

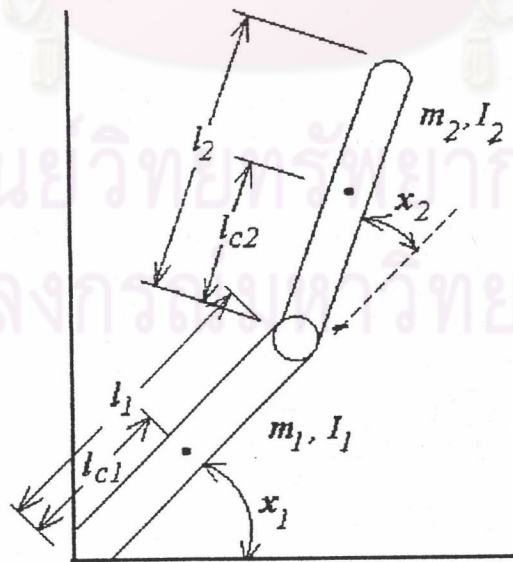
บทที่ 3

การชดเชยแบบปรับได้ด้วยเครือข่ายนิวรอล

บทนี้กล่าวถึงแบบจำลองพลวัตของแขนกล การชดเชยแบบปรับได้ด้วยเครือข่ายนิวรอลชนิด Backpropagation (BNN) การชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN ร่วมกับการเลือกตัวควบคุมและการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบควบคุมปิด จะเสนอดังนี้

แบบจำลองพลวัตของแขนกล

แขนกลคือเครื่องจักรกลชนิดหนึ่ง ทำหน้าที่เคลื่อนย้ายวัตถุจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง โดยอาจมีการกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ก็ได้ โครงสร้างทางกลและสถานะการทำงานทำให้แขนกลมีคุณสมบัติเป็นระบบไม่เชิงเส้นและมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งเป็นปัญหาสำคัญในการออกแบบระบบควบคุม แขนกลที่ใช้ศึกษาเป็นแขนกลชนิด planar 2 ข้อต่อ ดังแสดงในรูปที่ 3-1



รูปที่ 3-1 แขนกลชนิด planar 2 ข้อต่อ

สภาวะการทำงานของแขนกลที่ศึกษา เป็นสภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ของแขนกล อันได้แก่ มวลของโหลด(Δm_2) ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลของข้อต่อที่ 2 (Δl_{c_2}) และ โมเมนต์ความเฉื่อยของข้อต่อที่ 2 (ΔI_2) สมการพลวัตของแขนกลในสภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์(Actual Model) (Spong,1989)คือ

$$M(x) \cdot \ddot{x} + C(x, \dot{x}) \cdot \dot{x} + g(x) = u \quad (3-1)$$

โดยที่ x, \dot{x}, \ddot{x} คือ เมตริกซ์ที่แสดงตำแหน่ง ความเร็วและความเร่งของแต่ละข้อต่อของแขนกล และมีมิติ 2 x 1

$M(x)$ คือ เมตริกซ์ความเฉื่อยของแขนกลและเป็นเมตริกซ์สมมาตรและมีค่ามากกว่าศูนย์(Symmetric and Positive Definite Metrix) และมีมิติ 2 x 2

$C(x, \dot{x})$ คือ เมตริกซ์ที่แสดงแรงคอริโอลิสและแรงเซนตริพิทอล (Coriolis and Centripetal Forces) และมีมิติ 2 x 1

$g(x)$ คือ เมตริกซ์ที่แสดงผลกระทบจากแรงโน้มถ่วง และมีมิติ 2 x 1

u คือ เมตริกซ์ที่แสดงแรงบิดที่กระทำในแต่ละข้อต่อทำหน้าที่เป็นสัญญาณควบคุมแขนกล และมีมิติ 2 x 1

(รายละเอียดเกี่ยวกับสมการพลวัตของแขนกลได้แสดงไว้ในภาคผนวกที่ 1) แปลงสมการ Actual Model (3-1) ของแขนกลให้อยู่ในรูปสมการสถานะ(State Equation) ได้ว่า

$$\dot{x} = f(x, \dot{x}) + h(x) \cdot u \quad (3-2)$$

โดยที่ $f(x, \dot{x}) = -M^{-1}(x) \cdot (C(x, \dot{x}) \cdot \dot{x} + g(x))$

$$h(x) = M^{-1}(x)$$

$f(\cdot)$, $h(\cdot)$ เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นที่มีผลของการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ได้แก่ มวลของโหลด(Δm_2) ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลข้อต่อที่ 2 (Δl_{c_2}) และ โมเมนต์ความเฉื่อยของข้อต่อที่ 2 (ΔI_2) การเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์เหล่านี้เป็นการเปลี่ยนแปลงอย่างไม่ทราบค่า

เมื่อไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ในสมการแขนกล(3-2) สมการแขนกล(3-2) กลายเป็นสมการแขนกลในสถานะที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์(Nominal Model) คือ

$$\ddot{x} = f_m(x, \dot{x}) + h_m(x) \cdot u \quad (3-3)$$

โดยที่ $f_m(\cdot)$, $h_m(\cdot)$ คือฟังก์ชัน $f(\cdot)$, $h(\cdot)$ เมื่อไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ ตามลำดับ

ใช้สมการ(3-3)ออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีคำนวณแรงบิด(Computed Torque) เพื่อควบคุมให้แขนกลเคลื่อนที่ไปตามเส้นทาง r กำหนดสมการควบคุมได้ว่า

$$u_m = h_m^{-1}(-\ddot{f}_m + \ddot{r} + k_p \cdot \dot{e} + k_d \cdot \dot{e}) \quad (3-4)$$

โดยที่ r คือ เส้นทางอ้างอิงที่ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ตาม มีมิติ 2×1 และมีค่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 เทียบกับเวลา

และ h_m เป็นเมตริกซ์ซึ่งมิใช่เอกฐาน(non-singular matrix)

กำหนดให้ค่าความผิดพลาดของตำแหน่ง(e) คือ

$$e = r - x \quad (3-5)$$

นำ(3-5)และ(3-4)แทนลงในสมการแขนกล Nominal Model (3-3)ได้ว่า

$$\ddot{e} = -k_p \cdot \dot{e} - k_d \cdot \dot{e} \quad (3-6)$$

โดยที่ k_p , k_d เป็นเมตริกซ์ค่าอัตราขยายป้อนกลับที่มีเสถียรภาพเพื่อทำให้ค่า e ของสมการ(3-6) เข้าสู่ศูนย์ และ k_p , k_d มีมิติ 2×2

นำ(3-5)และ(3-4)แทนลงในสมการแขนกล Actual Model (3-2)ได้ว่า

$$\ddot{e} = -k_p \cdot \dot{e} - k_d \cdot \dot{e} - \Delta f_m - \Delta h_m \cdot u_m \quad (3-7)$$

โดยที่ $\Delta f_m = f - f_m$

$$\Delta h_m = h - h_m$$

ในกรณีที่แขนกลไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ สมการตัวควบคุม(3-4)สามารถลดค่าผิดพลาดของตำแหน่งลงเข้าสู่ศูนย์ดังแสดงในสมการ(3-6) เมื่อแขนกลมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ สมการตัวควบคุม(3-4)ไม่สามารถลดค่าผิดพลาดของตำแหน่งลงเข้าสู่ศูนย์ได้ เนื่องจากมีพจน์ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ ดังแสดงในสมการ(3-7)

การควบคุมผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ได้เพิ่ม u_{em} ลงใน สมการตัวควบคุม(3-4)สำหรับชดเชยการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ในสมการแขนกล Actual Model (3-2) เขียนสมการตัวควบคุมได้ใหม่คือ

$$u = h_m^{-1}(-f_m + \ddot{r} + k_p \cdot e + k_d \cdot \dot{e} + u_{em}) \quad (3-8)$$

นำสมการ(3-4)แทนลงในสมการ(3-3) คำนวณค่าความเร่งของ Nominal Model โดยใช้ค่าตำแหน่งและความเร็วที่วัดได้จากแขนกลได้ว่า

$$\ddot{x}_m = f_m(x, \dot{x}) + h_m(x) \cdot u_m \quad (3-9)$$

โดยที่ \ddot{x}_m คือ ค่าความเร่งที่คำนวณจากสมการ Nominal Model ของแขนกล ค่า x_m คำนวณได้จากสมการ(3-9)ด้วยวิธี Runge-Kutta ลำดับที่ 4 โดยใช้ค่าตำแหน่งและความเร็วที่วัดได้จากแขนกลในการคำนวณ

นำ(3-8)แทนลงใน(3-2)และนำ(3-4)แทนลงใน(3-9) คำนวณสมการ Error Model ของแขนกลโดยนำสมการ(3-2)ลบด้วย(3-9)ได้คือ

$$\begin{aligned} \ddot{x} - \ddot{x}_m &= f - f_m + h \cdot h_m^{-1} \cdot (-f_m + \ddot{r} + k_p \cdot e + k_d \cdot \dot{e} + u_{em}) \\ &\quad - h_m \cdot h_m^{-1} (-f_m + \ddot{r} + k_p \cdot e + k_d \cdot \dot{e}) \end{aligned} \quad (3-10)$$

นิยาม ค่าความผิดพลาดของ Error Model (e_m) คือ

$$e_m = x - x_m \quad (3-11)$$

เขียนสมการ Error Model (3-8) ได้ใหม่ว่า

$$\ddot{e}_m = \delta f + \delta h \cdot u_{em} \quad (3-12)$$

โดยที่ $\delta h = h \cdot h_m^{-1}$

$$\delta f = f - f_m + (h - h_m) \cdot h_m^{-1} \cdot (-f_m + \ddot{r} + k_p \cdot e + k_d \cdot \dot{e})$$

สมการ Error Model (3-12) เป็นสมการที่รวมเอาผลการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดไว้ในฟังก์ชันของสมการ การชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN ได้ใช้ BNN เรียนรู้ฟังก์ชันของสมการนี้สำหรับสร้างตัวชดเชยแบบปรับได้ ตัวชดเชยทำหน้าที่ลดค่าความผิดพลาดของ Error Model (e_m) ลงเข้าสู่ศูนย์ เมื่อ e_m เข้าสู่ศูนย์หมายความว่า u_{em} สามารถชดเชยการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ในสมการ(3-12)ได้ทั้งหมด ซึ่งทำให้

สมการควบคุม(3-4)สามารถลดค่าความผิดพลาดของตำแหน่ง(e)ลงสู่ศูนย์ด้วยเช่นกัน รายละเอียดเกี่ยวกับการชดเชยแบบปรับได้ได้กล่าวไว้ในหัวข้อถัดไป

การชดเชยแบบปรับได้ด้วยเครือข่ายนิวรอล

สถานะการทำงานที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแขนกล อันได้แก่ มวลของโหลด (Δm_2) ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวลข้อต่อที่ 2 (Δl_{c2}) และ โมเมนต์ความเฉื่อยของข้อต่อที่ 2 (ΔI_2) ทำให้เกิดความผิดพลาดของการควบคุมตำแหน่งดังแสดงในหัวข้อที่ผ่านมา การชดเชยผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ ได้ใช้หลักการจากทฤษฎีการประมาณค่าฟังก์ชัน คือฟังก์ชันต่อเนื่อง $f(x)$ ใดๆ ซึ่งประกอบด้วยตัวแปร x และพารามิเตอร์ p สามารถประมาณค่าได้ในรูป (Sanner,1992)

$$f(x) \cong \sum_{i=1}^N b_i \cdot Y_i(x) \quad (3-13)$$

โดยที่ N คือจำนวนพจน์

b_i คือค่าสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่ i

$Y_i(x)$ คือฟังก์ชันมูลฐาน(basis function)ของพจน์ที่ i ของฟังก์ชัน $f(x)$

เมื่อพารามิเตอร์ p ของ $f(x)$ มีการเปลี่ยนแปลงและทราบค่าที่เปลี่ยนแปลง แทน $f(x)$ ที่ค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงนี้ด้วยฟังก์ชัน $f(x)$ ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ในรูป

$$f(x) \cong \sum_{i=1}^N b_i \cdot Y_i(x) \quad (3-14)$$

โดยที่ b_i และ $Y_i(x)$ คือค่าสัมประสิทธิ์และค่าฟังก์ชันมูลฐานของพจน์ที่ i ของฟังก์ชัน $f(x)$ ตามลำดับ

ในกรณีที่ไม่ทราบค่าการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ p การประมาณค่า b_i และ $Y_i(x)$ จึงไม่สามารถทำได้ การประมาณค่าฟังก์ชัน $f(x)$ ที่มีการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ p อย่างไม่ทราบค่านี้ สามารถประมาณค่าได้ดังนี้

$$f(x) \cong f^{\Lambda}(x) + \sum_{i=1}^N \tilde{b}_i \cdot Y_i^{\Lambda}(x) \quad (3-15)$$

โดยที่ \tilde{b}_i คือค่าสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่ i
และประมาณค่าความผิดพลาดระหว่างฟังก์ชันที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์
ได้ว่า

$$f(x) - f^{\Lambda}(x) \cong \sum_{i=1}^N \tilde{b}_i \cdot Y_i^{\Lambda}(x) \quad (3-16)$$

เนื่องจากไม่ทราบค่าการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของฟังก์ชัน $f(x)$ ทราบแต่เพียงค่า
อินพุตและค่าเอาต์พุตของฟังก์ชันเท่านั้น การคำนวณหาค่า \tilde{b}_i ได้ใช้หลักการออปติไม-
เซชันปรับค่า \tilde{b}_i เพื่อลดค่าผิดพลาดระหว่างฟังก์ชันทั้ง 2 ให้น้อยที่สุด

การชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN ได้ใช้หลักการประมาณค่าความผิดพลาดระ-
หว่างฟังก์ชันดังแสดงในสมการ(3-16)สำหรับสร้างตัวชดเชย และใช้การปรับค่าสัม-
ประสิทธิ์ของฟังก์ชันมูลฐานสำหรับการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชย การสร้างตัว
ชดเชยทำโดยใช้ BNN เรียนรู้ฟังก์ชัน $F(x, x, e, e, r)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่รวม
ผลการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดของแขนกลไว้ในตัวฟังก์ชัน คือ

$$F(x, x, e, e, r) = -\delta h^{-1} \cdot \delta f \quad (3-17)$$

โดยที่
$$e_m = \delta f + \delta h \cdot u_{em} \quad (3-12)$$

$F(.) = [F_1(.) \ F_2(.)]^T$, $F_1(.)$ และ $F_2(.)$ เป็นฟังก์ชันสเกลลาร์

$$u_{em} = [u_{em_1} \ u_{em_2}]^T$$

การเรียนรู้ฟังก์ชัน $F(.)$ ทำโดยเก็บค่าอินพุตและค่าเอาต์พุตของฟังก์ชัน $F(.)$ แล้ว
แปลงพิสัย(range)ของเอาต์พุตให้อยู่ในช่วง [0.1, 0.9] ซึ่งเท่ากับพิสัยของเอาต์พุตของ
BNN จากนั้นนำค่าอินพุตและค่าเอาต์พุตที่แปลงแล้วป้อนให้ BNN เรียนรู้โดยใช้
อัลกอริทึม Backpropagation โดยกำหนดให้ BNN ชุดที่ j เรียนรู้ฟังก์ชัน $F_j(.)$
หลังจากเรียนรู้แล้วสามารถเขียนฟังก์ชัน $F_j(.)$ ได้ในรูปสมการ BNN ชุดที่ j จาก
สมการ(2-4)เขียนได้ว่า

$$F_j(.) \cong G_j \cdot (\sigma_j^{L_j} (\sum_{i=1}^{N_{L_j-1}} w_{ij}^{L_j} \cdot Y_{ij}^{L_j-1} (x, x, e, e, r) + w b_j^{L_j}) - 0.5) \quad (3-18)$$

โดยที่ j คือเลขดัชนีชี้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ถูกชี้ด้วย j กับฟังก์ชัน

$F_j(.)$ และ $j = 1, 2$

L_j คือชั้นนอกสุดมีค่าเท่ากับจำนวนชั้นของ BNN ชุดที่ j

N_{L_j-1} คือจำนวนปมนิวรอนในชั้น L_j-1 ของ BNN ชุดที่ j

$Y_{ij}^{L_j-1} (.)$ คือค่าเอาต์พุตของปมนิวรอนปมที่ i ในชั้นที่ L_j-1 ทำหน้าที่เป็นฟังก์ชันมาตรฐานของ $F_j(.)$

$\sigma_j^{L_j} (.)$ คือฟังก์ชันซิกมอยด์ของปมเอาต์พุตในชั้น L_j ของ BNN ชุดที่ j

$w_{ij}^{L_j}$ คือค่าน้ำหนักของแกนในชั้นที่ L_j ซึ่งส่งผ่านสัญญาณเอาต์พุต

$Y_{ij}^{L_j-1} (.)$ ไปยังปมเอาต์พุตของ BNN ชุดที่ j

$w b_j^{L_j}$ คือค่าน้ำหนักไบแอสของปมเอาต์พุตที่ชั้น L_j ของ BNN ชุดที่ j

$G_j, 0.5$ คือค่าคงที่สำหรับใช้แปลงพิสัยของค่าเอาต์พุตของ BNN ให้เป็นพิสัยของค่าเอาต์พุตของฟังก์ชัน $F_j(.)$

เมื่อใช้ BNN เรียนรู้ฟังก์ชัน $F_j(.)$ แล้วนำสมการ(3-18)มาใช้เป็นสมการตัวชดเชยแบบปรับได้ โดยแทนลงใน u_{em_j} ของสมการ(3-12)คือ

$$u_{em_j} = G_j \cdot (\sigma_j^{L_j} (\sum_{i=1}^{N_{L_j-1}} w_{ij}^{L_j} \cdot Y_{ij}^{L_j-1} (x, x, e, e, r) + w b_j^{L_j}) - 0.5) \quad (3-19)$$

โดยที่ $u_{em} = [u_{em1} \quad u_{em2}]^T$

เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแกนกล ตัวชดเชยทำหน้าที่ชดเชยผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์นี้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์ภายในตัวมัน การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยทำโดยปรับค่า $w_{ij}^{L_j}$ ซึ่งเป็นค่าน้ำหนักชั้นนอกสุดของ BNN ชุดที่ j เพื่อลดค่าความผิดพลาด $e_m(k)$ ลงเข้าสู่ศูนย์ วิธีการปรับได้ใช้อัลกอริทึม Backpropagation ปรับเฉพาะค่าน้ำหนักชั้นนอกสุดของ BNN โดยมีกระบวนการดังนี้คือ

$$J = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^{m_f} \|e_m(k)\|^2 \quad (3-20)$$

โดยที่ $e_m(k) = x(k) - x_m(k)$

m_f คือจำนวนขั้นเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการชดเชย

คำนวณค่า $x_m(k)$ ได้โดยเก็บค่า $x_m(q+1)$ ตามเวลา ค่า $x_m(q+1)$ คำนวณได้จากสมการ

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(q) &= \dot{x}(q) \\ \ddot{x}_m(q) &= f_m(x(q), \dot{x}(q)) + h_m(x(q)) \cdot u_m(q) \end{aligned} \quad (3-21)$$

โดยที่ $q = 0, 1, 2, \dots, k$

$$x_m(q) = x(q)$$

$$\text{และ } u_m(q) = h_m^{-1}(-f_m + \ddot{r} + k_p \cdot e(q) + k_d \cdot \dot{e}(q))$$

ด้วยวิธี Runge-Kutta ลำดับที่ 4 โดยใช้ช่วงเวลาการซีกตัวอย่าง(sampling time) (Δt) เท่ากับ 0.05 วินาที และใช้ค่าตำแหน่งและความเร็วที่วัดได้จากแขนกลที่เวลา q การคำนวณค่า $x_m(k)$ จากสมการ(3-21) ทำให้การชดเชยแบบปรับได้สามารถชดเชยผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของสมการ Error Model (3-12) ได้โดยตรง ซึ่งแสดงไว้ในหัวข้อการวิเคราะห์เสถียรภาพ

อัลกอริทึมการปรับค่าน้ำหนักของ BNN คำนวณจากค่าอนุพันธ์ของดรรรชนีสมรรถนะเทียบกับน้ำหนัก คือ

$$\frac{\partial J}{\partial w_{ij}^{Lj}(k)} = \left(\frac{\partial J}{\partial e_m(k)} \right)^T \cdot \frac{\partial e_m(k)}{\partial u_{em}(k)} \cdot \frac{\partial u_{em}(k)}{\partial w_{ij}^{Lj}(k)} \quad (3-22)$$

$$\text{โดยที่ } \frac{\partial J}{\partial e_m(k)} = e_m(k)$$

$$\text{แทน } \frac{\partial e_m(k)}{\partial u_{em}(k)} \text{ ด้วยเมตริกซ์เอกลักษณ์ } I \text{ ซึ่งมีมิติ } 2 \times 2$$

จากสมการ(3-19) คำนวณได้ว่า

$$\frac{\partial u_{em_z}(k)}{\partial w_{ij}^{L_j}(k)} = G_z \cdot \sigma_z'^{L_z} \left(\sum_{n=1}^{N_{L_z}-1} w_{nz}^{L_z} \cdot Y_{nz}^{L_z-1}(\cdot) + w b_z^{L_z} \right) \cdot Y_{iz}^{L_z-1}(\cdot)$$

$$\begin{aligned} & \text{เมื่อ } j = z \text{ หรือ } w_{ij}^{L_j} \text{ เป็นค่าน้ำหนักของ } u_{em_z} \text{ ใน(3-19)} \\ & = 0 \text{ เมื่อ } j \neq z \text{ หรือ } w_{ij}^{L_j} \text{ ไม่เป็นค่าน้ำหนักของ } u_{em_z} \end{aligned}$$

โดยที่ $j = 1, 2$ และ $z = 1, 2$

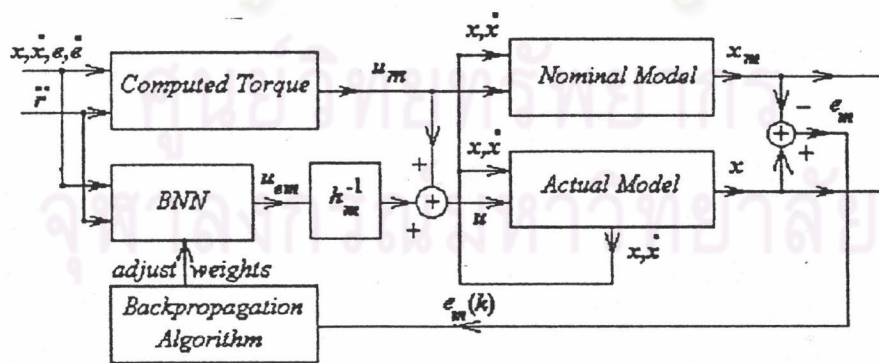
การปรับค่าน้ำหนักได้ใช้ค่าอนุพันธ์ของโครงข่ายสมรรถนะเทียบกับค่าน้ำหนัก ปรับค่าน้ำหนักในทิศทางลบของค่าอนุพันธ์ คำนวณหาสมการการปรับค่าน้ำหนักได้ว่า

$$\Delta w_{ij}^{L_j}(k) = -\eta_j \cdot \frac{\partial J}{\partial w_{ij}^{L_j}(k)} \quad (3-23)$$

โดยที่ η_j คือค่าอัตราการเรียนรู้ (learning rate) ของ BNN ชุดที่ j คำนวณค่าน้ำหนักที่เวลา $k+1$ ได้คือ

$$w_{ij}^{L_j}(k+1) = w_{ij}^{L_j}(k) + \Delta w_{ij}^{L_j}(k) \quad (3-24)$$

โครงสร้างระบบควบคุมแบบกลไกได้แสดงไว้ในรูปที่ 3-2



รูปที่ 3-2 โครงสร้างระบบควบคุมแบบกลไกซึ่งใช้การชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN

ขั้นตอนการทดลอง

- 1) เก็บข้อมูลอินพุตและข้อมูลเอาต์พุตของฟังก์ชัน $F(x, \dot{x}, e, \dot{e}, \ddot{r})$ ที่สถานะการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดังนี้ $\Delta m_2 = 3 \text{ Kg}$ $\Delta I_2 = 10/12 \text{ Kg.m}^2$ และ $\Delta l_{c_2} = 0.1875 \text{ m}$ โดยเก็บข้อมูลอินพุตจากค่าตัวแปร x, \dot{x}, e, \dot{e} และ \ddot{r} ที่เกิดขึ้นในระหว่างการควบคุมแบบกลตามเส้นทางอ้างอิงด้วยตัวควบคุม(3-4) ที่สถานะการเปลี่ยนแปลงข้างต้น เส้นทางอ้างอิงได้สร้างจากระบบอันดับที่ 2 โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) คือ

$$H(s) = \frac{1}{(s + 5)^2}$$

- ซึ่งให้เส้นทางอ้างอิงที่มีผลตอบสนองเร็ว และป้อนสัญญาณเข้าดังนี้ $-\pi/2$ $-\pi/4$ 0 $\pi/4$ และ $\pi/2$ จากนั้นนำข้อมูลอินพุตไปคำนวณค่าข้อมูลเอาต์พุตของ $F(\cdot)$ แล้วแปลงพิสัยข้อมูลเอาต์พุตให้อยู่ในช่วง $[0.1, 0.9]$ โดยใช้ค่า $G_1 = 200$ และ $G_2 = 400$ สำหรับการแปลง เพราะ $F_1(\cdot)$ และ $F_2(\cdot)$ มีพิสัยอยู่ในช่วง $[-100, 100]$ และ $[-200, 200]$ ตามลำดับดังแสดงในสมการ(3-18) จำนวนชุดข้อมูลทั้งหมดที่เก็บสำหรับการเรียนรู้รวม 1250 ชุด โปรแกรมที่ใช้ในการเก็บข้อมูลอินพุตและข้อมูลเอาต์พุตได้แสดงไว้ในภาคผนวกที่ 3
- 2) ป้อนข้อมูลอินพุตและข้อมูลเอาต์พุตที่แปลงเรียบร้อยแล้ว ให้ BNN เรียนรู้ด้วยอัลกอริทึม Backpropagation จนกระทั่งสมรรถนะของการเรียนรู้มีค่าต่ำสุด เครื่องมือที่ใช้ในการเรียนรู้ได้ใช้เครื่อง HP Workstation รุ่น Apollo Series 700 ของศูนย์คอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ได้ผลการเรียนรู้ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3-1 ผลการเรียนรู้ฟังก์ชัน $F_1(.)$ ด้วยเครือข่ายนิวรอล

จำนวนปมที่ใช้*	ครรชนีสมรรถนะ	จำนวนรอบการเรียนรู้ โดยประมาณ	เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ ต่อ 1 รอบ
10 x 10 x 1	0.727%	10,000 รอบ	8.77 วินาที
10 x 50 x 1	0.3865%	10,000 รอบ	38.38 วินาที
10 x 100 x 1	0.3114%	10,000 รอบ	1 นาที 15.19 วินาที
10 x 200 x 1	0.1826%	10,000 รอบ	2 นาที 29.07 วินาที

*หมายเหตุ จำนวนปม $N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4$ หมายถึงจำนวนปมในชั้นที่ 1 2 3 และ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 3-2 ผลการเรียนรู้ฟังก์ชัน $F_2(.)$ ด้วยเครือข่ายนิวรอล

จำนวนปมที่ใช้	ครรชนีสมรรถนะ	จำนวนรอบการเรียนรู้ โดยประมาณ	เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ ต่อ 1 รอบ
10 x 10 x 1	1.402%	10,000 รอบ	8.77 วินาที
10 x 50 x 1	0.5529%	10,000 รอบ	38.38 วินาที
10 x 100 x 1	0.5337%	10,000 รอบ	1 นาที 15.19 วินาที
10 x 200 x 1	0.4851%	10,000 รอบ	2 นาที 29.07 วินาที

- 3) การชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN ได้เลือก BNN ขนาด 10x50x1 สำหรับการชดเชยฟังก์ชัน $F_1(.)$, $F_2(.)$ จากตารางที่ 3-1 และตารางที่ 3-2 ด้วยเหตุผลดังนี้
- BNN ที่เลือกมีจำนวนปมน้อยกว่า BNN ขนาด 10x100x1 และ BNN ขนาด 10x200x1 ซึ่ง BNN ที่เลือกใช้เวลาในการเรียนรู้และการทำงานสั้นกว่า
 - ครรชนีสมรรถนะของการเรียนรู้ของ BNN ที่เลือกมีค่าใกล้เคียงกับ BNN 2 ขนาด ที่ได้กล่าวมา

การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยได้ใช้วิธีเลือกค่าอัตราการเรียนรู้ η ด้วยกฎ (Rule) ซึ่งช่วยเร่งให้ค่าความผิดพลาด e_m ลู่เข้าสู่ศูนย์เร็วขึ้นกว่ากรณีที่ใช้ค่า η คงที่ วิธีเลือกค่าอัตราการเรียนรู้ η ด้วยกฎเป็นการเลือกค่า η ตามสถานะของ

ระบบที่เป็นอยู่ในขณะนั้น การเลือกค่า η ด้วยกฎได้แบ่งสถานะต่างๆของระบบ ออกเป็นเซตย่อยๆ ซึ่งกำหนดด้วยค่าของตัวแปรสถานะ $e_m(k)$ และ $\Delta e_m(k)$ ดังนี้ โดยที่ $\Delta e_m(k) = e_m(k) - e_m(k-1)$

เซตของตัวแปรสถานะ $e_m(k)$ ได้แก่

เซต LN (Large Negative)30

ของ $e_m(k)$ คือเซตที่ $e_m(k) \in [-\infty , -2.5e-2]$

เซต MN (Medium Negative)ของ $e_m(k)$ คือเซตที่ $e_m(k) \in [-2.5e-2 , -0.1e-2]$

เซต Z (Zero)ของ $e_m(k)$ คือเซตที่ $e_m(k) \in [-0.1e-2 , 0.1e-2]$

เซต MP (Medium Positive)ของ $e_m(k)$ คือเซตที่ $e_m(k) \in [0.1e-2 , 2.5e-2]$

เซต LP (Large Positive)ของ $e_m(k)$ คือเซตที่ $e_m(k) \in [2.5e-2 , \infty]$

เซตของตัวแปรสถานะ $\Delta e_m(k)$ ได้แก่

เซต LN ของ $\Delta e_m(k)$ คือเซตที่ $\Delta e_m(k) \in [-\infty , -2.5e-2]$

เซต MN ของ $\Delta e_m(k)$ คือเซตที่ $\Delta e_m(k) \in [-2.5e-2 , -0.1e-2]$

เซต Z ของ $\Delta e_m(k)$ คือเซตที่ $\Delta e_m(k) \in [-0.1e-2 , 0.1e-2]$

เซต MP ของ $\Delta e_m(k)$ คือเซตที่ $\Delta e_m(k) \in [0.1e-2 , 2.5e-2]$

เซต LP ของ $\Delta e_m(k)$ คือเซตที่ $\Delta e_m(k) \in [2.5e-2 , \infty]$

กำหนดให้ค่าอัตราการเรียนรู้ที่สถานะต่างๆ สำหรับเลือกให้ η_1 และ η_2 มีดังนี้

- ค่าอัตราการเรียนรู้ที่สถานะต่างๆ สำหรับเลือกให้ η_1 ได้แก่

$\eta_{s1}, \eta_{t1}, \eta_{m1}, \eta_{b1}, \eta_{l1}$ มีค่าเท่ากับ 1, 1.25, 1.5, 1.75 และ 2.0 ตามลำดับ

- ค่าอัตราการเรียนรู้ที่สถานะต่างๆ สำหรับเลือกให้ η_2 ได้แก่

$\eta_{s2}, \eta_{t2}, \eta_{m2}, \eta_{b2}, \eta_{l2}$ มีค่าเท่ากับ 0.5, 0.75, 1.0, 1.25 และ 1.5 ตามลำดับ

ความหมายที่ใช้มีดังนี้ $s=small$ $t=tiny$ $m=medium$ $b=big$ และ $l=large$

ตารางแสดงการเลือกค่า η_1 และ η_2 ด้วยกฎ ได้แสดงไว้ในตารางที่ 3-3 และ 3-4 ตามลำดับ ดังนี้

ตารางที่ 3-3 ตารางแสดงกฎที่ใช้ในการเลือกค่า η_1

ตัวแปรสถานะ	$\Delta e_m(k)$					
	เซต	LN	MN	Z	MP	LP
$e_m(k)$	LN	η_{l1}	η_{l1}	η_{l1}	η_{m1}	η_{s1}
	MN	η_{l1}	η_{b1}	η_{m1}	η_{s1}	η_{s1}
	Z	η_{s1}	η_{s1}	η_{s1}	η_{s1}	η_{s1}
	MP	η_{s1}	η_{s1}	η_{m1}	η_{b1}	η_{l1}
	LP	η_{s1}	η_{m1}	η_{l1}	η_{l1}	η_{l1}

หมายเหตุ เมื่อสถานะของแขนกลอยู่ในเซตใดก็เลือกค่า η_1 ตามค่าอัตราการเรียนรู้ในเซตนั้น

ตารางที่ 3-4 ตารางแสดงกฎที่ใช้ในการเลือกค่า η_2

ตัวแปรสถานะ	$\Delta e_m(k)$					
	เซต	LN	MN	Z	MP	LP
$e_m(k)$	LN	η_{l2}	η_{l2}	η_{l2}	η_{m2}	η_{s2}
	MN	η_{l2}	η_{b2}	η_{m2}	η_{s2}	η_{s2}
	Z	η_{s2}	η_{s2}	η_{s2}	η_{s2}	η_{s2}
	MP	η_{s2}	η_{s2}	η_{m2}	η_{b2}	η_{l2}
	LP	η_{s2}	η_{m2}	η_{l2}	η_{l2}	η_{l2}



รายละเอียดเกี่ยวกับการควบคุมและการชดเชยแขนกล

-การจำลองการทำงานของแขนกลได้ใช้วิธี Runge-Kutta ลำดับที่ 4 โดยใช้ช่วงเวลาการชักตัวอย่าง(sampling time) (Δt) เท่ากับ 0.05 วินาที เวลาที่ใช้ในการคำนวณการควบคุมและการชดเชยแขนกลด้วย BNN ขนาด $10 \times 50 \times 1$ จำนวน 2 ชุด ใช้เวลาประมาณ 0.01367 วินาทีต่อ 1 ช่วงเวลาการชักตัวอย่าง เครื่องมือที่ใช้ในการจำลองการทำงานของแขนกลได้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ชนิด 486DX2 CPU

-ค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในการควบคุมและการชดเชยแบบปรับได้ ได้แก่

$$k_p = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 200 \end{bmatrix}$$

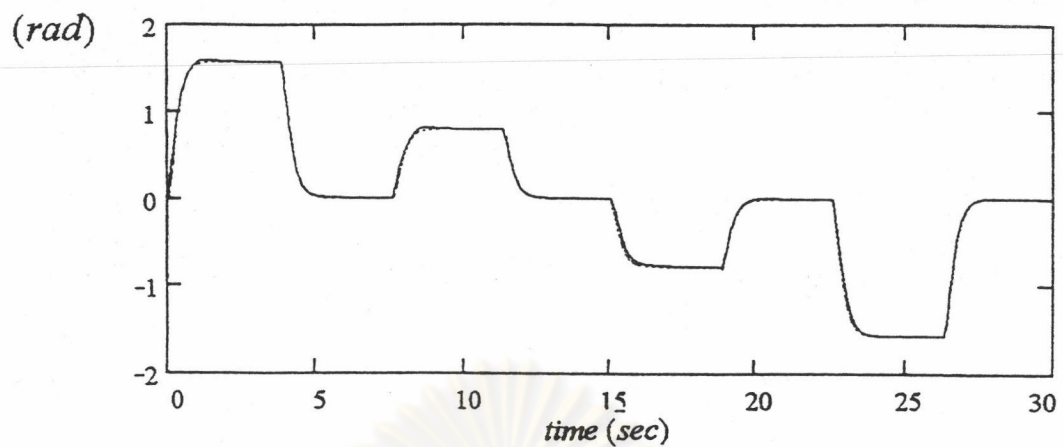
$$k_d = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

-ขอบเขตการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ที่พิจารณา ได้แก่

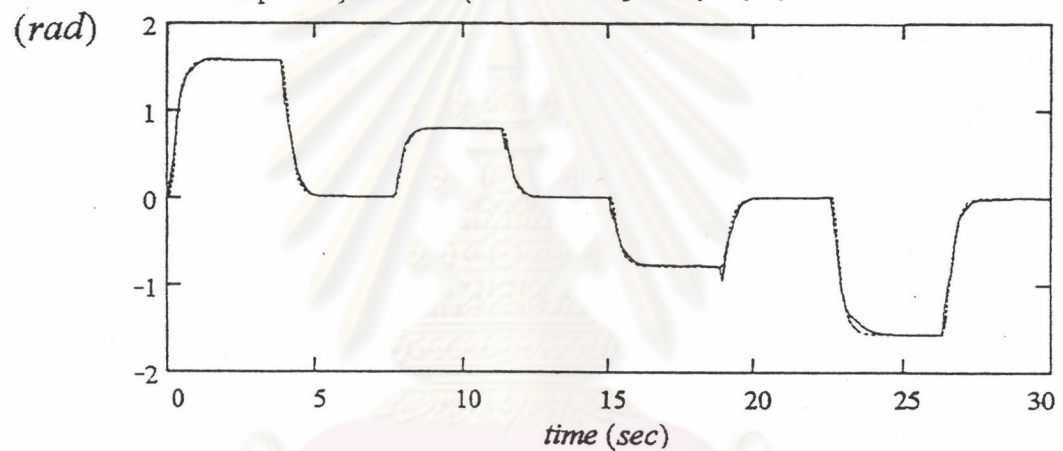
$$\Delta m_2 \in [0, 10] \quad \Delta I_2 \in [0, 10/12] \quad \text{และ} \quad \Delta I_{c_2} \in [0, 0.333]$$

โปรแกรมจำลองการควบคุมและการชดเชยแขนกลได้แสดงไว้ในภาคผนวกที่ 3 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN ที่สภาวะการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ค่าต่างๆ ได้แสดงไว้ในรูปดังต่อไปนี้

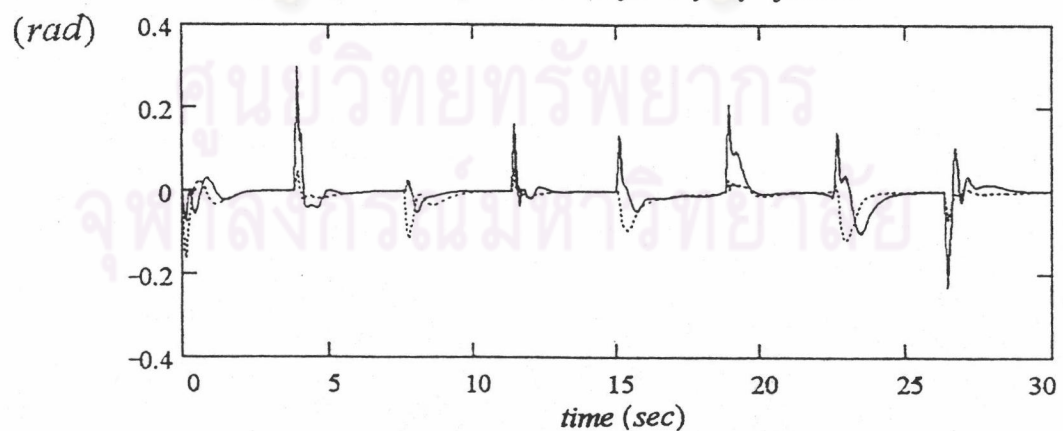
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1



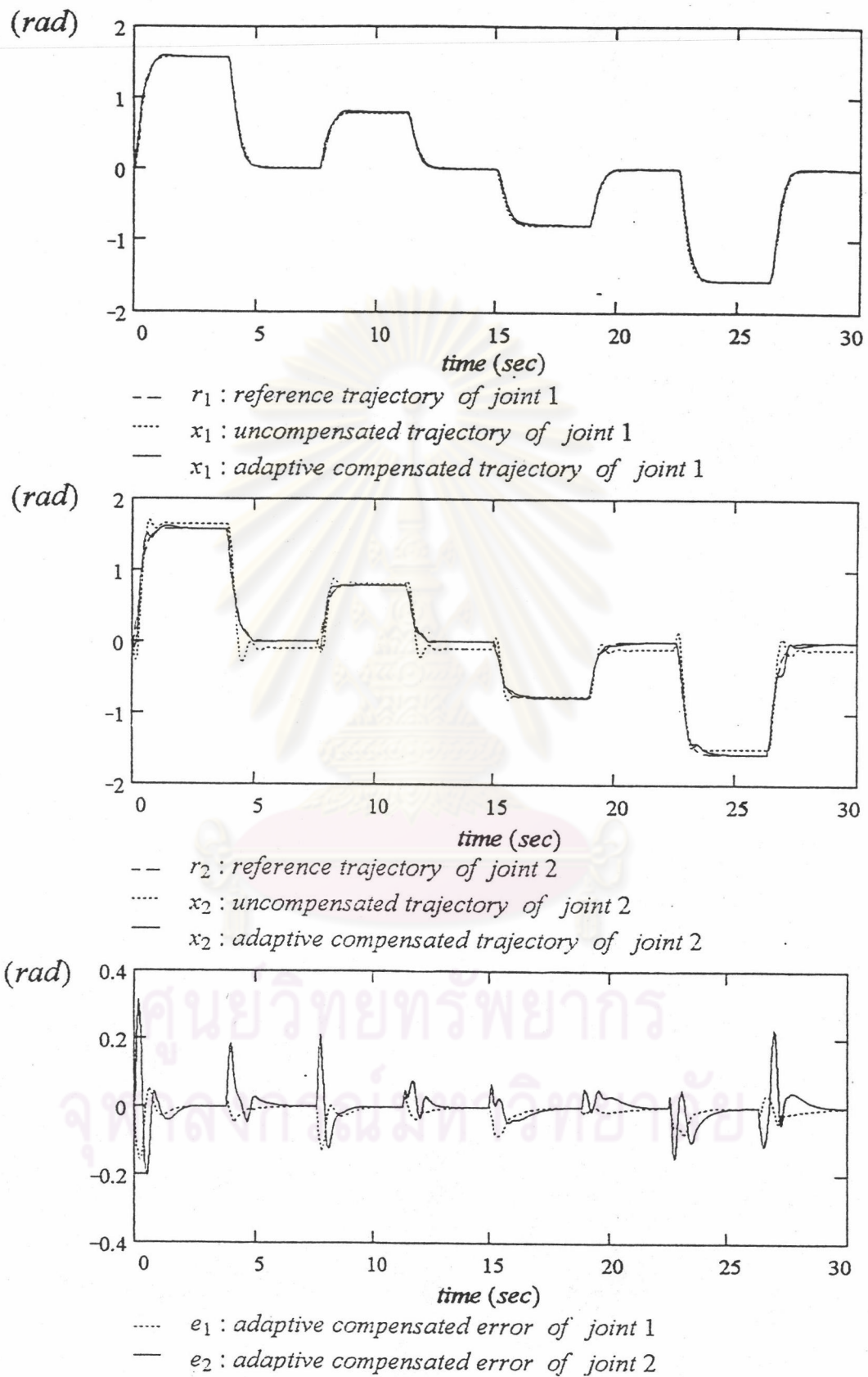
-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2



..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

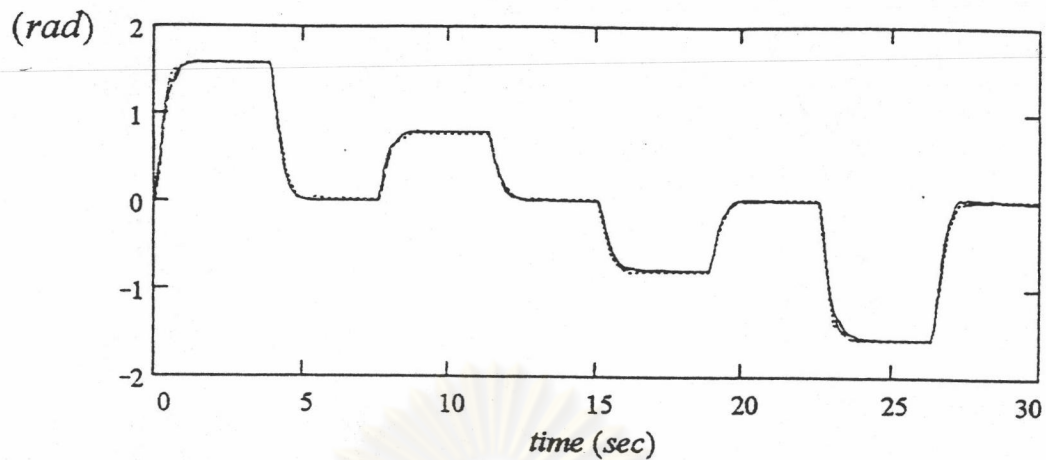
รูปที่ 3-3 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล

$$\text{ที่ } \Delta m_2 = 0, \Delta I_2 = 10/12 \text{ และ } \Delta l_{c_2} = 0$$

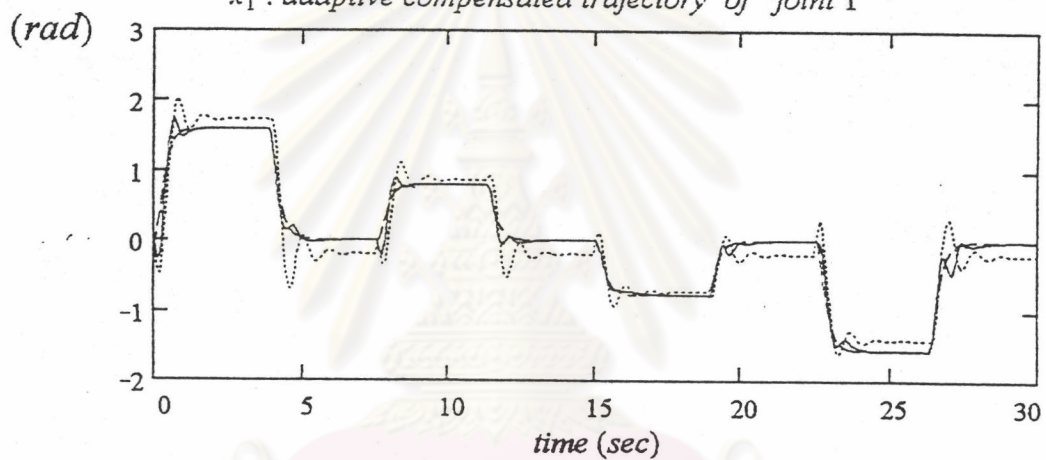


รูปที่ 3-4 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องข่ายนิเวรอล

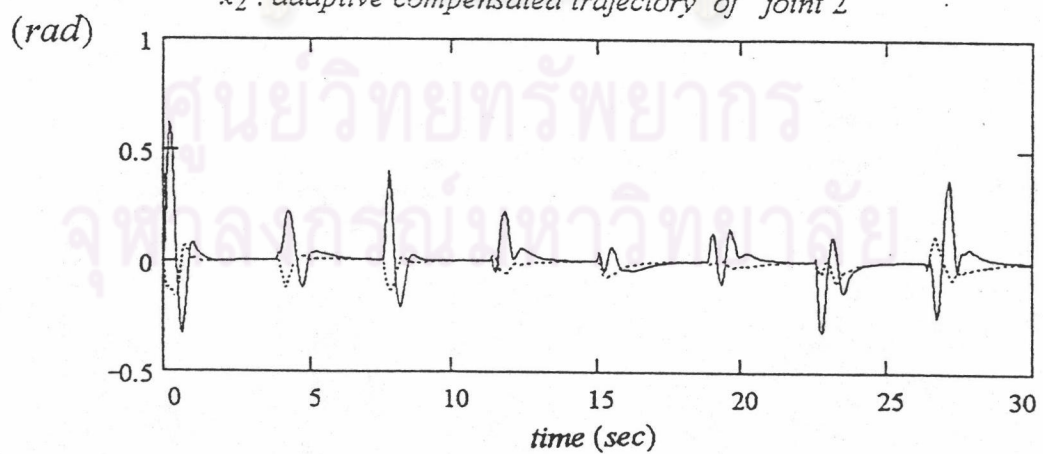
$$\text{ที่ } \Delta m_2 = 2.5, \Delta I_2 = 10/12 \text{ และ } \Delta I_{c_2} = 0.25$$



--- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1



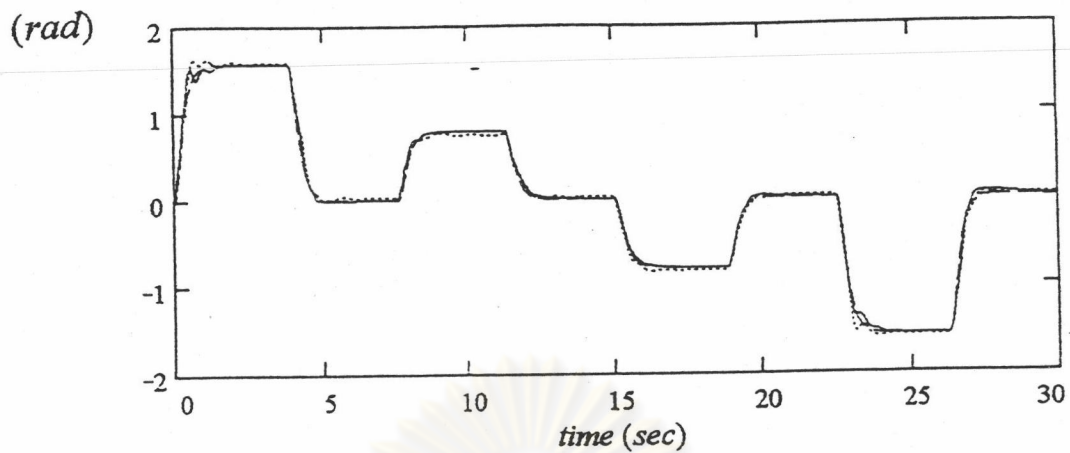
--- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2



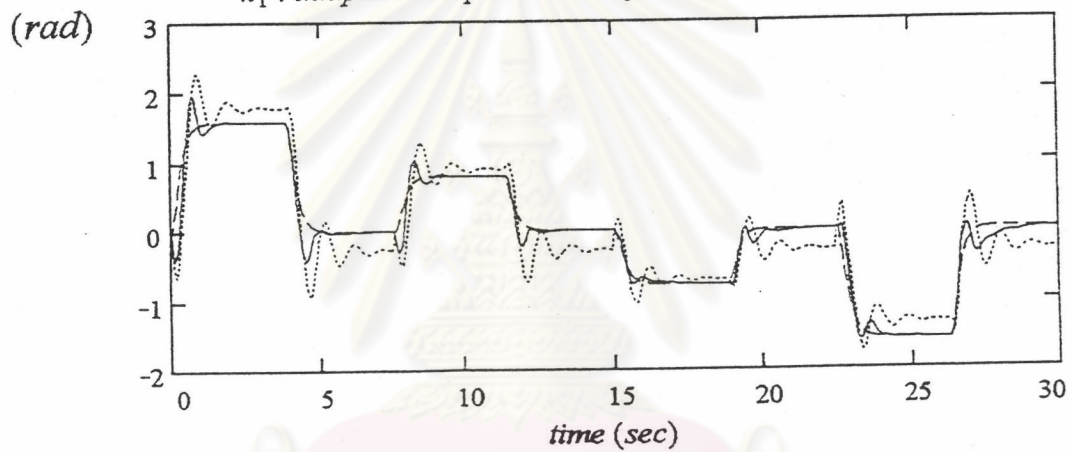
..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

รูปที่ 3-5 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล

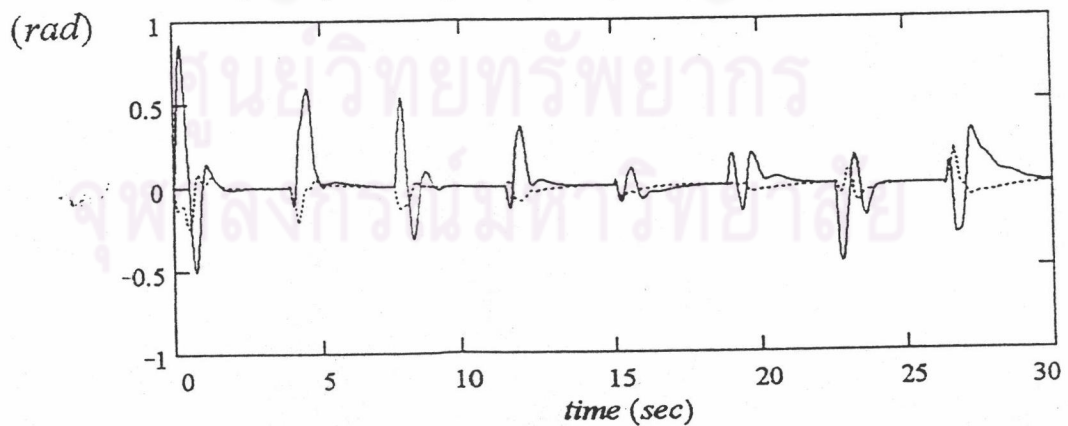
ที่ $\Delta m_2 = 5$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c_2} = 0.333$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1



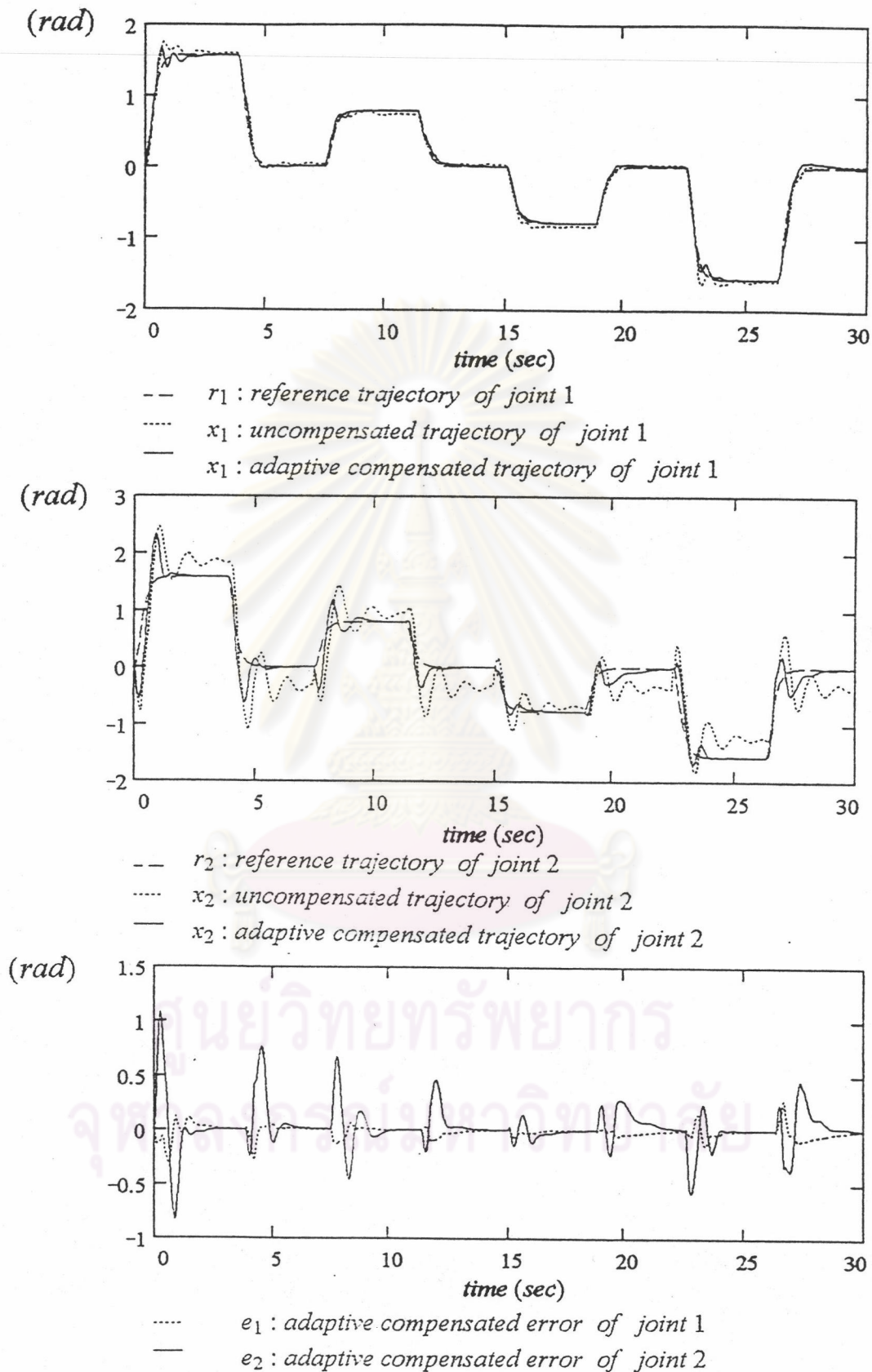
-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2



..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

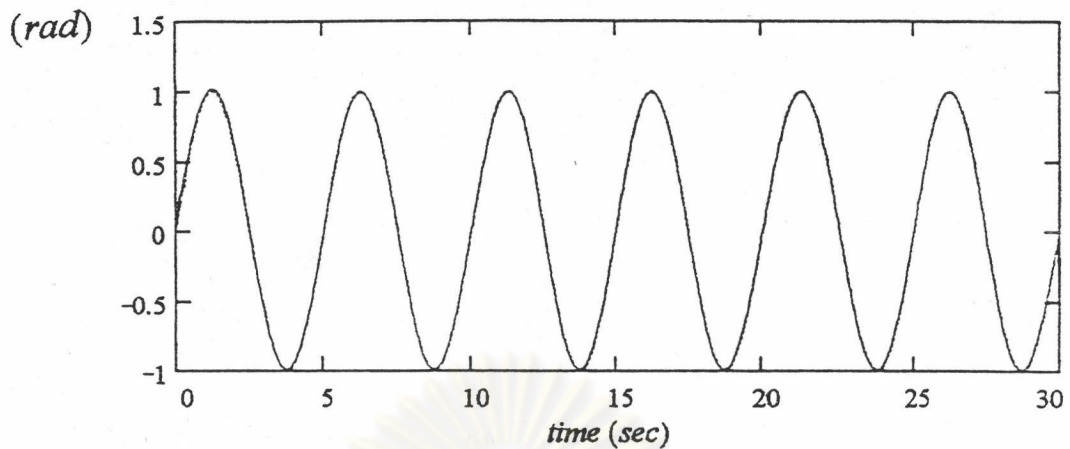
รูปที่ 3-6 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องข่านิวรอล

ที่ $\Delta m_2 = 7.5$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.333$

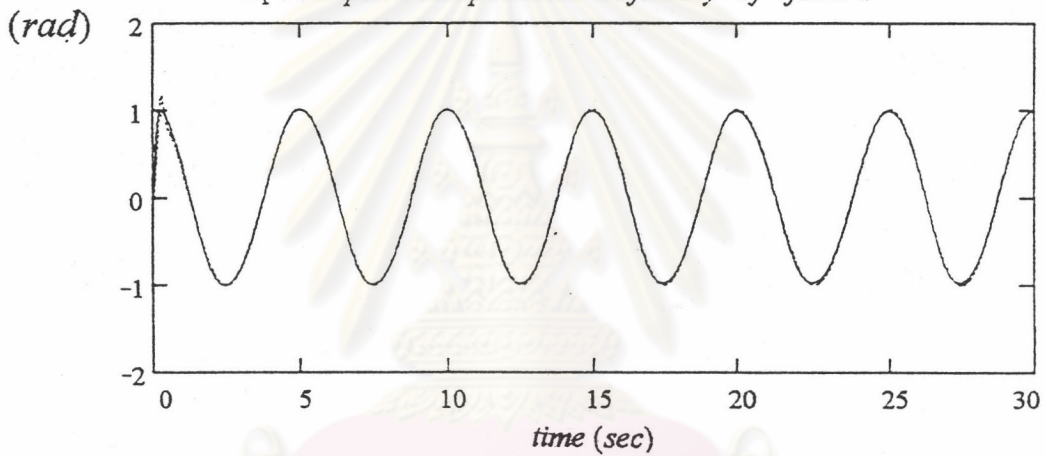


รูปที่ 3-7 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องช่ายนิวรอล

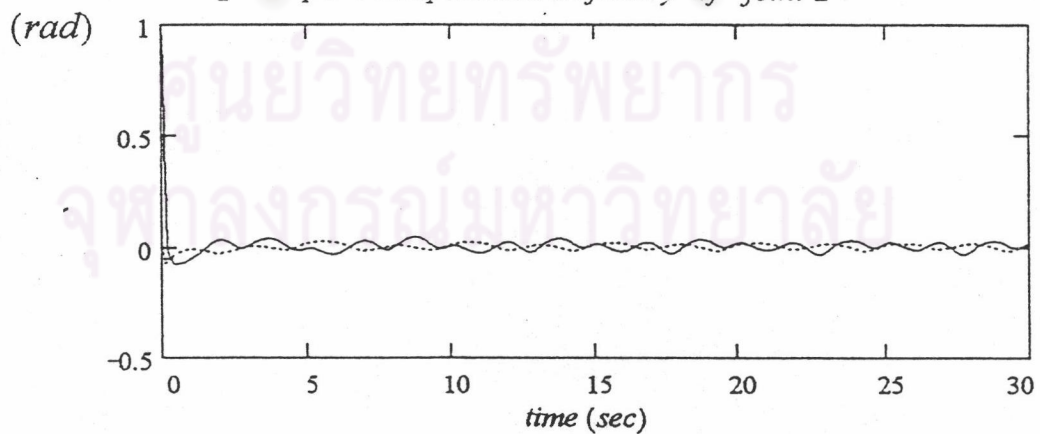
ที่ $\Delta m_2 = 10$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta c_2 = 0.333$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1

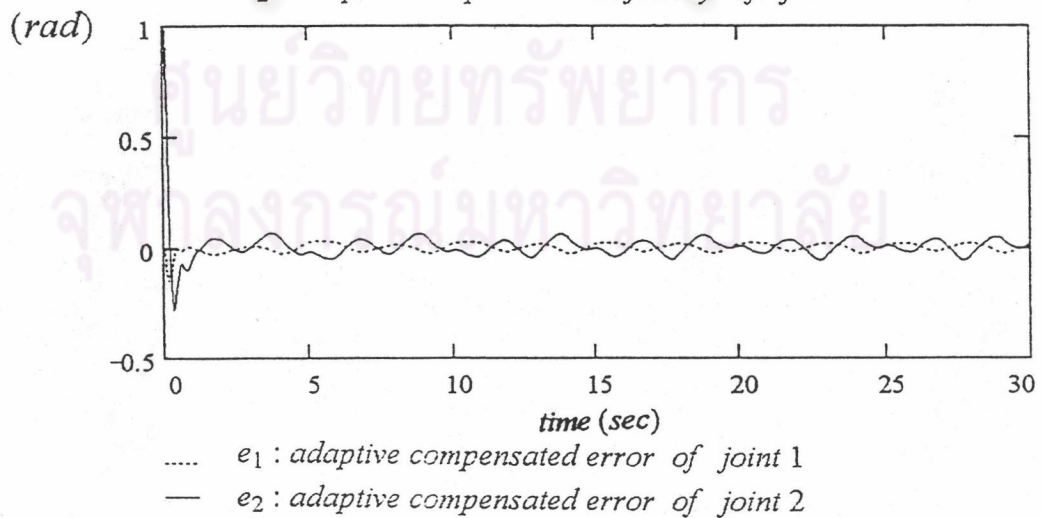
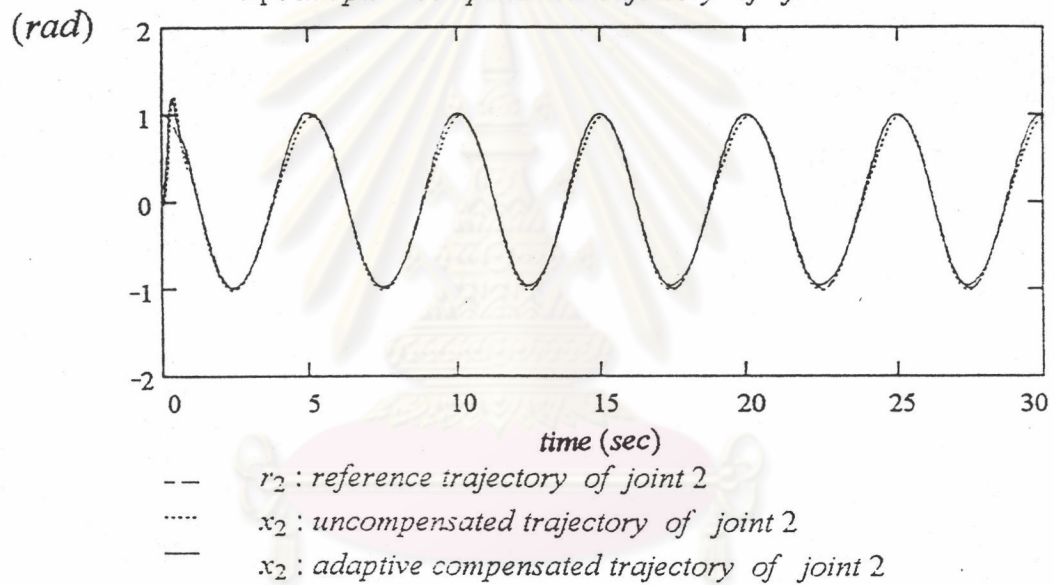
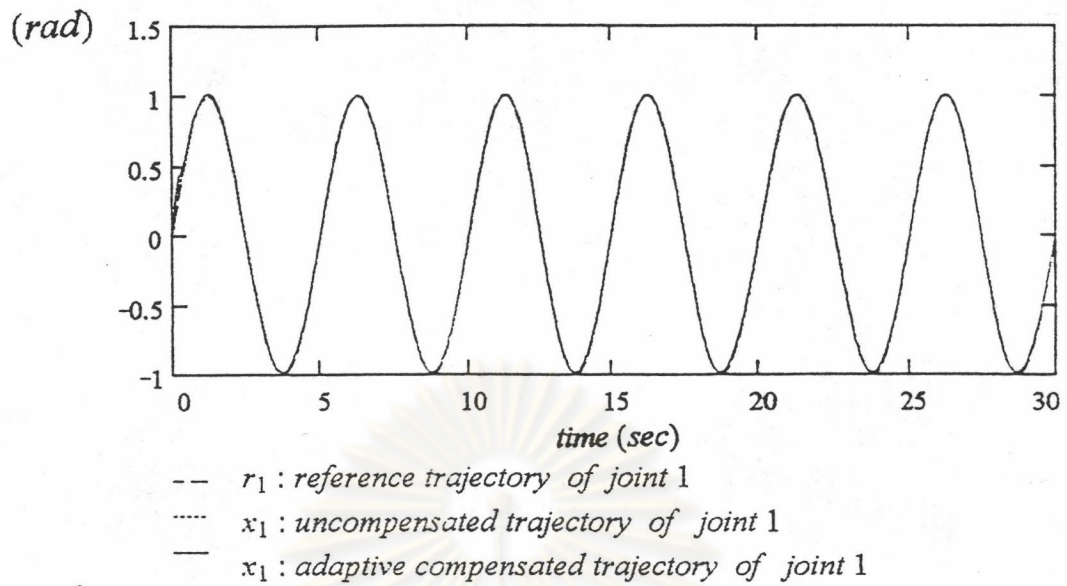


-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2

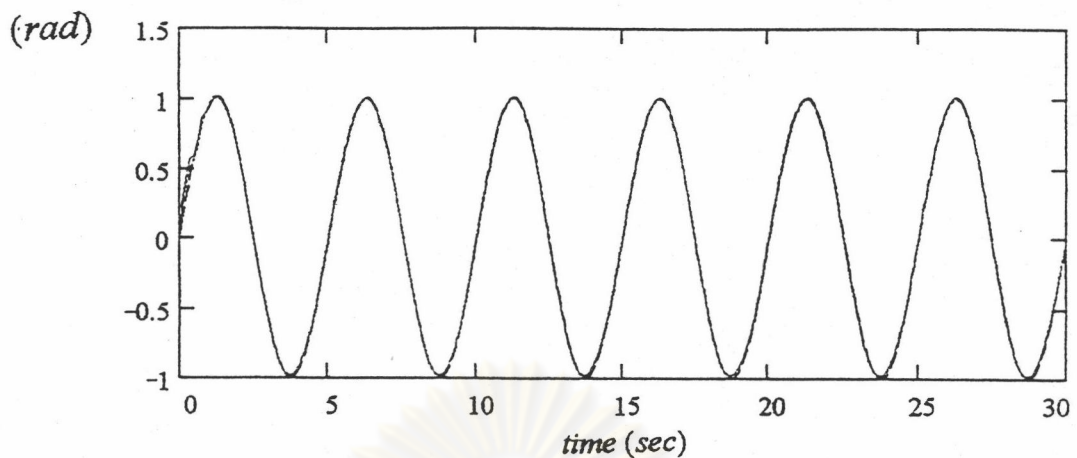


..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

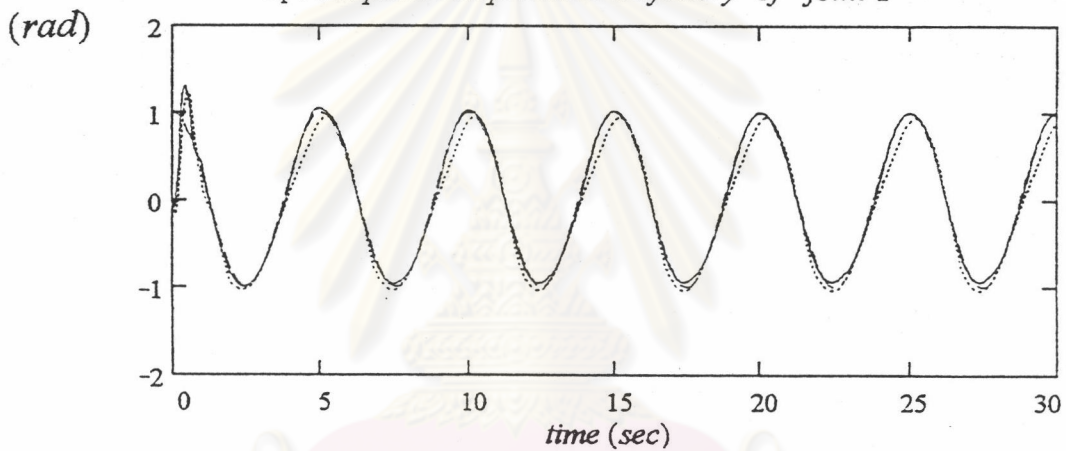
รูปที่ 3-8 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องขายนิวรอล
 เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์ ที่ $\Delta m_2 = 0$ $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0$



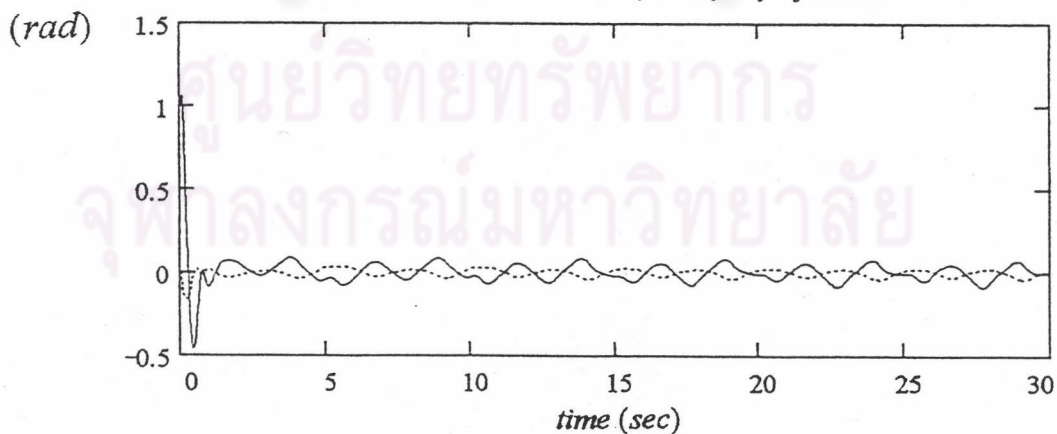
รูปที่ 3-9 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องข่ายนิเวรอล
 เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์ ที่ $\Delta m_2 = 2.5$ $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.25$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1

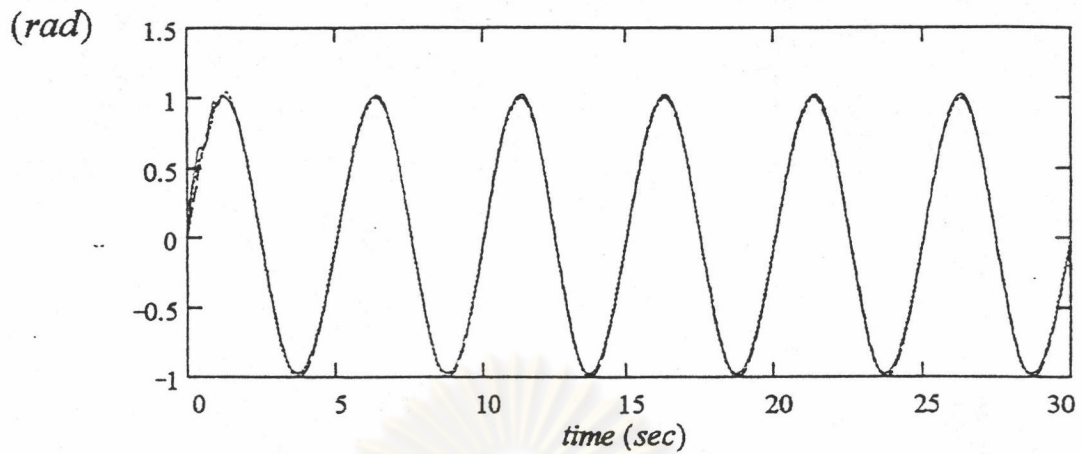


-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2

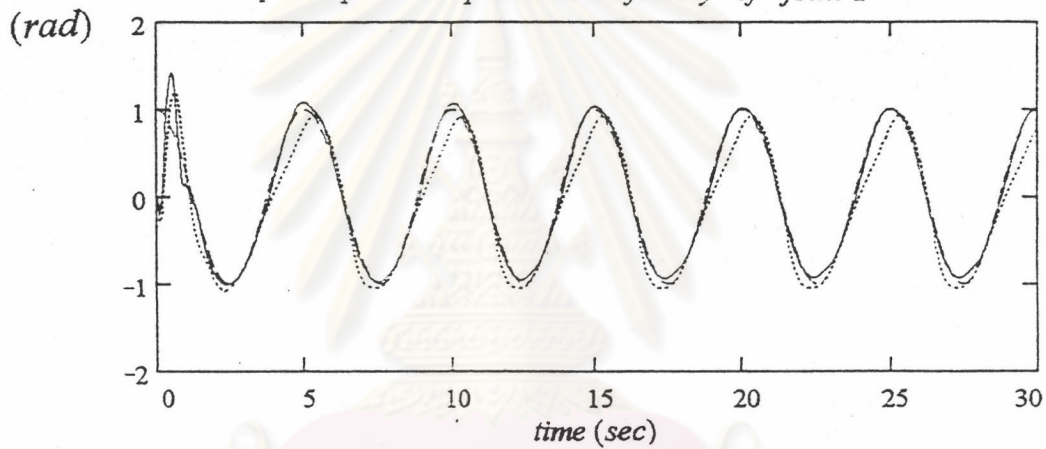


..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

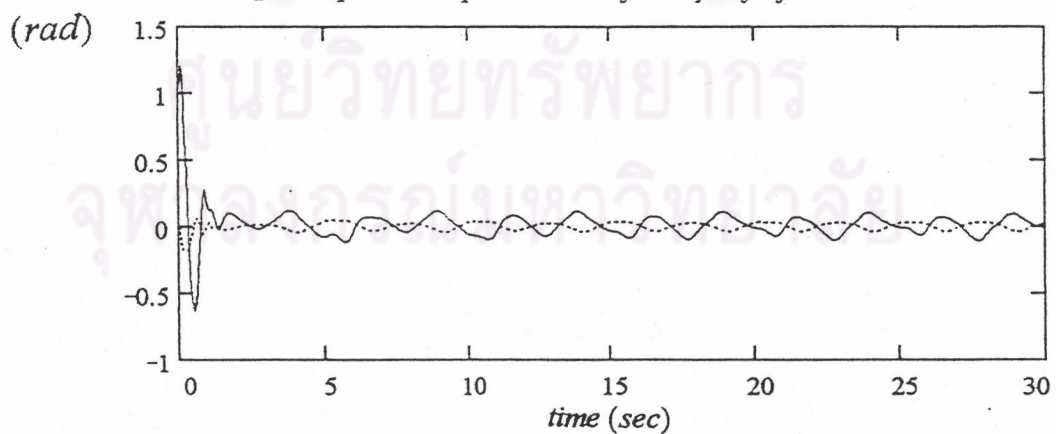
รูปที่ 3-10 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์ ที่ $\Delta m_2 = 5$ $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.25$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1

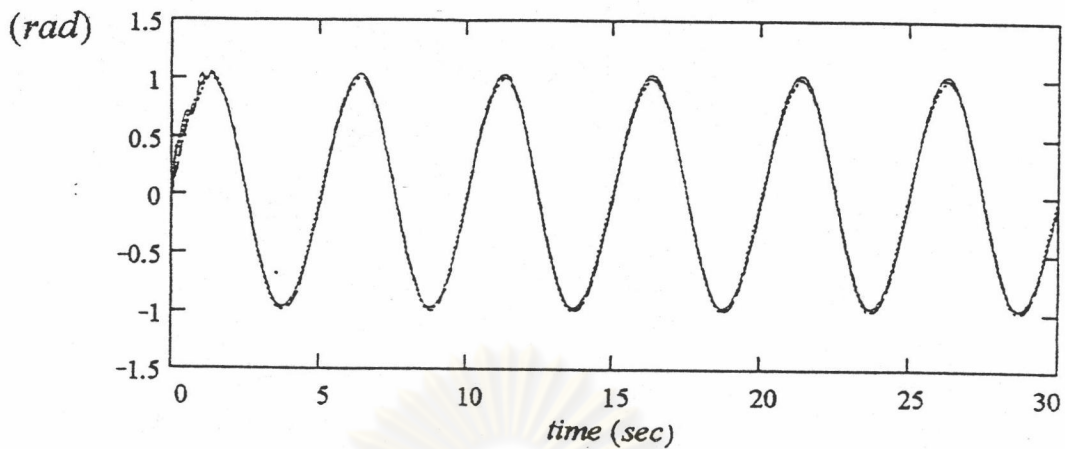


-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2

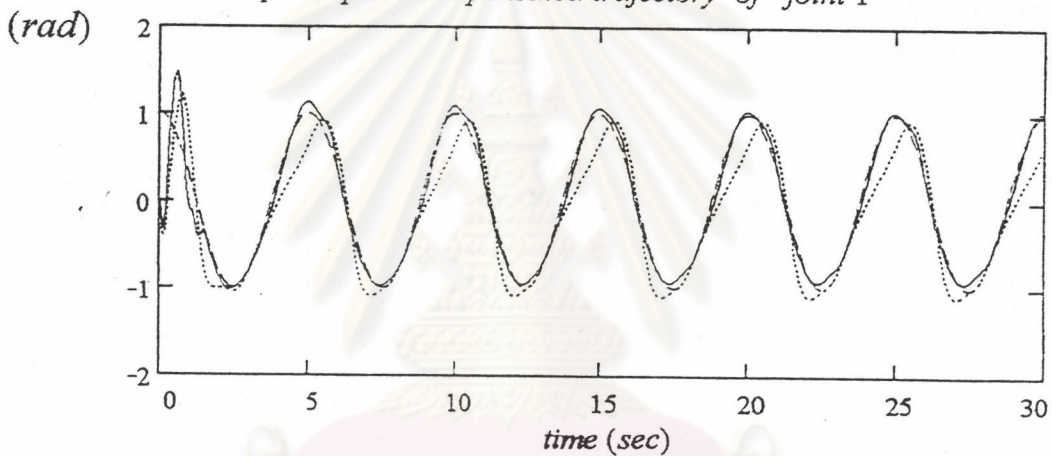


..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

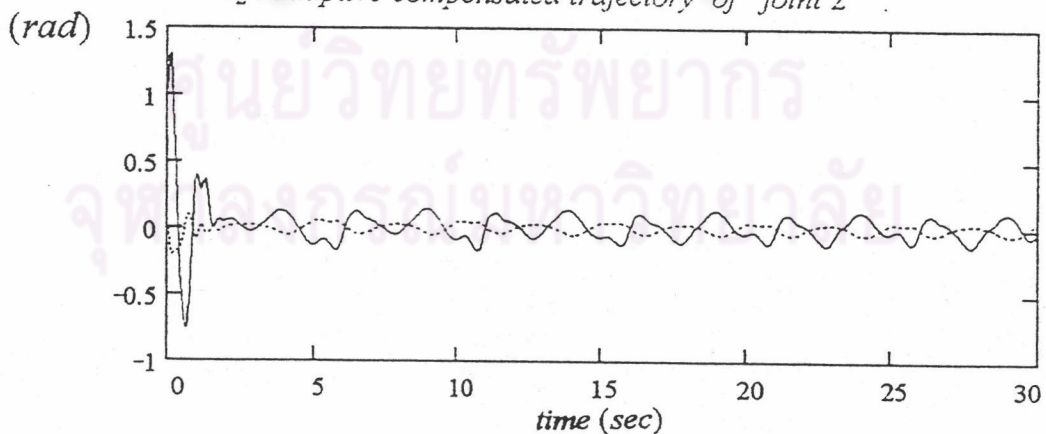
รูปที่ 3-11 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์ ที่ $\Delta m_2 = 7.5$ $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.333$



--- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1



--- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2



..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

รูปที่ 3-12 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์ ที่ $\Delta m_2 = 10$ $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.333$

การชดเชยแบบปรับได้โดยใช้เครือข่ายนิเวศร่วมกับการเลือกตัวควบคุม

จากผลการชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN ในหัวข้อที่ผ่านมา พบว่าเมื่อโหลดมีค่าเพิ่มขึ้นทำให้ผลตอบสนองของการควบคุมตำแหน่งมีการพุ่งเกิน(overshoot)และการแกว่งมากขึ้น สาเหตุของปัญหาเกิดจากการชดเชยไม่สามารถลดค่าความผิดพลาดของตำแหน่งลงได้ทันทีเมื่อการเปลี่ยนแปลงของโหลดมีค่ามาก จึงทำให้เกิดการพุ่งเกินและการแกว่งก่อนเข้าสู่สถานะอยู่ตัว แนวทางการแก้ปัญหาได้ใช้การเลือกตัวควบคุมซึ่งมีค่าพารามิเตอร์กระจายอยู่ในช่วงการทำงาน ตัวควบคุมที่ใช้มี 3 แบบ คือ

- 1) ตัวควบคุม ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\Delta m_2 = 0$ $\Delta I_2 = 0$ และ $\Delta I_{c_2} = 0$
- 2) ตัวควบคุม ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\Delta m_2 = 4$ $\Delta I_2 = 0$ และ $\Delta I_{c_2} = 0.222$
- 3) ตัวควบคุม ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\Delta m_2 = 8$ $\Delta I_2 = 0$ และ $\Delta I_{c_2} = 0.303$

การเลือกตัวควบคุมสำหรับใช้งานร่วมกับการชดเชย ได้ใช้หลักการตรวจสอบว่าแขนกลได้ทำงานอยู่ภายใต้โหลดระดับใด แล้วเลือกตัวควบคุมที่มีค่าพารามิเตอร์ใกล้เคียงกับโหลดระดับนั้น วิธีการเลือกได้ใช้วิธีวัดค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์เฉลี่ย(E)ระหว่างตำแหน่งของแขนกลกับตำแหน่งที่คำนวณจากแบบจำลองแขนกล 3 แบบ ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์เช่นเดียวกับตัวควบคุม 3 แบบข้างต้น ดังนี้

- 1) แบบจำลองแขนกล ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\Delta m_2 = 0$ $\Delta I_2 = 0$ และ $\Delta I_{c_2} = 0$
- 2) แบบจำลองแขนกล ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\Delta m_2 = 4$ $\Delta I_2 = 0$ และ $\Delta I_{c_2} = 0.222$
- 3) แบบจำลองแขนกล ที่มีค่าพารามิเตอร์ $\Delta m_2 = 8$ $\Delta I_2 = 0$ และ $\Delta I_{c_2} = 0.303$

สมการค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์เฉลี่ย(E_i)ระหว่างตำแหน่งของแขนกลกับตำแหน่งของแบบจำลองแขนกลที่ i คำนวณได้ดังนี้

$$E_i = \frac{1}{T} \sum_{j=0}^{T-1} \| \mathbf{x}(k-j) - \mathbf{x}_i(k-j) \| \quad (3-25)$$

โดย $i = 1, 2, 3$

T คือจำนวนขั้นเวลาที่ใช้ในการคำนวณค่าเฉลี่ย ในการทดลองได้ใช้

ค่า T เท่ากับ 6

$\mathbf{x}(q)$ คือตำแหน่งที่วัดได้จากแขนกล ที่เวลา q

$\mathbf{x}_i(q)$ คือตำแหน่งที่คำนวณจากแบบจำลองแขนกลที่ i ที่เวลา q

คำนวณค่า $\dot{x}_i(k)$ ได้โดยเก็บค่า $x_i(q+1)$ ตามเวลา ค่า $x_i(q+1)$ คำนวณได้จากสมการ

$$\dot{x}_i(q) = \dot{x}(q)$$

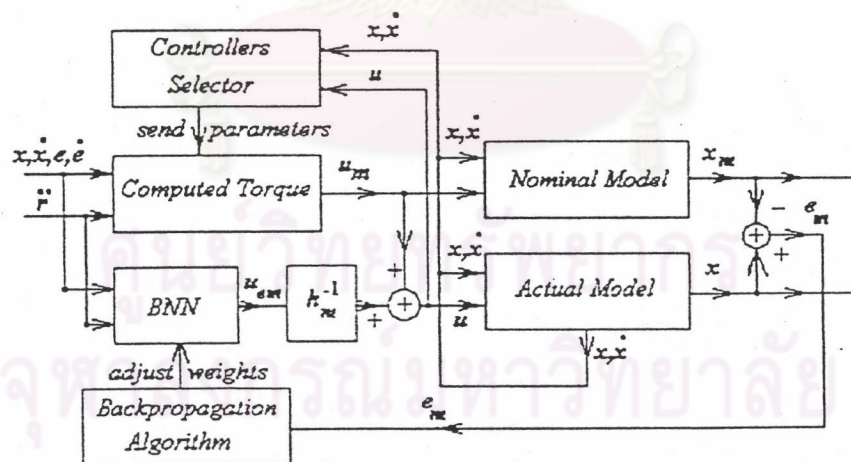
$$\text{และ } \ddot{x}_i(q) = f_i(x(q), \dot{x}(q)) + h_i(x(q)) \cdot u_i(q) \quad (3-26)$$

โดย $q = 0, 1, 2, \dots, k$; $i = 1, 2, 3$; $x_i(q) = x(q)$

$$u_i(q) = h_i^{-1}(-f_i + \ddot{r} + k_p \cdot e(q) + k_d \cdot \dot{e}(q))$$

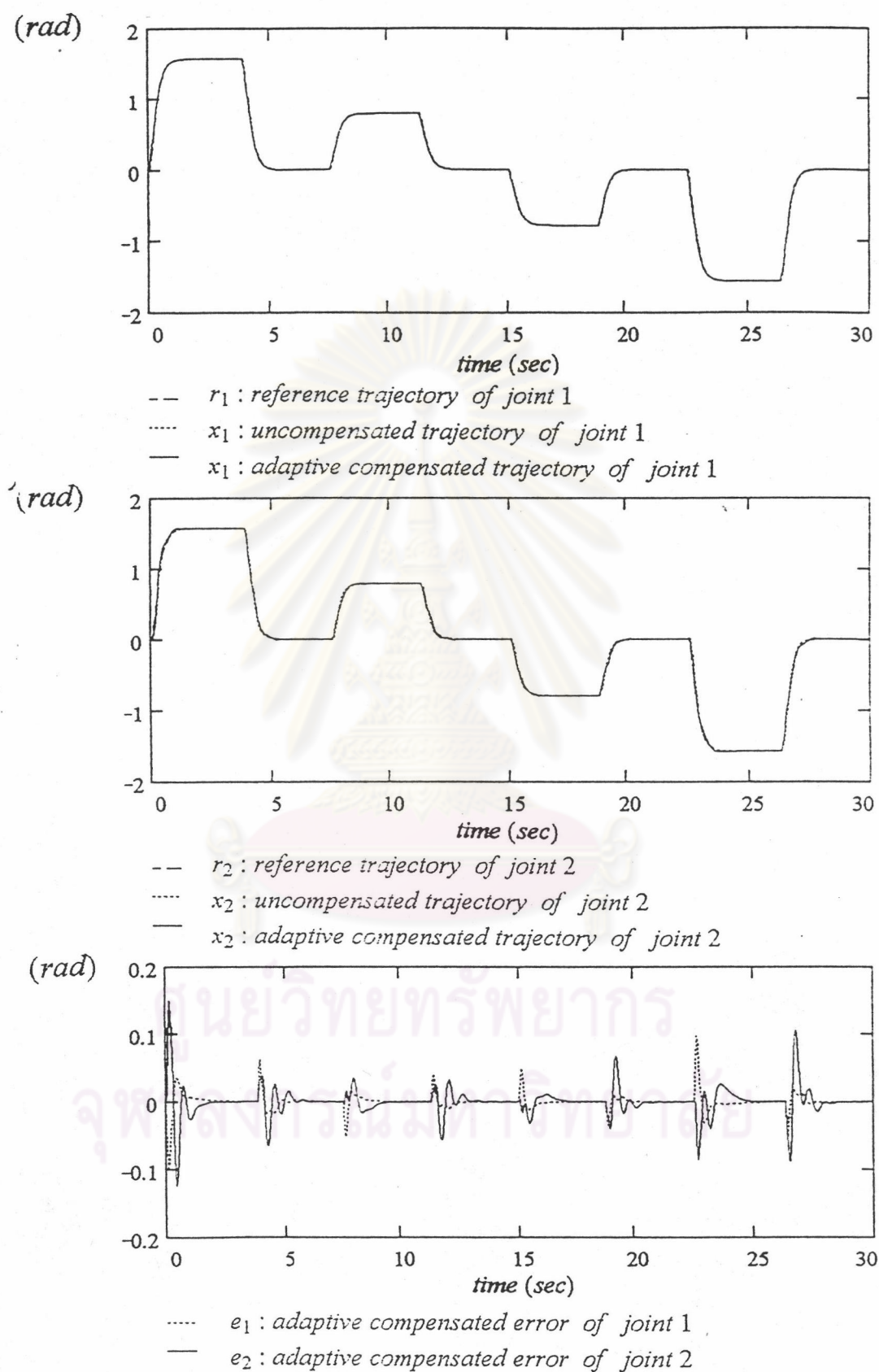
และ $f_i(\cdot)$, $h_i(\cdot)$ คือฟังก์ชันของสมการแบบจำลองแบบกลแบบที่ i

ด้วยวิธี Runge-Kutta ลำดับที่ 4 โดยใช้ช่วงเวลาการชักตัวอย่าง (Δt) เท่ากับ 0.05 วินาที และใช้ค่าตำแหน่งและความเร็วที่วัดได้จากเซนเซอร์ในการคำนวณ หลังจากคำนวณค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์เฉลี่ย (E_i) แล้วเลือกแบบจำลองแบบกลที่มีค่า E_i ต่ำสุด จากนั้นนำแบบจำลองแบบกลไปเลือกตัวควบคุมที่มีค่าพารามิเตอร์ชุดเดียวกันนี้ สำหรับการควบคุมร่วมกับการชดเชย โครงสร้างการชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม ได้แสดงไว้ในรูปที่ 3-13

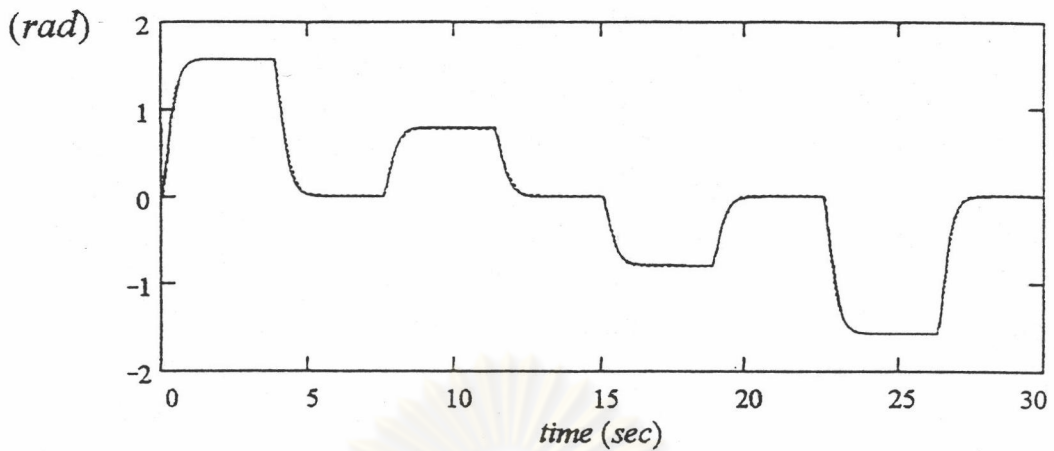


รูปที่ 3-13 โครงสร้างการชดเชยแบบปรับได้ด้วยเครือข่ายนิวรอล
ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม

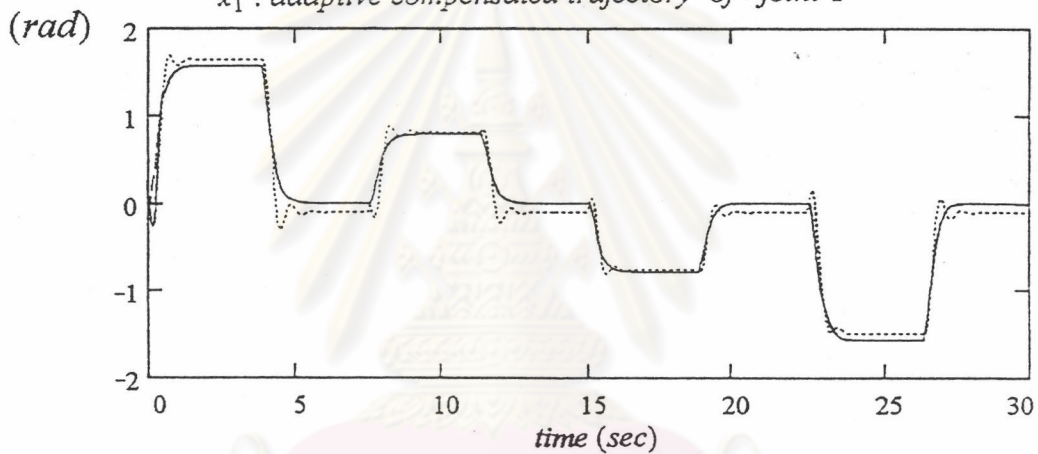
กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม ที่สถานะการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ค่าต่างๆ ได้แสดงไว้ในรูปดังต่อไปนี้



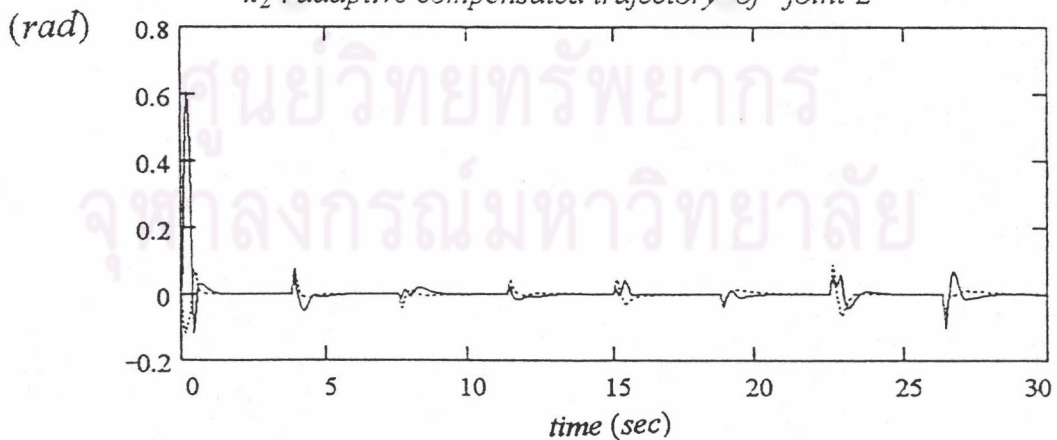
รูปที่ 3-14 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม ที่ $\Delta m_2 = 0$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1

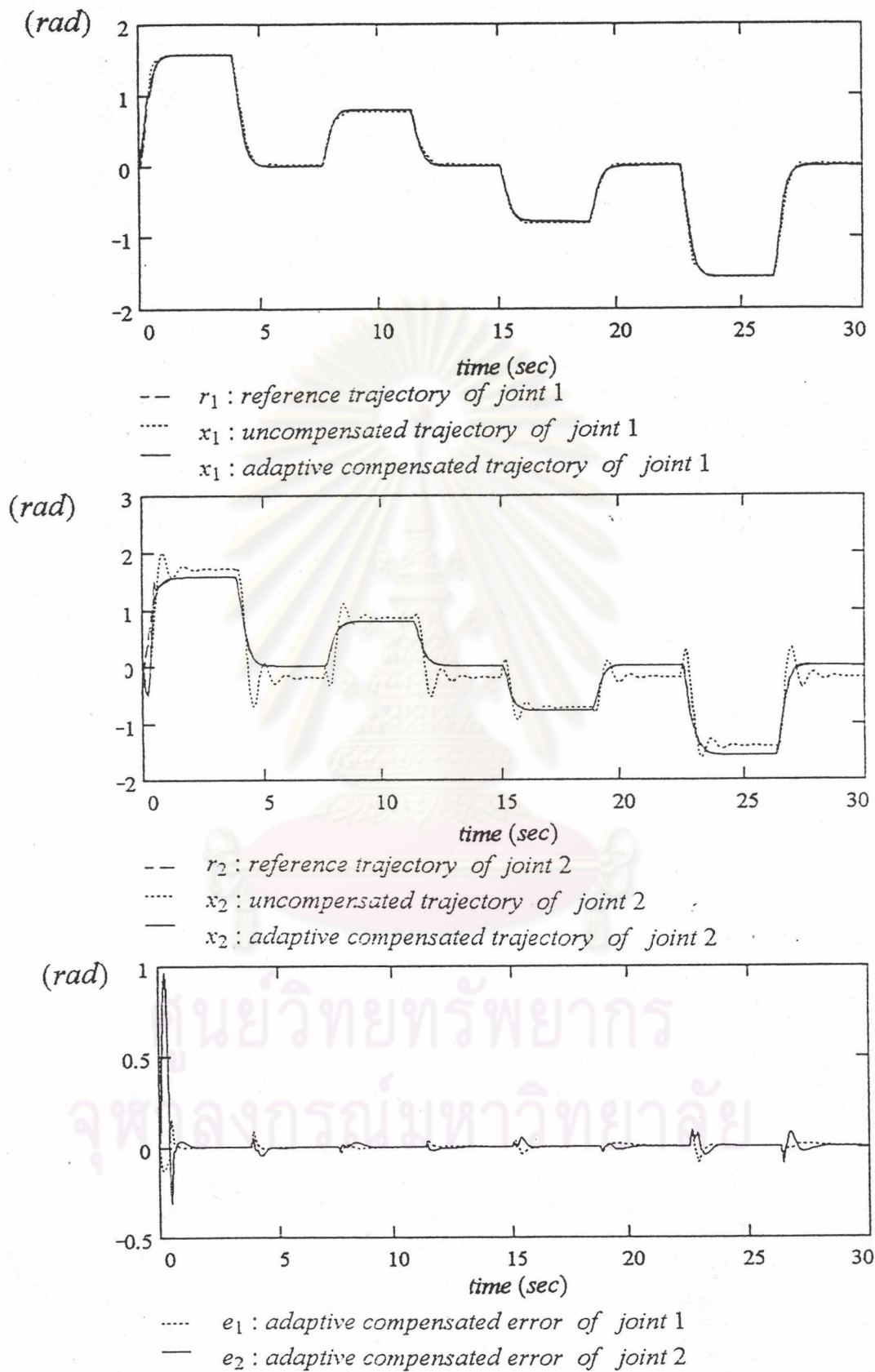


-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2

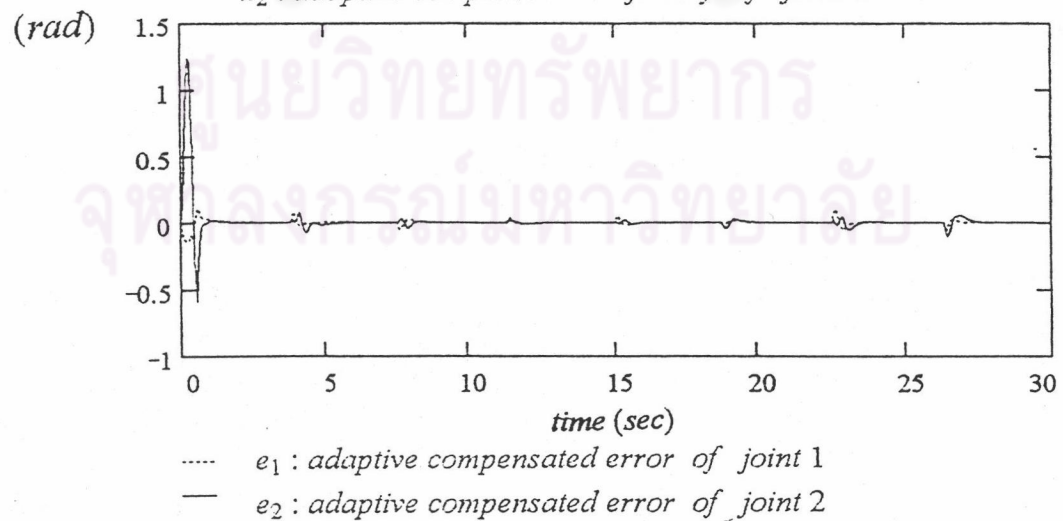
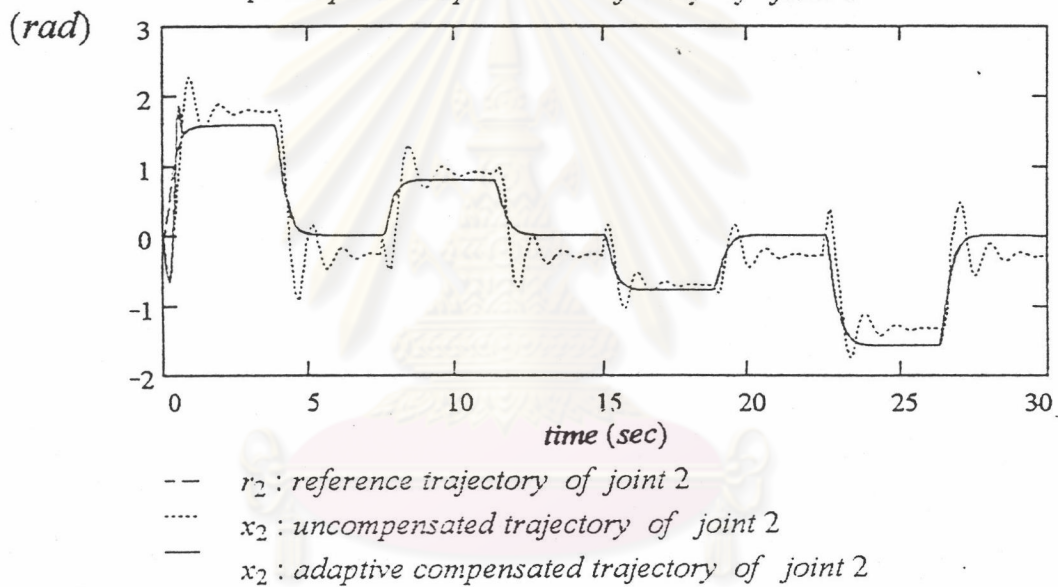
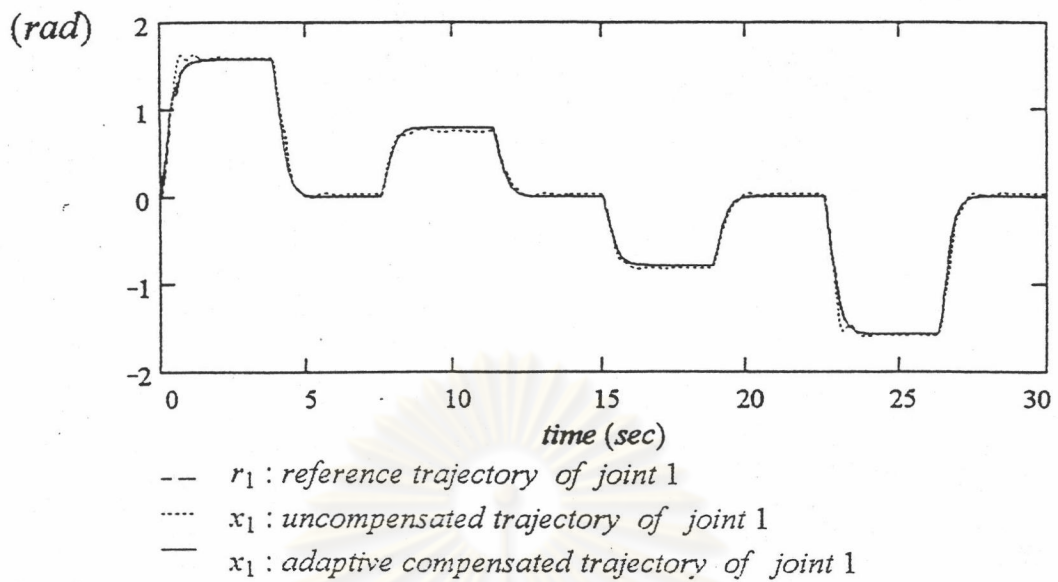


..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

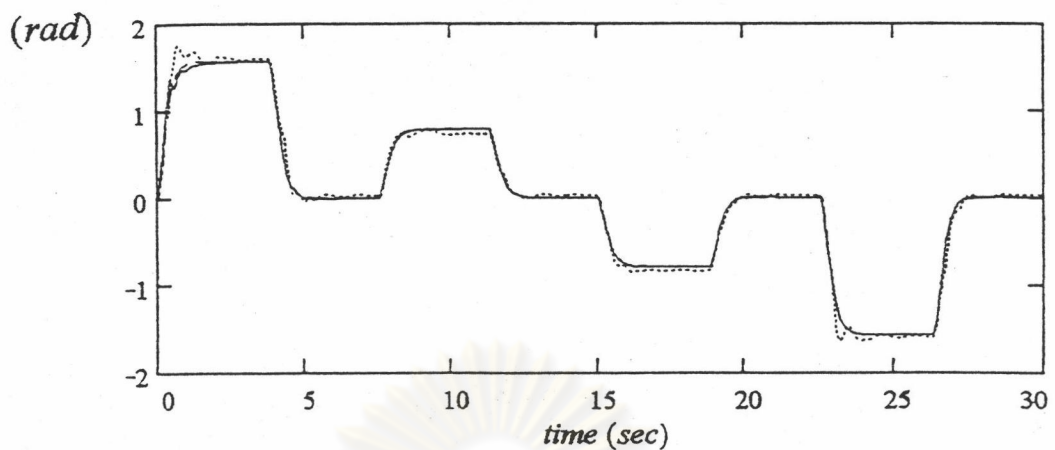
รูปที่ 3-15 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องขายนิวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม ที่ $\Delta m_2 = 2.5$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.167$



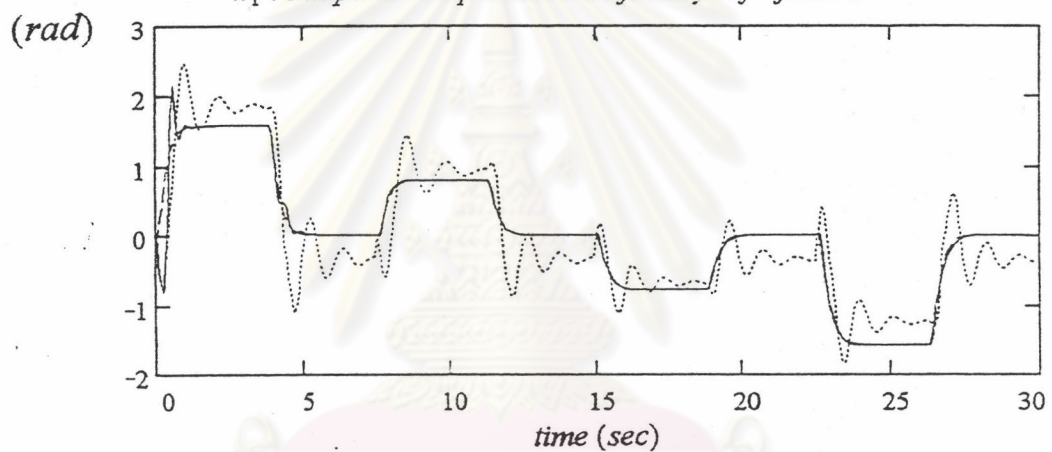
รูปที่ 3-16 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องข่ายนิวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม ที่ $\Delta m_2 = 5$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.25$



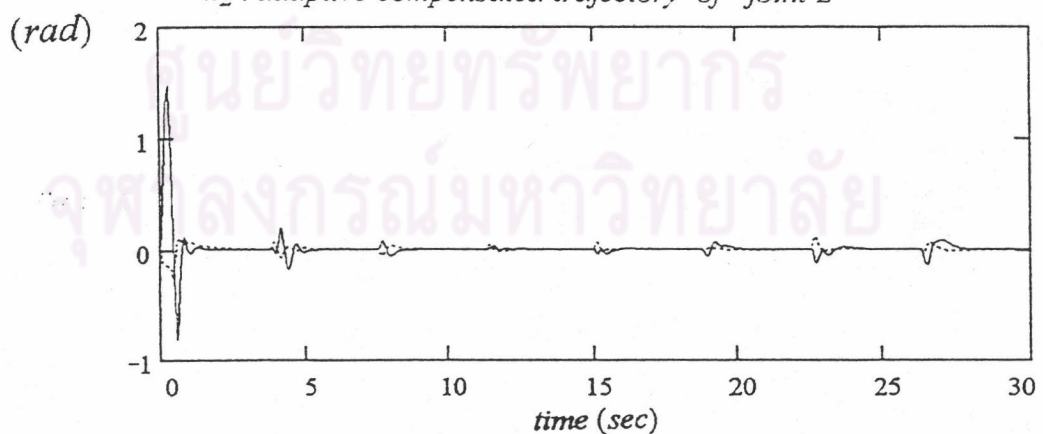
รูปที่ 3-17 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องข่ายนิเวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม ที่ $\Delta m_2 = 7.5$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.3$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1

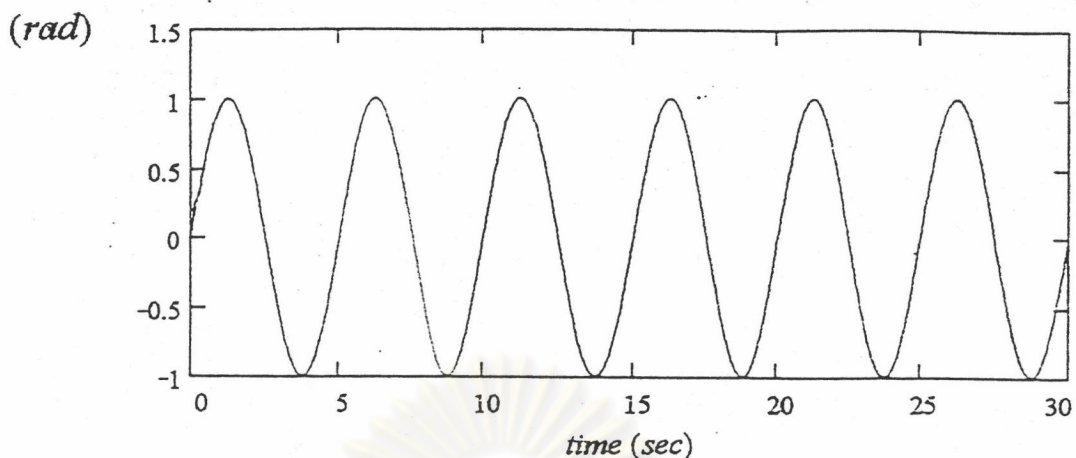


-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2

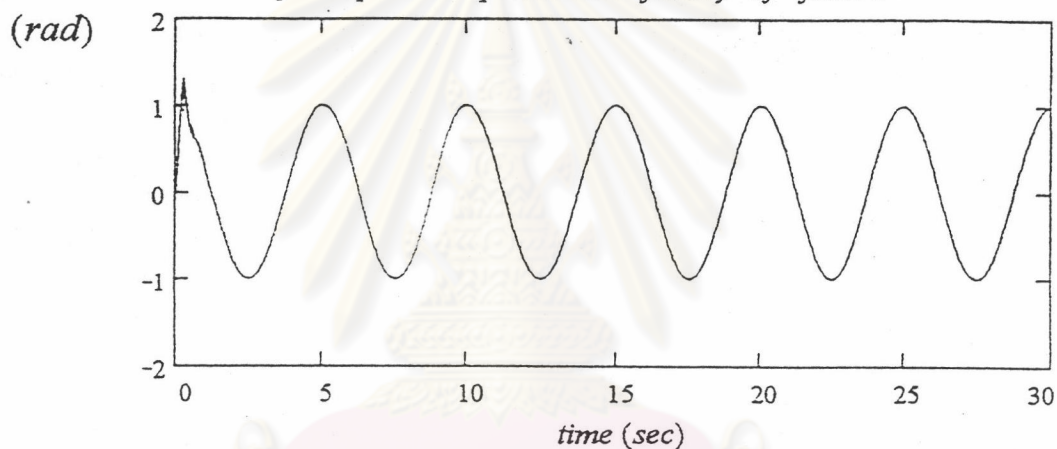


..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

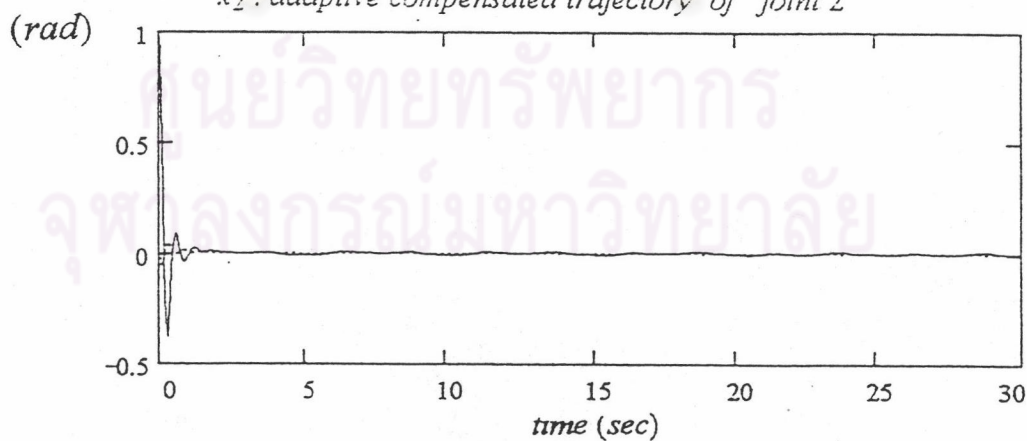
รูปที่ 3-18 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องขายนีวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม ที่ $\Delta m_2 = 10$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.333$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1



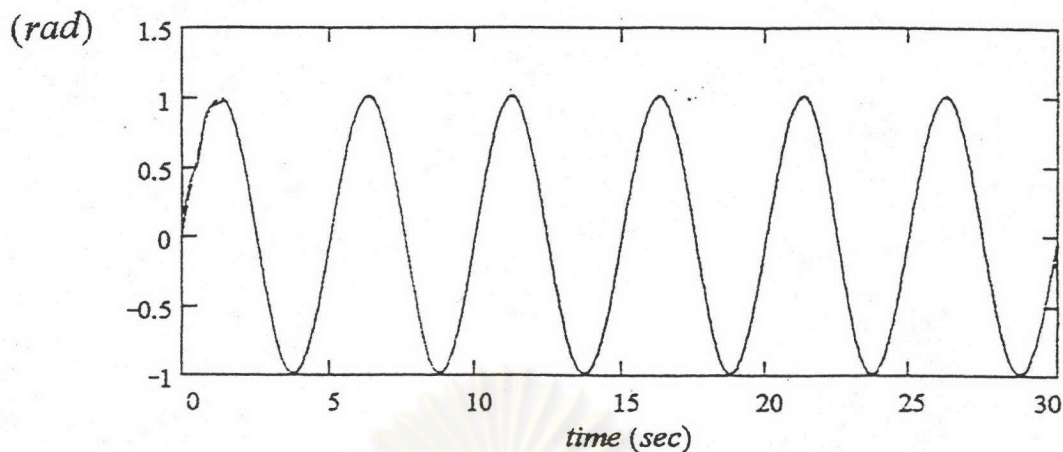
-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2



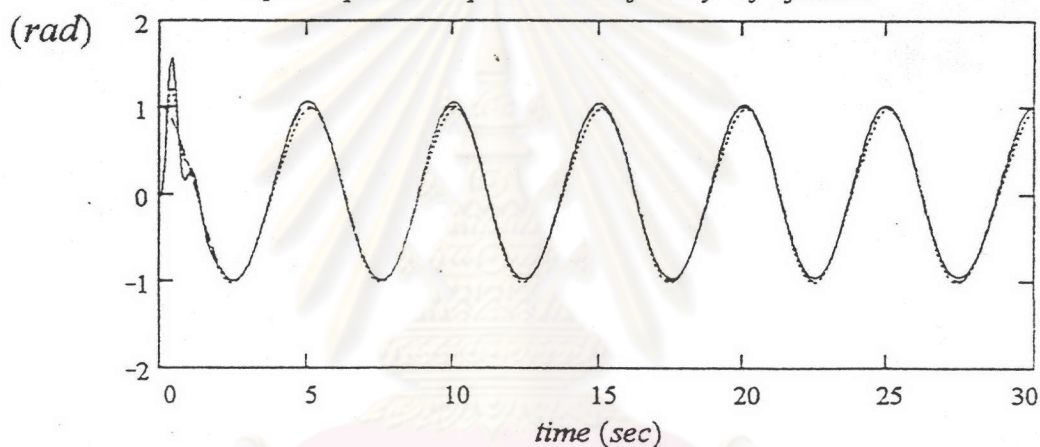
..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

รูปที่ 3-19 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์

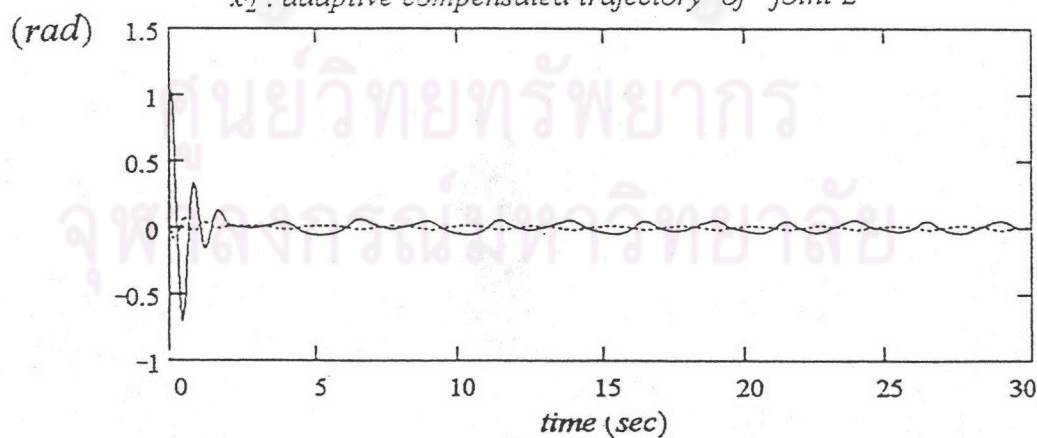
$$\text{ที่ } \Delta m_2 = 0 \quad \Delta I_2 = 10/12 \text{ และ } \Delta I_{c_2} = 0$$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1



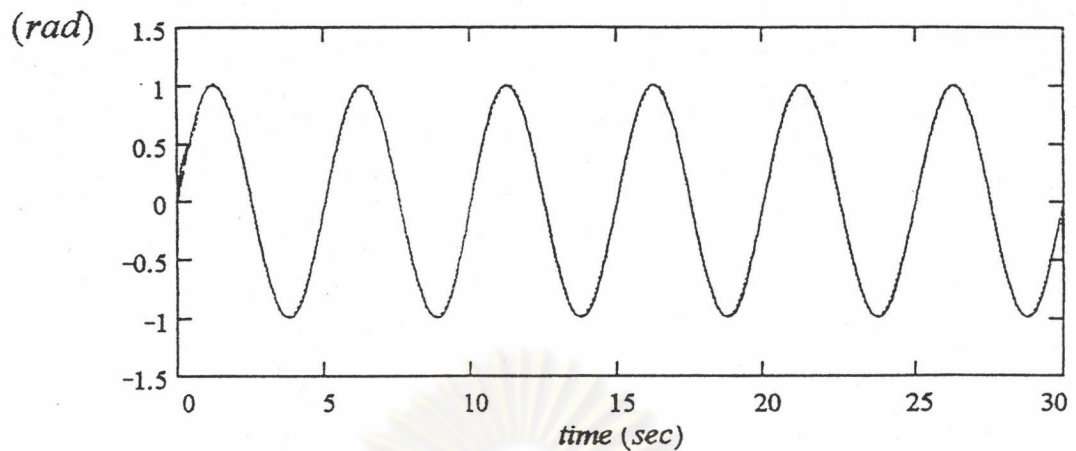
-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2



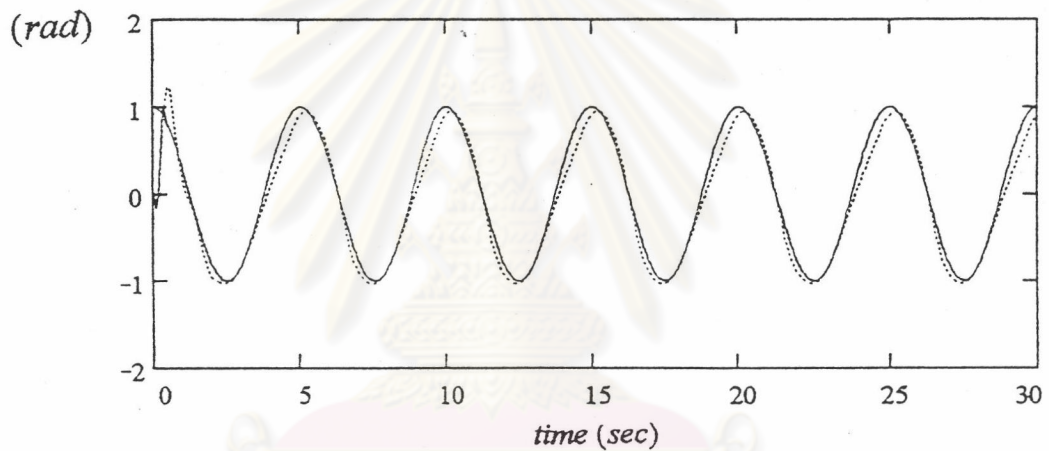
..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

รูปที่ 3-20 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์

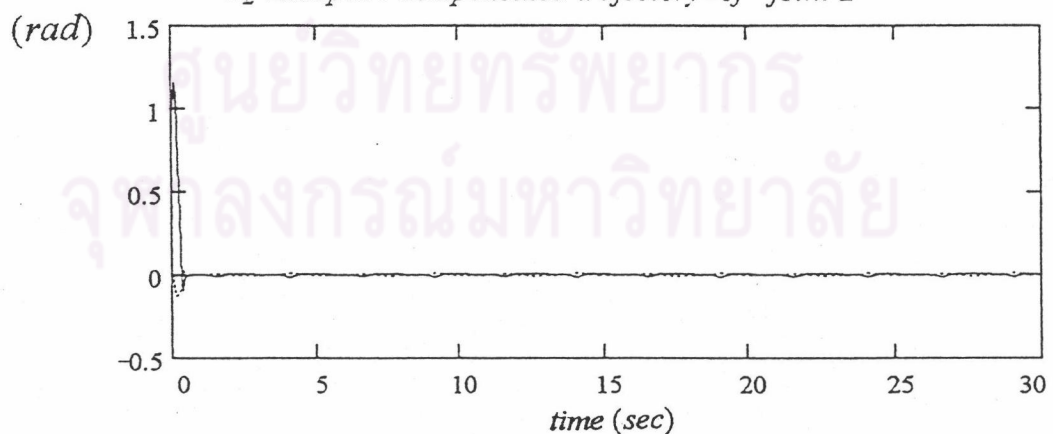
ที่ $\Delta m_2 = 2.5$ $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.167$



-- r_1 : reference trajectory of joint 1
 x_1 : uncompensated trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive compensated trajectory of joint 1



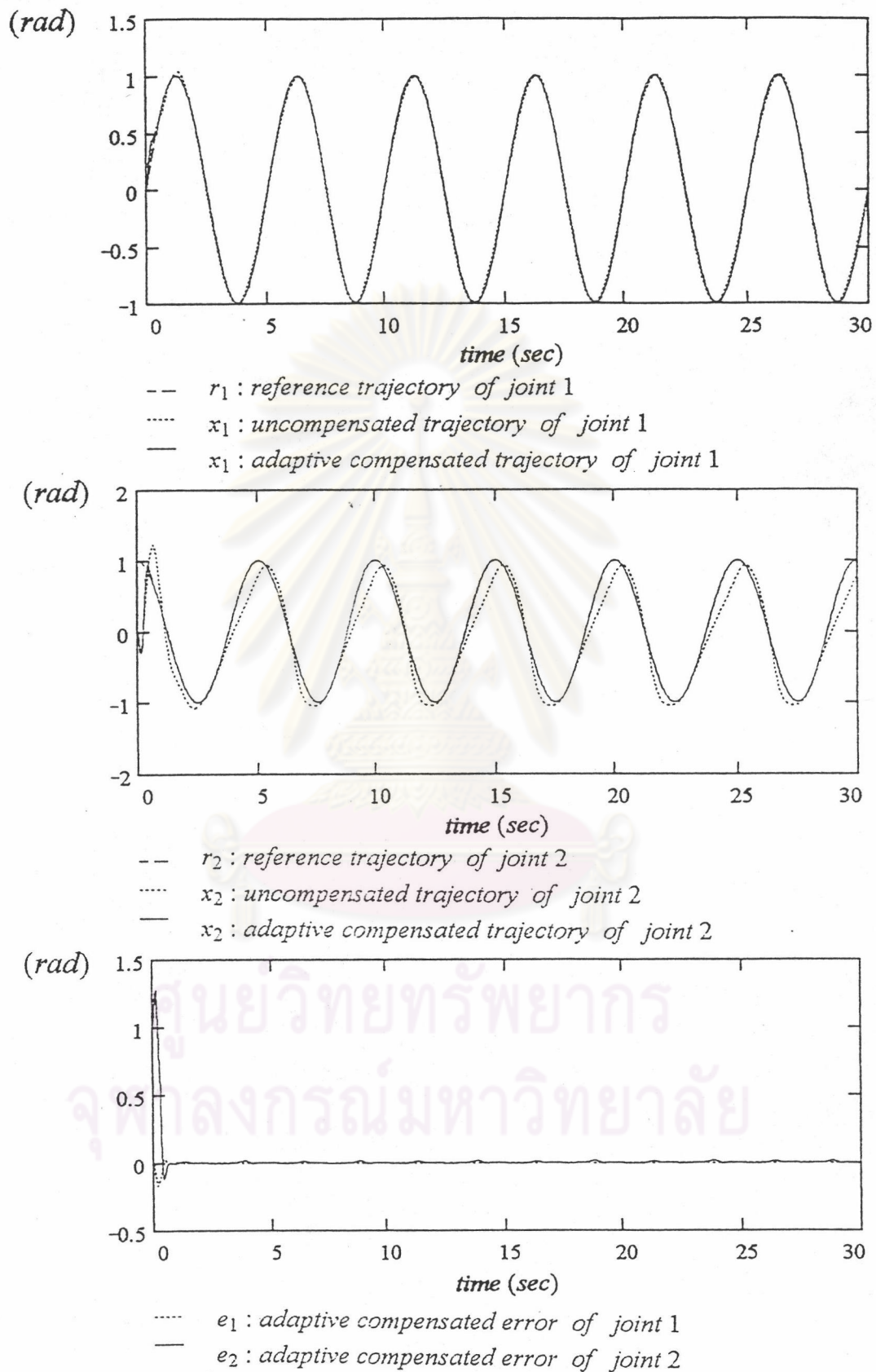
-- r_2 : reference trajectory of joint 2
 x_2 : uncompensated trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive compensated trajectory of joint 2



..... e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 — e_2 : adaptive compensated error of joint 2

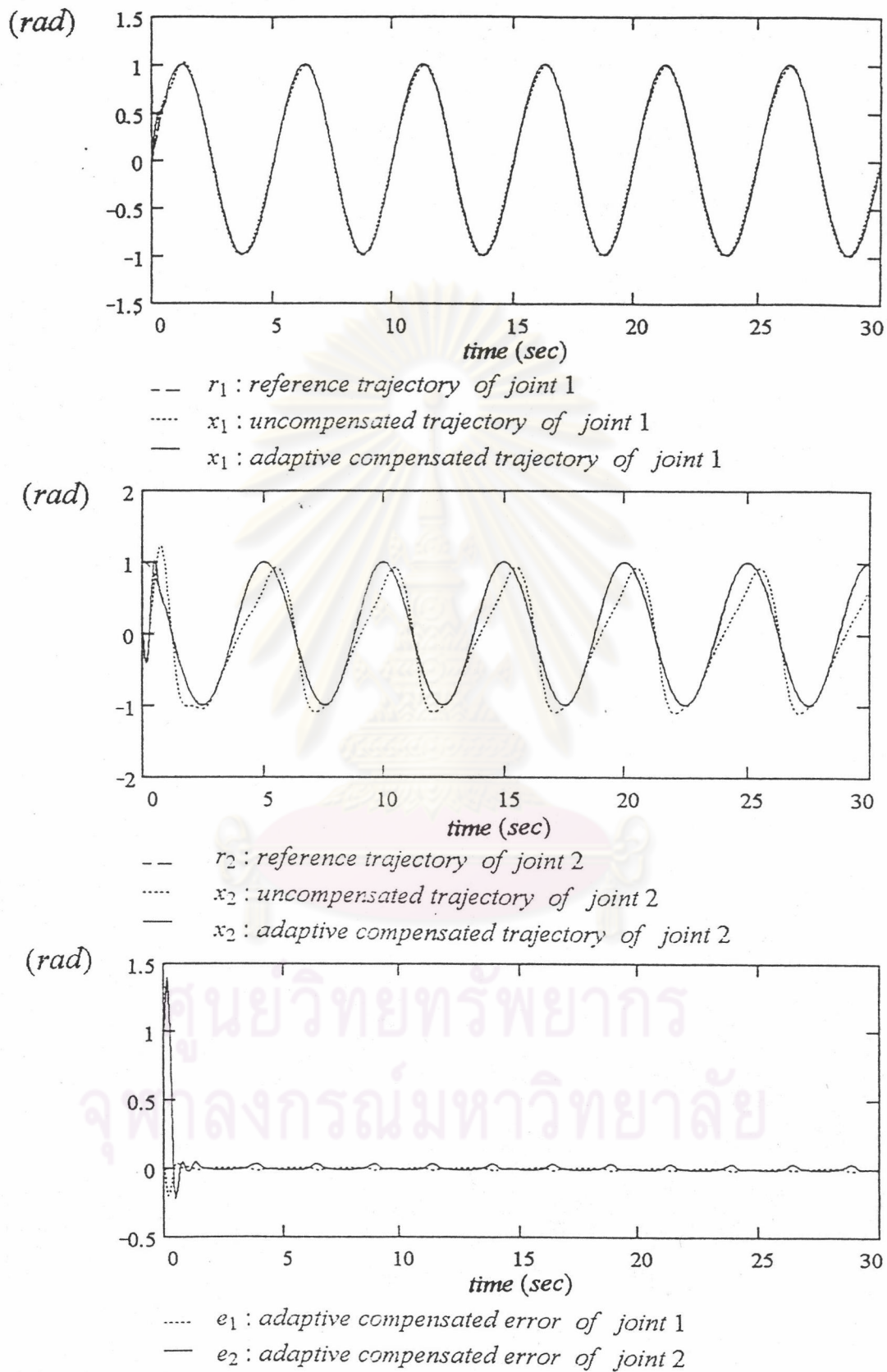
รูปที่ 3-21 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครื่องข่ายนิวรรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์

$$\text{ที่ } \Delta m_2 = 5 \quad \Delta I_2 = 10/12 \quad \text{และ} \quad \Delta c_2 = 0.25$$



รูปที่ 3-22 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์

$$\text{ที่ } \Delta m_2 = 7.5 \quad \Delta I_2 = 10/12 \quad \text{และ} \quad \Delta I_{c2} = 0.3$$



รูปที่ 3-23 กราฟแสดงผลการชดเชยแบบปรับได้ของแขนกลด้วยเครือข่ายนิวรอล
 ร่วมกับการเลือกตัวควบคุม เมื่อเส้นทางอ้างอิงเป็นรูปคลื่นไซน์

$$\text{ที่ } \Delta m_2 = 10 \quad \Delta I_2 = 10/12 \text{ และ } \Delta I_{c_2} = 0.333$$

การเปรียบเทียบผลการชดเชยแบบปรับได้ด้วยเครือข่ายนิเวรอล

พัฒนาการของการควบคุมตำแหน่งของแขนกลในสถานะที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 1 วิธีการควบคุมแบบปรับได้(adaptive control)ซึ่งเสนอโดย Slotine (1991) เป็นวิธีหนึ่งที่ทำให้ผลตอบการควบคุมได้ผลดี การออกแบบการควบคุมแบบปรับได้ต้องแปลงสมการพลวัตของแขนกลให้อยู่ในรูปสมการพารามิเตอร์ไรเซชันเชิงเส้น (linear parameterization) คือ

$$\overset{\Lambda}{M}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} + \overset{\Lambda}{C}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \cdot \dot{\mathbf{x}} + \overset{\Lambda}{g}(\mathbf{x}) = \overset{\Lambda}{T}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) \mathbf{p} = \mathbf{u} \quad (3-27)$$

โดยที่ $(\overset{\Lambda}{\cdot})$ แทนค่าประมาณ(estimated value)

รายละเอียดเกี่ยวกับสมการพลวัตของแขนกลได้แสดงไว้ในภาคผนวกที่ 1 สมการควบคุมแบบปรับได้ คือ

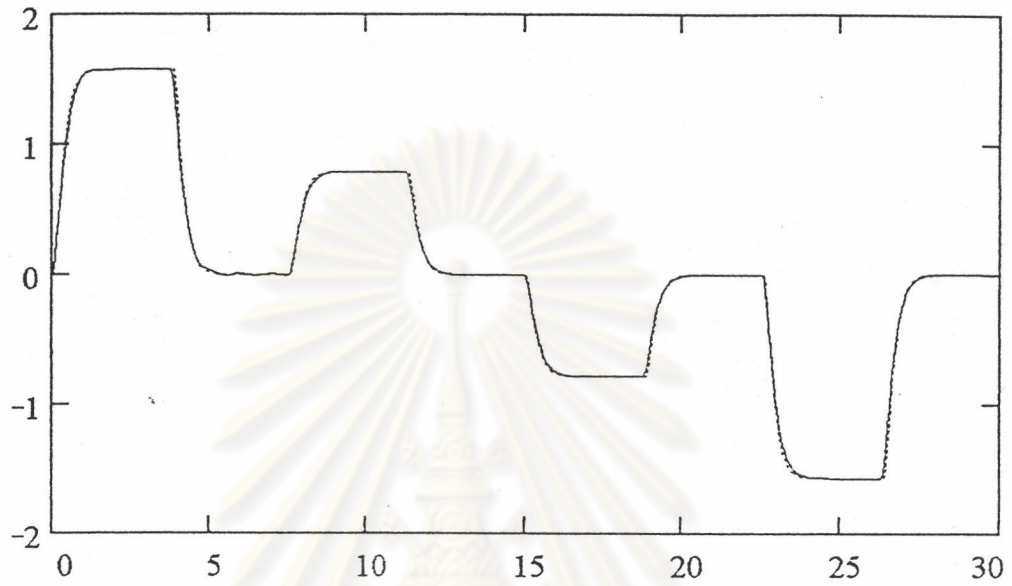
$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \overset{\Lambda}{M}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{a} + \overset{\Lambda}{C}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \cdot \dot{\mathbf{v}} + \overset{\Lambda}{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{K} \cdot \mathbf{s} \\ &= \overset{\Lambda}{T}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{v}}, \mathbf{a}) \cdot \mathbf{p} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{s} \end{aligned} \quad (3-28)$$

โดยที่ $\dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{r}} + \Lambda \cdot \mathbf{e}$, $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$, $\mathbf{s} = -\dot{\mathbf{e}} - \Lambda \cdot \mathbf{e}$, $\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{x}$

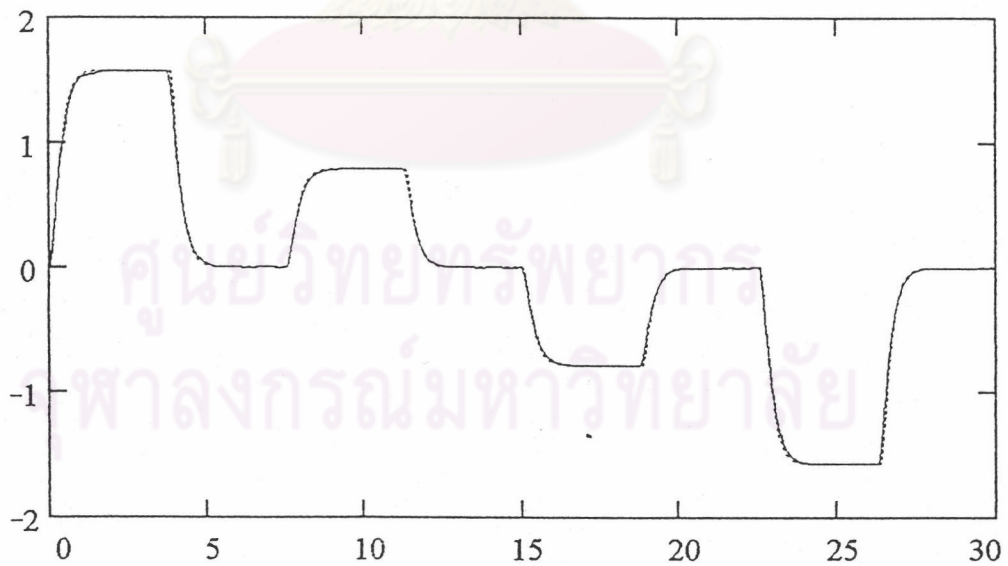
\mathbf{K} และ Λ เป็นเมตริกซ์บวกแน่นอน(positive definite matrix) มีมิติ 2×2 อัลกอริทึมการปรับค่าพารามิเตอร์ของแขนกล คือ

$$\frac{\partial \overset{\Lambda}{\mathbf{p}}}{\partial t} = \lambda \cdot \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{s} \quad (3-29)$$

โดยที่ λ เป็นเมตริกซ์บวกแน่นอน(positive definite matrix) มีมิติ 6×6 สมการควบคุมและอัลกอริทึมการปรับค่าใน(3-28)และ(3-29) ทำให้แขนกลมีเสถียรภาพแบบเชิงเส้นกำกับ(asymptotic stability) ซึ่งทำให้ค่าความผิดพลาดของตำแหน่งและความเร็วเข้าสู่ศูนย์ การเปรียบเทียบผลการควบคุมแบบปรับได้กับผลการชดเชยด้วยเครือข่ายนิเวรอลได้แสดงไว้ในรูปที่ (3-24) ถึง (3-27)



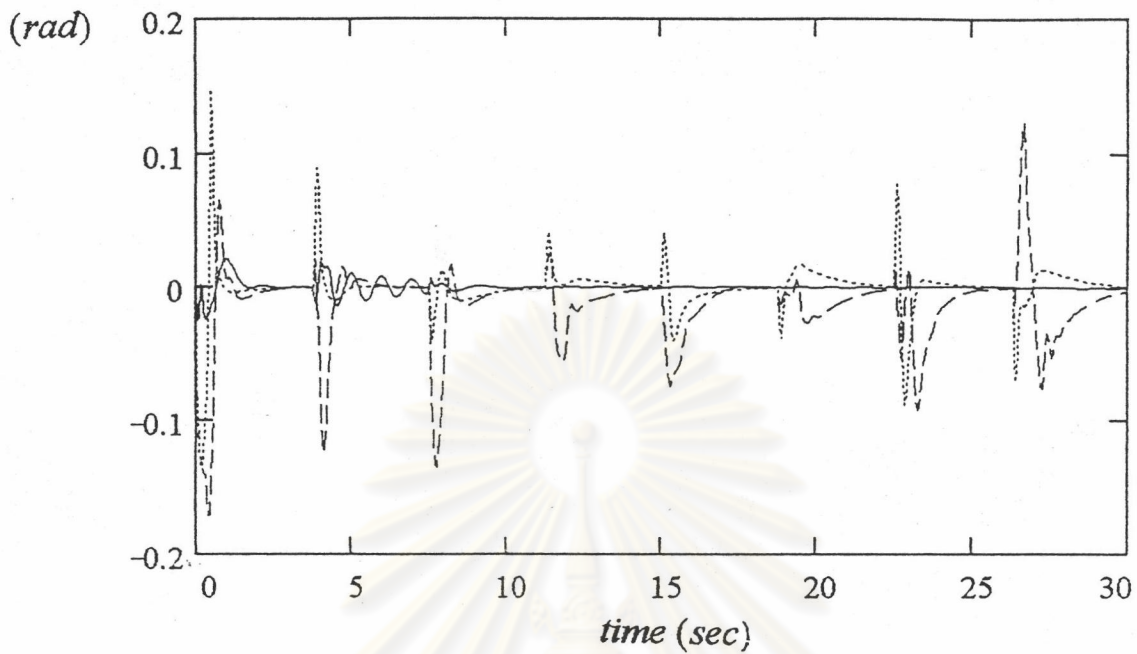
..... r_1 : reference trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive controlled trajectory of joint 1



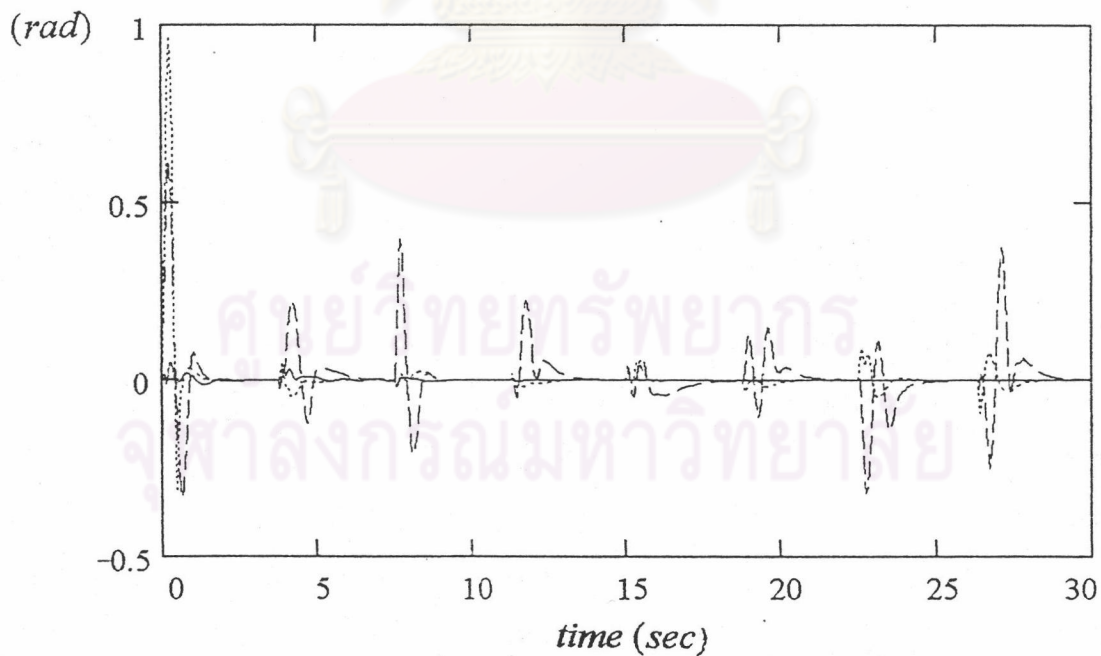
..... r_2 : reference trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive controlled trajectory of joint 2

รูปที่ 3-24 กราฟแสดงผลการควบคุมแบบปรับได้ของแขนกล

ที่ $\Delta m_2 = 5$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta c_2 = 0.25$



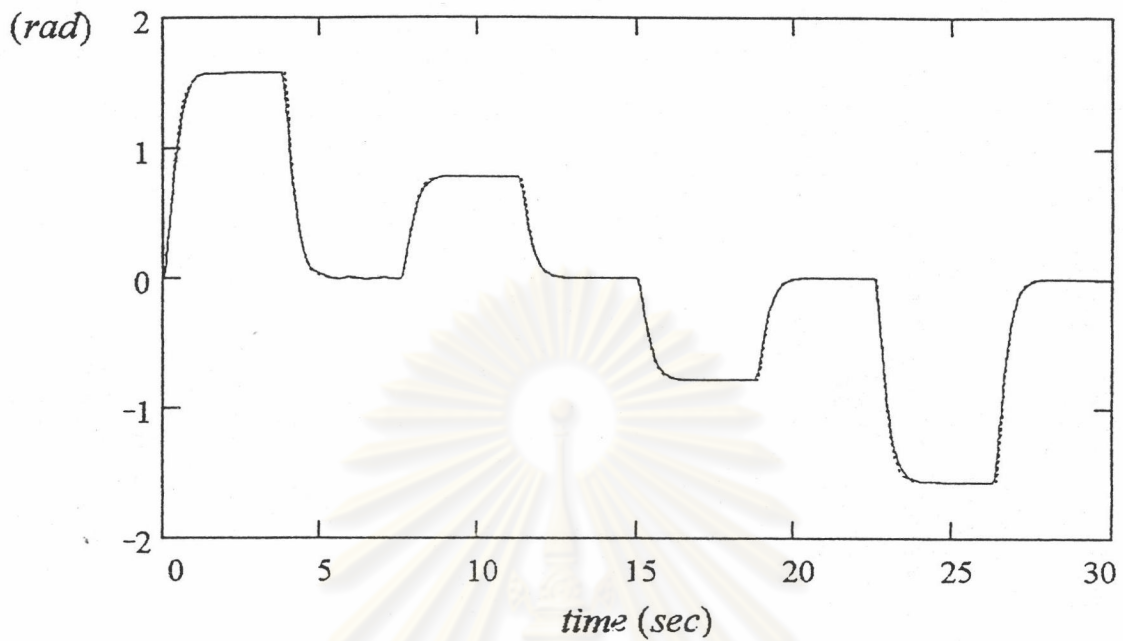
- e_1 : adaptive compensated error of joint 1
- e_1 : adaptive compensated error of joint 1 with controller selection
- e_1 : adaptive controlled error of joint 1



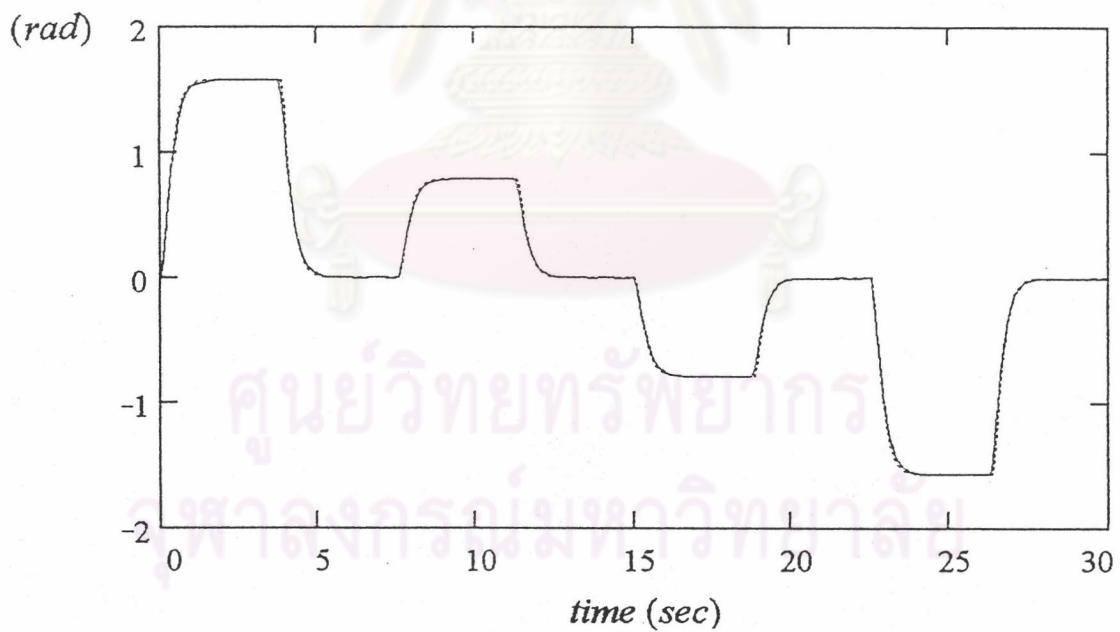
- e_2 : adaptive compensated error of joint 2
- e_2 : adaptive compensated error of joint 2 with controller selection
- e_2 : adaptive controlled error of joint 2

รูปที่ 3-25 กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของการควบคุมแบบต่างๆของแขนกล

$$\text{ที่ } \Delta m_2 = 5, \Delta I_2 = 10/12 \text{ และ } \Delta I_{c_2} = 0.25$$



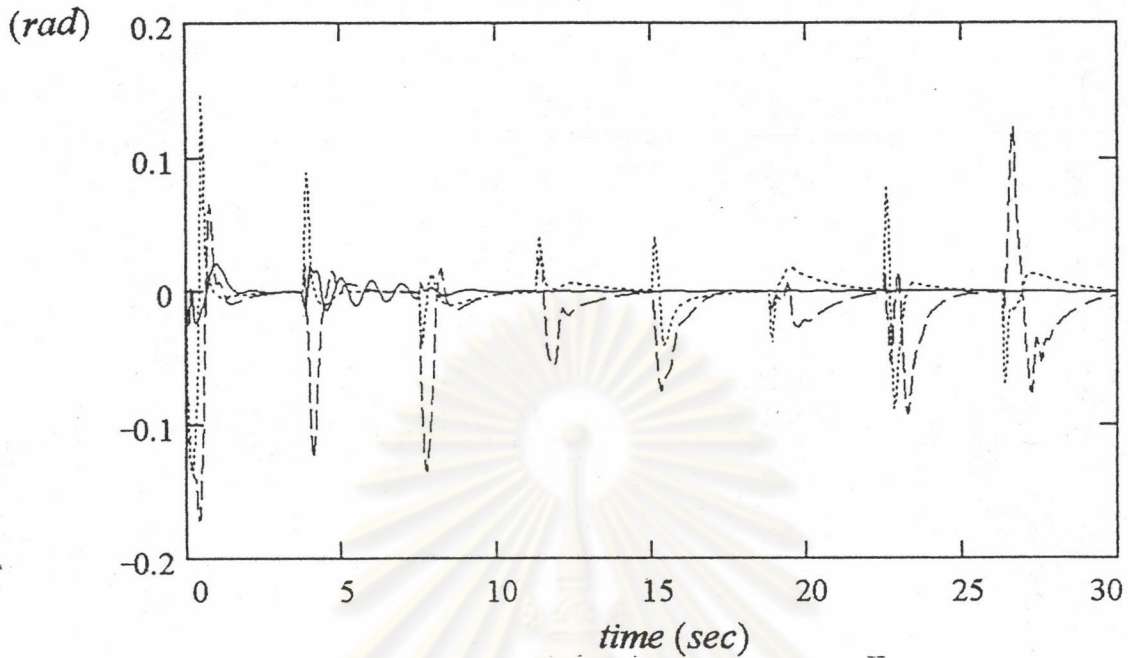
..... r_1 : reference trajectory of joint 1
 — x_1 : adaptive controlled trajectory of joint 1



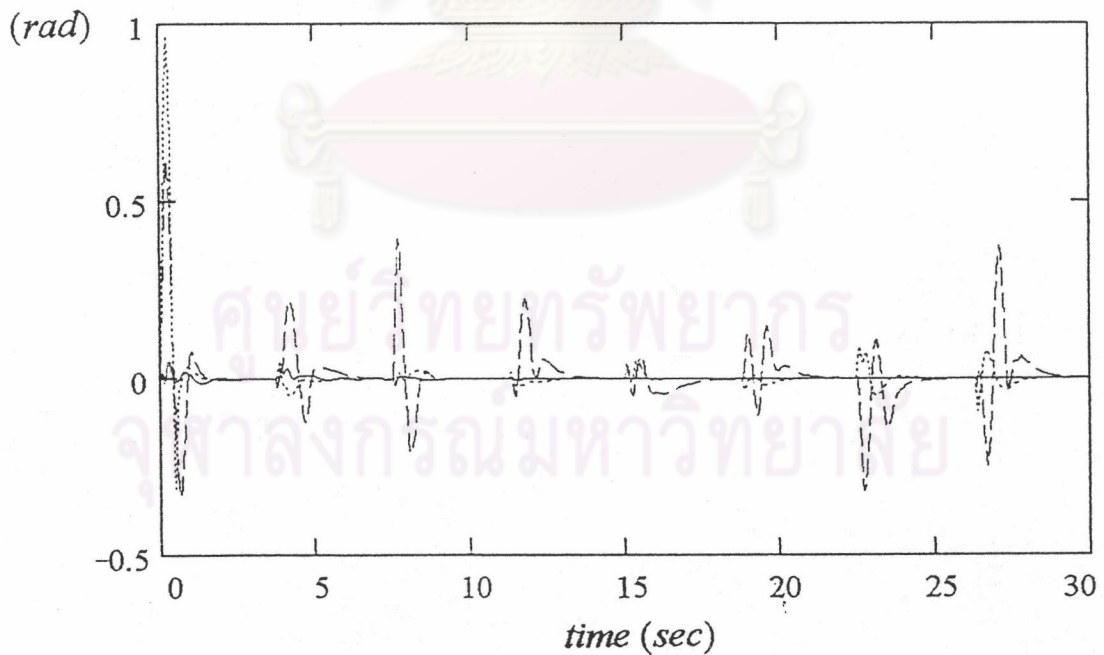
..... r_2 : reference trajectory of joint 2
 — x_2 : adaptive controlled trajectory of joint 2

รูปที่ 3-26 กราฟแสดงผลการควบคุมแบบปรับได้ของแขนกล

ที่ $\Delta m_2 = 10$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0.333$



- e_1 : adaptive compensated error of joint 1
 e_1 : adaptive compensated error of joint 1 with controller selection
 — e_1 : adaptive controlled error of joint 1



- e_2 : adaptive compensated error of joint 2
 e_2 : adaptive compensated error of joint 2 with controller selection
 — e_2 : adaptive controlled error of joint 2

รูปที่ 3-27 กราฟเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดของการควบคุมแบบต่างๆ

ของแขนกล ที่ $\Delta m_2 = 10$, $\Delta I_2 = 10/12$ และ $\Delta I_{c2} = 0$.

การวิเคราะห์เสถียรภาพของการชดเชยแบบปรับได้ด้วยเครือข่ายนิรอร

ในหัวข้อนี้เป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพของการชดเชยแบบปรับได้ เพื่อพิสูจน์ว่า อัลกอริทึมการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยสามารถทำให้ค่าความผิดพลาด e_m ของ แขนงลดลงเข้าสู่ศูนย์ การวิเคราะห์เสถียรภาพได้ใช้ทฤษฎีเสถียรภาพของไลปูนอฟ (Liapunov Stability Theory) (Ogata,1987)คือ

ทฤษฎีเสถียรภาพของไลปูนอฟ สำหรับระบบในโดเมนเวลาที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Time System) ใดๆ ซึ่งแทนด้วยสมการ

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{H}(\mathbf{x}(k))$$

สถานะสมดุล(equilibrium state)ที่ $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ของระบบจะมีเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ในช่วงกว้าง(Asymptotic Stability in Large)ก็ต่อเมื่อ มีฟังก์ชันไลปูนอฟ $V(\mathbf{x}(k))$ ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

- 1) $V(\mathbf{0}) = 0$
- 2) $V(\mathbf{x}) > 0$ เมื่อ $\mathbf{x}(k) \neq \mathbf{0}$
- 3) $V(\mathbf{x}(k)) \rightarrow \infty$ เมื่อ $\mathbf{x}(k) \rightarrow \infty$
- 4) $dV(\mathbf{x}) < 0$ เมื่อ $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$

โดยที่
$$dV = \left(\frac{\partial V(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}(k)} \right)^T \cdot \Delta \mathbf{x}(k)$$

และ
$$\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)$$

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของการชดเชยแบบปรับได้ นิยามฟังก์ชันไลปูนอฟ ดังนี้

$$V(\mathbf{z}(k)) = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{e}_m^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{e}_m(k) + \tilde{\mathbf{w}}^T(k) \mathbf{S} \tilde{\mathbf{w}}(k)) \quad (3-30)$$

โดยที่
$$\mathbf{z}(k) = [\mathbf{e}_m(k) \quad \tilde{\mathbf{w}}(k)]^T$$

$$\mathbf{e}_m(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_m(k)$$

$$\tilde{\mathbf{w}}(k) = \mathbf{w}^*(k) - \mathbf{w}(k)$$

\mathbf{w}^* คือค่านำหนักที่ต้องการสำหรับการชดเชย และมีค่าคงที่

$$\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1^T \quad \mathbf{w}_2^T]^T$$

$$\mathbf{w}_1 = [w_{11}^{L_1} \quad w_{21}^{L_1} \quad \dots \quad w_{i1}^{L_1} \quad \dots \quad w_{N_{L_1}-1}^{L_1}]^T$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} w_{12}^{L_2} & w_{22}^{L_2} & \dots & w_{i2}^{L_2} & \dots & w_{N_{L_2-1}2}^{L_2} \end{bmatrix}^T$$

$w_{ij}^{L_j}$ คือค่านำหนักแกนที่ i ที่ชั้น L_j ของ u_{emj} ซึ่งแสดงไว้ในสมการ(3-19)

Q, R คือเมตริกซ์เฉียงและบวกแน่นอน(diagonal and positive definite matrix) มีมิติ 2×2

$S = s \cdot I$; I คือเมตริกซ์เอกลักษณ์มีมิติ $(N_{L_1-1} + N_{L_2-1}) \times$

$(N_{L_1-1} + N_{L_2-1})$ และ s คือจำนวนจริง ซึ่งมีค่าคงที่และมากกว่าศูนย์

การคำนวณค่า $x_m(k)$ คำนวณโดยใช้วิธี Runge-Kutta ลำดับที่ 4 ดังแสดงในสมการ (3-21)

ประมาณค่า $x(k+1)$ โดยกระจายในรูปของอนุกรมเทเลอร์ สำหรับคำนวณค่า $\Delta e_m(k)$ ได้ดังนี้

$$x(k+1) = x(k) + \dot{x}(k) \cdot \Delta t + \ddot{x}(k) \cdot \frac{(\Delta t)^2}{2!} + O_I((\Delta t)^3) \quad (3-31)$$

โดยที่ $O_I(.)$ คือค่าผิดพลาดของการกระจายอนุกรมเทเลอร์ของ $x(k+1)$ มีมิติ 2×1

การประมาณค่า $x_m(k+1)$ ซึ่งคำนวณโดยใช้วิธี Runge-Kutta ลำดับที่ 4 ดังแสดงในสมการ(3-21) โดยกระจายในรูปของอนุกรมเทเลอร์ ได้ว่า

$$x_m(k+1) = x(k) + \dot{x}(k) \cdot \Delta t + \ddot{x}_m(k) \cdot \frac{(\Delta t)^2}{2!} + O_{m1}((\Delta t)^3) \quad (3-32)$$

โดยที่ $O_{m1}(.)$ คือค่าผิดพลาดของการกระจายอนุกรมเทเลอร์ของ $x_m(k+1)$

มีมิติ 2×1

คำนวณค่า $e_m(k+1)$ จากสมการ(3-31)และ(3-32) ได้ดังนี้

$$e_m(k+1) = \ddot{e}_m(k) \cdot \frac{(\Delta t)^2}{2!} + (O_I((\Delta t)^3) - O_{m1}((\Delta t)^3)) \quad (3-33)$$

การคำนวณค่า $x_m(k)$ ตามสมการ(3-21)ด้วยวิธี Runge-Kutta ลำดับที่ 4 ทำให้

$e_m(k+1)$ เป็นฟังก์ชันของ $\ddot{e}_m(k)$ ซึ่งทำให้การชดเชยแบบปรับได้ด้วย BNN สามารถชดเชยผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของสมการ Error Model (3-12)

ได้โดยตรง

คำนวณค่า dV ได้ว่า

$$\begin{aligned} dV &= \left(\frac{\partial V(\mathbf{z}(k))}{\partial \mathbf{z}(k)} \right)^T \cdot \Delta \mathbf{z}(k) \\ &= \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot \mathbf{e}_m^T(k) \mathbf{Q} \ddot{\mathbf{e}}_m(k) + \mathbf{e}_m^T(k) \mathbf{Q} (\mathbf{O}_1 - \mathbf{O}_{m1}) \\ &\quad - \mathbf{e}_m^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{e}_m(k) + \tilde{\mathbf{w}}^T(k) \mathbf{S} \Delta \tilde{\mathbf{w}}(k) \end{aligned} \quad (3-34)$$

โดยที่ $\tilde{\mathbf{w}}(k) = \mathbf{w}^*(k) - \mathbf{w}(k)$

$$\Delta \tilde{\mathbf{w}}(k) = \Delta \mathbf{w}^*(k) - \Delta \mathbf{w}(k)$$

$$\Delta \mathbf{w}^*(k) = \mathbf{0} \text{ เพราะ } \mathbf{w}^*(k) \text{ มีค่าคงที่}$$

จากสมการ(3-23) $\Delta \mathbf{w}(k) = -\eta \cdot \frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}}$ ในการวิเคราะห์ได้สมมุติ η เป็นค่าคงที่

มีมิติ 1×1

จากสมการ(3-19) (3-22) (3-23)และ(3-34) คำนวณค่า

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}^T(k) \mathbf{S} \Delta \tilde{\mathbf{w}}(k) &= \eta \cdot \tilde{\mathbf{w}}^T(k) \cdot \mathbf{S} \cdot \frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}} \\ &= \eta \cdot s \cdot G_1 \cdot e_{m1}(k) \cdot \sigma_1^{L_1}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L_1-1}} \tilde{w}_{i1}^{L_1} \cdot Y_{i1}^{L_1-1}(\cdot) \right) \\ &\quad + \eta \cdot s \cdot G_2 \cdot e_{m2}(k) \cdot \sigma_2^{L_2}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L_2-1}} \tilde{w}_{i2}^{L_2} \cdot Y_{i2}^{L_2-1}(\cdot) \right) \end{aligned} \quad (3-35)$$

จากสมการ(3-34)และ(3-35) คำนวณได้ว่า

$$\begin{aligned} dV(\mathbf{z}(k)) &= \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot \mathbf{e}_m^T(k) \mathbf{Q} \ddot{\mathbf{e}}_m(k) + \mathbf{e}_m^T(k) \mathbf{Q} (\mathbf{O}_1 - \mathbf{O}_{m1}) - \mathbf{e}_m^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{e}_m(k) \\ &\quad + \eta \cdot s \cdot G_1 \cdot e_{m1}(k) \cdot \sigma_1^{L_1}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L_1-1}} \tilde{w}_{i1}^{L_1} \cdot Y_{i1}^{L_1-1}(\cdot) \right) \\ &\quad + \eta \cdot s \cdot G_2 \cdot e_{m2}(k) \cdot \sigma_2^{L_2}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L_2-1}} \tilde{w}_{i2}^{L_2} \cdot Y_{i2}^{L_2-1}(\cdot) \right) \end{aligned} \quad (\text{ต่อ})$$

$$\begin{aligned}
&\leq \left| \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot e_m^T(k) Q \ddot{e}_m(k) + e_m^T(k) Q (O_1 - O_{m1}) \right| - e_m^T(k) Q e_m(k) \\
&\quad - \eta \cdot s \cdot \left(\left| (2 \cdot G_1 \cdot e_{m1}(k) \cdot \sigma_1^{L1}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L1-1}} \tilde{w}_{i1}^{L1} \cdot Y_{i1}^{L1-1}(\cdot) \right) \right| \right. \\
&\quad \left. + \left| 2 \cdot G_2 \cdot e_{m2}(k) \cdot \sigma_2^{L2}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L2-1}} \tilde{w}_{i2}^{L2} \cdot Y_{i2}^{L2-1}(\cdot) \right) \right| \right)
\end{aligned} \tag{3-36}$$

โดยที่ $\sigma_1^{L1}(\cdot) > 0$

$\sigma_2^{L2}(\cdot) > 0$

$$e_{m1}(k) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L1-1}} \tilde{w}_{i1}^{L1} \cdot Y_{i1}^{L1-1}(\cdot) \right) =$$

$$\left| -e_{m1}(k) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L1-1}} \tilde{w}_{i1}^{L1} \cdot Y_{i1}^{L1-1}(\cdot) \right) \right|$$

และ $e_{m2}(k) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L2-1}} \tilde{w}_{i2}^{L2} \cdot Y_{i2}^{L2-1}(\cdot) \right) =$

$$\left| -e_{m2}(k) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_{L2-1}} \tilde{w}_{i2}^{L2} \cdot Y_{i2}^{L2-1}(\cdot) \right) \right|$$

เขียนสมการ(3-36)ได้ใหม่ว่า

$$dV(z(k)) \leq -e_m^T(k) Q e_m(k) + C_1 - \eta \cdot s \cdot C_2 \tag{3-37}$$

$$\begin{aligned}
\text{โดยที่ } C_1 &= \left| \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot e_m^T(k) Q \ddot{e}_m(k) + e_m^T(k) Q (O_1 - O_{m1}) \right| \\
&= \left| \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot e_m^T(k) Q e_m(k+1) \right|
\end{aligned}$$

$$\text{และ } C_2 = \left(\left| (G_1 \cdot e_{m1}(k) \cdot \sigma_1^{L1}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{NL_1-1} \tilde{w}_{i1}^{L1} \cdot Y_{i1}^{L1-1}(\cdot) \right) \right| \right. \\ \left. + \left| G_2 \cdot e_{m2}(k) \cdot \sigma_2^{L2}(\cdot) \cdot \left(\sum_{i=1}^{NL_2-1} \tilde{w}_{i2}^{L2} \cdot Y_{i2}^{L2-1}(\cdot) \right) \right| \right)$$

จากทฤษฎีเสถียรภาพของไลปูนอฟ $dV(z(k)) < 0$ ก็ต่อเมื่อ

$$\eta > \frac{C_1}{s \cdot C_2} \quad (3-38)$$

พิจารณาค่าขอบเขตของตัวแปรต่างๆ ในสมการ(3-38) ดังนี้

- 1) ค่า $\|\ddot{e}_m(k)\|$ ในสมการ(3-12)มีค่าขอบเขต(bound)เมื่อค่า $\|\partial f\|, \|\partial h\|$ และ $\|u_{em}\|$ มีค่าขอบเขต ภายใต้ขอบเขตการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด คือ $\Delta m_2 \in [0, 10]$ $\Delta I_2 \in [0, 10/12]$ และ $\Delta c_2 \in [0, 0.333]$
- 2) ค่า $\|O_I\|$ และ $\|O_{mI}\|$ ในสมการ(3-31)ถึง(3-32)มีค่าขอบเขต เมื่อใช้ค่า Δt ที่เหมาะสม ซึ่งในการทดลองได้ใช้ทฤษฎีการชักตัวอย่างของแซนอนสำหรับการเลือกค่า โดยใช้ค่า Δt เท่ากับ 0.05 วินาที
- 3) จากสมการ(3-33) ค่า $e_m(k)$ และ $e_m(k+1)$ มีค่าขอบเขต เมื่อค่า $\|\ddot{e}_m\|, \|O_I\|$ และ $\|O_{mI}\|$ มีค่าขอบเขต
- 4) ค่า $\sigma_1^{L1}(\cdot)$ และค่า $\sigma_2^{L2}(\cdot)$ มีค่าขอบเขตและมากกว่าศูนย์
- 5) ค่า $\|\tilde{w}(k)\|$ มีค่าขอบเขตภายใต้ขอบเขตการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ที่กำหนด คือ $\Delta m_2 \in [0, 10]$ $\Delta I_2 \in [0, 10/12]$ และ $\Delta c_2 \in [0, 0.333]$

จากสมการ(3-38)และค่าขอบเขตของตัวแปรต่างๆ มีค่า $\eta > 0$ ซึ่งทำให้ค่า $dV(z(k)) < 0$ ทุกๆแห่งในปริภูมิ (space) ยกเว้นที่ $\tilde{w}(k) = 0$ ซึ่งทำให้

$$\eta > \lim_{\tilde{w}(k) \rightarrow 0} \frac{C_1}{s \cdot C_2} = \infty \quad (3-39)$$

ที่ $\tilde{w}(k) = \mathbf{0}$ ไม่สามารถคำนวณหาค่า η ซึ่งทำให้ $dV(z(k)) < 0$ ได้ เนื่องจากมีค่าผิดพลาดเชิงเลข ($O_I(\cdot) - O_{mI}(\cdot)$) ใน C_1 ทำให้ค่าลิมิตลู่ออกสู่ค่าอนันต์ ดังนั้นการชดเชยแบบปรับได้สามารถลดค่า e_m ลงเข้าสู่ศูนย์ แต่ไม่สามารถลดค่า $\tilde{w}(k)$ ลงเข้าสู่ศูนย์ได้

พิจารณาเสถียรภาพของการชดเชยแบบปรับได้ ที่ $e_m = 0$ และ $\tilde{w}(k) \neq \mathbf{0}$ เมื่อ $e_m \rightarrow 0$ ที่ $\tilde{w}(k) \neq \mathbf{0}$ มีค่า $\eta > \lim_{e_m \rightarrow 0} \frac{C_1}{s \cdot C_2} = 0$ ซึ่งทำให้การชดเชย

แบบปรับได้มีเสถียรภาพที่ $e_m = 0$ และ $\tilde{w}(k) \neq \mathbf{0}$

จากสมการ(3-35) เมื่อ $e_m = 0$

$$\ddot{e}_m(k) = -\frac{2}{(\Delta t)^2} (O_I((\Delta t)^3) - O_{mI}((\Delta t)^3)) \quad (3-40)$$

การชดเชยแบบปรับได้ไม่สามารถชดเชยให้ $\ddot{e}_m(k)$ ลดลงเข้าสู่ศูนย์ ทำให้ค่าความผิดพลาดของตำแหน่ง (e) เข้าสู่บริเวณรอบๆ จุดกำเนิด (origin) โดยมีระยะห่างขึ้นกับค่าผิดพลาดเชิงเลขของการกระจายอนุกรมเทเลอร์ ($O_I((\Delta t)^3) - O_{mI}((\Delta t)^3)$) ซึ่งแปรตามกำลังสามของช่วงเวลาการซัดตัวอย่าง (sampling time) (Δt)

สรุปการชดเชยแบบปรับได้สามารถลดค่าผิดพลาด e_m ลงเข้าสู่ศูนย์และลดค่าผิดพลาด e ลงเข้าสู่บริเวณรอบๆ จุดกำเนิด (origin) โดยมีระยะห่างขึ้นกับค่าผิดพลาดเชิงเลข ($O_I((\Delta t)^3) - O_{mI}((\Delta t)^3)$) ระยะห่างนี้สามารถลดได้โดยลดขนาดของช่วงเวลาการซัดตัวอย่าง (sampling time) (Δt)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย