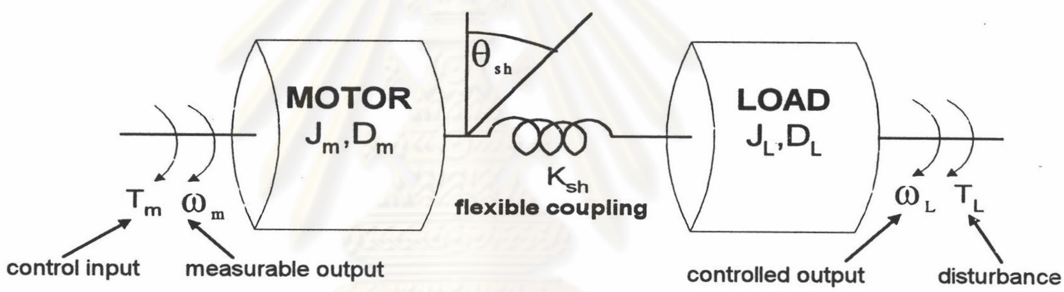
บทที่ 2

แบบจำลองของระบบ 2 มวล

แบบจำลองของระบบ 2 มวล

ในบทนี้จะกล่าวถึง ทฤษฎีเกี่ยวกับระบบ 2 มวลซึ่งเป็นระบบที่ประกอบด้วยมวล 2 มวล เชื่อมโยงกันด้วยเพลาที่มีความยืดหยุ่นดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยจะอธิบายถึงแบบจำลองและลักษณะสมบัติที่สำคัญของระบบที่เราสนใจ



โดยที่	ω_m: ความเร็วของมอเตอร์	ω_L: ความเร็วของโหลด
	T_m: แรงบิดของมอเตอร์	T_L: แรงบิดของโหลด
	J_m: โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์	J_L: โมเมนต์ความเฉื่อยของโหลด
	D_m: ความต้านทานทางลมของมอเตอร์	D_L: ความต้านทานทางลมของโหลด
	θ_{sh}: มุมบิดของเพลา	K_{sh}: ค่าคงที่ความยืดหยุ่นของเพลา

รูปที่ 2.1 ระบบ 2 มวล

เราสามารถเขียนสมการสถานะของแบบจำลองของระบบ 2 มวลได้ดังนี้ คือ

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_m \\ \dot{\theta}_{sh} \\ \dot{\omega}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D_m / J_m & -K_{sh} / J_m & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & K_{sh} / J_L & -D_L / J_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_m \\ \theta_{sh} \\ \omega_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/J_m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} T_m + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/J_L \end{pmatrix} T_L \qquad (2.1)$$

เมื่อ ตัวแปรสถานะ : $X = (\omega_m \quad \theta_{sh} \quad \omega_L)^T$

จากสมการ (2.1) เมื่อหาผลการแปลงลาปลาซ และจัดรูปใหม่จะได้สมการใหม่ดังนี้ คือ

$$\begin{pmatrix} \omega_m \\ \omega_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_m \\ T_L \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

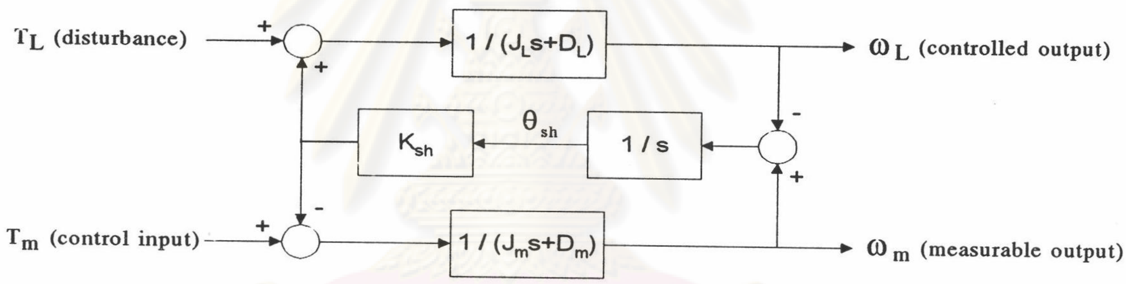
โดย $G_{11}(s) = \dfrac{J_2 s + K_{sh}}{J_1 J_2 s + (J_1 + J_2)K_{sh}}$

$G_{12}(s) = G_{21}(s) = \dfrac{K_{sh}}{J_1 J_2 s + (J_1 + J_2)K_{sh}}$

และ $G_{22}(s) = \dfrac{J_1 s + K_{sh}}{J_1 J_2 s + (J_1 + J_2)K_{sh}}$

เมื่อ $J_1 = J_m s + D_m$, $J_2 = J_L s + D_L$

และเราสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมของระบบ 2 มวล ได้ดังนี้



รูปที่ 2.2 บล็อกไดอะแกรมของระบบ 2 มวล

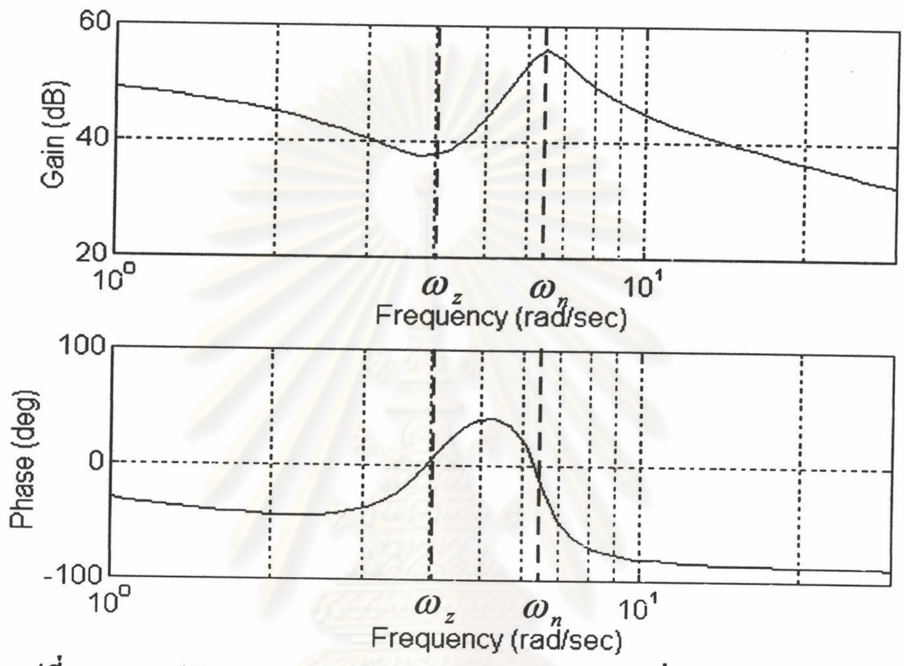
เมื่อพิจารณาจากบล็อกไดอะแกรมจะเห็นได้ว่าสัญญาณด้านเข้าและสัญญาณด้านออกที่เราสนใจและสามารถวัดได้นั้น คือสัญญาณแรงบิดของมอเตอร์และสัญญาณความเร็วของมอเตอร์ตามลำดับ ดังนั้นจากฟังก์ชันโอนย้าย $G_{11}(s)$ ในสมการที่ (2.2) เราจะได้ว่าฟังก์ชันโอนย้ายของระบบ 2 มวลเป็นดังนี้คือ

$$P(s) = \frac{J_L s^2 + D_L s + K_{sh}}{J_m J_L s^3 + (J_m D_L + J_L D_m)s^2 + [(J_m + J_L)K_{sh} + D_m D_L]s + (D_m + D_L)K_{sh}} \tag{2.3}$$

จากสมการที่ (2.3) นี้ทำให้เราสามารถทราบค่าของความถี่เรโซแนนซ์เชิงกลของระบบซึ่งเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของระบบ 2 มวลได้ดังนี้คือ

1. ความถี่เรโซแนนซ์ธรรมชาติ $\omega_n = 2\pi f_{resonant} = \sqrt{K_{sh}(\frac{1}{J_m} + \frac{1}{J_L})}$ (2.4)

2. ความถี่แอนติเรโซแนนซ์ $\omega_z = \sqrt{\frac{K_{sh}}{J_L}}$ (2.5)



รูปที่ 2.3 กราฟอัตราขยายและมุมเฟสของระบบ $P(s)$ เมื่อ $J_m = 8\times10^{-4}$ kg.m^2, $D_m = 8\times10^{-4}$kg.m^2/s , $J_L = 1.2\times10^{-3}$ kg.m^2 , $D_L = 2\times10^{-3}$ kg.m^2/s และ $K_{sh} = 0.02$ Nm/rad

ตัวอย่างของกราฟอัตราขยายและมุมเฟสของระบบ $P(s)$ แสดงได้ดังรูปที่ 2.3 จะเห็นได้ว่าคุณสมบัติที่สำคัญของระบบจะอยู่ในย่านรอบ ๆ ความถี่เรโซแนนซ์ธรรมชาติ ซึ่งในตัวอย่างนี้จะมีค่าประมาณ 6.45 rad/s ดังนั้นคุณสมบัตินี้จะเป็นส่วนสำคัญที่เราจะต้องพิจารณาในการหาลักษณะ-สมบัติของระบบ 2 มวลต่อไป