



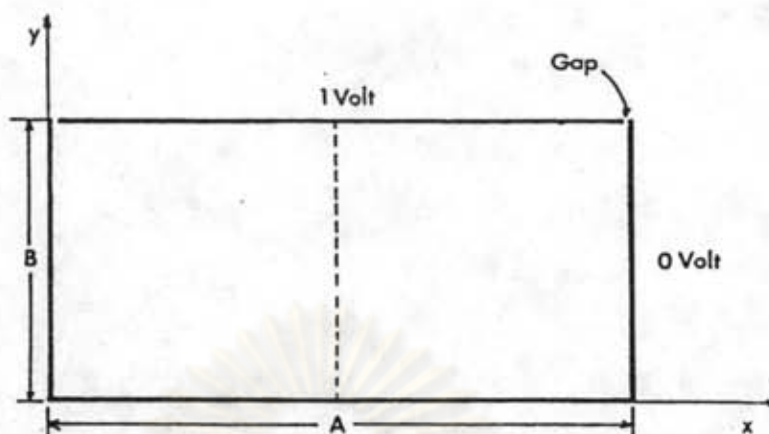
บทที่ 5

ผลการคำนวณและการเปรียบเทียบผลการคำนวณ

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าของปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม และทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์ พร้อมกับเปรียบเทียบผลที่ได้กับผลการคำนวณจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์ แล้วเปรียบเทียบผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของอิเล็กโทรดดังกล่าวกับผลที่ได้จากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

5.1 ผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าและการเปรียบเทียบผลก. ปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เราจะกำหนดให้ปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใช้ในการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าวางอยู่ในระบบแกนพิกัดเชิงสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังแสดงในรูปที่ 5.1 และจะสมมติให้ขอบทั้งสี่ด้านของปัญหามีความยาวทางแกนพิกัด z เป็นอนันต์ ดังนั้นรูปตัดขวางที่ระยะต่างๆตามแนวแกนพิกัด z จะไม่เปลี่ยนแปลง ปัญหานี้จึงมีสมมาตรตามระยะทาง นอกจากนั้นปัญหานี้ยังมีแนวสมมาตรที่ระยะ $x = A/2$ (แนวเส้นประในรูป) การแก้ปัญหานี้จึงสามารถกระทำได้โดยใช้สนามไฟฟ้าที่อยู่ทางด้านซ้ายหรือขวาของแนวสมมาตรเท่านั้น เมื่อกำหนดให้ที่แนวสมมาตรมีเงื่อนไขขอบเขตแบบ Neumann



รูปที่ 5.1 ปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใช้เปรียบเทียบการคำนวณศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

ในการหาค่าศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์จะกำหนดให้พื้นที่ทางด้านขวาของแนวสมมาตรประกอบขึ้นจากจุดจำนวน 489 จุด และให้ศักย์ที่ขอบบนของปัญหาเท่ากับ 1 โวลต์

เพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลที่ได้จากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์ที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 4.8 ก เราจะกำหนดให้ความยาวทางแกนพิกัด x (ระยะ A) คงที่เท่ากับ 80 หน่วย และ เปลี่ยนแปลงความยาวทางแกนพิกัด y (ระยะ B) ให้มีค่าเท่ากับ 20, 40, และ 80 หน่วย ผลการเปรียบเทียบแสดงในตารางที่ 5.1 โดยความคลาดเคลื่อนเป็นเปอร์เซ็นต์คำนวณจากสมการที่ (5.1.1)

$$ERR = \left| (ANA - CAL) / ANA \cdot 100 \right| \quad (5.1.1)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} ERR &= \text{ความคลาดเคลื่อนเป็นเปอร์เซ็นต์} \\ ANA &= \text{ผลการคำนวณจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์} \\ CAL &= \text{ผลการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์} \end{aligned}$$

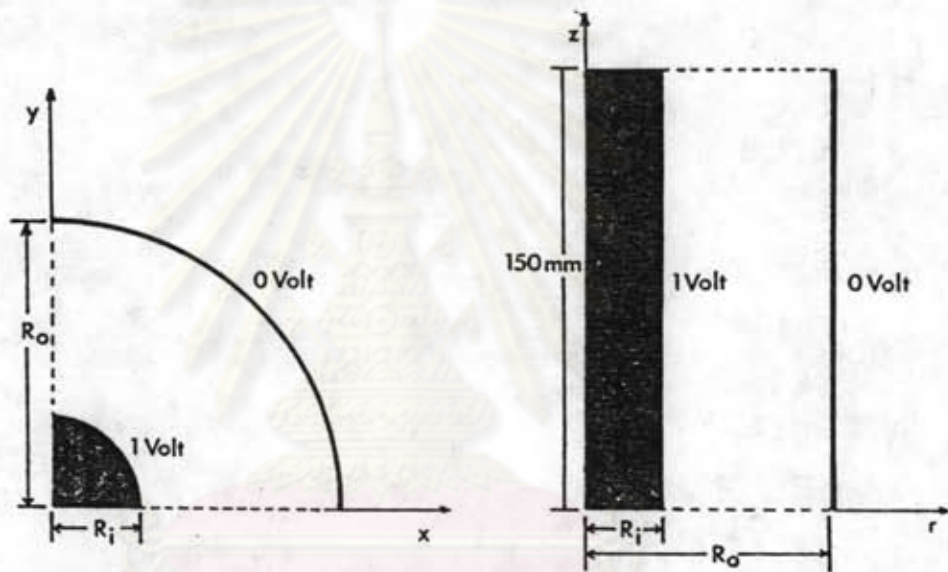
ตารางที่ 5.1 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าของปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

ความยาว B หน่วย	ช่วงของ ERR %	จำนวนจุดที่ผิดพลาด จุด	ERR _{max} %
20	$0 < ERR < 1$	473	6.49581
	$1 < ERR < 7$	16	
40	$0 < ERR < 1$	483	3.34737
	$0 < ERR < 4$	6	
80	$0 < ERR < 1$	485	2.44324
	$1 < ERR < 3$	4	

จากตารางที่ 5.1 จะพบว่า มีจำนวนจุดเพียง 4% ในสนามไฟฟ้าเท่านั้นที่มีความคลาดเคลื่อนมากกว่า 1% จุดเหล่านี้จะมีพิกัดอยู่ในย่านที่ใกล้เคียงกับแกนเล็กที่พิกัด $x = A$ และ $y = B$ ซึ่งเราไม่ทราบขนาดที่แน่นอนของแกนนี้ และทางทฤษฎีก็กล่าวไว้เพียงว่าเป็นแกนที่มีขนาดเล็กมาก (Infinitesimal gap) เท่านั้น ในการคำนวณศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์ในที่นี้จึงกำหนดให้แกนนี้มีขนาดเท่ากับ $A/16$ และกำหนดให้ที่จุด $x=A$ และ $y=B$ มีศักย์เท่ากับศูนย์เสมอ

ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดที่แสดงในตารางจึงมีค่าต่ำลงในขณะที่จำนวนจุดที่มีความคลาดเคลื่อนต่ำกว่า 1% เพิ่มขึ้น เมื่อความยาวของด้าน B เพิ่มขึ้น เพราะเรากำหนดให้ความยาว A มีค่าคงที่ขนาดของแกนจึงคงที่ และเมื่อเพิ่มความยาว B พื้นที่สนามไฟฟ้าจะมากขึ้น ขนาดของแกนจึงถูกละเลยเมื่อเทียบกับพื้นที่สนามไฟฟ้า

ข. ทรงกระบอกซ้อนกันร่วม ทรงกระบอกซ้อนกันร่วมจะมีสมมาตรอยู่สองแบบ คือ สมมาตรตามระยะทาง และสมมาตรรอบแกนหมุน ดังแสดงในรูปที่ 5.2 ก และ 5.2 ข ตามลำดับ ในรูปที่ 5.2 ก ทรงกระบอกซ้อนกันร่วมที่มีความยาวเป็นอนันต์จะวางอยู่ในระบบแกนพิกัดเชิงขั้วเหลี่ยมผืนผ้า โดยที่แกนกลางของทรงกระบอกจะทับกับแกนพิกัด z ในรูปที่ 5.2 ข ทรงกระบอกซ้อนกันร่วมจะวางอยู่ในระบบแกนพิกัดทรงกระบอก โดยที่แกนกลางของทรงกระบอกจะทับกับแกนพิกัด z แนวเส้นประที่แสดงในรูปทั้งสองเป็นขอบเขตที่มีเงื่อนไขขอบเขตแบบ Neumann



ก. สมมาตรตามระยะทาง

ข. สมมาตรรอบแกนหมุน

รูปที่ 5.2 ทรงกระบอกซ้อนกันร่วมที่ใช้เปรียบเทียบการคำนวณศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเลเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในการหาค่าศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเลเมนต์จะกำหนดให้พื้นที่สนามไฟฟ้าในรูป 5.2 ก ประกอบขึ้นจากจุดจำนวน 561 จุด และในรูปที่ 5.2 ข ประกอบขึ้นจากจุดจำนวน 225 และ 561 จุด ศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของทรงกระบอกในเท่ากับ 1 โวลต์ ศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของทรงกระบอกนอกเท่ากับ 0 โวลต์ รัศมีของทรงกระบอกนอก (R_o) มีค่าคงที่เท่ากับ 31 มิลลิเมตรและเปลี่ยนแปลงรัศมีของทรงกระบอกใน (R_i) ให้มีค่าเท่ากับ 2.5, 5, 10, 15, และ 20 มิลลิเมตร

ขนาดของอิเล็กทรอนิกส์ดังกล่าวแล้วนี้ เลือกตามงานวิจัยอื่นที่มีการทดลอง [9] ความยาวของทรงกระบอกในรูปที่ 5.2 ข มีค่าเท่ากับ 150 มิลลิเมตร

ผลการเปรียบเทียบแสดงในตารางที่ 5.2 ความคลาดเคลื่อนเป็นเปอร์เซ็นต์เมื่อเทียบกับสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์ในหัวข้อที่ 4.8 ข จะคำนวณจากสมการที่ (5.1.1)

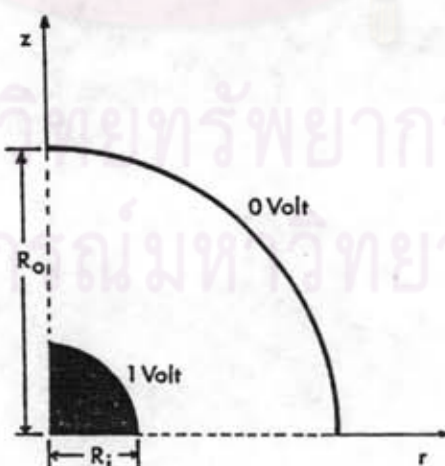
ตารางที่ 5.2 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าของทรงกระบอกซ้อนกันด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

แบบของสมมาตรและจำนวนจุด	R , mm.	ความคลาดเคลื่อนสูงสุด %
สมมาตรตามระยะทาง, 561 จุด	2.5	0.07628
	5	0.03434
	10	0.02876
	15	0.01794
	20	0.00899
สมมาตรรอบแกนหมุน, 561 จุด	2.5	0.46368
	5	0.24129
	10	0.10038
	15	0.04995
	20	0.03858
สมมาตรรอบแกนหมุน, 225 จุด	2.5	0.51673
	5	0.38081
	10	0.31182
	15	0.22342
	20	0.14645

จากตารางที่ 5.2 จะพบว่าจุดทั้งหมดในสนามไฟฟ้าของทรงกระบอก ซ้อนแกนร่วมมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1% มากจึงไม่มีช่อง ช่วงของ ERR แสดง ในตาราง ในการคำนวณที่ใช้สมมาตรรอบแกนหมุนเหมือนกัน สนามไฟฟ้าที่ ประกอบขึ้นจากจำนวนจุดที่น้อยกว่าจะมีความคลาดเคลื่อนสูงกว่า เนื่องจาก วิธีไฟไนต์อีเลเมนต์เป็นการแบ่งสนามไฟฟ้าที่ต่อเนื่องออกเป็นสนามไฟฟ้าย่อย ๆ ดังนั้นหากเราสามารถแทนสนามไฟฟ้าเดิมด้วยสนามไฟฟ้าย่อยให้เหมือนจริงมากเท่าไร ความถูกต้องก็จะมากขึ้นเท่านั้น เมื่อรัศมีของทรงกระบอกในมีค่าสูงขึ้น ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณจะลดลงเพราะสนามไฟฟ้ามีพื้นที่น้อยลง

ในกรณีที่จำนวนจุดในสนามไฟฟ้ามีเท่ากัน การคำนวณโดยใช้สมมาตร ตามระยะทางจะให้ผลที่ถูกต้องกว่าการใช้สมมาตรรอบแกนหมุน เนื่องจากที่รัศมี ของทรงกระบอกในที่เท่ากัน พื้นที่สนามไฟฟ้าของการคำนวณโดยใช้สมมาตร ตามระยะทางจะน้อยกว่ากว่าการคำนวณโดยใช้สมมาตรรอบแกนหมุน

ค. ทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม ทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมที่ใช้คำนวณ ศักย์ไฟฟ้าจะวางอยู่ในระบบแกนพิกัดทรงกระบอก โดยให้แกนสมมาตรทับกับแกนพิกัด z ดังแสดงในรูปที่ 5.3 แนวเส้นประที่แสดงในรูปเป็นขอบเขตที่มีเงื่อนไขขอบเขต แบบ Neumann



รูปที่ 5.3 ทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมที่ใช้เปรียบเทียบการคำนวณศักย์ไฟฟ้า ด้วยวิธีไฟไนต์อีเลเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

ในการหาค่าศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์จะกำหนดให้พื้นที่สนามไฟฟ้าในรูปที่ 5.3 ประกอบขึ้นจากจุดจำนวน 561 จุด และศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของทรงกลมในมีค่าเท่ากับ 1 โวลต์ ศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของทรงกลมนอกเท่ากับ 0 โวลต์ รัศมีของทรงกลมนอก (R_o) มีค่าคงที่เท่ากับ 35 มิลลิเมตร และเปลี่ยนแปลงรัศมีของทรงกลมใน (R_i) ให้มีค่าเท่ากับ 5, 10, 15, 20, และ 25 มิลลิเมตร ขนาดของอิเล็กโทรดเหล่านี้เลือกจากการทดลองของงานวิจัยอื่น [9]

ผลการเปรียบเทียบแสดงในตารางที่ 5.3 ความคลาดเคลื่อนเป็นเปอร์เซ็นต์เมื่อเทียบกับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์ในหัวข้อที่ 4.8 คำนวณจากสมการที่ (5.1.1)

ตารางที่ 5.3 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมด้วยวิธีไฟไนต์อีเล็มเมนต์กับผลจากสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์

R_i mm.	ช่วงความคลาดเคลื่อน %	จำนวนจุดที่ผิดพลาด จุด	ERR _{max} %
5	$0 < ERR < 1$	552	2.98010
	$1 < ERR < 3$	9	
10	$0 < ERR < 1$	552	2.91629
	$1 < ERR < 3$	9	
15	$0 < ERR < 1$	550	2.97451
	$1 < ERR < 3$	11	
20	$0 < ERR < 1$	548	3.00749
	$1 < ERR < 4$	13	
25	$0 < ERR < 1$	547	2.96215
	$1 < ERR < 3$	14	

จากตารางที่ 5.3 จะพบว่ามิจุกในสนามไฟฟ้าเพียง 3% เท่านั้นที่มีความคลาดเคลื่อนเกิน 1% และความคลาดเคลื่อนสูงสุดที่เกิดขึ้นมีแนวโน้มที่ไม่แน่นอน เนื่องจากในกรณีของทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม เราแทนส่วนโค้งของทรงกลมในรูปที่ 5.3 ด้วยเส้นตรงที่ต่อกัน 16 เส้น ดังนั้นเมื่อรัศมีของทรงกลมในมีค่าสูงขึ้น แม้ว่าพื้นที่ของสนามไฟฟ้าจะน้อยลง ส่วนโค้งของทรงกลมในซึ่งแทนด้วยเส้นตรงจะหายากขึ้น

5.2 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นในก๊าซ SF₆ และการเปรียบเทียบผล

ก. ทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม การสร้างสมการของความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายในฟังก์ชันของระยะทางกระทำด้วยวิธีดัดดอยแบบเชิงเส้นดังที่อธิบายแล้วในหัวข้อที่ 3.1 ผลการเปรียบเทียบกับสมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์ (5.2.1) ได้แสดงไว้ในตารางที่ 5.4 ความคลาดเคลื่อนเป็นเปอร์เซ็นต์ที่แสดงในตารางคำนวณจากสมการที่ (5.1.1)

$$E_r = 1 / (\ln(R_o/R_i) \cdot r) \quad (5.2.1)$$

ตารางที่ 5.4 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนผลการประมาณสมการความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม

R_i mm.	วิธีดัดดอยแบบเชิงเส้น $E_r(r)$	สมการที่ (5.2.1) $E_r(r)$	ERR ในช่วง $R_o - R_i$ %
2.5	0.40657 $r^{-1.01}$	0.39719 r^{-1}	1.09353 - 1.42825
5	0.55990 $r^{-1.01}$	0.54808 r^{-1}	0.52524 - 1.29227
10	0.90483 $r^{-1.01}$	0.88386 r^{-1}	0.04319 - 1.08232
15	1.41907 $r^{-1.01}$	1.37753 r^{-1}	0.26349 - 0.46212
20	2.33965 $r^{-1.01}$	2.28178 r^{-1}	0.48998 - 0.92513

ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้น (U_0), ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด
ต่อความดันก๊าซ (E_{∞}/p), แฟกเตอร์สนามไฟฟ้า (n^*), และระยะวิกฤติ (x_{∞})
ที่ความดัน (p) ต่างๆ ได้แสดงไว้ในตารางที่ ช.1 - ช.5 ของภาคผนวก ช

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง E_{∞}/p กับ $p \cdot R_0$ และ
 U_0 กับ $p \cdot R_0$ แสดงในรูปที่ 5.4 และ 5.5 ตามลำดับ

ข. ทรงกลมขี้นศูนย์กลางร่วม ผลการเปรียบเทียบสมการของ
ความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายที่หาโดยวิธีตัดออยแบบเชิงเส้นกับสมการ
คณิตศาสตร์วิเคราะห์ (5.2.2) ได้แสดงไว้ในตารางที่ 5.5 ความคลาดเคลื่อน
เป็นเปอร์เซ็นต์ที่แสดงในตารางคำนวณจากสมการที่ (5.1.1)

$$E_r = R_0 \cdot R_0 / ((R_0 - R_0) \cdot r^2) \quad (5.2.2)$$

ตารางที่ 5.5 ตารางเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของผลการประมาณ
ความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายของทรงกลมขี้นศูนย์กลางร่วม

R_0 mm.	วิธีตัดออยแบบเชิงเส้น $E_r(r)$	สมการที่ (5.2.2) $E_r(r)$	ERR ในช่วง $R_0 - R_0$ %
5	5.69734 $r^{-1.00}$	5.83333 r^{-2}	0.74662 - 1.20368
10	13.87377 r^{-2}	14.00000 r^{-2}	0.90164 - 0.90164
15	26.04954 r^{-2}	26.25000 r^{-2}	0.76367 - 0.76367
20	46.52547 r^{-2}	46.66667 r^{-2}	0.30256 - 0.30255
25	87.35672 r^{-2}	87.50000 r^{-2}	0.16375 - 0.16375

ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้น (U_0), ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด
ต่อความดันก๊าซ (E_{∞}/p), แฟกเตอร์สนามไฟฟ้า (n^*), และระยะวิกฤติ (x_{∞})
ที่ความดันก๊าซ (p) ต่างๆ ได้แสดงไว้ในตารางที่ ช.6 - ช.10
ของภาคผนวก ช

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง E_{∞}/p กับ $p \cdot R_1$ และ U_1 กับ $p \cdot R_1$ แสดงในรูปที่ 5.6 และ 5.7 ตามลำดับ

ความคลาดเคลื่อนของสมการความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายที่แสดงในตารางที่ 5.4 และ 5.5 เกิดจากการที่เราสามารถคำนวณค่าความเครียดสนามไฟฟ้าได้เป็นช่วงระหว่างเส้นสมคักซ์สองเส้นเท่านั้น การประมาณสมการด้วยวิธีตัดออกแบบเชิงเส้นโดยใช้ความสัมพันธ์ของความเครียดสนามไฟฟ้ากับจุดกึ่งกลางของอิเล็กโตรแกรมจึงไม่ถูกต้องร้อยเปอร์เซ็นต์ แต่อย่างไรก็ตามความคลาดเคลื่อนของสมการในช่วงรัศมีในถึงรัศมีนอกโดยทั่วไปจะน้อยกว่า 1%

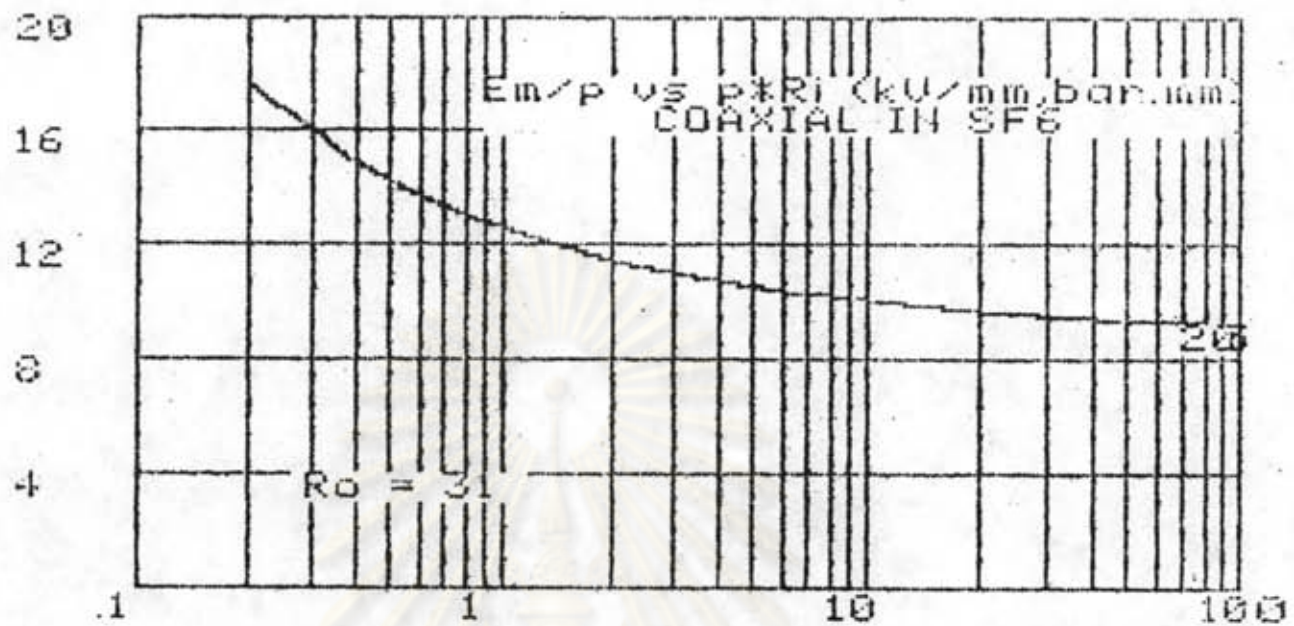
ความคลาดเคลื่อนในการประมาณสมการของความเครียดสนามไฟฟ้าจะส่งผลกระทบต่อผลการคำนวณค่าต่างๆในตารางที่ ช.1 - ช.10 ซึ่งจะสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจนเมื่อเปรียบเทียบกันระหว่างผลการคำนวณของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมกับทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม

5.3 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นในอากาศและการเปรียบเทียบผล.....

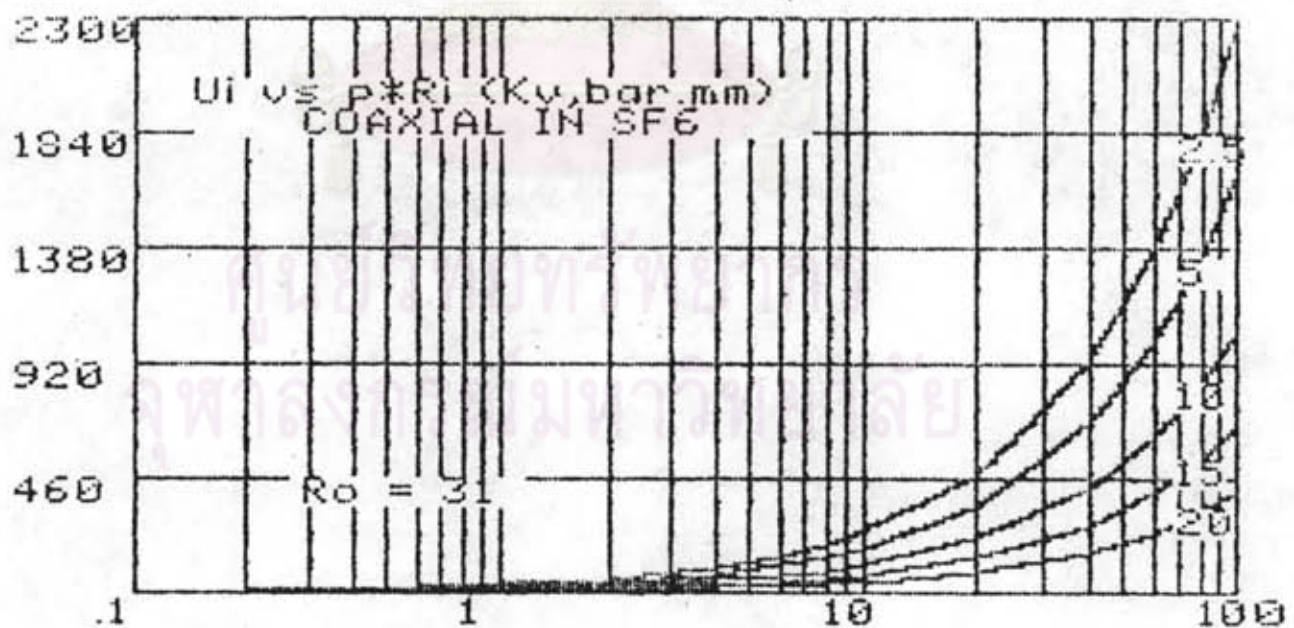
ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้น (U_1), ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดต่อความดันก๊าซ (E_{∞}/p), แฟกเตอร์สนามไฟฟ้า (n^*), และระยะวิกฤติ (x_{∞}) ที่ความดันอากาศ (p) ต่างๆ ของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมกับทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วมได้แสดงไว้ในตารางที่ ช.11 - ช.20 ของภาคผนวก ช

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง E_{∞}/p กับ $p \cdot R_1$ และ U_1 กับ $p \cdot R_1$ แสดงในรูปที่ 5.8 - 5.11

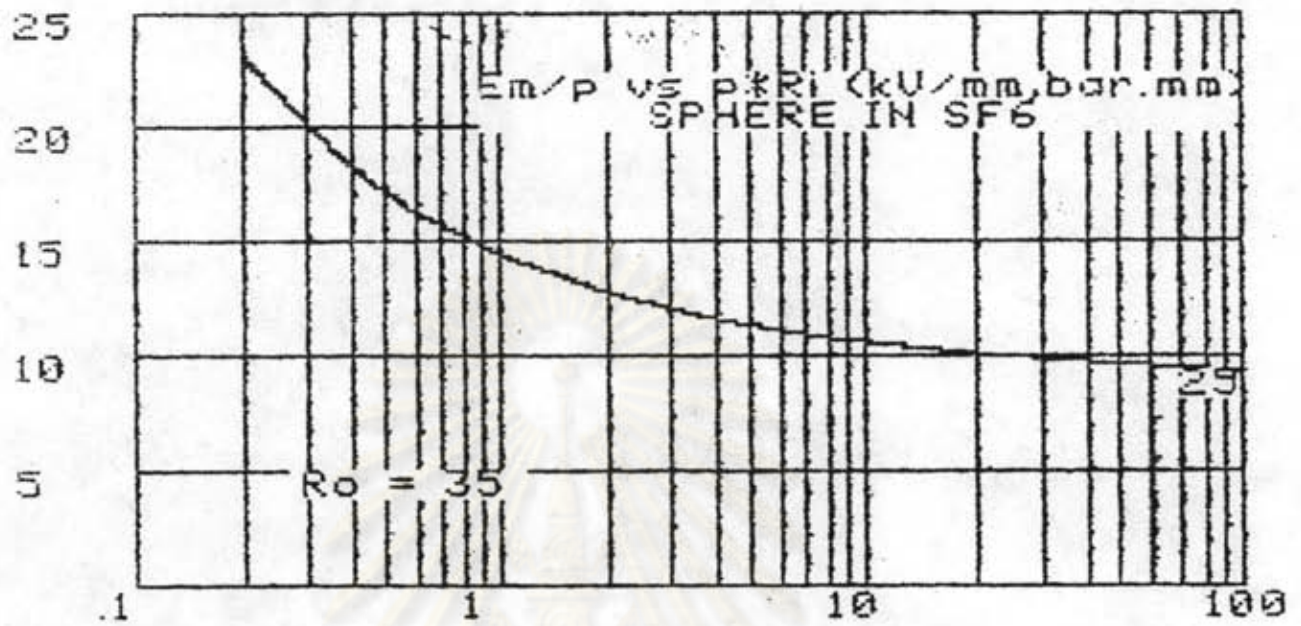
ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นกับค่าต่าง ๆ ในตารางก็เกิดจากความคลาดเคลื่อนของสมการความเครียดสนามไฟฟ้ากระจาย เช่นเดียวกับในกรณีของการคำนวณในก๊าซ SF_6



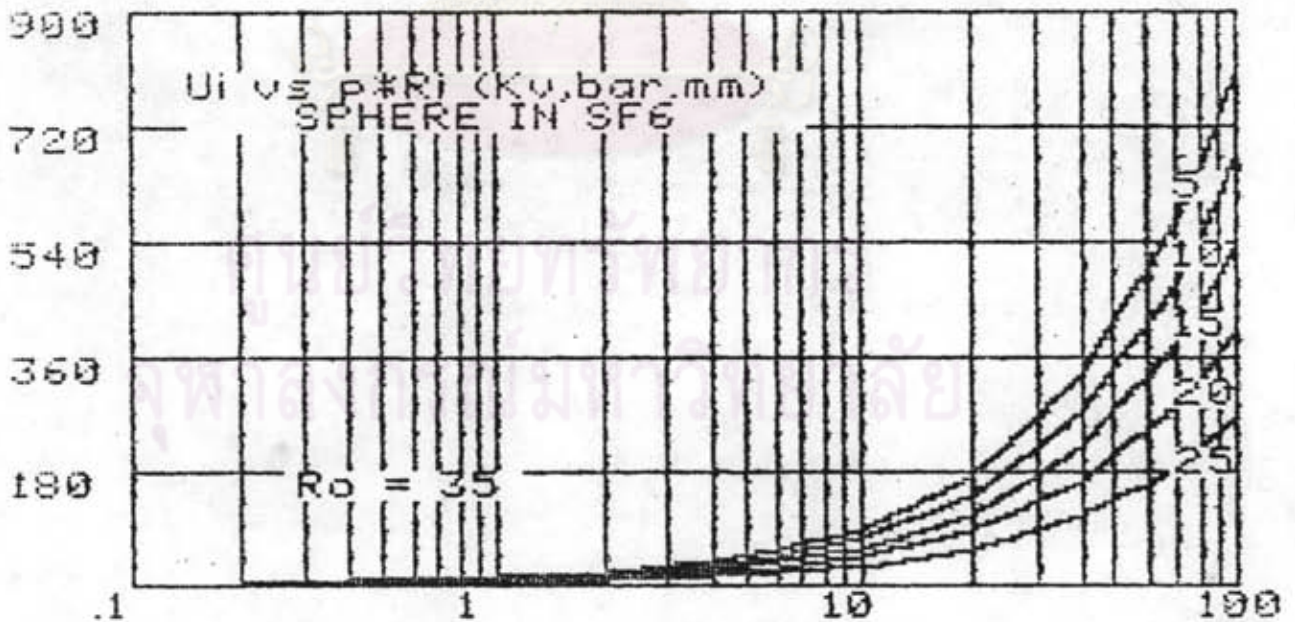
รูปที่ 5.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง E_m/p กับ $p \cdot R_i$ ของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF₆



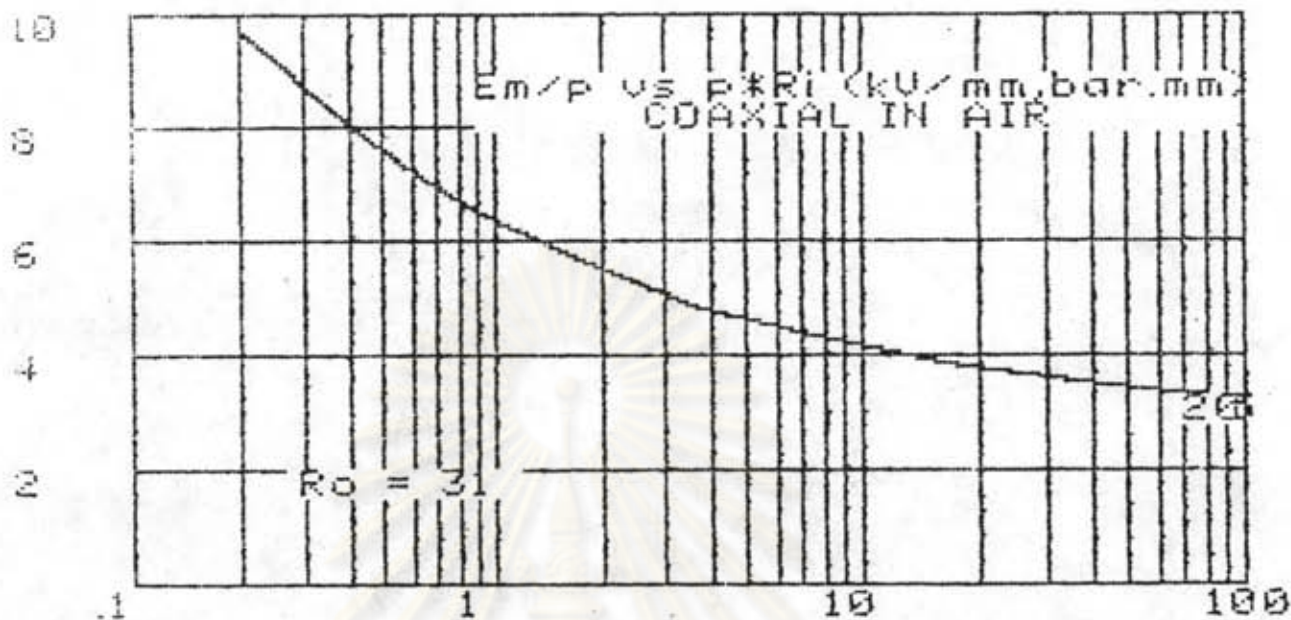
รูปที่ 5.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง U_i กับ $p \cdot R_i$ ของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF₆



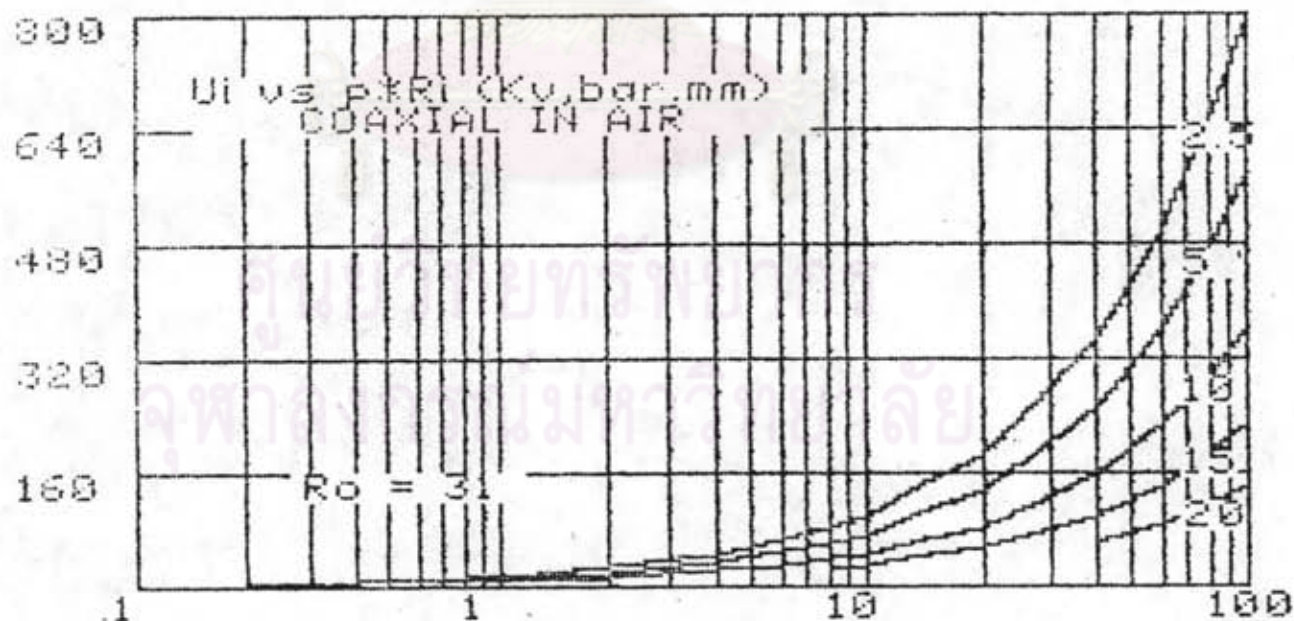
รูปที่ 5.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง E_m/p กับ $p \cdot R_i$ ของทรงกลมข้อศูนย์กลางร่วมในก๊าซ SF₆



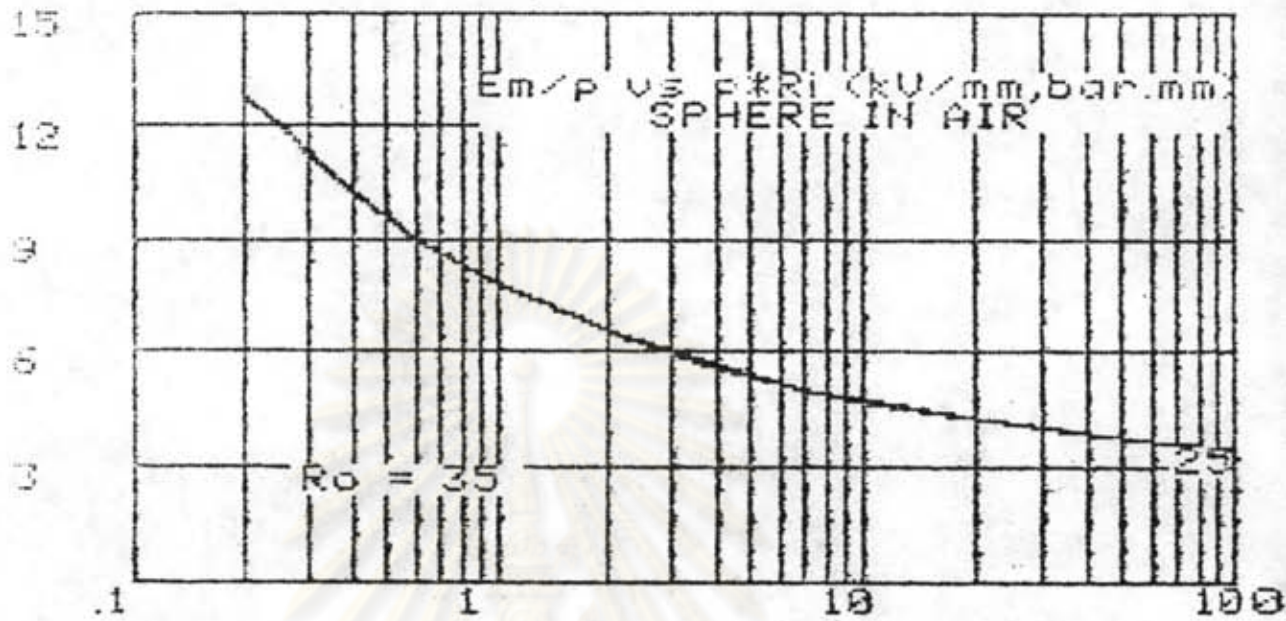
รูปที่ 5.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง U_i กับ $p \cdot R_i$ ของทรงกลมข้อศูนย์กลางร่วมในก๊าซ SF₆



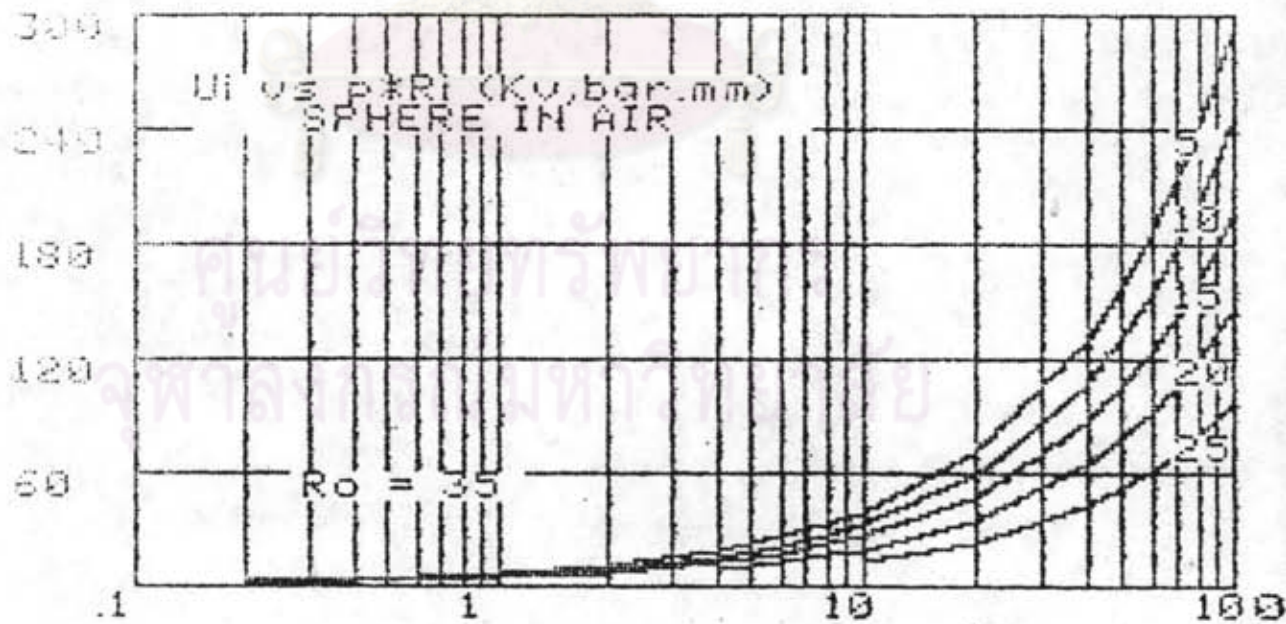
รูปที่ 5.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง E_m/p กับ $p \cdot r_i$ ของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในอากาศ



รูปที่ 5.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง U_i กับ $p \cdot r_i$ ของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในอากาศ



รูปที่ 5.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง E_m/p กับ $p.R$,
ของทรงกลมข้อศูนย์กลางร่วมในอากาศ



รูปที่ 5.11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง U_i กับ $p.R$,
ของทรงกลมข้อศูนย์กลางร่วมในอากาศ