การแก้สมการกินซ์เบอร์ก-แลนดาวด้วยเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลข

นายธานินทร์ นุตโร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาฟิสิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2536

ISBN 974-582-322-8

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

019591

SOLVING THE GINZBURG-LANDAU EQUATIONS BY NUMERICAL TECHNIQUES

Mr. Tanin Nutaro

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Physics

Graduate School

Chulalongkorn University

1993

ISBN 974-582-322-8

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

นายธานินทร์ นุตโร : การแก้สมการกินซ์เบอร์ก-แลนดาวด้วยเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลข
(SOLVING THE GINZBURG-LANDAU EQUATIONS BY NUMERICAL TECHNIQUES)
อ.ที่ปรึกษา : ศ.ดร. วิรุฬห์ สายคณิต, ดร. จูเลี่ยน โพลเตอร์, และ ดร. เดวิด รูฟโฟโล,
128 หน้า. ISBN 974-582-322-8

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์นี้ คือ การแก้สมการกินซ์เบอร์ก-แลนดาว สำหรับตัวนำยิ่งยวดทั้งแบบที่ 1 และ แบบที่ 2 ด้วยเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลข โดยการหาค่าพลังงานอิสระต่ำสุดโดยตรงแทนที่จะใช้วิธีเชิงวิเคราะห์เสียก่อนแล้วจึงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ภายหลัง ณ สถานะที่มีระดับพลังงานอิสระต่ำสุด เราจะทราบพฤติกรรมของค่าพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ ค่าความเร็วยิ่งยวด และค่าสนามแม่เหล็กภายใน ในตัวนำยิ่งยวด จากการศึกษาพบว่า สถานการณ์จำลองปัญหาของ ตัวนำยิ่งยวดแบบที่ 1 ใน 1 มิตินั้นผลที่ได้สอดคล้องเป็นอย่างดีกับทฤษฎี แต่สำหรับตัวนำยิ่งยวดแบบที่ 2 พบว่าสถานการณ์จำลองมีความซับซ้อนกว่าแบบแรกมากต้องการระบบคอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ที่มีประสิทธิภาพสูง ในการแก้ปัญหา

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ปีการศึกษา 2535 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

David Ruffolo

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

C225404 : MAJOR PHYSICS
KEY WORD: GINZBURG-LANDAU EQUATIONS / NUMERICAL TECHNIQUES

TANIN NUTARO : SOLVING THE GINZBURG-LANDAU EQUATIONS BY NUMERICAL TECHNIQUES. THESIS ADVISOR : PROF. VIRULH SA-YAKANIT, F. D., JULIAN POULTER, Ph.D., AND DAVID RUFFOLO, Ph.D. 128 PP. ISBN 974-582-322-8

The purpose of this thesis is to solve the Ginzburg-Landau equations for the type I and type II superconductors by numerical techniques. We minimize the Gibbs free energy directly, instead of minimizing it analytically by solving the resulting nonlinear partial differential equations. In the lowest free energy state the behavior of the order parameter, the supervelocity, and the internal magnetic field are revealed. We present simulations for a type I superconductor where all function depend only on one coordinate, which agree well with the theory. For the type II superconductors, the simulations are more complicated and we would require a high performance computer system.

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต

สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2535 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

Thesis Title	Solving the Ginzburg-Landau Equations by Numerical Techniques
By	Mr. Tanin Nutaro
Department	Physics
Thesis Advisors	Professor Virulh Sa-yakanit, F.D., Julian Poulter, Ph.D., and David Ruffolo, Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science.

Thavorn Vajrabhaya
..... Dean of Graduate School
(Professor Thavorn Vajrabhaya, Ph.D.)

Thesis Committee

Suthat Yoksan
..... Chairman
(Professor Suthat Yoksan, Ph.D.)

Virulh Sayakanit
..... Thesis Advisor
(Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

J. Poulter
..... Thesis Advisor
(Julian Poulter, Ph.D.)

Kitt Visoottiviseth
..... Member
(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

Ahpisit Ungkitchanukit
..... Member
(Ahpisit Ungkitchanukit, Ph.D.)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his deep gratitude to his supervisors, Prof. Virulh Sa-yakanit, Dr. Julian Poulter, and Dr. David Ruffolo for their valuable advice and guidance, setting him on the right road some years ago, and encouragement given throughout this work. Thanks also go to Assoc. Prof. Jong-orn Berananda and Assoc. Prof. Wichit Sritrakool for their help in various ways.

Thanks go without saying to the thesis committee, Prof. Suthat Yoksan, Assoc. Prof. Kitt Visoottiviseth and Dr. Ahpisit Ungkitchanukit for their reading and criticizing the manuscript. Special thanks go to Mr. Peerapol Prasertsil for his assistance in typing a part of this thesis.

We would like to thank the Austrian-Thai Center for Computer Assisted Chemical Education and Reseach (ATC) and Chulalongkorn University Unix Center for the use of computer.

Finally, we would like to take this opportunity to thank to the University Development Commission of the National Council and the Graduate School of Chulalongkorn University for providing scholarships to support the author for the period of his studies.

TABLE OF CONTENTS

Page

ABSTRACT IN ENGLISH iv

ABSTRACT IN THAI v

ACKNOWLEDGEMENTS vi

LIST OF FIGURES ix

CHAPTER I A BRIEF INTRODUCTION TO THE HISTORY OF SUPERCONDUCTIVITY 1

The Beginning-Zero Resistance 1

The Meissner Effect 3

The London Theory 4

The Ginzburg-Landau Theory 7

The BCS Theory 9

CHAPTER II THE GINZBURG-LANDAU THEORY 11

Derivation of the Ginzburg-Landau Equations 11

Presence of Magnetic Fields 13

The First Ginzburg-Landau Equation 15

The Second Ginzburg-Landau Equation 17

Ginzburg-Landau Coherence Length 20

Penetration Depth 23

CHAPTER III TYPE I AND TYPE II SUPERCONDUCTORS 26

Type I Superconductors 26

Type II Superconductors 30

	Mixed State	34
	Details of the Mixed State	35
	The Lower Critical Field H_{c1}	39
	The Upper Critical Field H_{c2}	41
CHAPTER IV	ABRIKOSOV'S SOLUTION	43
CHAPTER V	CALCULATION OF "β"	56
	Numerical Minimization of β	68
CHAPTER VI	COMPUTER SIMULATIONS FOR TYPE I SUPERCONDUCTORS	73
	Introduction	73
	Lattice Equation	74
	Numerical Techniques	76
	Results and Conclusion	77
	No Magnetic Field	79
	Applied Magnetic Field Case	81
CHAPTER VII	COMPUTER SIMULATIONS FOR TYPE II SUPERCONDUCTORS	90
	Previous Work	90
	Lattice Equation	94
	The Simulated Annealing Technique	97
	Results and Conclusion	100
CONCLUSION REMARKS		104
REFERENCES		107
APPENDIX A		112
APPENDIX B		117
CURRICULUM VITAE		128

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LIST OF FIGURES

		Page
Fig. 1.1	The discovery of superconductivity by Kamerlingh Onnes	2
Fig. 1.2	The Meissner effect	4
Fig. 2.1	The Ginzburg-Landau coherence length	23
Fig. 2.2	The schematic plot of the penetration depth	25
Fig. 3.1	The relationship between the external magnetic field and the internal magnetic field in a type I superconductors	26
Fig. 3.2	Phase diagram in H-T plane	27
Fig. 3.3	Schematic plot of the penetration depth and the coherence length .	31
Fig. 3.4	The internal magnetic field vs. the external magnetic field for type I and type II superconductors	32
Fig. 3.5	The three phases of a superconductor	33
Fig. 3.6	An isolated flux line	36
Fig. 3.7	The mixed state	37
Fig. 3.8	Triangular lattice of vortices	38
Fig. 5.1	Array of flux lines	57
Fig. 5.2	Vectors in reciprocal space	60
Fig. 5.3	Numerical results of two lattice structures of flux lines with the same value of β	68
Fig. 5.4	β vs. b_2	69
Fig. 5.5	β vs. θ	70
Fig. 5.6	Contour plot of β in the b_1-b_2 plane	71

Fig. 5.7	Schematic of the free energy for the two lattice structures	72
Fig. 6.1	Diagram of a superconductor of width L	74
Fig. 6.2	Discretization of a superconducting sample in one dimension	76
Fig. 6.3	The free energy vs. the number of strips	78
Fig. 6.4	Numerical and analytical solutions for the order parameter vs. x ..	79
Fig. 6.5	The order parameter vs. x for a thin sample	81
Fig. 6.6	Order parameter and internal magnetic field for a superconductor with one boundary.....	82
Fig. 6.7	Numerical results for the the order parameter, the internal magnetic field, and the supervelocity when	83
Fig. 6.8	The internal magnetic field vs. x for various values of κ	84
Fig. 6.9	The internal magnetic field vs. x for various values of the external magnetic	85
Fig. 6.10	The order parameter vs. x for various H values	86
Fig. 6.11	The supervelocity vs. x for various H values	87
Fig. 6.12	The order parameter, internal magnetic field and supervelocity vs. x for H = 1.40	88
Fig. 6.13	The order parameter, the internal magnetic field and the supervelocity vs. x for H = 1.42	89
Fig. 7.1	Discretization of a two-dimensional superconducting sample	95
Fig. 7.2	Boundary conditions used to simulate a type II superconductor.....	96
Fig. 7.3	Schematic plot of a function, f(x), that has several local minima and one global minimum	97
Fig. 7.4	Schematic plot of free energies of various states of a superconductor	103

Fig. 1 The connection between experiment, theory, and computer simulation 105

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย