บทที่ 5

ผลการคำนวณความเครียดสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ของอิเล็กโทรดไฟฟ้าแรงสูงแบบต่าง ๆ

ในบทนี้ จะกล่าวถึงการเปรียบเทียบการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าของอิเล็กโทรดไฟฟ้าแรงสูงแบบต่าง ๆ ที่เป็นการคำนวณบนบริเวณเปิดที่มีเงื่อนไขขอบเขตไม่จำกัด ที่ประกอบด้วยตัวกลางมากกว่า 1 ชนิด และที่ประกอบด้วยฉนวน และสารกึ่งตัวนำ

อิเล็กโทรดแท่งกลมปลายมนกับระนาบนั้น จะคำนวณหาแรงดันเริ่มต้นเพื่อเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยในอดีต[16] และในอิเล็กโทรดแก็ปทรงกลม จะคำนวณหาแรงดันเริ่มต้นเปรียบเทียบกับค่าแรงดันเบรกดาวน์ที่กำหนดในมาตรฐาน[18]

5.1 อิเล็กโทรดแบบทรงกลมเดี่ยวในอากาศ

ลักษณะของอิเล็กโทรดที่จะคำนวณประกอบด้วยทรงกลมรัศมี 1 เซนติเมตร มีศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของทรงกลมเท่ากับ 100 kV เป็นการคำนวณบนบริเวณที่มีขอบเขตไม่จำกัด ซึ่งสามารถคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าได้ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ดังสมการ[1]

$$E = U_o \frac{r_o}{r^2}$$

$$U = U_o\left[1 - r_o\left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r}\right)\right] = \frac{U_o r_o}{r}$$

เมื่อ U_o เป็นศักย์ไฟฟ้าที่ผิวทรงกลม

r_o เป็นรัศมีของทรงกลม มีหน่วยเป็น cm

แทนค่าศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของทรงกลมและรัศมีของทรงกลมจะได้

$$U = \frac{100}{r} \qquad \text{(kV)}$$

$$E = \frac{100}{r^2} \qquad \text{(kV/cm)}$$

ตารางที่ 5.1 ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีการแปลงทั้งสองเทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์ที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางต่าง ๆ

r (cm)	Ua (kV)	Ue-i (kV)	error (%)	Ue-e (kV)	error (%)
1.00	100.000	100.000	0.000	100.000	0.000
1.10	90.909	90.643	0.293	90.643	0.293
1.20	83.333	83.037	0.356	83.039	0.353
1.30	76.923	76.595	0.426	76.599	0.421
1.40	71.429	71.125	0.425	71.131	0.417
1.50	66.667	66.325	0.513	66.334	0.499
1.60	62.500	62.128	0.595	62.140	0.576
1.70	58.824	58.417	0.691	58.433	0.664
1.80	55.556	55.123	0.779	55.142	0.744
1.90	52.632	52.175	0.868	52.197	0.826
2.00	50.000	49.520	0.960	49.546	0.908
2.20	45.455	44.973	1.059	45.003	0.993
2.40	41.667	41.148	1.245	41.179	1.170
2.60	38.462	37.908	1.439	37.936	1.366
2.80	35.714	35.126	1.647	35.147	1.588

r คือ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของทรงกลม

Ua คือ ศักย์ไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์

Ue-i คือ ศักย์ไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้การแปลงแบบภายนอกสู่ภายใน

Ue-e คือ ศักย์ไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้การแปลงแบบภายนอกสู่ภายนอก

error คือ ความคลาดเคลื่อนของค่าที่ได้เทียบกับค่าจากวิธีเชิงวิเคราะห์

ตารางที่ 5.2 ค่าสนามไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีการแปลงทั้งสองเทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์ที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางต่าง ๆ

r (cm)	Ea (kV/cm)	Ee-i (kV/cm)	error (%)	Ee-e (kV/cm)	error (kV/cm)
1.00	100.000	100.000	0.000	100.000	0.000
1.10	82.645	86.795	5.022	87.022	5.296
1.20	69.444	68.807	0.917	72.993	5.110
1.30	59.172	61.920	4.645	62.073	4.903
1.40	51.020	53.277	4.423	53.402	4.669
1.50	44.444	46.301	4.177	46.403	4.406
1.60	39.063	40.584	3.896	40.666	4.105
1.70	34.602	35.836	3.565	35.900	3.750
1.80	30.864	31.847	3.183	31.895	3.340
1.90	27.701	28.457	2.730	28.492	2.856
2.00	25.000	25.072	0.289	25.092	0.369
2.20	20.661	21.283	3.007	21.284	3.013
2.40	17.361	17.814	2.611	17.796	2.503
2.60	14.793	15.148	2.397	15.108	2.127
2.80	12.755	13.072	2.483	13.006	1.970

r คือ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางของทรงกลม

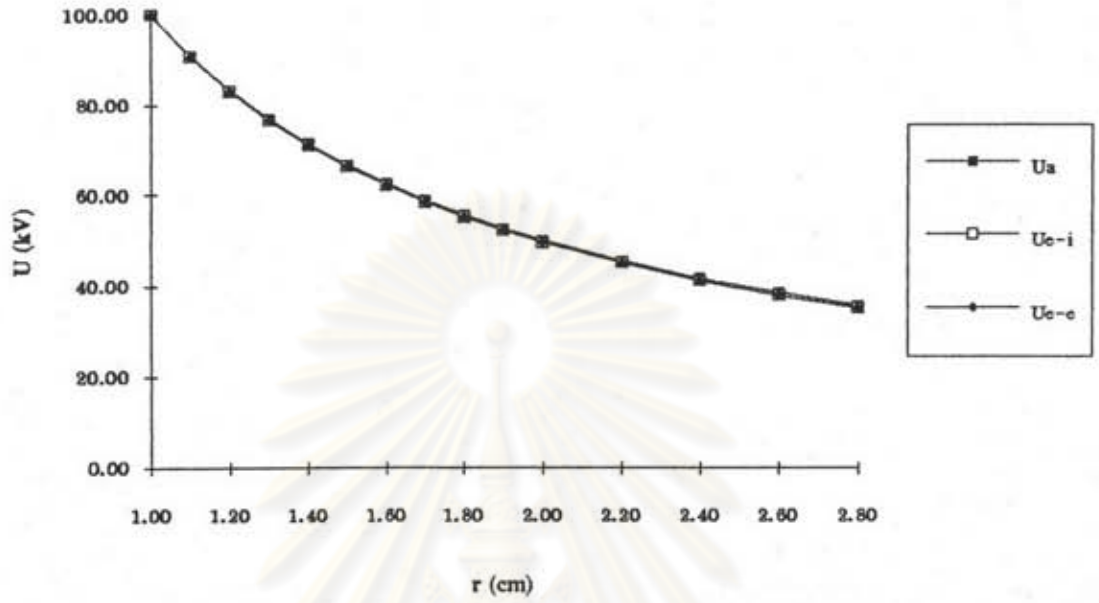
Ea คือ สนามไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์

Ee-i คือ สนามไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้การแปลงแบบภายนอกสู่ภายใน

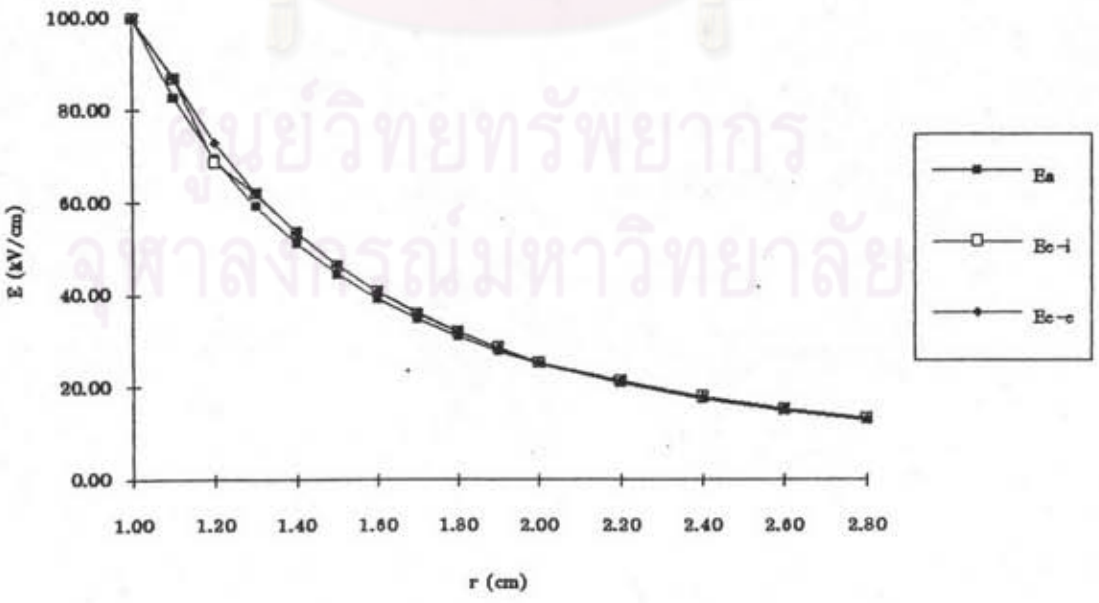
Ee-e คือ สนามไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้การแปลงแบบภายนอกสู่ภายนอก

error คือ ความคลาดเคลื่อนจากค่าที่ได้เทียบกับค่าจากวิธีเชิงวิเคราะห์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าศักย์ไฟฟ้าที่ระยะ r จากจุดศูนย์กลางของทรงกลมเดี่ยวในอากาศที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้การแปลงทางคณิตศาสตร์



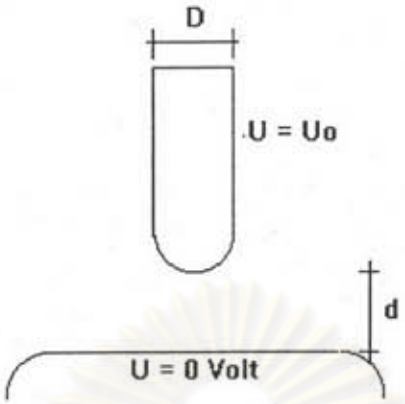
รูปที่ 5.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบสนามไฟฟ้าที่ระยะ r จากจุดศูนย์กลางของทรงกลมเดี่ยวในอากาศที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้การแปลงทางคณิตศาสตร์

การคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์อาจใช้การแปลงทางคณิตศาสตร์ได้ 2 วิธี คือ การแปลงแบบภายนอกสู่ภายใน และ การแปลงแบบภายนอกสู่ภายนอก เพื่อเปรียบเทียบความแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณของทั้ง 2 วิธีโดยใช้การแบ่งอีลีเมนต์ในลักษณะเดียวกัน จำนวนอีลีเมนต์ในบริเวณที่สนใจใกล้เคียงกัน(มากกว่า 2800 อีลีเมนต์) รัศมีของการแปลงเท่ากัน(บริเวณของการคำนวณที่สนใจเท่ากัน) เพื่อที่จะเลือกวิธีที่จะใช้ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าบนผิวลูกถ้วยฉนวน ในตารางที่ 5.1, 5.2 และรูปที่ 5.1, 5.2 เป็นการเปรียบเทียบผลการคำนวณโดยใช้วิธีการแปลงทั้งสองกับคำตอบจากวิธีเชิงวิเคราะห์

จากผลการคำนวณจะเห็นได้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์โดยใช้การแปลงทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 วิธีมีความคลาดเคลื่อนจากค่าศักย์ไฟฟ้าโดยวิธีเชิงวิเคราะห์น้อยกว่า 2% และค่าสนามไฟฟ้ามีความคลาดเคลื่อนจากวิธีเชิงวิเคราะห์น้อยกว่า 5% ด้วยวิธีการแปลงแบบภายนอกสู่ภายใน โดยวิธีการแปลงแบบภายนอกสู่ภายนอก มีความคลาดเคลื่อนของศักย์ไฟฟ้าสูงกว่าเล็กน้อย แต่มีความคลาดเคลื่อนของค่าสนามไฟฟ้าต่ำกว่า และวิธีการแปลงแบบภายนอกสู่ภายนอก จะมีความคลาดเคลื่อนซึ่งเกิดจากรูปแบบของสมการอินทิกรัลที่ซับซ้อนกว่า ทำให้ไม่สามารถประมาณผลลัพธ์การอินทิเกรตได้อย่างสมบูรณ์ ในการคำนวณบนบริเวณเปิดต่อไป จะใช้การแปลงทางคณิตศาสตร์วิธีการแปลงแบบภายนอกสู่ภายในเนื่องจากต้องการใช้ค่าสนามไฟฟ้าในการคำนวณหาแรงดันเริ่มต้น

5.2 อิเล็กโทรดแท่งกลมปลายมนกับระนาบ

ลักษณะของอิเล็กโทรดแบบนี้เป็นแท่งกลมปลายมนเส้นผ่านศูนย์กลาง D มีศักย์ไฟฟ้าเท่ากับ Uo อยู่ห่างจากระนาบที่ต่อลงดินเท่ากับ d ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ซึ่งเป็นการคำนวณบนบริเวณเปิด การคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้น จะแทนระนาบที่ต่อลงดินโดยใช้วิธีอิมเมจ ดังรูปที่ 5.4 ซึ่งแสดงลักษณะการแบ่งอีลีเมนต์ในการคำนวณ และเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าจากการคำนวณได้ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลองของเดช สุขะพิริยะ[16] ในตารางที่ 5.3 โดยใช้จำนวนอีลีเมนต์ในการคำนวณมากกว่า 2800 อีลีเมนต์



รูปที่ 5.3 ลักษณะของอิเล็กโทรดแบบแท่งกลมปลายมนกับระนาบ

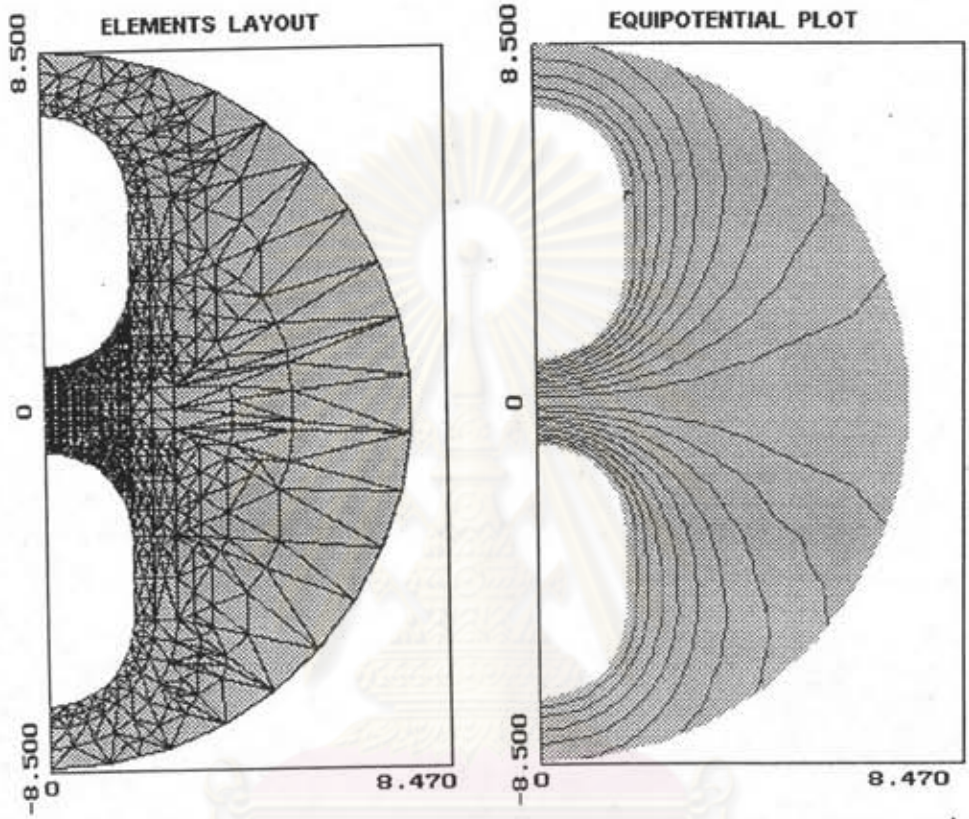
ตารางที่ 5.3 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของอิเล็กโทรดแบบแท่งกลมปลายมนกับระนาบเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลอง

Rod Dia. (cm)	Gap (cm)	Ui - cal (kV)	Ui - exp (kV)	Error (%)
1.0	0.5	16.680	15.990	4.315
	1.0	22.760	20.760	9.634
	2.0	29.199	27.460	6.333
	4.0	32.319	34.500	6.322
2.0	0.5	18.079	19.920	9.242
	1.0	28.479	26.200	8.698
	2.0	38.239	37.040	3.237
	4.0	49.599	50.270	1.335
4.0	0.5	18.680	18.900	1.164
	1.0	32.319	32.480	0.496
	2.0	51.279	48.340	6.080
	4.0	68.839	70.770	2.729

Ui - cal คือ แรงดันเริ่มต้นจากการคำนวณ

Ui - exp คือ แรงดันเริ่มต้นจากการทดลองในห้องปฏิบัติการ

Error = { |(Ui-cal) - (Ui-exp)| / (Ui-exp) } * 100



รูปที่ 5.4 การแบ่งอีลีเมนต์ในการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์และเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าที่ได้จากการคำนวณของอิเล็กโทรดแบบแท่งกลมปลายมนกับระนาบ

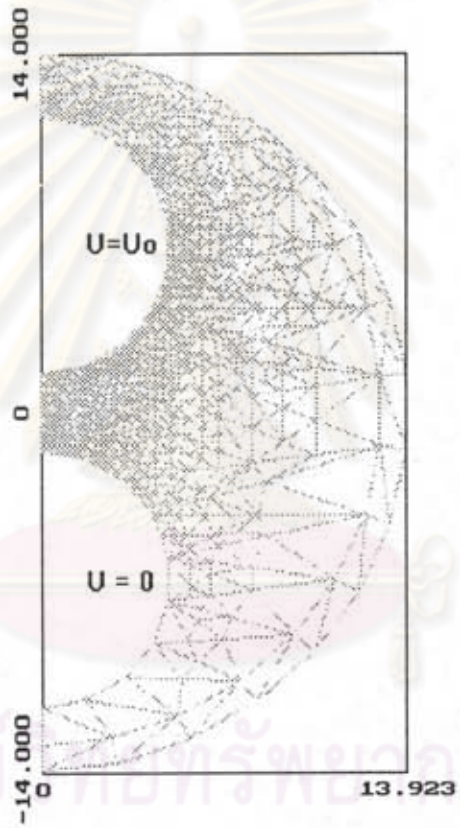
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.3 อิเล็กโทรดแก็ปทรงกลม

แก็ปทรงกลมเป็นอุปกรณ์สำคัญในการวัดแรงดันไฟฟ้าแรงสูง จะใช้ในการปรับเทียบอุปกรณ์วัดแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง, แรงดันไฟฟ้ากระแสสลับและแรงดันอิมพัลส์ทั้งสองขั้ว โดยมีความเชื่อถือได้สูง การเลือกอิเล็กโทรดแบบแก็ปทรงกลมมาเป็นตัวอย่างในการคำนวณหาแรง-ดันเริ่มต้นเพราะมีค่าแรงดันเบรกดาวน์ที่เป็นมาตรฐานให้เปรียบเทียบได้ โดยมีความคลาดเคลื่อนต่ำกว่า 3% ค่าแรงดันเบรกดาวน์จะขึ้นกับขนาดของทรงกลมและระยะห่างระหว่างทรงกลม การคำนวณหาสนามไฟฟ้าจะเป็นการคำนวณบนบริเวณเปิด ลักษณะของอิเล็กโทรดแบบนี้ทรงกลม

บนจะมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากับ Uo และทรงกลมล่างจะต่อลงดินมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากับศูนย์ดังรูปที่ 5.5 ซึ่งแสดงลักษณะของอิเล็กโทรดและการแบ่งอีลีเมนต์ในการคำนวณ

ผลการคำนวณแรงดันเบรกดาวน์ของแก็ปทรงกลมโดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าแรงดันเบรกดาวน์ของแก็ปทรงกลมจากตารางมาตรฐาน[17] ได้ผลลัพธ์การคำนวณดังตารางที่ 5.4 และรูปที่ 5.6 โดยใช้จำนวนอีลีเมนต์ในการคำนวรมากกว่า 2800 อีลีเมนต์



รูปที่ 5.5 ลักษณะอิเล็กโทรดแบบแก็ปทรงกลมและการแบ่งอีลีเมนต์ในการคำนวณ

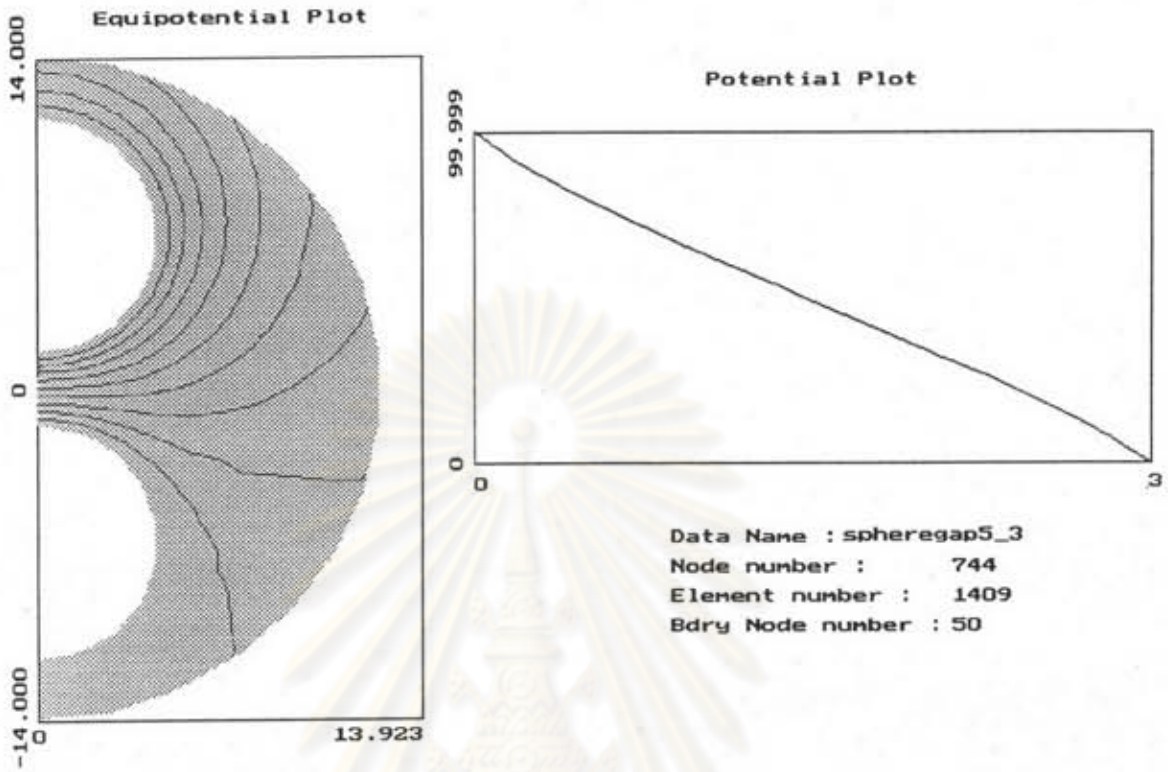
ตารางที่ 5.4 ผลการคำนวณแรงดันเบรกดาวน์ของอิเล็กโทรดแบบแก๊ปทรงกลมเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากตารางมาตรฐาน

Sphere Dia. (cm)	Gap (cm)	Ui - cal (kV)	Ui -table (kV)	Error (%)
5.0	1.0	32.900	32.000	2.813
	1.5	45.760	45.500	0.571
	2.4	65.639	65.500	0.212
10.0	1.0	33.399	31.700	5.360
	1.5	46.479	45.500	2.152
	2.0	59.079	59.000	0.134
	2.4	68.959	69.500	0.778
	3.0	83.999	84.000	0.001
	4.0	106.759	105.000	1.675
	5.0	119.479	123.000	2.863
15.0	1.0	33.279	31.700	4.981
	1.5	46.639	45.500	2.503
	2.0	59.639	59.000	1.083
	2.4	69.599	70.000	0.573
	3.0	84.279	85.500	1.428
	4.0	111.399	110.000	1.272
	5.0	134.240	133.000	0.932
	6.0	150.880	152.000	0.737
	7.5	171.000	177.000	3.390

Ui - cal คือ แรงดันเริ่มต้นจากการคำนวณ

Ui - table คือ แรงดันเริ่มต้นจากตารางมาตรฐาน[17]

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.6 เส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าและแรงดันกระจายของอิเล็กโทรดแบบแก๊ปทรงกลม

5.4 การคำนวณหาแรงดันกระจายบนผิวฉนวนพอร์ซเลนที่มีการเคลือบสารกึ่งตัวนำ

ปัญหาการคำนวณนี้แสดงได้ดังรูปที่ 5.7 ซึ่งประกอบด้วยตัวกลางที่เป็นฉนวน 2 ชนิด คือ พอร์ซเลนและอากาศ และมีการเคลือบสารกึ่งตัวนำที่บริเวณด้านบนของพอร์ซเลน ซึ่งสามารถคำนวณหาแรงดันกระจายบนผิวฉนวนด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ได้ดังสมการ[18]

$$V(x) = V_o \frac{\cosh\left[(1+j)k(l-x)\right]}{\cosh\left[(1+j)kl\right]}$$

เมื่อ

$$k = \sqrt{\frac{\omega \varepsilon_o \varepsilon_{r2}}{2\sigma_s \mathrm{a}}}$$

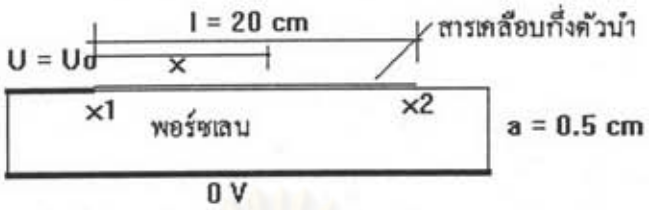
a คือ ความหนาของฉนวนพอร์ซเลน

σ_s คือ ความนำไฟฟ้าของผิวสารเคลือบกึ่งตัวนำ เท่ากับ 10^{-9} S

ε_{r2} คือ ค่าคงตัวไดอิเล็กตริกของพอร์ซเลน

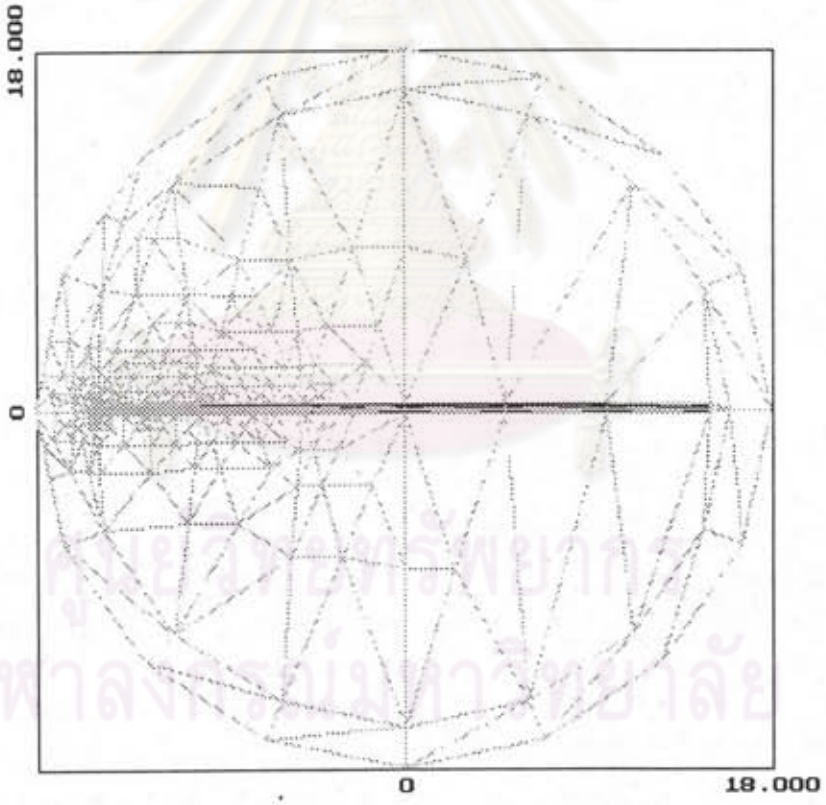
ω คือ ความถี่เชิงมุมของแรงดัน

Vo คือ ความต่างศักย์ระหว่างอิเล็กโทรด เป็นแรงดันกระแสสลับความถี่ 50 Hz



รูปที่ 5.7 ฉนวนพอร์ซเลนที่มีการเคลือบสารกึ่งตัวนำ

เนื่องจากลักษณะของเป็นการคำนวณหาสนามไฟฟ้าบนบริเวณเปิด จึงแบ่งบริเวณออกเป็น 2 ส่วน คือ Ω_{in} และ Ω_{ex} โดยให้บริเวณที่ต้องการทราบค่าศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าทั้งหมดอยู่ใน Ω_{in} และมีการแบ่งอีลีเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 5.8 มีจำนวนอีลีเมนต์มากกว่า 2600 อีลีเมนต์



รูปที่ 5.8 การแบ่งอีลีเมนต์ในบริเวณ Ω_{in}

ผลการคำนวณหาแรงดันกระจายตามผิวฉนวนพอร์ซเลนด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เปรียบเทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์แสดงในตารางที่ 5.5 และรูปที่ 5.9 เห็นได้ว่ามีความคลาดเคลื่อนต่ำกว่า 4 เปอร์เซนต์ในช่วง x ระหว่าง 0 ถึง 10 จากวิธีเชิงวิเคราะห์ และความคลาดเคลื่อนจะมีค่าสูงขึ้นเมื่อ

x มีค่ามากกว่า 10 เนื่องจากการมีการแบ่งอีลีเมนต์ย่อยในการคำนวณไม่ละเอียดมากนัก ดังแสดงในรูปที่ 5.8

ตารางที่ 5.5 เปรียบเทียบแรงดันกระจายจากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์

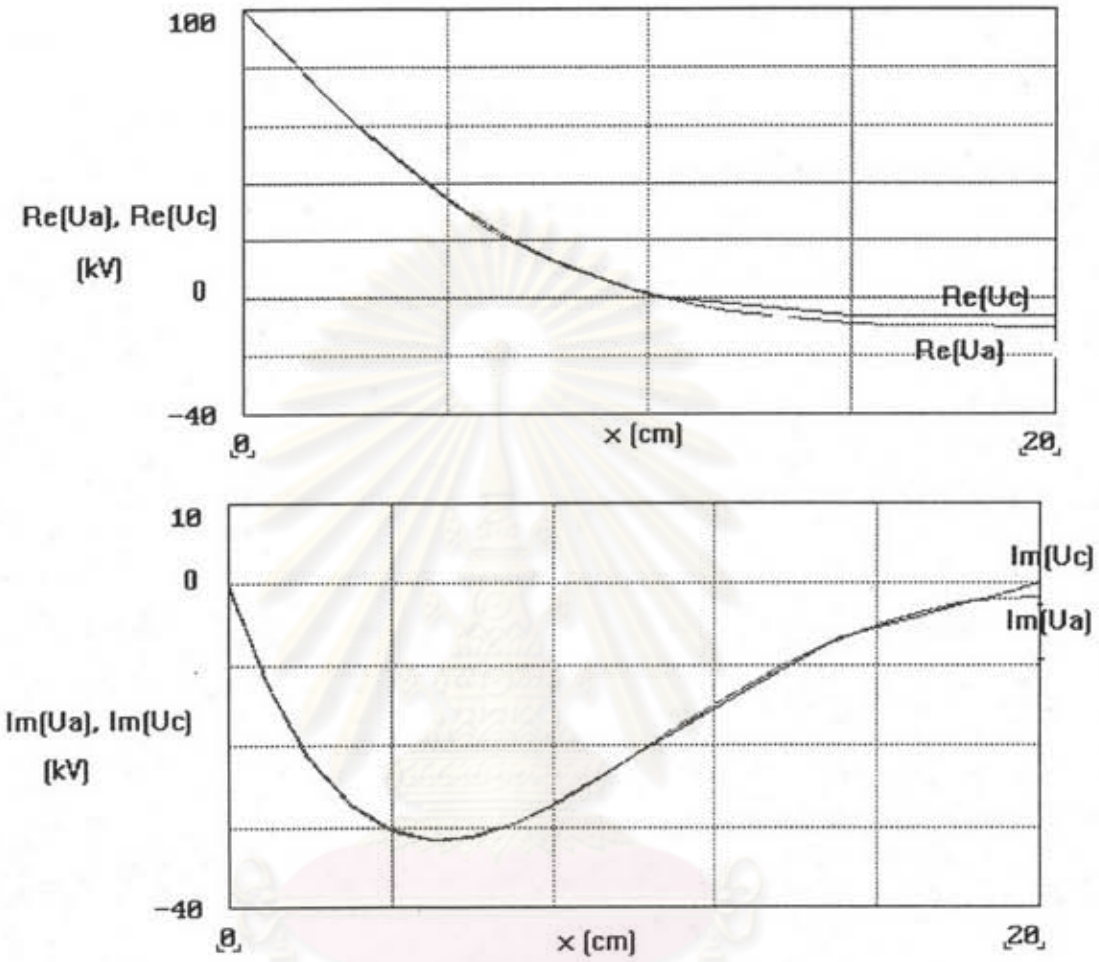
x (cm)	Ua (kV)	Uc (kV)	ความคลาดเคลื่อน (%)
0	100	100	0
2	71.024 - j21.613	70.581 - j21.495	0.619
4	45.707 - j30.532	44.944 - j30.321	1.440
6	25.701 - j31.238	24.735 - j31.112	2.409
8	11.185 - j27.288	10.737 - j27.116	1.628
10	1.496 - j21.277	0.712 - j21.298	3.674

Ua หมายถึง ค่าที่ได้จากวิธีเชิงวิเคราะห์

Uc หมายถึง ค่าที่ได้จากวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

ความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากับ $|(Uc) - (Ua)| / |Ua| * 100$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



Ua เป็นค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์

Uc เป็นค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

รูปที่ 5.9 เปรียบเทียบแรงดันกระจายจากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เทียบกับวิธีเชิงวิเคราะห์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย