บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมา

ในปัจจุบันนี้ระบบโทรคมนาคม เช่น ระบบสื่อสารไมโครเวฟบนภาคพื้นดิน ระบบสื่อสารดาวเทียม และระบบสื่อสารทางเคเบิลใยแก้วนำแสง ได้เข้ามามีบทบาทต่อระบบการสื่อสารเป็นอย่างมาก ในระบบเหล่านี้จำเป็นต้องมีอุปกรณ์นำสัญญาณ อุปกรณ์ที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในย่านความถี่ไมโครเวฟคือ ท่อนำคลื่น คุณสมบัติที่ดีของท่อนำคลื่นคือ มีการสูญเสียต่ำ และสามารถรองรับกำลังได้สูง (บัณฑิต โรจน์อารยานนท์, 2536)

ในการใช้งานของท่อนำคลื่นนั้น จำเป็นต้องทราบคุณลักษณะการแพร่กระจาย (propagation characteristics) ซึ่งพารามิเตอร์เหล่านี้คือ ความถี่ตัด (cutoff frequency) ค่าคงตัวเฟส (phase constant) แบบแผนคลื่น (mode) และแบบรูปของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (field pattern) สำหรับท่อนำคลื่นที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก สามารถใช้สมการของแมกซ์เวลล์วิเคราะห์ปัญหาได้ แต่ถ้าท่อนำคลื่นที่มีโครงสร้างที่ซับซ้อน การวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ (analytical solution) จะทำได้ยาก หรืออาจหาผลเฉลยไม่ได้เลย วิธีเชิงตัวเลข (numerical method) จึงเข้ามามีประโยชน์ในลักษณะดังกล่าวนี้

วิธีเชิงตัวเลขหลายวิธีด้วยกันได้รับการเสนอขึ้นเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีโครงสร้างซับซ้อน และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (Finite Element Method, FEM) เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่นำมาใช้อย่างกว้างขวาง เนื่องจากเป็นวิธีที่มีความยืดหยุ่นสูง และสามารถประยุกต์ใช้ได้กับปัญหาในหลายลักษณะ (Tan และ Pan, 1995)

ในตลอดระยะเวลาประมาณ 30 ปีที่ผ่านมา แนววิธีต่างๆของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ได้รับการวิจัยและพัฒนาขึ้นเป็นลำดับ โดยในระยะแรกส่วนใหญ่เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ การเสนอวิธีที่มีความสามารถในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม (spurious solution) ซึ่งเป็นผลเฉลยที่ไม่สอดคล้องกับผลเฉลยทางกายภาพที่เกิดขึ้นร่วมกับผลเฉลยที่ถูกต้อง เช่น Rahman และ Davies (1984) Koshiba และคณะ (1985ก, 1985ข) ได้เสนอว่าผลเฉลยที่เกิดขึ้นมีคุณลักษณะคือ ความหนาแน่นฟลักซ์ไม่สอดคล้องกับกฎของเกาส์ (Gauss's law) และได้เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนาม 3 องค์ประกอบ ร่วมกับฟังก์ชันที่ใช้ในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม ที่เรียกว่าฟังก์ชันพีนอลตีซึ่งเป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูปความหนาแน่นฟลักซ์ รวมถึงได้เสนอข้อดีข้อเสียของการใช้ฟังก์ชันดังกล่าว

Koshiba, Hayata และ Suzuki (1984) ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกด้วยวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนต์ (scalar finite element) ที่ใช้สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก เพียงอย่างละ 1 องค์ประกอบ วิธีนี้สามารถกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมให้หมดไปได้ แต่ผลเฉลยที่ได้รับในโมดสูงยังไม่ถูกต้องนัก

Hayata, Koshiba, Eguchi และ Suzuki (1986) Chew และ Nasir (1989) Lu และ Fernandez (1993) ได้เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นโดยใช้สนามตามขวาง 2 องค์ประกอบ และเสนอวิธีการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมด้วยการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์ (divergence free condition) ให้กับระบบ โดยใช้ความสัมพันธ์ในเงื่อนไขนี้ลดจำนวนองค์ประกอบของสนามจาก 3 องค์ประกอบให้เหลือเพียงองค์ประกอบตามขวาง 2 องค์ประกอบ

Angkaew, Matsuhara และ Kumagai (1987) ได้เสนอนิพจน์แปรผัน (variational expression) รูปแบบใหม่ สำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกที่เทนเซอร์ความซาบซึมได้ (permeability) และเทนเซอร์สภาพยอม (permittivity tensor) อยู่ในรูปเฮอร์มิเชียน (hermitian) วิธีนี้ให้ผลเฉลยของโมดที่ถูกนำทาง (guided mode) เป็นจำนวนจริง และผลเฉลยปลอมเทียมจะไม่อยู่ในรูปของจำนวนจริง

Svendin (1989) ได้เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกโดยใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ และสนามไฟฟ้า 3 องค์ประกอบ ร่วมกับการให้เงื่อนไขขอบเขตบนรอยต่อที่มีตัวกลางไม่ต่อเนื่อง Svendin แสดงให้เห็นว่า ผลที่ได้ไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม แม้ว่าไม่มีการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์ แต่วิธีนี้มีข้อเสียคือมีการใช้ตัวแปรไม่ทราบค่าถึง 6 ตัวต่อหนึ่งอีลีเมนต์

Bardi และ Biro (1991) ได้เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกโดยใช้ศักย์เวกเตอร์ (vector potential) และศักย์สเกลาร์ (scalar potential) ลักษณะการหมุนวนของศักย์เวกเตอร์ทำให้ความหนาแน่นฟลักซ์สอดคล้องกับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์โดยอัตโนมัติ เป็นผลให้ไม่มีการปรากฏของผลเฉลยปลอมเทียม

นอกจากการบังคับเงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์ต้องเท่ากับศูนย์ของความหนาแน่นฟลักซ์เพื่อกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม การใช้สนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสกับอีลีเมนต์เป็นพารามิเตอร์ (parameter) ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นก็เป็นวิธีหนึ่งที่สามารถกำจัดผลเฉลยปลอมเทียมให้หมดไปได้ แนวความคิดนี้ได้รับการเสนอโดย Whitney ตั้งแต่ ค.ศ. 1957 แต่นำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาท่อนำคลื่นได้ไม่นานนัก เช่นวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่เสนอโดย Hano, 1984; Lee และ Sun, 1991; Koshiba และ Inoue, 1992; Lee, 1994; Koshiba, Maruyama และ Hirayama; 1994; Alam และคณะ, 1994; Anderson และ Cendes, 1995; Tan และ Pan, 1995 งานวิจัยในช่วงระยะเวลา 6 ปีที่ผ่านมา มุ่งความสนใจไปที่การเสนอวิธีที่มีความสามารถในปัญหาได้หลายลักษณะ เช่น ท่อนำคลื่นที่มีภาคตัดขวางรูปทรงอิสระ มีการหักมุมของขอบเขตของตัวกลางหรือผนังท่อนำคลื่น รวมถึงวิธีที่ให้สมการเมตริกซ์ที่เป็นเมตริกซ์สปาร์ส และให้ค่าคงตัวเฟสเป็นค่าเจาะจงเมื่อระบุความถี่ที่ใช้งาน ตัวอย่างเช่น Koshiba และ Inoue (1992), Alam และคณะ (1994) ได้เสนอวิธีวิเคราะห์

ท่อนำคลื่นแสงที่เป็นแอนไอโซทรอปิกแนวทแยงโดยใช้สนามในแนวสัมผัส วิธีนี้ให้ค่าคงตัวเฟสเป็นค่าเจาะจงเมื่อระบุความถี่ที่ใช้งาน Koshiba และ Inoue ได้แสดงให้เห็นว่าวิธีนี้สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นที่มีการหักมุมของขอบเขตของตัวกลางได้โดยไม่ยากนัก

Lee (1994), Tan และ Pan (1995) ได้เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบไดอิเล็กตริกที่มีการสูญเสียโดยใช้สนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสและในแนวแกน วิธีนี้ให้สมการเมตริกซ์ที่เป็นเมตริกซ์สปาร์สให้ค่าคงตัวเฟสเป็นค่าเจาะจงเมื่อระบุความถี่ที่ใช้งาน

Anderson และ Cendes (1995) ได้เสนอวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นบรรจุด้วยเฟอร์ไรต์ที่ได้รับการไบแอสด้วยสนามแม่เหล็กสถิต (static magnetizing field) ในแนวขนาน และในแนวตามขวางกับทิศทางการแพร่กระจายของคลื่น โดยใช้สนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสและในแนวแกน

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์หลายวิธีได้เสนอขึ้นเพื่อวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายของท่อนำคลื่น ในงานวิจัยเหล่านั้นยังมีการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพในแต่ละวิธีไม่มากนัก เช่น เปรียบเทียบความสามารถในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิก เปรียบเทียบความแม่นของคำตอบที่ได้รับ และการใช้ตัวแปรไม่ทราบค่า ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงได้ศึกษาประสิทธิภาพของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกที่ไม่มีการสูญเสีย รวมถึงท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้ง ท่อนำคลื่นแบบไอโซทอรปิกไม่เอกพันธุ์ โดยเลือกศึกษาวิธีที่ใช้สนามแม่เหล็กหรือสนามไฟฟ้าเป็นพารามิเตอร์ จากกลุ่มของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ดังนี้

1. กลุ่มของวิธีที่ใช้สนาม 3 องค์ประกอบ และ 2 องค์ประกอบ ที่ใช้เงื่อนไขไดเวอร์เจนซ์เท่ากับศูนย์ในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม

2. กลุ่มของวิธีใช้เฉพาะสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัส หรือวิธีที่ใช้สนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสและในแนวแกน

3. กลุ่มของวิธีที่ใช้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

ซึ่งวิธีที่ได้เสนอไว้ในช่วงระยะเวลาประมาณ 10 ปี และมีการยอมรับอย่างกว้างขวาง (Silvester และ Pelosi, 1994) ที่ผู้เสนอวิทยานิพนธ์เลือกใช้เป็นตัวแทนในกลุ่มเหล่านี้ คือ

1. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็ก 3 องค์ประกอบ (Koshiba และคณะ, 1985ก)

2. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้า 3 องค์ประกอบ (Koshiba และคณะ, 1985ข)

3. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามแม่เหล็กตามขวาง 2 องค์ประกอบ (Hayata และคณะ, 1986)

4. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้าตามขวาง 2 องค์ประกอบ (Hayata, Eguchi และ Koshiba, 1989)

5. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสและในแนวแกน (Lee, 1994)

6. วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ใช้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กตามขวาง (Angkaew และคณะ, 1987)

โดยมีวัตถุประสงค์ วิธีดำเนินการ ขอบเขตของการวิจัย และประโยชน์ที่ได้จากการวิจัยดังนี้

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์แต่ละวิธีสำหรับวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแบบแอนไอโซทรอปิกที่ไม่มีการสูญเสีย

วิธีดำเนินการและขอบเขตของการวิจัย

วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ทั้ง 6 วิธีที่กล่าวมาจะได้รับการศึกษาประสิทธิภาพในการวิเคราะห์ตัวอย่างปัญหาท่อนำคลื่นที่ไม่มีการสูญเสีย โดยมีวิธีดำเนินการและขอบเขตของการวิจัยดังนี้

1. ตรวจสอบว่า วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ผู้วิจัยเสนอมานั้น สามารถวิเคราะห์ปัญหาท่อนำคลื่น 4 ประเภทต่อไปนี้ได้หรือไม่

1.1 ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธุ์

1.2 ท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้ง

1.3 ท่อนำคลื่นแบบดิสเพอร์ซีฟแอนไอโซทรอปิกแม่เหล็ก (dispersive magnetically anisotropic waveguide) ที่เทนเซอร์ความซาบซึมได้ $[\mu]$ อยู่ในรูปของ

$$[\mu]=\begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & \mu_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ \mu_{zx} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix}$$

1.4 ท่อนำแสงแบบแอนไอโซทรอปิกไฟฟ้า (electrically anisotropic optical waveguide) ที่เทนเซอร์สภาพยอม $[\varepsilon]$ อยู่ในรูปของ

$$[\varepsilon]=\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \text{ และ } [\varepsilon]=\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

ถ้าไม่สามารถวิเคราะห์ได้ จะสามารถปรับปรุงเพิ่มเติมได้หรือไม่ อย่างไร

2. เปรียบเทียบความแม่น (accuracy) ของค่า β/k_0 ที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เทียบกับผลเฉลยแม่นตรง (exact solution) ที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์ ในตัวอย่างปัญหาต่อไปนี้

2.1 ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธุ์ (inhomogeneous isotropic waveguide) ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยไดอิเล็กตริก (dielectric-loaded waveguide)

2.2 ท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้ง ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือ ท่อนำคลื่นกลวงที่มีภาคตัดขวางรูปทรงกลม (hollow circular waveguide)

2.3 ท่อนำคลื่นแบบดิสเพอร์ซีฟแอนไอโซทรอปิกแม่เหล็ก ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคือท่อนำคลื่นบรรจุด้วยเฟอร์ไรต์ (ferrite-loaded waveguide)

การศึกษาความแม่นของผลเฉลยที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์จะอยู่บนข้อกำหนดดังนี้

ก. ใช้เมช (mesh) ของอีลีเมนต์และหมายเลขโนด (node numbering) แบบเดียวกัน

ข. ใช้รูทีน (routine) ในการคำนวณค่าเจาะจงจากเมตริกซ์เจาะจงเดียวกัน

ค. ผู้เสนอวิทยานิพนธ์ได้เขียนโปรแกรมขึ้นเองทั้งหมด โดยใช้ภาษาการคำนวณแมทแล็บ 4.2c1 (MATLAB 4.2c1) บนคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer) เดียวกัน

3. วิเคราะห์เปรียบเทียบการลู่เข้า (convergence) ผลเฉลยแม่นตรงของผลเฉลยที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ โดยใช้ตัวอย่างปัญหาและแนวทางในการศึกษาเช่นเดียวกับขั้นตอนที่ 2

4. วิเคราะห์เปรียบเทียบจำนวนตัวแปรไม่ทราบค่าของเมตริกซ์เจาะจง ซึ่งเป็นตัวกำหนดขนาดของหน่วยความจำและเวลาที่ใช้ในการประมวลผล

5. วิเคราะห์ เปรียบเทียบความสามารถในการกำจัดผลเฉลยปลอมเทียม

6. วิเคราะห์เปรียบเทียบความสปาร์สของเมตริกซ์ในสมการของปัญหาค่าเจาะจง

7. สรุปผล

8. เขียนและพิมพ์วิทยานิพนธ์

ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย

1. ทราบถึงประสิทธิภาพของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ในแต่ละวิธี

2. สามารถเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมกับแต่ละปัญหาของท่อนำคลื่นได้

เนื้อหาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ ส่วนแรกคือบทที่ 2 ถึงบทที่ 7 เป็นการกล่าวถึงวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์แต่ละวิธี ตรวจสอบความสามารถในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแอนไอโซทรอปิก ท่อนำคลื่นที่มีขอบเขตเป็นผิวโค้ง ท่อนำคลื่นแบบไอโซทรอปิกไม่เอกพันธุ์ และถ้าวิธีผู้วิจัยเสนอนั้นไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาที่กล่าวมา ผู้เสนอวิทยานิพนธ์จะเสนอวิธีการปรับปรุงเท่าที่สามารถจะกระทำได้ ส่วนที่สองคือบทที่ 8 เป็นการเปรียบเทียบตามขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 6 และส่วนที่สามบทที่ 9 เป็นส่วนของการสรุปผลและข้อเสนอแนะ

หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย