

การจำลองตัวแปรสู่ร่วมด้วยเทคนิคอพุลลาเมื่อทราบการแจกแจงส่วนริมและสหสัมพันธ์



นางสาว จุติมา จิรเศรษฐสิริ

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย


ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-17-4149-9

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

122612142

SIMULATION OF MULTIVARIATE WITH KNOWN MARGINALS AND CORRELATION  
BY COPULA TECHNIQUES



Miss Thitima Jirasetsiri

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN 974-17-4149-9

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การจำลองตัวแปรคู่ร่วมด้วยเทคนิคอพพูลาเมื่อทราบการแจกแจง  
ส่วนริมและสหสัมพันธ์

โดย

นางสาวฐิติมา จิระเศรษฐศิริ

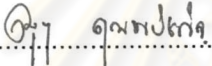
สาขาวิชา

สถิติ

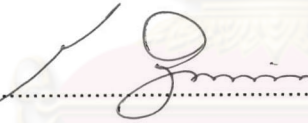
อาจารย์ที่ปรึกษา

อาจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์


คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์  
ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

 ..... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี  
( ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ดนุชา คุณพนิชกิจ )

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

 ..... ประธานกรรมการ  
( รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา )

 ..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
( อาจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์ )

 ..... กรรมการ  
( รองศาสตราจารย์ ผกาวัต ศิริรังษี )

จิตติมา จิรเศรษฐสิริ : การจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิคคอปูลาเมื่อทราบการแจกแจงส่วนริม และสหสัมพันธ์. ( SIMULATION OF MULTIVARIATE WITH KNOWN MARGINALS AND CORRELATION BY COPULA TECHNIQUES ) อ. ที่ปรึกษา : อ. ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์  
50 หน้า. ISBN 974-17-4149-9

เทคนิค Gaussian Copula เป็นเทคนิคที่นิยมเป็นอย่างมาก สำหรับการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมเมื่อทราบการแจกแจงส่วนริมและสหสัมพันธ์ เนื่องจากเทคนิคนี้เป็นเทคนิคที่มีขั้นตอนในการทำที่ง่าย แต่อย่างไรก็ตามเทคนิค Gaussian Copula ก็ยังขาดคุณสมบัติบางประการ เช่น คุณสมบัติความสัมพันธ์ส่วนหาง ทำให้ไม่ครอบคลุมลักษณะของการใช้งานบางอย่าง

เทคนิค Student's t Copula เป็นเทคนิค Copula ชนิดหนึ่งที่เริ่มมีผู้ให้ความสนใจในการศึกษา ทั้งนี้เนื่องจาก Student's t Copula มีคุณสมบัติความสัมพันธ์ส่วนหางซึ่งเหมาะสมกับข้อมูลบางชนิด แต่ยังไม่ผู้ใดศึกษาถึงขอบเขตของการจำลองอย่างจริงจัง ดังนั้นผู้วิจัยจึงจัดทำวิทยานิพนธ์นี้ขึ้นมาเพื่อทำการศึกษาและเปรียบเทียบขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมระหว่างเทคนิค Gaussian Copula และ Student's t Copula

จากผลการวิจัยสามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. การจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิค Gaussian Copula และ Student's t Copula ไม่สามารถทำได้ในบางเมตริกซ์สหสัมพันธ์เกิดจากฟังก์ชันการแปลงค่าสหสัมพันธ์
2. เมื่อตัวแปรสุ่มร่วมมีมิติเท่ากับ 2 ทั้งเทคนิค Gaussian Copula และ Student's t Copula สามารถทำการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมได้ในทุกเมตริกซ์สหสัมพันธ์
3. เมื่อตัวแปรสุ่มร่วมมีมิติเพิ่มขึ้น เทคนิค Gaussian Copula และ Student's t Copula จะมีค่าสัดส่วนของเมตริกซ์ที่สามารถทำการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมได้ลดลง
4. เทคนิค Gaussian Copula มีขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถทำการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมได้ครอบคลุมมากกว่าเทคนิค Student's t Copula แต่เมื่อเทคนิค Student's t Copula มีองศาความเป็นอิสระมากขึ้นเทคนิค Student's t Copula จะมีขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองจะใกล้เคียงกับเทคนิค Gaussian Copula

ภาควิชา ..... สถิติ

สาขาวิชา ..... สถิติ

ปีการศึกษา ..... 2548

ลายมือชื่อนิสิต.....จิตติมา จิรเศรษฐสิริ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์



## 4682228026 : MAJOR STATISTICS

KEY WORD: SIMULAION / COPULA / GAUSSIAN COPULA / STUDENT'S T COPULA

THITIMA JIRASETSIRI : SIMULATION OF MULTIVARIATE WITH KNOWN MARGINALS AND CORRELATION BY COPULA TECHNIQUES .THESIS ADVISOR: SEKSAN KIATSUPAIBUL, Ph. D.,50 pp. ISBN 974-17-4149-9

Due to its simplicity, Gaussian Copula technique is a popular technique for simulation of multivariate with known marginals and correlations. However its properties do not cover some interesting features in practice, for example tail dependence.

Nowadays many practitioners are interested in Student's t Copula because Student's t Copula has suitable tail dependent property for some data. Nevertheless, many of its properties are still unknown, especially its boundary of the feasible correlation matrices. Thus this study compares the boundary of the feasible set of the correlation matrices between Gaussian Copula and Student's t Copula

The conclusions are as follows :

1. Gaussian Copula and Student's t Copula can not simulate multivariate for some correlation matrices because of the monotone property of transformation function of the correlation.
2. Both Gaussian Copula and Student's t Copula can simulate multivariate for all correlation matrices in two dimensions.
3. The numbers of feasible correlation matrices of Gaussian Copula and Student's t Copula decrease when the dimension increases.
4. The boundary of the feasible correlation matrices of Gaussian Copula has more covering than Student's t Copula. Moreover, if the degree of freedom of Student's t Copula increases ,the boundaries of the feasible correlation matrices of Student's t Copula and Gaussian Copula converges.

Department Statistics

Field of study Statistics

Academic year 2005

Student's signature...*Thitima Jiraset Siri*.....

Advisor's signature...*Seksan Kiatsupaibul*.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาของอาจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพฑูรย์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้การปรึกษาและแนะนำ ตลอดจนช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา และ รองศาสตราจารย์ ผกาวัต ศิริรังษี ในฐานะประธานและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น รวมถึงคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัย

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ซึ่งได้ให้การสนับสนุนในทุกๆ ด้าน รวมถึงเพื่อน ๆ และพี่ๆ ทุกคนที่เป็นกำลังใจให้แก่ผู้วิจัยเสมอมา และเนื่องจากทุนการวิจัยครั้งนี้บางส่วนได้รับการสนับสนุนจากทุนอุดหนุนการวิจัยของบัณฑิตวิทยาลัย จึงขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยมา ณ ที่นี้ด้วย



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญรูป.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	5
1.3 ขอบเขตการวิจัย.....	5
1.4 วิธีดำเนินการวิจัย.....	5
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ.....	6
2 คอพพูลาและวิธีการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิคคอพพูลา.....	7
2.1 คอพพูลา ( Copula ).....	7
2.2 Gaussian หรือ Normal Copula.....	9
2.3 วิธีการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิค Gaussian Copula.....	10
2.4 Student's t Copula .....	12
2.5 วิธีการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิค Student's t Copula.....	13
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	15
3.1 วิธีการสุ่มเมตริกซ์ที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอบนเซตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์มิติ $d$ ( $\Sigma$ ) .....	16
3.2 วิธีการสุ่มเมตริกซ์บนบริเวณส่วนผิวของเซตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์มิติ $d$ ( $\Sigma_{sur}$ ).....	17
3.3 การประมาณค่าสัดส่วนของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถทำการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิค Gaussian Copula และ Student's t Copula.....	19

บทที่	หน้า
4 การวิเคราะห์และผลการวิจัย.....	21
4.1 ลักษณะของเมตริกซ์สหสัมพันธ์.....	22
4.2 ขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่ใช้สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วย เทคนิค Gaussian Copula .....	24
4.3 ขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่ใช้สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วย เทคนิค Student's t Copula.....	28
4.4 การเปรียบเทียบขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลอง ตัวแปรสุ่มร่วมระหว่างเทคนิค Gaussian Copula และเทคนิค Student's t Copula.....	32
5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	47
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	47
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	48
รายการอ้างอิง.....	49
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	50



## สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
4.1 แสดงค่าของ $\rho$ ต่างๆที่ได้จากการคำนวณค่าในฟังก์ชัน $f^{-1}$ และ $g^{-1}$ .....	34
4.2 แสดงค่าสัดส่วนของเมตริกซ์ที่สามารถทำการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมได้ด้วยเทคนิค Gaussian Copula และเทคนิค Student's t Copula ที่องค์ความเป็นอิสระ 3,4,5 และ 10.....	37
4.3 แสดงตัวอย่างที่ได้จากการทำการจำลองเพื่อตรวจสอบข้อสันนิษฐานในข้อ 1 เมื่อเมตริกซ์ของการจำลองมีขนาดเท่ากับ 3.....	40
4.4 แสดงตัวอย่างที่ได้จากการทำการจำลองเพื่อตรวจสอบข้อสันนิษฐานในข้อ I เมื่อเมตริกซ์ของการจำลองมีขนาดเท่ากับ 3.....	43
4.5 แสดงตัวอย่างที่ได้จากการทำการจำลองเพื่อตรวจสอบข้อสันนิษฐานในข้อ II เมื่อเมตริกซ์ของการจำลองมีขนาดเท่ากับ 3.....	45

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
3.1 แสดงขั้นตอนการประมาณค่าสัดส่วนของเมตริกซ์ที่สามารถจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิค Gaussian และ Student's t Copula .....	20
4.1 แสดงลักษณะเซตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่ใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วม U ด้วยเทคนิค Gaussian Copula.....	25
4.2 แสดงลักษณะเซตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วม U ด้วยเทคนิค Gaussian Copula ในกรณีตัวแปรสุ่มร่วมมีมิติเท่ากับ 2.....	26
4.3 แสดงลักษณะเซตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วม U ด้วยเทคนิค Gaussian Copula ในกรณีตัวแปรสุ่มร่วมมีมิติมากกว่า 2 .....	27
4.4 แสดงลักษณะเซตของเมตริกซ์ที่ใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วม U ด้วยเทคนิค Student's t Copula.....	29
4.5 แสดงลักษณะเซตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วม U ด้วยเทคนิค Student's t Copula ในกรณีตัวแปรสุ่มร่วมมีมิติเท่ากับ 2.....	30
4.6 แสดงลักษณะเซตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วม U ด้วยเทคนิค Student's t Copula ในกรณีตัวแปรสุ่มร่วมมีมิติมากกว่า 2.....	31
4.7 แสดงลักษณะของ $\theta_T \subset \theta_z$ .....	32
4.8 แสดงลักษณะของ $\theta_z \subset \theta_T$ .....	33
4.9 แสดงลักษณะของ $\theta_z \cap \theta_T \neq \emptyset$ แต่ $\theta_T \not\subset \theta_z$ และ $\theta_z \not\subset \theta_T$ .....	33
4.10 แสดงลักษณะของ $\theta_z \not\subset \theta_T$ , $\theta_T \not\subset \theta_z$ และ $\theta_z \cap \theta_T = \emptyset$ .....	33
4.11 แสดงค่าของ $\rho$ ต่างๆในช่วง $[-1,0]$ ที่ได้จากการคำนวณค่าในฟังก์ชัน $f^{-1}$ และ $g^{-1}$ .....	35
4.12 แสดงค่าของ $\rho$ ต่างๆในช่วง $[0,1]$ ที่ได้จากการคำนวณค่าในฟังก์ชัน $f^{-1}$ และ $g^{-1}$ .....	36
4.13 แสดงค่าสัดส่วนของเมตริกซ์ที่สามารถทำการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมได้ด้วยเทคนิค Gaussian Copula และเทคนิค Student's t Copula ที่องค์ประกอบเป็นอิสระ 3,4,5 และ 10 .....	38
4.14 แสดงลักษณะเซตของเมตริกซ์ตามข้อสันนิษฐานของผู้วิจัยว่า $\theta_T \subset \theta_z$ .....	38

ภาพประกอบ	หน้า
4.15 แสดงภาพการตรวจของข้อสันนิษฐานในข้อ 1 ( ถ้าทุกๆ $\Sigma_U \in \theta_T$ แล้ว $\Sigma_U \in \theta_Z$ ).....	40
4.16 แสดงภาพการตรวจของข้อสันนิษฐานในข้อ I ( ถ้าทุกๆ $\Sigma_U \in \theta_{TSur}$ แล้ว $\Sigma_U \in \theta_Z$ ).....	42
4.17 แสดงภาพการตรวจของข้อสันนิษฐานในข้อ II ( ถ้าทุกๆ $\Sigma_U \in \theta_{zSur}$ แล้ว $\Sigma_U \notin \theta_T$ ).....	44
4.18 แสดงขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิค Gaussian Copula และ Student's t Copula.....	46



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย