บทที่ 3

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

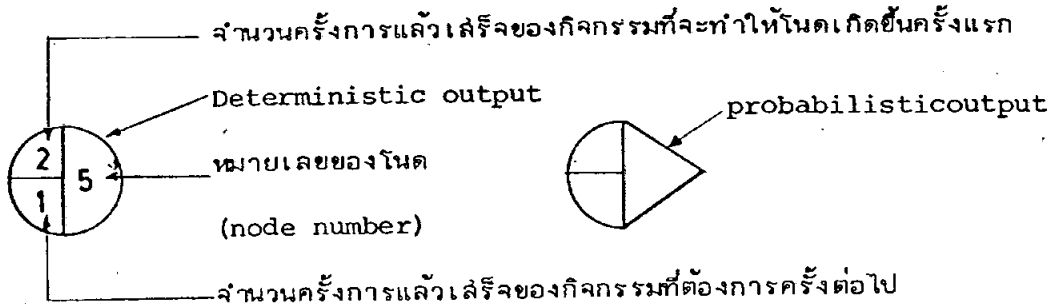
งานการพัฒนาและสร้างเครื่องทุ่นแรงต้นแบบ มีลักษณะเป็นโครงการที่มีเวลา หรือจุดเริ่มต้นและสิ้นสุด ขบวนการดำเนินงานมีลักษณะเป็นการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ที่มีความไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับเวลา (time dependent) เราเรียกขบวนการดำเนินงานแบบนี้ว่า สโตแคสติค (Stochastic process) เทคนิคหรือวิธีการที่ใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของโครงการที่มีขบวนการแบบนี้เพื่อใช้ในการวางแผนและควบคุมให้บรรลุวัตถุประสงค์ ได้แก่ เทคนิคเกอท (GERT Technique) ซึ่งประกอบด้วย การสร้างแบบแบบจำลอง (Modelling) ของระบบงานที่จะศึกษาให้อยู่ในรูปของโครงข่ายเกอท (GERT Network) และทำการวิเคราะห์โครงข่ายดังกล่าวด้วยวิธีการจำลองแบบปัญหา (Simulation) เพื่อหาผลลัทธ์นำไปใช้ในการวางแผนงานและควบคุมต่อไป

3.1 โครงข่ายเกอท (GERT Network)

โครงข่ายเกอท เป็นแบบจำลองรูปหนึ่งที่สร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นตัวแทนของระบบงานที่จะศึกษาและวิเคราะห์ประกอบด้วย 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือ โนด (Node) และกิจกรรม (activity) ซึ่งจัดวางตามลำดับก่อนหลังเหมือนกับลักษณะการทำงานจริง โครงข่ายเกอทได้ถูกพัฒนาทางด้านสัญญลักษณ์ และคุณสมบัติต่าง ๆ เพื่อให้สามารถใช้แทนและวิเคราะห์ระบบงานได้อย่างกว้างขวาง ในการวิจัยนี้จะเลือกใช้โครงข่ายเกอทที่จะสามารถวิเคราะห์เพื่อหาผลลัพธ์ที่ต้องการได้โดยโปรแกรมเอนกประสงค์เกอททรี ซึ่งมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. โนด (node or event) เป็นจุดเริ่มต้นและสิ้นสุดของกิจกรรม

โนด ๆ หนึ่งประกอบด้วย ด้านเข้า (input side) และด้านออก (output side) ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงสัญลักษณ์ของโนด สำหรับโครงข่ายเกอท

ด้านเข้าแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนบนใช้สำหรับกำหนดจำนวนครั้งการแล้วเสร็จของกิจกรรมที่จะทำให้โนดเกิดขึ้นครั้งแรก (number of release) ส่วนล่างจะใช้สำหรับกำหนดจำนวนครั้งแล้วเสร็จของกิจกรรมที่ต้องการ ที่จะทำให้โนดเกิดขึ้นในครั้งต่อไป (number of release to repeat) เมื่อจำนวนครั้งการแล้วเสร็จเท่ากับ 1. โนดจะทำงานแบบ OR ถ้าจำนวนครั้งการแล้วเสร็จมีค่าเท่ากับจำนวนกิจกรรมที่เข้าสู่โนด จะมีการทำงานแบบ AND แต่อย่างไรก็ตามจำนวนครั้งการแล้วเสร็จสามารถมากกว่าหรือน้อยกว่ากิจกรรมที่เข้าสู่โนด ตัวอย่างเช่น จำนวนครั้งการแล้วเสร็จเท่ากับ 2 ในขณะที่จำนวนกิจกรรมที่เข้าสู่โนดเท่ากับ 3 แสดงว่า 2 ใน 3 ของกิจกรรมเกิดขึ้น โนดนั้นจะเป็นจริงหรือในกรณีอื่นจำนวนครั้งการแล้วเสร็จเป็น 2 และจำนวนกิจกรรมที่เข้าสู่โนดเป็น 1 แสดงว่ากิจกรรมที่เข้าสู่โนดจะต้องเกิดขึ้น 2 ครั้ง จึงจะทำให้โนดเป็นจริง

ด้านออก (output) แบ่งออกได้ 2 ชนิด คือ แบบ deterministic ทุก ๆ กิจกรรมที่ออกจากโนดจะถูกดำเนินการเมื่อโนดเกิดขึ้น แสดงด้วยสัญลักษณ์ครึ่งวงกลมตามรูป 3.1 และแบบ probabilitic กิจกรรมที่ออกจากโนดจะถูกเลือกดำเนินการเพียงกิจกรรมเดียวเมื่อโนดนั้นเป็นจริง สัญลักษณ์แสดงเป็นรูปตัววี (V) นอน ตามรูปที่ 3.1

นอกจากลักษณะดังที่กล่าวมาแล้ว โนดยังมีคุณสมบัติตามหน้าที่ของโนดนั้น ๆ ในโครงข่าย ซึ่งสามารถกำหนดได้ ดังนี้

1. โนดจุดกำเนิด (a source node)
2. โนดสิ้นสุด (a sink node)
3. โนดสถิติ (a statistic node)
4. โนดจุดจับเวลา (a mark node)

กิจกรรมที่ออกจากโนดจุดกำเนิดจะเริ่มที่เวลาเป็นศูนย์ โนดสิ้นสุดจะเป็นโนดที่แสดงว่าโครงข่ายเสร็จสมบูรณ์เมื่อโนดนี้เกิดขึ้น โนดสถิติเป็นโนดที่เก็บข้อมูลทางสถิติที่ต้องการและโนดสิ้นสุดจะเป็นโนดทางสถิติ โดยอัตโนมัติด้วย และโนดจุดจับเวลาเป็นโนดที่กำหนดเวลาใช้สำหรับอ้างอิงในการคำนวณเวลาที่ใช้ระหว่าง 2 โนด ในโครงข่าย

สำหรับโนดสถิติ ใช้ในการคำนวณทางสถิติเกี่ยวกับการเกิดขึ้นของโนดมี 5 ชนิด คือ

F คือ คำนวณเวลาการเกิดขึ้นครั้งแรกของโนด (first realization)

A คือ คำนวณเวลาการเกิดขึ้นทั้งหมดของโนด (all realization)

B คือ คำนวณระยะเวลาระหว่างการเกิดของโนด (between realization)

I คือ คำนวณช่วงเวลาที่ใช้ระหว่าง 2 โนด ในโครงข่าย (interval)

D คือ คำนวณเวลาที่เสียไปจากการเกิดขึ้นของกิจกรรมแรก จนกระทั่งโนดเกิดขึ้น (time delay)

โนดที่ซึ่งค่าสถิติและชนิดของสถิติถูกรวบรวมเป็นส่วนที่จะต้องอธิบายให้แก่โนดโดยข้อมูลที่กำหนดให้

2. ลูกศร (branch)

ลูกศรในโครงข่ายแบบ GERTS III ใช้แทนกิจกรรมหรือการส่งผ่านข้อมูล (Information transfer) ในเทอมของกิจกรรมมีความหมายได้ 2 กรณี ซึ่งเหมือนกัน คือ กิจกรรมที่ออกจากโนดเริ่มต้น และเข้าสู่โนดสุดท้าย ส่วนประกอบในการอธิบายกิจกรรมในโครงข่าย ประกอบด้วย

- ความน่าจะเป็นที่กิจกรรมนั้น จะเกิดขึ้นเมื่อโนดเริ่มต้นเกิดขึ้นแล้ว
- เวลาที่ใช้ในการกระทำกิจกรรม สำหรับตัวแปรเวลาในเกอท ที่ถูกกำหนดโดยหมายเลขชุดของพารามิเตอร์ และชนิดของการแจกแจง ซึ่งมีให้เลือกใช้ได้ 9 ชนิด คือ

1. ตัวแปรคงที่
2. Normal

3. Uniform

4. Erlang

5. Lognormal

6. Possion

7. Beta

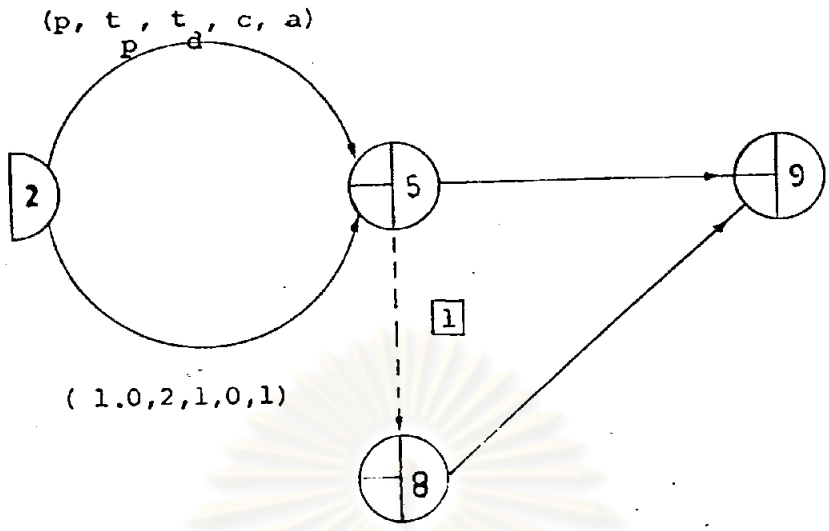
8. Gamma

9. Beta ชนิดที่มีพารามิเตอร์ 3 ตัว ที่ใช้ใน PERT

จำนวนตัวพารามิเตอร์ในชุดของพารามิเตอร์จะถูกกำหนดให้โดยชนิดของการแจกแจง

- ชนิดของตัวนับ (counter type) ใช้ในการนับการเกิดของกิจกรรมจำนวนหมายเลขของชนิดของตัวนับอนุญาตให้ได้ไม่เกิน 4 หลัก ค่าสถิติต่าง ๆ จะถูกเก็บไว้ที่ชนิดของตัวนับเมื่อสิ้นสุดการจำลองแบบปัญหาจะได้ผลลัพธ์เกี่ยวกับค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตราฐานของการเกิดขึ้นของตัวนับก่อนการเกิดของแต่ละโนด โดยค่าสถิติเหล่านี้จะถูกรวบรวมและพิมพ์ออกมาพร้อมกับจำนวนครั้งการเกิดมากที่สุดและน้อยที่สุด

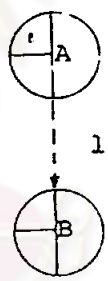
- หมายเลขของกิจกรรม (activity number) ใช้ในการสับเปลี่ยนโดยอาศัยการเกิดขึ้นของกิจกรรม การกำหนดหมายเลขของกิจกรรมไม่ได้หมายความว่าจะมีการสับเปลี่ยน แต่ว่ากิจกรรมที่มีหมายเลขเท่านั้นที่สามารถทำให้เกิดการสับเปลี่ยนได้ การสับเปลี่ยนในโครงข่ายหมายถึง การแทนที่โนดหนึ่งด้วยโนดอื่น ๆ ในด้านออกเท่านั้น ดังนั้นเมื่อโนดหนึ่งเกิดขึ้น กิจกรรมที่จะเริ่มต้นโดยอาศัยการสับเปลี่ยนจะถูกนำมาแทน ตัวอย่างในรูปที่ 3.2 ถ้าโนด 8 ใช้แทนโนด 5 เมื่อกิจกรรม 1 เกิดขึ้น กิจกรรมที่ออกจากโนด 8 ที่ถูกวางแทนก็จะเริ่มขึ้น การการกำหนดหมายเลขที่จะทำให้เลิกการสับเปลี่ยนโดยการแทนกันของโนด และโนดที่จะเข้ามาแทนผู้ใช้จะเป็นผู้กำหนด



รูปที่ 3.2 แสดงการสับเปลี่ยนโนด ในโครงข่ายโดยการกำหนดหมายเลขของกิจกรรม

สัญญลักษณ์

p	ความน่าจะเป็นที่กิจกรรมจะเกิดขึ้น
t_p	ชุดของพารามิเตอร์สำหรับเวลา
t_d	ชนิดของการแจกแจง
c	ชนิดของตัวนับ
a	หมายเลขของกิจกรรม



โนด A จะถูกแทนโดย
โนด B เมื่อกิจกรรม
หมายเลย 1 เกิดขึ้น

3.2 โครงข่ายคิว-เกอท (Q-GERT Network)

โครงข่ายคิว-เกอท เป็นแบบจำลองในรูปโครงข่ายแบบหนึ่งที่พัฒนามาจากโครงข่ายเกอท โดยเพิ่มชนิดของโนดเพื่อความสามารถในทางตรรกวิทยาขึ้นอีกเป็นจำนวนมาก ทำให้สามารถใช้แทนหรือจำลองแบบปัญหาระบบแถวคอยได้อย่างกว้างขวางมากขึ้น

จากการศึกษาระบบการดำเนินงานของการพัฒนาและสร้างเครื่องทุ่นแรงต้นแบบของกองอุตสาหกรรมในครอบครัว พบว่าไม่มีลักษณะงานแบบแถวคอย ดังนั้นโครงข่ายคิว-เกอท จึงไม่เหมาะสมที่จะนำมาเป็นแบบจำลอง และพบว่า โครงข่ายเกอทมีความเหมาะสมมากกว่า ดังนั้นในการวิจัยนี้จะใช้โครงข่ายเกอทเป็นแบบจำลองของระบบงาน เพื่อวิเคราะห์หาผลลัพธ์ใช้ในการวางแผนและควบคุมงานต่อไป

3.4 การสร้างโครงข่าย (Network Modelling)

ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองในรูปโครงข่ายมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาและแยกโครงการออกเป็นกิจกรรม ที่เป็นส่วนสำคัญที่ทำให้โครงการบรรลุตามเป้าหมาย

2. กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างกิจกรรมว่ากิจกรรม ไหนจะต้องทำก่อนหรือหลัง กิจกรรมอื่น

3. นำกิจกรรมและความสัมพันธ์ระหว่างกิจกรรมมาสร้างเป็นโครงข่ายตามชนิดของโครงข่ายเหมาะสมกับขบวนการดำเนินงานของโครงการ

3.5 การจำลองแบบปัญหา (Simulation)

การจำลองแบบปัญหา หมายถึง ขบวนการหรือวิธีการสร้างแบบจำลอง (model) ของระบบงาน (system) ซึ่งสามารถใช้แทนระบบงานจริง (real system) และดำเนินการใช้แบบจำลองนั้น ในการศึกษาพฤติกรรมของระบบงานจริง และการวิเคราะห์หาข้อมูลอันเกิดจากการใช้กุศโลบาย (strategies) ต่าง ๆ ในการดำเนินงานของระบบงาน

ขบวนการดำเนินงานของการใช้การจำลองแบบปัญหา (Simulation process) ในการจำลองแบบปัญหา โดยทั่ว ๆ ไปจะมีขบวนการดำเนินการดังนี้

1. การแจกแจงอธิบายปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์

2. การให้คำจำกัดความของระบบงาน การจำกัดขอบเขตของระบบงานที่จะศึกษารวมทั้งขอบข่ายและการวัดประสิทธิภาพของระบบงาน

3. การออกแบบรูปแบบปัญหา การลดหรือแปลงจากระบบงานจริงไปเป็นรูปแบบปัญหาในลักษณะของแบบฝัง การทำงานเชิงตรรกวิทยา

4. การจัดเตรียมข้อมูล ศึกษาพิจารณาข้อมูลที่ต้องการวิเคราะห์ รวมทั้งการจัดเปลี่ยนรูปแบบข้อมูลให้อยู่ในลักษณะที่จะใช้กับรูปแบบปัญหาได้

5. การสร้างรูปแบบปัญหา เปลี่ยนรูปแบบปัญหาในข้อ 3. ไปเป็นภาษาที่ใช้กับคอมพิวเตอร์

6. การทดสอบความมีเหตุผลสมควรที่จะเชื่อว่ารูปแบบปัญหานั้นเป็นรูปแบบปัญหาที่ถูกต้อง

7. การวางแผนการใช้กุศโลบาย การออกแบบการทดลองที่จะนำเอารูปแบบปัญหาไปใช้เพื่อหาข้อมูลที่ต้องการ

8. การวางแผนการดำเนินกุศโลบาย การศึกษาพิจารณาว่าการออกแบบการทดลองในข้อ 7. นั้น จะนำไปใช้กับรูปแบบปัญหาได้อย่างไร

9. การทำการทดลองนำเอารูปแบบปัญหามาใช้ค่าผลลัพธ์ต่าง ๆ ตามที่ได้วางแผนไว้ในข้อ 8. รวมทั้งความไวของผลลัพธ์เหล่านั้นด้วย

10. การตีความผลลัพธ์จากผลลัพธ์ในข้อ 9. นำมาตีความว่าผลลัพธ์เหล่านั้นบอกอะไรเราเกี่ยวกับระบบงานจริง

11. นำเอารูปแบบปัญหาหรือผลลัพธ์ในข้อ 10. นำไปใช้

12. ทำเอกสารประกอบผลลัพธ์กล่าวคือ เมื่อได้ผลลัพธ์และผลที่จะเกิดกับระบบงานจริง มีการจัดทำเอกสารแจ้งผล เพื่อให้ฝ่ายบริหารทราบหรือเก็บไว้เป็นหลักฐานสำหรับประกอบการวิเคราะห์ระบบงานต่อไป

จากขั้นตอนของการดำเนินงานในการใช้การจำลองแบบปัญหา อาจเขียนแสดงความสัมพันธ์ของขั้นตอนเป็นแบบผังดังรูปที่ 3.3

การประยุกต์นำเอาวิธีการจำลองแบบปัญหามาใช้ในเทคนิคเกอท คือ ใช้ในการวิเคราะห์เพื่อหาผลลัพธ์โดยวิธีการทดลองกลุ่มตัวอย่าง (sampling experiment) จากแบบจำลองในรูปโครงข่ายเกอท โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เขียนในรูปการจำลองแบบปัญหากับโครงข่ายเกอท ซึ่งในที่นี้จะใช้โปรแกรม เกอท ทรี ในการหาผลลัพธ์ตามที่ต้องการ

3.6 GERT Simulation Programm III โปรแกรมการจำลองแบบปัญหาสำหรับแบบจำลองโครงข่ายเกอท เป็นโปรแกรมอเนกประสงค์เขียนเป็นภาษาไฟแทรน IV สิ่งที่จะต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรม คือ การอธิบายโครงข่ายที่เราสร้างขึ้นเป็นแบบจำลองของปัญหาในเทอมของโนด, ลูกศร และตามด้วยข้อมูลในการกำหนดสถานการณ์ในการจำลองแบบปัญหาสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้ที่ใช้อธิบายคุณลักษณะใน GERTS III

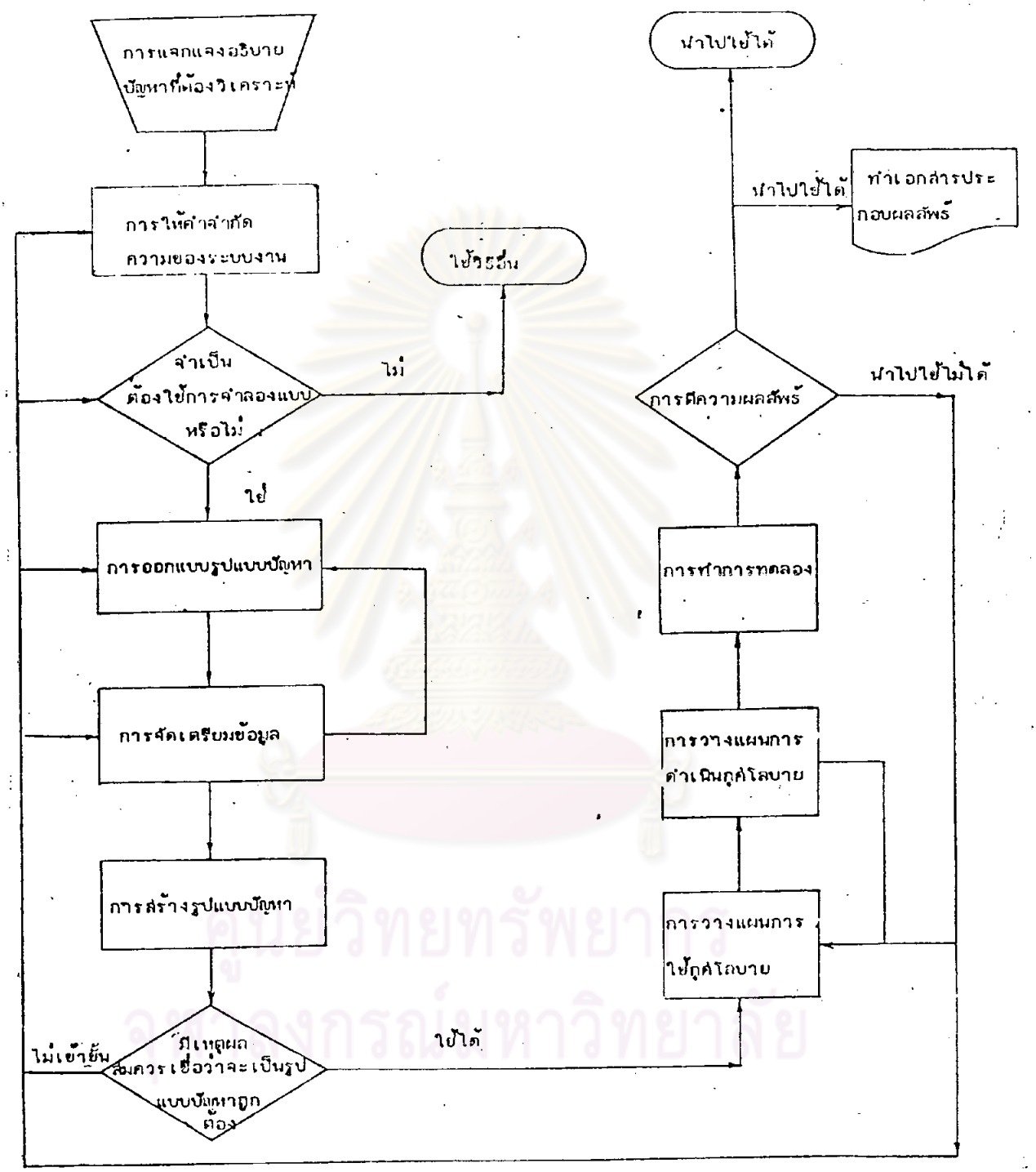
1. ข้อมูลที่ใช้อธิบายกิจกรรม

ก. ความน่าจะเป็นที่จะเป็นส่วนหนึ่งของโครงข่ายงาน

ข. เวลาที่ต้องการในการกระทำกิจกรรมให้แล้วเสร็จ ซึ่งกำหนดโดยหมายเลขของพุดพาราเมเตอร์ และชนิดของการแจกแจง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I 17914887



รูปที่ 3.3 ขั้นตอนในการดำเนินงานในการใช้การจำลองแบบปัญหา

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค. ชนิดของตัวนับการเกิดของกิจกรรมในเส้นทางที่ต้องการทราบ

ง. หมายเลขของกิจกรรม

2. ข้อมูลที่ใช้ในการอธิบายโนด

ก. จำนวนครั้งการแล้วเสร็จของกิจกรรมที่ต้องการที่จะทำให้โนดเกิดขึ้นในครั้งแรก

ข. จำนวนครั้งการแล้วเสร็จของกิจกรรมที่ต้องการที่จะทำให้โนดเกิดขึ้นหลังการเกิดครั้งแรก

ค. การหยุดหรือผ่านไปของกิจกรรมที่ถูกดำเนินการเพื่อให้โนดหนึ่งผ่านไป

ง. วิธีการดำเนินการต่อกิจกรรมที่ออกจากโนด

จ. ปริมาณทางสถิติที่ต้องคำนวณสำหรับโนดนั้น

3. การสับเปลี่ยนของโครงข่าย (Modification of the network) โดยอาศัยหลักของการเกิดเหตุการณ์สิ้นสุดกิจกรรมระหว่างการจำลองแบบปัญหา

4. วิธีการให้แสดงเส้นทางจากการดำเนินการจำลองแบบปัญหา (tracing)

5. การแสดงผลโดยอัตโนมัติเกี่ยวกับการอธิบายโครงข่าย และผลลัพธ์จากการจำลองแบบปัญหา

<u>การทำงานของโปรแกรม เกอท III</u>

โปรแกรม เกอท ที่จะทำการจำลองแบบปัญหา (Simulation) ของโครงข่าย โดยขยายเวลาจากเหตุการณ์ถึงเหตุการณ์ (advancing time event to event) ในภาษาการจำลองแบบปัญหาเรียกว่า การจำลองแบบปัญหาเหตุการณ์ข้างหน้า (next event simulation) เหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการจำลองแบบปัญหาของโครงข่ายงานแบบ เกอท คือ

1. การเริ่มต้นการจำลองแบบปัญหา

2. การสิ้นสุดรอบของการจำลองแบบปัญหา

3. การสิ้นสุดของกิจกรรม

เหตุการณ์เริ่มต้นทำให้โนดจุดกำเนิด (source node) เกิดขึ้น กิจกรรมต่าง ๆ ที่ออกจากโนดจุดกำเนิดก็จะถูกดำเนินการตามลักษณะด้านออกของโนด (output type) ซึ่งมี 2 ชนิด คือ แบบ deterministic กิจกรรมทุกกิจกรรมจะถูกดำเนินการทั้งหมด และ

probabilitic เลือกทำเพียงกิจกรรมเดียว โดยการดำเนินการกิจกรรมก็จะทำให้เกิดเหตุการณ์การสิ้นสุดของกิจกรรม ซึ่งจะเกิดขึ้นที่จุดเวลาหนึ่งในอนาคต การจำลองแบบปัญหาจะดำเนินการจากเหตุการณ์ถึงเหตุการณ์ จนกระทั่งถึงสภาพหนึ่งที่แสดงว่า การจำลองแบบปัญหาของโครงข่ายเสร็จสมบูรณ์

จากข้อมูลที่ใส่เข้าไปจำนวนครั้งการแล้วเสร็จของกิจกรรมที่จะทำให้โนดเกิดขึ้น จะถูกกำหนด, แต่ละครั้งที่เหตุการณ์การสิ้นสุดของกิจกรรมปรากฏ จำนวนครั้งการแล้วเสร็จก็จะลดลงครั้งละหนึ่ง เมื่อเป็นศูนย์ โนดก็จะเกิดขึ้น จำนวนครั้งการแล้วเสร็จก็จะถูกให้เท่ากับจำนวนครั้งการแล้วเสร็จของกิจกรรมที่จะทำให้โนดเกิดขึ้นในครั้งต่อไป และกิจกรรมที่ออกจากโนดนั้นก็จะถูกดำเนินการตามชนิดของด้านออกของโนด

การดำเนินการกิจกรรม, เหตุการณ์การสิ้นสุดของกิจกรรมจะถูกเก็บไว้ในที่เก็บโดยเรียงตามลำดับเวลา และจะเคลื่อนที่ออกมาทีละเหตุการณ์ และจะถูกดำเนินการเมื่อโนดที่เกี่ยวข้องเกิดขึ้น ถ้าไม่เกิดเหตุการณ์ต่อไปก็จะเคลื่อนมาจากที่เหตุการณ์ต่อไป การจำลองแบบปัญหาจะสิ้นสุดเมื่อหมายเลยของโนดที่เป็นโนดสิ้นสุดเกิดขึ้น ในส่วนของข้อมูล, จำนวนของโนดจุดกำเนิด (source node) โนดสิ้นสุด (sink node) และโนดสถิติ ซึ่งรวบรวมค่าสถิติต่าง ๆ และจำนวนของโนดที่ทำให้โครงข่ายเป็นจริงจะต้องกำหนด

จากกรรมวิธีที่กล่าวเป็นการอธิบายการจำลองแบบปัญหาเพียง 1 ครั้ง ของโครงข่ายหนึ่ง โปรแกรมสามารถจำลองแบบปัญหาได้หลายครั้ง โดยกำหนดที่ข้อมูล และสามารถใช้จำลองแบบปัญหาในต่างโครงข่ายที่เหมือนกันและต่างกัน โดยเรียงลำดับ

การป้อนข้อมูลและข้อจำกัด

ข้อมูลที่ต้องการสำหรับ GERT III ประกอบด้วย 7 ชนิดด้วยกัน ซึ่งใช้ในการอธิบายโครงข่าย และเป็นข้อมูลในการควบคุมการจำลองแบบปัญหา ซึ่งจะกล่าวถึงแต่ละชนิดอย่างย่อ ส่วนรายละเอียดจะกล่าวในภาคผนวก ก.

ชนิดของข้อมูล	คำอธิบาย
1.	ข้อมูลเฉพาะของโครงข่าย, จำนวนครั้งการ simulation และค่าเริ่มต้นของเลขสุ่ม (random number seed) (1 ใบ)

2. โนดทั่ว ๆ ไป, การนับ และข้อมูลเกี่ยวกับการสับเปลี่ยนโครงข่าย (1 ใบ)

3. คำอธิบายแต่ละโนด (1 ใบ สำหรับแต่ละโนด)

4. พารามิเตอร์ของตัวแปรเวลาที่ประกอบในกิจกรรม (1 ใบ สำหรับแต่ละชุดของพารามิเตอร์)

5. คำอธิบายแต่ละกิจกรรม (1 ใบ สำหรับแต่ละกิจกรรม)

6. ความต้องการในการสับเปลี่ยน (1 ใบ สำหรับแต่ละกิจกรรมที่จะสับเปลี่ยน ถ้าไม่มีข้อมูลชนิดไม่ต้องการ)

7. หมายเลขรอบที่จะให้แสดงผล

3.7 <u>การเลือกชนิดของการแจกแจงเพื่อใช้อธิบายเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม</u> (Selecting a distribution type to represent an activity time)

ในการวิเคราะห์โครงข่ายโดยวิธีการจำลองแบบปัญหา (simulation) ซึ่งจะทำให้ได้ผลลัพธ์ที่สามารถเชื่อถือได้จะต้องประกอบด้วย การสร้างแบบจำลองในรูปโครงข่ายที่สามารถแทนระบบตามความเป็นจริงได้อย่างถูกต้อง และการที่จะสามารถกำหนดข้อมูลให้กับส่วนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง จากที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้นว่า ข้อมูลที่ใช้อธิบายกิจกรรมในโครงข่าย เกอท ประกอบด้วย ความน่าจะเป็นที่กิจกรรมจะเป็นส่วนหนึ่งของโครงข่ายงาน (p) และใช้ในการกระทำกิจกรรมซึ่งอธิบายด้วย ชนิดของการแจกแจง (distribution type) หมายเลขชุดของพารามิเตอร์ สำหรับชนิดของการแจกแจงนั้น (parameter set number)

การเลือกชนิดของการแจกแจงของเวลาที่จะทำกิจกรรมนั้นมีความสำคัญมาก เพราะจะมีผลต่อผลลัพธ์ที่จะได้ออกมา ต่อไปนี้จะอธิบายถึงคุณสมบัติต่าง ๆ ของการแจกแจงที่เกี่ยวข้องกับการศึกษานี้

1. การแจกแจงยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution)

การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม ซึ่งค่าแต่ละค่ามีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน ในช่วงความยาวหนึ่งเรียกว่า การแจกแจงยูนิฟอร์ม การเลือกใช้การแจกแจงแบบนี้บ่อยครั้งมักจะเลือกใช้ในกรณีที่ยาดความรู้เกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการกระทำกิจกรรมนอกจากทราบเพียงค่าต่ำสุดและสูงสุดเท่านั้น การแจกแจงแบบยูนิฟอร์มมีชื่ออีกอย่างหนึ่งว่า การแจกแจงแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangular distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง สักษณะทั่วไปของการแจกแจงยูนิฟอร์มมีดังนี้

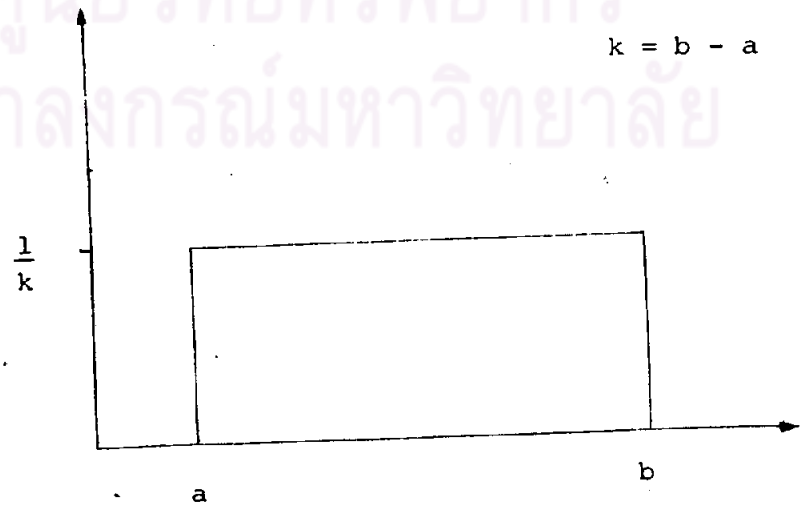
ถ้าค่าต่าง ๆ ของตัวแปรสุ่ม x ประกอบด้วย $x_1, x_2, \ldots . x_k$ ซึ่งต่างก็มีความน่าจะเป็นเท่า ๆ กันแล้ว สูตรสำหรับการแจกแจงยูนิฟอร์มของ คือ

$$f(x, k) = \frac{1}{k} \quad \text{เมื่อ} \quad x = x_1, x_2, \ldots . x_k$$

ค่ามัชฌิมเลขคณิต $\mu = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} x_i$

ค่าแปรปรวน $\sigma^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2$

กราฟแสดงค่า probability density function ของการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

การแจกแจงปกติหรือการแจกแจงแบบเกาส์ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่สำคัญที่สุด ในทางความน่าจะเป็นและสถิติ ข้อมูลส่วนมาก เช่น ข้อมูลที่เกี่ยวกับการวิจัย การอุตสาหกรรม การศึกษา ฯลฯ มักจะพิจารณาใช้การแจกแจงแบบนี้ในการอธิบายลักษณะการกระจายของข้อมูล เหตุผลเนื่องมาจากทฤษฎีของ Central Limit ซึ่งกล่าวว่า ภายใต้สภาพทั่ว ๆ ไป การกระจายของค่าเฉลี่ยหรือผลบวกของค่าสังเกตที่เป็นอิสระต่อกัน n ค่าจากการกระจายแบบใด ๆ ก็ตามจะเข้าสู่การกระจายแบบปกติ ถ้า n มีจำนวนมาก เหตุผลอื่น ๆ ที่การกระจายแบบนี้ได้รับการสนใจในด้าน ความน่าจะเป็นและสถิติ คือ ง่ายต่อการดำเนินการด้วยคณิตศาสตร์ ดังนั้นเทคนิคเป็นจำนวนมากที่เป็นสิ่งที่อ้างอิงทางสถิติ เช่น regression analysis และ analysis of variance ซึ่งดำเนินการภายใต้สมมุติฐานของ normal density function คุณสมบัติต่าง ๆ ของการแจกแจงแบบปกติมีดังต่อไปนี้

ถ้าค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มแบบปกติ $= \mu$

ค่าเบี่ยงเบนมาตราฐาน $= \sigma$

แล้วค่า density function $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\,(x-\mu)^2}$, $-\infty < x < \infty$

กราฟของ normal density function มีลักษณะโค้งแบบระฆังคว่ำดังรูปที่ 3.5 และมีคุณสมบัติดังนี้

1. ฐานนิยมอยู่ที่ $x = \mu$ (โค้งสูงสุด)
2. โค้งมีสมมาตรกับแกนตั้งที่ลากผ่าน
3. โค้งมีจุดเปลี่ยนเว้าที่ $x = \mu \pm \sigma$
4. ปลายโค้งเข้าใกล้แกน x เมื่อ x มีค่าห่างจากออกไปทุกที แต่จะไม่พบแกน x ในที่สุด
5. พื้นที่ทั้งหมดที่อยู่ใต้เส้นโค้งและอยู่เหนือแกน x มีค่าเป็น 1

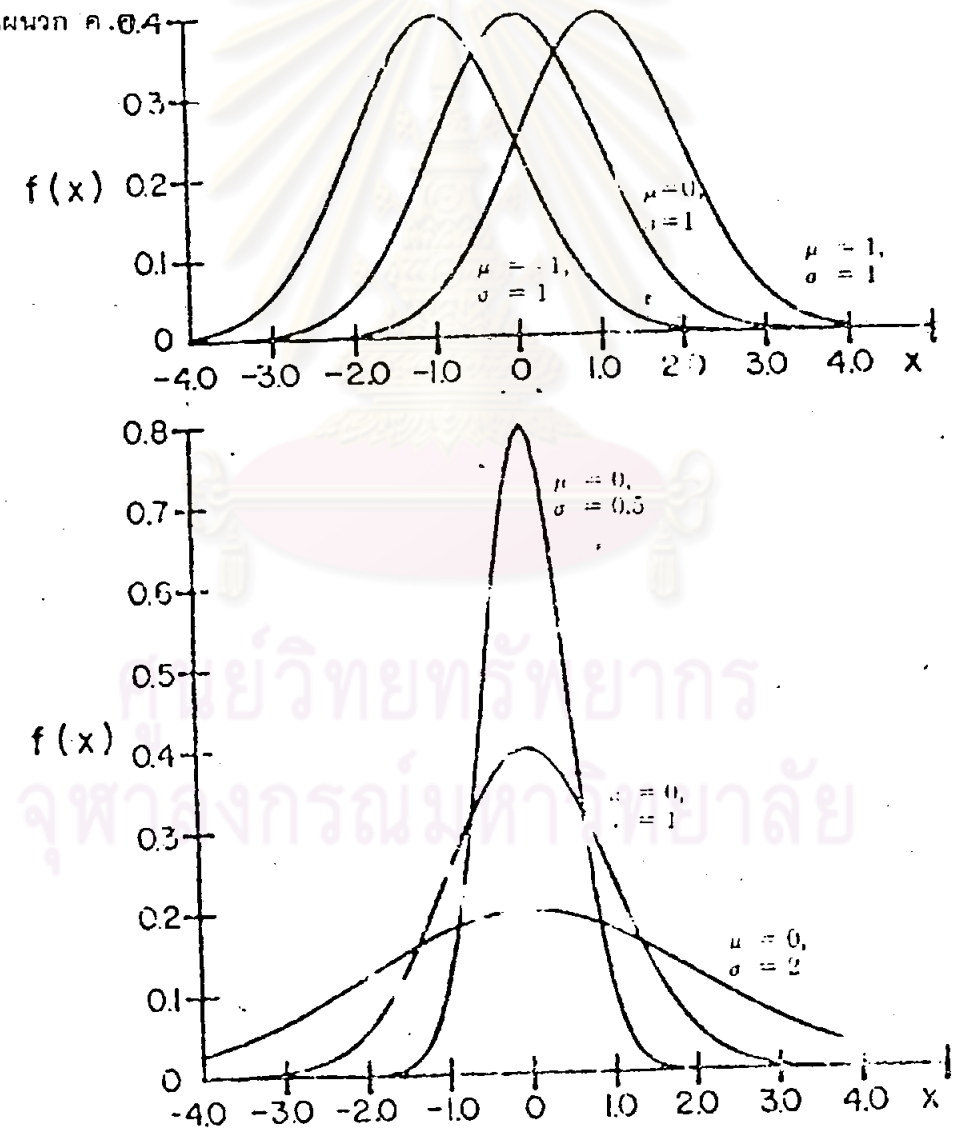
เพื่อความสะดวกในการหาค่าความน่าจะเป็นที่เป็นช่วง ๆ ภายใต้เส้นโค้งของการแจกแจงปกติ จะให้

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$= 0$$

$$\text{var}(Z) = 1$$

Z จะมีการแจกแจงแบบปกติด้วย และเรียกว่า การแจกแจงปกติมาตราฐาน (Standard Normal Distribution) ซึ่งหาค่าความน่าจะเป็นได้จากตารางพื้นที่ใต้โค้งปกติภาคผนวก ค.



รูปที่ 3.5 กราฟแสดง probability density function ของการแจกแจงแบบปกติที่พารามิเตอร์ต่างๆ

3. การแจกแจงแบบ Beta และ Beta- ERT

ลักษณะของการแจกแจงแบบ Beta เป็นการกำหนดการแจกแจงภายใต้ช่วงที่กำหนด และมีหลายรูปร่างตามความแตกต่างของค่าพารามิเตอร์ เช่น รูประฆัง, รูปที่มีลักษณะสมมาตรและไม่สมมาตร สำหรับรูปตัว U สามารถกำหนดได้ในช่วงที่สามารถนับค่าได้และไม่สามารถนับค่าได้

ด้วยคุณสมบัติของการแจกแจงแบบ Beta ที่สามารถทำให้เกิดกราฟของ density function ได้หลายรูปร่างจึงสามารถใช้แทนข้อมูลได้หลายชนิดที่แตกต่างกัน ในการศึกษาวิจัยนี้ข้อมูลส่วนมากจะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบ Beta ที่ใช้ใน PERT ในการอธิบายและการกระจายของเวลาที่ใช้ในการกระทำกิจกรรม ค่าประมาณที่กำหนดให้กับการแจกแจงแบบนี้ ประกอบด้วย

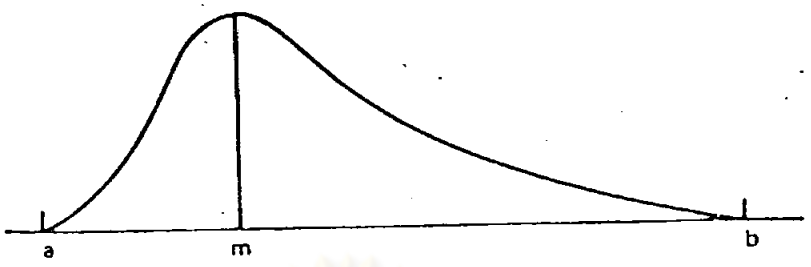
a = เวลาของงานซึ่งจะเสร็จได้เร็วที่สุด (optimistic time estimate)

m = เวลาของงานซึ่งจะเสร็จได้โดยส่วนมาก (most likely time estimate)

b = เวลาของงานซึ่งจะเสร็จได้ช้าที่สุด (pessimistic time estimate)

รูปร่างกราฟ density function ของการแจกแจงแบบ Beta-PERT จะมีรูปร่างเอียงลาดไปทางซ้ายหรือทางขวาตามค่าประมาณที่กำหนดให้ ดังรูปที่ 3.6 ซึ่งเอียงลาดไปทางขวามือ พารามิเตอร์ที่ใช้ในการอธิบายการกระจายแบบ Beta ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (mean) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ซึ่งหาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6} \quad , \quad \sigma = \frac{b-a}{6}$$



รูปที่ 3.6 กราฟแสดง probability density function ของ Beta-PERT

3.8 การทดสอบความเหมาะสมของการแจกแจง (Test of Goodness of fit)

การทดสอบความเหมาะสมของการแจกแจงเป็นการทดสอบสมมติฐาน (test of hypotheses) ที่เรากำหนดชนิดของการแจกแจงให้แก่ชุดข้อมูลที่เราเก็บมา ใช้เป็นรูปแบบการแจกแจงเพื่อหาค่าเวลาที่ใช้ในการกระทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรม ในการกำหนดรูปแบบหรือชนิดของการแจกแจงของข้อมูล จะใช้วิธีการนำเอาข้อมูลที่เก็บมาได้แจกแจงความถี่ในรูปของกราฟเพื่อดูลักษณะการกระจาย เปรียบเทียบกับคุณสมบัติของการแจกแจงในแบบต่าง ๆ ตามทฤษฎี และตัดสินใจเลือกการแจกแจงแบบใดแบบหนึ่งเพื่อทำการทดสอบความเหมาะสมต่อไป

จากการแจกแจงความน่าจะเป็น จะหาความถี่ของตัวแปรสุ่ม X แต่ละค่าได้ถ้าทราบความถี่ทั้งหมด ซึ่งก็คือ จำนวนครั้งที่ทำการทดลองหรือจำนวนของข้อมูลที่เก็บมา สมมติเท่ากับ N ความถี่เหล่านี้จะมีค่าเท่ากับ $N \cdot Pr(X = x)$ ค่าของ $N \cdot Pr(X = x)$ นี้เป็นความถี่ที่คาดว่าจะได้เท่านั้นไม่ใช่ความถี่ที่ได้จากการทดลองจริง ๆ ดังนั้นจะต้องทดสอบความแตกต่างระหว่างความถี่ที่ได้จากการทดลองจริง ๆ และความถี่ที่คาดว่าจะได้ตามที่ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม ความแตกต่างระหว่างความถี่ที่ได้จากการทดลองและความถี่ที่คาดว่าจะได้ตามทฤษฎีนี้ อาจเป็นเพราะสมมติฐานเกี่ยวกับการแจกแจงความน่าจะเป็นผิด หรือมีข้อผิดพลาดในการทดลอง เราจะทดสอบว่าความแตกต่างของความถี่จากการทดลองและความถี่ที่คาดว่าจะได้ตามทฤษฎีมีนัยสำคัญหรือไม่ โดยใช้การทดสอบไคสแควร์ (chi-square test) ดังทฤษฎีต่อไปนี้

การทดสอบความเหมาะสมของการแจกแจงความถี่ที่ได้จากการทดลองและความถี่ที่คาดว่าจะได้จะขึ้นอยู่กับค่าของ

$$x^2 = \sum_{i=I}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \sum_{i=I}^{k} \frac{o_i^2}{e_i} - N$$

เมื่อ x^2 เป็นค่าของตัวแปรสุ่ม x^2 ซึ่งจะมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงไคสแควร์มากที่สุด สัญลักษณ์ o_i และ e_i เขียนแทน ความถี่ที่ได้จากการทดลองและความถี่ที่คาดว่าจะได้ตามทฤษฎีตามลำดับ

ถ้าความถี่ที่ได้จากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับความถี่ที่คาดว่าจะได้ตามทฤษฎี x^2 ก็จะมีค่าน้อย ถ้าความถี่แตกต่างกันมากค่าของ x^2 ก็จะมากด้วย ฉะนั้นขอบเขตที่ยอมรับได้ ก็คือ เมื่อ $x^2 < x_\alpha^2$ โดยที่ x_α^2 เป็นค่าที่ได้จากตารางการแจกแจงไคสแควร์ เมื่อระดับความมีนัยสำคัญคือ ขอบเขตที่ยอมรับได้นี้จะใช้ได้ก็ต่อเมื่อความถี่ที่ควรจะได้ในแต่ละเซลมีค่าอย่างน้อย 5 ขั้นแห่งความเป็นอิสระ สำหรับการแจกแจงไคสแควร์ในที่นี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 2 ประการ คือ จำนวนเซลในการทดลอง และจำนวนค่าสถิติที่ได้จากการทดลองเพื่อนำมาใช้ในการคำนวณหาความถี่ที่คาดว่าจะได้ตามทฤษฎี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย