หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

โมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุ

วิธีโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุ (Age-Adjusted Effective Modulus Method)

วิธีโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุ ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการคืบ (Creep) ที่เกิดจากหน่วยแรงแปรเปลี่ยนไม่คงที่ สอดคล้องกับพฤติกรรมจริงของโครงสร้าง ซึ่งอาจมีน้ำหนักบรรทุกกระทำเป็นขั้นตอน นอกจากนี้ในโครงสร้างคอนกรีตอัดแรงยังมีการคลายแรงดึง รวมทั้งการเสื่อมลดแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงซึ่งแปรตามเวลาตลอดช่วงอายุการใช้งาน ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงการปรับกระจายความเครียดและหน่วยแรงภายในบนพื้นที่หน้าตัดตลอดเวลา การวิเคราะห์โดยใช้ค่าโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุคล้ายคลึงกับวิธีการโมดูลัสเทียบเท่า แต่มีการพิจารณาผลของหน่วยแรงกระทำที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาดังกล่าว และการวิเคราะห์โดยวิธีโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุยังง่ายกว่าการวิเคราะห์โดยวิธีละเอียดมากอีกด้วย

พิจารณาหน่วยแรง $\sigma_c(t_o)$ กระทำกับชิ้นส่วนคอนกรีตที่เวลา t_o (วัน) ความเครียดที่เกิดขึ้นทันทีทันใด (Instantaneous Strain) เนื่องจากหน่วยแรงที่กระทำนี้ เป็นไปตามกฎของฮุค (Hooke's Law) ดังนี้

$$\varepsilon_{ci} = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)} \qquad (2.1)$$

เมื่อ ε_{ci} = ความเครียดที่เกิดขึ้นทันทีทันใด ที่เวลา t_o

$E_c(t_o)$ = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตที่อายุ t_o

หากหน่วยแรง $\sigma_c(t_o)$ นี้ยังคงกระทำคงค้างกับคอนกรีตต่อไปจนถึงเวลา t โดยที่ขนาดของหน่วยแรงคงที่ จะทำให้เกิดความเครียดคืบ (Creep Strain) ซึ่งนิยมเขียนแทนด้วยค่าความเครียดที่เกิดขึ้นทันทีทันใดคูณกับฟังก์ชันของเวลา ดังนี้

$$\varepsilon_{cc}(t) = \varepsilon_{ci} \cdot \phi(t,t_o) \qquad (2.2)$$

เมื่อ $\varepsilon_{cc}(t)$ = ความเครียดคืบที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$\phi(t,t_o)$ = ค่าสัมประสิทธิ์ความเครียดคืบ (Creep Coefficient) ในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t ซึ่งก็คืออัตราส่วนของความเครียดคืบต่อความเครียดที่เกิดขึ้นทันทีทันใด

ดังนั้นความเครียดทั้งหมดที่เวลาใด ๆ $\varepsilon_c(t)$ จะประกอบด้วย ความเครียดที่เกิดขึ้นทันทีทันใดที่เวลา t_o และความเครียดคืบที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t (โดยที่ยังไม่รวมการหดตัวของคอนกรีต) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci} + \varepsilon_{cc}(t) \qquad (2.3)$$

แทนค่าสมการที่ (2.1) และ (2.2) ลงในสมการข้างต้น จะได้

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)} \cdot [1 + \phi(t,t_o)] \qquad (2.4)$$

สมการที่ (2.4) ใช้สำหรับกรณีของหน่วยแรงคงค้าง $\sigma_c(t_o)$ มีขนาดคงที่ตามเวลา ส่วนในกรณีที่มีหน่วยแรงแปรเปลี่ยนตามเวลากระทำจาก t_o ถึง t ดังแสดงในรูปที่ 2.1 จะหาความเครียดทั้งหมดที่เวลาใด ๆ ได้โดยใช้หลักการรวมผลโดยตรง (Superposition) ดังนี้

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)} [1 + \phi(t,t_o)] + \int_{\sigma_c(t_o)}^{\sigma_c(t)} \frac{1 + \phi(t,\tau)}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) \qquad (2.5)$$

เมื่อ τ = เวลาใด ๆ ในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$d\sigma_c(\tau)$ = การแปรเปลี่ยนของหน่วยแรงทีละน้อยที่เวลา τ

พจน์ที่อยู่ในรูปอินทิเกรทของสมการที่ (2.5) นั้นไม่สะดวกต่อการคำนวณในทางปฏิบัติ Bazant [2] จึงได้เสนอวิธีการอย่างง่ายเพื่อใช้วิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว โดยแนะนำให้ใช้ค่าสัมประสิทธิ์ปรับแก้อายุที่มีค่าน้อยกว่า 1 เพื่อปรับแก้การคืบที่เกิดจากหน่วยแรงกระทำ $\Delta\sigma_c(t)$ ซึ่งค่อย ๆ แปรเปลี่ยนตามเวลา เหตุผลที่พิจารณาคือ หน่วยแรงแปรเปลี่ยนที่กระทำกับคอนกรีตโดยมีขนาดเริ่มต้นเป็นศูนย์ที่เวลา t_o แล้วค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงทีละน้อย (Gradually) เพิ่มขึ้นจนมีขนาดเต็มที่ ที่เวลา t นั้น ย่อมทำให้เกิดความเครียดคืบน้อยกว่ากรณีที่หน่วยแรงแปรเปลี่ยนขนาดเต็มที่จำนวนเท่ากันแต่เริ่มกระทำคงค้างตั้งแต่เวลา t_o ตามรูปที่ 2.2 ดังนั้น

$$\Delta\varepsilon_{cc}(t) = \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_c(t_o)} \cdot \phi(t,t_o) \cdot x(t,t_o) \qquad (2.6)$$

เมื่อ $\Delta\varepsilon_{cc}(t)$ = ความเครียดคืบเนื่องจากหน่วยแรงแปรเปลี่ยนในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

$x(t,t_o)$ = ค่าสัมประสิทธิ์อายุ (Aging Coefficient)

ในการวิจัยนี้พิจารณาค่าสัมประสิทธิ์อายุตามข้อกำหนดของ CEB-FIP [12] ซึ่งคำนวณได้จากสมการดังนี้

$$x(t,t_o) = \left[\frac{E_c(t_o)}{E_c(t_o) - R(t,t_o)}\right] - \frac{1}{\phi(t,t_o)} \qquad (2.7)$$

โดยที่ $R(t,t_o)$ = ฟังก์ชันการคลายตัว (Relaxation Function) ที่เสนอโดย Bazant [2]

ในกรณีที่พิจารณาการหดตัวของคอนกรีต $\varepsilon_{cs}(t,t_o)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับเวลาด้วยแล้ว ความเครียดทั้งหมดที่เกิดขึ้นที่เวลา t เขียนแทนได้ด้วย

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)}[1 + \phi(t,t_o)] + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_c(t_o)}[1 + x\phi(t,t_o)] + \varepsilon_{cs}(t,t_o) \qquad (2.8)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อ $x\phi(t,t_o) = x(t,t_o) \cdot \phi(t,t_o)$

สมการที่ (2.8) เขียนในอีกรูปแบบหนึ่งได้ดังนี้

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)} \cdot [1 + \phi(t,t_o)] + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{\bar{E}_c(t,t_o)} + \varepsilon_{cs}(t,t_o) \qquad (2.9)$$

$$\bar{E}_c(t,t_o) = \frac{E_c(t_o)}{1 + x(t,t_o) \cdot \phi(t,t_o)} \qquad (2.10)$$

โดยที่ $\bar{E}_c(t,t_o)$ = ค่าโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุในช่วงเวลา t_o จนถึงเวลา t

ค่าสัมประสิทธิ์การคืบที่ใช้ในการคำนวณค่าโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุ พิจารณาใช้ตามข้อกำหนดของ ACI 209 [11] หรือ CEB-FIP [12] ดังต่อไปนี้

ACI 209 [11] ได้แนะนำสมการเพื่อใช้คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การคืบซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับเวลา ที่เวลา t ใด ๆ หลังจากเริ่มรับน้ำหนักบรรทุกที่เวลา t_o โดยมีหน่วยของเวลาเป็นวันไว้ดังนี้

$$\phi(t,t_o) = \frac{(t-t_o)^{0.6}}{10 + (t-t_o)^{0.6}} \cdot \phi_u \qquad (2.11)$$

$$\phi_u = 2.35\ \gamma_c \qquad (2.12)$$

เมื่อ ϕ_u = ค่าการคืบสุดท้าย (Ultimate creep) ที่เวลาอนันต์ (Infinity)

γ_c = ตัวประกอบปรับแก้ (Correction Factor)

ตัวเลข 2.35 ตามสมการที่ (2.12) เป็นค่าสัมประสิทธิ์การคืบสุดท้าย (Ultimate Creep

Coefficient) ส่วนตัวประกอบปรับแก้ γ_c โดยทั่วไปในทางปฏิบัติมีค่าเท่ากับ 1 ในกรณีที่ต้องการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเครียดคืบอย่างละเอียด จะต้องปรับแก้จากสาเหตุต่าง ๆ ได้แก่ อายุของคอนกรีตขณะรับน้ำหนักบรรทุก ความชื้นสัมพัทธ์ วิธีการบ่มคอนกรีต รูปร่างและขนาดของชิ้นส่วน ตลอดจนอุณหภูมิตามสภาวะแวดล้อม (ACI 209 [11])

CEB-FIP [12] ได้แนะนำสมการเพื่อใช้คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การคืบไว้เช่นกันดังนี้

$$\phi(t,t_o) = \frac{E_c(t_o)}{E_c(28)} \left[\beta_a(t_o) + 0.4\ \beta_d(t,t_o) + \phi_f\ [\beta_f(t)-\beta_f(t_o)] \right] \qquad (2.13)$$

$$\beta_a(t_o) = 0.8\ \left(1 - \frac{1}{1.276} \left[\frac{t_o}{4.2 + 0.85\ t_o}\right]^{1.5}\right) \qquad (2.14)$$

$$\beta_d(t,t_o) = 1 - e^{-0.02\ (t-t_o)} \qquad (2.15)$$

$$\beta_f(t) = \left[\frac{t}{t + t_f}\right]^{\frac{1}{3}} \qquad (2.16)$$

$$\phi_f = \phi_{f1} \cdot \phi_{f2} \qquad (2.17)$$

เมื่อ $E_c(28)$ = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตที่อายุ 28 วัน

$\beta_a(t_o)$ = ฟังก์ชั่นของเวลาซึ่งเกี่ยวข้องกับการคืบที่เวลาเริ่มต้น

$\beta_d(t,t_o)$ = ฟังก์ชั่นของเวลาซึ่งเกี่ยวข้องกับการคืบตามช่วงเวลา

$\beta_f(t')$ = ฟังก์ชั่นของเวลาซึ่งเกี่ยวข้องกับความหนาของคอนกรีต

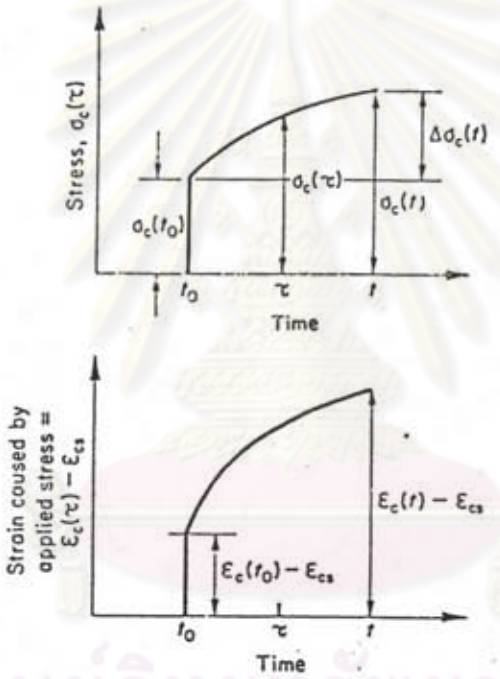
t_f = ช่วงเวลามีหน่วยเป็นวัน ซึ่งเกี่ยวข้องกับความหนาของคอนกรีต

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ϕ_{c1} = สัมประสิทธิ์การคืบซึ่งขึ้นอยู่กับความชื้นสัมพัทธ์

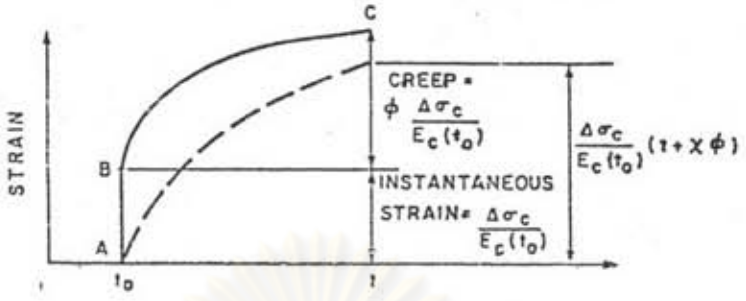
ϕ_{c2} = สัมประสิทธิ์การคืบซึ่งขึ้นอยู่กับความหนาของคอนกรีต

ค่า t_c, ϕ_{c1} และ ϕ_{c2} สามารถหารายละเอียดได้จาก CEB-FIP [12]



รูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงแปรเปลี่ยนกับเวลาและความเครียดสุทธิที่เกิดจากหน่วยแรงแปรเปลี่ยนกับเวลา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



—— แทนความเครียดที่เกิดจากหน่วยแรงคงที่ $\Delta\sigma_c$ ซึ่งมีขนาดเริ่มต้นเต็มที่ กระทำคงค้างตั้งแต่เวลา t_0 ไปจนถึงเวลา t

---- แทนความเครียดที่เกิดจากหน่วยแรงแปรเปลี่ยน $\Delta\sigma_c$ ซึ่งมีขนาดเริ่มต้นเป็นศูนย์ที่เวลา t_0 แล้วค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นทีละน้อย จนมีขนาดเต็มที่ที่เวลา t

รูปที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดจากหน่วยแรงคงที่และหน่วยแรงแปรเปลี่ยนกับเวลา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย