บทที่ 3

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์น้ำฝน-น้ำท่า (Rainfall-Runoff Model) คือการใช้สมการทางคณิตศาสตร์มาจำลองกระบวนการเปลี่ยนปริมาณน้ำฝนไปเป็นปริมาณน้ำท่า และใช้คอมพิวเตอร์มาเป็นเครื่องมือในการคำนวณหรือแก้สมการเพื่อหาคำตอบ ฉะนั้นจึงใช้เวลาในการคำนวณน้อย ถึงแม้การคำนวณจะมีความซับซ้อนหลายขั้นตอนก็ตาม อีกทั้งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับที่อื่นๆได้หากแต่จะต้องมีความเหมาะสมกับลักษณะการใช้งานของแบบจำลองด้วย การนำไปประยุกต์ใช้สำหรับแต่ละพื้นที่ที่แตกต่างกันออกไป จะต้องมีการปรับเทียบค่าตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสม เพื่อผลการคำนวณที่ดีและใกล้เคียงกับสภาพเหตุการณ์จริงมากที่สุด และถ้าหากการศึกษานั้นมีลักษณะการกำหนดสภาพเหตุการณ์ที่ต้องการศึกษาในหลายๆลักษณะ แบบจำลองคณิตศาสตร์ก็จะเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยให้ความสะดวกในการศึกษา และลดระยะเวลาในการคำนวณลงได้

3.1* แบบจำลองคณิตศาสตร์ Kalman Filter

แบบจำลองคณิตศาสตร์ Kalman Filter นี้ ประกอบด้วยส่วนประกอบหลัก 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นแบบจำลองน้ำฝน-น้ำท่า (Rainfall-Runoff Model) โดยใช้ NLSFM ซึ่งเป็น Conceptual Model โดยอาศัยความสัมพันธ์ของ Storage กับ อัตราการไหลของปริมาณน้ำท่าต่อพื้นที่รับน้ำ (q) มาเป็นหลักเกณฑ์ในการคำนวณปริมาณน้ำท่า ส่วนที่สองคือส่วนที่อาศัย Kalman Filter Technique ปรับค่าของพารามิเตอร์ (Parameters) ใน NLSFM ให้เหมาะสมโดยจะสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ทุกครั้งที่มีข้อมูลปริมาณน้ำท่าจากการวัดจริง เพื่อให้การคำนวณในครั้งถัดไปมีความถูกต้องใกล้เคียงขึ้น การปรับค่าของพารามิเตอร์นั้นอาศัยค่าความผิดพลาดจากคำนวณปริมาณน้ำท่าในครั้งที่ผ่านมานำไปปรับค่าพารามิเตอร์ใน NLSFM สำหรับการคำนวณปริมาณน้ำท่าในช่วงเวลาถัดไป ดังนั้น Kalman Filter Model จึงได้เปรียบแบบจำลองคณิตศาสตร์

หมายเหตุ *เพื่อความสะดวกในการเรียก NLSFM ผนวกกับ Kalman Filter Technique จากนี้จะเรียกว่า Kalman Filter Model

ชนิด Conceptual Model แบบ NLSFM ที่ใช้ค่าพารามิเตอร์คงที่ตลอดการคำนวณปริมาณน้ำท่า และเมื่อพิจารณาจากขบวนการเปลี่ยนน้ำฝนไปเป็นน้ำท่าจะสังเกตุว่า คุณสมบัติต่างๆของพื้นที่ลุ่มน้ำไม่คงที่ซึ่งในกรณีที่ใช้ค่าพารามิเตอร์ของ NLSFM คงที่ตลอดการคำนวณก็จะเป็นจุดอ่อนของแบบจำลองคณิตศาสตร์ ซึ่ง Kalman Filter Model สามารถแก้ไขจุดอ่อนนี้เพื่อผลการคำนวณปริมาณน้ำท่าที่ใกล้เคียงกับข้อมูลวัดจริงมากขึ้น

3.2 โครงสร้างของแบบจำลอง

แบบจำลองคณิตศาสตร์นี้เขียนด้วยภาษาฟอร์แทรน (Fortran) และถูก Compile ด้วย Fortran Compiler ของ Microsoft Fortran Version 4.1 เนื่องจากภาษาฟอร์แทรนนี้เป็นที่นิยมทั่วไปสำหรับงานคำนวณด้านวิศวกรรม โครงสร้างของแบบจำลองนี้ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ โปรแกรมเตรียมข้อมูลและแบบจำลองคณิตศาสตร์

1) โปรแกรมเตรียมข้อมูล

ในส่วนของโปรแกรมเตรียมข้อมูลนี้จะใช้สำหรับจัดเตรียมข้อมูลให้อยู่ในรูปแบบเดียวกันกับลักษณะการอ่านข้อมูลของแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อความสะดวกรวดเร็วในการเตรียมข้อมูล ดังแสดงในรูป 3.1

2) แบบจำลองคณิตศาสตร์

ส่วนนี้เป็นส่วนที่ทำงานทางด้านการคำนวณปริมาณน้ำท่าจากข้อมูลที่ได้รับมาจากส่วนโปรแกรมเตรียมข้อมูล แบบจำลองคณิตศาสตร์ Kalman Filter Model นี้ประกอบไปด้วยโปรแกรมหลัก (Main Program) และโปรแกรมย่อย (Subroutine Program) รวม 4 โปรแกรมดังแสดงในรูป 3.2 ซึ่งแต่ละโปรแกรมจะมีชื่อและหน้าที่ต่างๆกัน ดังนี้

2.1) โปรแกรมหลัก (Main Program)

โปรแกรมหลักนี้มีชื่อว่า Kmain ซึ่งทำหน้าที่เป็นส่วนหลักของโปรแกรมเพื่อเป็นส่วนควบคุมการทำงานของโปรแกรมทั้งหมด เป็นส่วนที่ส่งและรับข้อมูลกับโปรแกรมย่อยในแต่ละขั้นตอนของการคำนวณ

2.2) โปรแกรมย่อย (Subroutine Program)

2.2.1) โปรแกรมย่อยชื่อ COVEX เป็นโปรแกรมย่อยที่ทำหน้าที่คำนวณ Covariance Extrapolation Matrix โดยอาศัยสมการ 2.3.53 นำมาใช้คำนวณ

2.2.2) โปรแกรมย่อยชื่อ KLMNGN เป็นโปรแกรมย่อย ที่ทำหน้าที่คำนวณหาค่าของ Kalman Gain Vector โดยอาศัยสมการ 2.3.60 มาใช้ในการคำนวณ

2.2.3) โปรแกรมย่อยชื่อ COVUP เป็นโปรแกรมย่อยที่ทำหน้าที่ปรับค่า (Update Covariance Extrapolation Matrix) โดยอาศัยสมการ 2.3.67 มาใช้ในการปรับค่า

3.3 ขั้นตอนการทำงานและข้อมูลที่โปรแกรมต้องการ

ลักษณะการทำงานของโปรแกรมนั้นจะมีโปรแกรมหลัก (Main Program) เป็นศูนย์กลางของโปรแกรมย่อย (Subroutine Program) ในลักษณะที่โปรแกรมหลัก ทำการส่งข้อมูลไปยังโปรแกรมย่อยเพื่อทำการคำนวณ และนำผลการคำนวณในแต่ละโปรแกรมย่อยกลับมาสู่โปรแกรมหลักเพื่อดำเนินการเรียกใช้โปรแกรมย่อยอื่นๆต่อไป ขั้นตอนของโปรแกรมหลักและลำดับการเรียกใช้โปรแกรมย่อยรวมทั้งข้อมูลที่โปรแกรมต่างๆต้องการ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.3.1 โปรแกรมเตรียมข้อมูล

โปรแกรมเตรียมข้อมูลนี้ใช้สำหรับจัดเตรียมข้อมูลเพื่อให้เหมาะสมกับลักษณะข้อมูลที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ต้องการ การทำงานภายในโปรแกรมนี้จึงไม่มีความสลับซับซ้อนมากนักแต่ให้ความสะดวกอย่างยิ่งสำหรับการเตรียมข้อมูล ขั้นตอนการทำงานและลักษณะข้อมูลที่ต้องการสามารถแบ่งตามขั้นตอนการทำงานได้ 3 ขั้นตอน คือ

1) ขั้นตอนการรับข้อมูล

ขั้นตอนการรับข้อมูลนี้จะอ่านข้อมูลต่างๆ ซึ่งเป็นข้อมูลพื้นฐานเพื่อที่จะนำไปใช้กับแบบจำลองคณิตศาสตร์ ข้อมูลต่างๆเหล่านี้ได้แก่

-ปริมาณฝนส่วนเกินรายวันของพื้นที่ (Areal Daily Excess Rainfall)หน่วยเป็น (mm/day)

-ปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน (Daily Direct Runoff) หน่วยเป็น (cms)

-Manning Coefficient (n)

-ความยาวเฉลี่ยของพื้นที่ลุ่มน้ำ หน่วยเป็น (m) สำหรับการศึกษานี้ ลำน้ำมีความยาวเท่ากับ 95×10^3 เมตร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I17131571

-ความชันของลำน้ำ สำหรับพื้นที่ลุ่มน้ำนี้เท่ากับ 9.257×10^{-3}

-ค่าเฉลี่ยของปริมาณฝนส่วนเกินรายวันสำหรับ Hydrograph นั้นๆ ($\bar{r}d$) หน่วยเป็น (mm/day)

-ค่าตัวแปร x_1 จากสมการ 2.3.5

-ค่า m โดยใช้ค่าเท่ากับ 5/3 รายละเอียดของค่า m ดูจากภาคผนวก ก

-ค่าตัวแปร x_2 จากสมการ 2.3.6 ซึ่งกำหนดเริ่มต้นเท่ากับศูนย์

-CE คือค่าคงที่สำหรับการกำหนด Initial Error Covariance Matrix of State Variables ซึ่งค่า CE นี้มีค่าเป็นส่วนกลับของเปอร์เซนต์ เช่น กำหนด Initial Error Covariance Matrix เท่ากับ 0.01 เปอร์เซนต์ของ State Variable (แสดงด้วยสมการ 2.3.5 ถึง 2.3.10) ดังนั้นค่า CE มีค่าเท่ากับ 10,000

-CS คือค่าคงที่สำหรับ กำหนด Initial Covariance Matrix of System Error ซึ่งค่า CS นี้ กำหนดให้มีค่าเป็นส่วนกลับของเปอร์เซนต์ เช่น กำหนด Initial Covariance Matrix of System Error มีค่าเท่ากับ 0.01 เปอร์เซนต์ของค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น (x_3, x_4, x_5 และ x_6 จากสมการ 2.3.7 ถึง 2.3.10) ดังนั้นค่า CS มีค่าเท่ากับ 10,000 ข้อมูลต่างๆ เหล่านี้ถึงแม้ว่าลักษณะ ประเภท หรือหน่วยที่ใช้ของข้อมูลบางส่วน จะไม่ตรงกับรูปแบบที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ต้องการ โปรแกรมเตรียมข้อมูลนี้จะทำการคำนวณและจัดรูปแบบของข้อมูลต่างๆเหล่านี้ให้เหมาะสมในขั้นตอนต่อไป

2) ขั้นตอนการจัดรูปแบบข้อมูล

สำหรับในขั้นตอนนี้ โปรแกรมเตรียมข้อมูลจะนำข้อมูลต่างๆที่ได้จากขั้นตอนการรับข้อมูลมาจัดรูปแบบให้มีลักษณะแบบเดียวกับที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ต้องการ ทั้งในด้านความเหมาะสมของตำแหน่งจุดทศนิยมของข้อมูลได้แก่ ค่าตัวแปร x_1, x_2, k_1, k_2, P_1 และ P_2 , ค่าปริมาณฝนส่วนเกินรายวันของพื้นที่ (Areal Daily Excess Rainfall) และค่าปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน (Daily Direct Runoff) จัดความเหมาะสมทางด้านหน่วยของข้อมูล ได้แก่ ปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน จากหน่วยเดิมที่ใช้เป็น cms เปลี่ยนไปเป็น mm และจัดความเหมาะสมของประเภทข้อมูลได้แก่ การนำค่า Manning Coefficient, ค่า m, ค่าความยาวของลำน้ำ, ค่าความชันของพื้นที่, ค่าเฉลี่ยปริมาณฝนส่วนเกินรายวันสำหรับ Hydrograph นั้นๆ ($\bar{r}d$) นำมาคำนวณเป็นค่าพารามิเตอร์ k_1, k_2, P_1 และ P_2 ตามที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ต้องการโดยอาศัยสมการ 2.2.2 ถึง 2.2.6 เมื่อโปรแกรมเตรียมข้อมูลทำการจัดรูปแบบของข้อมูลให้เหมาะสมทั้งทางด้านตำแหน่งจุดทศนิยม ลักษณะทางรูปแบบหน่วยของข้อมูลและประเภทของข้อมูลเรียบร้อยแล้ว

ในขั้นตอนนี้โปรแกรมเตรียมข้อมูลจะนำค่าของข้อมูลทุกค่า ตามที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ต้องการจัดเรียงลำดับตามรูปแบบที่แบบจำลองคณิตศาสตร์สามารถอ่านค่าข้อมูลต่างๆไปใช้ได้ทันที

3) ขั้นตอนการจัดเก็บข้อมูล

จากขั้นตอนการจัดรูปแบบข้อมูลในหัวข้อที่ผ่านมานั้น ค่าของข้อมูลต่างๆที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ต้องการจะยังคงอยู่ในหน่วยความจำ (Memory) ของเครื่องคอมพิวเตอร์ดังนั้นเพื่อให้เกิดความสะดวกและเหมาะสม เนื่องจากจำนวนข้อมูลที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ต้องการใช้มีจำนวนมากจึงเป็นการไม่สะดวกอย่างยิ่งที่จะใช้งานโดยป้อนข้อมูลที่ละค่าทางแป้นพิมพ์(Keyboard) แบบจำลองคณิตศาสตร์จึงถูกออกแบบให้รับข้อมูลโดยอ่านค่าผ่านทางไฟล์ข้อมูล (Data File) ดังนั้นในขั้นตอนการจัดเก็บข้อมูลจึงนำข้อมูลต่างๆที่จัดรูปแบบไว้ให้เหมาะสมแล้ว ทำการจัดเก็บในลักษณะของไฟล์ข้อมูลเช่นเดียวกัน จากขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมเตรียมข้อมูลทั้ง 3 ขั้นตอนที่กล่าวมาแล้วนั้น สามารถแสดงรายละเอียดได้โดยแสดงไว้ในตาราง 3.1 และรูป 3.3

3.3.2 แบบจำลองคณิตศาสตร์

ในส่วนขั้นตอนการทำงานของแบบจำลองคณิตศาสตร์นี้ มีความซับซ้อนและมีขั้นตอนการทำงานมากกว่าโปรแกรมเตรียมข้อมูล โดยแบบจำลองคณิตศาสตร์จะรับข้อมูลที่ได้จากโปรแกรมเตรียมข้อมูลในลักษณะไฟล์ข้อมูล (Data File) นำมาคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน (Daily Direct Runoff) และปรับปรุง (Update) ค่าพารามิเตอร์ต่างๆสำหรับการคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวันในช่วงเวลาถัดไปให้ถูกต้องยิ่งขึ้น แบบจำลองคณิตศาสตร์นี้ประกอบไปด้วยโปรแกรมหลัก (Main Program) และโปรแกรมย่อย (Subroutine Program) ขั้นตอนการทำงานของแบบจำลองคณิตศาสตร์ แบ่งเป็นขั้นตอนดังนี้

1) อ่านข้อมูล (Read Data) ขั้นตอนนี้เป็นส่วนแรกของโปรแกรมหลัก (Main Program) ทำการอ่านข้อมูลในรูปแบบของไฟล์ข้อมูล ซึ่งสร้างจากโปรแกรมเตรียมข้อมูลจากที่กล่าวมาแล้ว

2) กำหนดค่าเริ่มต้น (Initialize) ด้วยการกำหนดให้ค่าต่างๆในโปรแกรมมีค่าเป็นศูนย์เพื่อป้องกันความผิดพลาดในการนำค่าจากการคำนวณครั้งก่อนซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับคำนวณในครั้งนี้มาคำนวณร่วมกัน จากนั้นโปรแกรมจะทำการกำหนด Initial Error Covariance Matrix และ Initial Model Error Covariance Matrix หรือเรียกอีกอย่างว่า Initial Covariance Matrix of System Error ซึ่งใช้สำหรับการเริ่มต้นการคำนวณ โดยปกติแล้ว

จากการศึกษาที่ผ่านมา การกำหนด Initial Error Covariance Matrix มักกำหนดเป็นเปอร์เซนต์ของค่า State Variable เริ่มต้น (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 และ x_6) จากสมการ 2.3.5 ถึงสมการ 2.3.10 ดังนั้น Initial Error Covariance Matrix จึงมีค่าเท่ากับ Error Covariance Matrix หารด้วยค่า CE ซึ่งได้มาจากขั้นตอนรับข้อมูลของโปรแกรมเตรียมข้อมูล ส่วนการกำหนด Initial Model Error Covariance Matrix มักนิยมกำหนดเป็นเปอร์เซนต์ของค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น (x_3, x_4, x_5 และ x_6) โดยที่ค่า x_1 และ x_2 จากการศึกษาที่ผ่านมาของ (Gautam, H.R.,1983 มีค่าเท่ากับ 1 เปอร์เซนต์ หรือมีค่าเท่ากับ 0.01 ตัวอย่างของ Initial Error Covariance Matrix และ Initial Model Error Covariance Matrix แสดงในรูป 3.4 และ 3.5

3) ขั้นตอนการคำนวณ Transition Matrix โดยโปรแกรมจะทำการคำนวณ Matirix ϕ และ Matrix Λ โดยอาศัยสมการ 2.3.33 ถึง 2.3.39 รายละเอียดและขั้นตอนการคำนวณแสดงในภาคผนวก ข.

4) State Estimate Extrapolation ขั้นตอนนี้โปรแกรมจะทำการคำนวณค่า State Variable $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4, \hat{x}_5$ และ $\hat{x}_6$ รูปแบบการคำนวณอาศัยสมการ 2.3.44 ถึง 2.3.51 โดยใช้ Matrix ϕ และ Matrix Λ จากขั้นตอนที่ผ่านมา

5) Compute System Covariance ($P_k(-)$) สำหรับในขั้นตอนนี้ โปรแกรมหลักจะเรียกใช้โปรแกรมย่อยที่ชื่อ COVEX เพื่อการคำนวณ Error Covariance Matrix โดยอาศัยสมการ 2.3.53 โดยโปรแกรมหลักทำการส่งข้อมูล Matrix ϕ จากการคำนวณ Transition Matrix และส่ง Error Covariance Matrix จากช่วงเวลาการคำนวณในครั้งที่ผ่านมาไปสู่โปรแกรมย่อย และเมื่อสิ้นสุดการคำนวณในโปรแกรมย่อย COVEX โปรแกรมย่อยจะส่งข้อมูลที่ได้จากการคำนวณในโปรแกรมย่อยกลับมาสู่โปรแกรมหลัก เพื่อการคำนวณในขั้นตอนอื่นๆต่อไป

6) Compute Filter Gains (K_k) เป็นการคำนวณ Kalman Gains Vector โดยอาศัยสมการ 2.3.6 เพื่อเตรียมไว้สำหรับการปรับค่า State Variable (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 และ x_6) ในขั้นตอนต่อไป การคำนวณในขั้นนี้โปรแกรมหลักมีการเรียกใช้โปรแกรมย่อยที่ชื่อ KLMNGN โดยโปรแกรมหลักจะส่ง Error Covariance Matrix และ Mapping Matrix ไปสู่โปรแกรมย่อยเพื่อทำการคำนวณ Kalman Gains Vector ซึ่งเป็น Matrix ขนาด (6x1) จากนั้นทำการส่ง Matrix นี้ กลับสู่โปรแกรมหลักเพื่อดำเนินการตามขั้นตอนต่อไป

7) Update System Equation เป็นขั้นตอนการปรับปรุง State Variable ($\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4, \hat{x}_5$ และ $\hat{x}_6$ จากขั้นตอนที่4) โดยใช้ค่า Kalman Gain Vector จากขั้นตอนที่ผ่านมา โดยการนำค่า Mapping Matrix และปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน (Daily Direct Runoff) จากข้อมูลวัดจริงที่ได้จากไฟล์ข้อมูล (Data File) ซึ่งถูกเตรียมมาจากโปรแกรมเตรียมข้อมูลนำมาใช้ปรับค่า State Variable ใหม่เพื่อความถูกต้องยิ่งขึ้นในการคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวันในช่วงเวลาถัดไป (Next Time Step) การปรับค่าอาศัยความผิดพลาดจากการคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวันในปัจจุบัน สมการที่ใช้ปรับปรุง State Variable แสดงในสมการ 2.3.61 ถึง 2.3.66

8) Update State Covariance ($P_k(+)$) ขั้นตอนนี้เป็นการนำ Error Covariance Matrix ที่ได้จากขั้นตอนที่ 5 คือ Compute System Covariance มาทำการปรับปรุง(Update) เพื่อให้การคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน (Daily Direct Runoff) ถูกต้องยิ่งขึ้นซึ่งในขั้นตอนนี้โปรแกรมหลักจะทำการเรียกใช้โปรแกรมย่อยที่ชื่อ COVUP โดยโปรแกรมหลักทำการส่งค่า Kalman Gains Vector, Mapping Matrix และ Error Covariance Matrix ไปสู่โปรแกรมย่อย และเมื่อสิ้นสุดการคำนวณโปรแกรมย่อยจะส่ง Error Covariance Matrix ซึ่งถูกปรับปรุงแล้ว กลับคืนสู่โปรแกรมหลัก

9) ตรวจสอบจำนวนครั้งที่ทำการคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน เนื่องจากขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 8 นั้นเป็นการคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวันเพียงหนึ่งช่วงเวลาเท่านั้น (1 Time Step หรือ 1วัน) ฉะนั้นจึงต้องมีการทำซ้ำขั้นตอนการทำงานต่างๆตั้งแต่ขั้นตอนที่ 3 คำนวณ Transition Matrix จนถึงขั้นตอนที่ 9 สำหรับในขั้นตอนที่ 9 นี้จะทำการตรวจสอบจำนวนครั้งที่ทำการคำนวณและเป็นขั้นตอนที่จะกำหนดให้โปรแกรมทำงานต่อไปหรือหยุดการทำงาน หากจำนวนครั้งการคำนวณมีค่าเท่ากับจำนวนวันที่กำหนดไว้ในไฟล์ข้อมูล (Data File) ที่สร้างจากโปรแกรมเตรียมข้อมูล ขั้นตอนนี้จะสั่งให้โปรแกรมจบการทำงาน

ขั้นตอนการทำงานที่กล่าวมาทั้ง 9 ขั้นตอนนี้ สามารถแสดงเป็นแผนผังขั้นตอนการทำงานได้ดังแสดงในรูป 3.6

3.4 ตัวอย่างของผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมเตรียมข้อมูลและแบบจำลองคณิตศาสตร์

ตัวอย่างของผลลัพธ์ที่ได้ทั้งจากโปรแกรมเตรียมข้อมูลและแบบจำลองคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นรูปแบบของ ASCII Code File ซึ่งเป็นการสะดวกในการตรวจสอบผลลัพธ์หรือพิมพ์ผลต่างๆ โดยใช้ Computer Software ที่มีลักษณะเป็น Full Screen Editor ทั่วๆไป เช่น Word Star, Word Perfect, Sidekick หรือ CU Writer เป็นต้น ตัวอย่างของไฟล์ข้อมูล (Data File) ที่ได้จากโปรแกรมเตรียมข้อมูลและไฟล์ผลการคำนวณปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน (Daily Direct Runoff) จากแบบจำลองคณิตศาสตร์แสดงในตาราง 3.2 และ ตาราง 3.3 ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตาราง 3.1 ลักษณะข้อมูลในขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมเตรียมข้อมูล

ขั้นตอนรับข้อมูล			ผลการจัดรูปแบบข้อมูล		
ข้อมูล	ตำแหน่งทศนิยม	หน่วย	ข้อมูล	ตำแหน่งทศนิยม	หน่วย
ปริมาณฝนส่วนเกินรายวัน	4	mm/day	ปริมาณฝนส่วนเกินรายวัน	4	mm/day
ปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน	4	cms	ปริมาณน้ำท่าเฉลี่ยรายวัน	4	mm
Manning Coefficient	3	---	k_1	4	---
ความยาวลำน้ำ	0	m.	k_2	4	---
ความชันลำน้ำ	7	---	P_1	4	---
ค่าเฉลี่ยปริมาณฝนส่วนเกินสำหรับ Hydrograph นั้นๆ	4	mm/day	P_2	4	---
X_1	4	---	X_1	4	---
X_2	4	---	X_2	4	---
m	4	---	CE	0	1/%
CE	0	1/%	CS	0	1/%
CS	0	1/%			

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตาราง 3.2 ตัวอย่างผลการใช้โปรแกรมเตรียมข้อมูล

A	.53	.00		
B	5.1204	.6000	5.8532	.4648
C	10000	10000		
D	31			
E1	1	6.0989	.2565	
E2	2	2.2028	.0000	
E3	3	2.7186	2.1785	
E4	4	2.1860	.3039	
E5	5	4.3318	.3159	
E6	6	7.2974	.2865	
E7	7	.8578	1.1555	
E8	8	5.5052	.5262	
E9	9	10.0255	3.8319	
E10	10	8.6630	8.1677	
E11	11	4.3392	7.7260	
E12	12	2.4529	7.1169	
E13	13	.7588	10.7666	
E14	14	1.4683	4.7350	
E15	15	3.3251	4.9545	
E16	16	1.4462	8.1512	
E17	17	1.5786	6.1514	
E18	18	.0000	3.6567	
E19	19	.1241	3.3617	
E20	20	.9776	.8242	
E21	21	3.0036	.8444	
E22	22	.7211	.8995	
E23	23	.0000	.2640	
E24	24	.0000	.0000	
E25	25	.9647	.0000	
E26	26	.4159	.0000	
E27	27	1.1823	.0000	
E28	28	.1434	.0000	
E29	29	1.2865	.0000	
E30	30	1.7248	.0000	
E31	31	.6745	.0000	

Remark

Row	Field	Variable
A	1-2	X_1 , X_2
B	1-4	k_1 , P_1 , k_2 , P_2
C	1-2	CE, CS
D	1	Number of Data
E1-E31	1-3	Order, Areal Daily Excess Rainfall, Daily Direct Runoff

ตาราง 3.3 ตัวอย่างผลการประยุกต์แบบจำลองคณิตศาสตร์

```
*****NON-LINEAR KALMAN FILTER SOLUTION*****
     MODEL USED : S1 = K1*Q**P1 + K2*D/DT(Q**P2)

     INPUT PARAMETERS
     XI1       XI2       K1        P1        K2        P2
     .5300     .0000    5.1204     .6000    5.8532     .4648

     X(1) = Q**P2 = XIN1
     X(2) = d(Q**P2)/dt = XIN2
     X(3) = K1
     X(4) = P1
     X(5) = 1/K2
     X(6) = 1/P2
     IDIV1 = 10000
     IDIV2 = 10000
     NO.OF DAY =    31

     INITIAL VALUES OF STATE VARIABLES
     X(1)      X(2)      X(3)      X(4)      X(5)      X(6)
     .5300     .0000    5.1204     .6000     .1708    2.1515

     INITIAL ERROR COVARIANCE MATRIX
     .000053   .000000   .000000   .000000   .000000   .000000
     .000000   .000000   .000000   .000000   .000000   .000000
     .000000   .000000   .000512   .000000   .000000   .000000
     .000000   .000000   .000000   .000060   .000000   .000000
     .000000   .000000   .000000   .000000   .000017   .000000
     .000000   .000000   .000000   .000000   .000000   .000215

     INITIAL MODEL ERROR COVARIANCE MATRIX
     .010000   .000000   .000000   .000000   .000000   .000000
     .000000   .010000   .000000   .000000   .000000   .000000
     .000000   .000000   .000512   .000000   .000000   .000000
     .000000   .000000   .000000   .000060   .000000   .000000
     .000000   .000000   .000000   .000000   .000017   .000000
     .000000   .000000   .000000   .000000   .000000   .000215
```

ตาราง 3.3(ต่อ) ตัวอย่างผลการประยุกต์แบบจำลองคณิตศาสตร์

***** FORCASTED DISCHARGE *****

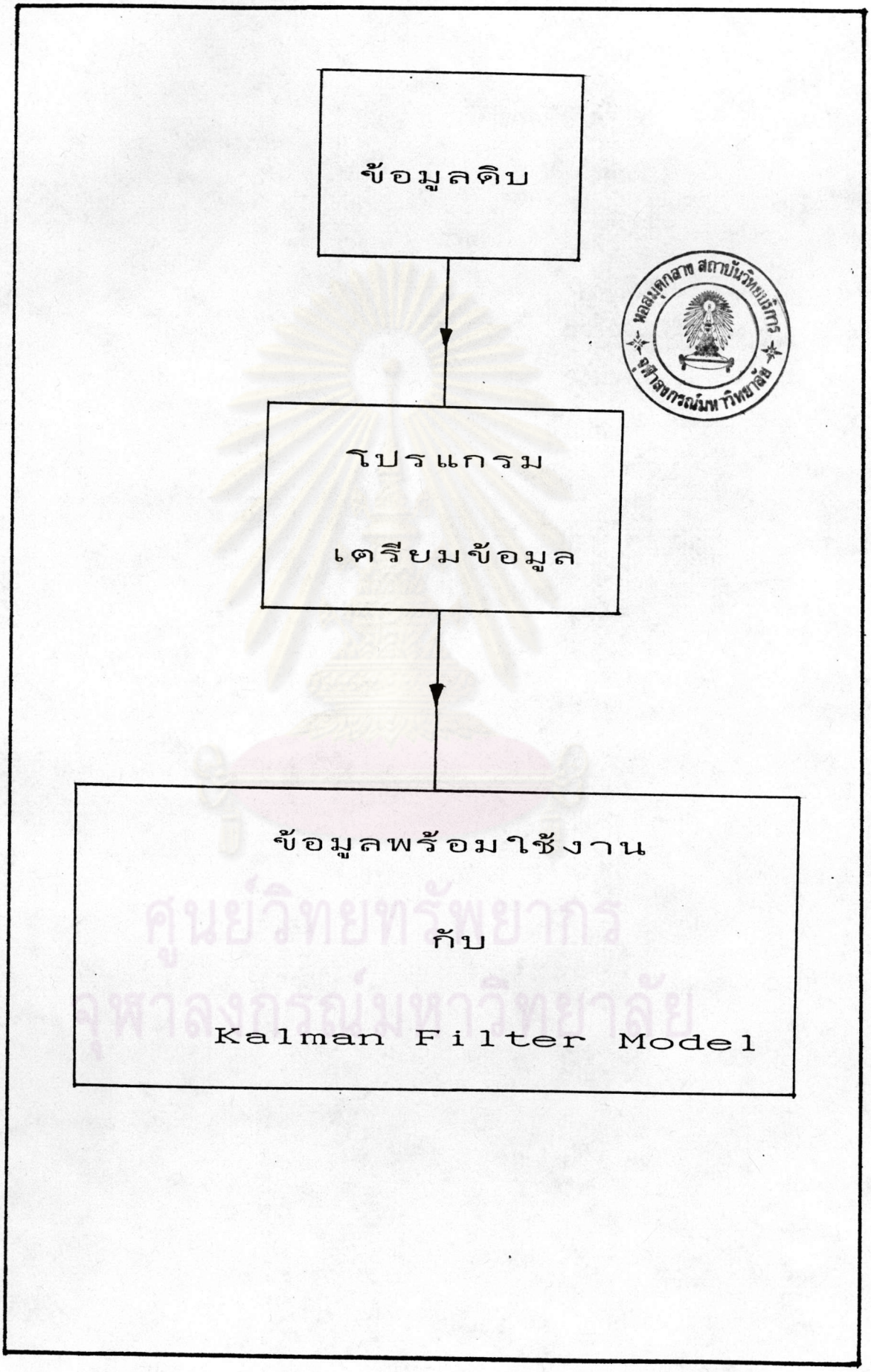
DAYS	PARAMETERS				INPUT	COMPUTED	OBSERVED	UPDATED
	X(3)	X(4)	X(5)	X(6)	RAINFALL	Q	Q	Q
1	5.1204	.6000	.1708	2.1515	6.10	.78	.26	.36
2	5.1206	.6001	.1701	2.1521	2.20	1.20	.00	.32
3	5.1225	.6013	.1701	2.1514	2.72	.83	2.18	2.74
4	5.1192	.5991	.1698	2.1466	2.19	3.42	.30	1.07
5	5.1234	.6043	.1733	2.1249	4.33	1.50	.32	.56
6	5.1250	.6063	.1723	2.1396	7.30	1.80	.29	.63
7	5.1305	.6116	.1665	2.1372	.86	1.46	1.16	1.17
8	5.1326	.6137	.1670	2.1394	5.51	2.10	.53	.84
9	5.1395	.6214	.1665	2.1356	10.03	2.91	3.83	3.90
10	5.1338	.6147	.1708	2.1365	8.66	7.42	8.17	8.19
11	5.1295	.6072	.1702	2.1429	4.34	8.13	7.73	7.73
12	5.1304	.6091	.1718	2.1444	2.45	5.47	7.12	7.23
13	5.1350	.6197	.1674	2.1366	.76	4.52	10.77	13.69
14	5.1704	.6968	.1573	2.1958	1.47	8.93	4.74	5.47
15	5.1527	.6540	.1635	2.1062	3.33	3.51	4.95	5.07
16	5.1649	.6798	.1697	2.0806	1.45	3.90	8.15	9.79
17	5.1851	.7145	.1753	2.1575	1.58	7.03	6.15	6.19
18	5.1817	.7075	.1767	2.1393	.00	3.91	3.66	3.66
19	5.1797	.7035	.1768	2.1421	.12	2.33	3.36	3.48
20	5.1903	.7195	.1790	2.1416	.98	2.59	.82	1.17
21	5.1777	.7031	.1756	2.1119	3.00	1.15	.84	.87
22	5.1757	.7008	.1727	2.1188	.72	.98	.90	.90
23	5.1759	.7009	.1726	2.1189	.00	.81	.26	.37
24	5.1758	.7007	.1748	2.1215	.00	.27	.00	.08
25	5.1737	.6999	.1754	2.1285	.96	.07	.00	.03
26	5.1729	.7000	.1742	2.1283	.42	.04	.00	.02
27	5.1728	.6999	.1731	2.1278	1.18	.06	.00	.02
28	5.1734	.6995	.1718	2.1277	.14	.07	.00	.02
29	5.1748	.6984	.1710	2.1274	1.29	.09	.00	.03
30	5.1767	.6972	.1701	2.1271	1.72	.16	.00	.05
31	5.1807	.6948	.1673	2.1263	.67	.19	.00	.06

ตาราง 3.3(ต่อ) ตัวอย่างผลการประยุกต์แบบจำลองคณิตศาสตร์

RMSEQ(1 DAY) = 1.84949

BACK TRANSFORMATION OF PARAMETERS

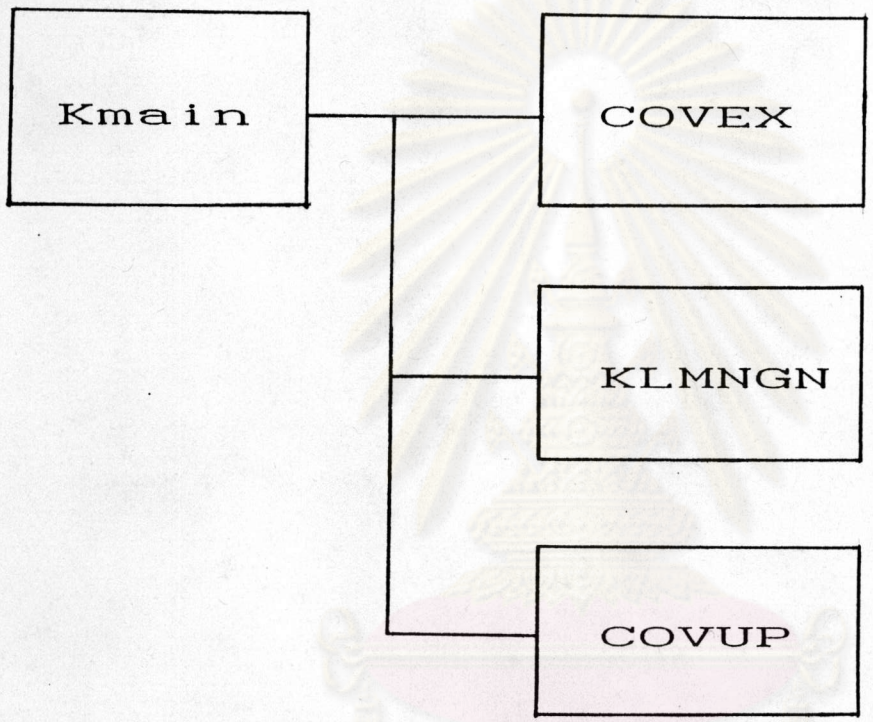
DAYS	K1	P1	K2	P2
1	5.1204	.6000	5.8532	.4648
2	5.1206	.6001	5.8777	.4647
3	5.1225	.6013	5.8786	.4648
4	5.1192	.5991	5.8889	.4659
5	5.1234	.6043	5.7702	.4706
6	5.1250	.6063	5.8045	.4674
7	5.1305	.6116	6.0062	.4679
8	5.1326	.6137	5.9864	.4674
9	5.1395	.6214	6.0047	.4682
10	5.1338	.6147	5.8531	.4680
11	5.1295	.6072	5.8760	.4667
12	5.1304	.6091	5.8192	.4663
13	5.1350	.6197	5.9751	.4680
14	5.1704	.6968	6.3579	.4554
15	5.1527	.6540	6.1166	.4748
16	5.1649	.6798	5.8921	.4806
17	5.1851	.7145	5.7057	.4635
18	5.1817	.7075	5.6588	.4674
19	5.1797	.7035	5.6568	.4668
20	5.1903	.7195	5.5880	.4669
21	5.1777	.7031	5.6958	.4735
22	5.1757	.7008	5.7892	.4720
23	5.1759	.7009	5.7952	.4719
24	5.1758	.7007	5.7199	.4714
25	5.1737	.6999	5.7024	.4698
26	5.1729	.7000	5.7422	.4699
27	5.1728	.6999	5.7757	.4700
28	5.1734	.6995	5.8223	.4700
29	5.1748	.6984	5.8481	.4701
30	5.1767	.6972	5.8793	.4701
31	5.1807	.6948	5.9781	.4703



หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูป 3.1 ลักษณะขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมเตรียมข้อมูล



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูป 3.2 ส่วนประกอบของ Kalman Filter Model

สมมุติกำหนด Initial Error Covariance Matrix เท่ากับ 0.01 % ของ State Variable ดังสมการ (2.3.5) ถึง (2.3.10) โดยที่ค่า CE ซึ่งเป็นส่วนกลับของ 0.01 เปอร์เซ็นต์ จึงมีค่าเท่ากับ 10000 และเมื่อนำไปใช้กำหนด Initial Error Covariance Matrix จึงนำไปหารค่า State Variable ดังแสดงในรูป

$$\begin{bmatrix} X_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1/CE & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_2/CE & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_3/CE & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_4/CE & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_5/CE & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_6/CE \end{bmatrix}$$

State Variable Matrix

Initial Error Covariance Matrix

รูป 3.4 ตัวอย่างการคำนวณ Initial Error Covariance Matrix

สมมุติกำหนด Initial Model Error Covariance Matrix เท่ากับ 0.01 % ของพารามิเตอร์เริ่มต้น (Initial Parameter) ค่า CS ซึ่งเป็นส่วนกลับของ 0.01 เปอร์เซ็นต์ จึงมีค่าเท่ากับ 10000 ดังนั้น Initial Model Error Covariance Matrix แสดงการคำนวณได้ดังนี้

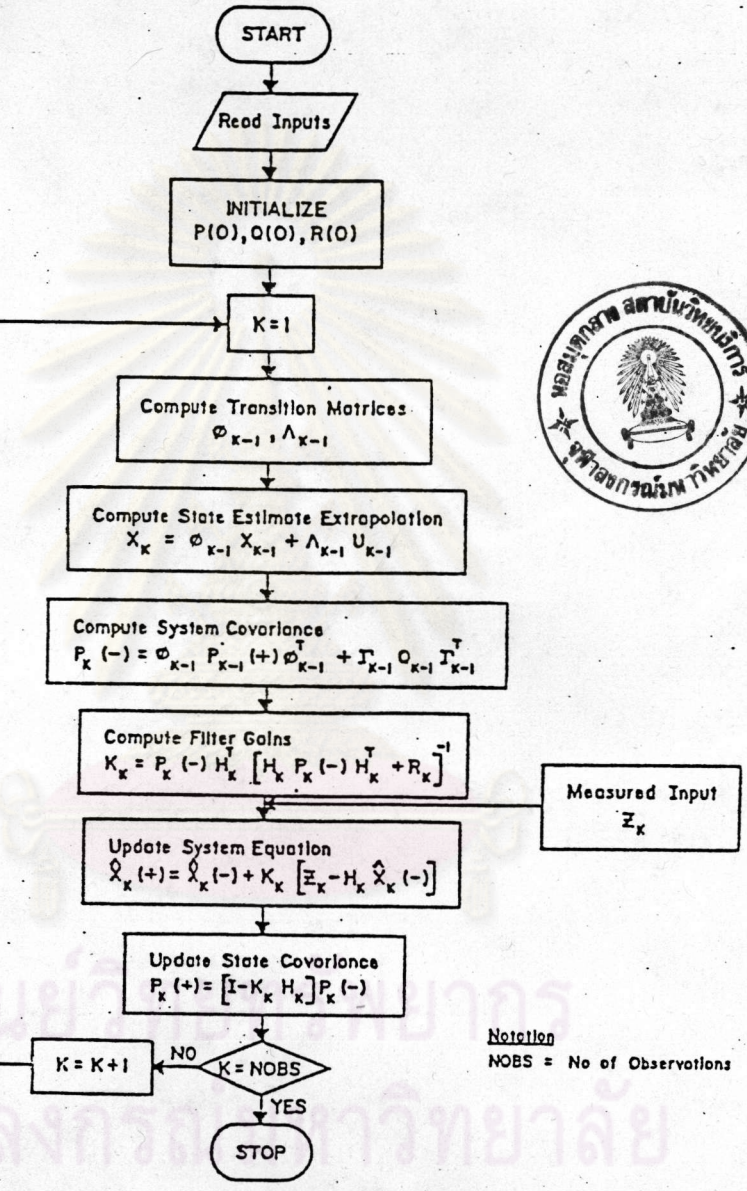
$$\begin{bmatrix} X_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_3/CS & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_4/CS & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_5/CS & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_6/CS \end{bmatrix}$$

Initial Model Error

Covariance Matrix

รูป 3.5 ตัวอย่างการกำหนด Initial Model Error Covariance Matrix

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูป 3.6 ขั้นตอนการทำงานของ Kalman Filter Model