หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การวิเคราะห์โครงสร้างตามเวลา

ความนำ

การวิเคราะห์โครงสร้างตามเวลา สามารถแบ่งการวิเคราะห์ได้ ดังนี้

1. การวิเคราะห์อีลาสติคขณะรับน้ำหนักบรรทุกทันทีทันใดที่เวลาหนึ่ง (Instantaneous Elastic Analysis)
2. การวิเคราะห์เชิงเวลา (Time Dependent Analysis)
3. การวิเคราะห์เนื่องจากการเสื่อมลดแรงดึง (Analysis Due to Loss)

สมมติว่าเวลาทั้งหมดตลอดช่วงอายุของโครงสร้าง ตั้งแต่เริ่มต้นก่อสร้างจนถึงช่วงอายุใช้งานถูกแบ่งเป็นช่วง ๆ ที่เวลาใด ๆ พิจารณาโครงสร้าง (ที่มีอยู่ในขณะนั้น ซึ่งอาจเป็นโครงสร้างที่อยู่ในระหว่างการก่อสร้างที่ยังไม่เสร็จสมบูรณ์ และน้ำหนักบรรทุกที่กระทำ (เพิ่มเติม) ที่เวลานั้น โดยน้ำหนักบรรทุกนี้จะถือว่ากระทำทันทีทันใด แล้วคงค้างไปตลอดจนถึงเวลาสุดท้ายที่พิจารณา การวิเคราะห์โครงสร้างอีลาสติคสำหรับน้ำหนักบรรทุกทันทีทันใดกระทำโดยทฤษฎีเชิงเส้นโดยใช้คุณสมบัติวัสดุที่เวลานั้น ส่วนการวิเคราะห์โครงสร้างสำหรับการรับน้ำหนักบรรทุกคงค้างจนถึงเวลาสุดท้ายที่พิจารณา กระทำโดยการใช้สัมประสิทธิ์ปรับแก้อายุ ดังจะได้กล่าวต่อไป สำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างเนื่องจากการเสื่อมลดแรงดึงของเหล็กเสริมอัดแรงถือว่าเป็นการวิเคราะห์โครงสร้างเชิงเวลาด้วยเช่นกัน โดยพิจารณาช่วงเวลาตั้งแต่หลังจากการก่อสร้างในขั้นตอนการก่อสร้างสุดท้ายไปจนถึงเวลาสุดท้ายที่พิจารณา พฤติกรรมของโครงสร้างทั้งระบบในระยะยาว (Long-Term Response) ที่เวลาสุดท้าย หาได้จากการรวมผลการวิเคราะห์โครงสร้างขณะรับน้ำหนักบรรทุกทันทีทันใดที่เวลาต่าง ๆ และการวิเคราะห์โครงสร้างเชิงเวลาทุกขั้นตอนการก่อสร้างตั้งแต่เริ่มต้นการก่อสร้างจนถึงเวลาสุดท้ายที่พิจารณา ซึ่งขั้นตอนการวิเคราะห์โครงสร้างทั้งหมดได้แสดงไว้ตามรูปที่ 3.1 อนึ่งการอ้างอิงเวลาในงานวิจัยนี้ จะพิจารณาจากเวลาเริ่มต้นเดียวกันเสมอ กล่าวคือเริ่มนับเวลาจากวันที่เริ่มต้นหล่อคอนกรีตชิ้นส่วนแรก โดยใช้หน่วยการนับเป็นวัน

การวิเคราะห์ขณะรับน้ำหนักบรรทุกทันทีทันใด

ระบบโครงสร้างที่ใช้ในการวิเคราะห์ ขณะรับน้ำหนักบรรทุกทันทีทันใดที่เวลาใดเวลาหนึ่งจะมีลักษณะตามสภาพจริงที่เวลานั้น ๆ ดังนั้นข้อมูลข้อต่อ ชิ้นส่วน ฐานรองรับ ตลอดจนน้ำหนักบรรทุกหรือแรงที่กระทำกับโครงสร้าง จะต้องสอดคล้องกับสภาพจริงด้วย ในงานวิจัยนี้ น้ำหนักบรรทุกที่กระทำกับโครงสร้างที่เวลาใด ๆ จะหมายความรวมเฉพาะน้ำหนักบรรทุกคงที่ ส่วนแรงที่กระทำกับโครงสร้าง ได้แก่ ระบบแรงจากการอัดแรง แรงจากการลดเสื่อมของแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง ตลอดจนแรงเสียดทาน (ถ้ามี) ตามแนวเหล็กเสริมอัดแรงในชิ้นส่วน ซึ่งทิศทางบวกของแรงและทิศทางบวกของการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อจากแรงต่าง ๆ ดังกล่าว ในงานวิจัยนี้อ้างอิงตามกฎมือขวาดังแสดงไว้ตามรูปที่ 3.2

โดยวิธีรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct Stiffness Method) สติฟเนสรวมของระบบโครงสร้างที่เวลา t_o หาจาก

$$[K]_{t_o} = \sum_{i=1}^{NM} [k]_{t_o} \qquad (3.1)$$

เมื่อ $[K]_{t_o}$ = สติฟเนสรวมของระบบโครงสร้างที่เวลา t_o

$[k]_{t_o}$ = สติฟเนสย่อยของชิ้นส่วน i ที่เวลา t_o

NM = จำนวนชิ้นส่วนของโครงสร้างทั้งหมดที่เวลา

และสมการสมดุลย์ที่เวลา t_o คือ

$$[K]_{t_o} \cdot \{U\}_{t_o} = \{R\}_{t_o} \qquad (3.2)$$

โดยที่ $\{U\}_{t_o}$ = การเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อ ที่เวลา t_o เนื่องจากผลของแรงกระทำที่ข้อต่อ $\{R_i\}_{t_o}$ ซึ่งกระทำเมื่อเวลา t_o

เมื่อแก้สมการที่ (3.2) เพื่อหาระยะการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อ $\{U\}_{i_0}$ แล้วจะสามารถคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน $\{S\}_{i_0}$ (ซึ่งมีทิศทางบวกตามรูปที่ 3.3) และแรงปฏิกริยาที่ฐานรองรับได้ ซึ่ง $\{S\}_{i_0}$ ที่ได้ดังกล่าว จะนำมาคำนวณหาความเครียดตามแนวแกน $\varepsilon_{i_0}(t_0)$ และความเครียดการดัด $\phi_{i_0}(t_0)$ ที่เกิดขึ้นทันทีทันใดเพื่อใช้ในการวิเคราะห์เชิงเวลาต่อไป

สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนหาได้ตามรายละเอียดที่จะกล่าวในบทที่ 4 ส่วนค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตที่ใช้จะเป็นค่าโมดูลัสที่เป็นจริงที่เวลานั้น ซึ่งผู้ใช้สามารถกำหนดขึ้นเองหรืออาจใช้ค่าสูตรสำเร็จดังนี้

$$E(t) = Ec \cdot \sqrt{\frac{t}{a + b \cdot t}} \qquad (3.3)$$

เมื่อ $E(t)$ = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต ที่เวลา t วัน

Ec = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต ที่อายุ 28 วัน

a = ค่าคงที่ (มักมีค่าอยู่ระหว่าง 4 และ 4.2)

b = ค่าคงที่ งานวิจัยนี้ใช้เท่ากับ 0.85

การวิเคราะห์เชิงเวลา

เพื่อให้เข้าใจวิธีการวิเคราะห์เชิงเวลาได้ง่ายขึ้น จะพิจารณาตัวอย่างโครงสร้างที่แสดงในรูปที่ 3.4 การวิเคราะห์ผลที่เปลี่ยนไปตามเวลาทำได้โดยพิจารณาในลักษณะปัญหาของความเครียดเริ่มแรก (Initial Strain Problem) ซึ่งกระทำเป็นขั้นตอนดังนี้

1. ภายใต้น้ำหนักบรรทุกทันทีทันใดที่เวลาใด ๆ คำนวณหาค่าความเครียดอีลาสติก $\varepsilon_{i_0}(t_0)$ และ $\phi_{i_0}(t_0)$ ได้ในชิ้นส่วนต่าง ๆ ดังกล่าวมาในหัวข้อที่แล้ว

2. สมมติให้ชิ้นส่วนแต่ละชิ้นเกิดการคืบและการหดตัวได้อย่างอิสระ (Free Creep and Shrinkage) ในช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเครียด

ตามเวลาที่ตำแหน่งใด ๆ ของชิ้นส่วนดังนี้

$$\Delta\varepsilon_{\circ}(t,t_{\circ}) = \phi(t,t_{\circ}) \cdot \varepsilon_{\circ}(t_{\circ}) + \varepsilon_{cs}(t,t_{\circ}) \qquad (3.4)$$

$$\Delta\psi_{\circ}(t,t_{\circ}) = \phi(t,t_{\circ}) \cdot \psi_{\circ}(t_{\circ}) \qquad (3.5)$$

เมื่อ $\Delta\varepsilon_{\circ}(t,t_{\circ})$ = การเปลี่ยนแปลงความเครียดตามแนวแกน ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา $t_{\circ}$ ถึงเวลา t

$\Delta\psi_{\circ}(t,t_{\circ})$ = การเปลี่ยนแปลงความเครียดการดัด ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา $t_{\circ}$ ถึงเวลา t

$\varepsilon_{cs}(t,t_{\circ})$ = ค่าความเครียดการหดตัว ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา $t_{\circ}$ ถึงเวลา t

การเปลี่ยนแปลงความเครียดดังกล่าวทำให้เกิดการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อของโครงสร้าง ได้แก่ ระยะการยืดหดตัวตามแนวแกนและมุมหมุน (Rotation) ที่ปลายชิ้นส่วนทั้งสองข้าง ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยหลักการของงานสมมติ (Principle of Virtual Work) ดังนี้

$$\Delta\theta1(t,t_{\circ}) = \int_{0}^{L} \Delta\psi_{\circ}(t,t_{\circ}) \cdot m1 \; dx \qquad (3.6)$$

$$\Delta\theta2(t,t_{\circ}) = \int_{0}^{L} \Delta\psi_{\circ}(t,t_{\circ}) \cdot m2 \; dx \qquad (3.7)$$

$$\Delta L(t,t_{\circ}) = \int_{0}^{L} \Delta\varepsilon_{\circ}(t,t_{\circ}) \cdot n1 \; dx \qquad (3.8)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อ $\Delta\theta 1(t,t_o)$ = มุมที่ข้อต่อเริ่มต้นของชิ้นส่วน ที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$\Delta\theta 2(t,t_o)$ = มุมที่ข้อต่อปลายของชิ้นส่วน ที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$\Delta L(t,t_o)$ = ระยะยืดหดตัวตามแนวแกน ที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t มีค่าเป็นบวกเมื่อเกิดการยืดตัวและมีค่าเป็นลบเมื่อเกิดการหดตัว

m1 , m2 = โมเมนต์ดัดในชิ้นส่วนเนื่องจากโมเมนต์ดัด 1 หน่วย กระทำที่ข้อต่อเริ่มต้นและข้อต่อปลายของชิ้นส่วนตามลำดับ

n1 = แรงตามแนวแกนชิ้นส่วนเนื่องจากแรง 1 หน่วย กระทำที่ข้อต่อทั้งสองของชิ้นส่วน

L = ความยาวของชิ้นส่วน

งานวิจัยนี้อินทิเกรทสมการที่ (3.6) , (3.7) และ (3.8) ด้วยการอินทิเกรทเชิงเลข (Numerical Integration) โดยกฎของซิมพ์สัน (Simpson's Rule) โดยการแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นชิ้นส่วนย่อยตามจำนวนที่ต้องการ

3. ทำการยึดรั้งเทียม (Artificial Resrtaint) ที่ข้อต่อ เนื่องจากการปล่อยให้เกิดการเสียรูปโดยอิสระ ทำให้เสียความต่อเนื่อง (Compatibility) ที่รอยต่อระหว่างชิ้นส่วนหรือที่ฐานรองรับ ดังนั้นจึงต้องทำการยึดรั้งที่ข้อต่อ เพื่อไม่ให้ชิ้นส่วนเกิดการเปลี่ยนมุมหมุนหรือการยืดหดตัวตามข้อ 2 ซึ่งในกรณีที่ชิ้นส่วนของโครงสร้างเป็นชิ้นส่วนที่มีขนาดคงที่ (Prismatic) มีพื้นที่หน้าตัด A และโมเมนต์อินเนอร์เชีย I จะคำนวณแรงยึดรั้งได้จาก

$$\begin{bmatrix} \Delta M1 \\ \Delta M2 \end{bmatrix}_{(t,t_o)} = \frac{\bar{E}_c(t,t_o) \cdot I}{L} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta 1 \\ \Delta\theta 2 \end{bmatrix}_{(t,t_o)} \qquad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V1 \\ \Delta V2 \end{bmatrix}_{(t,t_o)} = \frac{(\Delta M1 + \Delta M2)}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad (3.10)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta N1 \\ \Delta N2 \end{bmatrix}_{(t,t_o)} = \frac{\bar{E}_c(t,t_o) \cdot A \cdot \Delta L(t,t_o)}{L} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad (3.11)$$

เมื่อ $\Delta M1$ และ $\Delta M2$ = โมเมนต์ที่ใช้ยึดรั้งที่ปลายชิ้นส่วนทั้งสองข้าง ในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$\Delta V1$ และ $\Delta V2$ = แรงเฉือนที่ใช้ยึดรั้งที่ปลายชิ้นส่วนทั้งสองข้าง ในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$\Delta N1$ และ $\Delta N2$ = แรงตามแนวแกนที่ใช้ยึดรั้งที่ปลายชิ้นส่วนทั้งสองข้าง ในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

สำหรับชิ้นส่วนที่มีขนาดไม่คงที่จะต้องใช้ค่าสติฟเนสที่ถูกต้อง (กล่าวในบทที่ 4)

4. เนื่องจากโครงสร้างจริงไม่มีแรงยึดรั้งเทียมกระทำ ดังนั้นจึงต้องคลายแรงยึดรั้งเทียมดังกล่าว โดยการใส่แรงกระทำเท่ากับที่หาได้ในข้อ 3 แต่กระทำในทิศทางตรงข้าม

5. ดำเนินการประกอบชิ้นส่วน (Assemble of Elements) แรงที่ปลายชิ้นส่วนที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 นำมารวมกันตามกรรมวิธีมาตรฐานในวิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง จะได้เป็นแรงที่กระทำที่ข้อต่อของโครงสร้าง $\{\Delta R\}_{(t_o,t)}$ ส่วนสติฟเนสของโครงสร้างจะสิงเคราะห์ได้จากสติฟเนสของชิ้นส่วนตามวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง ดังนั้นสติฟเนสรวมและสมการสมดุลย์ของโครงสร้างทั้งระบบในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t เป็นดังนี้

$$[K]_{(t_o,t)} = \sum_{i=1}^{NM} [k]_{(t_o,t)} \qquad (3.12)$$

$$[K]_{(t_o,t)} \cdot \{\Delta U\}_{(t_o,t)} = \{\Delta R\}_{(t_o,t)} \qquad (3.13)$$

เมื่อ $[K]_{(t_o,t)}$ = สติฟเนสรวมของระบบโครงสร้างในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$[k]_{(t_o,t)}$ = สติฟเนสย่อยของชิ้นส่วน i คำนวณจากค่าโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อแก้สมการที่ (3.13) เพื่อหาการเปลี่ยนแปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง $\{\Delta U\}_{(t_0,t_0)}$ ได้แล้ว สามารถนำไปคำนวณการเปลี่ยนแปลงของแรงภายในชิ้นส่วน $\{\Delta S\}_{(t_0,t_0)}$ รวมทั้งแรงปฏิกริยาที่ฐานรองรับที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา t_0 จนถึงเวลา t ได้ ดังนั้นการเปลี่ยนตำแหน่งและแรงภายในที่เวลา t จะเป็น

$$\{U\}_t = \{U\}_{t_0} + \{\Delta U\}_{(t_0,t_0)} \qquad (3.14)$$

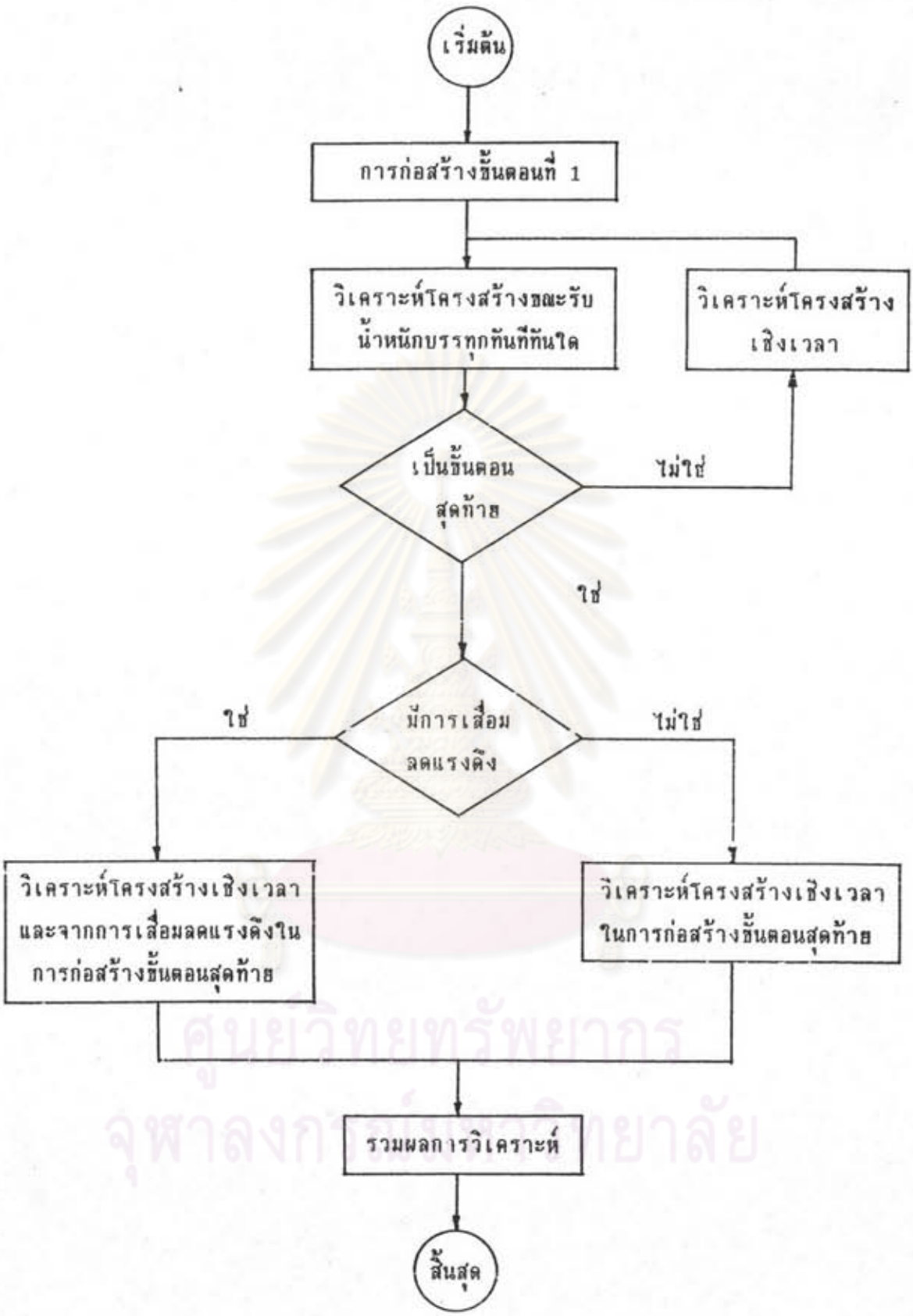
$$\{S\}_t = \{S\}_{t_0} + \{\Delta S\}_{(t_0,t_0)} \qquad (3.15)$$

เมื่อ $\{U\}_t$ = การเปลี่ยนตำแหน่งของข้อต่อที่เวลา t

$\{S\}_t$ = แรงภายในชิ้นส่วนที่เวลา t

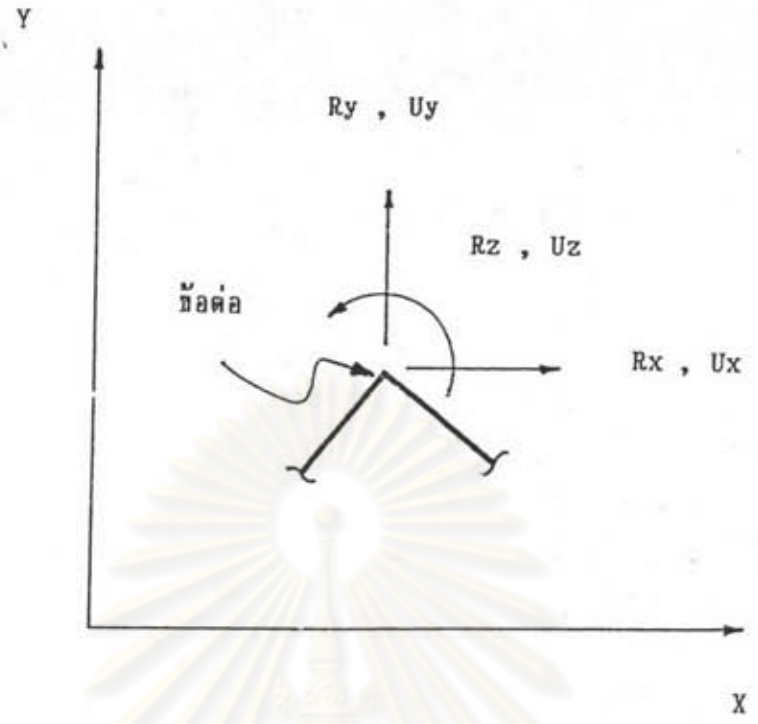
การวิเคราะห์เนื่องจากการเสื่อมลดแรงดึง

ในงานวิจัยนี้พิจารณาผลการเสื่อมลดแรงดึง (Loss) ของเหล็กเสริมอัดแรง โดยจะสมมติให้การเสื่อมลดแรงดึงเป็นตัวรู้ค่า ซึ่งอาจจะคำนวณจากข้อกำหนดที่เหมาะสม เช่น PCI หรือ AASHTO เป็นต้น แรงเสื่อมลดนี้จะถูกแปลงเป็นระบบแรงสมดุลย์ในตัว (Self Equilibrating Force System) กระทำกับคอนกรีตในลักษณะเดียวกับกรณีการแปลงผลของการอัดแรงที่กระทำกับคอนกรีต เพียงแต่ว่าแรงเสื่อมลดนี้จะกระทำในทิศทางตรงกันข้ามกับแรงจากการอัดแรง ในความเป็นจริง การเสื่อมลดแรงดึงนี้จะเกิดขึ้นตามเวลาตั้งแต่การก่อสร้างขั้นตอนแรกถึงขั้นตอนสุดท้ายไปจนตลอดช่วงอายุของโครงสร้าง แต่เพื่อให้ง่ายขึ้น ในงานวิจัยนี้สมมติว่าการเสื่อมลดแรงดึงนี้ เริ่มเกิดขึ้นหลังจากที่โครงสร้างทั้งระบบถูกก่อสร้างเสร็จสมบูรณ์ที่ขั้นตอนสุดท้าย ซึ่งสมมติฐานที่ใช้ดังกล่าวใกล้เคียงกับความจริงพอสมควร เนื่องจากระยะเวลาการก่อสร้างโครงสร้างทั้งระบบเป็นระยะเวลาสั้นเมื่อเทียบกับอายุการใช้งานของโครงสร้าง การเสื่อมลดแรงดึงดังกล่าวข้างต้นมีขนาดเริ่มต้นเป็นศูนย์ แล้วค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นทีละน้อยจนมีค่าเต็มที่ ณ เวลาสุดท้าย ในการวิเคราะห์โครงสร้างนั้น จะให้แรงเสื่อมลดนี้กระทำกับโครงสร้างทั้งระบบในขั้นตอนการก่อสร้างสุดท้ายโดยใช้ค่าโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุในการวิเคราะห์

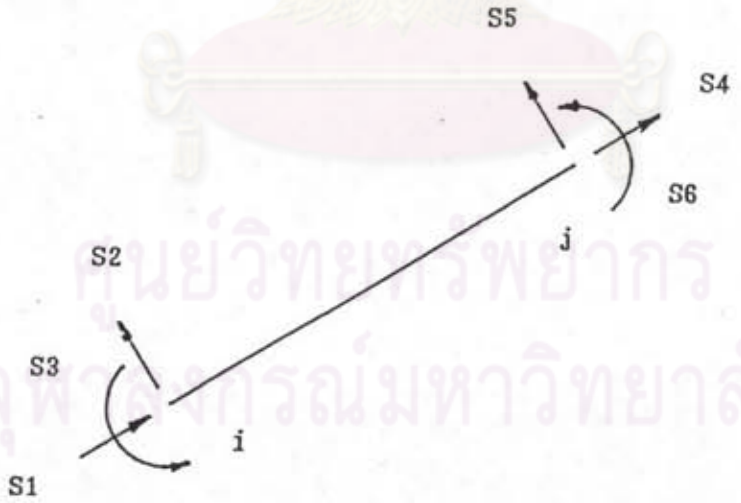


รูปที่ 3.1 แผนภาพแสดงขั้นตอนการวิเคราะห์โครงสร้างตามเวลา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

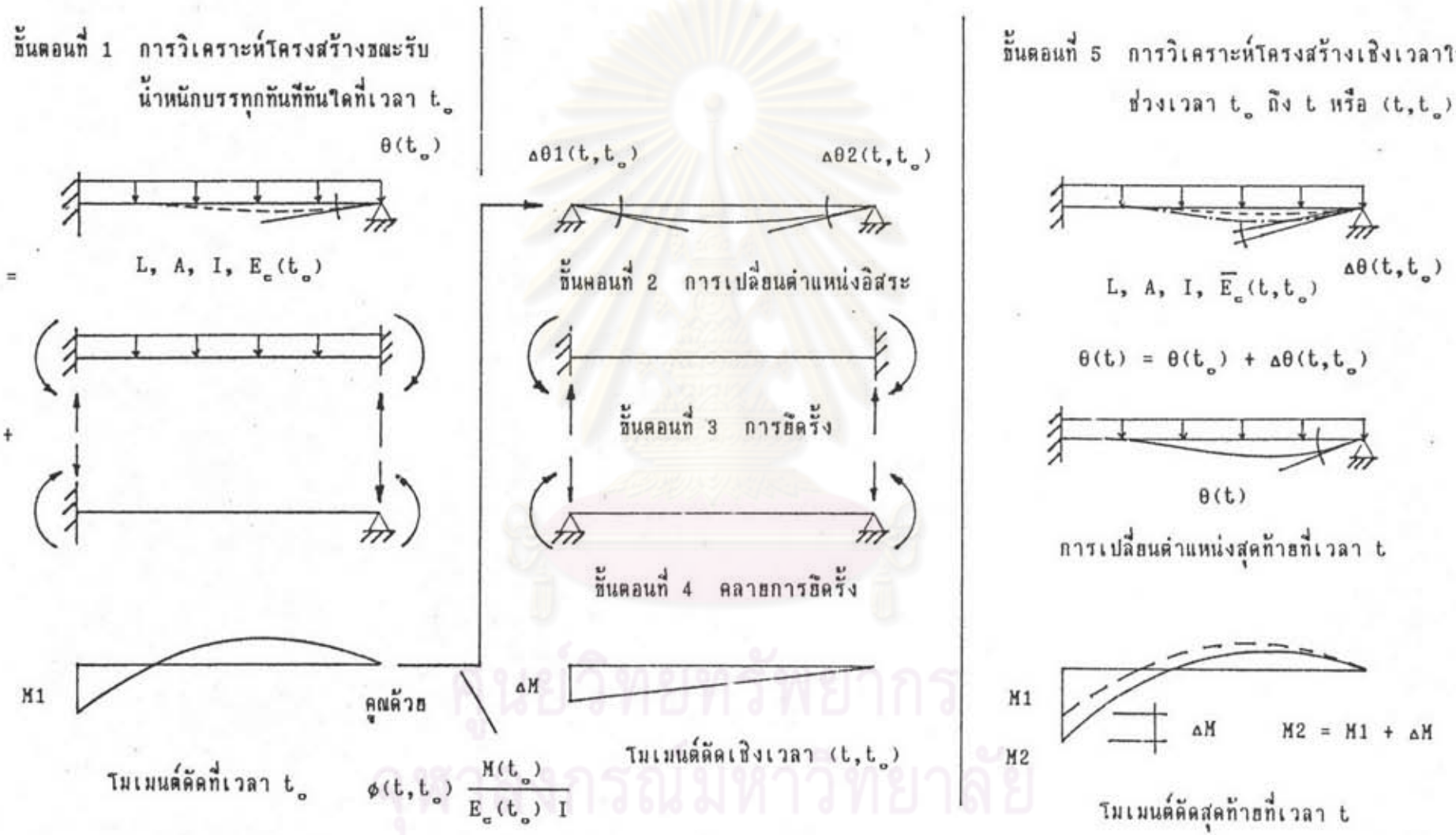


รูปที่ 3.2 แสดงทิศทางบวกของแรงกระทำและการเคลื่อนที่ของข้อต่อ



รูปที่ 3.3 แสดงทิศทางบวกของแรงภายในชิ้นส่วน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.4 แสดงวิธีการวิเคราะห์โครงสร้างตามเวลาเนื่องจากผลของการคืบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย