บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ 3 ตัวคือ

1) ตัวสถิติทดสอบ IP

2) ตัวสถิติทดสอบ LR

3) ตัวสถิติทดสอบ TIKU

โดยใช้การจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Method) ซึ่งเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาซี(C Programming) บนเครื่อง DEC 5000/240 และขั้นตอนแผนการทดลอง, วิธีการวิจัยจะนำเสนอเป็นลำดับดังนี้

3.1 การจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Method)

วิธีมอนติคาร์โลเป็นเทคนิคการจำลองตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน วิธีนี้เป็นการจำลองตัวเลขสุ่ม (random number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา โดยสร้างข้อมูลให้มีลักษณะการแจกแจงตามที่เราต้องการ ขั้นตอนที่สำคัญของวิธีมอนติคาร์โลมี 3 ขั้นตอนคือ

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างเลขสุ่ม

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญมาก เพราะว่าหลักการของวิธีมอนติคาร์โลจะใช้เลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา ลักษณะของตัวเลขสุ่มที่ดีนั้นจะต้องมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (uniform distribution) อยู่ในช่วง [0,1] และเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

ขั้นตอนที่ 2 การประยุกต์ปัญหาที่ต้องการศึกษามาใช้ลับตัวเลขสุ่ม

ขั้นตอนนี้จะขึ้นอยู่กับปัญหาที่ต้องการศึกษา บางปัญหาอาจจะใช้เลขสุ่มโดยตรง แต่ในขณะที่บางปัญหาอาจจะนำตัวเลขสุ่มมาใช้ในบางขั้นตอนของการแก้ปัญหาเท่านั้น

ขั้นตอนที่ 3 การทดลองกระทำ

ขั้นตอนนี้เป็นการทดลองกระทำโดยใช้กระบวนการของเลขสุ่ม (random process) มากระทำในลักษณะซ้ำ ๆ กัน (replication) เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา

3.2 แผนการทดลอง

กำหนดสถานการณ์สำหรับหาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัวดังนี้

ก) เลือกตัวอย่างสุ่มจากประชากรโดยประชากรมีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (β) มีค่าเท่ากับ 1 และค่าพารามิเตอร์แสดงสเกล (θ) มีค่าเท่ากับ 0.5,1,2, และ 5 ตามลำดับ

ข) กำหนดจำนวนกลุ่มประชากรที่นำมาศึกษาเท่ากับ 2,3 และ 5 กลุ่ม ตามลำดับ

ค) กำหนดขนาดของตัวอย่าง (sample size) ในแต่ละกลุ่มประชากรเท่ากับ 10,15 และ 20

ง) ในกรณีที่ข้อมูลมีค่าถูกตัดทิ้งจะศึกษาในกรณีที่ข้อมูลมีค่าถูกตัดทิ้งทางขวาจำนวน 10%,20% และ30% ตามลำดับ และจะพิจารณาได้ดังนี้

ให้ s เป็นจำนวนข้อมูลที่มีค่าถูกตัดทิ้งทางขวา

จำนวนข้อมูลที่มีค่าถูกตัดทิ้งในแต่ละกรณีจะแสดงในตารางที่ 3.1 ข้างล่างนี้

ตารางที่ 3.1 แสดงจำนวนข้อมูลที่มีค่าถูกตัดทิ้ง

กรณีที่ข้อมูลถูกตัดทิ้ง	s		
	n=10	n=15	n=20
10%	1	1	2
20%	2	3	4
30%	3	4	6

3.3 การดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้

ก) การสร้างการแจกแจงของประชากรให้มีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์

ข) การคำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัวสถิติ

ค) การหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนใน 3.3 เป็นดังนี้

ก) การสร้างการแจกแจงของประชากรให้มีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์

ขั้นตอนนี้จะสร้างประชากรให้มีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ให้มีลักษณะตามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลองโดยใช้เลขสุ่ม (random number) เป็นพื้นฐานในการสร้าง และเขียนโปรแกรมด้วยภาษาซี (C programming) กับเครื่อง DEC รุ่น 5000/240 โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างเลขสุ่มคือ DOUBLE RANDOM (IX) ซึ่งแสดงไว้ในภาคผนวก เมื่อสร้างเลขสุ่มแล้วจะนำเลขสุ่มที่ได้มาสร้างการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ ซึ่งฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

$$f(x_j) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \exp(-(x_j-\beta_j)) & , x_j \geq \beta_j \ , \ \theta > 0 \\ \frac{\theta}{0} & \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

เมื่อ β_j เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter)

และ θ_j เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกล (scale parameter)

การสร้างเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ จะใช้เทคนิคการแปลงผกผัน (inverse transformation) ซึ่งเป็นเทคนิคที่ใช้ในการแปลงตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะการแจกแจงแบบสม่ำเสมอให้เป็นรูปแบบของตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะการแจกแจงตามแบบที่เราต้องการ สำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ มีลำดับดังนี้

1) กำหนดฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์อยู่ในรูปของ

$$F(x) = 1-\exp(-\frac{(x-\beta)}{\theta})$$

2) ให้ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่ได้จากข้อ 1 มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง [0,1] นั่นคือ

$$F(x) = 1-\exp(-\frac{(x-\beta)}{\theta}) = R$$ โดยที่ R คือเลขสุ่มแบบสม่ำเสมอ

3) หาค่า x ในเทอมของ R ได้ $x = \beta - \theta \ln(1-R)$

สำหรับรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนรวมทั้งคำสั่งที่ใช้ในการสร้างตัวแปรให้มีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์จะแสดงไว้ในภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข) การคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ 3 วิธี

ในขั้นตอนนี้เราจะสุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยใช้โปรแกรมดังแสดงไว้ในภาคผนวกตามสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ในแผนการทดลองครั้งละ 1 สถานการณ์ของการทดลอง แล้วนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณค่าสถิติของแต่ละตัวสถิติทดสอบดังที่เสนอไว้ในบทที่ 2 หลังจากนั้นนำค่าที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตของแต่ละตัวสถิติทดสอบ โดยตัวสถิติทดสอบ LR และ IP จะนำค่าที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่ได้จากตารางการแจกแจงเอฟ ส่วนตัวสถิติทดสอบ TIKU จะนำไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตที่หาได้จากสมการ $V_{\alpha} = -\ln(1-(1-\alpha)^{1/k-1})/n$

ค) การหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

เมื่อเราสุ่มตัวอย่างและคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบพร้อมทั้งเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตของแต่ละตัวสถิติทดสอบซ้ำ ๆ กัน จำนวน 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองแล้ว เราจะนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมุติฐานว่างหารด้วย 1,000 ซึ่งเป็นจำนวนครั้งในการทดลอง

สำหรับการหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะกำหนดให้ทุกประชากรที่เรานำมาทดสอบมีค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งเท่ากันคือ $\beta = 1$ ส่วนในกรณีหาค่าอำนาจการทดสอบจะกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งในบางประชากรที่นำมาทดสอบมีค่าเป็น 1.5 ซึ่งค่านี้ถือว่าเป็นขอบเขตบนของค่า β ที่นำมาทดสอบโดยคำนวณจากความสัมพันธ์[1]

$$|\beta_i - \beta_j| / \min(\theta) \leq 1$$

เมื่อ β_i = ค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของประชากรที่ต้องการทดสอบตามสมมุติฐานว่าง

β_j = ค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของประชากรตามสมมุติฐานแย้ง

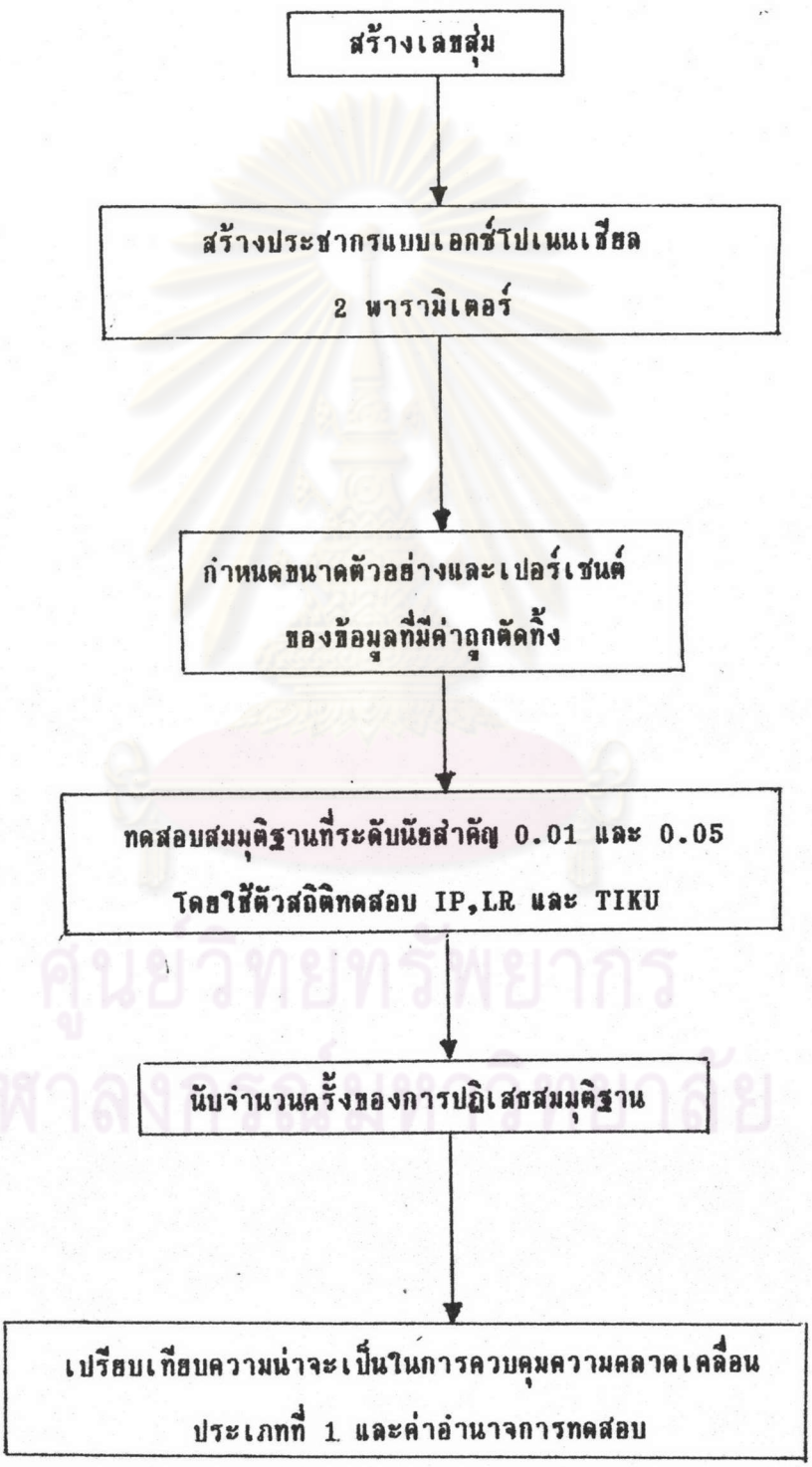
และ $\min(\theta)$ = ค่าพารามิเตอร์แสดงสเกลของประชากรที่มีค่าน้อยที่สุด

---

[1] B.N Shetty and P.C.Joshi "Likelihood Ratio for Testing Equality of Location Parameters of Two Exponential Distribution from Doubly Censored Sampling" Commun Statist-Theory Meth,18(6),1989,2063-2072.

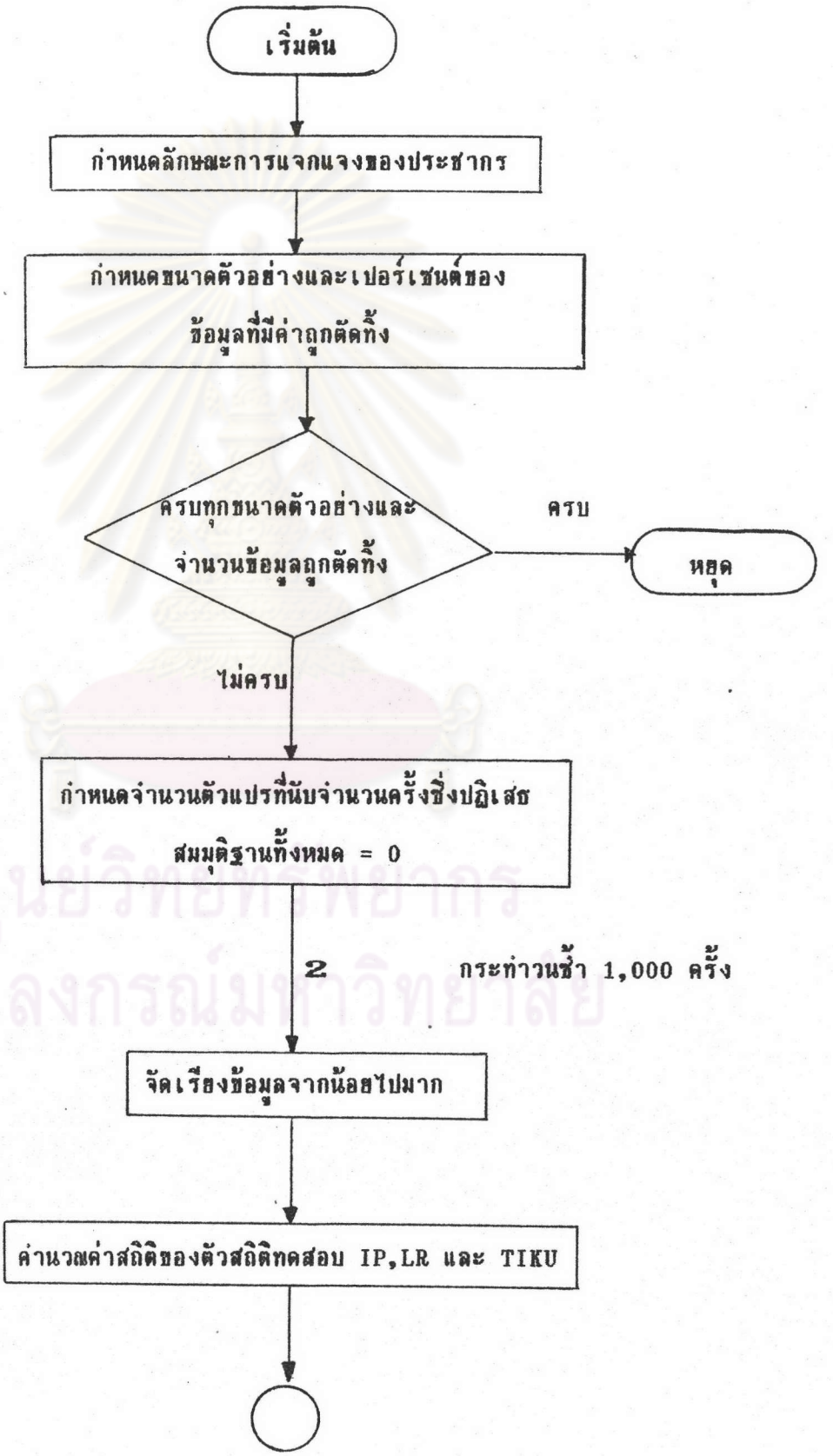
3.4 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม

ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรมสำหรับการหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบสรุปเป็นแผนผังได้ดังนี้

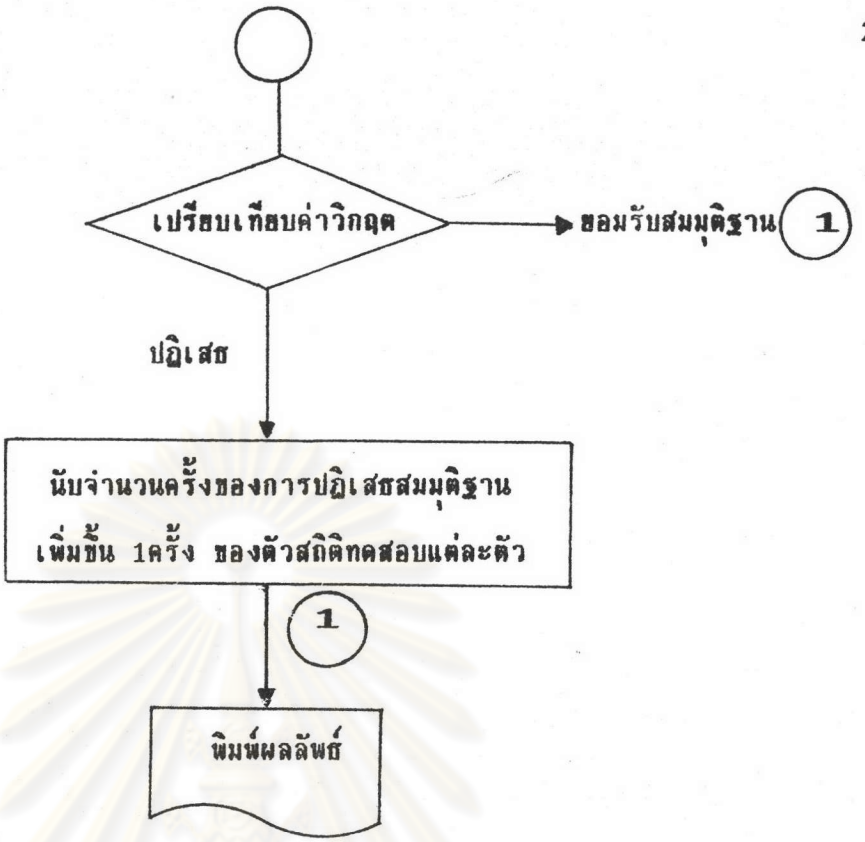


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังโปรแกรมในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รายละเอียดของแผนผังโปรแกรมในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาด-เคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1

เราสร้างประชากรให้มีลักษณะการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ ซึ่งในที่นี้กำหนดประชากรมีค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง(β)=1 และค่าพารามิเตอร์แสดงสเกล(θ)=0.5,1,2 และ 5 ตามลำดับ การกำหนดขนาดตัวอย่างและการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัวคือ IP,LR และ TIKU ทำได้โดยการเลือกประชากรที่มีลักษณะตามที่กำหนดครั้งละ 1 สถานการณ์ของการทดลอง และจะหยุดการทดลองเมื่อทำการทดลองได้ครบทุกสถานการณ์ตามที่กำหนดไว้ในแผนการทดลอง

ขั้นที่ 2

ขั้นตอนนี้เป็นการกำหนดขนาดตัวอย่างและจำนวนข้อมูลที่มีค่าถูกตัดทิ้ง ซึ่งได้แสดงรายละเอียดไว้ในข้อ ง) ของหัวข้อที่ 3.2

ขั้นที่ 3

การกำหนดตัวแปรที่นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมุติฐานว่างให้มีค่าเท่ากับ 0 โดยที่

IP01 แทนตัวแปรที่นับจำนวนครั้งการปฏิเสธสมมุติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบ IP ณ ระดับนัยสำคัญ α=0.01

IP05 แทนตัวแปรที่นับจำนวนครั้งการปฏิเสธสมมุติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบ IP ณ ระดับนัยสำคัญ α=0.05

LR01 แทนตัวแปรที่นับจำนวนครั้งการปฏิเสธสมมุติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบ LR ณ ระดับนัยสำคัญ α=0.01

LR05 แทนตัวแปรที่นับจำนวนครั้งการปฏิเสธสมมุติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบ LR ณ ระดับนัยสำคัญ α=0.05

TIKU01 แทนตัวแปรที่นับจำนวนครั้งการปฏิเสธสมมุติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบ TIKU ณ ระดับนัยสำคัญ α=0.01

TIKU05 แทนตัวแปรที่นับจำนวนครั้งการปฏิเสธสมมุติฐานว่างของตัวสถิติทดสอบ TIKU ณ ระดับนัยสำคัญ α=0.05

ขั้นที่ 4

จัดเรียงข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 จากน้อยไปหามากแล้วคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นที่ 5

เปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นที่ 4 กับค่าวิกฤตของแต่ละตัวสถิติทดสอบ ถ้าผลการเปรียบเทียบปรากฏว่าค่าตัวสถิติที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบในแต่ละวิธีจะปฏิเสธสมมุติฐาน และให้นับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมุติฐานว่างเพิ่มขึ้น 1 ครั้ง แต่ถ้าผลการเปรียบเทียบปรากฏว่าค่าสถิติที่คำนวณได้น้อยกว่าค่าวิกฤตของตัวสถิติทดสอบในแต่ละวิธีจะยอมรับสมมุติฐาน หลังจากนั้นทำการทดลองซ้ำตั้งแต่ขั้นที่ 4 ถึงขั้นที่ 5 เป็นจำนวน 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดสอบ เพื่อหาผลลัพธ์ของค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ IP,LR และ TIKU ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย