บทที่ 3

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องนี้ มีลักษณะเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งจำลองข้อมูลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ เพื่อหาผลสรุป ในการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบ ของตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว ดังที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique)และใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 กับเครื่อง IBM 370/3031 รายละเอียดเกี่ยวกับขั้นตอนการทดลองและโปรแกรมที่ใช้ในการทดลองเป็นดังต่อไปนี้

3.1 แผนการทดลอง

การวิจัยเรื่องนี้ ต้องการเปรียบเทียบ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบ ของตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว โดยกำหนดสถานการณ์ต่างๆ ดังต่อไปนี้

3.1.1 สุ่มตัวอย่างจากประชากรโดยกำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงดังนี้

1. การแจกแจงแบบแกมม่า โดยศึกษาเมื่อพารามิเตอร์

   β = 1, 2 และ 3

   α = 2, 3, 5 และ 10

2. การแจกแจงแบบไวบูลล์ โดยศึกษาเมื่อพารามิเตอร์

   β = 1, 2 และ 3

   α = 2, 3, 5 และ 10

3. การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล โดยศึกษาเมื่อพารามิเตอร์

   μ = 0

   σ^2 = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 และ 1.0

3.1.2 ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (sample sizes) มี 3 ขนาด คือ 20 50 และ 100

3.2 ขั้นตอนการทดลอง

แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ

3.2.1 สร้างการแจกแจงของประชากร ตามลักษณะที่กำหนดในแผนการทดลอง

3.2.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว

3.2.3 หาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจของการทดสอบ

ในแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.2.1 สร้างลักษณะการแจกแจงของประชากร ตามที่กำหนดในแผนการทดลองโดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทน 77 กับเครื่อง IBM 370/3031 และ ใช้ตัวเลขสุ่ม* (Random Number) ที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform Distribution)ในช่วง (0,1)เป็นพื้นฐานในการสร้าง ซึ่งการพิจารณาความเหมาะสมของวิธีการ และ โปรแกรมที่ใช้ ในการสร้างเลขสุ่ม จะพิจารณาจากคุณสมบัติของเลขสุ่ม** ดังต่อไปนี้

1. ตัวเลขที่ได้จากการสร้างมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน
2. อนุกรมของตัวเลขที่สร้างมาได้ สามารถสร้างซ้ำเดิมได้ (Reproducible)
3. อนุกรมของตัวเลขไม่ซ้ำเดิม ในช่วงที่ต้องการใช้ตัวเลขแบบสุ่ม กล่าวคือ ขนาดของความยาวของอนุกรมตัวเลข ต้องยาวพอ สำหรับการใช้งาน
4. ใช้เวลาสั้นๆ ในการสร้างตัวเลขแบบสุ่ม
5. ใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์น้อยๆ

สำหรับโปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างตัวเลขแบบสุ่ม คือ SUBROUTINE RAND (IX, IY, YFL)(แสดงไว้ในภาคผนวก) ส่วนรายละเอียดในการสร้างการแจกแจงแบบต่างๆ เป็นดังนี้

---

* Shanon (1975:352-356) อ้างโดย สมชัย ธีนนาน (2528:175)

** Banks (1984:258-259) อ้างโดย สอาด นิวิศพงศ์ (2532:25)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ก) การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า

จากฟังก์ชั่นความหนาแน่น ของการแจกแจงแบบแกมม่าที่เสนอไว้ใน บทที่ 1 จะเห็นว่า

α เป็น shape parameter แสดงถึงรูปร่างของการแจกแจง

β เป็น scale parameter แสดงถึงขนาด ของการแจกแจง

ซึ่งมีค่าคาดหวัง และ ความแปรปรวนของการแจกแจง คือ $\alpha\beta$ และ $\alpha\beta^2$ ตามลำดับ

สำหรับการสร้างเลขสุ่ม ที่มีการแจกแจงแบบแกมม่า (α, β) นั้น สร้างได้จาก ผลรวมของ $x_i (i = 1, 2, .., \alpha)$ โดยที่ x_i มีการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียลด้วย ค่าเฉลี่ย β

กำหนดให้ $$x = \sum_{i=1}^{\alpha} x_i$$

จะได้ว่า $$x \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$$

ดังนั้น $$x = \sum_{i=1}^{\alpha} (-\beta \ln R_i)$$

$$= -\beta \sum_{i=1}^{\alpha} \ln R_i$$

$$= -\beta \ln \left(\prod_{i=1}^{\alpha} R_i\right)$$

เมื่อ R_i เป็นเลขสุ่มแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

สำหรับคำสั่งในการสร้างตัวแปรให้มีการแจกแจงแบบแกมม่า คือ FUNCTION GAMMA1 (ALPHA1,BETA1)(แสดงไว้ในภาคผนวก)

ในการวิจัยครั้งนี้ กำหนดพารามิเตอร์ BATA (β) = 1, 2, 3 และ ALPHA (α) = 2, 3, 5 และ 10 ตามลำดับ

ข) <u>การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไวบูลล์</u>

จากฟังก์ชั่นความหนาแน่น ของการแจกแจงแบบไวบูลล์ ที่เสนอไว้ในบทที่ 1

α เป็น shape parameter แสดงรูปร่างของการแจกแจง

β เป็น scale parameter แสดงขนาดของการแจกแจง

มีค่าคาดหวัง และ ความแปรปรวนของการแจกแจง คือ $\beta\Gamma(1+1/\alpha)$ และ $\beta^2 [\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)]$

สำหรับการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ อาศัยการแปลงผกผัน (inverse transformation) ซึ่งเป็นเทคนิค ที่ใช้การแปลงตัวแปรสุ่ม ที่มีลักษณะการกระจายความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ ไปอยู่ในรูปแบบของตัวแปรสุ่ม ที่มีลักษณะการกระจายความน่าจะเป็น แบบอื่นๆ โดยมีขั้นตอนในการสร้าง ตัวแปรสุ่ม ให้มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ ดังต่อไปนี้

1. กำหนดฟังก์ชั่นของการแจกแจงสะสม $F(x) = 1 - \exp[-(x/\beta)^{\alpha}]$, $x>0$

2. ให้ $F(x) = 1 - \exp[(-x/\beta)^{\alpha}] = R$ โดยที่ R คือ ตัวเลขสุ่มแบบสม่ำเสมอที่สร้างจากโปรแกรมย่อย

3. หาค่าของ x, ในเทอมของ R จะได้ $x = \beta[-\ln(R)]^{1/\alpha}$

สำหรับคำสั่งในการสร้างตัวแปรให้มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ คือ FUNCTION WEIBUL (ALPHA1, BATA1)(แสดงไว้ในภาคผนวก)

ในการวิจัยเรื่องนี้ กำหนดพารามิเตอร์ BETA (β) = 1, 2 และ 3 และ ALPHA (α) = 2, 3, 5 และ 10 ตามลำดับ

ค) <u>การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล</u>

จากฟังก์ชั่นความหนาแน่น ของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่เสนอไว้ในบทที่ 1 ตัวแปรสุ่ม y มีค่าคาดหวัง (μ) และ ความแปรปรวน (σ^2) โดยที่ $y = \ln x$ จะมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมี μ เป็น shape parameter และ $\exp(\sigma^2)$ เป็น scale parameter ของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล มีค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวน คือ $\exp(\mu + \frac{\sigma^2}{2})$ และ $\exp(2\mu + \sigma^2)[(\exp(\sigma^2)-1]$ ตามลำดับ

สำหรับการสร้างเลขสุ่ม ที่มีการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล สามารถสร้างได้จาก การหา Exponential ของฟังก์ชั่น Normal (DMEAN, SIGMA) เมื่อ DMEAN และ SIGMA เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงแบบปกติ (แสดงไว้ในภาคผนวก)

ในการวิจัยเรื่องนี้ กำหนดพารามิเตอร์ $\mu = 0$; $\sigma^2 = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ และ 1.0

3.2.2 การคำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี

ทำการสุ่มตัวอย่างจากประชากร โดยใช้โปรแกรมย่อยที่เขียนขึ้น (ดูภาคผนวก) ตามขนาดตัวอย่าง ค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวน ที่กำหนด ในแผนการทดลอง แล้วนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณค่าสถิติทดสอบของแต่ละวิธี ที่เสนอไว้ในบทที่ 2 เมื่อได้ค่าของตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวแล้วนำค่าที่ได้ มาเปรียบเทียบ กับค่าวิกฤต โดยที่

ค่าสถิติทดสอบ Gini (G_n) เปรียบเทียบกับค่าวิกฤต ที่เปิดได้จากตาราง Quantiles of the Statistics (G_n^*) และ จากตารางการแจกแจง แบบปกติมาตรฐาน

ค่าสถิติทดสอบ Q เปรียบเทียบกับ ค่าวิกฤตที่เปิดได้จากตารางไคสแควร์ (Chi-square table)

ค่าตัวสถิติทดสอบ Savage (T_n) เปรียบเทียบกับค่าวิกฤต ที่เปิดได้จากตาราง เอกซ์โพเนนเชียล (Exponential score table)

การยอมรับ หรือ ปฏิเสธ สมมติฐานว่างนั้น ให้ถือเกณฑ์ตามที่ได้เสนอไว้ในบทที่ 2

3.2.3 การหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบ มีขั้นตอน คือ

1. หลังจากทำการสุ่มตัวอย่างจากประชากร ซึ่งมีลักษณะการแจกแจง เป็นแบบต่างๆ ตามที่กำหนดในแผนการทดลอง แล้วคำนวณค่าสถิติทดสอบ และ เปรียบเทียบ ค่าสถิติทดสอบ กับค่าวิกฤตซ้ำๆ กัน เป็นจำนวน 500 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

2. ทำการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างของตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเป็นแบบแกมม่า ไวบูลล์ และ ลอกนอร์มอลแล้วหารจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างด้วย 500 เพื่อหาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ในแต่ละครั้งของการทดลอง

3. ในกรณีที่หาค่าอำนาจการทดสอบของการแจกแจงทั้ง 3 แบบ ทำได้โดยใช้วิธีการคำนวณ เช่นเดียวกันกับ การหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1

ในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบ จะกระทำทุกๆ สถานการณ์ ดังต่อไปนี้

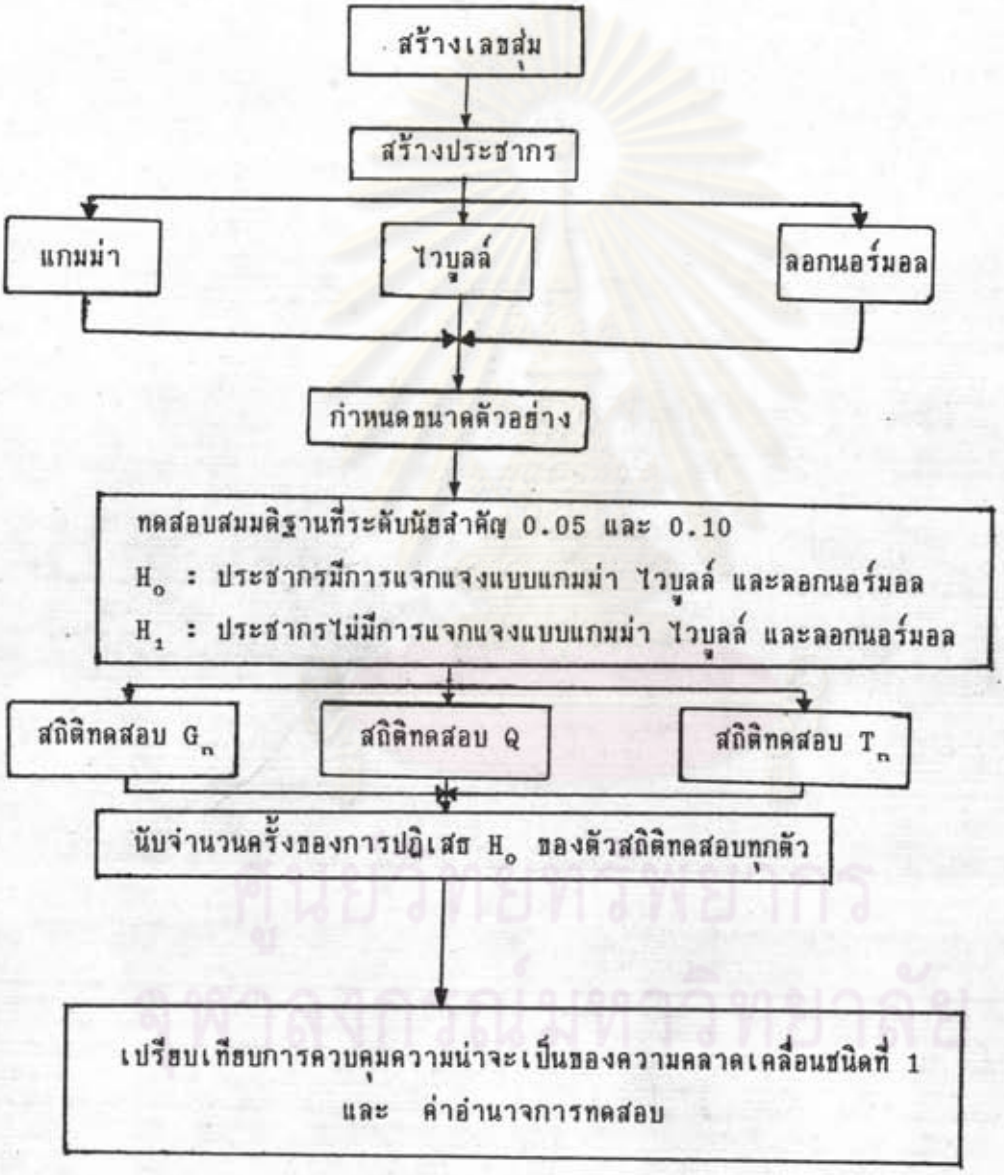
1. รูปแบบของการแจกแจงของประชากร 3 รูปแบบ รวม 30 ประชากร
2. ขนาดตัวอย่างของประชากร 3 ระดับคือ 20 50 และ 100
3. สถิติทดสอบ 3 วิธี คือ G_n, Q และ T_n
4. ระดับนัยสำคัญ 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.10

ดังนั้น จำนวนสถานการณ์ทั้งหมดที่ใช้ในการทดลอง = 30x3x3x2

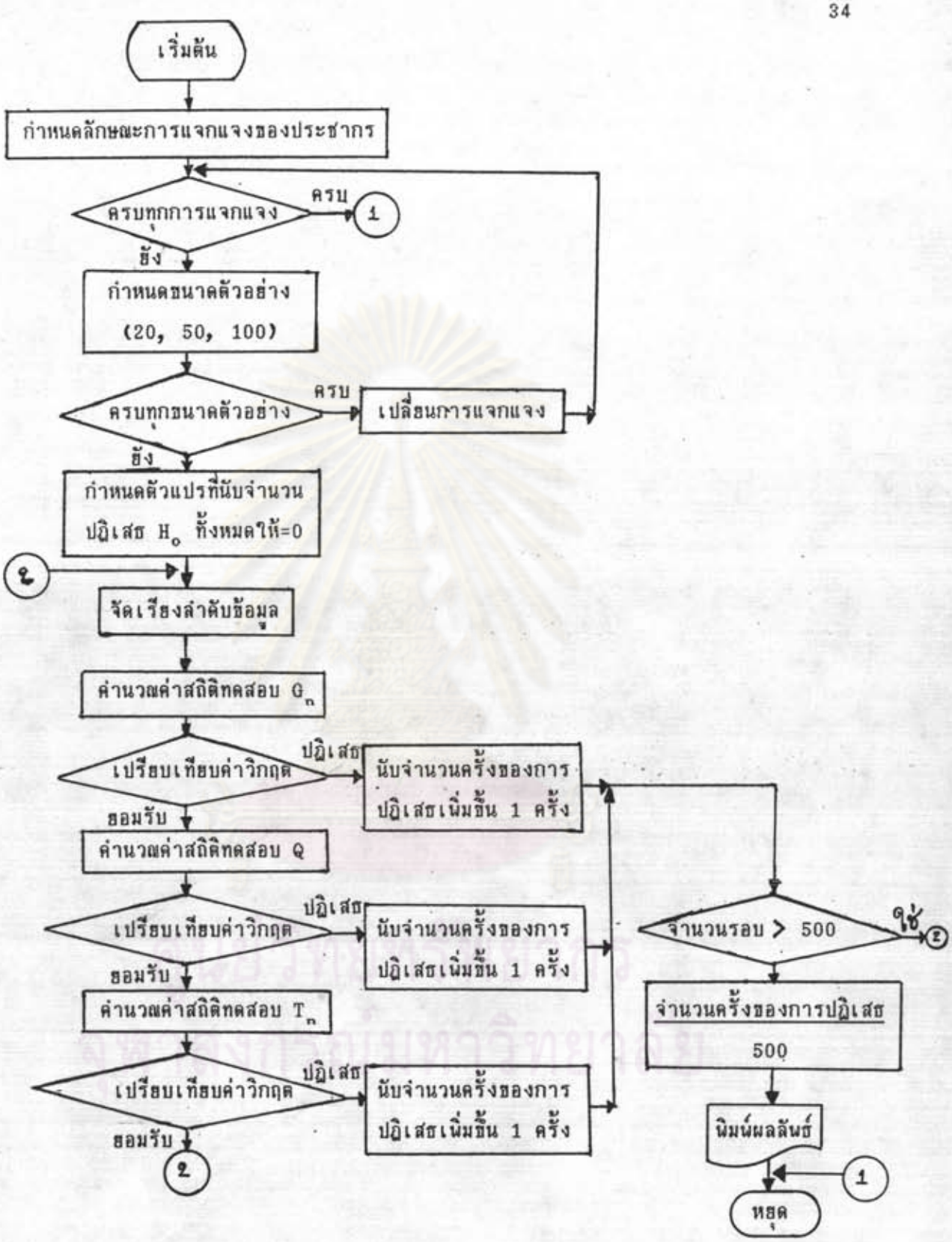
= 540 สถานการณ์

3.3 ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรม

โปรแกรมที่เขียนด้วยภาษาฟอร์แทน 77 ใช้ในการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบ ได้นำเสนอไว้ใน ภาคผนวก ส่วนขั้นตอน การทำงานของโปรแกรม แสดงได้ดังแผนผังดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.1 แผนผังแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย



รูปที่ 3.2 แผนผังโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบ

รายละเอียดของแผนผังโปรแกรม ที่ใช้ในการคำนวณ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ ที่ใช้สำหรับทดสอบการแจกแจงแบบแกมม่า มีขั้นตอนดังนี้

1. สร้างประชากรให้มีการแจกแจงตามลักษณะต่างๆ ดังต่อไปนี้

การแจกแจงแบบแกมม่า โดยใช้คำสั่ง FUNCTION GAMMA1 (ALPHA1,BATA1)

การแจกแจงแบบไวบูลล์ โดยใช้คำสั่ง FUNCTION WEIBUL (ALPHA1,BETA1)

การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล โดยใช้คำสั่ง EXP [NORMAL (DMEAN,SIGMA)]

การกำหนดขนาดตัวอย่าง และ การคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว (G_n, Q, T_n) สามารถทำได้โดย การเลือกประชากรครั้งละ 1 ประชากร และ จะหยุดการทดลอง เมื่อทำการทดลองครบทุกกรณีที่กำหนด ของแต่ละประชากร

2. กำหนดขนาดตัวอย่างให้มีขนาด 3 ระดับ คือ 20 50 และ 100 โดยให้ n คือ จำนวนตัวอย่าง

3. กำหนดตัวแปรที่นับจำนวนการปฏิเสธ H_0 ให้มีค่าเท่ากับ 0 โดยที่

G05 แทน ตัวแปรที่นับจำนวนการปฏิเสธ H_0 ของตัวสถิติทดสอบ G_n ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

G10 แทน ตัวแปรที่นับจำนวนการปฏิเสธ H_0 ของตัวสถิติทดสอบ G_n ณ ระดับนัยสำคัญ 0.10

Q05 แทน ตัวแปรที่นับจำนวนการปฏิเสธ H_0 ของตัวสถิติทดสอบ Q ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

Q10 แทน ตัวแปรที่นับจำนวนการปฏิเสธ H_0 ของตัวสถิติทดสอบ Q ณ ระดับนัยสำคัญ 0.10

T05 แทน ตัวแปรที่นับจำนวนการปฏิเสธ H_0 ของตัวสถิติทดสอบ T_n ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

T10 แทน ตัวแปรที่นับจำนวนการปฏิเสธ H_0 ของตัวสถิติทดสอบ T_n ณ ระดับนัยสำคัญ 0.10

4. จัดเรียงข้อมูล ซึ่งได้จากขั้นที่ 1 โดยเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก ใช้ SUBROUTINE RANK (N,X) พร้อมกับแปลงข้อมูล x เป็น $W_i = (n-i+1)*(t_{(i)}-t_{(i-1)})$

5. คำนวณค่าสถิติทดสอบ G_n

6. ทำการเปรียบเทียบ ค่าสถิติทดสอบที่คำนวณได้ในขั้นที่ 5 กับค่าวิกฤตที่กำหนดขึ้น ถ้าการเปรียบเทียบปรากฏผลว่า ปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ให้นับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานเพิ่มขึ้น 1 ครั้ง ถ้าการเปรียบเทียบ ปรากฏผลว่า ยอมรับสมมติฐาน H_0 ให้ทำขั้นตอนที่ 5 แต่เปลี่ยนตัวสถิติทดสอบ เป็น Q และ T_n ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ISBN 974115884X

7. ทำการทดลองซ้ำ ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 4 ถึงขั้นตอนที่ 6 จำนวน 500 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ เพื่อหาผลลัพธ์ของค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 และ ค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ G_n, Q, และ T_n ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย