# โมเดลเชิงสาเหตุ : การสร้างและการวิเคราะห์

รศ. ดร. ศิริชัย กาญจนวาสี

## บทคัดย่อ

*จุดอ่อนของการวิจัยทางสังคมศาสตร์คือ มีตัวแปรแทรกซ้อนมากมาย ดังนั้นการวิจัยเชิงทดลองในศาสตร์นี้จึงมีข้อจำกัดมากมาย จนไม่เป็นที่นิยม และแม้วิธีวิจัยอื่น ๆ ที่ไม่ใช่การวิจัยเชิงทดลองจะถูกนำมาใช้มาก แต่ก็ยังไม่เป็นที่น่าเชื่อถือ ทั้งนี้เพราะขาดความเป็นเหตุเป็นผลกัน วิธีการหนึ่งที่จะช่วยแก้ปัญหาดังกล่าวก็คือการวิเคราะห์เชิงสาเหตุ ซึ่งเริ่มต้นจากการเลือกตัวแปรที่เป็นเหตุเป็นผลตามทฤษฎี การสร้างโมเดล และการตรวจสอบโมเดลด้วยข้อมูลเชิงประจักษ์ตามลำดับ*

## 1. คำนำ

การวิจัยเชิงทดลองเป็นวิธีการที่น่าเชื่อถือที่สุดในการแสวงหาข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเหตุเชิงผลระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามที่เราสนใจ เพราะปัญหาของตัวแปรเกินหรือตัวแปรแทรกซ้อนต่าง ๆ ถูกสลายอิทธิพลไปโดยกระบวนการสุ่ม (randomization) ตัวแปรแทรกซ้อนเหล่านั้นจึงไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระ (independent variable) หรือลักษณะของการจัดกระทำที่เราต้องการทราบผลลัพธ์ (treatment) การสรุปในเชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามจึงมีความชัดเจน อย่างไรก็ตาม การวิจัยเชิงทดลองที่ดีต้องอาศัยพื้นฐานความรอบรู้ทางทฤษฎีของผู้วิจัยในการคัดเลือก/กำหนดตัวแปรที่ศึกษา การออกแบบการทดลอง และการวางแผนการสุ่ม แต่ถ้าการสุ่มไม่สามารถกระทำได้อย่างสมบูรณ์ ในขั้นตอนของการวิเคราะห์อาจจะต้องอาศัยเทคนิคทางสถิติมาช่วยในการปรับ/ควบคุมอิทธิพลที่อาจเกิดขึ้นได้จากตัวแปรแทรกซ้อนต่าง ๆ เช่น การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance) เป็นต้น

ในทางสังคมศาสตร์ การวิจัยเชิงทดลองที่แท้จริงมีข้อจำกัดหลายประการ อาทิเช่น ปัญหาในการจัดกระทำตัวแปรทางด้านพฤติกรรม ปัญหาการสุ่ม รวมทั้งปัญหาทางด้านจริยธรรมเกี่ยวกับการทดลอง ซึ่งผู้วิจัยต้องคำนึงถึงผลตกค้างต่าง ๆ ที่อาจส่งผลกระทบระยะยาวต่อกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง ผลที่ตามมาคือ การวิจัยทางสังคมศาสตร์ส่วนใหญ่จึงมักจะเป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลตามสภาพของธรรมชาติ ไม่มีการจัดกระทำหรือควบคุมตัวแปรเหมือนการวิจัยเชิงทดลอง นักวิธีวิทยาการวิจัยจึงได้พัฒนาศาสตร์ของการออกแบบการวิจัยที่ไม่ใช่เชิงทดลอง ซึ่งได้เจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว (เช่น Cook and Campbell, 1976; Kenny, 1975; Linn and Werts, 1977) อย่างไรก็ตาม การใช้เทคนิคทางสถิติมาช่วยในการปรับ/แก้ค่าของตัวแปรตามเพื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ระหว่างกลุ่มนั้นยังไม่มีความมั่นใจว่า สามารถควบคุมอิทธิพลของตัวแปรแทรกซ้อนทั้งหมดได้ จึงทำให้ผลสรุปที่ได้เป็นเพียงแนวทางหนึ่งของข้อสรุปเท่านั้น จากข้อสรุปที่เป็นไปได้ซึ่งมีอยู่มากมาย จึงทำให้ไม่สามารถสรุปข้อค้นพบได้อย่างชัดเจน

ระยะเวลาต่อมา นักวิธีวิทยาและนักทฤษฎีทางสถิติได้ร่วมกันพัฒนาโมเดลทางคณิตศาสตร์และวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติที่เรียกว่า Structural Equation Modeling หรือ Causal Modeling ซึ่งทำให้การทดสอบเชิงสาเหตุสำหรับทฤษฎีที่สลับซับซ้อนต่าง ๆ มีความเป็นไปได้โดยเพียงอาศัยข้อมูลจากการวิจัยที่ไม่ใช่การทดลอง (เช่น Goldberger Duncan, 1973; Duncan, 1975; Heise, 1975; Jöreskog, 1969, 1970; Jöreskog and Sörbom, 1983, 1985; Bentler and Weeks, 1979; Bentler, 1980, 1985) ข้อมูลสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์โดยเทคนิคดังกล่าว เพื่อศึกษาดูว่าโครงสร้างความแปรปรวนร่วมของข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้มีความสอดคล้องกับคำทำนายของโมเดล/ทฤษฎีที่กำหนดไว้หรือไม่ จึงทำให้สามารถใช้ข้อมูลเพื่อตรวจสอบยืนยันหรือปฏิเสธโมเดล/ทฤษฎีที่เราสนใจได้

การนำข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรซึ่งเก็บรวบรวมได้ในสภาพธรรมชาติมาใช้เพื่อการทดสอบสมมติฐานในเชิงสาเหตุนั้น จะต้องกระทำด้วยความรอบคอบและสมเหตุสมผล ผู้วิจัยจะต้องมีความรอบรู้ในเนื้อเรื่องและหลักการของทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง โดยผู้วิจัยจะต้องมีความสามารถในการคัดเลือกตัวแปร/องค์ประกอบสำคัญที่เกี่ยวข้องได้อย่างเหมาะสม สามารถสร้างโมเดลซึ่งแสดงถึงโครงสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร/องค์ประกอบได้สอดคล้องกับทฤษฎีและ

จะต้องสามารถนำโครงสร้างความสัมพันธ์นั้นมาตรวจสอบกับข้อมูลจริงที่เก็บรวบรวมมาได้ โดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์เชิงสาเหตุ ดังนั้นถ้าปราศจากพื้นฐานทางหลักการ เหตุผล ทฤษฎี และโมเดลที่เหมาะสมแล้ว เทคนิควิธีการวิเคราะห์เชิงสาเหตุก็ไม่สามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 2. ประเภทของโมเดลเชิงสาเหตุ

การเขียนโมเดลเชิงสาเหตุ มีสัญลักษณ์ที่นิยมใช้กันโดยทั่วไป ดังแสดงในรูปที่ 1

รูปที่ 1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในโมเดลเชิงสาเหตุ

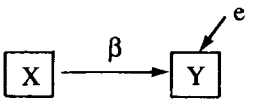
□ (สี่เหลี่ยม) = ตัวแปรที่สามารถสังเกตได้

○ (วงกลม) = ตัวแปรแฝง หรือองค์ประกอบ

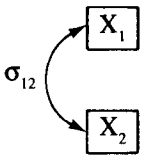
⟶ (ลูกศรทางเดียว) = ตัวแปรที่ปลายลูกศร ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโดยตรงต่อตัวแปรที่หัวลูกศร

↷ (ลูกศรโค้งสองทาง) = ตัวแปรที่ปลายลูกศรทั้งสองข้างมีความสัมพันธ์ต่อกัน

ตัวอย่าง




แสดงว่าตัวแปรที่สังเกตได้ X มีอิทธิพลโดยตรง (ขนาด $\beta$) ต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรที่สังเกตได้ y โดยมีความคลาดเคลื่อนสุ่มในการทำนายขนาด e




แสดงว่าตัวแปรที่สังเกตได้ $X_1$ และ $X_2$ มีความสัมพันธ์กัน โดยมีค่าความแปรปรวนร่วมเท่ากับ $\sigma_{12}$

โมเดลเชิงสาเหตุ สามารถจำแนกประเภทอย่างกว้าง ๆ ได้ดังนี้

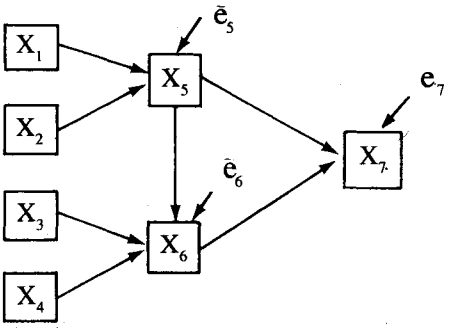
### 2.1 Manifest variable models V.S. Latent variable models

Manifest variable model เป็นโมเดลที่แสดงความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรโดยสมมติว่าตัวแปรทั้งหมดเป็นตัวแปรที่สามารถสังเกตได้โดยตรง (observable variables) โมเดล

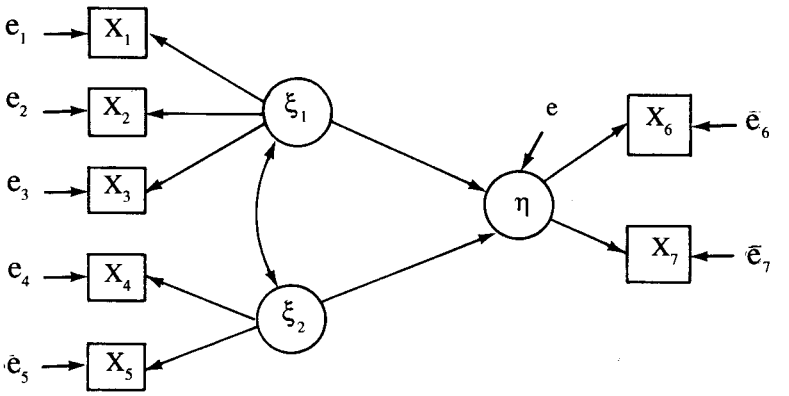
นี้เป็นที่รู้จักกันดี และใช้กันอย่างแพร่หลายในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร เช่น Multiple regression, Path analysis เป็นต้น

Latent variable model เป็นโมเดลที่แสดงความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรแฝง ซึ่งไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่เชื่อว่ามีอิทธิพลโดยตรงต่อชุดของตัวแปรที่สามารถสังเกตได้ โมเดลนี้ตั้งอยู่บนพื้นฐานความเชื่อว่า มโนทัศน์ส่วนใหญ่ในทางพฤติกรรมศาสตร์มีความเป็นนามธรรม เช่น เชาวน์ปัญญา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทัศนคติ สถานภาพทางเศรษฐกิจและสังคม เป็นต้น มโนทัศน์เหล่านี้ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง เนื่องจากเป็นสภาวะสันนิษฐานทางจิตวิทยา หรือเรียกว่าตัวแปรแฝง (latent variable) ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของมนุษย์ ถึงแม้ว่าตัวแปรดังกล่าวจะสังเกตไม่ได้โดยตรง แต่เราสามารถศึกษาได้โดยสังเกตจากอิทธิพลของตัวแปรแฝงนั้น ๆ ที่มีต่อตัวแปรทางพฤติกรรมบางตัวที่เราสามารถสังเกตและวัดค่าได้ วิธีการที่รู้จักกันแพร่หลายในการศึกษาตัวแปรแฝงคือ การวิเคราะห์ตัวประกอบ (factor analysis) ซึ่งเป็นการวิเคราะห์หาองค์ประกอบร่วมจากความสัมพันธ์ของชุดของตัวแปรที่สังเกตได้

รูปที่ 2 ตัวอย่างของ Manifest variable model ของตัวแปรที่สังเกตได้ 7 ตัวแปร



รูปที่ 3 ตัวอย่างของ Latent variable model ของตัวแปรแฝง 3 ตัวแปร



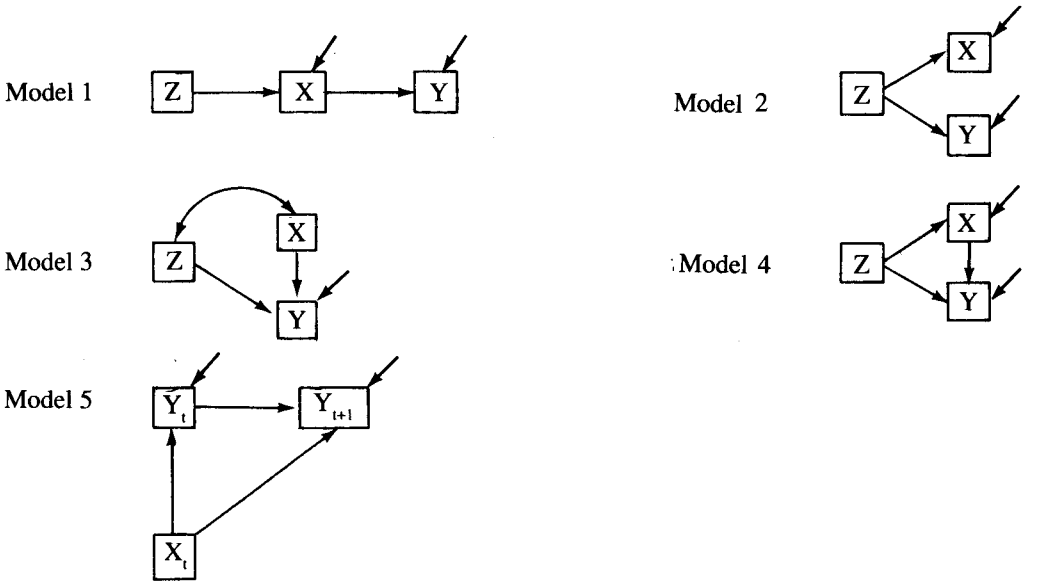

**2.2 Recursive models V.S. Non-recursive models**

Recursive model เป็นโมเดลที่แสดงความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรโดยทิศทางของการเป็นสาเหตุเป็นไปในทิศทางเดียวกันตลอด ไม่มีความสัมพันธ์ชนิดผกผันหรือย้อนกลับ รวมทั้งกรณีความสัมพันธ์ของตัวแปรเดียวกันแต่วัดต่างเวลา

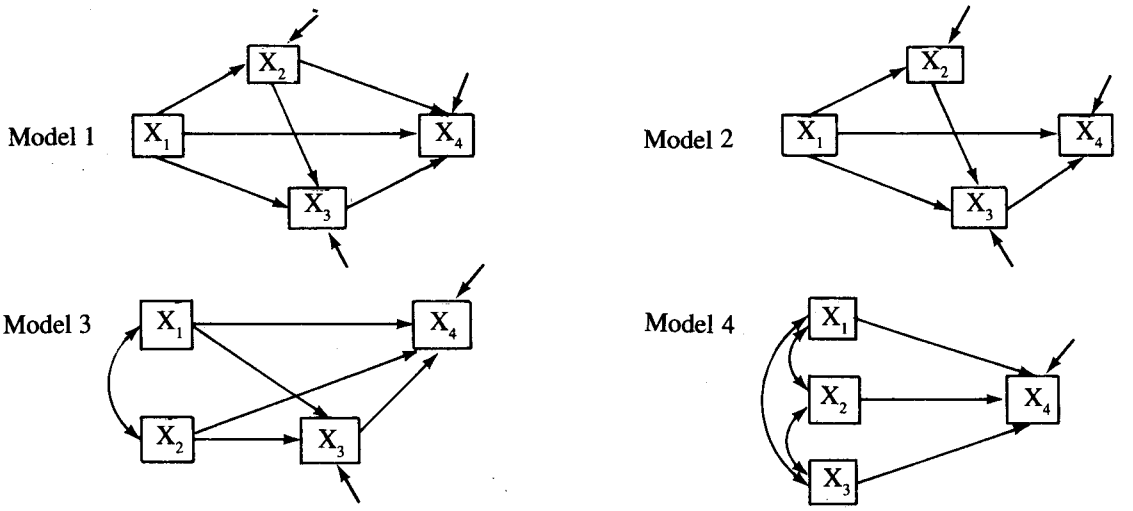
Non-recursive model เป็นโมเดลที่แสดงความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรโดยทิศทางของการเป็นสาเหตุระหว่างตัวแปรอย่างน้อยคู่ใดคู่หนึ่งมีทิศทางผกผันหรือย้อนกลับ หรือมีอิทธิพลซึ่งกันและกัน

รูปที่ 4 ตัวอย่างของ Recursive model

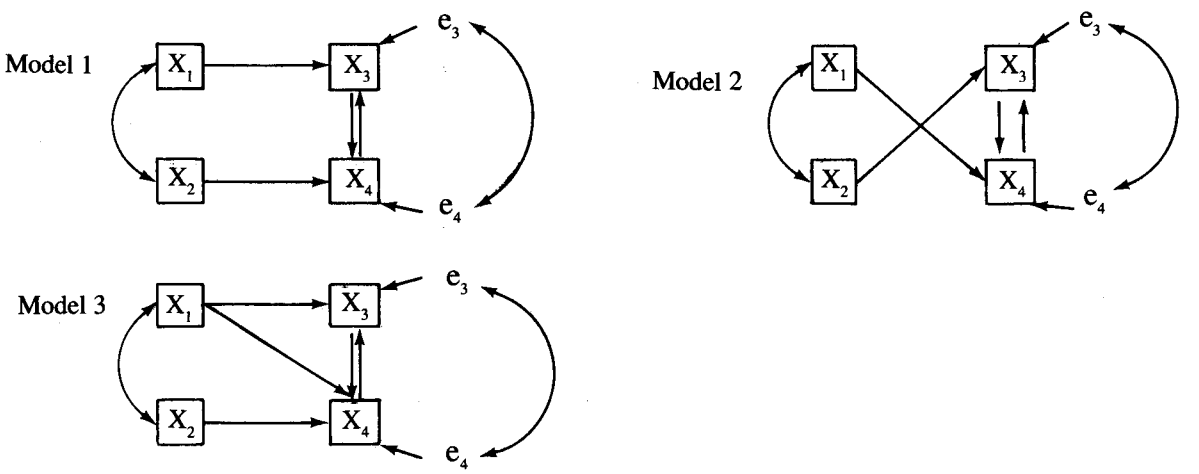
A. ความสัมพันธ์ระหว่าง 3 ตัวแปรที่สังเกตได้โดยตรง เช่น



B. ความสัมพันธ์ระหว่าง 4 ตัวแปรที่สังเกตได้โดยตรง เช่น




รูปที่ 6 ตัวอย่างของ Non-recursive model



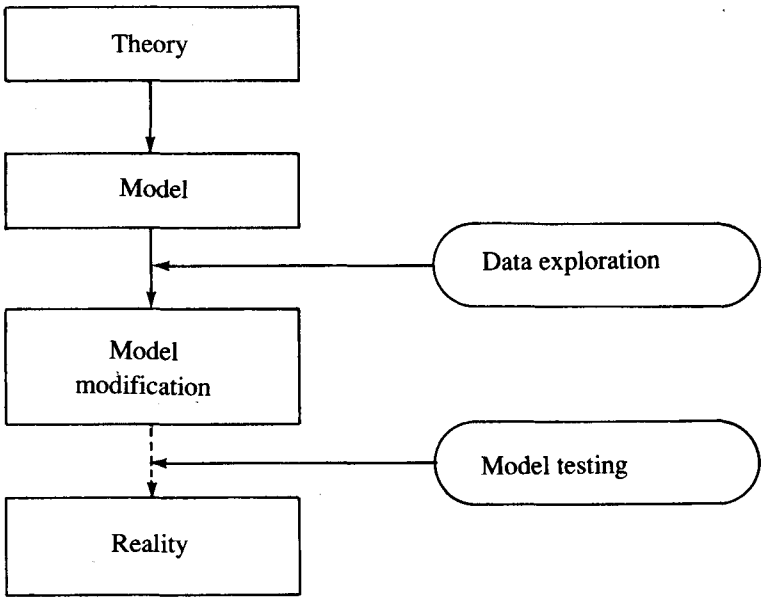
## 3. การสร้างโมเดลเชิงสาเหตุ

การวิจัยทางสังคมศาสตร์สามารถที่จะก้าวจากการศึกษาเชิงบรรยายสู่การอธิบายปรากฏการณ์ในเชิงสาเหตุได้จากรูปแบบของการวิจัยที่ไม่ใช่เชิงทดลอง โดยใช้เทคนิคของการวิเคราะห์โครงสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ซึ่งมีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น Causal analysis, Structural equation modeling, Linear structural relationships, Confirmatory factor analysis หรือ Analysis of Covariance structures (Bentler, 1978; Jöreskog and Sörbom, 1985).

หลักการที่สำคัญของเทคนิคดังกล่าว คือ การสร้างโมเดลเชิงสาเหตุ และการใช้ข้อมูลเชิงประจักษ์ตรวจสอบโมเดลที่สร้างขึ้น

โมเดลเชิงสาเหตุเป็นกรอบหรือโครงสร้างความสัมพันธ์เชิงเหตุเชิงผลระหว่างตัวแปร/องค์ประกอบที่สามารถทดสอบผลได้ทางสถิติ โมเดลเชิงสาเหตุที่ดีจะต้องพัฒนาขึ้นมาจากรากฐานทางทฤษฎีที่ดีที่สุดเท่าที่จะหามาได้ ประกอบกับความรอบรู้ในเนื้อเรื่องของผู้สร้างโมเดล (Duncan, 1975, p. 99) จากทฤษฎีเราสามารถโยงไปสู่การคัดสรรตัวแปร/องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกันเป็นระบบที่สมบูรณ์ของโมเดล ถ้าการคัดเลือกตัวแปร/องค์ประกอบทางสังคม ปราศจากซึ่งความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความเป็นมาและลำดับขั้นตอนของความเกี่ยวข้องกันทางสาเหตุแล้ว การคำนวณหาค่าสหสัมพันธ์ (ไม่ว่าสหสัมพันธ์รวมหรือสหสัมพันธ์บางส่วน) จะไม่ช่วยให้ผู้วิจัยก้าวสู่การประเมินเชิงสาเหตุของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร/องค์ประกอบเหล่านั้น (Fisher, 1946, p. 191). การพัฒนาโมเดลจะต้องผ่านการกลั่นกรอง ตรวจสอบ และปรับปรุงแก้ไขจนได้โมเดลที่คิดว่าสมเหตุสมผลมากที่สุด จำนวนหนึ่งเพื่อใช้เป็นคู่แข่งกัน โดยอาจใช้การสำรวจและวิเคราะห์ข้อมูลขั้นต้นมาช่วยในการปรับแก้โมเดลเหล่านั้น เช่น การทำ factor analysis และ path analysis เบื้องต้น ถ้าคำทำนายของโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ โมเดลนั้นก็น่าเชื่อถือมากขึ้น (ไม่ใช่การพิสูจน์) แต่ถ้าข้อมูลขัดแย้งกับโมเดล โมเดลนั้นอาจจะไม่เหมาะสมควรที่จะต้องปรับปรุงแก้ไขต่อไป ในอุดมคติ มีทางเป็นไปได้ที่อาจจะมีโมเดลหลายโมเดลที่สอดคล้องกับข้อมูลชุดเดียวกัน ดังนั้นจึงถือเป็นข้อแนะนำในการสร้างโมเดลเชิงสาเหตุที่มีทางเป็นไปได้หลาย ๆ โมเดล (โดยมีพื้นฐานทางทฤษฎีและข้อตกลงเบื้องต้นที่แตกต่างกัน) เพื่อเป็นคู่แข่งขันในการทดสอบความสอดคล้องกับข้อมูลจริง

รูปที่ ๑ Model building process




## 4. การวิเคราะห์โมเดลเชิงสาเหตุ

ในการศึกษาโครงสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีโมเดลทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นตรง (linear mathematical models) ที่สามารถนำมาช่วยในการวิเคราะห์ดังนี้

### 4.1 Regression model

โมเดล $y_i = b_o + \Sigma b_i x_i + e_i$

ในเมื่อ $y_i$ = ค่าสังเกตของตัวแปรตาม

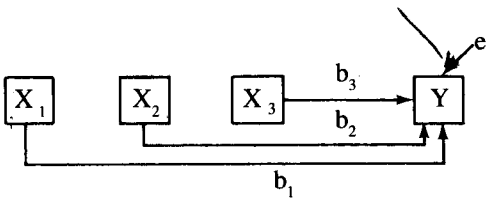
$x_i$ = ค่าสังเกตของชุดตัวแปรอิสระหรือตัวแปรทำนาย

$b_o$ = ค่าคงที่ (intercept)

$b_i$ = ค่าเฉลี่ยของการเปลี่ยนแปลงใน y เมื่อ x เปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย (slope)

$e_i$ = ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มซึ่งไม่สามารถสังเกตได้ (error)

ตัวอย่าง ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม (y) กับชุดของตัวแปรอิสระ ( $x_1, x_2, x_3$ ) สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้




$$y_i = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + e_i$$

ข้อตกลงเบื้องต้น 1. y มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับ x's

2. ค่าความคลาดเคลื่อน (e) มีลักษณะดังนี้

2.1 แจกแจงปกติสำหรับทุกค่าของ x's

2.2 ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0

2.3 ความแปรปรวนคงที่

2.4 เป็นอิสระจาก e อื่น ๆ และ x's

3. ไม่มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นในการวัดค่า x's

การประมาณค่า ใช้หลักการของ Ordinary Least Squares (OLS) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ($b_0$ และ $b_i$) เพื่อให้ $\Sigma e^2$ มีค่าน้อยที่สุด

โดยปกติ Regression analysis จะมีความคงทนต่อการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้น ยกเว้นการฝ่าฝืนเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนในการวัด (measurement errors) และความคลาดเคลื่อนในการกำหนดรูปแบบของโมเดล (specification errors)

ความคลาดเคลื่อนในการวัด ถ้ามีความคลาดเคลื่อนในการวัดค่า X เกิดขึ้นอย่างสุ่ม (random measurement error) ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จะมีค่าน้อยกว่าความเป็นจริงและลำเอียง

ถ้ามีความคลาดเคลื่อนในการวัดค่า y เกิดขึ้นอย่างสุ่ม การประมาณค่าพารามิเตอร์จะมีขนาดน้อยกว่าความเป็นจริงแต่ไม่ลำเอียง จะลำเอียงก็ต่อเมื่อความคลาดเคลื่อนในการวัดเกิดขึ้นอย่าง nonrandom หรือ systematic (Asher, 1976, p. 26; Pedhazur, 1982, p. 34)

ความคลาดเคลื่อนในการกำหนดโมเดล เกิดขึ้นได้เนื่องจาก

1. การละเว้นตัวแปรสำคัญในสมการ
2. การรวมตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องไว้ในสมการ
3. การระบุความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง เมื่อความสัมพันธ์ที่แท้จริงไม่ใช่เชิงเส้นตรง

**4.2 Path model**

โมเดล : ตัวแปรอยู่ในรูปของคะแนนมาตรฐาน

$$y = XB + e$$

ในเมื่อ $y$ = เวคเตอร์ของค่าสังเกตจากตัวแปรตาม

$X$ = เมตริกซ์ของค่าสังเกตจากชุดของตัวแปรอิสระ

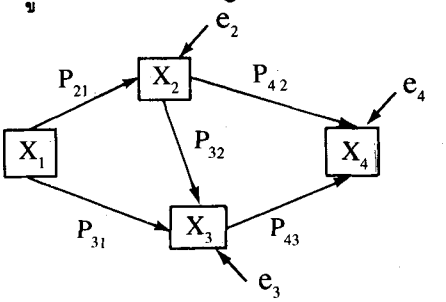
$B_{ij}$ = เวคเตอร์ของน้ำหนักความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตาม (standardized regression coefficient) = $p_{ij}$ (path coefficient)

$e$ = เวคเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม ซึ่งมี $E(e) = 0$ และ finite covariance matrix, $E(ee') = \sigma^2 I_N$

ตัวอย่าง ความสัมพันธ์ระหว่าง $X_1, X_2, X_3$ และ $X_4$ โดย

$X_1$ = ตัวแปรซึ่งไม่ได้ถูกกำหนดโดยตัวแปรตัวใดในโมเดล หรือความผันแปรของ $X_1$ เกิดจากตัวแปรนอกโมเดล (exogenous variable)

$X_2, X_3, X_4$ = ตัวแปรซึ่งถูกกำหนดโดยตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งในโมเดล หรือความผันแปรของ $X_2, X_3, X_4$ เกิดจากอิทธิพลของตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งที่อยู่ในโมเดล (endogenous variables)




$$X_2 = p_{21} X_1 + e_2$$

$$X_3 = p_{31} X_1 + p_{32} X_2 + e_3$$

$$X_4 = p_{42} X_2 + p_{43} X_3 + e_4$$

**ข้อตกลงเบื้องต้น** ทำนองเดียวกับ Regression model สำหรับแต่ละเส้นทางที่วิเคราะห์

**ข้อดี**

1. ต้องมีการศึกษาค้นคว้าล่วงหน้าเกี่ยวกับกระบวนการของการเป็นสาเหตุระหว่างตัวแปรก่อนการเขียน path diagram
2. สามารถจำแนกความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเป็นผลรวมของความสัมพันธ์อย่างง่ายและซับซ้อนภายในแต่ละเส้นทาง เช่น

$$\rho_{12} = p_{21}$$
$$\rho_{13} = p_{32}\ \rho_{12} + p_{31}$$
$$\rho_{23} = p_{31}\ \rho_{12} + p_{32}$$
$$\rho_{24} = p_{43}\ \rho_{23} + p_{42}$$
$$\rho_{34} = p_{42}\ \rho_{23} + p_{43}$$

3. ทำให้สามารถวัดค่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งอิทธิพลทางตรงและทางอ้อม (direct and indirect effects)
   เช่น อิทธิพลของ $X_2$ ต่อ $X_4$ ประกอบด้วย
   อิทธิพลทางตรง = $p_{42}$
   อิทธิพลทางอ้อม = $p_{43}\ \rho_{23}$

**ข้อจำกัด**

1. ในการวัดค่าตัวแปรอิสระและตัวแปรตามจะมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นเสมอ โมเดลนี้ไม่ได้นำค่าความคลาดเคลื่อนดังกล่าวมาพิจารณา วิเคราะห์ หรือทดสอบ
2. การแยกประมาณค่าพารามิเตอร์ทีละเส้นทาง เมื่อนำทุกเส้นทางมาพิจารณาพร้อมกัน ค่าที่ประมาณได้อาจจะไม่ใช่ค่าที่แท้จริงของภาพรวมทั้งระบบ

### 4.3 Factor Analytical Model

#### *4.3.1 Exploratory Factor Model (EFM)*

**โมเดล :** ตัวแปรอยู่ในรูปของคะแนนมาตรฐาน

$$X_{ik} = \Sigma\ a_{im}\ F_{mk} + a_{is}\ S_{ik} + a_{ie}\ E_{ik}$$

ในเมื่อ $X_{ik}$ = คะแนนมาตรฐานของคนที่ k เกี่ยวกับตัวแปร i

F,S,E = คะแนนมาตรฐานของตัวประกอบร่วม ตัวประกอบเฉพาะ และความคลาดเคลื่อน ตามลำดับ

a = น้ำหนักตัวประกอบ (factor loading) ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรที่สังเกตได้กับตัวประกอบร่วม

หรือ $\underset{(p\times 1)}{X} = \underset{(p\times k)}{\Lambda}\underset{(k\times 1)}{F} + \underset{(p\times 1)}{U}$

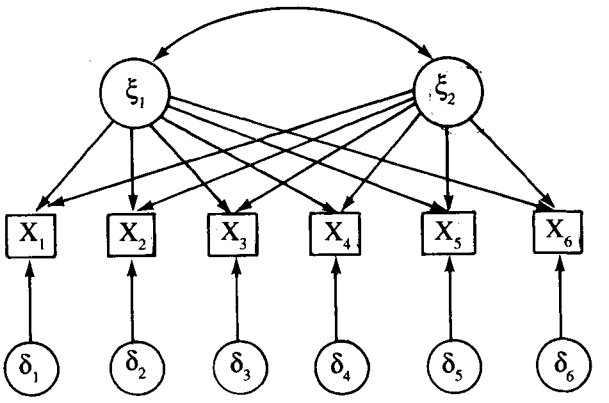
ในเมื่อ X = เวคเตอร์ของตัวแปรที่สังเกตได้ p ตัวแปร

F = เวคเตอร์ของตัวประกอบร่วม k ตัวประกอบ

$\Lambda$ = เมตริกซ์ของน้ำหนักตัวประกอบ

U = เป็นเวคเตอร์ของค่าที่เหลือ (residual) ซึ่งประกอบด้วยผลรวมของตัวประกอบเฉพาะและความคลาดเคลื่อนสุ่ม

ตัวอย่าง สมมติว่ามีตัวประกอบร่วมอยู่ 2 คุณลักษณะที่เป็นตัวแปรแฝงของตัวแปรที่สังเกตค่าได้ 6 ตัวแปร ดังนี้




Common factors

Manifest variables

Unique factors or errors

**ข้อตกลงเบื้องต้น** (Long, 1983, p. 12)

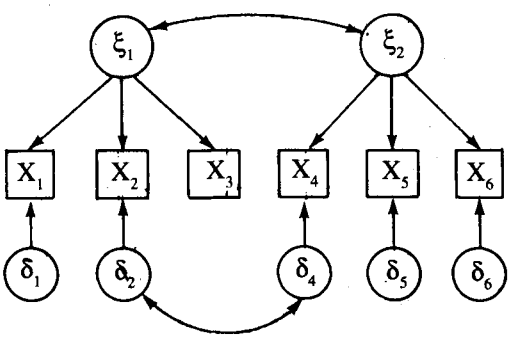
1. ตัวประกอบร่วมทุกตัวมีความสัมพันธ์กัน (oblique rotation) หรือตัวประกอบร่วมทุกตัวเป็นอิสระต่างกัน (orthogonal rotation)
2. ตัวแปรที่สังเกตค่าได้ทุกตัวได้รับอิทธิพลโดยตรงจากทุกตัวประกอบ
3. ตัวแปรที่สังเกตค่าได้ทุกตัวได้รับอิทธิพลจากตัวประกอบเฉพาะหรือความคลาดเคลื่อนเพียงตัวเดียว
4. ความคลาดเคลื่อนทุกตัวเป็นอิสระต่อกัน และเป็นอิสระจากตัวประกอบทุกตัว

**ข้อจำกัด** ผลการวิเคราะห์อาจจะไม่ unique เนื่องจากอาจจะมีชุดคำตอบหลายชุดที่เหมาะสมกับข้อมูล และไม่สามารถทดสอบความสอดคล้องระหว่างโมเดลกับข้อมูล

### *4.3.2 Confirmatory Factor Model (CFM)*

ข้อจำกัดของ EFM ได้รับการแก้ไขโดยการพัฒนาโมเดลการวิเคราะห์ตัวประกอบเพื่อการตรวจสอบยืนยัน (CFM) (Jöreskog, 1967, 1969) ใน CFM ผู้วิจัยสามารถยกเลิกข้อตกลงเบื้องต้นบางข้อของ EFM หรือเพิ่มข้อจำกัดบางประการที่สอดคล้องกับแนวคิด/ทฤษฎีที่ต้องการทดสอบได้ เช่น ผู้วิจัยสามารถที่จะวางเงื่อนไขให้ ตัวประกอบบางคู่มีความสัมพันธ์กัน เลือกตัวแปรที่สังเกตค่าได้บางตัวให้ได้รับอิทธิพลโดยตรงจากเพียงบางตัวประกอบ เลือกตัวแปรที่สังเกตได้เพียงบางตัวที่ได้รับอิทธิพลจากความคลาดเคลื่อน หรือกำหนดให้ความคลาดเคลื่อนของตัวแปรบางคู่มีความสัมพันธ์กัน เป็นต้น

**ตัวอย่าง** สมมติว่ามีตัวประกอบอยู่ 2 คุณลักษณะ ซึ่งต่างเป็นตัวแปรแฝงของตัวแปรที่สังเกตค่าได้ 3 ตัวแปร



**ข้อดี** สามารถใช้การวิเคราะห์ทางสถิติทำการทดสอบว่าข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้มีความสอดคล้องกับข้อจำกัดหรือข้อตกลงของโมเดลที่ผู้วิจัยกำหนดไว้หรือไม่ หรือกล่าวโดยทั่วไปว่า ข้อมูลมีความสอดคล้องกับโมเดลที่สร้างขึ้นหรือไม่นั่นเอง

**ข้อจำกัด** ถึงแม้ว่าเราสามารถศึกษาสหสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบที่เกิดขึ้นตามเงื่อนไขของโมเดลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แต่ยังไม่สามารถศึกษาความสัมพันธ์ในขั้นของการทำนายหรืออิทธิพลระหว่างตัวประกอบ

### 4.4 Covariance Structure Model

นักทฤษฎีทางสถิติได้พัฒนา covariance structure model เพื่อศึกษาความสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง (structural relations) ระหว่างตัวประกอบหรือตัวแปรแฝงโดยการประยุกต์หลักการของ Path Analysis มาใช้ในการสรุปความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวประกอบที่ได้จาก CFM ปัจจุบันมีโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่รู้จักกันดีที่ใช้ในการวิเคราะห์ดังกล่าว เช่น Linear Structural Relationships (LISREL ; Jöreskog and Sörbom, 1985) Analysis of Linear Structural Equation Systems (EQS ; Bentler, 1985) เป็นต้น สำหรับรายละเอียดของรูปแบบและการวิเคราะห์ที่จะกล่าวต่อไปนี้ จะยึดหลักการและสัญลักษณ์ที่ใช้ใน LISREL เป็นหลัก เพราะเป็นโปรแกรมที่ใช้กันแพร่หลายมากที่สุด

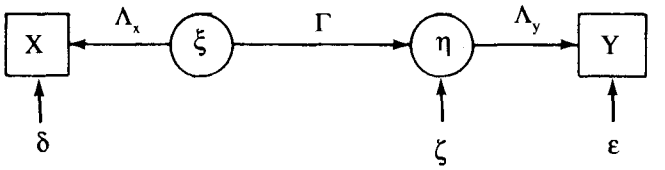
## 5. LISREL Model

หลักการโดยทั่วไปของโมเดลนี้คือ โครงสร้างของความเป็นสาเหตุประกอบด้วย ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุระหว่างตัวแปรแฝง (ตัวประกอบ) ซึ่งมีทั้งตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ตัวแปรแฝงเหล่านี้ถึงแม้จะไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่มีความสำคัญในฐานะเป็นตัวกำหนดหรือสาเหตุของตัวแปรที่สังเกตได้บางตัว

### 5.1 ส่วนประกอบของโมเดล

โมเดลนี้ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ โมเดลการวัดและโมเดลสมการโครงสร้าง มีรายละเอียดดังนี้

รูปที่ 7 The general LISREL model




*(1) โมเดลการวัด (Measurement model or Confirmatory factor models)*

โมเดลการวัดเป็นโมเดลการวิเคราะห์ตัวประกอบซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สังเกตได้กับตัวประกอบหรือตัวแปรแฝง โมเดลการวัดประกอบด้วยชุดของตัวแปรที่สังเกตได้ 2 ชุด คือตัวแปรอิสระที่สังเกตได้ $X = (x_1, x_2, \ldots, x_p)$ และตัวแปรตามที่สังเกตได้ $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_q)$ ชุดของตัวแปร X และ Y ถูกนำมาวิเคราะห์ตัวประกอบ ซึ่งจะได้ตัวประกอบร่วม (ตัวแปรแฝง) $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m)$ และ $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n)$ ตลอดจนตัวประกอบเฉพาะ (ความคลาดเคลื่อน) $\delta = (\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_p)$ และ $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_q)$ ตามลำดับ ดังสมการ

$$\underset{(p\times 1)}{X} = \underset{(p\times m)\,(m\times 1)}{\Lambda_x \xi} + \underset{(p\times 1)}{\delta}$$

$$\underset{(q\times 1)}{Y} = \underset{(q\times n)\,(n\times 1)}{\Lambda_y \eta} + \underset{(q\times 1)}{\varepsilon}$$

ในเมื่อ X = เวคเตอร์ของค่าจากการวัดตัวแปรอิสระที่สังเกตได้ (ตัวบ่งชี้ของตัวแปรแฝงที่เป็นตัวแปรอิสระ $\xi$)

$\Lambda_x$ (lamda x) = เมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยหรือน้ำหนักตัวประกอบ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง X กับ $\xi$

$\delta$ (delta) = เวคเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนในสมการ X

Y = เวคเตอร์ของค่าจากการวัดตัวแปรตามที่สังเกตได้ (ตัวบ่งชี้ของตัวแปรแฝงที่เป็นตัวแปรตาม $\eta$)

$\Lambda_y$ (lamda y) = เมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยหรือน้ำหนักตัวประกอบซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Y กับ $\eta$

$\varepsilon$ (epsilon) = เวคเตอร์ของค่าความคลาดเคลื่อนในสมการ y

ข้อตกลงเบื้องต้น เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ตัวประกอบโดยทั่วไป เช่น $E(\eta) = o$, $E(\xi) = o$, $E(\varepsilon) = o$, $E(\delta) = o$, $E(\eta\varepsilon) = o$, $E(\xi\delta) = o$, $E(\varepsilon\varepsilon') = \theta_\varepsilon^2$, $E(\delta\delta') = \theta_\delta^2$ เมื่อ $\theta_\varepsilon$ และ $\theta_\delta$ เป็น diagonal matrices

*(2) โมเดลสมการโครงสร้าง (Structural equation model)*

โมเดลสมการโครงสร้างเป็นโมเดลที่ระบุความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างระหว่างตัวประกอบหรือตัวแปรแฝง ตัวแปรแฝง $\eta$ และ $\xi$ โดยทั่วไปมีความสัมพันธ์กัน (oblique) ทั้งภายในกลุ่มตัวแปรและระหว่างกลุ่มตัวแปร โดย $\eta$'s ถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรแฝงที่เป็นตัวแปรตาม (latent endogenous variables) และ $\xi$'s ถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรแฝงที่เป็นตัวแปรอิสระ (latent exogenous variables) ดังสมการ

$$\underset{(n\times 1)}{\eta} = \underset{(n\times n)(n\times 1)}{B\eta} + \underset{(n\times m)(m\times 1)}{\Gamma\xi} + \underset{(n\times 1)}{\xi}$$

ในเมื่อ $\eta$ (eta) = เวคเตอร์ของตัวแปรแฝงที่เป็นตัวแปรตาม

$\xi$ (xi) = เวคเตอร์ของตัวแปรแฝงที่เป็นตัวแปรอิสระ

B (beta) = เมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์การถดถอย ซึ่งแสดงอิทธิพลโดยตรงของ $\eta$ ที่มีต่อ $\eta$ อื่น ๆ ดังนั้น สมาชิกในแนวเส้นทะแยงมุมของ B จะมีค่าเป็น o

$\Gamma$ (gamma) = เมตริกซ์ ของสัมประสิทธิ์การถดถอย ซึ่งแสดงอิทธิพลโดยตรงของ $\xi$ ที่มีต่อ $\eta$

ถ้าสมมติว่า $B^* = (I-B)$ เป็น non–singular matrix (ค่า determinant ของเมตริกซ์ $\neq o$) เราสามารถสร้างเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (covariance matrices) ของตัวแปรที่สามารถสังเกตค่าได้ ซึ่งทำนายได้จากโมเดล ($\Sigma$) ดังต่อไปนี้

$$\Sigma_{xx} = E(xx') = E\left[\Lambda_x \xi + \delta\right]\left[\Lambda_x \xi + \delta\right]$$

$$= \Lambda x \, \Phi \, \Lambda x' + \theta_\delta$$

เมื่อ $\Phi = E(\xi\xi')$ และ $\theta_\delta = E(\delta\delta')$

$$\Sigma_{yy} = E(yy') = E\left[\Lambda_y \eta + \varepsilon\right]\left[\Lambda_y \eta + \varepsilon\right]$$
$$= \Lambda_y (B^*)^{-1} (\Gamma \Phi \Gamma' + \Psi) (B^*)^{-1} \Lambda_y' + \theta_\varepsilon$$
$$\Sigma_{xy} = E(xy) = E\left[\Lambda_x \xi + \delta\right]\left[\Lambda_y \eta + \varepsilon\right]$$
$$= \Lambda_y (B^*)^{-1} \Gamma \Phi \Lambda_x'$$

เมื่อ $\Psi = E(\xi\xi')$ และ $\theta_\varepsilon = E(\varepsilon\varepsilon')$

จะเห็นได้ว่าสมาชิกของ $\Sigma_{xx}$, $\Sigma_{yy}$, และ $\Sigma_{xy}$ เป็นฟังก์ชั่นของ ค่า $\Lambda_x$, $\Lambda_y$, B, $\Gamma$, $\Phi$, $\Psi$, $\theta_\delta$, และ $\theta_\varepsilon$ ในทางปฏิบัติค่าของสมาชิกหรือพารามิเตอร์ที่อยู่ในเมตริกซ์ต่าง ๆ เราสามารถกำหนดให้เป็นค่าคงที่ (fixed) หรือเท่ากับค่าใดค่าหนึ่ง กำหนดให้เป็นค่าที่มีเงื่อนไข (constrained) เท่ากับหรืออยู่ระหว่างค่าพารามิเตอร์ตัวใดตัวหนึ่ง หรือกำหนดให้เป็นค่าอิสระ (free) เท่าใดก็ได้ตามลักษณะของแต่ละโมเดล

ดังนั้นเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรที่สังเกตค่าได้ ซึ่งทำนายได้จากโมเดลที่สร้างขึ้นนี้จะมีลักษณะดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{yx} \\ \Sigma_{xy} & \Sigma_{yy} \end{bmatrix}$$

ส่วนเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรที่สังเกตค่าได้ซึ่งคำนวณได้จากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ จะมีลักษณะดังนี้

$$S = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{yx} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{bmatrix}$$

### 5.2 ปัญหาของความเป็นเอกลักษณะ (Problem of identification)

ความเป็นเอกลักษณะ เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล เพื่อให้ได้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ทุกค่าที่เป็นเอกลักษณ์ โมเดลใดก็ตามจะมีความเป็นเอกลักษณะก็ต่อเมื่อ พารามิเตอร์ของโมเดลทุกตัวสามารถประมาณค่าได้จากข้อมูลความแปรปรวนร่วมของตัวแปรที่เก็บรวบรวมมาได้ โมเดลจะต้องมีความเป็นเอกลักษณะก่อนเริ่มทำการวิเคราะห์ มิเช่นนั้นแล้วจะไม่สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์บางตัวได้อย่างมีเอกลักษณ์

โมเดลเชิงสาเหตุจะขาดเอกลักษณ์ (underidentified) ถ้ามีจำนวนข้อมูลเกี่ยวกับความแปรปรวนร่วมของตัวแปรที่สังเกตได้ น้อยกว่าจำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่าในโมเดลนั้น หรือมีข้อมูลไม่เพียงพอในการประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นเอง ทำให้ผลลัพธ์มีความเป็นไปได้หลายอย่าง ผลลัพธ์ที่ได้จึงขาดความเป็นเอกลักษณะ วิธีแก้ไขให้โมเดลมีความเป็นเอกลักษณะอาจกระทำได้โดยการเพิ่มตัวแปร (ตัวบ่งชี้) ที่สังเกตได้เข้าไปในโมเดลหรือกำหนดค่าพารามิเตอร์บางตัวให้มีค่าคงที่ หรือกำหนดเงื่อนไขของค่าพารามิเตอร์บางตัวให้มีค่าเท่ากับหรืออยู่ระหว่างขอบเขตของค่าพารามิเตอร์ที่อยู่ในโมเดล อย่างไรก็ตามการกระทำดังกล่าวจะต้องอยู่บนพื้นฐานของข้อแนะนำจากทฤษฎีหรือสมมติฐานที่เหมาะสม

### 5.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์

การประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในโมเดล LISREL อาศัยหลักการที่ว่าพยายามทำให้ค่า $\Sigma$ ซึ่งทำนายได้จากโมเดล กับค่า S ซึ่งได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลมีค่าใกล้เคียงกันมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ถ้าตัวแปรที่สังเกตได้มีการแจกแจงเป็นปกติ ผลการคำนวณจะให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่เป็นไปได้สูงสุด (maximum likelihood)

### 5.4 การทดสอบความสอดคล้องระหว่างโมเดลกับข้อมูล

สมมติว่าโมเดลถูกต้อง และขนาดของกลุ่มตัวอย่างใหญ่พอ สถิติที่ใช้ทดสอบซึ่งเป็น likelihood ratio จะมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงไคสแควร์ ($\chi^2$) ถ้าการทดสอบมีนัยสำคัญ (degree of freedom= จำนวนสมาชิกในเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม–จำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่า) แสดงว่า $\Sigma$ และ S มีความแตกต่างกัน หรือผลต่างมีค่าไม่เป็น 0 ซึ่งหมายความว่าโมเดลไม่สอดคล้องกับข้อมูล

อย่างไรก็ตาม การแจกแจงไคสแควร์ ขึ้นอยู่กับขนาดของกลุ่มตัวอย่างและความใกล้เคียงระหว่าง $\Sigma$ และ S โอกาสของการปฏิเสธโมเดลจะเพิ่มขึ้นตามขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ถึงแม้เมตริกซ์ความคลาดเคลื่อนระหว่าง $\Sigma$ และ S จะมีค่าน้อย ดังนั้นโดยทั่วไปแล้วถ้า n มีขนาดใหญ่มากโมเดลมักจะถูกปฏิเสธในทางสถิติ Jöreskog และ Bentler ได้แนะนำให้ใช้ดัชนีความสอดคล้อง (fit index) ถ้ามีค่าเข้าใกล้ 1.0 แสดงว่าโมเดลและข้อมูลมีความสอดคล้องกัน รวมทั้งเสนอแนะให้มีการเปรียบเทียบระหว่างโมเดล เช่น โมเดลหนึ่ง nested ในอีกโมเดลหนึ่ง เพื่อดูความแตกต่างของค่าไคสแควร์เปรียบเทียบกับความแตกต่างขององศาแห่งความเป็นอิสระ การลดลงของค่าไคสแควร์ แสดงถึงโมเดลได้พัฒนาไปในทางที่สอดคล้องกับข้อมูลมากยิ่งขึ้น

## 6. ตัวอย่างการวิจัย

**โมเดลเชิงสาเหตุของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**

* ขั้นตอนการศึกษาความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างระหว่างตัวแปร

(1) กำหนดประเด็นปัญหาในการวิจัย (คำถามวิจัย : จากทฤษฎีสู่สมมติฐาน)

(2) ระบุองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ที่เกี่ยวข้อง (การสร้างโมเดล)

(3) กำหนดนิยามเชิงปฏิบัติการของตัวแปรที่สามารถสังเกตได้ (การเก็บรวบรวมข้อมูล)

(4) สร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ/ตัวแปร (การวิเคราะห์ข้อมูลตามโมเดล)

(5) ตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างโมเดลกับข้อมูล (การตรวจสอบโมเดล)

(6) สรุปผลการวิจัย

## (1) กำหนดประเด็นปัญหาในการวิจัย

คำถามวิจัย : อะไรเป็นตัวกำหนดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง :

Lewin (1963) : พฤติกรรมเป็นฟังก์ชั่นของบุคลิกภาพและสิ่งแวดล้อม

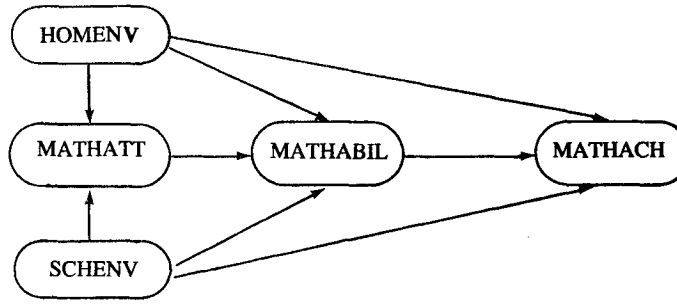
$$B = f(P,E)$$

Parkerson (1984) : ผลการเรียนรู้เป็นฟังก์ชั่นของความสามารถและการสอน

$$L = f(A,T)$$

การวิจัยนี้ : ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตขึ้นอยู่กับความสามารถพื้นฐาน, ทัศนคติ, สิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้ทางบ้านและโรงเรียน

## (2) ระบุองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ที่เกี่ยวข้อง




ตัวบ่งชี้ของสภาพแวดล้อมทางบ้าน HOMENV ($\xi_1$)

- $X_1$ (การสร้างแรงจูงใจของผู้ปกครอง, PARSMOT)
- $X_2$ (ความคาดหวังในผลสำเร็จของผู้ปกครอง, PARSEXP)

ตัวบ่งชี้ของสภาพแวดล้อมทางโรงเรียน SCHENV ($\xi_2$)

- $X_3$ (ขนาดของโรงเรียน, SCHSIZE)
- $X_4$ (จำนวนชั่วโมงที่ครูคณิตศาสตร์ใช้สำหรับเตรียมการสอน, TEATIME)

ตัวบ่งชี้ของทัศนคติต่อคณิตศาสตร์ MATHATT ($\eta_1$)

- $Y_1$ (จำนวนชั่วโมงที่นักเรียนใช้ศึกษาวิชาคณิตศาสตร์นอกห้องเรียน, STIME)
- $Y_2$ (ความตั้งใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน, SINTEN)
- $Y_3$ (ความเชื่อในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน, SBELIEF)

ตัวบ่งชี้ของความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ MATHABIL ($\eta_2$)

- $Y_4$ (คะแนนจากแบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ฟอร์ม, A ตอนต้นเทอม, MATHPREA)
- $Y_5$ (คะแนนจากแบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ ฟอร์ม B ตอนต้นเทอม, MATHPREB)

ตัวบ่งชี้ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ MATHACH ($\eta_3$)

- $Y_6$ (คะแนนจากแบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ฟอร์ม A ตอนปลายเทอม, MATHPOSA)

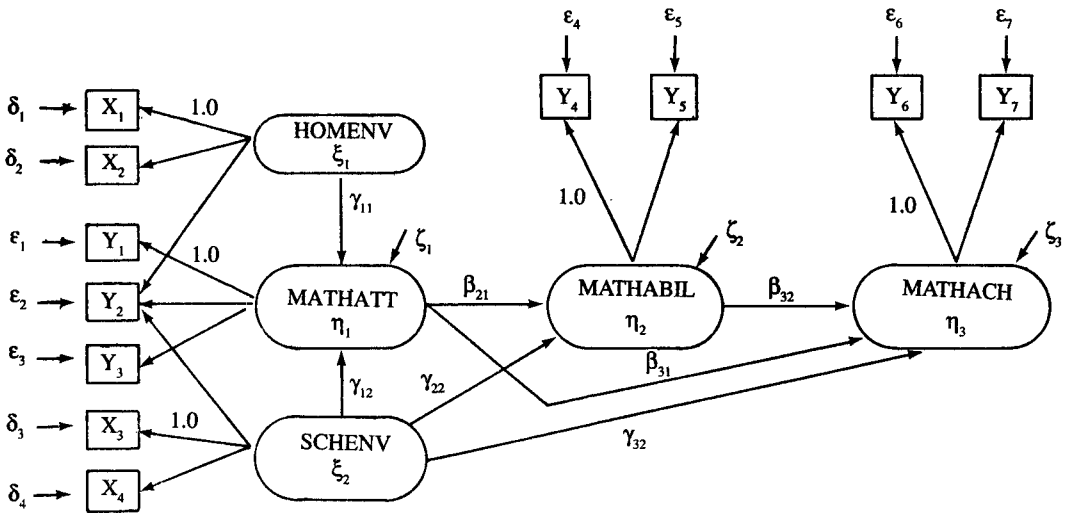
– $Y_7$ (คะแนนจากแบบสอบวิชาคณิตศาสตร์ฟอร์ม B ตอนปลายเทอม MATHPOSB)

## (3) เก็บรวบรวมข้อมูล

เก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 666 คน จาก 11 โรงเรียน โดยใช้เครื่องมือดังนี้

- แบบสอบถามนักเรียน
- แบบสอบถามผู้ปกครอง
- แบบสอบถามผู้บริหารโรงเรียน
- แบบสอบคณิตศาสตร์ฉบับ A และ B

## (4) การวิเคราะห์ : LISREL Model




**ผลการวิเคราะห์**

**Measurement model**

$$X_1 = 0.53\xi_1 + 0.85\delta_1$$

$$X_2 = 0.75^{*}\xi_1 + 0.66\delta_2$$

$$Y_1 = 0.25\eta_1 + 0.97\varepsilon_1$$

$$Y_2 = 0.36^{*}\eta_1 + 0.33^{*}\xi_1 - 0.07^{*}\xi_2 + 0.84\varepsilon_2$$
$$Y_3 = 0.92^{*}\eta_1 + 0.40\varepsilon_3$$
$$X_3 = 0.49\xi_2 + 0.09^{*}\eta_1 + 0.87\delta_3$$
$$X_4 = -0.87^{*}\xi_2 + 0.49\delta_4$$
$$Y_4 = 0.93\eta_2 + 0.65\varepsilon_4$$
$$Y_5 = 0.76^{*}\eta_2 + 0.65\varepsilon_5$$
$$Y_6 = 0.92\eta_3 + 0.40\varepsilon_6$$
$$Y_7 = 0.85^{*}\eta_3 + 0.53\varepsilon_7$$

**Structural model**

$$\eta_1 = 0.21^{*}\xi_1 - 0.04^{*}\xi_2 + 0.98\xi_1$$
$$\eta_2 = 0.42^{*}\eta_1 + 0.37^{*}\xi_1 + 0.84\xi_2$$
$$\eta_3 = 0.12^{*}\eta_1 + 0.79^{*}\eta_2 + 0.18^{*}\xi_2 + 0.37\xi_3$$

หมายเหตุ ทดสอบนัยสำคัญเฉพาะ free parameters, $^{*}p < .05$

## (5) ตรวจสอบโมเดล

overall fit : $\chi^2_{33} = 41.99$ , $p = 0.14$

fit index = 0.98

ผลการวิเคราะห์โมเดลพบว่าโมเดลเชิงสาเหตุของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมามีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ที่เก็บรวบรวมมาได้ ($\chi^2$ ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ) โดยมีดัชนีของความสอดคล้องเท่ากับ 0.98

ข้อค้นพบโดยทั่วไปพอสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สิ่งแวดล้อมทางโรงเรียน และทัศนคติของนักเรียนต่อคณิตศาสตร์ มีอิทธิพลโดยตรงในทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. สิ่งแวดล้อมทางบ้าน มีอิทธิพลทางอ้อมต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยผ่านไปทางทัศนคติของนักเรียนต่อคณิตศาสตร์

## บรรณานุกรม


Asher, H.B. *Causal Modeling.* Beverly Hills, CA : Sage Publication, 1976.

Bentler, P.M. Multivariate Analysis with latent variables : Causal modeling. *Annual Review Psychology.* 1980, 31 : 419-56.

Bentler, P.M. *Theory and implication of EQS : A Structural Equations Program.* Los Angles, CA : BMDP Statistical Software ; Inc, 1985.

Bentler, P.M., and Weeks, D.G. *Linear Simultaneous equations with lalent variables.* Los Angeles : University of California, 1979.

Cook, T.C. and Campbell, D.T. *Quasi-Experimentation : Design and Analysis Issues for Field Settings.* Boston : Houghton Mifflin Company, 1979.

Duncan, O.D. *Introduction to Structural Equation Models.* New York : Academic Press, 1975.

Fisher, R.A. *Statistical methods for research workers.* (10 th. ed.) Edinburgh : Oliver and Boyd, 1946.

Goldberger, A.S. and Duncan, O.D. (Eds.) *Structural Equation Models in the Social Sciences.* New York : Academic Press, 1973.

Heise, D.R. *Causal Analysis.* New York : Willey, 1975.

Jöreskog, K.G. A general approach to confirmatory maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika,* 1969, 34 : 183-202.

Jöreskog, K.G. A general method for analysis of covariance structures. *Biometrika.* 1970, 57 : 239-51,

Jöreskog, K.G., Some contributions to maximum likelihood factor analysis. *Psychometrika.* 1967. 34 : 183-202.

Jöreskog, K.G. and Sörbom, D. *LISREL VI: An Analysis of Linear Structural Relationship By Maximum Likelihood, Instrumental Variables, and Least Squares Methods.* Uppsala : Senden, 1985.

Kenny, D.A. A quasi-experimental approach to assessing treatment effects in the nonequivalent control group design. *Psychological Bulletine.* 1975 a, 82 : 345-62.

Kenny, D.A. Cross-lagged panel correlation : A test for spuriousness. *Psychological Bulletine.* 1975 b, 82 : 887-903.

Linn, R.L. and Wests, C.E. Analysis implications of the choice of a structural model in the nonequivalent control group design. *Psychological Bulletine*. 1977, 64 ; 229–34.

Long, J.C. *Covariance Structure Models : An Introduction to LISREL* Beverly Hills, CA : Sage Publications, 1973.

Long, J.C. *Confirmatory Factor Analysis*. Beverly Hills, CA : Sage Publications, 1983.

Pedhazur, E.J. *Multiple Regression in Behavioral Research : Explanation and Prediction*. New York : CBS College Publishing, 1982.