หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

เขตความเฉือนของมวลเม็ดวัตถุซึ่งกำลังไหล

(Shear Zone in Flowing Granular Materials)

1.1 คำนำ

ในปัจจุบันเป็นที่ยอมรับกันแล้วว่า กลศาสตร์ของการไหลของเม็ดวัตถุ (mechanics of the flow of granular materials) ยังไม่เป็นที่เข้าใจอย่างถ่องแท้ การศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการไหลของเม็ดวัตถุต่าง ๆ ยังมีไม่มาก ทั้งที่ในอุตสาหกรรมหลาย ๆ ประเภท จะต้องเกี่ยวข้องกับการไหลของวัตถุซึ่งเป็นเม็ด สำหรับงานที่มีผู้ทดลองค้นคว้าเกี่ยวกับเรื่องการไหลของเม็ดวัตถุนี้ ส่วนใหญ่เน้นหนักไปในเรื่องอัตรามวลการไหล (mass flow rate) เช่น ผลงานของบีเวอร์ลู (Beverloo) เดวิดสัน (Davidson) และเนดเดอร์แมน (Nedderman) เป็นต้น นอกจากเรื่องอัตรามวลการไหล (mass flow rate) ยังมีเรื่องการกระจายความเค้น (stress distribution) ในถัง (bin) เช่น ผลงานของฮอร์น (Horne) และเนดเดอร์แมน (Nedderman) เป็นต้น

สำหรับการศึกษาเกี่ยวกับการกระจายความเร็ว (velocity distribution) ของเม็ดวัตถุซึ่งกำลังไหล ยังมีไม่มาก จึงเป็นเหตุผลอันหนึ่งที่ผู้เขียนเลือกศึกษาเรื่อง เขตความเฉือนของเม็ดวัตถุซึ่งกำลังไหล (shear zone in flowing granular material) ซึ่งเกี่ยวข้องโดยตรงกับการกระจายความเร็ว (velocity distribution) สำหรับรายละเอียดต่าง ๆ จะได้กล่าวถึงภายหลัง

1.2 ความหมายของเขตความเฉือน

ก่อนที่จะกล่าวถึงเรื่องอื่นต่อไป จะขออธิบายคำว่า เขตความเฉือน (shear zone) เสียก่อน ในปีพ.ศ. 2521 จงกิจ เลาหะกุล (Chongkit Laohakul) ได้ทำการศึกษาการกระจายความเร็ว (velocity distribution) ของเม็ดวัตถุทรงกลม (spherical

granular material) ชนิดไม่มีแรงยึดเหนี่ยวกัน (cohesionless) ซึ่งกำลังไหลในถังสองมิติ (two-dimensional bin) ผ่านรู (orifice) ที่อยู่ที่ก้นถัง และได้พบว่า บริเวณที่สูงขึ้นไปจากรู (orifice) เป็นบริเวณที่การกระจายความเร็ว (velocity distribution) ไม่ขึ้นกับความสูง และในบริเวณนี้ ถ้าดูเส้นวาดแทนความเร็ว (velocity profile) ในรูปที่ 1.2.1 จะพบว่า การไหลของเม็ดวัตถุทรงกลมนี้ แยกออกเป็น 2 บริเวณ คือ ในช่วงกลาง จะเป็นการไหลแบบเป็นแท่ง (plug flow or piston flow) ไม่มีความลาดของความเร็ว(velocity gradient) ส่วนในช่วงริมผนัง (side wall) ทั้ง 2 ข้าง การไหลจะช้ากว่าในช่วงกลาง มีความลาดของความเร็ว (velocity gradient) ซึ่งในบริเวณนี้เอง ที่เรียกว่า เขตความเฉือน (shear zone or shear region)

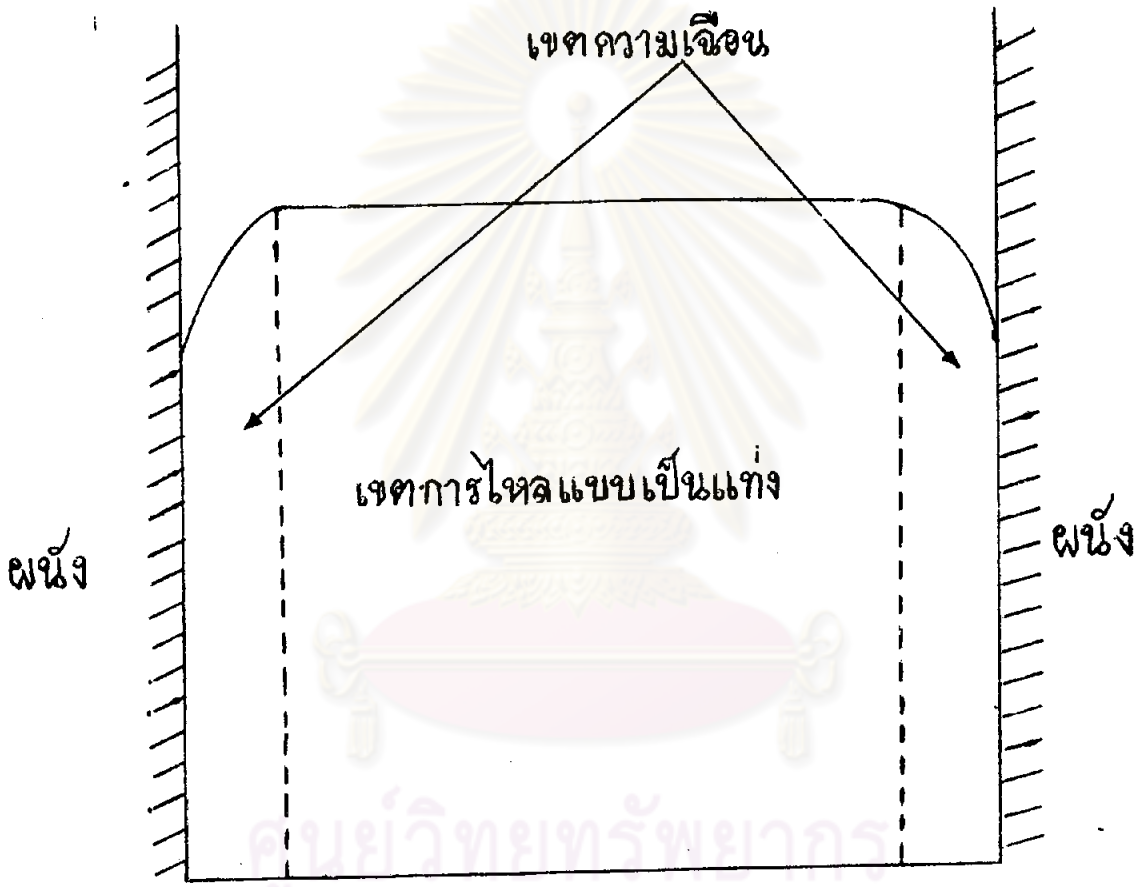
นั่นก็คือ เขตความเฉือน (shear zone) เป็นบริเวณที่มีความลาดของความเร็ว (velocity gradient) นั่นเอง

1.3 เม็ดวัตถุที่จะใช้ในการศึกษาเขตความเฉือน

จากตอนที่ 1.2 ได้อธิบายความหมายของคำว่า เขตความเฉือน (shear zone) ว่าคือ เขตที่การไหลของเม็ดวัตถุมีความลาดของความเร็ว (velocity gradient) เกิดขึ้น โดยยกตัวอย่างของเม็ดวัตถุซึ่งมีลักษณะเป็นทรงกลม แต่ในการทดลองครั้งนี้ จะเปลี่ยนเม็ดวัตถุจากลักษณะทรงกลมไปเป็นลักษณะยาวรี โดยจะใช้เม็ดข้าวเหนียวขาว ซึ่งหาได้ง่ายในประเทศไทยมาใช้ในการทดลอง

1.4 การแบ่งเขตต่าง ๆ ของเม็ดข้าวเหนียวที่ไหลในถัง 2 มิติ

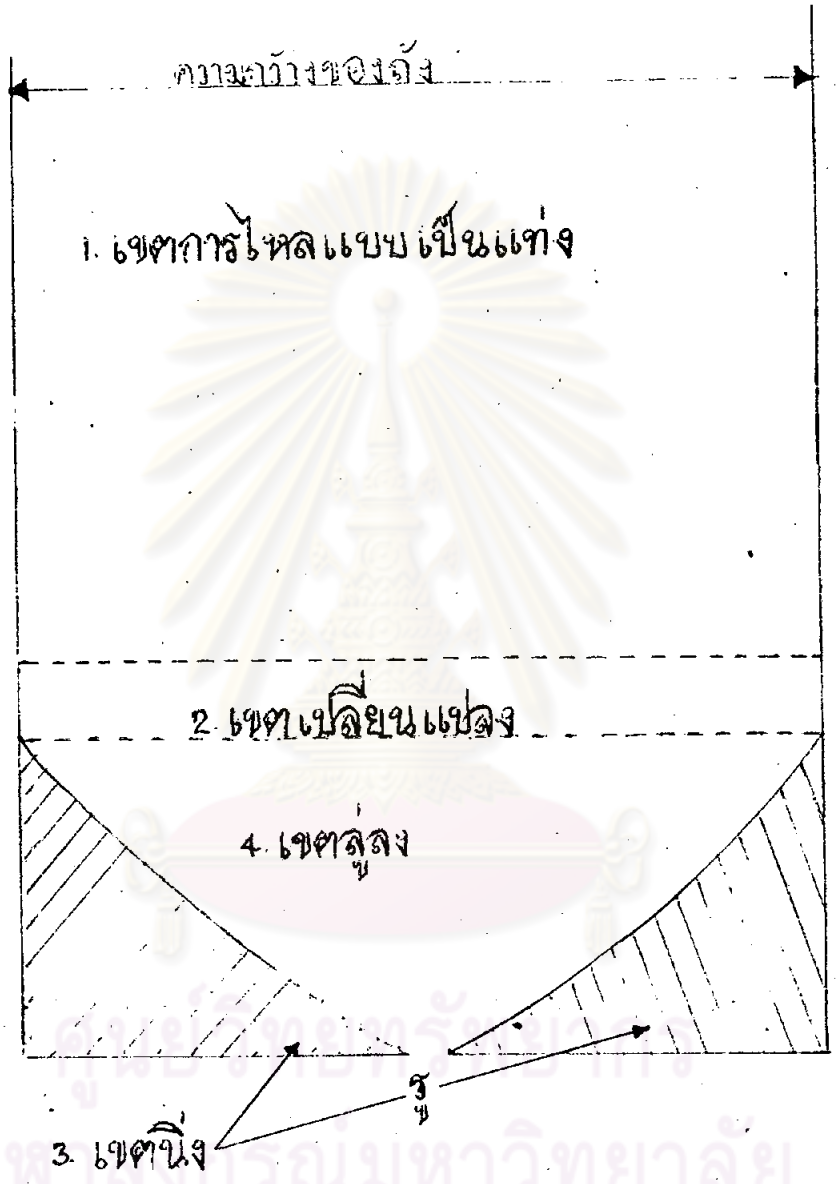
ในตอนนี้ จะได้พูดถึงเขตต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ในขณะที่เม็ดข้าวเหนียวขาวไหลในถัง 2 มิติ (two dimensional bin) ผ่านรู (orifice) ที่อยู่ที่ก้นถัง รู (orifice) ที่กล่าวถึงนี้เป็นรูรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า(rectangular orifice) โดยมีความกว้างเท่ากับระยะห่างระหว่างผนังด้านหน้าซึ่งทำด้วยกระจก (bin thickness) ส่วนด้านยาวเป็นระยะที่เรียกว่า ขนาดของรู (orifice size) ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ จะกล่าวถึงในบทต่อ ๆ ไป จากการทดลองพบว่าเขตต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเป็นไปดังรูปที่ 1.4.1



รูปที่ 1.2.1

เส้นวาดแทนความเร็วของเมล็ดทรงกลมในถัง 2 มิติ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 1.4.1

เขตต่างๆของเมล็ดข้าวเหนียวที่ไหลในถัง 2 มิติ

จากรูป เราสามารถแบ่งเขตต่าง ๆ ของเมล็ดข้าวเหนียวที่ไหลในถัง 2 มิติ ได้เป็น 4 เขต คือ

1. เขตการไหลแบบเป็นแท่ง (plug flow zone) จะพบว่า ไม่มีเขตความเฉือน (shear zone) ในบริเวณนี้

2. เขตเปลี่ยนแปลง (transition zone)

3. เขตนิ่ง (stagnant zone)

4. เขตลู่ลง (converging zone)

ในการทดลองที่ทำให้ได้เขตต่าง ๆ 4 เขตนี้ จะพบก็ต่อเมื่อ อัตราส่วนของความกว้างของถัง (bin width) กับขนาดของรู (orifice size) มีค่าน้อยกว่า 11 แต่ถ้าอัตราส่วนนี้มีค่ามากกว่า 11 จะมีการเปลี่ยนแปลงที่เขตที่ 1 คือ จะพบว่า มีเขตความเฉือน (shear zone) เกิดขึ้นคล้ายกับในตอนที่ 1.2

สำหรับเขตที่ 4 เขตลู่ลง (converging zone) ถ้าเรามาหาการกระจายความเร็ว (velocity distribution) จะพบว่า มีรูปดังแสดงในรูป 1.4.2

จากรูป 1.4.2 จะพบว่า มีความลาดของความเร็ว (velocity gradient) เกิดขึ้นในเขตที่ 4 นั่นคือ มีเขตความเฉือน (shear zone) ในเขตนี้ด้วย

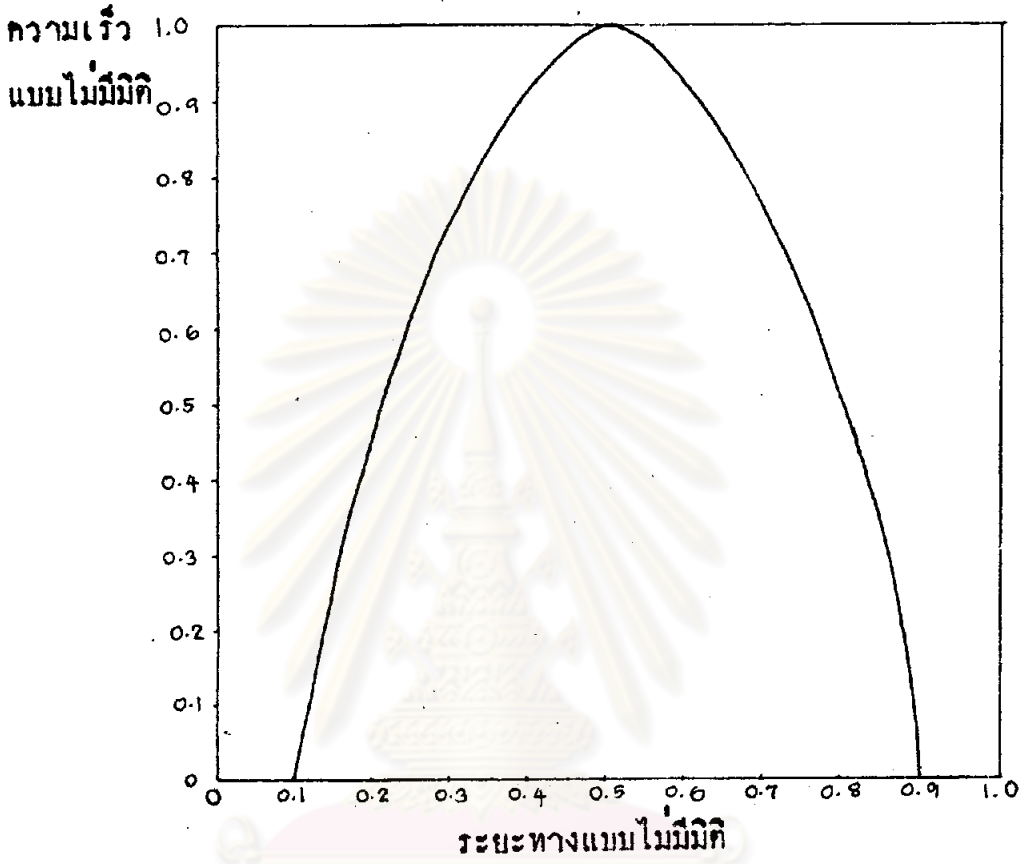
1.5 <u>เขตความเฉือนของเมล็ดข้าวเหนียว</u>

จากตอนที่ 1.4 เราพอจะสรุปได้ว่า

–ที่บริเวณสูงขึ้นไปจากรู (orifice) อาจจะมีเขตความเฉือน (shear zone) ก็ได้ หรืออาจจะไม่มีก็ได้ ขึ้นอยู่กับว่า ค่าอัตราส่วนของความกว้างของถัง (bin width) กับขนาดของรู (orifice size) ว่าเป็นเท่าใด

–ที่เขตลู่ลง (converging zone) จะมีเขตความเฉือน (shear zone)

สำหรับเขตความเฉือน (shear zone) ที่บริเวณสูงขึ้นไปจากรู (orifice) ยังไม่มีทฤษฎีใดที่สามารถอธิบายปรากฏการณ์นี้ได้ ส่วนในเขตลู่ลง (converging zone) มีแบบจำลอง



รูปที่ 1.4.2

รูปเส้นวาดแทนความเร็วในเขตการไหลแบบลู่ลง

ความเร็วแบบไม่มีมิติคืออัตราส่วนระหว่างความเร็วจริงกับความเร็วสูงสุด

ระยะทางแบบไม่มีมิติคืออัตราส่วนระหว่างระยะทางจากผนังด้านข้างกับความกว้างของถัง

คิเนแมติกส์ สำหรับการไหลของเม็ดวัตถุ(kinematics model for the flow of granular materials) ของ อาร์ เอ็ม เนดเดอร์แมน และยู ทูซิน (R.M. Nedderman and U.Tüzün) ซึ่งจะนำมาใช้เปรียบเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งรายละเอียดของแบบจำลอง (model) นี้ จะได้อธิบายในตอนที่ 1.6 ต่อไป

1.6 แบบจำลองคิเนแมติกส์ สำหรับการไหลของเม็ดวัตถุ

(Kinematics model for the flow of granular materials)

ในปี พ.ศ. 2521 เนดเดอร์แมน และทูซิน (Nedderman and Tüzün) ได้เสนอแบบจำลองแบบนี้ เพื่อใช้ในการอธิบาย ความเร็วของเม็ดวัตถุ ซึ่งกำลังไหลออกจากถัง (bin) โดยผ่านรู (orifice) ซึ่งอยู่ที่ก้นถัง (bin) ทั้ง 2 ท่านได้สมมุติว่า ความเร็วในแนวระดับ (horizontal velocity) u เป็นฟังชั่นของความลาดของความเร็วในแนวดิ่ง (vertical velocity gradient) $\frac{\partial v}{\partial x}$

เมื่อ x = ระยะทางตามแนวระดับที่วัดออกจากกึ่งกลางของรู (orifice)

นั่นคือ

$$u = f\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad (1.6.1)$$

รูปแบบที่ง่ายที่สุดของความสัมพันธ์ระหว่าง u และ $\frac{\partial v}{\partial x}$ คือ u จะมีความสัมพันธ์เชิงเส้น (linear relationship) กับ $\frac{\partial v}{\partial x}$ หรือเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$u = -\alpha \frac{\partial v}{\partial x} \qquad (1.6.2)$$

α = ค่าคงที่คิเนแมติกส์ (kinematics constant)

สมมุติว่า เม็ดวัตถุที่ใช้เป็นชนิดไม่สามารถบีบอัดได้ (incompressible granular material) จากสมการความต่อเนื่องสำหรับวัตถุที่ไม่สามารถบีบอัดได้ (continuity equation for incompressible material)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (1.6.3)$$

เมื่อ y = ระยะทางตามแนวดิ่ง ซึ่งวัดจากพื้นของถังขึ้นไป

แทนค่า สมการ (1.6.2) ลงใน สมการ (1.6.3) จะได้

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \qquad (1.6.4)$$

สมการ (1.6,4) มีรูปแบบเหมือนกับ สมการการแพร่ (diffusion equation) ซึ่งคำตอบของสมการแบบนี้มีได้หลายอย่าง ขึ้นอยู่กับ เงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ซึ่งในที่นี้ เราจะสมมุติเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ดังนี้

ก) ผนังของถังด้านข้าง (side wall) อยู่ห่างกันมาก นั่นคือ

$$-\infty < x < \infty$$

ข) รู (orifice) มีขนาดเล็กมาก

จากเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ดังกล่าว และจากสมการ (1.6.4) เราสามารถหาคำตอบได้ เป็น

$$\vartheta = \frac{Q}{\sqrt{4\pi\alpha y}} \, e^{-x^2/4\alpha y} \qquad (1.6.5)$$

เมื่อ Q คือ อัตราปริมาตรการไหลต่อหนึ่งหน่วยความหนาของถัง (volumetric flow rate per unit thickness of bin)

ที่ $x = 0$ จะได้

$$\vartheta = \vartheta_0 = \frac{Q}{\sqrt{4\pi\alpha y}} = \vartheta_{max} \qquad (1.6.6)$$

ดังนั้น เราสามารถเขียนสมการ (1.6.5) ได้ใหม่เป็น

$$\vartheta = \vartheta_0 \, e^{-x^2/4\alpha y} \qquad (1.6.7)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย