บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 สมมุติฐานที่ใช้

ในการวิเคราะห์คอนกรีตบล็อครับน้ำหนักได้ยึดถือสมมุติฐานดังนี้

1. มีการยึดเกาะอย่างสมบูรณ์ระหว่างปูนก่อและปูนกรอกกับคอนกรีตบล็อค

2. พฤติกรรมในการรับแรงในสามทิศทาง (Triaxial State of Stress) ของคอนกรีตบล็อคเหมือนกับกรณีของคอนกรีต

3. กำลังดึง (tensile strength) ของคอนกรีตบล็อคมีค่าเช่นเดียวกับกำลังดึงของคอนกรีตที่มีกำลังอัดเท่ากัน

4. หน่วยแรงอัดในคอนกรีตบล็อค, ปูนก่อและปูนกรอกในขณะวัสดุก่อรับแรงกดเป็นปฏิภาคกับค่าสติฟเนสในแนวแกน (axial stiffness) ของแต่ละส่วน

5. สมมุติให้หน่วยแรงดึงด้านข้าง (lateral tensile stress) ที่เกิดขึ้นในคอนกรีตบล็อคขณะมีน้ำหนักบรรทุกบนวัสดุก่อมีค่าเท่ากันโดยตลอดความสูงของก้อนคอนกรีตบล็อค แม้ว่าการศึกษาของ Hatzinikolas et al [60] โดยใช้การวิเคราะห์ด้วย Finite Element พบว่าหน่วยแรงดึงในคอนกรีตบล็อคดังกล่าวมีค่ามากที่สุดบริเวณที่ติดกับแนวปูนก่อและจะมีค่าลดลงจนกระทั่งน้อยที่สุดบริเวณกึ่งกลางความสูงของบล็อค ดังแสดงในรูปที่ 2.1 และ 2.2

6. การที่มีหน่วยแรงอัดและหน่วยดึงกระทำต่อก้อนวัตถุพร้อมกันในสองทิศทางให้ถือการวิบัติเป็นไปตามทฤษฎีการประลัยของโมร์

7. เหล็กเสริมยืนและปูนกรอกยึดเกาะกันอย่างสมบูรณ์ และเหล็กเสริมมีลักษณะเป็นเส้นตรงอย่างแท้จริง

8. เหล็กเสริมยืนไม่โก่งเดาะ

2.2 แท่งวัสดุก่อไม่เสริมเหล็ก

2.2.1 แท่งวัสดุก่อไม่กรอกปูน หาค่ากำลังอัดสูงสุดได้จากสมการคือ

1) สมการสำหรับหากำลังอัดสูงสุดของแท่งวัสดุก่อของ Hamid et al[58] ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของกำลังอัดสูงสุดของแท่งวัสดุก่อกับกำลังอัดของปูนก่อ และกำลังอัดของคอนกรีตบล็อค

$$f'_{mu} = \frac{f'_{cj} + m\,\emptyset\gamma f'_{cb}}{1 + m\,\emptyset\gamma} \qquad (2.1)$$

เมื่อให้ f'_{mu} = กำลังสูงสุดของแท่งวัสดุก่อไม่กรอกปูน

f'_{tb} = กำลังดึงของคอนกรีตบล็อค

f'_{cb} = กำลังอัดของคอนกรีตบล็อค

f'_{cj} = กำลังอัดของปูนก่อจากการทดสอบตัวอย่างทรงกระบอกขนาด Ø80x160 มม.

$\emptyset$ = สัดส่วนระหว่างความสูงของบล็อคต่อความหนาของแนวปูนก่อ, h_b/h_j

m = สัมประสิทธิ์ของการไอบรัด

ซึ่งสมการ (2.1) นี้ใช้ทฤษฎีการไอบรัดอธิบายการรับหน่วยแรงอัดของแนวปูนก่อดังความสัมพันธ์

$$\sigma_{yb} = \sigma_{yj} = f'_{cj} + m\sigma_{xj} \qquad (2.2)$$

โดยให้ σ_{yj} = หน่วยแรงอัดในแนวปูนก่อ

σ_{yb} = หน่วยแรงอัดในบล็อค

σ_{xj} = หน่วยแรงอัดด้านข้างของปูนก่อ

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ของการไอบรัด, m นี้ Hamid et al[58] ใช้ค่าเท่ากับ 3.6 สำหรับปูนก่อ ซึ่งจากการศึกษาและทดสอบของ Bellamy[34] พบว่าสำหรับปูนทรายค่า $m = 3.0$ และในที่นี้จะใช้ค่า $m = 3.0$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) การหาค่ากำลังอัดสูงสุดของแท่งวัสดุก่อโดยใช้สมการของ Parsons[83] ซึ่งมีรูปสมการคือ

$$M = Kb\sqrt{mu} \tag{2.3}$$

โดยที่ m = กำลังอัดของปูนก่อ

K = สัมประสิทธิ์ใช้ปรับค่ากำลังอัด เท่ากับ 1.0 โดยประมาณ

b = สัดส่วนของพื้นที่หน้าตัดรับแรงอัดต่อพื้นที่หน้าตัดรวมในกรณีก่อบล็อคแบบแนวปูนก่อไม่เต็มหน้าตัด หรือสัดส่วนระหว่างพื้นที่หน้าตัดสุทธิต่อพื้นที่หน้าตัดรวมในกรณีที่ก่อแบบเต็มหน้า

u = กำลังอัดของบล็อคต่อหน่วยพื้นที่หน้าตัดรวม

2.2.2 แท่งวัสดุก่อกรอกปูน

1) ในแท่งวัสดุก่อกรอกปูนขณะที่มีหน่วยแรงอัด σ_y กระทำในแนวแกน หน่วยแรงในแต่ละส่วนประกอบของแท่งวัสดุก่อจะไม่เท่ากันโดยขึ้นอยู่กับค่าสติฟเนสในแนวแกน สำหรับปูนกรอกจะมีการขยายตัวทางด้านข้างและจะขยายตัวมากน้อยขึ้นอยู่กับสัดส่วนปัวซอง เนื่องจากปูนกรอกมีคอนกรีตบล็อคล้อมรอบอยู่ เมื่อมีหน่วยแรงกระทำในแนวแกนคอนกรีตบล็อคจะช่วยโอบรัดไม่ให้ปูนกรอกขยายตัวทางด้านข้างซึ่งจะมีผลทำให้เกิดหน่วยแรงดึงด้านข้างในคอนกรีตบล็อค ส่วนปูนก่อนั้นกำลังยึดเกาะระหว่างบล็อคกับปูนก่อจะช่วยป้องกันไม่ให้ปูนก่อขยายตัวทางด้านข้างด้วย ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ในการเพิ่มหน่วยแรงอัด σ_y ขึ้นไปเรื่อย ๆ จะมีผลทำให้หน่วยแรงดึงด้านข้างในคอนกรีตบล็อคเพิ่มขึ้นจนกระทั่งเกิดการแตกร้าวเนื่องจากแรงดึงด้านข้าง นั่นคือเกิดการประลัยของแท่งวัสดุก่อ

สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงอัดที่กระทำต่อคอนกรีตบล็อคร่วมกัน (combined conpression-tension) สามารถเขียนในรูปของสมการโดยใช้ทฤษฎีการประลัยของไมร์[74] ได้ดังนี้

$$\sigma_{zb} = \sigma_{xb} = f'_{tb}\left[1-\frac{\sigma_{yb}}{f'_{cb}}\right] \tag{2.4}$$

โดยที่ σ_{xb}, σ_{zb} = หน่วยแรงดึงด้านข้างที่เกิดขึ้นในคอนกรีตบล็อคขณะที่มีน้ำหนักบรรทุกบนแท่งวัสดุก่อ

เมื่อพิจารณาแท่งวัสดุก่อขณะความเครียดใด ๆ จะเขียนได้ว่า

น้ำหนักบรรทุก $$P = A_b\sigma_{yb} + A_g K\sigma_{yg} \qquad (2.5)$$

โดยที่ K = ตัวประกอบเนื่องจากรูปทรงของบล็อค (shape factor) เมื่อเปลี่ยนจากรูปทรงจำลองที่ใช้วิเคราะห์ทฤษฎีไปเป็นบล็อคจริง และหาค่าได้จากการทดสอบ

A_b = พื้นที่หน้าตัดสุทธิของบล็อค

A_g = พื้นที่หน้าตัดของปูนกรอก

ถ้าให้พื้นที่หน้าตัดรวมทั้งหมด , $$A = A_b + A_g \qquad (2.6)$$

สามารถเขียนสมการ (2.5) ได้ใหม่เป็น

$$A\sigma_y = A_b\sigma_{yb} + A_g K\sigma_{yg}$$

ถ้า $A_b/A = a$, จะได้ $$\sigma_y = \alpha\sigma_{yb} + (1-\alpha)K\sigma_{yg} \qquad (2.7)$$

สำหรับปูนกรอกมีหน่วยแรงอัดกระทำพร้อมกันในสามทิศทางจึงผลการโอบรัดมาเกี่ยวข้องด้วย[84] คือ

$$\sigma_{yg} = f_{yg} + m\sigma_{xg} \qquad (2.8)$$

เมื่อ f_{yg} = หน่วยแรงอัดในตัวอย่างทดสอบลูกปูนกรอกทรงกระบอกขนาด ø 80 x 160 มม.

m = สัมประสิทธิ์ของการโอบรัด ซึ่งจากการศึกษาของ Richart et al[84] มีค่าเป็น 4.1 สำหรับคอนกรีต และ Bellamy[34] พบว่ามีค่าเป็น 3.0 สำหรับปูนทราย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

σ_{xg} = หน่วยแรงอัดด้านข้างที่กระทำต่อปูนกรอก

หรือจะได้ว่า $$\sigma_{xg} = \frac{1}{m}(\sigma_{yg} - f_{yg}) \qquad (2.9)$$

พิจารณาปูนก่อจะมีแรงยึดเกาะแบบเฉือนกับผิวของคอนกรีตบล็อคซึ่งช่วยป้องกันไม่ให้เกิดการขยายตัวด้านข้างของแนวปูนก่อ ทำให้เสมือนกับมีหน่วยแรงอัดกระทำที่ด้านนอกของแนวปูนก่อและเขียนสมการได้เป็น

$$\sigma_{yb} = \sigma_{yj} = f_{yj} + m\sigma_{xj} \qquad (2.10)$$

$$\sigma_{xj} = \frac{1}{m}(\sigma_{yj} - f_{yj}) \qquad (2.11)$$

หรือ $$\sigma_{xj} = \frac{1}{m}(\sigma_{yb} - f_{yj}) \qquad (2.11a)$$

จากการสมดุลย์ในทางราบ เมื่อไม่คิดถึงหน่วยแรงเฉือนบนรอยต่อระหว่างบล็อคกับปูนก่อทั้งนี้จากการศึกษาของ Hamid et al[59] พบว่าเมื่อเพิ่มหน่วยแรงอัดตั้งฉากกับแนวปูนก่อสูงกว่าร้อยละ 30 ของกำลังอัดในแนวแกนของแท่งวัสดุก่อมีผลให้เปลี่ยนลักษณะของการประลัยจากการไถลจากกันไปเป็นการแตกร้าวเนื่องจากแรงดึงด้านข้าง นั่นคือหน่วยแรงเฉือนที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยและในที่นี้จึงไม่นำมาคิด

$$\sigma_{xg}(d - 2t_s)(h_b + h_j) + \sigma_{xj}(2t_s h_j) = \sigma_{xb}(2t_s h_b) \qquad (2.12)$$

ดังนั้น $$\sigma_{xb} = (1 + \frac{1}{\emptyset})\Psi\sigma_{xg} + \frac{1}{\emptyset}\sigma_{xj} \qquad (2.13)$$

เมื่อให้ $(d - 2t_s)/2t_s = \Psi$, $\emptyset = h_b/h_j$

σ_{xj} = หน่วยแรงอัดด้านข้างกระทำต่อปูนก่อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อพิจารณาแท่งวัสดุก่อขณะกำลังถึงจุดประลัย หน่วยแรงดึงด้านข้างที่เกิดขึ้นจะมีค่าเท่ากับ กำลังดึงของบล็อคในขณะนั้น

$$f'_{tb}\left[1 - \frac{\sigma_{yb}}{f_{cb}}\right] = (1 + \frac{1}{\emptyset})\Psi\sigma_{xg} + \frac{1}{\emptyset}\sigma_{xj} \qquad (2.14)$$

แทนสมการ (2.9) , (2.11) ลงในสมการ (2.14) จะได้

$$f'_{tb}\left[1 - \frac{\sigma_{yb}}{f'_{cb}}\right] = \frac{\Psi}{m}(1+\frac{1}{\phi})(\sigma_{yg} - f_{yg}) + \frac{1}{m\phi}(\sigma_{yb} - f_{yj}) \quad (2.15)$$

และที่กำลังถึงจุดประลัยให้ $f_{yg} = f'_{cg}$ = กำลังอัดประลัยของลูกปูนของปูนกรอก

$f_{yj} = f'_{cj}$ = กำลังอัดประลัยของลูกปูนของปูนก่อ

และให้ $f_{tb}/f_{cb} = \gamma$

ได้ว่า $$\gamma f'_{cb} - \gamma\sigma_{yb} = \frac{\Psi}{m}(1+\frac{1}{\phi})(\sigma_{yg} - f'_{cg}) + \frac{1}{m\phi}(\sigma_{yb} - f_{cj}) \quad (2.16)$$

พิจารณาความเครียดของปูนกรอกและของบล็อคเท่ากันโดยใช้สมมุติฐานข้อที่ 1 และ 4

$$\varepsilon_b = \varepsilon_g, \quad \frac{\sigma_{yb}}{E_b} = \frac{\sigma_{yg}}{E_g} \quad (2.17)$$

$$\sigma_{yg} = \frac{\sigma_{yb}}{\beta} \quad (2.17a)$$

เมื่อให้ $\beta = E_b/E_g$

แทนค่าสมการ (2.17a) ลงในสมการ (2.16) จะได้

$$\sigma_{yb} = \frac{\gamma f_{cb} + \frac{\Psi}{m}(1+\frac{1}{\phi})\, f'_{cg} + \frac{1}{m\phi}f'_{cj}}{\gamma + \frac{\Psi}{m}(1+\frac{1}{\phi}) + \frac{1}{m\phi}} \quad (2.18)$$

พิจารณาเทอม $\Psi = \frac{d-2t_s}{2t_s}$ จากรูปร่างหน้าตัดของบล็อคจำลองดังแสดง

ในรูปที่ 2.3 จะได้ว่า $$\Psi = \frac{\sqrt{1-\alpha}}{1-\sqrt{1-\alpha}} \quad (2.19)$$

แทนค่าสมการ (2.17a), (2.18) ลงในสมการ (2.7)

$$\sigma_y = \left[\alpha + \frac{(1-\alpha)K}{\beta}\right]\sigma_{yb}$$

$$\sigma_y = \left[\frac{\alpha\beta + (1-\alpha)K}{\beta}\right]\left[\frac{m\gamma f'_{cb} + \Psi(1+1/\phi)\, f'_{cg} + f'_{cj}/\phi}{m\gamma + \Psi(1+1/\phi)/\beta + 1/\phi}\right] \quad (2.20)$$

ในที่นี้สำหรับปูนก่อและปูนกรอกซึ่งเป็นปูนทรายใช้ค่า $m = 3.0$ [34]

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แทนค่า m ลงในสมการ (2.20)

ดังนั้นขณะเกิดการประลัย $f'_{mg} = \sigma_{y(\text{ประลัย})}$

$$f'_{mg} = \left[\frac{\alpha\beta + (1-\alpha)K}{\beta}\right]\left[\frac{3\gamma f'_{cb} + \psi(1+1/\phi)f'_{cg} + f'_{cj}/\phi}{3\gamma + \psi(1+1/\phi)/\beta + 1/\phi}\right] \quad (2.21)$$

ส่วนกรณีที่ปูนกรอกเป็นคอนกรีต

$$f_{mg} = \left[\frac{\alpha\beta + (1-\alpha)K}{\beta}\right]\left[\frac{\gamma f'_{cb} + (\psi/m_1)(1+1/\phi)f'_{cg} + f'_{cj}/m_2\phi}{\gamma + \psi/m_1\beta\,(1+1/\phi) + 1/m_2\phi}\right] \quad (2.22)$$

โดยที่ m_1 = สัมประสิทธิ์ของการโอบรัดของปูนกรอก = 4.1

m_2 = สัมประสิทธิ์ของการโอบรัดของปูนก่อ = 3.0

น้ำหนักบรรทุกสูงสุด $P'_{mg} = (A_b + A_g)f'_{mg}$ (2.23)

๒) สมการสำหรับการคาดคะเนหน่วยแรงอัดในช่องวัสดุก่อกรอกปูนของ สุรพงศ์[6] ซึ่งดัดแปลงมาจากสมการของ Drysdale et al[51] ซึ่งรวมผลของกำลังอัดช่องแห่งวัสดุก่อไม่กรอกปูนและกำลังอัดของปูนกรอก จะได้กำลังอัดของช่องแห่งวัสดุก่อกรอกปูนเป็น

$$f'_{mg} = \alpha f'_m + (1-\alpha)f'_{cg} + \alpha(1-\alpha)\left[1 - \frac{f'_{cg}}{f'_m}\right]f'_{cg} \quad (2.24)$$

โดยที่ α = สัดส่วนระหว่างพื้นที่หน้าตัดสุทธิต่อพื้นที่หน้าตัดรวมของบล็อค

f'_m = กำลังอัดสูงสุดของแท่งวัสดุก่อไม่กรอกปูน

f'_{cg} = กำลังอัดของปูนกรอก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

010557

2.3 แท่งวัสดุก่อเสริมเหล็ก

2.3.1 แท่งวัสดุก่อเสริมเฉพาะเหล็กยืน คาดคะเนน้ำหนักบรรทุกสูงสุดได้จากสมการ

$$P = A_s f_s + A_m f_{mg} \quad (2.25)$$

โดยที่ P = น้ำหนักบรรทุกของแท่งวัสดุก่อเสริมเหล็ก

A_s = พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริม

$A_m = A_b + A_g$ = พื้นที่หน้าตัดของบล็อครวมกับพื้นที่หน้าตัดของปูนกรอก

f_s = หน่วยแรงอัดสูงสุดในเหล็กเสริมยืน ซึ่งสำหรับวัสดุก่อจะไม่เท่ากับ กำลังคลากของเหล็ก จำต้องอาศัยผลการทดลองเพื่อหาค่าที่เกิดขึ้นดังจะกล่าวต่อไป ในบทที่ 4

f_{mg} = หน่วยแรงอัดในแท่งวัสดุก่อกรอกปูน

หรือ $$P = kA_s f_y + A_m f_{mg} \quad (2.25a)$$

เมื่อให้ k = สัดส่วนระหว่างหน่วยแรงอัดในเหล็กเสริมและกำลังคลากของเหล็กเสริม

f_y = กำลังคลากของเหล็กเสริม

2.3.2 แท่งวัสดุก่อเสริมเหล็กยืนและเหล็กปลอก

ในกรณีของแท่งวัสดุก่อเสริมเหล็กยืนและเหล็กปลอก ผลจากการโอบรัดของเหล็กปลอกจะช่วยให้แท่งวัสดุก่อมีกำลังอัดเพิ่มขึ้น และสามารถเขียนความสัมพันธ์อยู่ในรูปสมการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$P' = P + \Delta P \quad (2.26)$$

เมื่อ P' = กำลังแท่งวัสดุก่อเสริมเหล็กรวมผลของการโอบรัดของเหล็กปลอก

P = กำลังของแท่งวัสดุก่อเสริมเหล็กซึ่งไม่มีเหล็กปลอก

ΔP = กำลังอัดที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากผลของการโอบรัด

สำหรับกำลังส่วนที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากผลของการโอบรัดสามารถหาได้จากสมการ[84]

$$\Delta P = 6A_c A_{st} f_{st} / d_c S \quad (2.27)$$

ในเมื่อ A_c = พื้นที่หน้าตัดของแกนของแท่งวัสดุก่อซึ่งล้อมรอบด้วยเหล็กปลอก

A_{st} = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กปลอก

f_{st} = หน่วยแรงดึงในเหล็กปลอก

d_c = ความกว้างของแกนแท่งวัสดุก่อส่วนที่ล้อมรอบด้วยเหล็กปลอก

S = ระยะห่างระหว่างปลอก

ซึ่งในที่นี้ใช้ค่าสัมประสิทธิ์ของการโอบรัด = 3.0 [34]

2.3.3 การตรวจสอบว่าจะเกิดการโก่งเดาะด้านข้างของเหล็กเสริมยืนหรือไม่ ทำได้คือ ขั้นแรกเปลี่ยนพื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมให้เป็นปูนกรอก โดยอาศัยอัตราส่วนของโมดูลัส ของความยืดหยุ่น

$$A'_g = nA_s \qquad (2.28)$$

เมื่อ $n = E_s/E_g$

แล้วใช้สมการของ Euler , $P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{(kl)^2}$ (2.29)

โดย kl = ความยาวประสิทธิผล

แทนค่า E ด้วย E_g และแทน I ด้วยโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดของปูนกรอกเดิม และพื้นที่หน้าตัดที่แปลงมาจากเหล็กเสริมยืน และถ้าพบว่า

$$\sigma_{cr} > \sigma_{yg}$$

แสดงว่าไม่มีการโก่งเดาะเกิดขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย