

แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในชุดดินกำแพงแสน

นายสัจชัย ภูเงิน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

MATHEMATICAL MODEL OF WATER TRANSPORT
IN KAMPHAENG SAEN SOIL SERIES

Mr. Sunchai Phungern

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Computational Science

Department of Mathematics and Computer Science

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในชุด ดินกำแพงแสน
โดย	นายสัญญา ภูเงิน
สาขาวิชา	วิทยาการคอมพิวเตอร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ สุชาดา ศิริพันธุ์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	รองศาสตราจารย์ ดร.จักษุ อัครวานันท์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ หารหนองบัว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อนุสรณ์ ชนวีระยุทธ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ สุชาดา ศิริพันธุ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.จักษุ อัครวานันท์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.คำรณ เมฆฉาย)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.พูนพิภพ เกษมทรัพย์)

สัญญา ภู่งเงิน : แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในชุดดิน
 กำแพงแสน. (MATHEMATICAL MODEL OF WATER TRANSPORT IN
 KAMPHAENG SAEN SOIL SERIES) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.สุชาติ ศิริ
 พันธุ์, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : รศ. ดร.จักร์ อัครวานันท์, 69 หน้า.

การเคลื่อนที่ของน้ำในดินสามารถเคลื่อนที่ได้ทุกทิศทาง โดยจะเคลื่อนที่จากบริเวณที่
 มีความชื้นสูงไปสู่บริเวณที่มีความชื้นต่ำ การเคลื่อนที่ของน้ำมีความแตกต่างกันอยู่กับความ
 หนาแน่นของดิน ความชื้นเมื่อดินอิ่มตัว และสภาพการนำน้ำของดิน งานวิจัยนี้ได้นำเอาปัจจัย
 เหล่านี้มาเป็นตัวแปรในการทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลการเปลี่ยนแปลงของระดับความชื้น
 ในดิน นำมาใช้เพื่อสร้างแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในดินด้วย
 สมการ Richard's equation กำหนดให้ดินมีสภาพเสถียรและมีเนื้อเดียวกัน โดยไม่พิจารณา
 การระเหยของน้ำในดิน ซึ่งผลที่ได้จากแบบจำลองสามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำได้ดี

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ ลายมือชื่อนิสิต.....
 สาขาวิชา วิทยาการคณนา..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
 ปีการศึกษา 2554..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม.....

5172490123 : MAJOR COMPUTATIONAL SCIENCE

KEYWORDS : Water Transportation / Mathematical Model

SUNCHAI PHUNGERN : MATHEMATICAL MODEL OF WATER TRANSPORT IN
KAMPHAENG SAEN SOIL SERIES. ADVISOR : ASSOC. PROF. SUCHADA
SIRIPANT, COADVISOR : ASSOC. PROF. JACK ASAVANANT, PH.D., 69 pp.

Water can be transported in every direction. Water is transported in soil from high to low moisture level. The amount of water transportation in soil depends on soil density, soil moisture at saturated level and hydraulic conductivity. This research uses these properties as parameters for collecting the level of soil moisture in every time step. These data will be used in Richard's equation to explain the water transportation starting from the soil stability, homogeneous and isotropic conditions and ignoring the evaporation. The result from the model can be explained the water transportation well.

Department : <u>Mathematics and Computer Science</u>	Student's Signature
Field of Study : <u>Computational Science</u>	Advisor's Signature
Academic Year : <u>2011</u>	Co-advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงอย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาช่วยเหลืออย่างดียิ่ง จาก รองศาสตราจารย์ สุชาดา ศิริพันธ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และ รองศาสตราจารย์ ดร. จักร์ อัสวานันท์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งตลอดระยะเวลาการทำวิจัย รวมทั้งช่วยตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จึงขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงมา ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ ที่ได้ถ่ายทอดความรู้อย่างเต็มที่ รวมทั้งเสียสละเวลาให้คำแนะนำแก่ผู้ทำวิจัย และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนุสรณ์ ชนวีระยุทธ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.คำรณ เมฆฉาย และ รองศาสตราจารย์ ดร.พูนพิภพ เกษมทรัพย์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จด้วยดี

ขอขอบคุณทุนอุดหนุนในการจัดซื้อเครื่องมือวิทยาศาสตร์สำหรับการทดลองโดย วิทยานิพนธ์สำหรับนิสิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่สนับสนุนทุนในการวิจัยต่างๆ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. วิสุทธิ วีรสาร ที่ให้ความรู้ คำปรึกษา คำแนะนำและความช่วยเหลืออย่างยิ่งในการทำการทดลอง นิสิตและเจ้าหน้าที่ห้องปฏิบัติการฟิสิกส์ของดินและเจ้าหน้าที่ทุกท่านในภาควิชาปฐพีวิทยา คณะเกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน ที่ให้ความช่วยเหลือและคำปรึกษาในการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณ ทุกคนในครอบครัว ที่คอยช่วยเหลือ ให้กำลังใจและสนับสนุนในด้านต่างๆอย่างดีตลอดมาจนวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบคุณ เพื่อนร่วมรุ่น และพี่ๆ น้องๆ สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์และศูนย์วิจัย AVIC ทุกคนสำหรับกำลังใจ คำปรึกษาและคำแนะนำอันเป็นประโยชน์ตลอดการทำงานวิจัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฅ
บทที่	
1. บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	1
ขอบเขตของการวิจัย.....	1
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
วิธีดำเนินการวิจัย.....	2
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
แนวคิดและทฤษฎี.....	3
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
3. ทฤษฎีพื้นฐาน.....	5
3.1 คุณสมบัติต่างๆ ของดิน.....	5
3.2 กฎของดาร์ซี	6
3.3 สภาพการนำน้ำของดิน	7
3.3.1 สภาพการนำน้ำของดินที่อิ่มตัว.....	7
3.3.2 สภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัว.....	7
3.4 ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่.....	8
3.5 การเคลื่อนที่ของน้ำในดิน.....	8
3.6 การหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอย.....	10
3.6.1 Levenberg-Marquardt method.....	11
3.7 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข.....	13
3.7.1 สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยพาราโบลา.....	13

บทที่	หน้า
3.7.2 ระเบียบวิธีผลต่างอันตัดแฉ่ง.....	14
4. การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	16
4.1 การเก็บข้อมูล.....	16
4.1.1 การทดลองหาคุณสมบัติพื้นฐานของดิน.....	16
4.1.1.1 การหาความหนาแน่นของดิน.....	16
4.1.1.2 การหาความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว.....	19
4.1.1.3 การหาสภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัว.....	20
4.1.2 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรง ขันชลศาสตร์ของดิน.....	24
4.1.3 การทดลองหาความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ทุกจุดในเวลาต่างๆ กัน.....	26
4.2 การหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตร ของดินกับค่าแรงขันชลศาสตร์ของดิน.....	29
4.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน.....	30
4.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว และ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว.....	33
4.5 การสร้างภาพนามธรรม.....	35
5. สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	36
5.1 ผลการทดลองหาคุณสมบัติพื้นฐานของดิน.....	36
5.2 แบบจำลองความชื้นโดยปริมาตรของดินที่สัมพันธ์กับค่าแรงขันความดันของดิน....	36
5.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน.....	38
5.4 ผลการสร้างภาพนามธรรม.....	44
5.5 สรุปผลการวิจัย.....	45
5.6 ข้อเสนอแนะ.....	45
รายการอ้างอิง.....	46
ภาคผนวก.....	48
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	59

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
3.1	รูปแสดงค่าแรงขับเคลื่อนของดินรวม.....	6
3.2	รูปแสดงปริมาตรของดินที่มีหน้าตัดขนาดเล็ก.....	9
4.1	รูปแสดงปริมาตรรวมของดิน.....	17
4.2	รูปแสดงการทดลองหาความหนาแน่นของอนุภาคดิน.....	18
4.3	รูปแสดงการทดลองหาความหนาแน่นของอนุภาคดินรวม.....	19
4.4	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระหว่างเวลา (t) กับ $\ln\left[\frac{H_0}{H}\right]$	22
4.5	รูปแสดงการทดลองหาสภาพการนำน้ำของดินอิมตัว.....	23
4.6	รูปแสดงการบรรจุดินลงในเครื่องอัดแรงดัน.....	24
4.7	รูปแสดงเครื่องอัดแรงดัน.....	25
4.8	รูปแสดงเครื่องอบดิน.....	25
4.9	รูปแสดงตัวอย่างดินที่ผ่านการบดและร่อนผ่านตะแกรงร่อนขนาด 2 มิลลิเมตร	26
4.10	รูปแสดงกล่องบรรจุดินเมื่อใส่ตัวอย่างดินลงไปแล้ว.....	27
4.11	การหยดน้ำลงบนตัวอย่างดิน.....	27
4.12	การตัดดินเพื่อนำไปหาค่าความชื้นโดยปริมาตร.....	28
4.13	ตัวอย่างดินนำไปอบแห้งแล้ว.....	29
4.14	กราฟแสดงความสัมพันธ์ความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิมตัวกับความลึก	33
4.15	กราฟแสดงความสัมพันธ์สภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิมตัวกับความลึก.....	33
4.16	กราฟแสดงความสัมพันธ์ค่าพารามิเตอร์ a กับระยะตามแนวแกน x	34
4.17	กราฟแสดงความสัมพันธ์ค่าพารามิเตอร์ c กับระยะตามแนวแกน x	34
4.18	รูปแสดงพื้นที่เปียกน้ำของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน.....	35
5.1	กราฟแสดงแบบจำลองความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนของดิน.....	37
5.2	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -4.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่าง ๆ.....	39
5.3	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -1.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่าง ๆ.....	39

5.4	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 1.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่างๆ	40
5.5	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 4.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่างๆ	40
5.6	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -4.5, z = 4.5$ ที่เวลา ต่างๆ.....	40
5.7	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -1.5, z = 4.5$ ที่เวลา ต่างๆ.....	41
5.8	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 1.5, z = 4.5$ ที่เวลาต่างๆ	41
5.9	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 4.5, z = 4.5$ ที่เวลาต่างๆ	41
5.10	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการ ทดลองที่เวลา 30 นาที ค่าความคลาดเคลื่อน 0.001 เปอร์เซ็นต์.....	42
5.11	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการ ทดลองที่เวลา 1 ชั่วโมง ค่าความคลาดเคลื่อน 2.74 เปอร์เซ็นต์.....	42
5.12	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการ ทดลองที่เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที ค่าความคลาดเคลื่อน 0.72 เปอร์เซ็นต์.....	43
5.13	กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการ ทดลองที่เวลา 2 ชั่วโมง ค่าความคลาดเคลื่อน 1.04 เปอร์เซ็นต์.....	43
5.14	ภาพนามธรรมจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของ สารละลายในดิน.....	44

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ประเทศไทย เป็นประเทศกสิกรรม ประชากรส่วนใหญ่มีอาชีพทางการเกษตร โดยการปลูกพืชนั้น พืชต้องการอาหารไปเลี้ยงส่วนต่างๆ โดยอาหารจะได้มาจากแร่ธาตุต่างๆที่อยู่ในดิน ซึ่งส่วนใหญ่ได้มาจากน้ำและปุ๋ยที่ใส่ลงในดินที่เพาะปลูก โดยพืชจะดูดซึมอาหารและน้ำได้จากราก จึงควรให้น้ำและปุ๋ยในบริเวณที่รากสามารถดูดซึมได้ เพื่อไม่ให้สิ้นเปลืองการใช้น้ำและปุ๋ย ดังนั้นในงานวิจัยนี้มุ่งเน้นที่จะศึกษาการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการอธิบายการให้น้ำและปุ๋ยให้ได้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยจากการศึกษางานวิจัยด้านต่างๆ การเคลื่อนที่ของน้ำในดินเป็นการเคลื่อนที่แบบการแพร่ซึ่งใช้ความชื้นในดินเป็นตัววัดการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน โดยมีปัจจัยต่างๆที่ส่งผลกับการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน เช่น ความหนาแน่นของดิน ชนิดของดิน สภาพการนำน้ำของดิน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยมีดังนี้

1. เพื่อหาแบบจำลองที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน และความชื้นโดยปริมาตรของดิน
2. เพื่อหาแบบจำลองที่สามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน ที่เวลาต่าง ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ดินที่ใช้เป็นดินร่วนปนทรายที่มีความลึก 30 เซนติเมตร มีพื้นที่หน้าตัดกว้าง 4.56 เซนติเมตรและยาว 30 เซนติเมตร
2. ดินที่ใช้มีอนุภาคเท่ากันและมีคุณสมบัติเหมือนกัน

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

แบบจำลองที่อธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในดินในทุกทิศทางและที่เวลาต่างๆ เพื่อสามารถใช้วางแผนการใช้น้ำหรือให้ปุ๋ยในการเพาะปลูกพืช เพื่อให้ใช้ทรัพยากรอย่างคุ้มค่าที่สุด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน สมบัติต่างๆ ของดิน ค่าการนำน้ำของดิน ค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินและความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินกับความชื้นโดยปริมาตรของดิน
2. ทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลสมบัติต่างๆ ของดิน และเก็บข้อมูลความชื้นโดยปริมาตรของดินด้วยค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินในระดับต่างๆ และเก็บข้อมูลความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ไหลผ่านดินทุกจุดทุก 30 นาที เพื่อนำมาวิเคราะห์หาแบบจำลองที่เหมาะสม
3. สร้างสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินกับความชื้นโดยปริมาตรของดิน
4. ทำการจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน และทำการทดสอบเปรียบเทียบกับข้อมูลจากการทดลอง
5. สรุปผล และจัดทำรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์เล่มนี้ แบ่งออกเป็น 5 บท โดยบทที่ 2 กล่าวถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในงานวิจัย บทที่ 4 กล่าวถึงการทดลองและการสร้างแบบจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน บทที่ 5 กล่าวถึงผลการวิจัย สรุปผล และข้อเสนอแนะของงานวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แนวคิดและทฤษฎี

การให้น้ำและปุ๋ยเป็นต้นทุนหลักในการทำการเกษตร ซึ่งพืชสามารถดูดซึมน้ำและปุ๋ยในดินได้เฉพาะบริเวณราก ดังนั้นจึงควรให้น้ำและปุ๋ยในบริเวณรากที่พืชสามารถดูดซึมน้ำได้เท่านั้นเพื่อลดต้นทุนทางการเกษตร และเพื่อใช้ทรัพยากรทางธรรมชาติอย่างคุ้มค่าที่สุด งานวิจัยนี้ศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในทุกทิศทางและที่เวลาต่างๆ ซึ่งสามารถนำไปอธิบายการให้น้ำแก่พืชในปริมาณที่พอเหมาะและอยู่ในบริเวณที่พืชสามารถดูดซึมน้ำได้ดี

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี 1976 Yechezkel Mualem [9] ได้สร้างแบบจำลองเพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวเทียบกับความชื้นโดยปริมาตรของดิน และหาสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัวและหาค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในแบบจำลองจากสมการความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนของดินและนำแบบจำลองมาเปรียบเทียบกับ 45 ตัวอย่างดิน

ในปี 1980 Van Genuchten [4] ได้นำการหาค่าพารามิเตอร์จากแบบจำลองเพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวเทียบกับความชื้นโดยปริมาตรของดินของ Mualem [9] และ Burdine [3] มาปรับใช้กับแบบจำลองของ Brooks และ Corey [7] ทำให้ได้แบบจำลองเพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวเทียบกับความชื้นโดยปริมาตรของดินที่เหมาะสมสำหรับดินที่มีความชื้นโดยปริมาตรน้อย

ในปี 1998 F. Somma, J.W. Hopmans และ V. Clausnitzer [1] ได้สร้างแบบจำลองของการเคลื่อนที่ของน้ำในดินในสามมิติที่สัมพันธ์กับแบบจำลองของการเคลื่อนที่ของน้ำในดินและแบบจำลองของการเจริญเติบโตของรากพืช โดยพิจารณาถึงการเคลื่อนที่ของธาตุอาหารไปพร้อมกับน้ำที่เคลื่อนที่ในดินและปริมาณน้ำและธาตุอาหารที่พืชดูดซึมน้ำผ่านรากและจากการศึกษาได้ผลว่าพืชสามารถดูดซึมน้ำและธาตุอาหารได้ดีในบริเวณชั้นบนของดินและบริเวณรากอ่อนเท่านั้น

ในปี 1999 Shashi Mathur และ Sandhya Rao [8] ได้สร้างแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการดูดซึมน้ำของรากพืชโดยเริ่มต้นจากสมการของริชาร์ด (Richard's equation) และเพิ่มการดูดซึมน้ำของรากพืชลงไป ซึ่งได้นำสมการของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวของ

Mualem มาใช้ในสมการของ Richard และได้นำมาใช้เปรียบเทียบกับข้อมูล 4 แบบ แบบแรกใช้กับดินร่วนปนทรายซึ่งมีอัตราการซึมของน้ำคงที่โดยยังไม่พิจารณาการดูดซึมน้ำของรากพืช แบบที่สองใช้กับดินที่มีค่าค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินคงที่โดยยังไม่พิจารณาการดูดซึมน้ำของรากพืช แบบที่สามใช้กับดินที่มีชั้นสลับกันระหว่างดินทรายและดินเหนียวโดยยังไม่พิจารณาการดูดซึมน้ำของรากพืช และแบบสุดท้ายพิจารณาการดูดซึมน้ำของรากพืชในดิน ได้ผลว่ารากของพืชจะดูดซึมน้ำที่ดินระดับชั้นบนเป็นส่วนใหญ่

ในปี 2008 P.R. Bhatnagar และ H.S. Chauhan [5] ได้ศึกษาแบบจำลองของการเคลื่อนที่ของน้ำในดินโดยใช้สมการของริชาร์ด (Richard's equation) และกฎของดาร์ซี (Darcy's law) เป็นสมการเริ่มต้นและนำมาแปลงพิกัดจากระบบพิกัดฉากเป็นพิกัดทรงกลมเพื่อให้ง่ายต่อการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ ซึ่งแก้สมการเชิงอนุพันธ์ด้วยวิธี alternating direction implicit finite difference โดยได้ทำการทดลองที่อัตราการให้น้ำที่ต่าง ๆ กัน ได้ผลว่าที่อัตราการให้น้ำที่ต่างกันทำให้เกิดวงน้ำที่ผิวขนาดต่างการจึงทำให้การเคลื่อนที่ของน้ำในดินมีลักษณะที่ต่างกัน

บทที่ 3

ทฤษฎีพื้นฐาน

ในการศึกษาการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน จำเป็นต้องทราบคุณสมบัติต่างๆ ของดินเช่น ความหนาแน่นของดิน ความหนาแน่นของน้ำ ความชื้นโดยปริมาตรของดินขณะที่ดินอิ่มตัว ความชื้นโดยปริมาตรของดินเริ่มต้น สภาพการนำน้ำของดินขณะที่ดินอิ่มตัว และความสัมพันธ์ระหว่างสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวเทียบกับความชื้นโดยปริมาตรของดิน เพื่อนำมาเป็นปัจจัยในการพิจารณาสมการการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน และแก้สมการการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน ด้วยระเบียบวิธีการเชิงตัวเลข

3.1 คุณสมบัติต่างๆ ของดิน

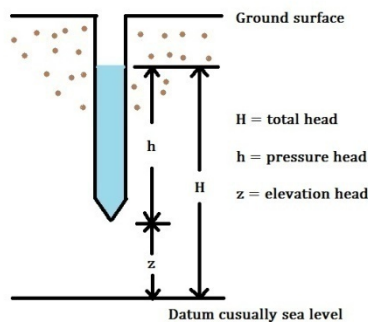
ความหนาแน่น (density, ρ) คืออัตราส่วนของมวลของวัตถุนั้นต่อหน่วยปริมาตรมีหน่วยเป็นกรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร กล่าวคือเมื่อวัตถุมีความหนาแน่นมากจะมวลมากกว่าวัตถุที่มีความหนาแน่นน้อยเมื่อมีปริมาตรที่เท่ากัน ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\rho = \frac{M}{V}$$

ความชื้นในดิน (soil water content, θ) สามารถแสดงได้หลายรูปแบบทั้งแบบความชื้นโดยมวล (mass water content, θ_m) มีหน่วยเป็นกรัมของดินต่อกรัมของน้ำและแบบความชื้นโดยปริมาตร (volume water content, θ_v) มีหน่วยเป็นปริมาตรของดินต่อปริมาตรของน้ำ แต่ในที่นี้จะแสดงในแบบความชื้นโดยปริมาตรเพื่อให้หน่วยตรงกับสมการการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน ซึ่งหมายถึง อัตราส่วนระหว่างปริมาตรของน้ำ (V_w) ต่อปริมาตรของดิน (V_s)

$$\theta_v = \frac{V_w}{V_s}$$

ค่าแรงขับเคลื่อนของดินรวม (total head, H) คือความสูงรวมของของเหลวที่จะทำให้เกิดแรงดันบนผิวหน้าตัดดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร สามารถเขียนอยู่ในรูปของค่าแรงขับเคลื่อนของดิน (pressure head, h) โดยแสดงได้ดังรูปที่ (3.1)



รูปที่ 3.1 แสดงค่าแรงขับเคลื่อนของดินรวม

$$H = h + z \quad (3.1)$$

เมื่อ h คือ ค่าแรงขับเคลื่อนของดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

z คือ ระยะระหว่างจุดที่เกิดแรงดันถึงระดับน้ำทะเล

ค่าแรงขับเคลื่อนของดิน (pressure head, h) คือความสูงของของเหลวที่จะทำให้เกิดแรงดันบนผิวหน้าตัดดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$h = \frac{P}{\rho_w g}$$

เมื่อ P คือ แรงดันมีหน่วยเป็นนิวตันต่อตารางเซนติเมตร

ρ_w คือ ความหนาแน่นของน้ำมีหน่วยเป็นกรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร

g คือ ค่าแรงโน้มถ่วงของโลกมีหน่วยเป็นเซนติเมตรต่อวินาที²

3.2 กฎของดาร์ซี

กฎของดาร์ซี (Darcy's law) เป็นสมการที่แสดงอัตราการไหลของน้ำผ่านดิน ซึ่ง เฮนรี ดาร์ซี (Henri Darcy) เป็นคนคิดค้นขึ้นโดยมีรูปแบบดังนี้

$$q = -K \frac{\partial H}{\partial z} \quad (3.2)$$

เมื่อ q คือ อัตราการไหลของน้ำผ่านดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตรต่อชั่วโมง

∂H คือ ค่าแรงขับเคลื่อนของดินรวมมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

∂z คือ ระยะการเคลื่อนที่ของน้ำในดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

K คือ สภาพการนำน้ำของดินมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อตารางเซนติเมตรของดินต่อชั่วโมง

3.3 สภาพการนำน้ำของดิน

สภาพการนำน้ำของดิน (Hydraulic conductivity, K) คือปริมาณน้ำที่สามารถไหลผ่านหน้าตัดดินในหนึ่งหน่วยเวลา มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อตารางเซนติเมตรของดินต่อชั่วโมง แบ่งได้เป็นสองชนิดคือสภาพการนำน้ำของดินที่อิ่มตัวและสภาพการนำน้ำของดินที่ไม่อิ่มตัว สามารถอธิบายได้ดังนี้

3.3.1 สภาพการนำน้ำของดินขณะที่ดินอิ่มตัว

สภาพการนำน้ำของดินที่อิ่มตัว (Hydraulic conductivity of saturated soils, K_s) คือ อัตราการเคลื่อนที่ของน้ำผ่านหน้าตัดของดินเมื่อดินอิ่มตัวมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อตารางเซนติเมตรของดินต่อชั่วโมง โดยดินที่อิ่มตัวคือดินที่มีน้ำอยู่เต็มช่องว่างในดิน สามารถอธิบายด้วยกฎของดาร์ซี (Darcy's law) ดังนี้

$$q = -K_s \frac{\Delta H}{\Delta z}$$

เมื่อ q คือ อัตราการไหลของน้ำผ่านดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตรต่อชั่วโมง

ΔH คือ ความแตกต่างของค่าแรงขับเคลื่อนของดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

Δz คือ ระยะการเคลื่อนที่ของน้ำในดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

3.3.2 สภาพการนำน้ำของดินขณะที่ดินไม่อิ่มตัว

สภาพการนำน้ำของดินที่ไม่อิ่มตัว (Hydraulic conductivity of unsaturated soils, K) คืออัตราการไหลของน้ำผ่านหน้าตัดของดินเมื่อดินไม่อิ่มตัวมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อตารางเซนติเมตรของดินต่อชั่วโมง จะสัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน งานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองของ Brooks และ Corey โดยมีรูปแบบดังนี้

$$K(\theta) = K_s \left[\frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \right]^{2n-1} \quad (3.3)$$

เมื่อ θ_r คือ ความชื้นโดยปริมาตรของดินที่มีอยู่เดิม

θ_s คือ ความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว

K_s คือ สภาพการนำน้ำของดินที่อิ่มตัว

n คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของดินที่ขึ้นกับช่องว่างในดิน

การหาค่าค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ในแบบจำลองของ Brooks และ Corey สามารถหาได้จากแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินของ Mualem ดังนี้

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1 + (\alpha h)^n]^m} \quad (3.4)$$

เมื่อ h คือ ค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

α คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของดินที่เป็นส่วนกลับของอัตราการดูดอากาศของดิน

m คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของดินโดย Mualem กำหนดให้ $m = 1 - \frac{1}{n}$

3.4 ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่

ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ (soil water diffusivity, D) คือความสามารถในการแพร่ของน้ำในดินมีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตรต่อชั่วโมง งานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองของ Brooks และ Corey โดยมีรูปแบบดังนี้

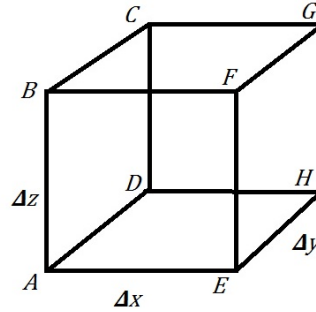
$$D(\theta) = K \frac{\partial h}{\partial \theta} = \frac{K_s}{\alpha(n-1)(\theta_s - \theta_r)} \left[\frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \right]^{2+1/(n-1)} \quad (3.5)$$

3.5 การเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

การเคลื่อนที่ของน้ำในดินในงานวิจัยนี้ได้แนวคิดมาจากสมการของริชาร์ด (Richard's equation) ซึ่งเริ่มอธิบายจากกฎการอนุรักษ์มวลโดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\text{ปริมาณน้ำที่ไหลเข้า} - \text{ปริมาณน้ำที่ไหลออก} = \text{ปริมาณน้ำที่เพิ่มขึ้นในดิน} \quad (3.6)$$

โดยพิจารณาให้ปริมาตรของดินมีหน้าตัด $\Delta x \Delta y \Delta z$ ขนาดเล็กดังรูป



รูปที่ 3.2 แสดงปริมาตรของดินที่มีหน้าตัดขนาดเล็ก

พิจารณาปริมาณน้ำที่ไหลเข้าหน้าตัด $ABCD$ เท่ากับ $q_x(x, y, z, t) \Delta y \Delta z \Delta t$

พิจารณาปริมาณน้ำที่ไหลออกหน้าตัด $EFGH$ เท่ากับ $q_x(x + \Delta x, y, z, t) \Delta y \Delta z \Delta t$

พิจารณาปริมาณน้ำที่ไหลเข้าหน้าตัด $CGHD$ เท่ากับ $q_y(x, y, z, t) \Delta x \Delta z \Delta t$

พิจารณาปริมาณน้ำที่ไหลออกหน้าตัด $BFEA$ เท่ากับ $q_y(x, y + \Delta y, z, t) \Delta x \Delta z \Delta t$

พิจารณาปริมาณน้ำที่ไหลเข้าหน้าตัด $CGFB$ เท่ากับ $q_z(x, y, z, t) \Delta x \Delta y \Delta t$

พิจารณาปริมาณน้ำที่ไหลออกหน้าตัด $DHEA$ เท่ากับ $q_z(x, y, z + \Delta z, t) \Delta x \Delta y \Delta t$

พิจารณาปริมาณน้ำที่เพิ่มขึ้นในดินจะเท่ากับ

$$\theta(x, y, z, t + \Delta t) \Delta x \Delta y \Delta z - \theta(x, y, z, t) \Delta x \Delta y \Delta z$$

ดังนั้นสมการ (3.6) สามารถเขียนได้ดังนี้โดยทำการทั้งสองฝั่งด้วย $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$

$$\begin{aligned} - \left[\frac{q_x(x + \Delta x, y, z, t) - q_x(x, y, z, t)}{\Delta x} + \frac{q_y(x, y + \Delta y, z, t) - q_y(x, y, z, t)}{\Delta y} \right. \\ \left. + \frac{q_z(x, y, z + \Delta z, t) - q_z(x, y, z, t)}{\Delta z} \right] = \frac{\theta(x, y, z, t + \Delta t) - \theta(x, y, z, t)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.7)$$

พิจารณาลิมิต $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$, $\Delta z \rightarrow 0$ และ $\Delta t \rightarrow 0$ จากสมการที่ (3.7) จะได้

$$- \left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.8)$$

จากกฎของดาร์ซี (Darcy's law) จะได้สมการอัตราการไหลของน้ำผ่านดินในแต่ละแกน ดังนี้

$$q_x = -K \frac{\partial H}{\partial x} \quad q_y = -K \frac{\partial H}{\partial y} \quad q_z = -K \frac{\partial H}{\partial z} \quad (3.9)$$

แทนสมการที่ (3.9) ลงในสมการที่ (3.8) จะได้จะได้รูปแบบสมการดังนี้

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial H}{\partial z} \right) \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.10)$$

ค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินรวม (total head, H) สามารถเขียนอยู่ในรูปของค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน (pressure head, h) ดังสมการที่ (3.1) นำมาแทนลงในสมการที่ (3.10) จะได้สมการดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.11)$$

ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ (diffusivity, D) มีความสัมพันธ์กับความขึ้นโดนปริมาตรของดิน ดังนี้ จากแบบจำลองของของ Brooks และ Corey ในสมการที่ (3.5)

แทนสมการ (3.5) ลงในสมการ (3.11) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.12)$$

ในงานวิจัยนี้ใช้สมการการเคลื่อนที่ของน้ำในดินจากสมการที่ (3.12) มาใช้เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในดินโดยการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

3.6 การหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอย

จากสมการที่ (3.12) จำเป็นต้องทราบพารามิเตอร์ของแบบจำลองของสภาพการนำน้ำ ขณะที่ดินไม่อิ่มตัวและแบบจำลองของค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ ซึ่งพารามิเตอร์ต่างๆ นั้นสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ระหว่างความขึ้นโดนปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินสมการที่ (3.4)

การหาค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถอยของสมการที่ (3.4) กำหนดให้ θ เป็นตัวแปรตาม และ h เป็นตัวแปรอิสระ และทำการประมาณค่าของ θ, α, n ซึ่งค่าคงตัวเหล่านี้จะเรียกว่าพารามิเตอร์การถดถอย และสำหรับวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถอยนั้น ในงานวิจัยนี้ใช้วิธี Levenberg-Marquardt ในการหา

3.6.1 Levenberg-Marquardt method

วิธี Levenberg-Marquardt มีวิธีการดังนี้ ให้ข้อมูลจำนวน n จุด (x_i, y_i) เมื่อ $i = 1, 2, \dots, n$ โดยมีพารามิเตอร์ที่ต้องการหา m ตัวคือ a_j เมื่อ $j = 1, 2, \dots, m$ เพื่อหาสมการถดถอยที่แทนความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ x และตัวแปรตาม y จากสมการ

$$y = y(x_i; a) \quad (3.13)$$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ a ในสมการที่ (3.13) แล้วนำมาเปรียบเทียบกับข้อมูล y_i จึงเกิดความคลาดเคลื่อนดังนี้

$$d(x_i) = y_i - y(x_i; a) \quad (3.14)$$

ขั้นตอนในการหาสมการถดถอยนี้เริ่มจากหาความคลาดเคลื่อน E จากข้อมูล n จุดตามรูปแบบดังนี้

$$E(a) = \sum_{i=1}^n [d(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - y(x_i; a)]^2 \quad (3.15)$$

โดย y_i เป็นตัวแปรตามที่ได้จากข้อมูลตัวที่ i

x_i เป็นตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลตัวที่ i

y เป็นตัวแปรตามที่ได้จากสมการถดถอยจากตัวพารามิเตอร์ a

a เป็นพารามิเตอร์จากสมการถดถอย

เขียนฟังก์ชันความคลาดเคลื่อน $E(a)$ ให้อยู่ในรูปของพหุนามเทย์เลอร์อันดับที่สองได้ดังนี้

$$E(a_{n+1}) = E(a_n) + \nabla E(a_n)^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2} (a_{n+1} - a_n)^T \cdot \nabla^2 E(a_n) \cdot (a_{n+1} - a_n) \quad (3.16)$$

$$\text{โดย } \nabla E(a_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_{1n}} \\ \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_{2n}} \\ \vdots \\ \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_{mn}} \end{bmatrix}$$

$$\nabla^2 E(a_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n} \partial a_{1n}} & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n} \partial a_{2n}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n} \partial a_{mn}} \\ \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n} \partial a_{1n}} & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n} \partial a_{2n}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n} \partial a_{mn}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn} \partial a_{1n}} & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn} \partial a_{2n}} & \dots & \frac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn} \partial a_{mn}} \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ (3.16) นำมาเขียนให้อยู่ในรูปเกรเดียนเวกเตอร์ (gradient vector, \vec{g}) และ เฮสเซียนเมตริกซ์ (hessian matrix, \tilde{H}) ได้ดังนี้

$$E(a_{n+1}) = E(a_n) + \vec{g}^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2} (a_{n+1} - a_n)^T \cdot \tilde{H} \cdot (a_{n+1} - a_n) \quad (3.17)$$

เมื่อ \vec{g} เป็นเวกเตอร์อนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของ $E(a)$

\tilde{H} เป็นเมตริกซ์อนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของ $E(a)$

ในการหาค่าพารามิเตอร์ a นั้นทำได้โดยการหาอนุพันธ์เทียบกับ a_n ได้ดังนี้

$$\frac{\partial E(a_{n+1})}{\partial a_n} = \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} + \frac{\partial \vec{g}^T \cdot (a_{n+1} - a_n)}{\partial a_n} + \frac{1}{2} \frac{\partial (a_{n+1} - a_n)^T \cdot \tilde{H} \cdot (a_{n+1} - a_n)}{\partial a_n}$$

$$0 = \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} - \vec{g}^T - \tilde{H} \cdot (a_{n+1} - a_n)$$

พิจารณาจุดที่ความคลาดเคลื่อน $E(a_n)$ น้อยมากจะได้ $\frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} = 0$

$$0 = -\vec{g}^T - \tilde{H} \cdot (a_{n+1} - a_n)$$

$$a_{n+1} = a_n - \tilde{H}^{-1} \bar{g} \quad (3.18)$$

จากสมการที่ (3.18) จะเห็นได้ว่า $\tilde{H}^{-1} \bar{g}$ คือขนาดการเปลี่ยนแปลง (Step size) ของพารามิเตอร์ a ในแต่ละรอบการทำซ้ำ เพื่อลดจำนวนรอบการทำซ้ำ Levenberg-Marquardt ได้เสนอให้เปลี่ยน $\tilde{H}^{-1} \bar{g}$ เป็น $(\tilde{H} + \lambda I)^{-1} \bar{g}$ เมื่อค่า λ มากจะทำให้ขนาดการเปลี่ยนแปลงน้อย เมื่อค่า λ น้อยจะทำให้ขนาดการเปลี่ยนแปลงมาก ซึ่งสามารถเขียนสมการ (3.18) ได้ใหม่ดังนี้

$$a_{n+1} = a_n - (\tilde{H} + \lambda I)^{-1} \bar{g} \quad (3.19)$$

3.7 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

จากสมการที่ (3.12) เพื่อที่จะนำมาอธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในดินซึ่งอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยพาราโบลิก ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย

3.7.1 สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยพาราโบลิก (Parabolic Equation)

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยพาราโบลิกเป็นสมการอนุพันธ์ย่อยรูปแบบหนึ่งซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$K \frac{\partial^2 U(x, y, z, t)}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 U(x, y, z, t)}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 U(x, y, z, t)}{\partial z^2} = \frac{\partial U(x, y, z, t)}{\partial t} \quad (3.20)$$

การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (3.20) จำเป็นต้องทราบเงื่อนไขขอบและเงื่อนไขเริ่มต้นของสมการ ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\text{เงื่อนไขขอบ } U(x, y, z, t) = a \quad ; b \leq x \leq c, d \leq y \leq e, z = 0, t \geq 0$$

$$\text{เงื่อนไขเริ่มต้น } U(x, y, z, t) = U_{initial} \quad ; t = 0$$

เมื่อ $a, b, c, d, e, K, U_{initial}$ เป็นค่าคงที่ค่าหนึ่ง

การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนั้นมีหลายวิธี สำหรับในงานวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีผลต่างอันดับชัดเจน (Explicit finite difference method) ในการหาผลเฉลย

3.7.2 ระเบียบวิธีผลต่างอันดับชัดเจน

ระเบียบวิธีผลต่างอันดับชัดเจน (Explicit finite difference method) เป็นระเบียบวิธีตัวเลขวิธีหนึ่งซึ่งใช้ในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ซึ่งมีหลักการคือ ประมาณพจน์อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งแปรผันกับเวลาด้วยผลต่างข้างหน้า (Forward difference) จากเวลาที่ n ถึง $n+1$ ดังนี้

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{(U_{i,j,k}^{n+1} - U_{i,j,k}^n)}{\Delta t} \quad (3.21)$$

และประมาณพจน์อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและอันดับที่สองแปรผันกับระยะทางด้วยผลต่างกึ่งกลาง (Central difference) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{(U_{i,j,k}^n - U_{i-1,j,k}^n)}{2\Delta x} + \frac{(U_{i+1,j,k}^n - U_{i,j,k}^n)}{2\Delta x} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{(U_{i+1,j,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x^2} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{(U_{i,j,k}^n - U_{i,j-1,k}^n)}{2\Delta y} + \frac{(U_{i,j+1,k}^n - U_{i,j,k}^n)}{2\Delta y} \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{(U_{i,j+1,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j-1,k}^n)}{\Delta y^2} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{(U_{i,j,k}^n - U_{i,j,k-1}^n)}{2\Delta z} + \frac{(U_{i,j,k+1}^n - U_{i,j,k}^n)}{2\Delta z} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{(U_{i,j,k+1}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j,k-1}^n)}{\Delta z^2} \quad (3.27)$$

ดังนั้นสามารถแปลงสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยพาราโบลาในสมการที่ (3.20) ได้ดังนี้

$$K \frac{(U_{i+1,j,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x^2} + K \frac{(U_{i,j+1,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j-1,k}^n)}{\Delta y^2} + K \frac{(U_{i,j,k+1}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j,k-1}^n)}{\Delta z^2} = \frac{(U_{i,j,k}^{n+1} - U_{i,j,k}^n)}{\Delta t} \quad (3.28)$$

นำมาจัดรูปใหม่โดยแยกระหว่างเวลาที่ n กับ $n+1$ ได้ดังนี้

$$U_{i,j,k}^{n+1} = U_{i,j,k}^n + \Delta t \cdot K \left[\frac{(U_{i+1,j,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x^2} + \frac{(U_{i,j+1,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j-1,k}^n)}{\Delta y^2} + \frac{(U_{i,j,k+1}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j-1,k}^n)}{\Delta z^2} \right] \quad (3.29)$$

เมื่อจัดรูปแบบสมการอนุพันธ์ย่อยพาราโบลิคแล้วสามารถนำไปหาผลเฉลยได้โดยการ
คำนวณหาคำตอบทีละช่วงเวลา Δt

บทที่ 4

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแบบจำลองของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน ทำให้ทราบได้ว่าข้อมูลใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีดำเนินการหาข้อมูลต่างๆที่นำมาใช้ในแบบจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในดินเช่น ความหนาแน่นของดิน ความชื้นโดยปริมาตรของดิน ขณะที่ดินอิ่มตัว สภาพการนำน้ำของดินขณะที่ดินอิ่มตัว และการทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน และการทดลองหาความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ทุกจุดในเวลาต่างๆ กัน และนำข้อมูลทั้งหมดที่ได้มาวิเคราะห์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

4.1 การเก็บข้อมูล

การเก็บข้อมูลต่างๆ จากการทดลองในงานวิจัยนี้ได้แบ่งเป็นสามส่วนหลักๆ คือ การทดลองหาคคุณสมบัติพื้นฐานของดิน การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน และการทดลองหาความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ทุกจุดในเวลาต่างๆ กัน ดังนี้

4.1.1 การทดลองหาคคุณสมบัติพื้นฐานของดิน

คุณสมบัติพื้นฐานของดินที่ใช้ในงานวิจัยนี้ คือ ความหนาแน่นของดิน ความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว และสภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัว จะใช้ดินจากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์วิทยาเขตกำแพงแสนซึ่งเป็นดินร่วนปนทรายในการทดลอง สามารถอธิบายได้ดังนี้

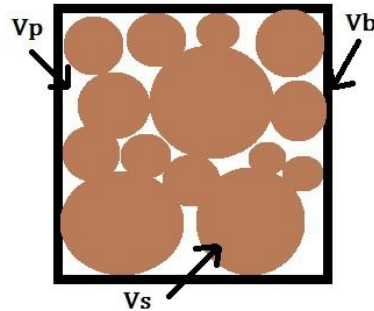
4.1.1.1 การหาความหนาแน่นของดิน

แบ่งความหนาแน่นของดินเป็นสองชนิด คือ ความหนาแน่นอนุภาคดิน (soil density, ρ_s) มีหน่วยเป็นกรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตรและความหนาแน่นของดินรวม (bulk density, ρ_b) มีหน่วยเป็นกรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตรซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s}$$

$$\rho_b = \frac{m_s}{V_b}$$

$$V_b = V_s + V_p$$



รูปที่ 4.1 แสดงปริมาตรรวมของดิน

โดย V_s คือ ปริมาตรของอนุภาคดินมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร

V_p คือ ปริมาตรของช่องว่างระหว่างอนุภาคดินมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร

V_b คือ ปริมาตรรวมของดินมีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร

ขั้นตอนการหาค่าความหนาแน่นอนุภาคดิน (ρ_s) สามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ทำการชั่งน้ำหนักหลอดทดลอง

$$\text{mass flask} = m_1$$

2. ใส่ดินลงในหลอดทดลองและทำการชั่ง

$$\text{mass flask} + m_s = m_2$$

$$m_s = m_2 - m_1$$

3. เติมน้ำลงในหลอดทดลองพอประมาณแล้วนำไปต้มเพื่อไล่อากาศออก จากนั้นเติมน้ำลงไปให้ถึงขีดที่ตั้งไว้แล้วนำไปชั่งน้ำหนัก

$$\text{mass flask} + m_s + m_{w1} = m_3$$

$$m_{w1} = m_3 - m_2$$

4. เติมน้ำลงในหลอดทดลองเปล่าให้ถึงขีดที่ตั้งไว้แล้วนำไปชั่งน้ำหนัก

$$\text{mass flask} + m_{w2} = m_4$$

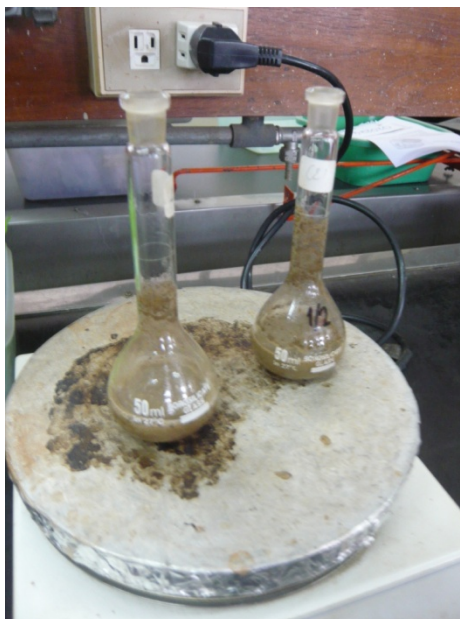
$$m_{w2} = m_4 - m_1$$

ทำการคำนวณหาปริมาตรของอนุภาคดิน (V_s) จากปริมาตรน้ำที่มาแทนที่ดินดังนี้

$$V_s = V_w = \frac{m_{w2} - m_{w1}}{\rho_w}$$

ดังนั้นสามารถหาความหนาแน่นของอนุภาคดิน (ρ_s) ได้ดังนี้

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s} = \frac{m_2 - m_1}{\frac{m_{w2} - m_{w1}}{\rho_w}} = \frac{m_2 - m_1}{\frac{m_4 - m_1 - m_3 + m_2}{\rho_w}}$$



รูปที่ 4.2 แสดงการทดลองหาความหนาแน่นของอนุภาคดิน (ρ_s)

ขั้นตอนการหาค่าความหนาแน่นของดินรวม (ρ_b) สามารถอธิบายได้ดังนี้

1. วัดเส้นผ่านศูนย์กลางและความสูงของกระป๋องเพื่อหาปริมาตรของกระป๋อง

$$V_b = \frac{\pi d^2}{4} h$$

2. ทำการชั่งน้ำหนักของกระป๋องใส่ดิน

$$\text{mass core} = m_1$$

3. ใส่ดินลงไปในกระป๋องให้เต็มแล้วทำการชั่งน้ำหนัก

$$\text{mass core} + m_s = m_2$$

$$m_s = m_2 - m_1$$

ดังนั้นสามารถหาความหนาแน่นของดินรวม (ρ_b) ได้ดังนี้

$$\rho_b = \frac{m_s}{V_b} = \frac{m_2 - m_1}{\frac{\pi d^2}{4} h}$$



รูปที่ 4.3 แสดงการทดลองหาความหนาแน่นของดินรวม (ρ_b)

4.1.1.2 การหาความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิมตัว

ความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิมตัว (θ_s) มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อลูกบาศก์เซนติเมตรของดินสามารถอธิบายได้ดังนี้

$$\theta_s = \frac{V_w}{V_b}$$

ซึ่งน้ำที่อยู่ในดินจะอยู่ในช่องว่างระหว่างอนุภาคดินดังนั้นปริมาตรของน้ำที่อยู่ในดินจะเท่ากับ ปริมาตรช่องว่างในดิน

$$\theta_s = \frac{V_w}{V_b} = \frac{V_p}{V_b} = \frac{V_b - V_s}{V_b} = 1 - \frac{V_s}{V_b}$$

$$\theta_s = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_s}$$

ดังนั้นสามารถหาความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) ได้จากค่าความหนาแน่นของดินรวม (ρ_b) และความหนาแน่นของอนุภาคดิน (ρ_s) จากการทดลองข้างต้นได้

4.1.1.3 การหาสภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัว

สภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัว (K_s) มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อ ตารางเซนติเมตรของดินต่อชั่วโมง ในงานวิจัยนี้ใช้วิธีแรงขับเคลื่อนน้ำถดถอย (falling-head method) ในการหาค่า ซึ่งวิธีแรงขับเคลื่อนน้ำถดถอยนั้นเหมาะสำหรับดินที่มีสภาพการนำน้ำค่อนข้างต่ำ เช่นดินเนื้อละเอียดหรือดินเนื้อปานกลาง สำหรับดินที่มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสนเป็นดินซึ่งมีเนื้อปานกลาง

การหาสภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัวโดยวิธีแรงขับเคลื่อนน้ำถดถอยใช้หลักของ Klute (1965) ซึ่งประเมินการลดลงของความแตกต่างของแรงขับชลศาสตร์ (hydraulic head difference) ตามเวลาผ่านตัวอย่างดินที่อิ่มตัวซึ่งอธิบายได้จากสมการดังนี้

$$K_s = \frac{aL}{At} \ln \left[\frac{H_0}{H} \right] \quad (4.1)$$

โดย a คือ พื้นที่หน้าตัดของหลอดให้น้ำมีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร

A คือ พื้นที่หน้าตัดของตัวอย่างดินมีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร

L คือ ความยาวของตัวอย่างดินมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

t คือ เวลา มีหน่วยเป็นนาที

H_0 คือ ค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ที่เวลาเริ่มต้น

H คือ ค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ที่เวลา t

พิจารณาจากของดาร์ซีว่าเป็นสมการเส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลของน้ำผ่านดิน (q) ของน้ำกับลาดศาสตร์ ($\Delta H / L$) คร่อมตัวอย่างดิน ตามสมการ

$$q = -\frac{AK_s}{L} \Delta H \quad (4.2)$$

จากกฎของดาร์ซีที่ถูกพิจารณาว่าเป็นสมการเส้นตรงดังนั้นสามารถแปลงรูปสมการที่ (4.1) โดยพิจารณาความสัมพันธ์ของเวลา t กับ $\ln \left[\frac{H_0}{H} \right]$ โดยมีความชันคือ $\frac{aL}{AK_s}$ ดังนี้

$$t = \frac{aL}{AK_s} \ln \left[\frac{H_0}{H} \right] \quad (4.3)$$

ในการทดลองนั้นอุปกรณ์วัดสภาพนำน้ำซึ่งประกอบด้วยกระบอกบรรจุดิน ฐานรองซึ่งอาจเป็นตะแกรงแข็งหรือเซรามิคพอร์น ฝักอกชหรือกระดาษกรองที่ใช้รองป้องกันดินถูกชะละลายรวมทั้งสายยางระบายน้ำ จะเพิ่มความต้านทานศาสตร์ของอุปกรณ์ (*hydraulic resistance of equipment, R_E*) ให้กับความต้านทานศาสตร์ของดิน (*soil hydraulic resistance, R_S*) ซึ่งมีอยู่เดิมแล้ว ทำให้น้ำต้องไหลผ่านความต้านทานศาสตร์รวม (*total hydraulic resistance, R*) ซึ่งมีค่าสูงขึ้น โดยนิยามความต้านทานศาสตร์ของดินจากกฎของโอห์ม (Ohm's law) ได้ดังนี้

$$R = R_S + R_E \quad (4.4)$$

$$R = \frac{L}{AK_s} = \frac{S}{a} \quad (4.5)$$

โดย S คือความชันของกราฟในสมการที่ (4.3)

ดังนั้น ในการประเมินสภาพการนำน้ำของดินอิมิตัว (K_s) โดยใช้อุปกรณ์ชนิดแรงขับเคลื่อนน้ำตกถอยจะเริ่มต้นด้วยการประเมินค่าความต้านทานศาสตร์ของอุปกรณ์ (R_E) จากนั้นประเมินค่าความต้านทานศาสตร์รวม (R) และคำนวณความต้านทานศาสตร์ของดิน (R_S) เมื่อได้ความต้านทานศาสตร์ที่ถูกต้องของดินแล้ว จึงประเมินสภาพการนำน้ำของดินอิมิตัว (K_s)

ขั้นตอนการหาค่าสภาพการนำน้ำของดินอิ่มตัว (K_s) แบ่งออกเป็นสองส่วนโดยสามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ขั้นตอนการทดลองหาค่าความต้านทานชลศาสตร์ของอุปกรณ์

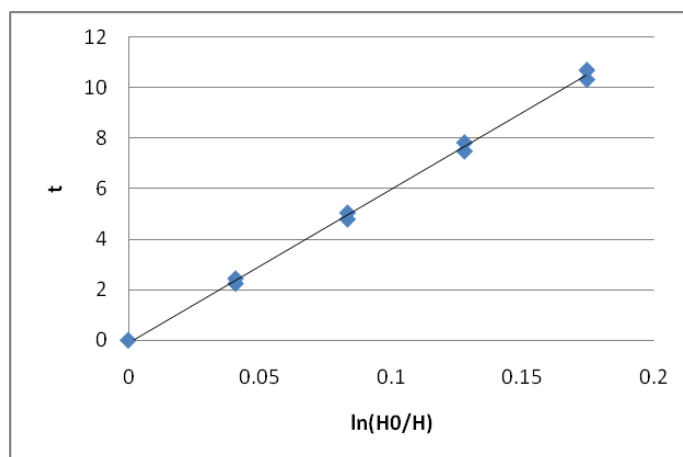
1.1 เตรียมกระบอบดินเปล่าที่ไม่ใส่ดินแล้วทำการใส่น้ำลงไปให้เต็ม เคียงกระบอบไปมาเพื่อไล่ฟองอากาศออกโดยปิดจุกข้างล่างหลอดระบายน้ำเอาไว้

1.2 ทำการเติมน้ำให้เกินขีดที่ตั้งไว้ให้เป็นระดับ H_0 และวัดระยะระหว่างระดับ H_0 ถึงระดับปลายหลอดระบายน้ำ จากนั้นทำการขีดระยะ H ต่างๆ ให้มีระยะห่างกัน 4 เซนติเมตร

1.3 ทำการเปิดจุกก้นน้ำข้างล่างรอจนน้ำไหลมาถึงขีดแรกที่ระดับ H_0 จึงเริ่มจับเวลา จากนั้นรอน้ำไหลถึงขีดที่ 2 จึงทำการหยุดเวลาและจดบันทึกเวลาที่ได้ และทำซ้ำอีกครั้ง

1.4 เหมือนกันกับข้อ 1.3 แต่เปลี่ยนการหยุดเวลาเป็นที่ขีด 3, 4 และ 5 ตามลำดับ

1.5 ประเมินค่าความต้านทานชลศาสตร์ของอุปกรณ์ (R_E) โดยเขียนกราฟระหว่างเวลา t กับ $\ln \left[\frac{H_0}{H} \right]$ ดังรูป



รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างระหว่างเวลา (t) กับ $\ln \left[\frac{H_0}{H} \right]$

2. ขั้นตอนการทดลองหาค่าความต้านทานชลศาสตร์ของดิน

2.1 เตรียมกระบอกดินโดยใส่ดินลงไปให้เต็ม จากนั้นนำไปทำให้ดินอิ่มตัวด้วยน้ำ โดยการเปิดจุกข้างล่างกระบอกดิน แล้วนำกระบอกดินไปจุ่มลงในน้ำแต่ไม่ให้ท่วมกระบอกดิน โดยให้น้ำซึมขึ้นมาจากข้างล่าง และรอจนกว่าดินอิ่มตัว

2.2 ทำการเติมน้ำให้เกินขีดที่ตั้งไว้ให้เป็นระดับ H_0 และวัดระยะระหว่างระดับ H_0 ถึงระดับปลายหลอดระบายน้ำ จากนั้นทำการขีดระยะ H ต่างๆ ให้มีระยะห่างกัน 4 เซนติเมตร

2.3 ทำการเปิดจุกก้นน้ำข้างล่างรอจนน้ำไหลมาถึงขีดแรกที่ระดับ H_0 จึงเริ่มจับเวลา จากนั้นรอจนน้ำไหลถึงขีดที่ 2 จึงทำการหยุดเวลาและจดบันทึกเวลาที่ได้ และทำซ้ำอีกครั้ง

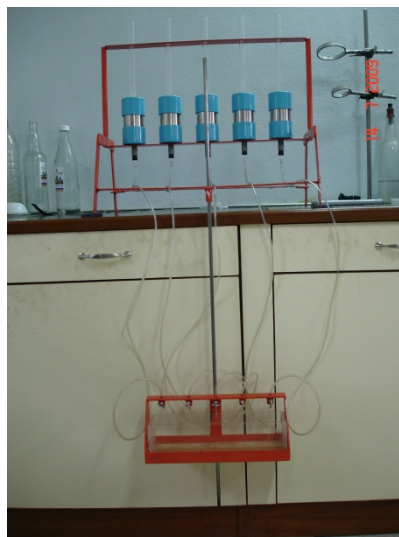
2.4 เหมือนกันกับข้อ 1.3 แต่เปลี่ยนการหยุดเวลาเป็นที่ขีด 3, 4 และ 5 ตามลำดับ

2.5 ประเมินค่าความต้านทานชลศาสตร์รวม (R) โดยเขียนกราฟระหว่างเวลา (t) กับ $\ln \left[\frac{H_0}{H} \right]$

2.6 คำนวณหาค่าความต้านทานชลศาสตร์ของดิน (R_s) จากสมการที่ (4.4)

2.7 ประเมินสภาพการนำน้ำของดินอิ่มตัว (K_s) จากสมการ

$$K_s = \frac{L}{AR_s} \quad (4.6)$$



รูปที่ 4.5 การทดลองหาสภาพการนำน้ำของดินอิ่มตัว (K_s)

4.1.2 การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน

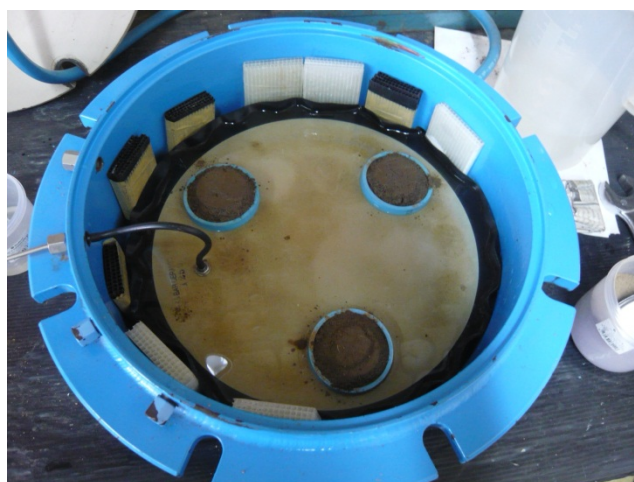
การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินนั้นเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่จะนำมาใช้ในแบบจำลองสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน และแบบจำลองค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดินของ Brooks และ Corey ซึ่งทำได้โดยการปรับค่าแรงดันที่ให้กับดินในระดับต่างๆ แล้วนำดินที่ได้รับแรงดันนั้นไปวัดหาความชื้นโดยปริมาตรของดิน โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนการหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน

1. ทำการชั่งน้ำหนักของกระป๋องใส่ดิน

$$mass\ can = m_1$$

2. ใส่น้ำลงในเครื่องอัดแรงดันจากนั้นบรรจุดินลงในเครื่องอัดแรงดันโดยให้อยู่ในทอวงแหวน รอให้ดินอิ่มตัวด้วยน้ำประมาณ 10 นาที ดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 การบรรจุดินลงในเครื่องอัดแรงดัน

3. ปิดฝาเครื่องอัดแรงดันให้สนิทจนแน่ใจว่าไม่มีรอยรั่วจึงทำการเปิดเครื่องอัดแรงดัน



รูปที่ 4.7 เครื่องอัดแรงดัน

4. ค่อยๆ เพิ่มแรงดันให้ถึง 0.1 บาร์จากนั้นรอจนกว่าไม่มีน้ำระบายนอกจากที่ระบายน้ำ
5. เปิดฝาเครื่องอัดแรงดันออกนำตัวอย่างดินไปชั่งน้ำหนักแล้วจึงนำไปอบที่ความร้อน 100 องศาเซลเซียส

$$mass\ can + m_s + m_w = m_2$$



รูปที่ 4.8 เครื่องอบดิน

6. น้ำดินที่อบแล้วไปชั่งน้ำหนักเพื่อหาค่าความชื้นโดยปริมาตร

$$mass\ can + m_s = m_3$$

$$\theta_m = \frac{m_w}{m_s} = \frac{m_2 - m_3}{m_3 - m_1}$$

$$\theta_v = \frac{\rho_b}{\rho_w} \theta_m$$

7. เริ่มทำตั้งแต่ชั้นตอนที่หนึ่งใหม่แต่เปลี่ยนแรงดันเป็น 0.3, 0.5, 1, 5, 10 และ 15 บาร์ตามลำดับ

4.1.3 การทดลองหาความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ทุกจุดในเวลาต่างๆ กัน

การทดลองหาความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ทุกจุดในเวลาต่างๆ กันเพื่อที่จะนำมาใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน กำหนดให้อัตราการให้น้ำคงที่ 4.3767 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาที่ กล่องที่ใช้บรรจุตัวอย่างดินมีขนาดความกว้าง 4 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร โดยขั้นตอนการทดลองมีดังนี้

1. นำตัวอย่างดินมาผึ่งลมให้แห้ง จากนั้นนำมาบดให้ละเอียดและทำการร่อนผ่านตระแกรงขนาด 2 มิลลิเมตร



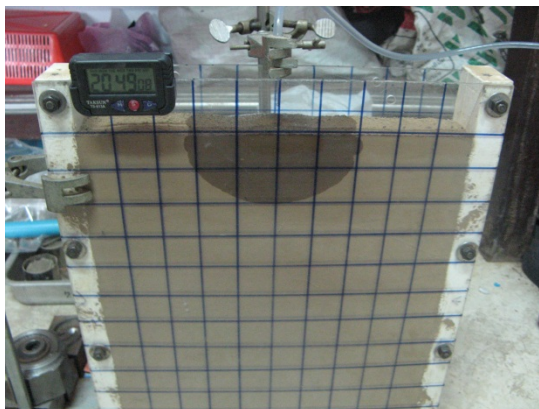
รูปที่ 4.9 ตัวอย่างดินที่ผ่านการบดและร่อนผ่านตระแกรงร่อนขนาด 2 มิลลิเมตร

2. นำดินบรรจุลงในกล่องให้ดินกระจายตัวไปทั่วทั้งกล่องจนเต็มแล้วทำการชั่งน้ำหนักให้ได้ประมาณ 9 กิโลกรัม



รูปที่ 4.10 กล่องบรรจุดินเมื่อใส่ตัวอย่างดินลงไปแล้ว

3. ทำการปรับระดับผิวดินให้ราบและขนานกับพื้นเพื่อป้องกันการไหลบนผิวดิน
4. ติดตั้งหัวหยดน้ำลงบนกล่องปรับให้อยู่กึ่งกลางของผิวดินและตั้งอัตราการหยดไว้ที่ 4.3767 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาที
5. เริ่มต้นหยดน้ำพร้อมจับเวลาและหยุดการให้น้ำเมื่อเวลา 30 นาที



รูปที่ 4.11 การหยดน้ำลงบนตัวอย่างดิน

6. ทำการชั่งน้ำหนักของกระป๋องใส่ดิน

$$mass\ can = m_1$$

7. เปิดฝากล่องออกแล้วทำการผ่าดินออกให้ได้ขนาดขนาดความกว้าง 3 เซนติเมตร ยาว 3 เซนติเมตร สูง 4 เซนติเมตร นำตัวอย่างดินไปชั่งจากนั้นนำไปเข้าเตาอบที่ความร้อน 100 องศาเซลเซียส

$$mass\ can + m_s + m_w = m_2$$



รูปที่ 4.12 การตัดดินเพื่อนำไปหาค่าความชื้นโดยปริมาตร

8. นำดินที่อบแล้วไปชั่งน้ำหนักเพื่อหาค่าความชื้นโดยปริมาตร

$$mass\ can + m_s = m_3$$

$$\theta_m = \frac{m_w}{m_s} = \frac{m_2 - m_3}{m_3 - m_1}$$

$$\theta_v = \frac{\rho_b}{\rho_w} \theta_m$$



รูปที่ 4.13 ตัวอย่างดินนำไปอบแห้งแล้ว

9. เริ่มทำตั้งแต่ขั้นตอนที่หนึ่งใหม่แต่เปลี่ยนเวลาหยุดการให้น้ำเป็น 1 ชั่วโมง, 1 ชั่วโมงครึ่ง และ 2 ชั่วโมงตามลำดับ

4.2 การหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนของดิน

แบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนของดินจากสมการที่ (3.4) มีพารามิเตอร์ทั้งหมด 3 ตัวคือ θ_r , α และ h ทำการหาพารามิเตอร์เหล่านี้โดยวิธี Levenberg-Marquardt ซึ่งสามารถหาได้ดังนี้

ให้ θ_i แทนข้อมูลความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ค่าแรงขับเคลื่อนของดิน h_i และกำหนดให้ $\theta(h_i, a)$ เป็นแบบจำลองความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนของดิน h_i โดยมี a เป็นเซตพารามิเตอร์ของสมการซึ่งมีสมาชิกคือ θ_r , α และ h

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1 + (\alpha h)^n]^m}$$

วิธี Levenberg-Marquardt เริ่มต้นจากการหาความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากข้อมูล n จุด ตามรูปแบบดังนี้

$$E(a) = \sum_{i=1}^n [\theta_i - \theta(h_i; a)]^2$$

จากนั้นทำการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ด้วยวิธี Levenberg-Marquardt ดังนี้

$$a_{n+1} = a_n - (H + \lambda I)^{-1} g$$

เมื่อ a_{n+1} คือ พารามิเตอร์ในรอบที่

a_n คือ พารามิเตอร์ในรอบที่

g คือ เวกเตอร์อนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของ $E(a_n)$

H คือ เมตริกซ์อนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของ $E(a_n)$

λ คือ ค่าสำหรับปรับให้ลู่ออก

วิธี Levenberg-Marquardt จะทำการทำซ้ำจนได้ความคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยที่สุด จึงได้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

4.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

จากสมการของริชาร์ด (Richard's equation) สมการที่ (3.12) และแบบจำลองสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน (K) และแบบจำลองค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน (D) ของ Brooks และ Corey สมการที่ (3.3) และ (3.5) เนื่องจาก (K) และ (D) สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดินทำการจัดรูปสมการที่ (3.12) ใหม่ได้เป็น

$$D'(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + D(\theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + D'(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 + D(\theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + D'(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + D(\theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + K'(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.7)$$

ทำการหาผลเฉลยของสมการด้วยระเบียบวิธีตัวเลขวิธีผลต่างอันดับชัดเจน (Explicit finite difference method) โดยทำการประมาณพจน์อนุพันธ์ต่างๆ ดังนี้

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \approx \frac{(\theta_{i,j,k}^{n+1} - \theta_{i,j,k}^n)}{\Delta t} \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \approx \frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i-1,j,k}^n)}{2\Delta x} + \frac{(\theta_{i+1,j,k}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta x} \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \approx \frac{(\theta_{i+1,j,k}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x^2} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} \approx \frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j-1,k}^n)}{2\Delta y} + \frac{(\theta_{i,j+1,k}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta y} \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \approx \frac{(\theta_{i,j+1,k}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i,j-1,k}^n)}{\Delta y^2} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} \approx \frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j,k-1}^n)}{2\Delta z} + \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta z} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \approx \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i,j,k-1}^n)}{\Delta z^2} \quad (4.14)$$

ทำการแทนสมการทั้งหมดลงในสมการที่ (4.7) และจัดรูปแยกระหว่างเวลา n และ $n+1$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \theta_{i,j,k}^{n+1} = \theta_{i,j,k}^n + \Delta t * & \left[D'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i+1,j,k}^n - \theta_{i-1,j,k}^n)}{2\Delta x} + \frac{(\theta_{i+1,j,k}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta x} \right)^2 + D(\theta) \frac{(\theta_{i+1,j,k}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x^2} \right. \\ & + D'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j-1,k}^n)}{2\Delta y} + \frac{(\theta_{i,j+1,k}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta y} \right)^2 + D(\theta) \frac{(\theta_{i,j+1,k}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i,j-1,k}^n)}{\Delta y^2} \\ & + D'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j,k-1}^n)}{2\Delta z} + \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta z} \right)^2 + D(\theta) \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i,j,k-1}^n)}{\Delta z^2} \\ & \left. + K'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j,k-1}^n)}{2\Delta z} + \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta z} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.15)$$

เมื่อ

$$K'(\theta) = \frac{K_s(2n+1)}{(\theta_s - \theta_r)} \left[\frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \right]^{2n}$$

$$D(\theta) = \frac{K_s}{\alpha(n-1)(\theta_s - \theta_r)} \left[\frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \right]^{2+1/(n-1)}$$

$$D'(\theta) = \frac{K_s(2+1/(n-1))}{\alpha(n-1)(\theta_s - \theta_r)^2} \left[\frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \right]^{1+1/(n-1)}$$

จากการตั้งอัตราการหยดไว้ที่ 4.3767 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาฬิกาทำให้เกิดพื้นที่เปียกน้ำเป็นระยะทาง 15 เซนติเมตรตามแนวแกน x จึงสามารถกำหนดเงื่อนไขค่าเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบได้ดังนี้

$$\text{เงื่อนไขขอบ } \theta(x, y, z, t) = \theta_s ; -7.5 \leq x \leq 7.5, -2.25 \leq y \leq 2.25, z = 0, t \geq 0$$

$$\text{เงื่อนไขเริ่มต้น } \theta(x, y, z, t) = \theta_i ; t = 0$$

เมื่อ θ_s คือความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว

θ_i คือความชื้นโดยปริมาตรของดินก่อนทำการหยดน้ำ

เนื่องจากการทดลองหาค่าความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) และสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว (K_s) ทดลองเมื่อดินอิ่มตัวโดยการไล่อากาศในดินไปจนหมดซึ่งการทดลองหาการเคลื่อนที่ของน้ำไม่สามารถไล่อากาศออกไปได้หมด จึงจำเป็นต้องปรับค่า θ_s และ K_s ในแบบจำลองสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน (K) และแบบจำลองค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน (D) ของ Brooks และ Corey เพื่อให้ได้ค่าความคลาดเคลื่อนที่น้อยลงโดยมีขั้นตอนดังนี้

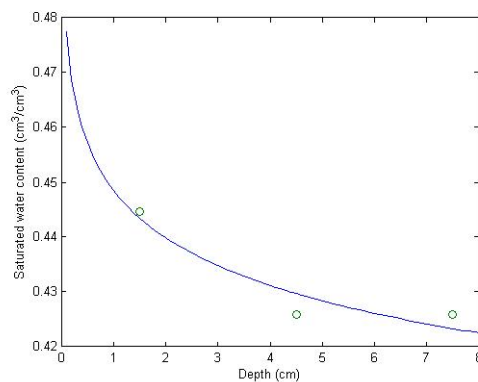
1. เขียนระบบสมการที่ได้จากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (4.7) โดยใช้วิธีผลต่างอันดับสองแก้สมการที่ (4.15)
2. กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบ
3. กำหนดค่าเริ่มต้นให้ θ_s และ K_s
4. ทำการหาผลด้วยวิธีการเชิงตัวเลข
5. ตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนถ้ามีค่ามากกว่าค่าที่กำหนดให้ทำการปรับค่า $\theta_s = \theta_s - 0.0001$ และ $K_s = K_s - 0.0001$ แล้ววนกลับไปทำข้อที่ 4 อีกครั้ง ถ้ามีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนดให้จบการทำงาน

จากการปรับค่าความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) และสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว (K_s) จะเห็นได้ว่ามีความสัมพันธ์กับระยะทางตามแนวแกน x และความลึกของ

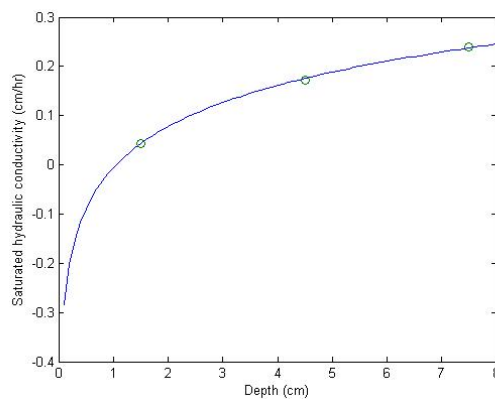
ดิน จึงนำผลที่ได้มาหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว

4.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว

ในการปรับค่าความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) และสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว (K_s) ของแบบจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในดินจากนั้นนำผลที่ได้มาทดลองวาดกราฟได้ดังรูป



รูปที่ 4.14 กราฟความสัมพันธ์ความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัวกับความลึก



รูปที่ 4.15 กราฟความสัมพันธ์สภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัวกับความลึก

เมื่อพิจารณาจากกราฟในรูปที่ 4.14 และรูปที่ 4.15 จะเห็นได้ว่ามีลักษณะคล้ายคลึงกับสมการลอการิทึมซึ่งมีรูปแบบดังนี้

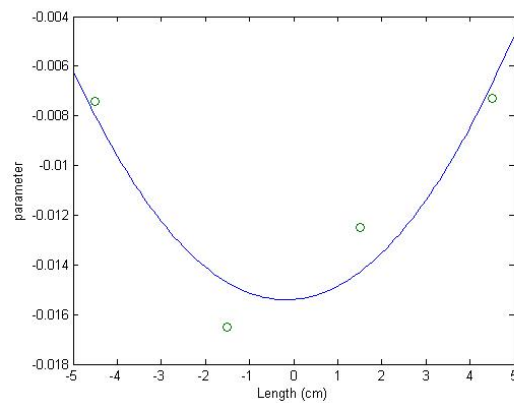
$$\theta_s = a * \ln(z) + b \quad (4.16)$$

$$K_s = c * \ln(z) + d \quad (4.17)$$

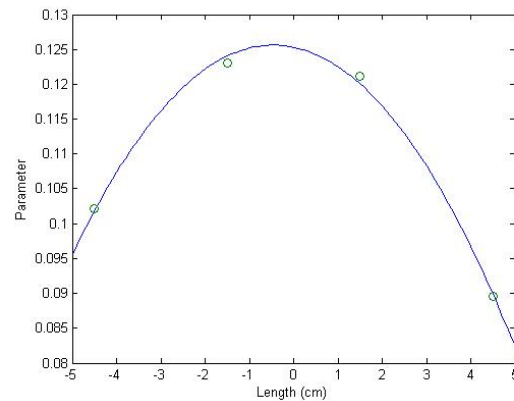
เมื่อ z คือ ความลึกของดินนับจากผิวดิน

a, b, c, d คือ ค่าพารามิเตอร์ในสมการลอการิทึม

ทำการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม จากนั้นนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากสมการที่ (4.16) และ (4.17) มาทดลองวาดกราฟเทียบกับระยะทางแนวแกน x ได้ดังนี้



รูปที่ 4.16 กราฟความสัมพันธ์ค่าพารามิเตอร์ a กับระยะตามแนวแกน x



รูปที่ 4.17 กราฟความสัมพันธ์ค่าพารามิเตอร์ c กับระยะตามแนวแกน x

เมื่อพิจารณาจากกราฟในรูปที่ 4.16 และรูปที่ 4.17 จะเห็นได้ว่ามีลักษณะคล้ายคลึงกับสมการพาราโบลาซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$a = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \quad (4.18)$$

$$b = b_1x^2 + b_2x + b_3 \quad (4.18)$$

$$c = c_1x^2 + c_2x + c_3 \quad (4.18)$$

$$d = d_1x^2 + d_2x + d_3 \quad (4.18)$$

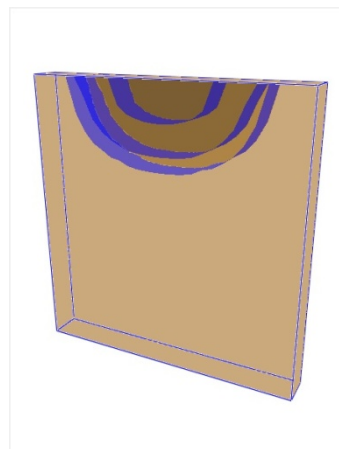
ทำการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของสมการทั้งหมด จากนั้นนำสมการทั้งหมดแทนลงในสมการที่ (4.16) และ (4.17) จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัวและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัวที่สัมพันธ์กับกับระยะทางและความลึกของดินดังนี้

$$\theta_s = (a_1x^2 + a_2x + a_3) * \ln(z) + (b_1x^2 + b_2x + b_3) \quad (4.19)$$

$$K_s = (c_1x^2 + c_2x + c_3) * \ln(z) + (d_1x^2 + d_2x + d_3) \quad (4.20)$$

4.5 การสร้างภาพนามธรรม

การสร้างภาพนามธรรมในงานวิจัยนี้มีขึ้นเพื่ออธิบายการเคลื่อนที่ของน้ำในดินให้สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้น โดยนำผลเฉลี่ยของสมการการเคลื่อนที่ของน้ำในดินมาคำนวณหาขอบของพื้นที่เปียกน้ำ ซึ่งจากการทดลองมีค่าความชื้นโดยปริมาตรที่ขอบประมาณ 0.25 ลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อลูกบาศก์เซนติเมตรของดิน และสร้างเส้นขอบที่ความชื้นโดยปริมาตรเท่ากับ 0.35 และ 0.45 ลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อลูกบาศก์เซนติเมตรของดิน จากนั้นคำนวณหาเส้นขอบตามระยะทางแนวนอนและระยะความลึก นำไปแสดงผลในรูปแบบสามมิติที่เวลาต่างได้ดังนี้



รูปที่ 4.18 แสดงพื้นที่เปียกน้ำของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลที่ได้รับจากการวิจัย ซึ่งประกอบด้วยผลการทดลองหาคุณสมบัติพื้นฐานของดิน แบบจำลองสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน แบบจำลองค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน แบบจำลองความชื้นโดยปริมาตรของดินที่สัมพันธ์กับค่าแรงขับเคลื่อนของดิน แบบจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน และผลการสร้างภาพนามธรรมจากแบบจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

5.1 ผลการทดลองหาคุณสมบัติพื้นฐานของดิน

จากการทดลองหาคุณสมบัติพื้นฐานต่างๆ ของดินได้ผลการทดลองดังนี้

ความหนาแน่นอนุภาคดิน (ρ_s) มีค่าเท่ากับ 2.50948 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร

ความหนาแน่นของดินรวม (ρ_b) มีค่าเท่ากับ 1.24943 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร

ความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) มีค่าเท่ากับ 0.50912 ลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อลูกบาศก์เซนติเมตรของดิน

สภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัว (K_s) มีค่าเท่ากับ 0.171512 ลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อตารางเซนติเมตรของดินต่อชั่วโมง

5.2 แบบจำลองความชื้นโดยปริมาตรของดินที่สัมพันธ์กับค่าแรงขับเคลื่อนของดิน

จากแบบจำลองสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน และแบบจำลองค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดินของ Brooks และ Corey ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$K(\theta) = K_s \left[\frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \right]^{2n+1} \quad (5.1)$$

$$D(\theta) = \frac{K_s}{\alpha(n-1)(\theta_s - \theta_r)} \left[\frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)} \right]^{2+1/(n-1)} \quad (5.2)$$

ทำการหาสัมประสิทธิ์ต่างๆ จากแบบจำลองความชื้นโดยปริมาตรของดินที่สัมพันธ์กับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน ดังนี้

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1 + (\alpha h)^n]^m} \quad (5.3)$$

นำเอาข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาหาค่าพารามิเตอร์การถดถอยโดยใช้วิธี Levenberg-Marquardt โดยมีตัวแปรอิสระคือความดันของดินตัวแปรตามคือความชื้นโดยปริมาตรของดินได้ผลดังนี้

ความชื้นโดยปริมาตรของดินที่มีอยู่เดิม (θ_r) มีค่าเท่ากับ 0.1405 ลูกบาศก์เซนติเมตรของน้ำต่อลูกบาศก์เซนติเมตรของดิน

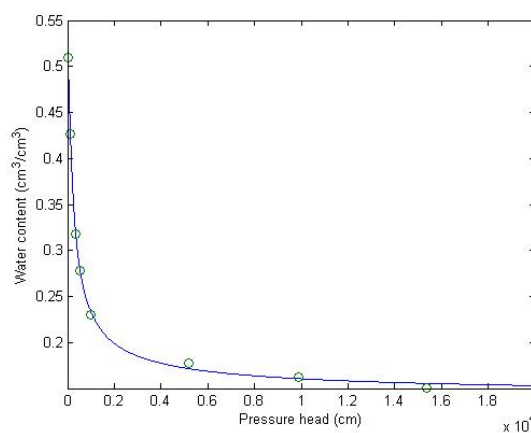
ค่าสัมประสิทธิ์ของดิน α มีค่าเท่ากับ 0.0076 และ n มีค่าเท่ากับ 1.6720

แทนค่าที่ได้ลงในสมการที่ (5.1), (5.2) และ (5.3) ได้ดังนี้

$$\theta = 0.1405 + \frac{(0.50912 - 0.1405)}{[1 + (0.0076h)^{1.6720}]^{0.401914}} \quad (5.4)$$

$$K(\theta) = 0.171512 \left[\frac{(\theta - 0.1405)}{(0.50912 - 0.1405)} \right]^{2(1.6720)+1} \quad (5.5)$$

$$D(\theta) = \frac{0.171512}{0.0076(1.6720 - 1)(0.50912 - 0.1405)} \left[\frac{(\theta - 0.1405)}{(0.50912 - 0.1405)} \right]^{2+1/(1.6720-1)} \quad (5.6)$$



รูปที่ 5.1 กราฟแสดงแบบจำลองความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน

5.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

$$D'(\theta)\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2 + D(\theta)\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + D'(\theta)\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)^2 + D(\theta)\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + D'(\theta)\left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)^2 + D(\theta)\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} + K'(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\partial\theta}{\partial t} \quad (5.7)$$

ทำการหาผลเฉลยของสมการด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีผลต่างอันตะชัดแจ้ง (Explicit finite difference method) โดยทำการประมาณพจน์อนุพันธ์ต่างๆ และแทนค่าแบบจำลองสภาพการนำน้ำขณะที่ดินไม่อิ่มตัวที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดิน และแบบจำลองค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ที่สัมพันธ์กับความชื้นโดยปริมาตรของดินของ Brooks และ Corey และทำการปรับค่าความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) และสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว (K_s) จนได้ค่าที่มีความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ดังนี้

$$\begin{aligned} \theta_{i,j,k}^{n+1} = \theta_{i,j,k}^n + \Delta t * & \left[D'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i-1,j,k}^n)}{2\Delta x} + \frac{(\theta_{i+1,j,k}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta x} \right)^2 + D(\theta) \frac{(\theta_{i+1,j,k}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i-1,j,k}^n)}{\Delta x^2} \right. \\ & + D'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j-1,k}^n)}{2\Delta y} + \frac{(\theta_{i,j+1,k}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta y} \right)^2 + D(\theta) \frac{(\theta_{i,j+1,k}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i,j-1,k}^n)}{\Delta y^2} \\ & + D'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j,k-1}^n)}{2\Delta z} + \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta z} \right)^2 + D(\theta) \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - 2\theta_{i,j,k}^n + \theta_{i,j,k-1}^n)}{\Delta z^2} \\ & \left. + K'(\theta) \left(\frac{(\theta_{i,j,k}^n - \theta_{i,j,k-1}^n)}{2\Delta z} + \frac{(\theta_{i,j,k+1}^n - \theta_{i,j,k}^n)}{2\Delta z} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\text{เมื่อ} \quad K'(\theta) = \frac{K_s(2(1.672)+1)}{(\theta_s - 0.1405)} \left[\frac{(\theta - 0.1405)}{(\theta_s - 0.1405)} \right]^{2(1.672)}$$

$$D(\theta) = \frac{K_s}{0.0076(1.672-1)(\theta_s - 0.1405)} \left[\frac{(\theta - 0.1405)}{(\theta_s - 0.1405)} \right]^{2+1/(1.672-1)}$$

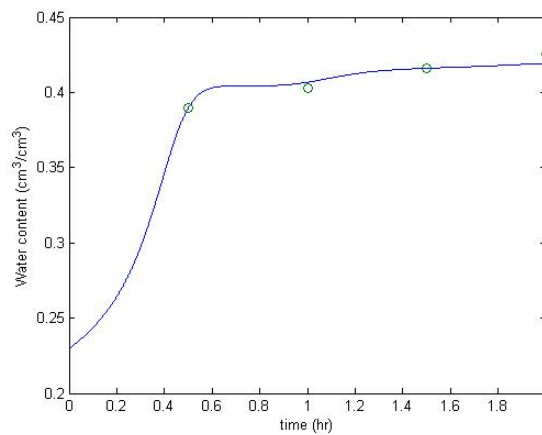
$$D'(\theta) = \frac{K_s(2+1/(1.672-1))}{0.0076(1.672-1)(\theta_s - 0.1405)^2} \left[\frac{(\theta - 0.1405)}{(\theta_s - 0.1405)} \right]^{1+1/(1.672-1)}$$

โดยมี เงื่อนไขขอบ $\theta(x, y, z, t) = 0.50912$; $-7.5 \leq x \leq 7.5, -2.25 \leq y \leq 2.25, z = 0, t \geq 0$

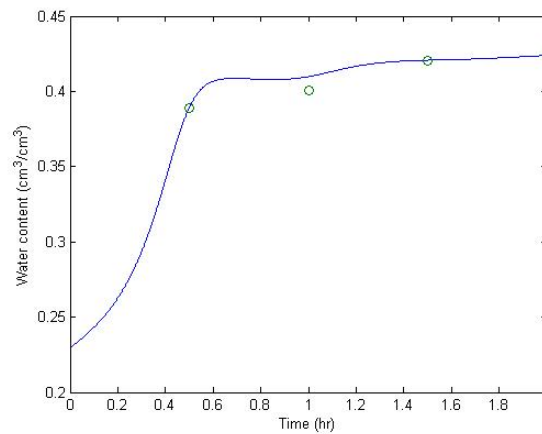
เงื่อนไขเริ่มต้น $\theta(x, y, z, t) = 0.22964$; $t = 0$

กำหนดค่าเริ่มต้นให้ $\theta_s = 0.50912$ และ $K_s = 0.171512$

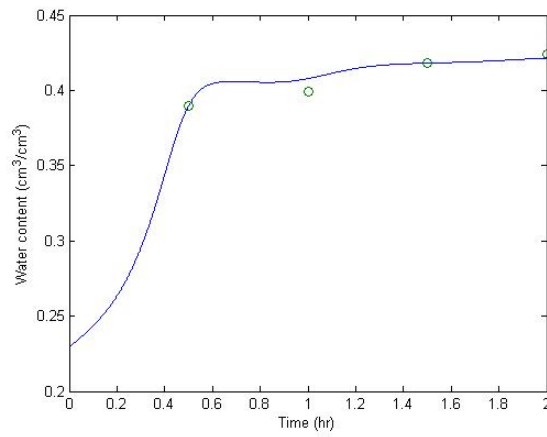
นำผลที่ได้จากการหาผลเฉลยของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดินมาวาดกราฟเปรียบเทียบกับข้อมูลได้ดังนี้



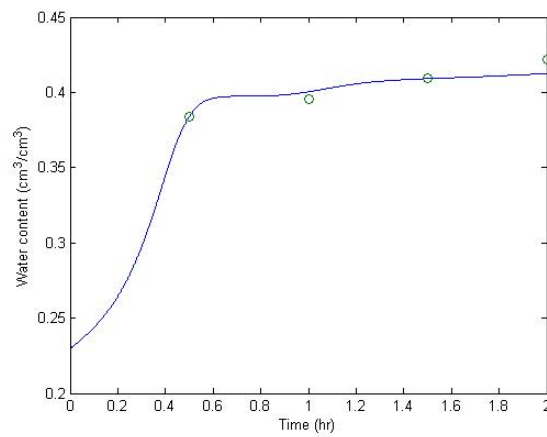
รูปที่ 5.2 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -4.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่างๆ



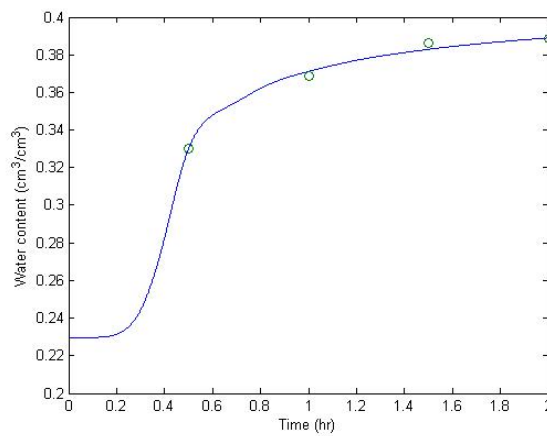
รูปที่ 5.3 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -1.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่างๆ



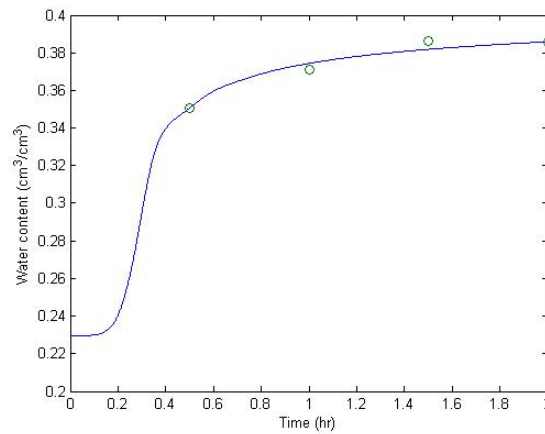
รูปที่ 5.4 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 1.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่างๆ



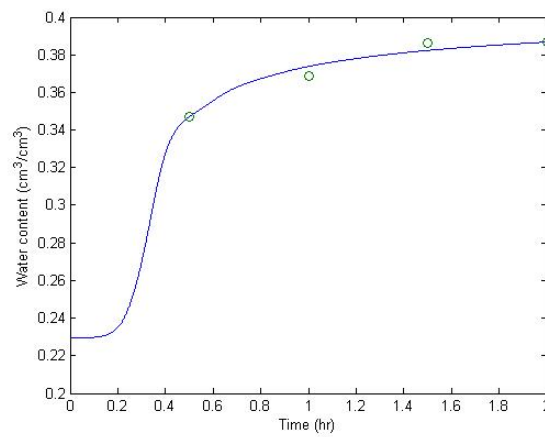
รูปที่ 5.5 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 4.5, z = 1.5$ ที่เวลาต่างๆ



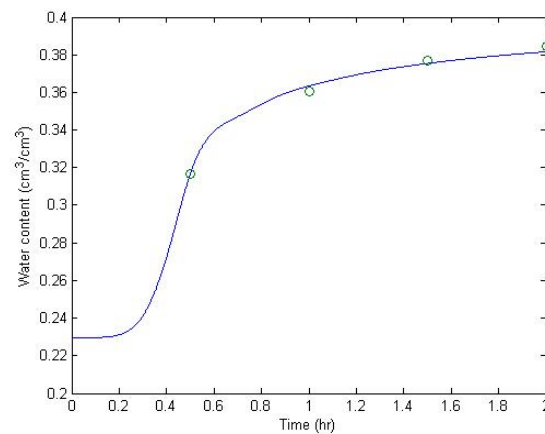
รูปที่ 5.6 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -4.5, z = 4.5$ ที่เวลาต่างๆ



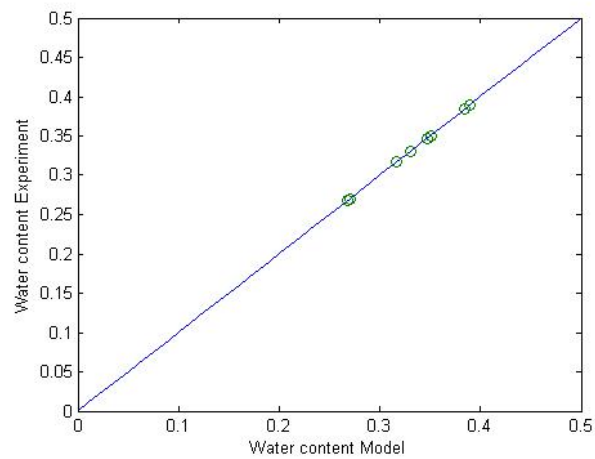
รูปที่ 5.7 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = -1.5, z = 4.5$ ที่เวลาต่างๆ



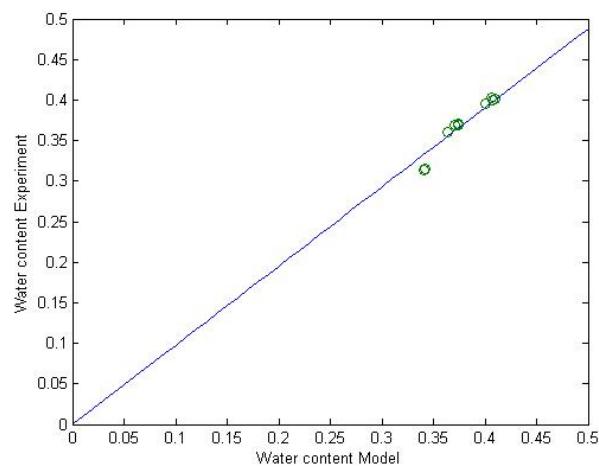
รูปที่ 5.8 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 1.5, z = 4.5$ ที่เวลาต่างๆ



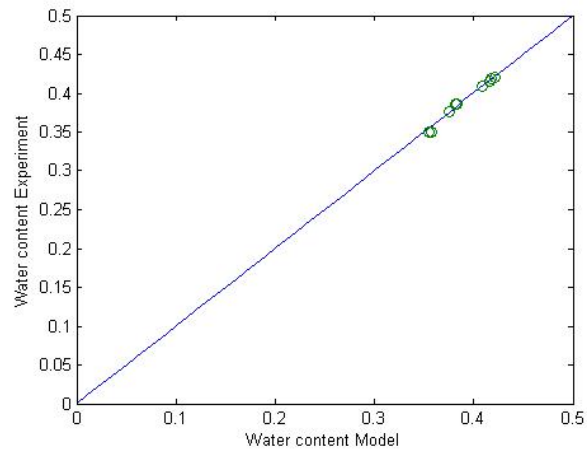
รูปที่ 5.9 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ระยะ $x = 4.5, z = 4.5$ ที่เวลาต่างๆ



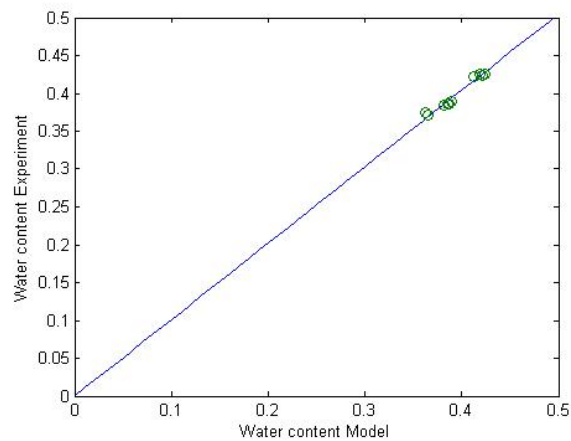
รูปที่ 5.10 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการทดลองที่เวลา 30 นาที ค่าความคลาดเคลื่อน 0.001 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.11 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการทดลองที่เวลา 1 ชั่วโมง ค่าความคลาดเคลื่อน 2.74 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.12 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการทดลองที่เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที ค่าความคลาดเคลื่อน 0.72 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 5.13 กราฟแสดงความชื้นโดยปริมาตรของดินจากแบบจำลองเทียบกับผลการทดลองที่เวลา 2 ชั่วโมง ค่าความคลาดเคลื่อน 1.04 เปอร์เซ็นต์

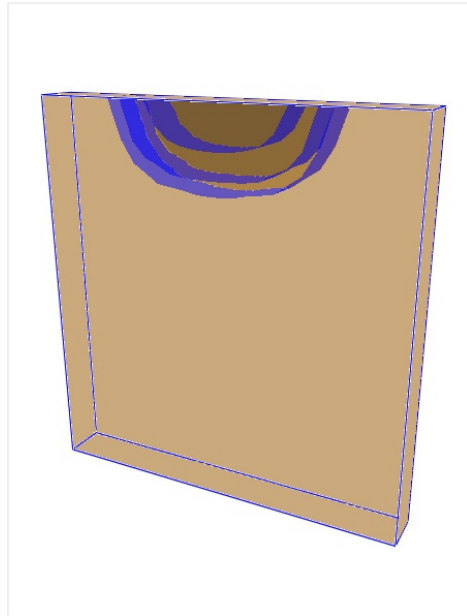
จากการการปรับค่าความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) และสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว (K_s) ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัวและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัวที่สัมพันธ์กับกับระยะทางและความลึกของดินดังนี้

$$\theta_s = (0.0004x^2 + 0.0001x + 0.0154) * \ln(z) + (-0.0003x^2 - 0.0009x + 0.4512) \quad (5.9)$$

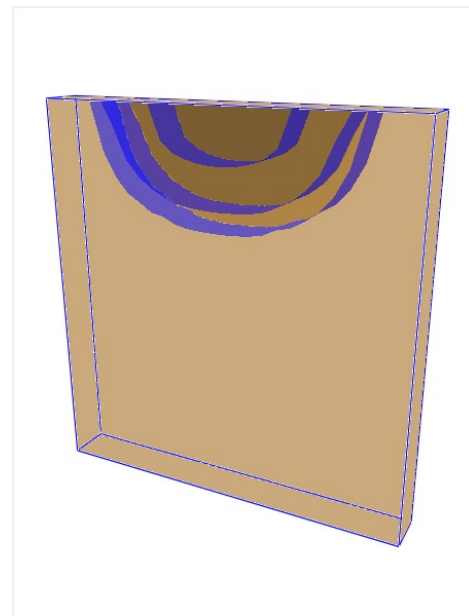
$$K_s = (-0.0015x^2 - 0.0013x + 0.1253) * \ln(z) + (0.0006x^2 + 0.0002x - 0.0054) \quad (5.10)$$

5.4 ผลการสร้างภาพนามธรรม

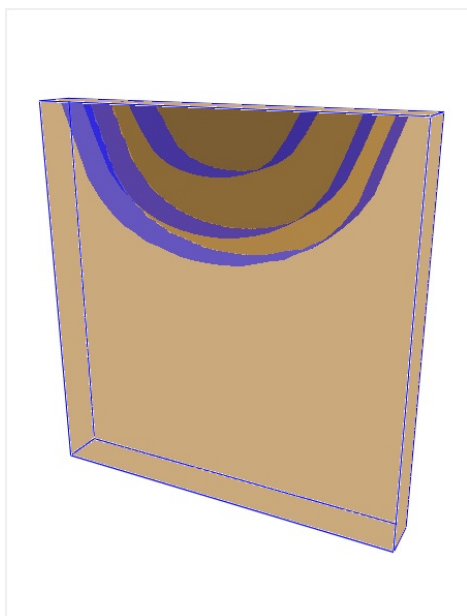
ผลการสร้างภาพนามธรรมจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน ซึ่งแสดงพื้นที่เปียกน้ำได้ผลโดยแบ่งเป็นเวลาดังนี้



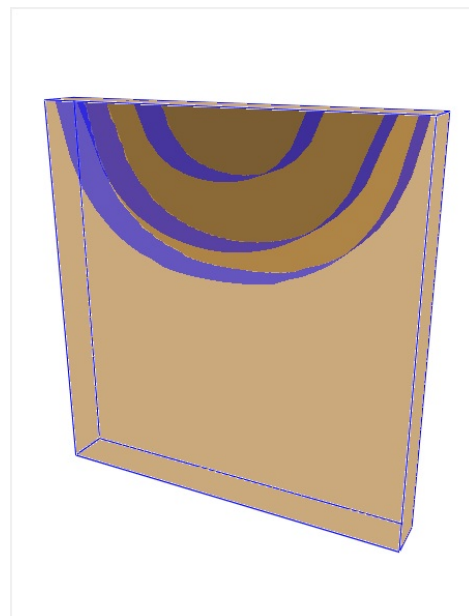
ที่เวลา 30 นาที



ที่เวลา 1 ชั่วโมง



ที่เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที



ที่เวลา 2 ชั่วโมง

รูปที่ 5.14 ภาพนามธรรมจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน

5.5 สรุปผลการวิจัย

จากการหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การเคลื่อนที่ของน้ำในดิน สามารถสรุปผลงานวิจัยได้ดังนี้

จากข้อมูลของการทดลองพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินมีลักษณะคล้ายคลึงกับแบบจำลองของ Mualem ซึ่งสามารถใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดินได้ดี โดยมีความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.25196 เปอร์เซ็นต์

จากการทดลองหาการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน และใช้แบบจำลองของสภาพการนำน้ำของดินไม่อิ่มตัวและแบบจำลองค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของ Brooks และ Corey ในแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่ของน้ำในดิน แล้วนำไปหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและทำการปรับค่าปรับค่าความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว (θ_s) และสภาพการนำน้ำขณะที่ดินอิ่มตัว (K_s) ได้ผลออกมาเป็นความชื้นโดยปริมาตรของดินที่ทุกจุดในเวลาต่างๆ กัน โดยมีความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 4 เปอร์เซ็นต์

5.6 ข้อเสนอแนะ

เพื่อปรับปรุงแบบจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำในดินให้ดียิ่งขึ้น ผู้วิจัยสามารถเปลี่ยนแปลงชนิดของดินที่นำมาทดลองเพื่อให้มีความคล้ายคลึงกับดินที่มาใช้เพาะปลูกมากยิ่งขึ้น เนื่องจากในดินที่ต่างกัน จะมีคุณสมบัติของดินที่ต่างกัน เช่น ค่าความหนาแน่น ความชื้นโดยปริมาตรของดินเมื่อดินอิ่มตัว สภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัว และค่าสัมประสิทธิ์ของดิน ทั้งยังสามารถเตรียมดินให้มีสภาพใกล้เคียงกับธรรมชาติมากที่สุดเพื่อให้ได้ค่าความถูกต้องที่มากขึ้น

รายการอ้างอิง

- [1] F. Somma, J.W. Hopmans and V. Clausnitzer. Transient three dimensional modeling of soil water and solute transport with simultaneous root growth, root water and nutrient uptake. Plant and Soil 202 (1998): 281-293.
- [2] F.R. Giordano, M.D. Weir, W.P. Fox, A First Course in Mathematical Modeling. United States of America : Thomson Brooks/Cole.
- [3] N.T. Burdine. Relative permeability calculations from pore-size distribution data. Petr. Trans. Am. Inst. Mining Metall. Eng. 198 (1953): (71-77).
- [4] M. TH. Van Genuchten. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil. Sci. Soc. Am. J. 44 (1980): 892-898.
- [5] P.R. Bhatnagar and H.S. Chauhan. Soil water moment under a single surface trickle source. Agricultural Water Management 95 (2008): 799-808.
- [6] R.C.Schwartz, K.J.McInnes, A.S.R.Juo and L.P.Wilding. Boundary effects on solute transport in finite soil columns. Water Resources Research Vol. 35, No. 3 (1999): 671-681.
- [7] R.H. Brooks and A.T. Corey. Properties of porous media affecting fluid flow. J. Irrig. Drian. Div., Am. Soc. Civil Eng. 92 (1966): 61-88.
- [8] Shashi Mathur and Sandhya Rao. Modeling Water Uptake by Plant Roots. Journal of Irrigation and Drainage Engineer (1999): 159-165.

- [9] Yechezkel Mualem. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour 12 (1976): 513-522.
- [10] พรชัย สัตรวาทา. เอกสารประกอบการสอน วิชาการวิเคราะห์เชิงตัวเลข 1. ภาควิชา คณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [11] Levenberg, K. A method for the solution of certain problems in least squares. Quart. Appl. Math 11 (1944): 164-168
- [12] Marquardt, D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. SIAM J. Appl. Math 11 (1963): 431-441

ภาคผนวก

ภาคผนวก

ภาคผนวกนี้ แสดงตารางที่เก็บข้อมูลจากการทดลอง การทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนของดิน และตารางแสดงความชื้นโดยปริมาตรที่จุดต่างๆ ที่เวลา 30 นาที, 1 ชั่วโมง, 1 ชั่วโมงครึ่ง และ 2 ชั่วโมง

ตารางแสดง การทดลองหาความหนาแน่นอนุภาคดิน (soil density, ρ_s)

	1/2	2/1
m1	36.06	34.88
m2	45.61	45.5
m3	93.45	93.28
m4	87.65	86.93
ms	9.55	10.64
ρ_s	2.53917	2.4798

ตารางแสดง การทดลองหาความหนาแน่นของดินรวม (bulk density, ρ_b)

	1/6	2/3
m1	81.25	80.44
m2	206.93	206.58
ρ_b	1.24715	1.25172

ตารางแสดง การทดลองหาสภาพการนำน้ำของดินเมื่อดินอิ่มตัว (K_s)

R1		a(พ.ท.หน้าตัดท่อ) =		0.5674502cm ²	
t(min)	t(sec)	H	ln(H/H0)	t	
0	0	100	0.000000	0.000000	
2	14.74	96	0.040822	2.245667	
2	26.77	96	0.040822	2.446167	
4	47.8	92	0.083382	4.796667	
5	3.09	92	0.083382	5.051500	
7	29.58	88	0.127833	7.493000	
7	49.99	88	0.127833	7.833167	
10	20.02	84	0.174353	10.333667	
10	42.18	84	0.174353	10.703000	

R2		A(พ.ท.หน้าตัดCAN) =		18.322475cm ²	
t(min)	t(sec)	H	ln(H/H0)	t	
0	0	100	0.000000	0.000000	
2	15.95	96	0.040822	2.265833	
2	28.68	96	0.040822	2.478000	
4	48.77	92	0.083382	4.812833	
5	2.87	92	0.083382	5.047833	
7	28.49	88	0.127833	7.474833	
7	44.37	88	0.127833	7.739500	
10	16.05	84	0.174353	10.267500	
10	36.59	84	0.174353	10.609833	

RE	L(ความยาวCAN) =		5.5cm		
t(min)	t(sec)	H	ln(H/H0)	t	
0	0	18.5	0.000000	0.000000	
0	2.91	14.5	0.243622	0.048500	
0	3.07	14.5	0.243622	0.051167	
0	2.97	14.5	0.243622	0.049500	
0	7.28	10.5	0.566395	0.121333	
0	7.22	10.5	0.566395	0.120333	
0	7.16	10.5	0.566395	0.119333	
0	12.82	6.5	1.045969	0.213667	
0	13.16	6.5	1.045969	0.219333	
0	12.88	6.5	1.045969	0.214667	
0	23.63	2.5	2.001480	0.393833	
0	24.75	2.5	2.001480	0.412500	
0	24.78	2.5	2.001480	0.413000	

ตารางแสดง หาคความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินกับค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน

แรงดัน (bar)	ความชื้นโดยมวล (g/g)	ความชื้นโดยปริมาตร (cm ³ /cm ³)	ค่าแรงขับเคลื่อนศาสตร์ของดิน (cm)
0.12	0.342006	0.427313	122.3615785
0.12	0.339147	0.423741	122.3615785
0.12	0.343855	0.429623	122.3615785
0.34	0.257529	0.321765	346.691139
0.34	0.252130	0.315019	346.691139
0.34	0.253476	0.316700	346.691139
0.54	0.216874	0.270969	550.6271031
0.54	0.225248	0.281431	550.6271031
0.54	0.225575	0.281840	550.6271031
0.99	0.182350	0.227833	1009.483022
0.99	0.183827	0.229679	1009.483022
0.99	0.185204	0.231400	1009.483022
5.10	0.135181	0.168899	5200.367085
5.10	0.150586	0.188147	5200.367085
5.10	0.140486	0.175527	5200.367085
9.70	0.133994	0.167417	9890.894259
9.70	0.116772	0.145899	9890.894259
9.70	0.139148	0.173856	9890.894259
15.05	0.122696	0.153300	15346.1813
15.05	0.120032	0.149972	15346.1813
15.05	0.117647	0.146992	15346.1813

ตารางแสดง หาค่าความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินที่จุดต่างๆ ที่เวลา 30 นาที

CAN	m1	m2	m3	θ
1,1	10.87	31.44	30.97	0.038955
1,2	16.07	31.52	31.17	0.038615
1,3	10.80	40.50	35.49	0.338046
1,4	10.90	38.44	33.22	0.389615
1,5	10.98	44.40	38.07	0.389273
1,6	11.02	47.26	40.39	0.389684
1,7	11.18	40.43	34.95	0.384070
1,8	15.11	47.22	41.92	0.329335
1,9	10.84	29.73	29.31	0.037883
1,10	10.89	29.99	29.56	0.038369
2,1	10.88	39.26	38.61	0.039050
2,2	10.94	43.26	42.53	0.038498
2,3	11.04	39.04	34.75	0.301429
2,4	10.89	44.58	39.01	0.329989
2,5	10.87	48.32	41.81	0.350526
2,6	11.08	41.60	36.34	0.346906
2,7	10.97	44.03	38.75	0.316637
2,8	10.98	36.76	33.18	0.268652
2,9	11.00	37.95	37.34	0.038581
2,10	10.83	35.77	35.21	0.038266
3,5	10.77	45.90	41.00	0.270033
3,6	11.06	55.88	49.68	0.267448

ตารางแสดง หาคความสัมพันธระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินที่จุดต่างๆ ที่เวลา 1 ชั่วโมง

CAN	m1	m2	m3	θ
1,1	10.87	28.91	28.54	0.035185
1,2	16.07	56.51	49.64	0.343870
1,3	10.80	45.67	39.00	0.397435
1,4	10.90	42.64	36.50	0.403012
1,5	10.98	48.84	41.55	0.400702
1,6	11.02	45.59	38.95	0.399472
1,7	11.18	45.61	39.05	0.395509
1,8	15.11	51.24	45.22	0.335950
1,9	10.84	40.87	35.60	0.357643
1,10	10.89	29.39	29.00	0.036186
2,1	10.88	32.17	31.69	0.038758
2,2	10.94	44.27	39.18	0.302860
2,3	11.04	47.07	40.81	0.353334
2,4	10.89	40.77	35.39	0.368982
2,5	10.87	45.18	38.97	0.371343
2,6	11.08	46.43	40.07	0.368636
2,7	10.97	45.31	39.24	0.360788
2,8	10.98	44.21	38.54	0.345695
2,9	11.00	38.78	34.64	0.294267
2,10	10.83	39.96	39.31	0.038350
3,1	10.95	38.99	38.37	0.037994
3,2	11.04	42.35	41.64	0.038988
3,3	10.74	41.21	36.91	0.276092
3,4	10.86	43.58	38.61	0.300942
3,5	10.77	50.75	44.47	0.313126
3,6	11.06	45.58	40.14	0.314336
3,7	10.85	40.89	36.33	0.300715
3,8	10.83	44.86	40.19	0.267270
3,9	10.96	33.93	33.44	0.036626
3,10	10.89	34.93	34.42	0.036420

ตารางแสดง หาคความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินที่จุดต่างๆ ที่เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

CAN	m1	m2	m3	θ
1,1	10.87	40.84	35.86	0.337960
1,2	16.07	45.11	39.60	0.397130
1,3	10.80	41.42	35.43	0.412444
1,4	10.90	37.50	32.26	0.416038
1,5	10.98	40.31	34.48	0.420730
1,6	11.02	39.94	34.22	0.418130
1,7	11.18	36.75	31.78	0.409159
1,8	15.11	44.58	38.91	0.404026
1,9	10.84	39.52	34.26	0.380892
1,10	10.89	36.35	32.29	0.321747
2,1	10.88	31.27	28.14	0.307543
2,2	10.94	38.57	33.79	0.354768
2,3	11.04	44.68	38.55	0.377896
2,4	10.89	42.03	36.25	0.386528
2,5	10.87	45.11	38.76	0.386125
2,6	11.08	46.80	40.17	0.386521
2,7	10.97	41.60	36.03	0.376944
2,8	10.98	41.89	36.35	0.370333
2,9	11.00	44.09	38.63	0.335131
2,10	10.83	44.72	39.89	0.281874
3,1	10.95	34.24	33.80	0.032656
3,2	11.04	41.96	37.32	0.299430
3,3	10.74	38.96	34.36	0.330279
3,4	10.86	39.50	34.64	0.346599
3,5	10.77	39.78	34.82	0.349759
3,6	11.06	40.60	35.55	0.349708
3,7	10.85	38.17	33.58	0.342465

CAN	m1	m2	m3	θ
3,8	10.83	40.41	35.69	0.321991
3,9	10.96	49.50	44.05	0.279320
3,10	10.89	37.30	36.79	0.033394
4,1	10.85	41.24	40.70	0.030680
4,2	10.96	44.86	40.24	0.267592
4,3	10.83	30.05	27.64	0.243138
4,4	11.16	39.42	35.38	0.282885
4,5	10.98	45.50	40.58	0.281888
4,6	11.02	39.42	35.38	0.281259
4,7	11.07	43.18	38.75	0.271419
4,8	10.94	33.36	30.57	0.241039
4,9	10.99	38.08	37.58	0.031890
4,10	10.94	41.31	40.77	0.030700

ตารางแสดง หาคความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นโดยปริมาตรของดินที่จุดต่างๆ ที่เวลา 2 ชั่วโมง

CAN	m1	m2	m3	θ
1,1	10.87	42.42	36.90	0.352922
1,2	16.07	47.13	41.22	0.391078
1,3	10.80	49.87	42.12	0.411807
1,4	10.90	44.03	37.28	0.425836
1,5	10.98	46.76	39.47	0.425842
1,6	11.02	45.91	38.83	0.423687
1,7	11.18	46.44	39.31	0.421826
1,8	15.11	47.57	41.12	0.412698
1,9	10.88	41.17	35.45	0.387440
1,10	10.99	38.35	33.65	0.345185
2,1	11.04	36.84	32.69	0.319009
2,2	10.89	41.60	36.15	0.359068
2,3	10.87	48.23	41.27	0.381021
2,4	11.08	44.45	38.13	0.388833
2,5	10.97	46.46	39.78	0.385875
2,6	10.98	41.42	35.68	0.386748
2,7	10.95	43.82	37.65	0.384580
2,8	11.04	45.01	38.68	0.381135
2,9	10.74	42.70	37.00	0.361238
2,10	10.86	36.41	32.17	0.331128
3,1	10.77	31.90	28.90	0.275383
3,2	11.06	44.76	38.37	0.389397
3,3	10.85	46.16	40.08	0.346169
3,4	10.83	46.49	40.01	0.369575
3,5	10.85	47.30	40.60	0.374801
3,6	10.96	47.47	40.80	0.371998
3,7	10.83	43.72	37.80	0.365304
3,8	11.16	46.98	40.76	0.349713

CAN	m1	m2	m3	θ
3,9	10.58	49.59	43.59	0.302496
3,10	11.02	33.57	30.23	0.289356
4,1	11.07	38.09	37.65	0.027549
4,2	10.94	44.09	39.50	0.267466
4,3	11.02	34.70	30.91	0.317116
4,4	11.00	32.53	28.97	0.329697
4,5	10.83	44.82	39.05	0.340277
4,6	10.74	40.04	35.09	0.338314
4,7	10.88	38.45	33.80	0.337638
4,8	10.83	40.24	35.52	0.318152
4,9	10.84	43.95	39.13	0.283549
4,10	10.89	43.53	42.96	0.029579
5,3	11.00	47.41	42.56	0.255751
5,4	10.83	37.10	32.32	0.370173
5,5	10.96	50.04	44.32	0.285354
5,6	10.89	52.98	46.78	0.287496
5,7	10.99	36.44	32.75	0.282215
5,8	10.94	38.95	35.15	0.261217

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย สัตยชัย ภู่งิน เกิดวันที่ 20 ธันวาคม พ.ศ.2528 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษา
ระดับปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในปี พ.ศ.2549 และได้เข้ารับการศึกษาระดับปริญญาบัณฑิต สาขา
วิทยาการคอมพิวเตอร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปี พ.ศ.
2551