บทที่ ๒

ทฤษฎีหลักเกี่ยวกับ Load Flow Study

๒.๑ Representation ของระบบไฟฟ้าในการทำ Load Flow Study

๒.๑.๑ Single Line Diagram และ Per Unit Quantity

ในการทำ Load Flow Study นั้น จะต้องบอกถึงลักษณะทั่ว ๆ ไปของระบบไฟฟ้า โดยใช้ Single Line Diagram แทน network ของระบบไฟฟ้า ซึ่งจะสามารถบอกหรือแสดงถึงส่วนที่สำคัญต่าง ๆ ไว้ ตลอดจนถึงรายละเอียดอันเกี่ยวกับ Condition ทั้งหมดในการ operate หน่วยที่ใช้สำหรับค่าทางฟิสิกส์ของ element ต่าง ๆ ใน network เช่น impedance หรือ admittance ของสายส่ง Active และ Reactive power ของ generator หรือของ load แรงดันที่ bus และค่า turn ratio ของ transformer จะเป็นปริมาณ per unit ดังนั้นสำหรับกรณีของระบบไฟฟ้า ๓ เฟสที่มี load สมดุลย์ การคำนวณค่ากำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่ง และค่าแรงดันของ bus ต่าง ๆ ใน network สามารถคำนวณได้จากระบบไฟฟ้า ๑ เฟสแทนได้ ซึ่งจะเป็นการง่ายและสะดวกกว่ามาก

๒.๑.๒ Generator

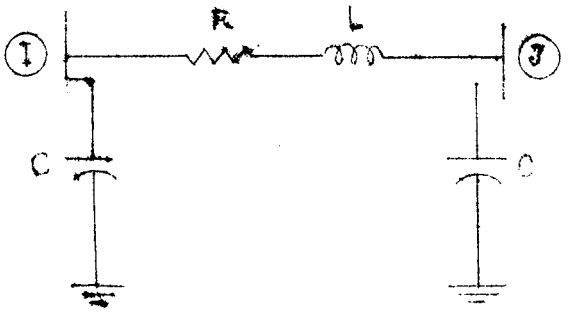
ส่วนมากจะเป็น Synchronous machine ซึ่งจะจ่าย fixed active power ในการคำนวณเกี่ยวกับปัญหาใน Load Flow Study นี้ จะเห็นได้ว่า Generator จะเป็นเสมือน Current Source ที่จ่ายกระแสเข้าไปที่ bus

๒.๑.๓ Load

Load จะเป็นตัวรับ Fixed active และ reactive power จะถือได้ว่า Load จะเป็นเสมือน Sink ที่รับกระแส หรือแทนกระแสที่ไหลออกจาก bus

๒.๑.๔ Transmission line (สายส่ง)

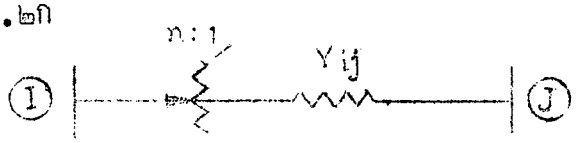
Transmission หรือ Sub-Transmission line ที่เชื่อมระหว่าง bus ต่าง ๆ สามารถแทนได้ด้วย Equivalent Pi Network ซึ่งประกอบด้วย Resistance ต่ออนุกรมกับ Inductive Reactance อยู่ระหว่าง bus 2 bus ที่สายส่งนี้เชื่อมอยู่ และมี Shunt capacitance ซึ่งมีค่า susceptance เป็นครึ่งหนึ่งของ shunt capacitance ของสายส่งทั้งหมดตลอดสาย lump อยู่ที่ bus แต่ละ bus



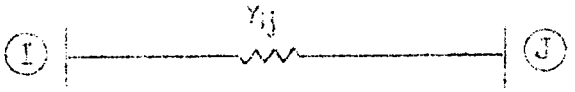
รูปที่ ๒.๑ แสดงถึง Equivalent Pi Network ที่ใช้แทนสายส่ง

๒.๑.๕ Transformer

Transformer ที่มีค่า turn ratio เป็น nominal สามารถแทนได้ด้วย Equivalent admittance หรือ impedance ของ transformer เชื่อมอยู่ระหว่าง bus ทั้งสอง ดังรูปที่ ๒.๒ก

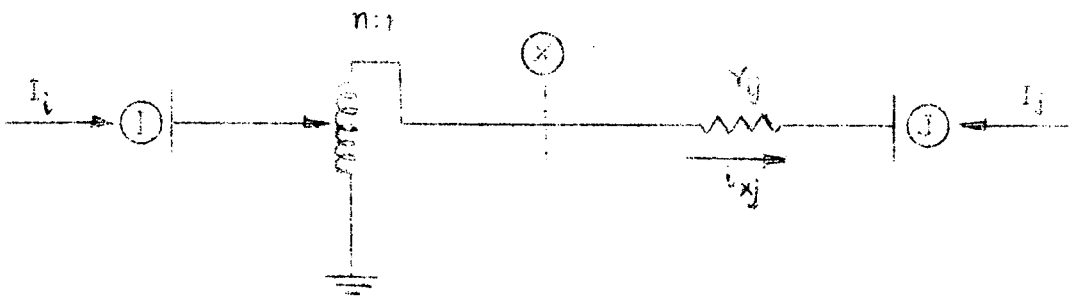


รูปที่ ๒.๒ ก Nominal turn ratio transformer

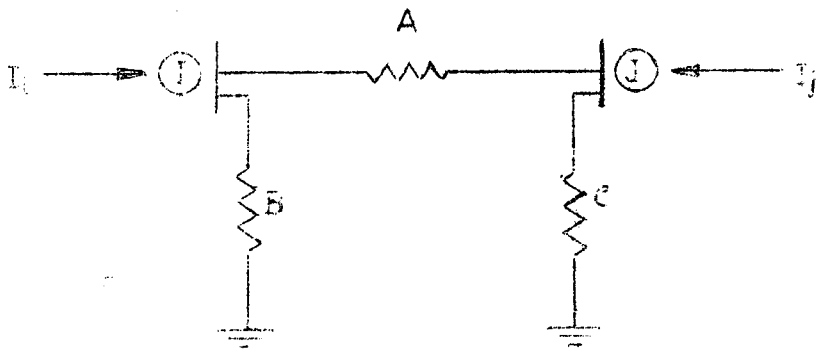


รูปที่ ๒.๒ ข แสดงถึง Equivalent admittance ซึ่งใช้แทน Transformer ที่ nominal turn-ratio

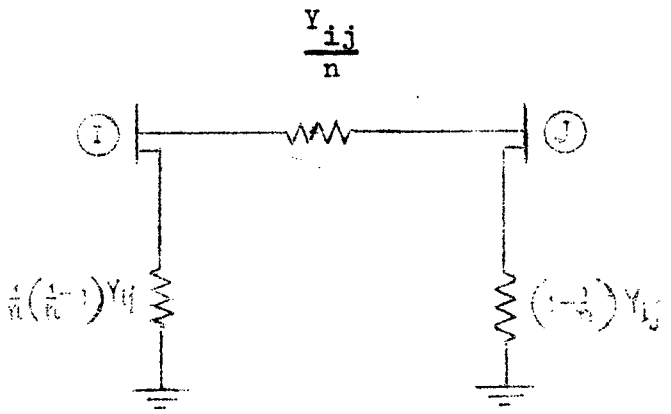
สำหรับในกรณีของ Transformer ที่มีค่า turn-ratio เป็น off-nominal จะสามารถแทนได้ด้วย admittance หรือ impedance ของ transformer ต่ออยู่ระหว่าง bus 2 bus ดังแสดงไว้ในรูปที่ ๒.๒ ค ในการศึกษาเกี่ยวกับ Load Flow นี้จะเปลี่ยน Ideal Autotransformer และ Admittance ให้อยู่ในลักษณะของ Equivalent Pi Network เสียก่อน ซึ่งจะทำให้สะดวกและง่ายขึ้น เพราะสามารถถือได้ว่า element ต่าง ๆ ของ Pi Network มีลักษณะเหมือนเป็น element ของสายส่ง



รูปที่ ๒.๒ ค แสดงถึง Ideal Autotransformer และ admittance ที่แทน Off-nominal turn-ratio transformer



รูปที่ ๒.๒ ง Equivalent Pi-Network



รูปที่ ๒.๒ จ แสดงค่าของ elements ของ Equivalent Pi-Network

ค่า elements ต่าง ๆ ของ Pi-Network สามารถคำนวณหาได้ดังนี้

ให้ transformer ที่เชื่อมอยู่ระหว่าง bus I และ J มีค่า off nominal turn ratio เป็น n และ n เป็นค่า per unit อยู่ทางด้าน bus I และมี transformer admittance เป็น Y_{ij} เมื่อ refer to bus J ดังรูปที่ ๒.๒ ก

สมมติให้ X เป็น fictitious bus

จากรูปที่ ๒.๒ ง กระแสที่ไหลเข้า bus I

$$I_i = A(V_i - V_j) + BV_i$$

$$= (A+B)\,V_i - AV_j \qquad (2.1)$$

ในทำนองเดียวกัน กระแสที่ไหลเข้า bus J

$$I_j = A(V_j - V_i) + CV_j$$

$$= -AV_j + (A+C)V_j \qquad (2.2)$$

จากรูปที่ ๒.๒ ก

$$I_i = \frac{i_{xj}}{n}$$

$$= (V_x - V_j)\,\frac{Yij}{n}$$

$$= \left(\frac{Vi}{n} - V_j\right)\frac{Yij}{n}$$

$$= \frac{Yij}{n^2}\,V_i - \frac{Yij}{n}\,Vj \qquad (2.3)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$I_j = \left(V_j - \frac{Vi}{n}\right) Yij$$

$$= -\frac{Yij}{n}\,Vi + Yij\,Vj \qquad (2.4)$$

จากสมการ (๒.๑), (๒.๒), (๒.๓) และ (๒.๔) ได้ว่า

$$A = \frac{Yij}{n} \qquad (2.5)$$

$$B = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n} - 1\right) \cdot Yij \qquad (2.6)$$

$$C = \left(1 - \frac{1}{n}\right) Yij \qquad (2.7)$$

จะเห็นได้ว่าถ้าหากมีการเปลี่ยน tap ของ transformer แล้วค่า self admittance ของ bus I และ J จะเปลี่ยนไป

๒.๑.๖ Shunt Element

Shunt Element นี้จะทำหน้าที่เป็น Impedance load ที่คงที่ ซึ่งต่ออย่างขนานกับ bus ที่ต้องการควบคุมค่าแรงดันส่วนมากจะเป็น static capacitor และ reactor ในการ operate ระบบไฟฟ้าซึ่งอยู่ในสภาวะต่าง ๆ กันคือตอน Peak load และ Off Peak load แรงดันที่ bus ต่าง ๆ ย่อมจะมี variation เกิดขึ้น ซึ่งจะสามารถควบคุมค่าแรงดันให้สม่ำเสมอได้ด้วยการใช้ shunt elements เหล่านี้ โดยที่ shunt capacitor จะทำหน้าที่คล้าย ๆ กับว่าจ่าย positive reactive power และ shunt reactor จะทำหน้าที่ **รับ** positive reactive power ในการทำ Load Flow Study นี้ shunt element สามารถแทนได้ด้วย impedance ที่มีค่าคงที่ต่อขนานกับ bus

๒.๑.๗ Synchronous Condenser

Synchronous Condenser เป็น variable reactive power source เป็นประโยชน์ในการควบคุมแรงดันให้อยู่ใน limit ที่ต้องการแต่สำหรับในบางกรณีก็ไม่อาจจะทำได้ ถ้าหากความต้องการของ reactive power เกินค่า maximum available vars หรือน้อยกว่าค่า minimum available vars ในการคำนวณย่อมจะถือได้ว่า Synchronous condenser เป็นเสมือน current source

๒.๒ สมการเกี่ยวกับระบบไฟฟ้า

๒.๒.๑ Network Equation จาก performance ของ network ของระบบไฟฟ้าทั่ว ๆ ไปความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันและกระแสที่ bus ใด ๆ จะสามารถเขียนแทนได้ด้วยสมการที่เป็นแบบ nodal voltage

$$\bar{I}_{BUS} = \bar{Y}_{BUS} \cdot \bar{V}_{BUS} \qquad (2.8)$$

โดยที่

$\bar{I}_{BUS}$ คือ vector ของกระแสที่ bus

$\bar{V}_{BUS}$ คือ vector ของแรงดันที่ bus เทียบกับ reference bus

$\bar{Y}_{BUS}$ คือ bus admittance matrix ซึ่ง elements ต่าง ๆ ของ matrix เป็น short circuit driving point admittance หรือ self admittance และ transfer admittance หรือ mutual admittances

เมื่อพิจารณาถึงระบบไฟฟ้าที่มีจำนวน bus เท่ากับ n bus จะสามารถเขียนสมการแทนระบบได้ดังนี้

กระแสทั้งหมดที่ไหลเข้าที่ bus I

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \qquad (2.9)$$

โดยที่ i = 1,2,....., n

ถ้า i = j, Y_{ii} คือค่า nodal self admittance หรือผลรวมของ admittance ทั้งหมดที่ต่ออยู่ที่ bus I

ถ้า i ≠ j, Y_{ij} คือค่า nodal mutual admittance หรือผลรวมของ admittance ทั้งหมดที่ต่อโดยตรงระหว่าง bus I กับ bus J

Y_j คือค่าแรงดันที่ bus J เทียบกับ reference bus

หรือเขียนเป็น matrix form ได้เป็น

$$[I] = [Y][V] \qquad (2.10)$$

โดยที่

$[Y]$ คือ admittance matrix

สำหรับสมการ (๒.๙) และ (๒.๑๐) การคำนวณหาค่า nodal self admittance นั้นจะแยกออกได้เป็น ๒ กรณีคือ

ในกรณีของระบบไฟฟ้าที่มี ground bus รวมอยู่ใน network และมี ground bus เป็น reference bus การคำนวณค่า nodal self admittance จะต้องคิดรวม effect ของ line charging และของ shunt element ต่าง ๆ เช่น static capacitor, reactor และ shunt element ของ Equivalent Pi Network ของ transformer ส่วนค่าแรงดันที่ busต่าง ๆ นั้นจะเป็นค่าที่เทียบกับ ground

อีกกรณีหนึ่งซึ่ง network ไม่มี ground bus รวมอยู่ด้วย ดังนั้นจะต้องเลือกเอา bus ใด bus หนึ่งมาเป็น reference bus สำหรับการคิดค่า nodal self admittance นั้นจะไม่รวม effect ของ shunt element ต่าง ๆ แต่จะต้องคิดให้ shunt element เหล่านี้ เป็นเสมือนหนึ่ง current source ที่ bus นั้น ๆ ส่วนค่าแรงดันที่ bus จะเป็นค่าที่เทียบกับ reference bus

๒.๒.๒ การคำนวณค่า Complex Power

ให้แรงดันที่ bus ใด ๆ เป็น V = VP + jVQ

และกระแสทั้งหมดที่ bus เป็น I = IP + jIQ

ค่า complex Power (P + jQ) สามารถคำนวณหาได้ดังนี้

$$P + jQ = VI^* \quad \text{โดยที่ } I^* \text{ คือค่า comjugate ของ } I$$

$$= (VP + jVQ)(IP - jIQ)$$

$$= (VP.IP + VQ.IQ) + j(VQ.IP - VP.IQ)$$

$$P = VP.IP + VQ.IQ \qquad (2.11)$$

$$Q = VQ.IP - VP.IQ \qquad (2.12)$$

เกี่ยวกับเครื่องหมายของ reactive power สามารถพิจารณาจากสมการ (๒.๑๒) ได้ดังนี้

ให้ voltage เป็น reference vector = $|V|\angle 0^\circ$

สมมติว่า load เป็น pure inductive load ดังนั้นกระแสจะมี phase lag voltage และมีค่าเป็น $|I|\angle -\theta_L$ ค่าของ IQ จะเป็นลบ แสดงว่า reactive power Q ของ inductive load จะมีเครื่องหมายเป็นบวก

ถ้า load เป็น pure capacitive load ซึ่งกระแสจะมี phase load voltage และมีค่าเป็น $|I|\angle +\theta_c$ ค่าของ IQ จะเป็นบวก แสดงว่า Reactive power Q ของ capacitive load จะมีเครื่องหมายเป็นลบ

๒.๒.๓ Loading Equations

ใน network ของระบบไฟฟ้าทั่ว ๆ ไป ถ้าหากคิด effect ของ shunt element to ground แล้ว จะสามารถหากระแสทั้งหมดที่ไหลเข้า ซึ่งสัมพันธ์กับ active และ reactive power ที่ไหลเข้าที่ bus I ได้ดังนี้

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

$$(P_i + jQ_i)^* = (V_i I_i)^*$$

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i$$

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i} \qquad (2.13)$$

สำหรับกรณีที่ไม่รวมถึง effect ของ shunt element to ground แล้ว กระแสทั้งหมดที่ไหลเข้า bus จะเป็น

$$I_i = \frac{P_i - jQi}{V_i^*} - Y_i V_i \qquad (2.14)$$

โดยที่

P_i เป็น net active power ที่ bus I

Q_i เป็น net reactive power ที่ bus I

V_i เป็นแรงดันของ bus I เมื่อเทียบกับ ground

Y_i เป็น shunt admittance ทั้งหมดที่ bus I

สำหรับเครื่องหมายของกระแส I_i ถือว่า

เป็น ลบ เมื่อกระแสไหลออกจาก bus

เป็น บวก เมื่อกระแสไหลเข้า bus

๒.๓ Nodal Equation Development

ปัญหาสำคัญอย่างหนึ่งในการทำโปรแกรม Load Flow นั้น คือวิธีการหาค่าแรงดันซึ่ง distribute ตาม bus ต่าง ๆ ใน network ซึ่งจะสามารถหาได้จากสมการซึ่งจะได้ develope จากสมการ (๒.๑๑) และ (๒.๑๓) ดังต่อไปนี้

กระแสไหลเข้าหรือออกที่ bus ใด bus หนึ่ง สามารถหาได้จากสมการ (๒.๑๑) ดังนี้

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \quad , \quad i = 1,2\ldots\ldots n$$

$$= Y_{ii}V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}} Y_{ij}V_j$$

เพราะฉะนั้น

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left(I_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_j\right) \qquad (2.15)$$

จากสมการที่ (๒.๑๓) ค่ากระแสที่ bus I คือ

$$I_i = \frac{P_i - jQi}{V_i}$$

นำค่า I_i ของสมการที่ (๒.๑๓) ไปแทนค่าลงในสมการ (๒.๑๕) จะได้

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{P_i - jQi}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_j\right] \qquad (2.16)$$

สมการ (๒.๑๖) นี้เป็นสมการที่ใช้สำหรับคำนวณหาแรงดันที่ bus ทั้งหมดใน network เนื่องจากค่า $P_i - jQi$, Y_{ii} และ Y_{ij} เป็นค่าคงที่ของ bus ต่าง ๆ ดังนั้นจะเห็นว่า

ค่า V_i มีความสัมพันธ์กับแรงดันของ bus อื่น ๆ ที่เชื่อมโยงอยู่กับ bus I ด้วย line ซึ่งมีค่า mutual admittance Yij

ในกรณีที่เป็น generator หรือ regulated bus ซึ่งจะต้อง hold ค่า magnitude ของแรงดันไว้ ดังนั้นจะต้องคำนวณหาความต้องการของ reactive power ที่พอดีทำให้ได้ magnitude ของแรงดันตามที่กำหนดไว้เสียก่อน โดยใช้สมการ (๒.๑๖) ดังนี้

$$Q_i = - \Im \left[Y_{ii}V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_i \right] \cdot V_i^* \qquad (2.17)$$

๒.๔ Iterative Solution of Voltage

ถ้าใน network มีจำนวน bus อยู่ทั้งหมด n bus ให้ ground bus เป็น reference bus จะเขียนสมการซึ่งเป็นแบบ non-linear ได้ (n-1) สมการ ซึ่งการ solve หา solution ของแรงดันที่ bus ต่าง ๆ จากสมการชุดนี้นั้นสามารถทำได้ด้วยวิธีการที่เรียกว่า Iterative method

ในการใช้ digital computer คำนวณปัญหาของ Load Flow Study นี้ input data ซึ่งจะบอกถึงลักษณะการเชื่อมโยงระหว่าง bus แต่ละ bus นั้น จะอยู่ในลักษณะของโค๊ตตัวเลข กล่าวคือ bus ทั้งหมดจะมีตัวเลขประจำ bus แต่ละ bus พร้อมทั้งบอกชนิดของ bus ด้วยว่าเป็น slack bus หรือ load bus หรือ generator bus ด้วยโค๊ตตัวเลข สำหรับ line หนึ่ง ๆ ซึ่งจะบอกตำแหน่งของ line ว่าเชื่อมระหว่าง bus เบอร์อะไร พร้อมทั้งค่า admittance หรือ impedance ของ line ทั้งนี้เพื่อจะได้นำมาคำนวณหา self admittance ของ bus นั้น ๆ หา mutual admittance ระหว่าง bus 2 bus และเก็บบันทึกค่าไว้ใน memory เพื่อใช้คำนวณต่อไปเหล่านี้เป็นต้น สำหรับรายละเอียดต่าง ๆ เกี่ยวกับ input data การคำนวณหา solution ของแรงดันและ power flow นั้นจะได้กล่าวในบทต่อไป

ในเมื่อ P_i, Q_i, Y_{ii} และ Y_{ij} เป็นค่าคงที่สำหรับ bus แต่ละ bus

ถ้าให้ $(P_i - jQ_i)\frac{1}{Y_{ii}} = A_i$

และ

$$\frac{Y_{ij}}{Y_{ii}} = B_{ij}$$

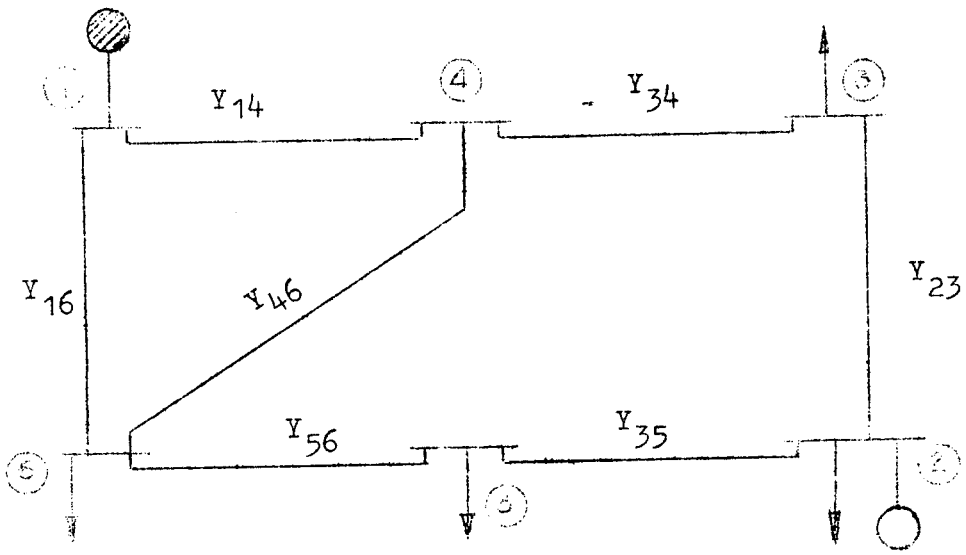
สมการ (๒.๑๖) จะกลายเป็น

$$V_i = \frac{A_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} B_{ij}V_j \qquad (2.18)$$

$i = 1,2,\ldots\ldots\ldots\ldots n$

$i \neq$ slack bus

เพื่อเป็นการสะดวกและง่ายในการแสดงถึงวิธี solve หาค่าแรงดันที่ bus ต่าง ๆ โดยวิธีแบบที่เรียกว่า Gauss-Seidel Iterative Method[1] จะขอแสดงวิธีการด้วยตัวอย่างของ network แบบง่าย ๆ ดังที่ได้แสดงไว้ในรูป ๒.๓



รูปที่ ๒.๓ แสดงถึง single line diagram ของ network

ให้ bus 1 เป็น slack bus ซึ่งจะเป็น variable power source เพื่อจ่ายชดเชยค่าpower loss และ powerที่ยังขาดเหลือของระบบ ที่ bus นี้จะทราบค่า magnitude voltage และ phase angle แล้วและจะมีค่าคงที่ ดังนั้นจึงไม่ต้องคำนวณหาแรงดันอีก การคำนวณหาแรงดันที่ bus 2,3,4,5 และ 6 ทำเป็นขั้น ๆ ดังนี้

๑. สมมติค่า bus voltage ของทุก ๆ bus ใน network นั่นคือ ให้ที่ bus 2,3,4,5 และ 6 มีค่าแรงดันเป็น $V_2^0, V_3^0, V_4^0, V_5^0$, และ V_6^0 ตามลำดับ

๒. คำนวณค่า V_2 จากสมการ (๒.๑๘) โดยใช้ค่าแรงดันที่ได้สมมติไว้ในข้อ ๑ หลังจากที่คำนวณได้ค่า V_2 ใหม่แล้วสมมติได้เป็น V_2^1 เมื่อหาค่า V_3 ต่อไปจะต้องใช้ค่า V_2^1 แทน V_2^0 ในการคำนวณสำหรับแรงดันที่ bus3,4,5และ 6 ก็เช่นเดียวกัน หลังจากได้ใหม่แล้ว ก็ต้องใช้ค่าใหม่ที่คำนวณได้ใหม่นี้ไปใช้ในการคำนวณแรงดันของ bus อื่นต่อไปเรื่อย ๆ จนครบ 5 bus ซึ่งจะได้ค่าแรงดันใหม่ของ bus ใน network ดังนี้ $V_2^1, V_3^1, V_4^1, V_5^1$ และ V_6^1

๓. ค่าที่คำนวณได้ใหม่ทั้งชุดนี้ จะแตกต่างจากค่าที่สมมติขึ้นในตอนแรก แต่ค่าตัวเลขจะแตกต่างกัน คงจะมีจำนวนมากอยู่ ดังนั้นจะต้องนำแรงดัน $V_2^1, V_3^1, V_4^1, V_5^1$ และ V_6^1 มาใช้คำนวณหาค่าแรงดันชุดใหม่อีก จะได้เป็น $V_2^2, V_3^2, V_4^2, V_5^2$ และ V_6^2 ซึ่งค่าแตกต่างจากชุดเดิม ส่วนมากจะแตกต่างน้อยลงกว่าเดิม โดยการทำซ้ำ ๆ ในลักษณะนี้หลายครั้ง ค่าแตกต่างของแรงดันระหว่างชุดเก่ากับชุดใหม่ ซึ่งพอจะเรียกได้ว่าเป็นค่า convergence จะน้อยลงเรื่อย ๆ จนกระทั่งถึงค่า ๆ หนึ่งซึ่งมีค่าน้อยมาก หรือตามที่จะกำหนดเอาไว้ในแต่ละปัญหา ก็ถือว่าแรงดันที่คำนวณได้ถูกต้อง สามารถที่จะนำมาใช้คำนวณหาค่า power flowใน lines ตลอดจนถึงค่า power lossและจำนวน active และ reactive power ที่ slack generator จะต้องจ่าย

จากรูปที่ ๓.๑ สามารถเขียนสมการของแรงดันที่ bus 2,3,4,5 และ 6 ได้ดังต่อไปนี้

$$V_2^{k+1} = \frac{A_2}{(V_2^k)^*} - B_{23}V_3^k - B_{25}V_5^k$$

$$V_3^{k+1} = \frac{A_3}{(V_3^k)^*} - B_{32}V_2^{k+1} - B_{34}V_4^k$$

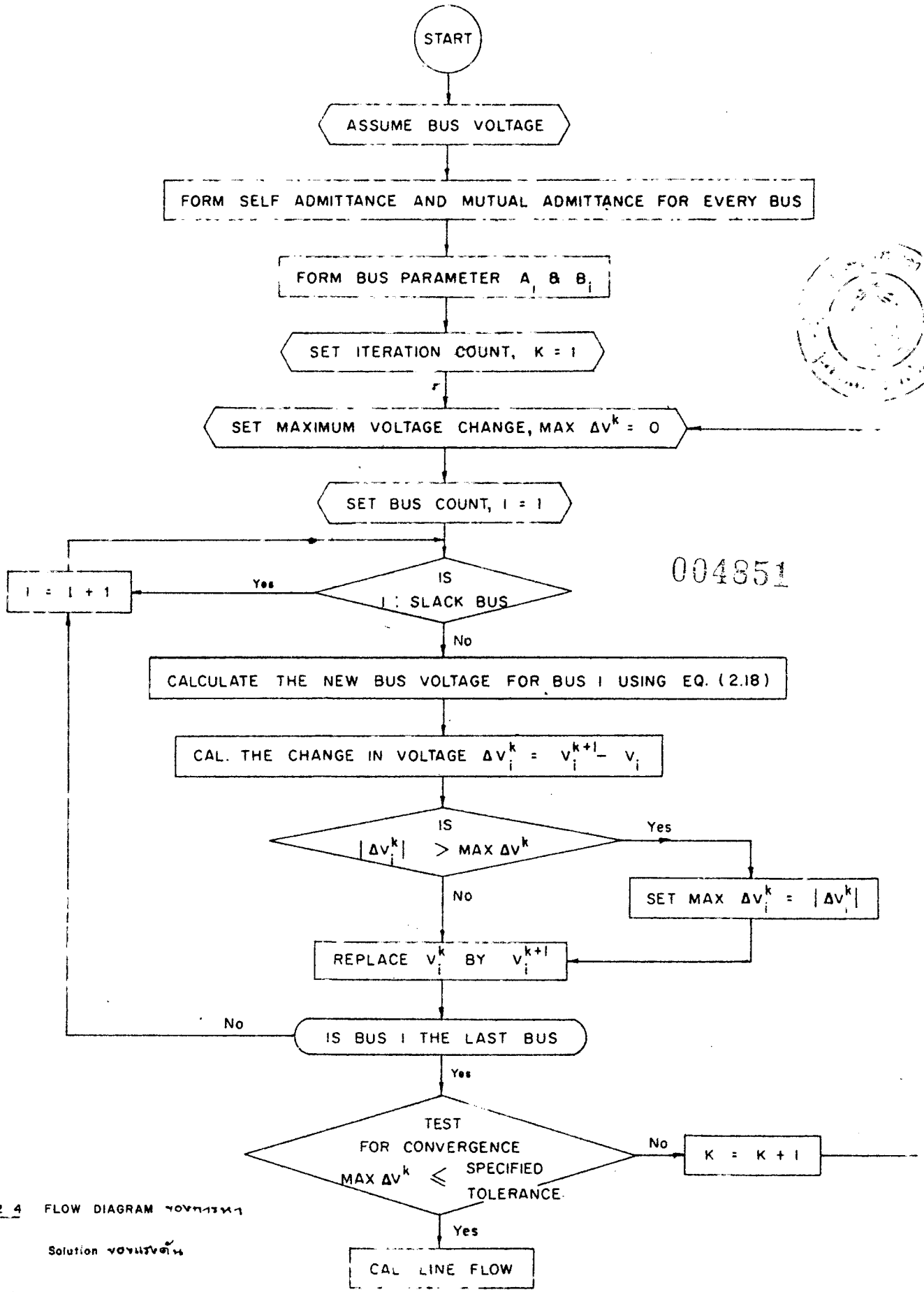
$$V_4^{k+1} = \frac{A_4}{(V_4^k)^*} - B_{41}V_1 - B_{43}V_3^{k+1} - B_{46}V_6^k$$

$$V_5^{k+1} = \frac{A_5}{(V_5^k)^*} - B_{52}V_2^{k+1} - B_{56}V_6^k$$

$$V_6^{k+1} = \frac{A_6}{(V_6^k)^*} - B_{61}V_1 - B_{64}V_4^{k+1} - B_{65}V_5^{k+1}$$

โดยที่ subscript K หมายถึงจำนวน iteration ที่ได้คำนวณมาแล้ว

ขั้นต่าง ๆ ในการหา Solution ของ Voltage ได้แสดงไว้ในรูปที่ ๒.๔



004851

รูปที่ 2.4 FLOW DIAGRAM ของการหา Solution ของแรงดันบัส

๒.๕ Line Flow Equation

จำนวน active และ reactive power ที่ไหลภายใน line ซึ่งต่อโดยตรงระหว่าง bus 2 bus สามารถคำนวณหาได้ดังนี้.-

๒.๕.๑ สำหรับ transmission line หรือ sub-transmission line ซึ่งต่อโดยตรงระหว่าง bus I และ J นั้น power ที่ไหลจาก bus I ไป bus J เขียนได้เป็น

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I_{ij}^* \qquad (2.19)$$

โดยที่

P_{ij} เป็นค่า active power ที่ไหลออกจาก bus I ไป bus J

Q_{ij} เป็นค่า reactive power ที่ไหลออกจาก bus I ไป bus J

I_{ij} เป็นค่ากระแสที่ไหลออกจาก bus I ไป bus J

เมื่อคิดรวม effect ของ shunt element เช่น line charging, shunt reactor และ shunt capacitor แล้วค่า I_{ij} จะเป็น

$$I_{ij} = (V_i - V_j) Y_{ij} + V_i Y_s \qquad (2.20)$$

โดยที่ Y_s เป็นผลรวมของค่า admittance ของ shunt element ทั้งหมดที่ต่ออยู่ที่ bus I (สำหรับกรณีของค่า line charging admittance ซึ่งถือว่า Uniform distribute ไปตลอด line นั้นค่าที่นำมารวมกับ Y_s จะใช้ครึ่งหนึ่งของ line charging ตลอดทั้ง line)

ดังนั้น

$$(P_{ij} + jQ_{ij})^* = \left[V_i\left[(V_i - V_j)Y_{ij} + V_i Y_s\right]^*\right]^*$$

$$P_{ij} - jQ_{ij} = V_i^* (V_i - V_j) Y_{ij} + V_i^* V_i Y_s \qquad (2.21)$$

ในทำนองเดียวกัน power ที่ไหลออกจาก bus J ไป bus I จะเป็น

$$P_{ji} - jQ_{ji} = V_j^*(V_j - V_i) Y_{ji} + V_j^* V_j Y_s \qquad (2.22)$$

๒.๕.๒ สำหรับ Off-nominal transformer การคำนวณ power flow จะแยกพิจารณาได้เป็น ๒ กรณีคือ กรณีแรก เมื่อค่า turn ratio(n)ปรากฏอยู่ทางด้าน bus I จะได้

$$Pij - jQij = V_i^*(nV_i - V_j)Yij + V_i^*V_iY_s \qquad (2.23)$$

กรณีที่สอง เมื่อค่า turn ratio (n) ปรากฏอยู่ทางด้าน bus J จะได้

$$Pij - jQij = V_i^*\left(\frac{V_i}{n} - V_j\right)Yij + V_iV_iY_s \qquad (2.24)$$