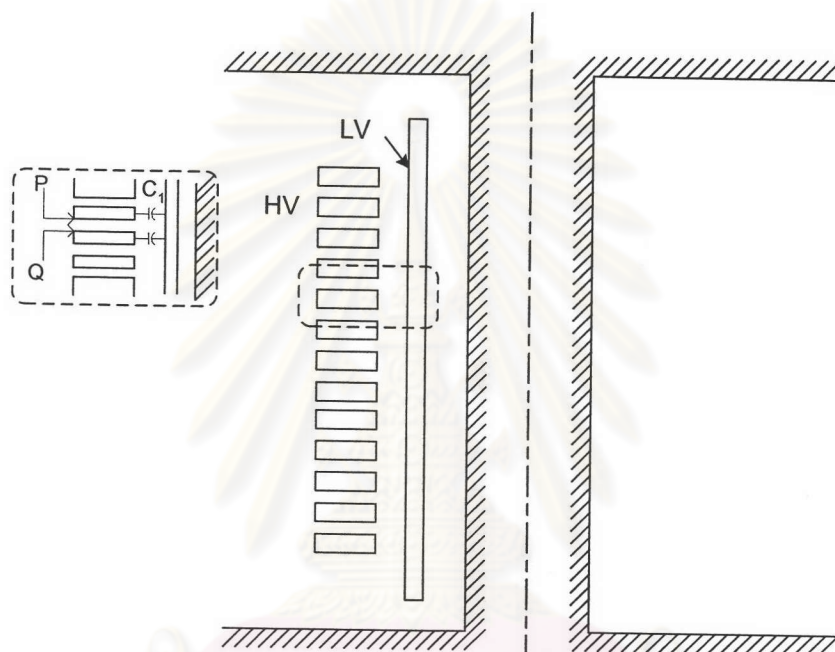
$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} \quad (3.19)$$

เมื่อ A เป็นพื้นที่วงแหวนของพื้นผิว P หรือ Q ตามรูปที่ 3.4

d เป็นระยะห่างระหว่าง P และ Q

ϵ_r เป็นค่าเปอร์มิตติวิตี้สัมพัทธ์ของฉนวนขดลวดและฉนวนระหว่างดิสก์

ϵ_0 เป็นค่าเปอร์มิตติวิตี้ของสุญญากาศหรือที่ว่าง = 8.8542×10^{-12} F/m

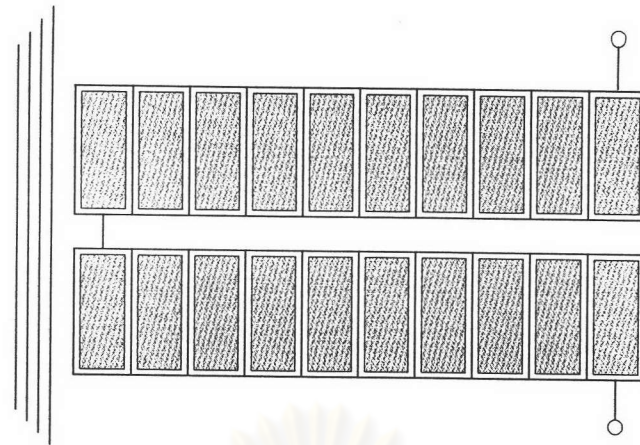


รูปที่ 3.4 ภาพตัดของขดลวดเพื่อหาค่าตัวเก็บประจุอนุกรม

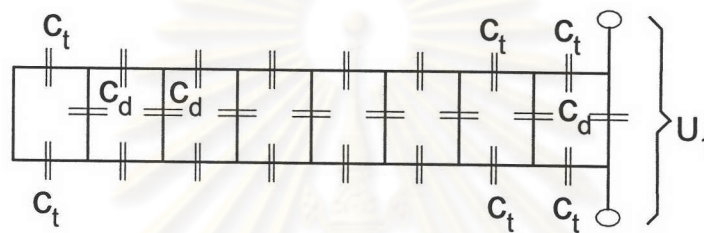
3.3.2.2 วิธีของ K.Karsai[6]

1) ความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดลวดแบบดิสก์

รูปที่ 3.5 เป็นรูปวาดของขดดิสก์ที่ 1 ดิสก์คอยล์ประกอบด้วยขดดิสก์ 2 ส่วน (sections) และแท่งวงจร ที่ประกอบด้วยความจุไฟฟ้าได้ตามรูป ความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดดิสก์ประกอบด้วย 2 ส่วน ที่เป็นผลของความจุไฟฟ้าระหว่างรอบของขดลวดและระหว่างส่วนของดิสก์



ก)



ข)

รูปที่ 3.5 ก) ภาพตัดของขดลวดดิสก์

ข) วงจรความจุไฟฟ้าของขดลวดดิสก์

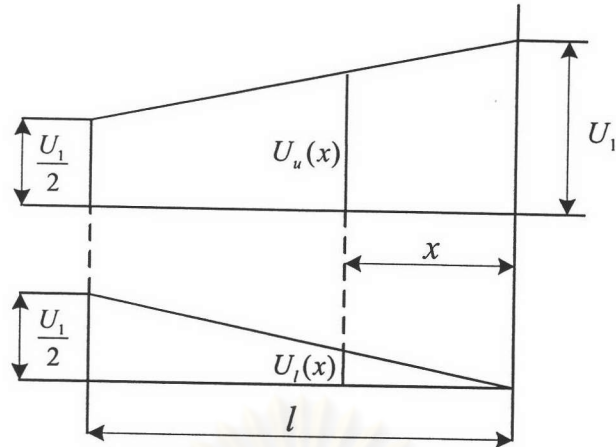
สำหรับการคำนวณความจุไฟฟ้า แรงดันจะถูกสมมุติว่ากระจายภายในขดดิสก์อย่างสม่ำเสมอซึ่งอยู่บนหลักการที่ว่าผลบวกของพลังงานสะสม ในส่วนของความจุไฟฟ้าภายในขดลวดแต่ละส่วน จะเท่ากับพลังงานทั้งหมดของขดดิสก์ ในแต่ละส่วนของขดดิสก์จะมีจำนวนรอบ n รอบ และแรงดัน U_1 ที่ตกคร่อมบนขดลวด พลังงานของความจุไฟฟ้าระหว่างรอบ C_t สามารถแสดงได้ตามความสัมพันธ์

$$\frac{1}{2} C_t \left(\frac{U_1}{2n} \right)^2 2(n-1) = \frac{1}{2} C_r U_1^2 \quad (3.20)$$

โดย

$$C_r = \frac{C_t}{2n^2} (n-1) \quad (3.21)$$

ส่วนในการหาความจุไฟฟ้าระหว่างดิสก์ (inter-section capacitance) จะสมมุติว่าแรงดันกระจายเป็นเชิงเส้นในแต่ละส่วนโดยสามารถคำนวณได้จากรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 การกระจายแรงดันในขดดิสก์

แรงดันที่จุด X ของดิสก์ส่วนบนจะเป็น

$$U_u(x) = U_1 \frac{2l - x}{2l} \quad (3.22)$$

และในจุด X ของดิสก์ส่วนล่างจะเป็น

$$U_e(x) = U_1 \frac{x}{2l} \quad (3.23)$$

พลังงานของความจุไฟฟ้า C_{d1} ต่อหน่วยความยาวของขดลวด ที่จุด X จะได้เป็น

$$\frac{1}{2} C_{d1} [U_u(x) - U_e(x)]^2 \quad (3.24)$$

ผลลัพธ์พลังงานของความจุไฟฟ้าระหว่างดิสก์คอยล์โดยการแทน

$$U_u(x) - U_e(x) = U_1 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (3.25)$$

จะเป็น

$$\int_0^l \frac{1}{2} C_{d1} [U_1 \left(1 - \frac{x}{l}\right)]^2 dx = \frac{1}{2} C_{dr} U_1^2 \quad (3.26)$$

หลังจากการอินทิเกรตและลดรูปของสมการด้านบนจะได้

$$C_{dr} = \frac{C_{d1} l}{3} \quad (3.27)$$

กล่าวคือผลลัพธ์ของความจุไฟฟ้าระหว่างดิสก์เป็นหนึ่งในสามของความจุไฟฟ้าที่ได้จากลักษณะรูปร่างของขดลวด ดังนั้น ผลที่ได้ของความจุไฟฟ้าอนุกรมของ 1 ดิสก์คอยล์ จะได้

$$C_r = C_{tr} + C_{dr} \quad (3.28)$$

ความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดลวดทั้งหมดคำนวณได้จากความจุไฟฟ้าของดิสก์คอยล์ซึ่ง ขดลวดมี N ส่วน จากการคำนวณที่กล่าวข้างต้น จะได้ผลลัพธ์ของความจุไฟฟ้าระหว่างรอบของขดลวดทั้งหมดเป็น

$$\sum C_{tr} = \frac{C_t}{Nn^2} (n-1) \quad (3.29)$$

ผลลัพธ์ในการหาความจุไฟฟ้า ระหว่างส่วน (inter-section) จะใช้ความสัมพันธ์

$$\frac{1}{2} C_{dr} \left(\frac{U}{N} \right)^2 (N-1) = \frac{1}{2} \sum C_{dr} U^2 \quad (3.30)$$

$$\sum C_{dr} = 4 \frac{N-1}{N^2} C_{dr} \quad (3.31)$$

ผลของความจุไฟฟ้าอนุกรม ของขดลวดทั้งหมดจากสมการ (3.29) และ สมการ (3.31) จะได้เป็น

$$K = \frac{1}{N} \left(\frac{n-1}{n^2} C_t + 4 \frac{N-1}{N} C_{dr} \right) \quad (3.32)$$

เนื่องจากในการปฏิบัติส่วนมาก $n > 10$ และ $N > 30$ สมการ (3.32) สามารถลดรูปให้ง่ายลงอยู่ในรูปของ

$$K = \frac{1}{N} \left(\frac{C_t}{n} + 4C_{dr} \right) \quad (3.33)$$

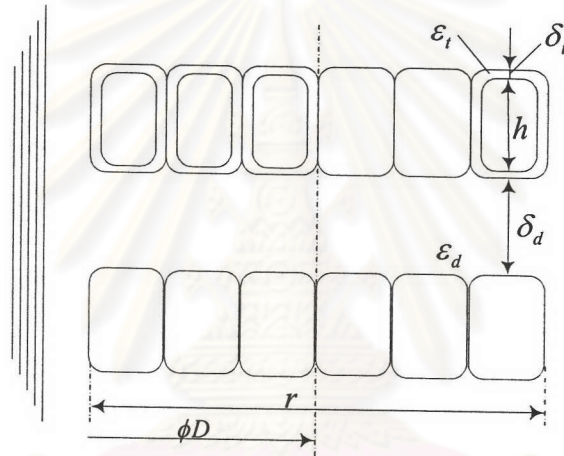
ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ยของขดลวดดิสก์ในแต่ละส่วนเป็น D ขนาดของตัวนำทองแดงที่ใช้คำนวณความจุไฟฟ้าระหว่างรอบเป็น h ความหนาของฉนวนเป็น δ_i โดยมีค่าเปอร์มิตติวิตี ϵ_i ขนาดรัศมีของขดลวดเป็น r ความหนาระหว่างดิสก์ δ_o และผลของค่าเปอร์มิตติวิตีของฉนวน (น้ำมัน+ฉนวนแข็ง)หนา δ_o เป็น ϵ_o แสดงได้ในรูปที่ 3.7

ดังนั้นความจุไฟฟ้าระหว่างรอบ และความจุไฟฟ้าระหว่างดิสก์ คำนวณได้จากสูตร

$$C_t = \epsilon_t \epsilon_0 \frac{D\pi(h + 2\delta_t)}{2\delta_t} = 27.8D \frac{\epsilon_t(h + 2\delta_t)}{2\delta_t} 10^{-12} \text{ F} \quad (3.34)$$

และ

$$C_{dr} = \frac{1}{3} \left[\epsilon_0 D \pi \frac{r + \delta_d}{\frac{2\delta_t}{\epsilon_t} + \frac{\delta_d}{\epsilon_d}} \right] = 27.8D \frac{1}{3} \frac{r + \delta_d}{\frac{2\delta_t}{\epsilon_t} + \frac{\delta_d}{\epsilon_d}} 10^{-12} \text{ F} \quad (3.35)$$



รูปที่ 3.7 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณความจุไฟฟ้าอนุกรม

จากความสัมพันธ์ของสมการ (3.33),(3.34),(3.35) ความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดลวดดิสก์สามารถคำนวณได้จากสมการ

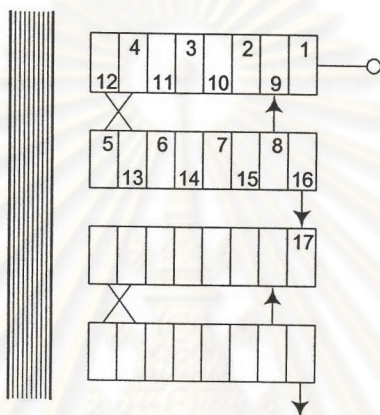
$$K = \frac{27.8D}{N} \left[\frac{\epsilon_t(h + 2\delta_t)}{2n\delta_t} + \frac{4}{3} \frac{r + \delta_d}{\frac{2\delta_t}{\epsilon_t} + \frac{\delta_d}{\epsilon_d}} \right] 10^{-12} \text{ F} \quad (3.36)$$

เมื่อ ขนาดพารามิเตอร์ทางกายภาพจะแทนในหน่วยเมตร

2) ความจุไฟฟ้าของขดลวดดิสก์แบบอินเตอร์ลีฟ

ความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดลวดพันแบบดิสก์ สามารถทำให้มีขนาดมากขึ้นได้ด้วยการทำอินเตอร์ลีฟขดลวด[6,9] โดยการย้ายรอบของขดลวดที่ใกล้กันให้ห่างออกซึ่งกันและกันทางไฟฟ้า และไม่จำเป็นต้องเพิ่มจำนวนภายในขดลวดแต่วิธีนี้จะทำให้แรงดันระหว่างรอบจะมีค่าเพิ่มขึ้น

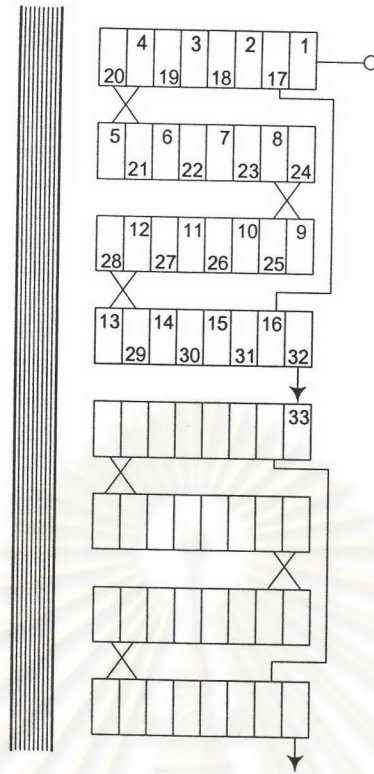
ขดลวดที่มีการเพิ่มค่าความจุไฟฟ้าอนุกรมจากการใช้วิธีอินเตอร์ลีฟ ได้ถูกเสนอโดยบริษัท English Electric ในปี 1945 รูปที่ 3.8 1 ดิสก์คอยล์ประกอบด้วย 2 ส่วน ต่อมาก็ได้มีการพัฒนาขดลวดอินเตอร์ลีฟ ที่องค์ประกอบ ประกอบด้วยหลายส่วนเป็นจำนวนคู่



รูปที่ 3.8 ขดลวดที่ถูกทำให้มีความจุไฟฟ้าอนุกรมเพิ่มขึ้น($E=2$)

การคำนวณความจุไฟฟ้าอนุกรมเมื่อขดลวดพันแบบ อินเตอร์ลีฟจะพิจารณาเฉพาะความจุไฟฟ้าระหว่างรอบเท่านั้น ส่วนความจุไฟฟ้าระหว่างดิสก์จะละเลยไป[6] แนวคิดในการคำนวณความจุไฟฟ้าของขดลวดที่มีการอินเตอร์ลีฟจะเหมือนกับการคิดแบบขดลวดดิสก์ ในกรณีของขดลวดประกอบด้วยสี่ส่วน ($E=4$)รูปที่ 3.9 ให้จำนวนรอบในแต่ละส่วน เป็น n ซึ่งหมายความว่าในหนึ่งดิสก์คอยล์ประกอบด้วย E ส่วน พลังงานสะสมในความจุไฟฟ้าระหว่างรอบจำนวน $E(n-1)$ มีขนาด C_v จึงต้องนำมาคิดด้วย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.9 ขดลวดที่ถูกทำให้มีความจุไฟฟ้าอนุกรมเพิ่มขึ้น(E=4)

สมมุติว่าการกระจายของแรงดันสม่ำเสมอในแต่ละส่วน จะทำให้ได้แรงดันระหว่างรอบที่อยู่ใกล้เคียงคร่อมความจุไฟฟ้า $\frac{E}{2}(n-1)$ เป็น $\frac{U_E}{E.n} \cdot \frac{E.n}{2} = \frac{U_E}{2}$ และคร่อมความจุไฟฟ้า $\frac{E}{2}(n-1)$ ที่เหลือเป็น $\frac{U_E}{E.n} \left(\frac{E.n}{2} - 1 \right)$ เมื่อ U_E เป็นแรงดันคร่อมที่จุดปลาย(terminals) ของขดลวดของแต่ละองค์ประกอบ ผลของความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดลวดแต่ละองค์ประกอบเป็น

$$C_r = \frac{C_t \left(\frac{U_E}{2} \right)^2 \frac{E}{2} (n-1) + C_t \left[\frac{U_E}{E.n} \left(\frac{E.n}{2} - 1 \right) \right]^2 \frac{E}{2} (n-1)}{U_E^2}$$

$$= C_t \frac{E}{2} (n-1) \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{E.n-2}{E.n} \right)^2 \right] \tag{3.37}$$

เมื่อพิจารณาในทางปฏิบัติ $n = 10$ ถึง 30 และ E มากกว่าหรือเท่ากับ 2 ร่วมกับการประมาณค่าความจุไฟฟ้าอนุกรม จะได้เป็น

$$C_r = \frac{EC_t}{4} (n-1) \tag{3.38}$$

รวมพลังงานของขดลวด N/E องค์ประกอบ เมื่อ N เป็นจำนวนส่วน ในขดลวดจะได้ผลของความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดลวดทั้งหมดเป็น

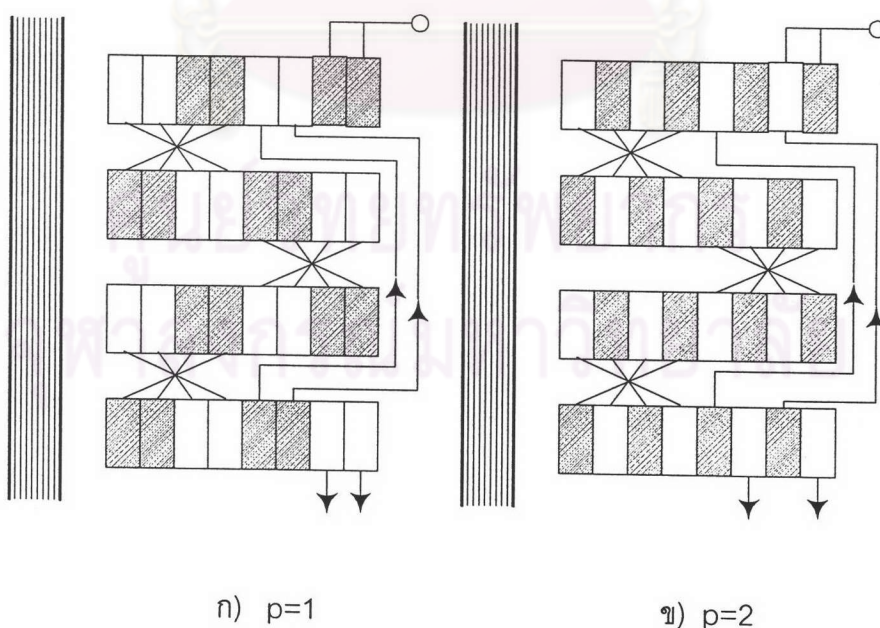
$$K = \frac{E^2 C_t}{4N} (n-1) \quad (3.39)$$

กรณีการพันขดลวดที่พันขนานกันหลายเส้นจะมีผลต่อความจุไฟฟ้าอนุกรม โดยการเปลี่ยนแปลงการจัดเรียงของขดลวดขนาน ถ้าขดลวดจัดเรียงตามรูปที่ 3.10 ก) ความจุไฟฟ้าอนุกรมจะไม่เปลี่ยนแปลง แต่ถ้าทำการแยกออกจากกัน ดังในรูปที่ 3.10 ข) จะทำให้ความจุไฟฟ้าของขดลวดมีค่าเพิ่มขึ้น

ท่อน้ำมันระหว่างรอบของขดลวด จะทำให้ความจุไฟฟ้าอนุกรมลดลง สำหรับขนาดค่าความจुरะหว่างขดลวดที่ถูกแยกออกจากกัน โดยท่อน้ำมัน(oil duct)จะไม่นำมาพิจารณา แต่จะพิจารณาเฉพาะความจุไฟฟ้าที่เกิดจากฉนวนของขดลวดเท่านั้น ให้จำนวนเส้นของขดลวดที่ไม่อยู่ติดกันเป็น p จำนวนท่อน้ำมัน ภายในขดลวดเป็น 0 แล้วแทนรายละเอียดของความจุไฟฟ้าภายในขดลวดตามสมการ (3.34) ได้ความจุไฟฟ้าอนุกรมของขดลวดอินเตอร์ลีฟ ซึ่งมีความสัมพันธ์เป็น

$$K = \frac{27.8D}{N} \left[\frac{\epsilon_t (h + 2\delta_t)}{2\delta_t} \right] (pn - o - 1) E^2 \times 10^{-12} F \quad (3.40)$$

ในที่นี้ขนาดจะแทนเป็นหน่วยเมตร



รูปที่ 3.10 การจัดเรียงขดลวดให้ขนานในการพันขดลวด เพื่อเพิ่มความจุไฟฟ้าอนุกรม

3.3.3 ความเหนียวนำตัวเอง

3.3.3.1 วิธีของ K.Karsai[6]

ความเหนียวนำตัวเองและความเหนียวนำร่วมนสามารถหาได้ แต่มีค่าความถูกต้องน้อยกว่าการหาค่าความจุไฟฟ้า เนื่องจากความเหนียวนำของแกนเหล็กจะเป็นฟังก์ชันของความถี่ ซึ่งเมื่อความถี่มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ความเหนียวนำไฟฟ้าลดลง ดังนั้นการคำนวณหาความเหนียวนำไฟฟ้า โดยใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์ที่พิจารณาความถี่ จะทำได้ยากและซับซ้อน ดังนั้นในการคำนวณความเหนียวนำ เมื่อเกิดแรงดันเกินฟ้าผ่ากับหม้อแปลงจึงจะเลยผลของความถี่ที่เกิดขึ้น[6]

ความเหนียวนำของหม้อแปลงในสภาวะไร้โหลดคำนวณได้จากความสัมพันธ์

$$L_{nl} = \mu_r \mu_0 \frac{A}{l_c} N^2 H \quad (3.41)$$

เมื่อ μ_r เป็นความซึมซาบสัมพัทธ์ของแกนเหล็ก

μ_0 เป็นความซึมซาบของสุญญากาศมีค่า 1.256×10^{-6} H/m

A พื้นที่หน้าตัดของแกนเหล็กหน่วย m^2

l_c ความยาวของแกนเหล็ก หน่วยเมตร

N จำนวนรอบของขดลวด

ดังนั้น ความเหนียวนำที่นำมาใช้ในการคำนวณการกระจายของแรงดันจะเป็น

$$L = \frac{1}{B} L_{nl} \quad (3.42)$$

B เป็นค่าคงที่ขึ้นอยู่กับขนาดหม้อแปลง หม้อแปลงขนาดใหญ่ค่าคงที่อยู่ในช่วง 15 ถึง 20 ส่วนหม้อแปลงขนาดเล็กจะใช้ค่าคงที่อยู่ในช่วง 20 ถึง 40 และในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ค่า B เป็น 20

ความเหนียวนำร่วมนระหว่างขดลวด 2 รอบที่กำหนดด้วยตำแหน่งอ้างอิง x และ y เมื่อ x และ y เป็นระยะของขดลวดแต่ละรอบที่คิดจากจุดปลายด้านใดด้านหนึ่งของขดลวด ที่มีความยาวเป็น l

$$M(x, y) = L^{-v} \left| \frac{x-y}{l} \right| \quad (3.43)$$

เมื่อ L เป็นความเหนียวนำตัวเองของส่วนของขดลวดต่อหน่วยความยาว

v เป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับลักษณะทางกายภาพของขดลวด

สำหรับสูตรการคำนวณความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างองค์ประกอบที่ i และ j ตามสมการ-
(3.43) จะได้สมการความสัมพันธ์

$$M_{ij} = L_1 q^{|i-j|} \quad (3.44)$$

เมื่อ L_1 เป็นความเหนี่ยวนำตัวเองของหนึ่งองค์ประกอบ

q เป็นสัมประสิทธิ์ของความเหนี่ยวนำร่วม สำหรับแกนขดลวดเป็นเหล็ก q จะอยู่
ระหว่าง 0.97 ถึง 0.99

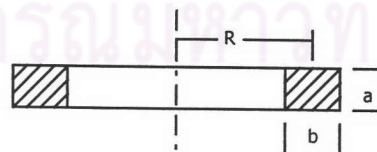
ในทางปฏิบัติความเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวดทั้งหมด สามารถคำนวณได้โดยตรงจากสมการ-
(3.42) ซึ่งการคำนวณการกระจายของแรงดันนั้น ขดลวดจะแบ่งเป็นส่วนๆ n องค์ประกอบ ฉะนั้น
ในการหาความเหนี่ยวนำตัวเองของหนึ่งองค์ประกอบจะหาได้จาก ผลรวมของความเหนี่ยวนำตัว
เองของทุกองค์ประกอบและความเหนี่ยวนำร่วม เท่ากับผลของความเหนี่ยวนำของขดลวดทั้งหมด
ดังนั้นถ้าความเหนี่ยวนำของหนึ่งองค์ประกอบเป็น L_1 จำนวนขององค์ประกอบเป็น n สัมประสิทธิ์
ของการเกี่ยวค้ำร่วมระหว่างองค์ประกอบของขดลวดเป็น q และผลของความเหนี่ยวนำของขด-
ลวดทั้งหมดเป็น L

$$L = nL_1 \left\{ 1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n-k}{n} q^k \right\} \quad (3.45)$$

จากสมการ (3.45) L , n และ q เป็นตัวแปรที่ทราบค่า ดังนั้นสามารถหา L_1 ได้

3.3.3.2 วิธีของ A. Greenwood[4]

กรณีขดลวดพันเป็นแบบดิสก์ แสดงภาพตัดขวางได้ตามรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 ภาพตัดของขดดิสก์

จากรูปสามารถคำนวณหาความเหนี่ยวนำได้ ตามสมการ (3.46)

$$L = \mu_0 R N^2 \left(\ln \frac{8R}{R_1} - 2 \right) \quad (3.46)$$

เมื่อ

$$\ln R_1 = \frac{1}{2} \ln(a^2 + b^2) - \frac{b^2}{12a^2} \ln\left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) - \frac{a^2}{12b^2} \ln\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) + \frac{2b}{3a} \tan^{-1} \frac{a}{b} + \frac{2a}{3b} \tan^{-1} \frac{b}{a} - \frac{25}{12}$$

3.3.4 ความเหนี่ยวนำร่วม

ค่าความเหนี่ยวนำร่วมในกรณีขดลวดเป็นแบบดิสก์จะเป็นค่าความเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นระหว่างดิสก์ต่างๆตลอดขดลวดและกรณีขดลวดเป็นแบบอินเตอร์ลีฟค่าความเหนี่ยวนำร่วมจะเป็นค่าความเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นระหว่างองค์ประกอบต่างๆ โดยการหาค่าความเหนี่ยวนำร่วมของขดลวดทั้งสองแบบจะนำสูตรการหาความเหนี่ยวนำร่วมของเส้นลวดบางๆ(filaments) 2 เส้นมาประยุกต์ใช้

สูตรสำหรับความเหนี่ยวนำร่วมของเส้นลวดบางๆ (filament) 2 เส้นตามรูปที่ 3.12 เส้นลวด A และเส้นลวด B พันเป็นวงกลมในแกนร่วมกัน แสดงได้ตามสมการ[4]

$$M = 4\pi\sqrt{R_1R_2} \left\{ \left(\frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right\} \quad (3.47)$$

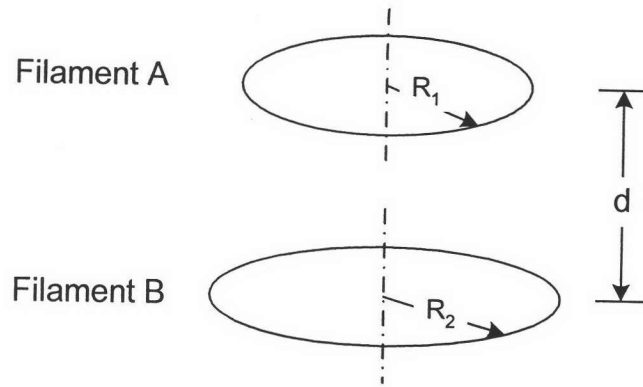
$$\text{เมื่อ } k = \frac{2\sqrt{R_1R_2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + d^2}}$$

R_1, R_2 รัศมีเส้นลวดสองเส้น (two circular filaments)

d ระยะห่างระหว่างจุดกลางของเส้นลวด (filaments)

$K(k)$ อินทิเกรทวงรีแบบสมบูรณ์ลักษณะที่ 1 (complete elliptic integrals of the first kind)

$E(k)$ อินทิเกรทวงรีแบบสมบูรณ์ลักษณะที่ 2 (complete elliptic integrals of the second kind)



รูปที่ 3.12 รูปการหาความเหนียวนำร่วระหว่าง filaments

ซึ่งสูตรจากสมการ(3.47)มีความถูกต้องเมื่อใช้เฉพาะสำหรับเส้นลวดบางที่ไม่พิจารณาถึงผลของพื้นที่หน้าตัด ถ้าพื้นที่หน้าตัดของเส้นลวดมีขนาดมาก เมื่อนำมาคำนวณด้วยสมการ (3.47) จะทำให้ได้ค่าความเหนียวนำที่สูงไปจากค่าความเป็นจริง วิธีที่ใช้ในการหาค่าความเหนียวนำร่วที่มีความถูกต้องมากๆ จะใช้วิธีของ Lyle (Lyle's method)[10,11] วิธีนี้จะแทนขดลวดแต่ละดิสก์ด้วยเส้นลวดสมมูลบางๆ(filaments) 2 เส้น แสดงได้ตามรูปที่ 3.13 โดยเป็นการแสดงดิสก์ที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยม 2 ดิสก์ มีรัศมีเฉลี่ยเป็น R_1 และ R_2 ขนาดความสูงของแต่ละดิสก์เป็น b_1 และ b_2 รัศมีของพื้นที่หน้าตัดเป็น C_1, C_2 แต่ละดิสก์ห่างกันเป็นระยะ d จากนั้นจะต้องทำการคำนวณเพื่อปรับค่ารัศมี R_1 และ R_2 เป็นค่าใหม่รวมทั้งระยะระหว่าง filaments โดยแบ่งการคำนวณเป็นกรณีที่ขึ้นอยู่กับลักษณะขนาดทางกายภาพของดิสก์ดังนี้

กรณีที่ขนาด b_1 มากกว่า c_1 จะแทนคอยล์เป็นเส้นลวดบางๆ (filaments) 2 เส้น 11' และ 22' มีรัศมี

$$v_1 = R_1 \left(1 + \frac{c_1^2}{24R_1^2} \right) \quad (3.48)$$

และแทนระยะ β ด้วย

$$\beta^2 = \frac{b_1^2 - c_1^2}{12} \quad (3.49)$$

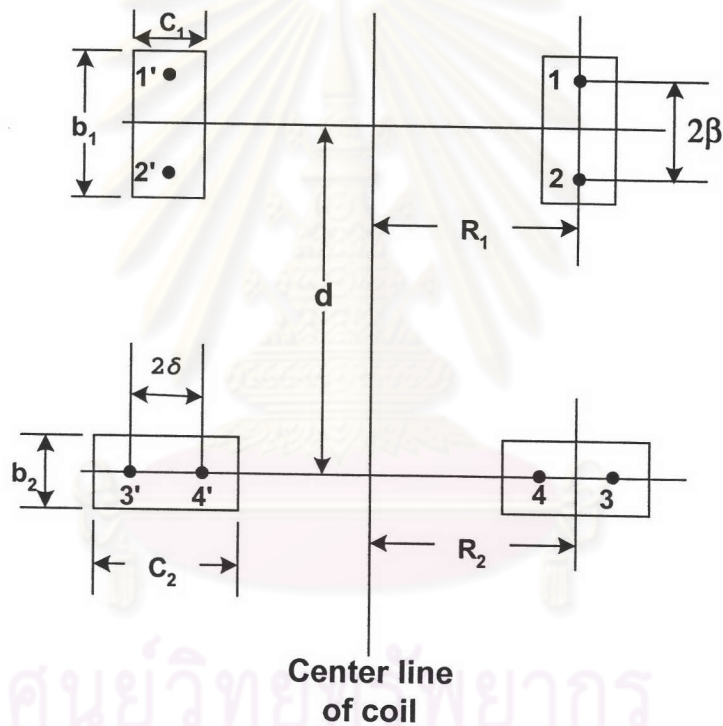
กรณีที่ขนาด c_2 มากกว่า b_2 จะแทนคอยล์เป็นเส้นลวดบางๆ (filaments) 2 เส้น 33' และ 44' ที่มีรัศมี $(v_2 + \delta)$, $(v_2 - \delta)$ เมื่อ

$$v_2 = R_2 \left(1 + \frac{b_2^2}{24R_2^2} \right) \quad (3.50)$$

และ

$$\delta = \frac{c_2^2 - b_2^2}{12} \quad (3.51)$$

เมื่อกำหนดค่ารัศมีและระยะระหว่าง filaments ที่เป็นค่าใหม่ได้แล้วก็สามารถหาค่าความเหนี่ยวนำร่วมระหว่าง filaments ได้ ประกอบด้วยความเหนี่ยวนำร่วมที่เกิดจาก filaments 11' กับ 33', 11' กับ 44', 22' กับ 33' และ 22' กับ 44' โดยแทนด้วยสัญลักษณ์ $M_{13}, M_{14}, M_{23}, M_{24}$ ตามลำดับ



รูปที่ 3.13 รูปการแทนขดลวดด้วย filaments สมมูล 4 filaments

ดังนั้น ความเหนี่ยวนำร่วมระหว่างดิสก์มีความสัมพันธ์ตามสมการ [10,11]

$$M = N_1 N_2 \left(\frac{M_{13} + M_{14} + M_{23} + M_{24}}{4} \right) \quad (3.52)$$

โดยในแต่ละความเหนี่ยวนำร่วมในสมการ (3.52) คำนวณได้จากสมการ (3.47) และ N_1, N_2 เป็นจำนวนรอบของขดลวดในแต่ละดิสก์

3.3.4.1 ความเหนียวนำร่วมของขดลวดแบบอินเตอร์ลิฟ [10]

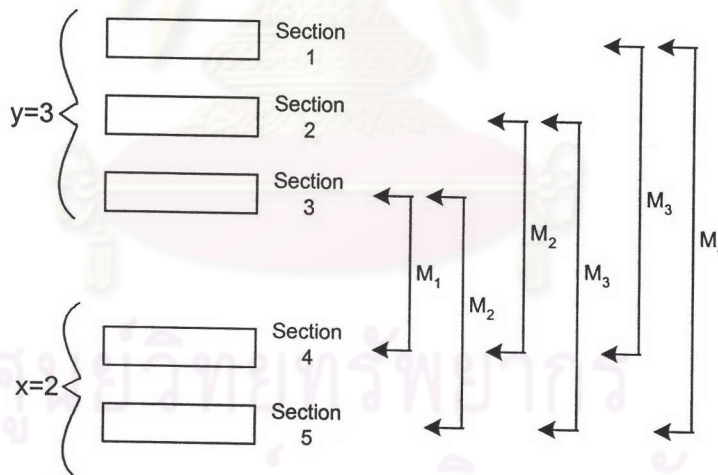
ความเหนียวนำร่วมสมมูลระหว่างคู่ของดิสก์ สามารถหาได้โดยการประยุกต์วิธีของ Lyle ซึ่งขดลวดจำนวน X ส่วน จะพิจารณาเป็นก้อน(lump) 1 ก้อน รวมทั้งขดลวดจำนวน y ส่วนด้วย ตามรูปที่ 3.14 ถ้าสมมุติว่าระยะห่างระหว่างดิสก์มีขนาดเท่ากันทำให้ได้ความสัมพันธ์ของสมการ เพื่อหาความเหนียวนำร่วม

$$M_{equiv} = \sum_{i=1}^x i M_i + \sum_{k=x+1}^y x M_k + \sum_{j=1}^{x-1} j M_{x+y-j} \tag{3.53}$$

เมื่อ

M_i, M_k, M_{x+y-j} เป็นความเหนียวนำร่วมระหว่างดิสก์ตามรูปที่ 3.14 จากรูปที่ 3.14 และสมการ (3.53) จะได้ว่า

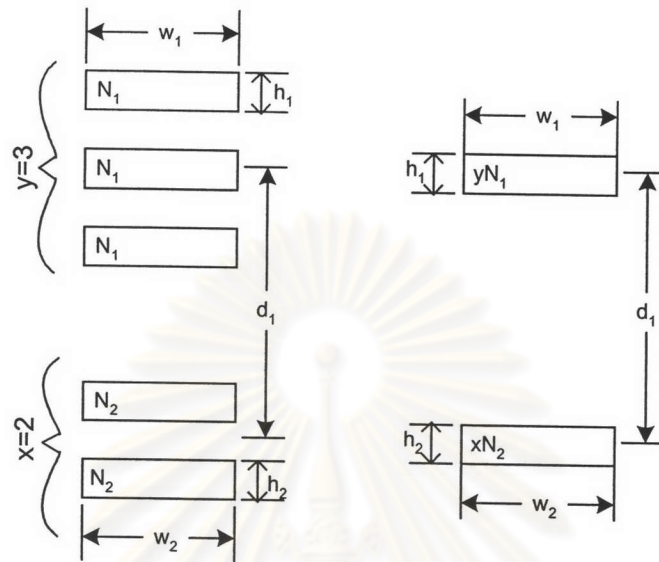
$$M_{equiv} = M_1 + 2M_2 + 2M_3 + M_4 \tag{3.54}$$



รูปที่ 3.14 รูปแสดงความเหนียวนำร่วมระหว่าง section

วิธีนี้ให้ผลลัพธ์ที่มีความละเอียดถูกต้องแต่มีข้อเสียคือจะต้องทำการคำนวณหลายครั้ง ดังนั้นเพื่อที่จะลดจำนวนครั้งของการคำนวณความเหนียวนำร่วมลง จึงจำเป็นต้องหาความเหนียวนำร่วมสมมูล โดยจะสมมุติว่าระยะห่างระหว่างดิสก์ที่พิจารณาเป็นก้อนห่างกันมาก[10] ทำให้สามารถประมาณในการหาความเหนียวนำร่วมด้วยส่วนหรือดิสก์สมมูล 2 ดิสก์ ดังในรูปที่ 3.15 การคำนวณความเหนียวนำร่วมก็จะสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ(3.52) ดังนั้นในกรณีขดลวด

เป็นแบบอินเตอร์ลิฟจะใช้หลักการนี้เพื่อหาความเหนียวนำรวมที่เกิดขึ้นระหว่างองค์ประกอบโดยแทนด้วยดิสก์สมมูล 2 ดิสก์เช่นเดียวกับรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 รูปการหาความเหนียวนำรวมด้วยดิสก์สมมูล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย