บทที่ 5

การวิจัยทางทฤษฎี

ในบทนี้ เป็นการพิจารณาทฤษฎีทางฟิสิกส์เกี่ยวกับอุกกาบาต โดยสมมติให้อุกกาบาตเข้ามาในบรรยากาศที่เป็นแบบ isothermal คือ บรรยากาศที่มีอุณหภูมิ (T) คงที่

พิจารณา สมการความดันของบรรยากาศแบบ ideal gas คือ

$$P_a = \rho_a (kT/m)$$

$$P_a = \rho_a g \mathcal{H} \qquad (5.1)$$

เมื่อ P_a คือ ความดันของอากาศ

ρ_a คือ ความหนาแน่นของอากาศ

k คือ ค่าคงที่โบลซ์มาน $= 1.38 \times 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$

T คือ อุณหภูมิ (เคลวิน)

g คือ ความเร่งโน้มถ่วง $= 9.8\ m/s^2$

m คือ มวลของอนุภาคอากาศ

$\mathcal{H} = \frac{kT}{mg} = \frac{\text{Thermal Energy}}{\text{Weight}}$ มีหน่วยเป็น ความสูง (scale height)

ปกติ คิดความสูงจริงๆ ที่ไม่เกี่ยวกับอุณหภูมิ จะได้

$$dp_a = -\rho_a g\, dH \qquad (5.2)$$

ซึ่ง H คือ ความสูงจริง (ไม่เกี่ยวกับอุณหภูมิ)

แทน P_a จากสมการ (5.1) ลงในสมการ (5.2) จะได้

$$d(\rho_a g \mathcal{H}) = -\rho_a g\, dH$$

$$d\rho_a = -(\rho_a/\mathcal{H})\, dH$$

$$\int_{\rho_o}^{\rho_a} (1/\rho_a)(d\rho_a) = -\int_{0}^{H} (dH/\varkappa)$$

$$\ln(\rho_a/\rho_o) = -\int_{0}^{H} (dH/\varkappa)$$

$$\rho_a = \rho_o\, e^{-\int_{0}^{H} (dH/\varkappa)} \qquad (5.3)$$

ดังนั้น กรณีบรรยากาศแบบ isothermal ซึ่งมีอุณหภูมิ T คงที่ จะได้ว่า

$$\varkappa = \frac{kT}{mg} \quad \text{มีค่าคงที่}$$

สมการ (5.3) จะได้ความหนาแน่นของบรรยากาศแบบ isothermal เป็น

$$\boxed{\rho_a = \rho_o\, e^{-(H/\varkappa)}} \qquad \text{(กรณี isothermal)} \qquad (5.4)$$

ซึ่ง สมการที่ (5.4) สามารถหาค่าความสูง H ที่จะทำให้อากาศ decay ไปเกือบหมดได้

ส่วนบรรยากาศทั่วไปได้แสดงปริมาณทางฟิสิกส์บางอย่างไว้ใน **ตารางที่ 5.1**

จากตารางที่ 5.1 นำมาเขียนกราฟระหว่าง log P กับ H และ กราฟระหว่าง $\log \rho_a$ กับ H ได้ดัง**รูปที่ 5.1** และ **รูปที่ 5.2** ตามลำดับ

จากรูปที่ 5.1 และ รูปที่ 5.2 จะได้สมการเส้นตรงที่ดีที่สุดเป็น

$$\log P_a = 6.1 - 0.075\ H \qquad (5.5)$$

และ

$$\log \rho_a = 1.3 - 0.075\ H \qquad (5.6)$$

ดังนั้น

$$\log P_a - \log \rho_a = 4.8 \qquad (5.7)$$

take log ในสมการ (5.4) จะได้สมการกรณี isothermal เป็น

$$\log \rho_a = \log \rho_o - (\log e)\ H/\varkappa \qquad (5.8)$$

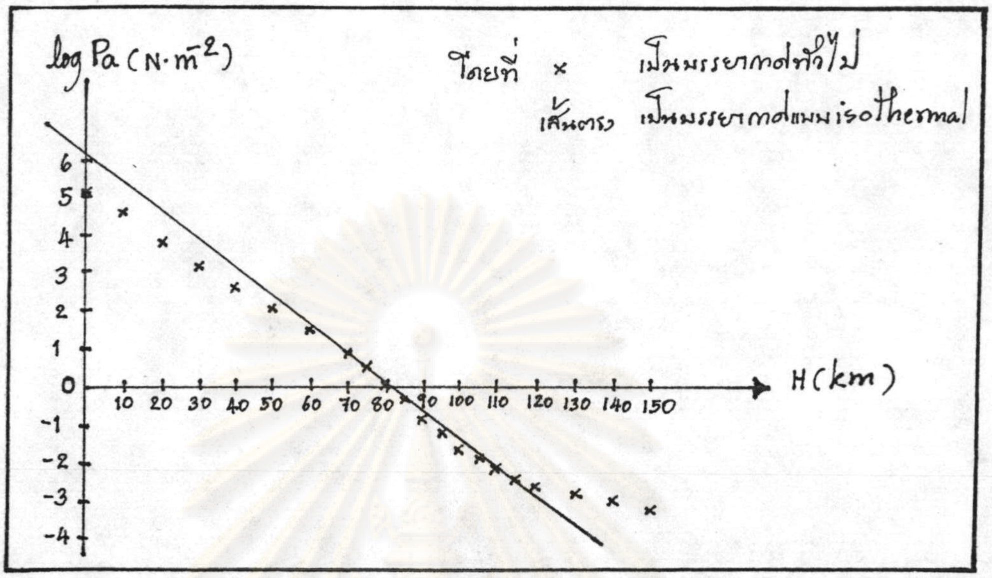
เทียบสมการ (5.6) กับ (5.8) จะได้ slop = 0.075 = (log e)/$\varkappa$

$$\boxed{\varkappa = (\log e)/0.075 = 5.8\ \text{km}} \qquad \text{(กรณี isothermal)} \qquad (5.9)$$

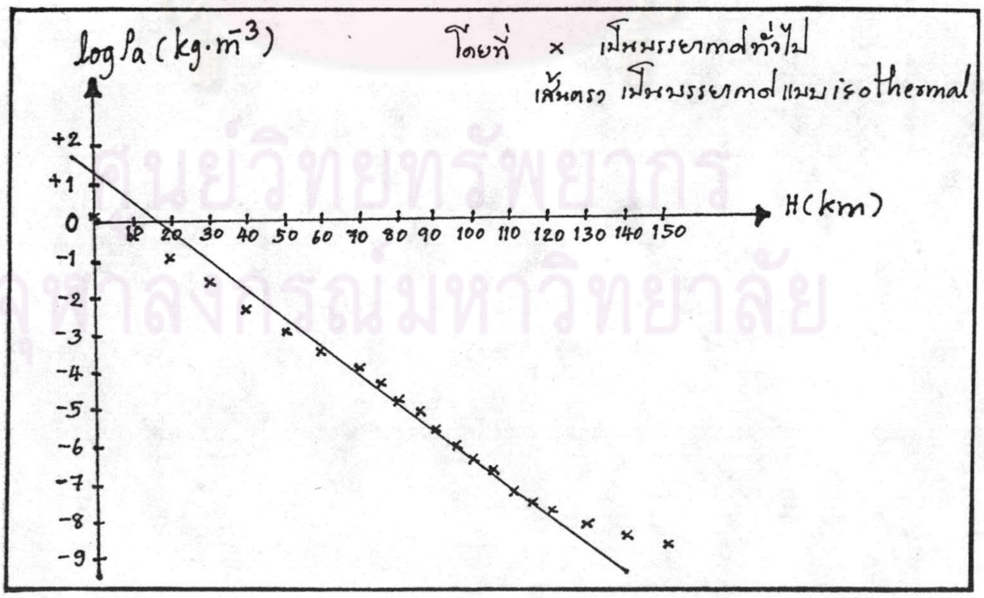
ตารางที่ 5.1 ตารางของบรรยากาศทั่วไป

H/km	T/K	m/amu	$\mathcal{H}$/km	log $P_a/N\cdot m^{-2}$	log $\rho_a/kg\cdot m^{-3}$
0	288	28.97	8.4	5.01	0.09
10	223	28.97	6.6	4.42	-0.38
20	217	28.97	6.4	3.74	-1.05
30	231	28.97	6.8	3.08	-1.75
40	261	28.97	7.7	2.48	-2.40
50	283	28.97	8.4	1.94	-2.97
60	254	28.97	7.6	1.41	-3.45
70	210	28.97	6.3	0.78	-4.00
75	188	28.97	5.6	0.41	-4.32
80	166	28.97	5.0	0.004	-4.67
85	166	28.97	5.0	-0.43	-5.11
90	160	28.94	5.0	-0.87	-5.55
95	180	28.90	5.4	-1.29	-6.01
100	199	28.86	6.0	-1.67	-6.43
105	218	28.86	6.6	-2.01	-6.81
110	287	28.82	8.7	-2.31	-7.23
115	382	28.77	11.7	-2.52	-7.57
120	477	28.71	14.6	-2.69	-7.83
130	665	28.59	20.5	-2.94	-8.23
140	850	28.45	26.5	-3.12	-8.52
150	1031	28.27	32.4	-3.27	-8.75

<u>รูปที่ 5.1</u> กราฟระหว่าง log P กับ H ของบรรยากาศทั่วไป เพื่อหาบรรยากาศแบบ isothermal



<u>รูปที่ 5.2</u> กราฟระหว่าง log ρ_a กับ H ของบรรยากาศทั่วไป เพื่อหาบรรยากาศแบบ isothermal



ต่อไปจะพิจารณาสมการที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 มาหาความสัมพันธ์ของปริมาณต่างๆ ในบรรยากาศแบบ isothermal

จากสมการ (3.5) อินทิเกรตหามวลอุกกาบาตขณะมีความสว่าง (I) ในเวลาขณะหนึ่ง (t ถึง t_e) เมื่อ t_e คือ เวลาที่มวลอุกกาบาตเป็นศูนย์ จะได้

$$-\int_m^0 dm = \frac{2}{\tau v^2}\int_t^{t_e} I\,dt$$

ดังนั้น
$$m = \frac{2}{\tau v^2}\int_t^{t_e} I\,dt \qquad (5.10)$$

แต่ถ้าไม่รู้ค่า I แต่รู้ความเร็วของอุกกาบาต v ก็สามารถหามวลอุกกาบาตได้ โดยอินทิเกรตสมการ (3.2) จะได้มวลอุกกาบาต ดังสมการที่ (3.3) แทนค่า $\rho_a = \rho_o e^{-H/\mathcal{H}}$ และแทน $ds = -\frac{dH}{\cos Z}$ ลงไป จะได้มวลอุกกาบาตในบรรยากาศแบบ isothermal ดังสมการที่ (3.4) จะได้

$$m^{1/3}_{(max)} = m^{1/3}_{\infty} - \frac{\Lambda A v^2 \mathcal{H}}{6 \int \rho_m^{2/3} \cos Z}\rho_{a(max)} \qquad \text{(isothermal) (5.11)}$$

แทน $\rho_{a(max)}$ จากสมการ (3.31) ลงในสมการ (5.11) จะได้ดังสมการ (3.32) คือ

$$m_{(max)} = \frac{8}{27} m_{\infty} \qquad \text{(isothermal)}$$

นั่นคือ มวลอุกกาบาตขณะที่มีความสว่างที่สุด จะลดลงเหลือ 8/27 ของมวลเดิม ดังนั้น

$$\boxed{\frac{m}{m_{(max)}} = \frac{27}{8}\left(\frac{m}{m_{\infty}}\right)} \qquad \text{(isothermal) (5.12)}$$

ถ้าเป็นอุกกาบาตทรงกลม มวลอุกกาบาตทรงกลม (m) จะเป็นสัดส่วนกับปริมาตรทรงกลม ดังนั้น มวลอุกกาบาตทรงกลม (m) จะเป็นสัดส่วนกับกำลังสามของรัศมีของอุกกาบาต (r^3)

ดังนั้น $m_{(max)}/m_{\infty} = [r_{(max)}/r_{\infty}]^3$

แทน $m_{(max)}/m_{\infty} = 8/27$ จากสมการ (3.32) ลงไป จะได้

$$r_{(max)} = (2/3)\, r_{\infty} \qquad \text{(isothermal) (5.13)}$$

นั่นคือ ขนาดรัศมีของอุกกาบาตทรงกลมขณะที่มีความสว่างที่สุด จะลดลงเหลือ $\frac{2}{3}$ ของรัศมีเดิม

จากสมการลากอากาศ (Drag Equation) สมการที่ (3.1) จะหาความหน่วงขณะที่อุกกาบาตมีความสว่างที่สุด คือ

$$\frac{dv_{(max)}}{dt} = -\frac{\Gamma A}{m_{(max)}^{1/3}\rho_m^{2/3}}\rho_{a(max)}v^2$$

แทน $\rho_{a(max)}$ จากสมการที่ (3.31) ลงไป จะได้

$$\frac{dv_{(max)}}{dt} = -\frac{\Gamma A}{m_{(max)}^{1/3}\rho_m^{2/3}}\frac{3\zeta(\cos z)\rho_m^{2/3}m_{(max)}^{1/3}v^2}{\varkappa\Lambda A v^2}$$

$$\frac{dv_{(max)}}{dt} = -\frac{3\Gamma\zeta(\cos z)}{\varkappa\Lambda} \qquad \text{(isothermal)} \qquad (5.14)$$

ดังนั้น ความหน่วงขณะที่อุกกาบาตมีความสว่างมากสุด จะไม่ขึ้นกับความเร็วของอุกกาบาตเลย แต่จะขึ้นกับมุมที่ทำกับระยะยอดฟ้า (z) และถ้าอุกกาบาตตกลงมาต่ำมากก็มีความหน่วงมาก

จากสมการ (3.32) จะได้ว่า $\rho_{a(max)} \propto m_{(max)}^{1/3}/v^2$ ดังนั้น

$$m_{(max)}^{2/3} \propto \rho_{a(max)}^2 v^4 \qquad \text{(isothermal)} \qquad (5.15)$$

และจากสมการที่ (3.6) จะได้ว่า $I_{(max)} \propto \tau m_{(max)}^{2/3}\rho_{a(max)}v^5$

แทน $m_{(max)}^{2/3}$ จากสมการ (5.15) ลงไปจะได้

$$I_{(max)} \propto \tau\rho_{a(max)}^3 v^9 \qquad \text{(isothermal)} \qquad (5.16)$$

และจากการทดลอง (empirical law) ได้ว่า

$$\tau \propto v \qquad \text{(empirical law)} \qquad (5.17)$$

แทนสมการ (5.17) ลงในสมการ (5.16) จะได้

$$\rho_{a(max)} \propto I_{(max)}^{1/3}/v^{10/3} \qquad \text{(isothermal)} \qquad (5.18)$$

และจากสมการ (3.8) ได้ว่า $q_{(max)} \propto \iota m_{(max)}^{2/3}\rho_{a(max)}v^4$

แทนสมการ (5.15) ลงไป จะได้

$$q_{(max)} \propto \iota\rho_{a(max)}^3 v^8 \qquad \text{(isothermal)} \qquad (5.19)$$

และจากการทดลอง (empirical law) ได้ว่า

$$\iota \propto v^3 \qquad \text{(empirical law)} \qquad (5.20)$$

แทนสมการ (5.20) ลงในสมการ (5.19) จะได้

$$\rho_{a(max)} \propto q_{(max)}^{1/3}/v^{11/3} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.21)$$

take log ในสมการ (5.21) จะได้

$$\log \rho_{a(max)} = \text{const.} + \frac{1}{3}\log q_{(max)} - \frac{11}{3}\log v \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.22)$$

take log ในสมการ (5.18) จะได้

$$\log \rho_{a(max)} = \text{const.} + \frac{1}{3}\log I_{(max)} - \frac{10}{3}\log v \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.23)$$

พิจารณาบรรยากาศแบบ isothermal ($\mathcal{H}$ = 5.8 km) สมการ (5.6) จะได้ว่า

$$\log \rho_{a(max)} = 1.3 - \frac{3}{40} H_{(max)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.24)$$

แทนสมการ (5.24) ลงในสมการ (5.23) จะได้

$$1.3 - \frac{3}{40} H_{(max)} = \text{const.} + \frac{1}{3}\log I_{(max)} - \frac{10}{3}\log v$$

ดังนั้น

$$H_{(max)} = \text{const.} + \frac{400}{9}\log v - \frac{40}{9}\log I_{(max)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.25)$$

แทนสมการ (5.24) ลงในสมการ (5.22) จะได้

$$1.3 - \frac{3}{40} H_{(max)} = \text{const.} + \frac{1}{3}\log q_{(max)} - \frac{11}{3}\log v$$

ดังนั้น

$$H_{(max)} = \text{const.} + \frac{440}{9}\log v - \frac{40}{9}\log q_{(max)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.26)$$

และจากสมการ (2.2) ในบทที่ 2 ; $M = 24.3 - 2.5 \log I$

ดังนั้น

$$2.5 \log I_{(max)} = 24.3 - M_{(max)}$$

$$\frac{40}{9}\log I_{(max)} = \text{const.} - \frac{40}{9 \times 2.5} M_{(max)}$$

ดังนั้น

$$\frac{40}{9}\log I_{(max)} = \text{const.} - 1.8\, M_{(max)} \qquad (5.27)$$

แทนสมการ (5.27) ลงในสมการ (5.25) จะได้

$$H_{(max)} = \text{const.} + \frac{400}{9}\log v + 1.8\, M_{(max)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.28)$$

ค่าคงที่ (const.) ในสมการที่ (5.26) และ (5.28) จะหาได้จาก ข้อมูลจากการทดลอง แล้วนำมาพล็อตกราฟระหว่าง H กับ log v สำหรับค่าความสว่างค่าหนึ่งๆ

ถ้าอุกกาบาตมีความเร็ว v เท่ากัน จะได้สมการ (5.26) และ (5.28) เป็น

$$\Delta H_{(max)} = -\frac{40}{9}\,\Delta q_{(max)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.29)$$

และ

$$\Delta H_{(max)} = 1.8\ \Delta M_{(max)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.30)$$

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างมวลอุกกาบาต (m/m_∞) กับ ความหนาแน่นของอากาศ ($\rho_a/\rho_{a(max)}$) แทนค่าสมการ (3.32); $m^{1/3}_{(max)} = (2/3)m^{1/3}_\infty$ ลงในสมการ(3.31)ได้

$$\rho_{a(max)} = \frac{3\zeta(\cos z)\rho_m^{2/3}}{\varkappa\Lambda A v^2}\left(\frac{2}{3}m_\infty^{1/3}\right)$$

ดังนั้น

$$\frac{\Lambda A v^2\varkappa}{6\zeta\rho_m^{2/3}\cos z} = \frac{m_\infty^{1/3}}{3\rho_{a(max)}}$$

แทนลงในสมการ (5.11) จะได้

$$m^{1/3} = m_\infty^{1/3} - \frac{m_\infty^{1/3}}{3\rho_{a(max)}}\rho_a$$

$$= m_\infty^{1/3}\left(1 - \frac{\rho_a}{3\rho_{a(max)}}\right)$$

ดังนั้น

$$\boxed{\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}} = 3\left[1 - \left(\frac{m}{m_\infty}\right)^{1/3}\right]} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.31)$$

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง ความหนาแน่นของอากาศ ($\rho_a/\rho_{a(max)}$), ความสว่าง ($I/I_{(max)}$) และ การแตกตัวเป็นอิออน ($q/q_{(max)}$) จากสมการ (3.6), (3.8) และ (3.10) จะเห็นว่า I และ q ต่างเป็นสัดส่วนที่ขึ้นกับ $\rho_a\ m^{2/3}$ ทั้งนั้น จะได้ว่า

$$\frac{I}{I_{(max)}} = \frac{q}{q_{(max)}} = \frac{\rho_a\ m^{2/3}}{\rho_{a(max)}\ m^{2/3}_{(max)}} \quad (5.32)$$

แทนค่า $m^{2/3}_{(max)} = (4/9)m_{\infty}^{2/3}$ จากสมการ (3.32) ลงในสมการ (5.32) จะได้

$$\frac{I}{I_{(max)}} = \frac{q}{q_{(max)}} = \frac{9}{4}\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}}\left(\frac{m}{m_{\infty}}\right)^{2/3} \quad \text{(isothermal)} \quad (5.33)$$

และจากสมการ (5.31) จะได้ $\left(\frac{m}{m_{\infty}}\right)^{2/3} = \left[1 - \frac{\rho_a}{3\rho_{a(max)}}\right]^2$ แทนลงในสมการ (5.33)ได้

$$\boxed{\frac{I}{I_{(max)}} = \frac{q}{q_{(max)}} = \frac{9}{4}\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}}\left[1 - \frac{\rho_a}{3\rho_{a(max)}}\right]^2} \quad \text{(isothermal)} \quad (5.34)$$

และจากสมการ (5.1); $P_a = \rho_a \frac{kT}{m} = \rho_a \varkappa g$ ดังนั้น ถ้าเป็นบรรยากาศแบบ isothermal จะสามารถเขียนสมการ (5.34) โดยแทน ρ_a ด้วย P_a ได้โดยตรงดังนี้

$$\frac{I}{I_{(max)}} = \frac{q}{q_{(max)}} = \frac{9}{4}\frac{P_a}{P_{a(max)}}\left[1 - \frac{P_a}{3P_{a(max)}}\right]^2 \quad \text{(isothermal)} \quad (5.35)$$

take ln ในสมการ (5.34) จะได้

$$\ln I - \ln I_{(max)} = \ln\left(\frac{9}{4}\right) + \ln\left(\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}}\right) + 2\ln\left(1 - \frac{\rho_a}{3\rho_{a(max)}}\right) \quad \text{(isothermal)} \quad (5.36)$$

และจากสมการ (5.4); $\rho_a = \rho_o e^{-H/\varkappa}$ ดังนั้น $\rho_{a(max)} = \rho_o e^{-H_{(max)}/\varkappa}$ จะได้

$$\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}} = e^{(H_{(max)} - H)/\varkappa} \quad \text{(isothermal)} \quad (5.37)$$

และ

$$\ln\left(\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}}\right) = \frac{H_{(max)} - H}{\varkappa} \quad \text{(isothermal)} \quad (5.38)$$

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $H-H_{(max)}$ กับ $\rho_a/\rho_{a(max)}$ ดังนี้ คือ

$$\boxed{H - H_{(max)} = -\mathcal{H} \ln\left(\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}}\right)} \quad \text{(isothermal)} \quad (5.39)$$

แทนสมการ (5.37) และ (5.38) ลงในสมการ (5.36) จะได้

$$\ln I - \ln I_{(max)} = \ln \frac{9}{4} + \frac{H_{(max)} - H}{\mathcal{H}} + 2 \ln\left[1 - \frac{1}{3} e^{(H_{(max)} - H)/\mathcal{H}}\right] \quad \text{(isothermal)} \quad (5.40)$$

จากสมการ (5.40) จะเห็นว่า ความสว่าง(I) ไม่ขึ้นกับ m, ρ, v, ทิศทาง และ z เลย แต่ความสว่าง(I) จะขึ้นกับ ความสูง(H) เท่านั้น

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง มวลอุกกาบาต (m/m_∞) กับ ความเร็ว ($v_\infty^2 - v^2$) จากสมการ (3.2) หารด้วยสมการ (3.1) จะได้

$$\left(\frac{dm}{dt}\right) \Big/ \left(\frac{dv}{dt}\right) = \left[-\frac{\Lambda A}{2\zeta}\left(\frac{m}{\rho_m}\right)^{2/3} \rho_a v^3\right] \Big/ \left[-\frac{\Gamma A}{m^{1/3}\rho_m^{2/3}} \rho_a v^2\right]$$

ดังนั้น $$\frac{dm}{dv} = \frac{\Lambda m v}{2\Gamma\zeta}$$

$$\int_m^{m_\infty} (1/m)\,dm = \frac{\Lambda}{2\Gamma\zeta} \int_V^{V_\infty} v\,dv$$

$$\ln(m_\infty/m) = \frac{\Lambda}{4\Gamma\zeta} (v_\infty^2 - v^2)$$

ดังนั้น $$\boxed{v_\infty^2 - v^2 = -\frac{4\Gamma\zeta}{\Lambda} \ln(m/m_\infty)} \quad (5.41)$$

นั่นคือ $$m = m_\infty e^{-\Lambda(v_\infty^2 - v^2)/4\Gamma\zeta} \quad (5.42)$$

m คือ มวลอุกกาบาตที่ระยะทางใดๆ , v คือ ความเร็วอุกกาบาตที่ระยะทางใดๆ

m_∞ คือ มวลอุกกาบาตเริ่มต้นที่ระยะทางไกล, v_∞ คือ ความเร็วอุกกาบาตที่ระยะทางไกล

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง ความหนาแน่นของอากาศ ($\rho_a/\rho_{a(max)}$) กับ เวลา ($t-t_{(max)}$) จากสมการ (5.4); $\rho_a = \rho_o e^{-H/\mathcal{H}}$ ดังนั้น

$$\frac{1}{\rho_a}\frac{d\rho_a}{dt} = \frac{1}{\rho_a}\frac{d}{dt}\left(\rho_o e^{-H/\mathcal{H}}\right)$$

$$= \frac{1}{\rho_a}\left(\rho_o e^{-H/\mathcal{H}}\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{-H}{\mathcal{H}}\right)$$

$$= -\frac{1}{\mathcal{H}}\frac{dH}{dt} \qquad ;\ \text{แทน } dH = -ds\,(\cos z)$$

$$= \frac{\cos z}{\mathcal{H}}\frac{ds}{dt} \qquad ;\ \text{แทน } \frac{ds}{dt} = v$$

$$= \frac{v\cos z}{\mathcal{H}} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.43)$$

ดังนั้น

$$\int_{\rho_{a(max)}}^{\rho_a}\frac{1}{\rho_a}\,d\rho_a = \frac{v}{\mathcal{H}}\cos z\int_{t_{(max)}}^{t}dt$$

$$\ln\left(\rho_a/\rho_{a(max)}\right) = \frac{v}{\mathcal{H}}\cos z\,(t-t_{(max)})$$

$$\boxed{t-t_{(max)} = \frac{\mathcal{H}}{v\cos z}\ln\left(\rho_a/\rho_{a(max)}\right)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.44)$$

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง มวล (m/m_∞) กับ เวลา (t) จากสมการ (3.33) คือ

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{4}{9}\frac{m}{H}v\cos z \qquad \text{(isothermal)}$$

ดังนั้น

$$\int_{m_\infty}^{m}\frac{1}{m}\,dm = -\frac{4}{9}\frac{v\cos z}{H}\int_{o}^{t}dt$$

$$\ln(m/m_\infty) = -\frac{4}{9}\frac{v\cos z}{H}\,t$$

ดังนั้น

$$\boxed{t = -\frac{9}{4}\frac{H}{v\cos z}\ln(m/m_\infty)} \qquad \text{(isothermal)} \quad (5.45)$$

จากสมการทั้งหมดที่กล่าวมาแล้ว สามารถนำมาเขียนตารางแสดงค่า m/m_{∞} , $m/m_{max})$, $\rho_a/\rho_{a(max)}$, $I/I_{(max)}$, $q/q_{(max)}$, $H-H_{(max)}$, $v^2-v_{\infty}^2$, $t-t_{(max)}$ และ t ได้ ดังแสดงในตารางที่ 5.2 โดยใช้บรรยากาศแบบ isothermal ใช้ค่า $\varkappa = 5.8$ km , $\Lambda = 0.3$, $\Gamma = 1$

และ $\zeta = 8x10^{10}$ $erg \cdot s^{-1}$ $= 8$ $(km/s)^2$

โดยใช้สมการต่อไปนี้คือ

1. สมการที่ (5.12); $$\boxed{\frac{m}{m_{(max)}} = \frac{27}{8}\left(\frac{m}{m_{\infty}}\right)}$$

2. สมการที่ (5.31); $$\boxed{\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}} = 3\left[1-\left(\frac{m}{m_{\infty}}\right)^{1/3}\right]}$$

3. สมการที่ (5.55);

$$\boxed{\frac{I}{I_{(max)}} = \frac{q}{q_{(max)}} = \frac{9}{4}\,\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}}\left[1-\frac{\rho_a}{3\rho_{a(max)}}\right]^2}$$

4. สมการที่ (5.39); แทนค่า $\varkappa = 5.8$ km จะได้

$$\boxed{H - H_{(max)} = -5.8\ \ln(\rho_a/\rho_{a(max)}) \quad \text{หน่วย km}}$$

5. สมการที่ (5.41); $v_{\infty}^2 - v^2 = -\frac{4\Gamma\zeta}{\Lambda}\ \ln\left(\frac{m}{m_{\infty}}\right)$

แทนค่า $\Lambda = 0.3$, $\Gamma = 1$ และ $\zeta = 8x10^{10}$ $erg \cdot g^{-1}$

ดังนั้น $\zeta = 8 \times 10^3\ J \cdot g^{-1} = 8 \times 10^6\ J \cdot kg^{-1} = 8 \times 10^6\ (m/s)^2$

$= 8\ (km/s)^2$

แทนค่าเหล่านี้ลงไปจะได้

$$v^2 - v_\infty^2 = -\frac{(4)(1)(8)}{(0.3)} \ln\left(\frac{m}{m_\infty}\right)$$

$$\boxed{v^2 - v_\infty^2 = \frac{32}{0.3} \ln\left(\frac{m}{m_\infty}\right)}$$

โดยที่ v^2 และ v_∞^2 มีหน่วยเป็น $(km/s)^2$

v_∞ เป็นความเร็วของอุกกาบาตขณะอยู่ไกลจากบรรยากาศโลกมาก

6. สมการที่ (5.44); แทนค่า $\mathcal{H}$ = 5.8 km จะได้

$$\boxed{t - t_{(max)} = \frac{5.8}{V \cos z} \ln\left(\frac{\rho_a}{\rho_{a(max)}}\right)}$$

โดยที่ $t_{(max)}$ คือ เวลาที่อุกกาบาตมีความสว่างมากที่สุด

$\rho_{a(max)}$ คือ ความหนาแน่นของอากาศขณะที่อุกกาบาตมีความสว่างมากสุด

v คือ ความเร็วของอุกกาบาต มีหน่วยเป็น km/s

z คือ มุมที่อุกกาบาตทำกับจุดยอดฟ้า มีหน่วยเป็น องศา (°)

t และ $t_{(max)}$ มีหน่วยเป็น วินาที (s)

7. สมการที่ (5.45);

$$\boxed{t = -\frac{9}{4} \frac{H}{V \cos z} \ln\left(\frac{m}{m_\infty}\right)}$$

โดยที่ t มีหน่วยเป็น วินาที (s)

H มีหน่วยเป็น km

v มีหน่วยเป็น km/s

z มีหน่วยเป็น องศา (°)

ตารางที่ 5.2 ปริมาณทางฟิสิกส์ของอุกกาบาตในบรรยากาศแบบ isothermal ($\mathcal{H}$ = 5.8 km) โดยใช้ค่า $\Lambda = 0.3$, $\Gamma = 1$ และ $\zeta = 8\times10^{10}$ erg·g^{-1} = 8 (km/s)^2

m/m_∞	$m/m_{(max)}$	$\rho_a/\rho_{a(max)}$	$I/I_{(max)}$ = $q/q_{(max)}$	$H-H_{(max)}$ (km)	$v^2-v_\infty^2$ (km/s)^2	$t-t_{(max)}$ $\left(/\frac{1}{v\cos z}\right)$ km	t $\left(/\frac{H}{v\cos z}\right)$
1.00	3.38	0.00	0.00	-	- 0.00	-	0.00
0.99	3.34	0.01	0.02	26.71	- 1.07	-26.71	0.02
0.98	3.31	0.02	0.04	22.69	- 2.16	-22.69	0.05
0.97	3.27	0.03	0.07	20.34	- 3.25	-20.34	0.07
0.96	3.24	0.04	0.09	18.53	- 4.35	-18.53	0.09
0.95	3.21	0.05	0.11	17.26	- 5.47	-17.26	0.12
0.90	3.04	0.10	0.22	13.13	- 11.24	-13.13	0.24
0.85	2.87	0.16	0.32	10.70	- 17.34	-10.70	0.37
0.80	2.70	0.22	0.42	8.92	- 23.80	- 8.92	0.50
0.75	2.53	0.27	0.51	7.51	- 30.69	- 7.51	0.65
0.70	2.36	0.34	0.60	6.33	- 38.05	- 6.33	0.80
0.65	2.19	0.40	0.68	5.30	- 45.95	- 5.30	0.97
0.60	0.03	0.47	0.75	4.38	- 54.49	- 4.38	1.15
0.55	1.86	0.54	0.82	3.55	- 63.77	- 3.55	1.35
0.50	1.69	0.62	0.88	2.78	- 73.94	- 2.78	1.56
0.45	1.52	0.70	0.93	2.06	- 85.17	- 2.06	1.80
0.40	1.35	0.79	0.97	1.37	- 97.74	- 1.37	2.06
0.35	1.18	0.89	0.99	0.70	-111.98	- 0.70	2.36

ตารางที่ 5.2 (ต่อ)

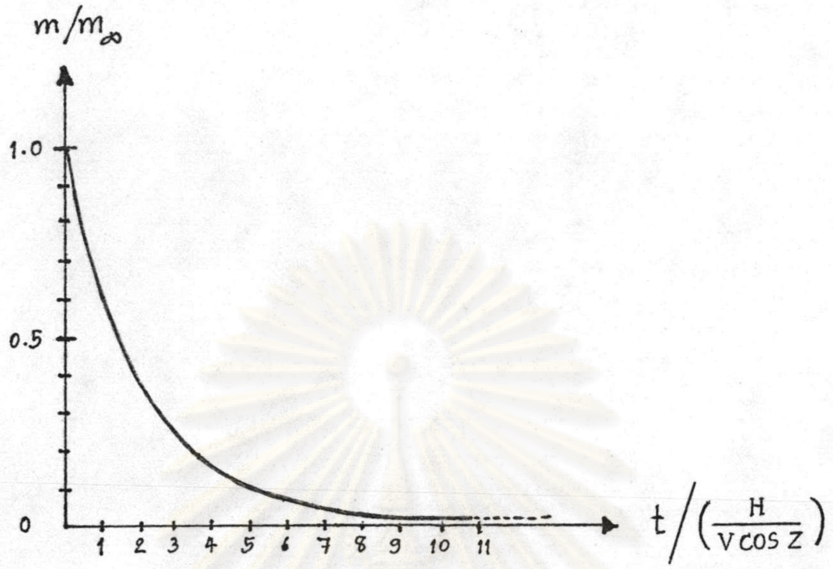
m/m_∞	$m/m_{(max)}$	$\rho_a/\rho_{a(max)}$	$I/I_{(max)} = q/q_{(max)}$	$H-H_{(max)}$ (km)	$v^2-v_\infty^2$ $(km/s)^2$	$t-t_{(max)}$ $\left(/\frac{1}{v\cos Z}\right)$ km	t $\left(/\frac{H}{v\cos Z}\right)$
0.34	1.15	0.91	0.99	0.57	-115.07	- 0.57	2.43
0.33	1.11	0.93	1.00	0.44	-118.26	- 0.44	2.49
0.32	1.08	0.95	1.00	0.31	-121.54	- 0.31	2.56
0.31	1.05	0.97	1.00	0.18	-124.93	- 0.18	2.64
0.30	1.01	0.99	1.00	0.05	-128.42	- 0.05	2.71
0.296	1.00	1.00	1.00	0.00	-129.86	0.00	2.74
0.29	0.98	1.01	1.00	-0.08	-132.04	0.08	2.79
0.28	0.95	1.04	1.00	-0.21	-135.78	0.21	2.86
0.27	0.91	1.06	1.00	-0.34	-139.66	0.34	2.95
0.26	0.88	1.09	1.00	-0.47	-143.69	0.47	3.03
0.25	0.84	1.11	0.99	-0.61	-147.87	0.61	3.12
0.24	0.81	1.14	0.99	-0.74	-152.23	0.74	3.21
0.23	0.78	1.16	0.98	-0.87	-156.77	0.87	3.31
0.22	0.74	1.19	0.98	-1.00	-161.51	1.00	3.41
0.21	0.71	1.22	0.97	-1.14	-166.47	1.14	3.51
0.20	0.68	1.25	0.96	-1.28	-171.67	1.28	3.62
0.19	0.64	1.28	0.95	-1.41	-177.15	1.41	3.74
0.18	0.61	1.31	0.94	-1.55	-182.91	1.55	3.86
0.17	0.57	1.34	0.92	-1.69	-189.01	1.69	3.99
0.16	0.54	1.37	0.91	-1.83	-195.48	1.83	4.12

ตารางที่ 5.2 (ต่อ)

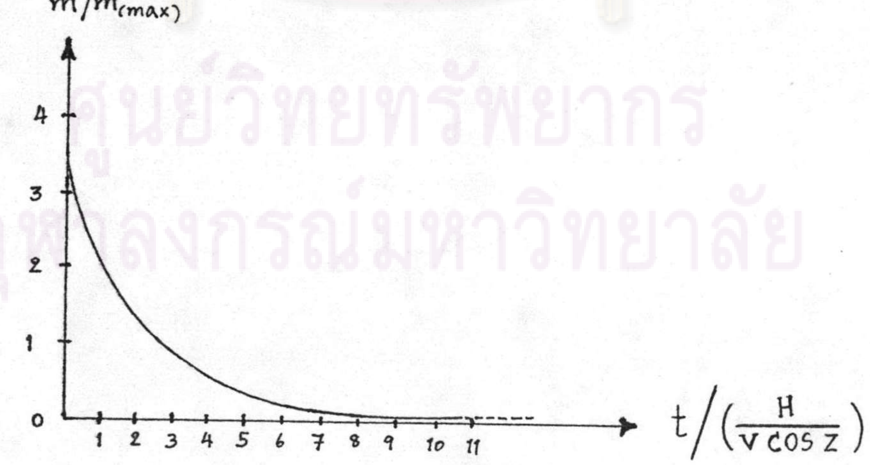
m/m_∞	$m/m_{(max)}$	$\rho_a/\rho_{a(max)}$	$I/I_{(max)}$ = $q/q_{(max)}$	$H-H_{(max)}$ (km)	$v^2-v_\infty^2$ $(km/s)^2$	$t-t_{(max)}$ $\left(/\frac{1}{V\cos Z}\right)$ (km)	t $\left(/\frac{H}{V\cos Z}\right)$
0.15	0.51	1.41	0.89	-1.98	-202.36	1.98	4.27
0.14	0.47	1.44	0.88	-2.12	-209.72	2.12	4.42
0.13	0.44	1.48	0.86	-2.27	-217.62	2.27	4.59
0.12	0.41	1.52	0.83	-2.43	-226.16	2.43	4.77
0.11	0.37	1.56	0.81	-2.59	-235.44	2.59	4.97
0.10	0.34	1.61	0.78	-2.76	-245.61	2.76	5.18
0.09	0.30	1.66	0.75	-2.93	-256.85	2.93	5.42
0.08	0.27	1.71	0.71	-3.10	-269.41	3.10	5.68
0.07	0.24	1.76	0.67	-3.29	-283.65	3.29	5.98
0.06	0.20	1.83	0.63	-3.49	-300.10	3.49	6.33
0.05	0.17	1.90	0.58	-3.71	-319.55	3.71	6.74
0.04	0.14	1.97	0.52	-3.94	-343.35	3.94	7.24
0.03	0.10	2.07	0.45	-4.21	-374.03	4.21	7.89
0.02	0.07	2.19	0.36	-4.54	-417.28	4.54	8.80
0.01	0.03	2.35	0.25	-4.97	-491.22	4.97	10.36
0.00	0.00	3.00	0.00	-6.37	-	6.37	-

จากตารางที่ 5.2 สามารถนำมาเขียนกราฟได้ดังรูปที่ 5.3 - 5.8

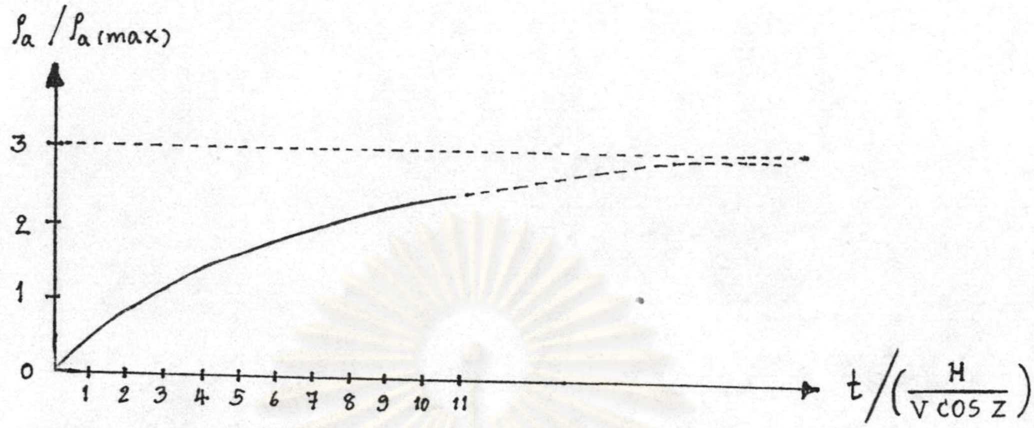
รูปที่ 5.3 กราฟระหว่าง m/m_{∞} กับ $t \Big/ \left(\frac{H}{V \cos Z}\right)$ ของอุกกาบาตในบรรยากาศแบบ isothermal



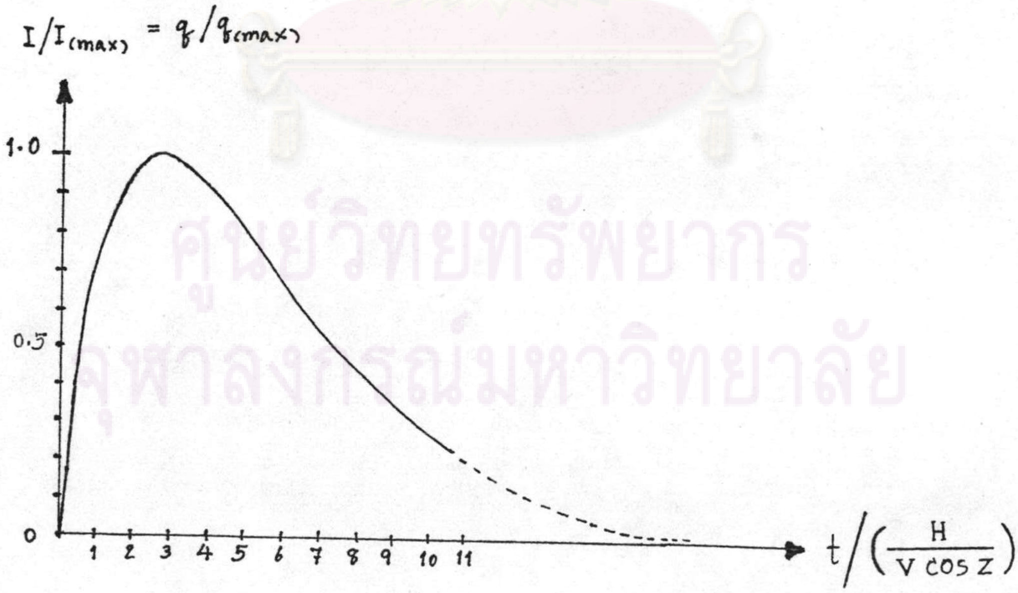
รูปที่ 5.4 กราฟระหว่าง $m/m_{(max)}$ กับ $t \Big/ \left(\frac{H}{V \cos Z}\right)$ ของอุกกาบาตในบรรยากาศแบบ isothermal



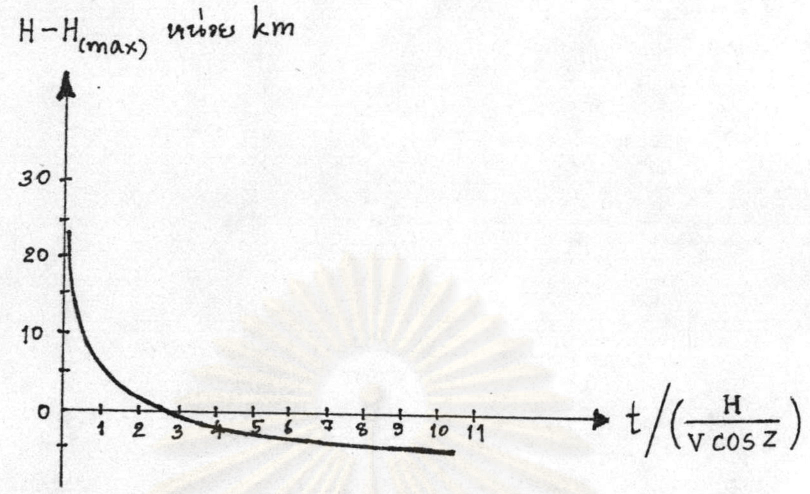
<u>รูปที่ 5.5</u> กราฟระหว่าง $\rho_a/\rho_{a(max)}$ กับ $t \Big/ \left(\frac{H}{V\cos Z}\right)$ ของอุกกาบาตในบรรยากาศแบบ isothermal



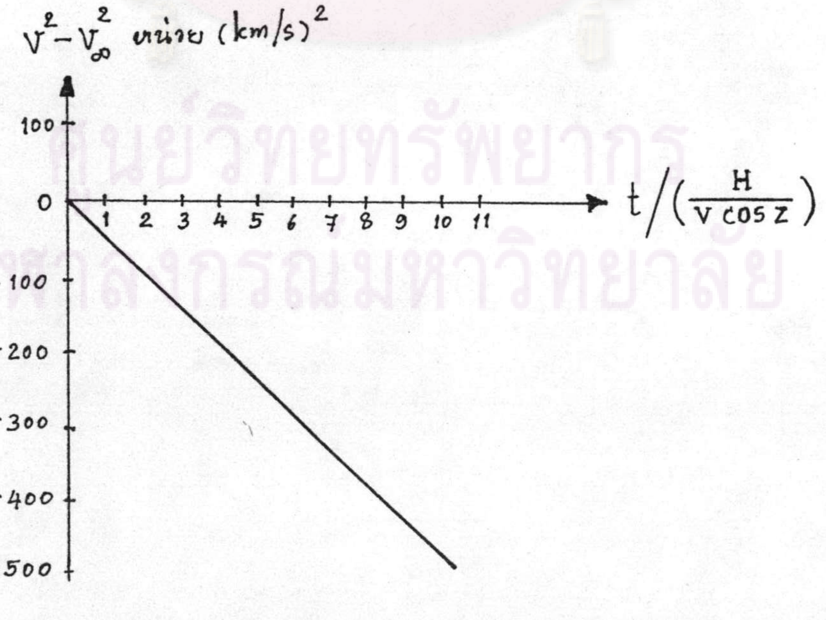
<u>รูปที่ 5.6</u> กราฟระหว่าง $I/I_{(max)}$ หรือ $q/q_{(max)}$ กับ $t \Big/ \left(\frac{H}{V\cos Z}\right)$ ของอุกกาบาตในบรรยากาศแบบ isothermal



<u>รูปที่ 5.7</u> กราฟระหว่าง $H\text{-}H_{(max)}$ หน่วย km กับ $t \Big/ \left(\frac{H}{V\cos Z}\right)$ ของอุกกาบาต ในบรรยากาศแบบ isothermal (แทนค่า $\mathcal{H}$ = 5.8 km)



<u>รูปที่ 5.8</u> กราฟระหว่าง $v^2\text{-}v_\infty^2$ หน่วย $(km/s)^2$ กับ $t \Big/ \left(\frac{H}{V\cos Z}\right)$ ในบรรยากาศแบบ isothermal โดยใช้ค่า $\Lambda = 0.3$, $\Gamma = 1$ และ $\zeta = 8 \times 10^{10}\ erg \cdot g^{-1} = 8\ (km/s)^2$



จากรูปที่ 5.3 - 5.8 จะเห็นว่า

ในช่วงเวลา t เท่ากับ 0 ถึง $2.74\left(\frac{H}{V\cos Z}\right)$ มวลอุกกาบาต และความสูง ลดลงอย่างรวดเร็ว แต่ความหนาแน่นของอากาศ และการแตกตัวเป็นอิออน เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว

พอถึงเวลา t เท่ากับ $2.74\left(\frac{H}{V\cos Z}\right)$ เป็นเวลาที่อุกกาบาตมีความสว่างมากที่สุด เพราะมีการแตกตัวเป็นอิออนมากที่สุด มวลอุกกาบาต จะลดลง เหลือเพียง 8/27 จากมวลเดิม

เวลาหลังจากนั้น มวลอุกกาบาต และ การแตกตัวเป็นอิออน จะค่อยๆลดลงเข้าสู่ 0 ความสูงลดลงช้ามากเกือบจะคงที่ ส่วนความหนาแน่นของอากาศ ค่อยๆเพิ่มขึ้นอีกแต่มีค่าสูงสุดไม่เกิน 3 เท่าของความหนาแน่นของอากาศขณะที่อุกกาบาตสว่างที่สุด

ส่วน ความเร็วของอุกกาบาต $v^2 - v_\infty^2$ มีค่าลดลงอย่างสม่ำเสมอตลอดเวลา