การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายกำหนดเวลา

นางสาวประภาศิริ สุนทรศิริเวช

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555

GRAPHICAL ESTIMATION WITH PARTIAL DATA FROM TIME-CENSORED DATA

Miss Prapasiri Soontonsiriwech

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายกำหนดเวลา
โดย	นางสาวประภาศิริ สุนทรศิริเวช
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

………………………………………….. คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี

(รองศาสตราจารย์ ดร.พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

…………………………………………… ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

…………………………………………... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี)

…………………………………………… กรรมการ

(อาจารย์ ดร.อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช)

…………………………………………… กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง)

ประภาศิริ สุนทรศิริเวช : การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนที่ถูกตัดปลายกำหนดเวลา (GRAPHICAL ESTIMATION WITH PARTIAL DATA FROM TIME-CENSORED DATA) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ.ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี, 305 หน้า.

การคาดการณ์เป็นสิ่งสำคัญในการตัดสินใจสำหรับการประยุกต์ใช้ในด้านต่างๆ เช่นทางธุรกิจ ทางการแพทย์ หรือทางประกันภัย เมื่อต้องเผชิญกับข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์การคาดเดาอาจจะทำได้ยาก ข้อมูลตัดปลายด้วยเวลา(Time-censored data) เป็นข้อมูลไม่สมบูรณ์ที่พบได้ทั่วไป โดยเป็นข้อมูลที่จะตัดปลายทางขวาด้วยเวลาคงที่ที่ถูกกำหนดไว้ล่วงหน้า ในการศึกษานี้ผู้วิจัยต้องการศึกษาเปรียบเทียบการประมาณค่าควอนไทล์ของการแจกแจงปกติ (Normal Distribution; NOR) การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution; LOG) การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution; SEV) และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value Distribution; LEV) ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method; MLE Method) วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method) และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน(Graphical Estimation with Partial Data Method; GEPD Method) ซึ่งประกอบไปด้วย วิธี K-Cluster Mean, วิธี Trimmed q% และวิธี Trimmed q% & K-Cluster Meanโดย K = 4, 6, 8 และ q = 5, 10 ตามลำดับ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ขนาดตัวอย่าง (Sample Size; n) เท่ากับ 20, 40, 80 และ 120 ด้วยสัดส่วนของข้อมูลที่ถูกตัดปลาย(Censoring Proportion; p) เป็น 0.1, 0.2 และ 0.3 ได้ถูกศึกษาในครั้งนี้ การศึกษาแบบจำลองได้ทำขึ้นจากโปรแกรม R โดยทำซ้ำจำนวน 5,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

จากการศึกษาพบว่า i) วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด, ค่าสูงสุดขีดและ โลจิสติค ที่ขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก (n=20), ii) วิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ ที่ขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก (n=20), และ iii) โดยทั่วไปวิธี GE จะมีประสิทธิภาพมากสุดสำหรับข้อมูลในทุกการแจกแจงที่ศึกษาที่ขนาดตัวอย่างที่ใหญ่ขึ้น (n≥ 40) เมื่อพิจารณาประกอบความเรียบง่ายของการประมาณ วิธี GE น่าจะเป็นวิธีการที่น่าใช้งานมากที่สุดเนื่องจากทุกวิธีการแทบมีประสิทธิภาพที่ไม่แตกต่างกัน

ภาควิชา สถิติ . ลายมือชื่อนิสิต
สาขาวิชา สถิติ . ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
ปีการศึกษา 2555 .

5381827726 : MAJOR STATISTICS

KEYWORDS : Location-Scale Distribution / Maximum Likelihood / Graphical Estimator / Time-Censored Data

PRAPASIRI SOONTONSIRIWECH: GRAPHICAL ESTIMATION WITH PARTIAL DATA FROM TIME-CENSORED DATA. ADVISOR: ANUPAP SOMBOONSAVATDEE, Ph.D. 305 pp.

Prediction is an important part in decision making in many applications such as in business, medicine, or insurance. When dealing with incomplete, the prediction can be difficult to make. Time-censored data is a common type of incomplete data with the data is right-censored with the predetermined fixed time. The purpose of this study is to compare the quantile estimation of Normal (NOR), Logistic (LOG), Smallest Extreme Value (SEV) and Largest Extreme Value (LEV) distributions from time-censored data by the following three methods: maximum likelihood estimation (MLE) method, Graphical Estimation (GE) Method and Graphical Estimation with Partial Data (GEPD) Method which includes K-Cluster Mean, Trimmed q% and Trimmed q% & K-Cluster Mean methods with K = 4,6,8 and q = 5,10. Different scenarios of sample sizes n = 20, 40, 80 and 120 and the censoring proportion p = 0.1, 0.2 and 0.3 are studied. Simulations are done by R program with the simulation size of 5,000.

From the study, the findings are: i) GEPD with Trimmed 10% is the most efficient for SEV, LEV and LOG at small sample size (n=20), ii) GEPD with Trimmed 10%& 6-Cluster Mean is the most efficient for NOR at small sample size (n=20), and iii) in general, GE is the most efficient for all distribution for larger sample size ($n \geq 40$). With simplicity of estimation under consideration, GE may be most preferred due to the fact that all methods are almost efficiently indifferent.

Department : Statistics	Student's Signature ....
Field of Study : Statistics	Advisor's Signature ....
Academic Year : 2012	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ด้วยความช่วยเหลือและเอาใจใส่อย่างดีของ อาจารย์ ดร.อนุภาพ สมบูรณ์สวัสดี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา อบรมสั่งสอน และให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ตลอดจนความช่วยเหลือ คำแนะนำเพื่อปรับปรุงแก้ไข จนกระทั่งวิทยานิพนธ์เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร ประธานกรรมการ อาจารย์ ดร.อรุณี กำลัง และอาจารย์ ดร.อัครินทร์ ไพบูลย์พานิช ผู้เป็นกรรมการ ที่สละเวลามาสอบวิทยานิพนธ์ครั้งนี้ ให้แก่ผู้วิจัย นอกจากท่านจะช่วยตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นแล้ว ท่านยังเป็นผู้ให้ความรู้ คำสั่งสอน แก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด

ท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอน้อมรำลึกถึงพระคุณครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ให้ความรู้แก่ผู้วิจัย และกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ตลอดจนทุกคนในครอบครัวซึ่งสนับสนุนและให้กำลังใจเสมอมา จนสำเร็จการศึกษา และขอขอบคุณ อาจารย์ ดร.พงษ์เดช มนทกานติรัตน์ สำหรับกำลังใจและแรงบันดาลใจสำคัญในการศึกษาต่อปริญญาโทของผู้วิจัย รวมถึงเพื่อนๆ ทุกคนที่ภาควิชาสถิติและภาคคณิตศาสตร์ สำหรับมิตรภาพ ความช่วยเหลือ ความมีน้ำใจ และกำลังใจตลอดการศึกษา

สารบัญ

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่ หน้า

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ(ต่อ)

ภาพที่ หน้า

สารบัญภาพ(ต่อ)

รูปที่ หน้า

สารบัญภาพ(ต่อ)

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter Estimation) เป็นขั้นตอนหนึ่งที่สำคัญในทางสถิติเพื่อประมาณค่าสิ่งที่สนใจ หรือคาดการณ์ข้อมูลล่วงหน้าจากข้อมูลบางส่วนเพื่อใช้ศึกษาและการตัดสินใจในเรื่องที่เกี่ยวข้อง

ในการหาค่าพารามิเตอร์หรือค่าที่เป็นตัวแทนประชากรนั้น เราจำเป็นต้องคำนวณจากหน่วยตัวอย่างทั้งหมด แต่ในทางปฏิบัติแล้ว ข้อมูลบางประเภท ไม่สามารถเก็บตัวอย่างได้สมบูรณ์ด้วยข้อจำกัดในเรื่องของเวลาในการทดลองหรือค่าใช้จ่ายที่สูง ถ้าต้องรอให้หน่วยตัวอย่างกิดผลการทดลองจนครบทุกหน่วยทดลอง โดยข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์จะหมายถึงข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา(Right-Censored Data) ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้ ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 คือ การกำหนดเวลาคงที่ที่จะศึกษาไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time) และข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 คือ การกำหนดจำนวนเหตุการณ์ล้มเหลวที่สนใจไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure)

โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นวิธีที่ถูกใช้ประมาณพารามิเตอร์กันอย่างแพร่หลายแต่ในทางปฏิบัติ การวิเคราะห์ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดนั้นทำได้ค่อนข้างยากและใช้เวลานาน เพราะไม่มีรูปแบบสมการที่แน่นอน โดย **ศศิประภา โมรากุล (2553)** ได้ศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง ระหว่างวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบใช้กราฟที่มีความสะดวกและง่ายต่อการคำนวณมากกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและ **ขวัญรัตน์ ตั้งพิษฐานสกุล (2554)** ได้ศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 2 คือ กำหนดเกณฑ์ตัดปลายทางขวาจากจำนวนเหตุการณ์ที่ล้มเหลวที่สนใจไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure) ซึ่งได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณพารามิเตอร์จากค่าความคาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(Mean Squar Error; MSE) ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมในกรณีข้อมูลที่ศึกษาสามารถกำหนดจำนวนหน่วยตัวอย่างไว้ล่วงหน้าหรือสามารถหาหน่วยตัวอย่างตามกำหนดได้ง่าย โดยเพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและนำไปใช้งานได้หลากหลายและง่ายขึ้น ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณพารามิเตอร์ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่

1 คือ การกำหนดเวลาคงที่ที่จะศึกษาไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time) ซึ่งจะเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณจากประสิทธิภาพในการใช้ประมาณค่าควอนไทล์(Quantile) ที่หางทางซ้ายและทางขวา คือควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, และ 0.99 ระหว่างวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum Likelihood Estimation Method; MLE Method), การประมาณแบบกราฟ(Graphical Estimation Method; GE Method), และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (Graphical Estimation with Partial Data Method; GEPD Method)

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1. เพื่อศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ตำแหน่ง (location parameter; μ) และพารามิเตอร์สเกล (scale parameter; σ) จากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 คือ กำหนดเวลาคงที่ที่จะศึกษาไว้ล่วงหน้า (Fixed Censoring Time) ด้วยวิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method), วิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (Graphical Estimation with Partial Data Method; GEPD Method) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum Likelihood Estimation Method; MLE Method) ของการแจกการแจกแจงปกติ (Normal Distribution), การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution), การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution) และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value Distribution)

1.2.2 เปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณพารามิเตอร์จากวิธีต่างๆ ในหัวข้อ 1.2.1 ในการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, และ 0.99 กับวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method)

1.3 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1.3.1 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา (Right-Censored Data) คือข้อมูลหลังจากที่มีการตัดข้อมูลบางส่วนที่อยู่ปลายทางขวาออก เนื่องจากมีข้อจำกัดในการเก็บข้อมูล โดยมีเกณฑ์ในการตัดข้อมูลจาก การกำหนดเวลาที่จะศึกษาล่วงหน้า (Fixed Censoring Time) หรือ การกำหนดจำนวนเหตุการณ์ล้มเหลวที่สนใจล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure)

1.3.2 ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Fixed Censoring Time) คือข้อมูลหลังจากที่มีการตัดข้อมูลบางส่วนที่อยู่ปลายทางขวาออก โดยใช้เกณฑ์ในการตัดข้อมูลจากการกำหนดเวลาที่

จะศึกษาล่วงหน้า โดยผู้ศึกษาจะทำการทดลองไปเรื่อยๆ และหยุดเมื่อถึงเวลาที่กำหนดโดยข้อมูลที่เกิดเหตุการณ์ที่สนใจหลังเวลาที่กำหนดหรือหายไประหว่างการทดลองจะถูกตัดทิ้ง

1.3.3 ความเอนเอียง (Bias) คือค่าที่ใช้วัดระยะห่างระหว่างค่าเฉลี่ยของค่าประมาณกับค่าพารามิเตอร์เพื่อบอกถึงความแตกต่างว่ามากน้อยเพียงใด และใช้เปรียบเทียบตัวประมาณว่าให้ค่าสูงหรือต่ำกว่าพารามิเตอร์ โดยคำนวณได้จาก $Bias(\theta) = E\left(\hat{\theta}\right) - \theta$ เมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นค่าประมาณของ พารามิเตอร์ θ

1.3.4 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าประมาณกับค่าพารามิเตอร์ โดยคำนวณได้จาก $MSE(\theta) = E[\hat{\theta} - \theta]^2$ ซึ่งมีค่าประมาณคือ $\widehat{MSE}(\theta) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{\theta} - \theta\right)^2}{N}$ เมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ

1.3.5 ความแปรปรวน (Variance) คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของค่าประมาณกับค่าความคาดหวังของค่าประมาณ โดยคำนวณได้จาก $Var(\theta) = E[\hat{\theta} - E(\hat{\theta})]^2$ โดยค่าประมาณคือ $\widehat{Var}(\theta) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{\theta} - \bar{\hat{\theta}}\right)^2}{N-1}$ เมื่อ $\hat{\theta}$ เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ และ $\bar{\hat{\theta}}$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวประมาณพารามิเตอร์ θ

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1 จะศึกษาจากข้อมูลที่มีการแจกแจงเป็นแบบ location-scale โดยที่ μ เป็นพารามิเตอร์ตำแหน่ง (location parameter) และ σ เป็นพารามิเตอร์สเกล (scale parameter) ทั้งหมด 4 การแจกแจง โดยมี μ = 0 และ σ = 1 ดังนี้

(1) การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

(2) การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution)

(3) การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution)

(4) การแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value Distribution)

1.4.2 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Fixed Censoring Time) โดยจะกำหนดสัดส่วนของการตัดปลายทางขวาโดยเฉลี่ย (Censoring Proportion; p) เป็น 0.1, 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ

1.4.3 t_p คือค่าเปอร์เซ็นไทล์ ที่ (1-p)100 ที่ใช้เป็นเกณฑ์การตัดข้อมูลที่มีค่ามากกว่า t_p ทิ้งเพื่อสร้างข้อมูลตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 โดยสัดส่วนการตัดปลายทางขวาโดยเฉลี่ยเท่ากับ p

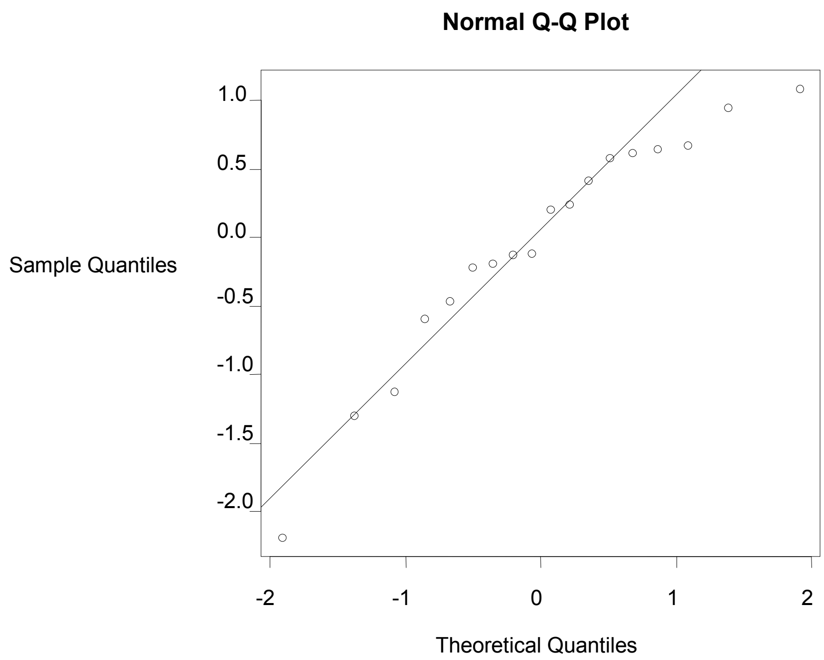
1.4.4 ขนาดตัวอย่างที่สนใจศึกษามี 4 ระดับ คือจำนวนข้อมูลเท่ากับ 20, 40, 80 และ 120

14.5 วิธีที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์มี 3 วิธี ดังนี้

(1) การประมาณโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method)

(2) การประมาณโดยใช้กราฟ (GE Method) คือ การใช้ข้อมูลทุกจุดหลังจาก ตัดข้อมูลทางขวา เช่น n = 20 โดยที่ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ และ p = 0.1 โดยแสดงได้ดังภาพที่ 1.1

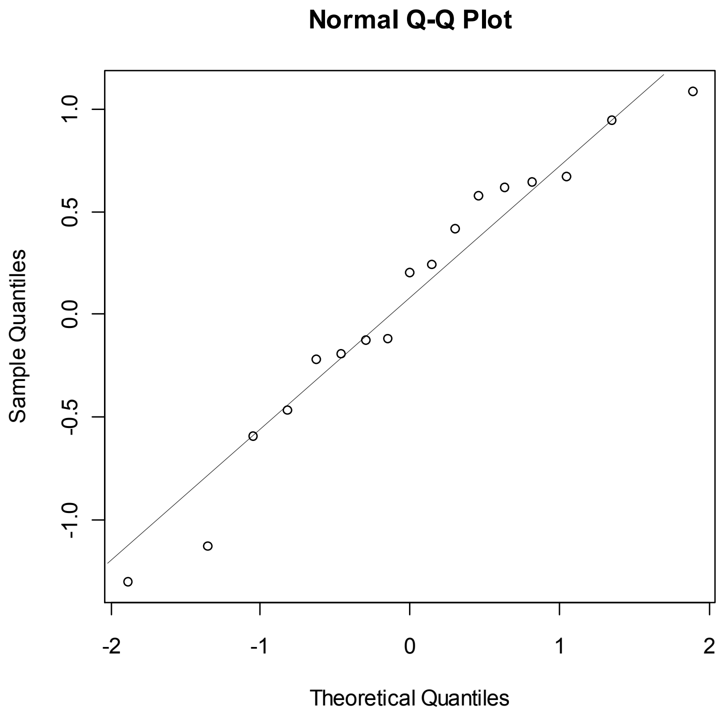
ภาพที่ 1.1 แสดงการประมาณพารามิเตอร์โดยใช้กราฟแบบ All points



14.5.3 วิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (Graphical Estimation with Partial Data Method; GEPD Method) จะใช้วิธีการแบ่งกลุ่มด้วยวิธี Trimmed q100%, วิธี K-Cluster Mean และวิธี Trimmed q100% & K-Cluster Mean ดังนี้

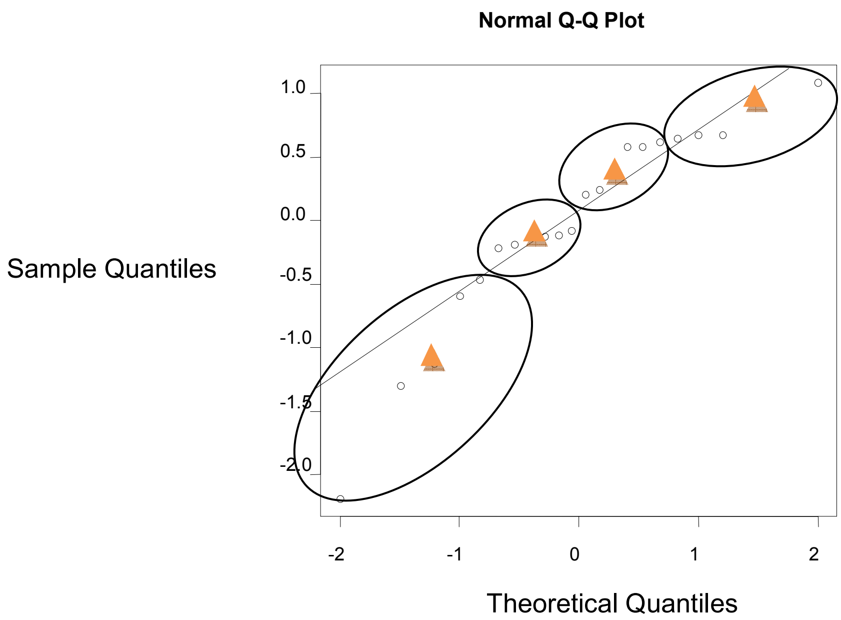
(1) วิธี Trimmed q100% สามารถทำได้โดยการตัดข้อมูลที่มีค่ามากที่สุดและน้อยที่สุดออกในจำนวนที่เท่า ๆ กัน กำหนดให้ q = 0.05 และ 0.1 ตามลำดับ เช่น ตัวอย่าง q = 0.1 โดยแสดงได้ดังภาพที่ 1.2

ภาพที่ 1.2 แสดงการประมาณพารามิเตอร์โดยใช้กราฟด้วยวิธี Trimmed 10%



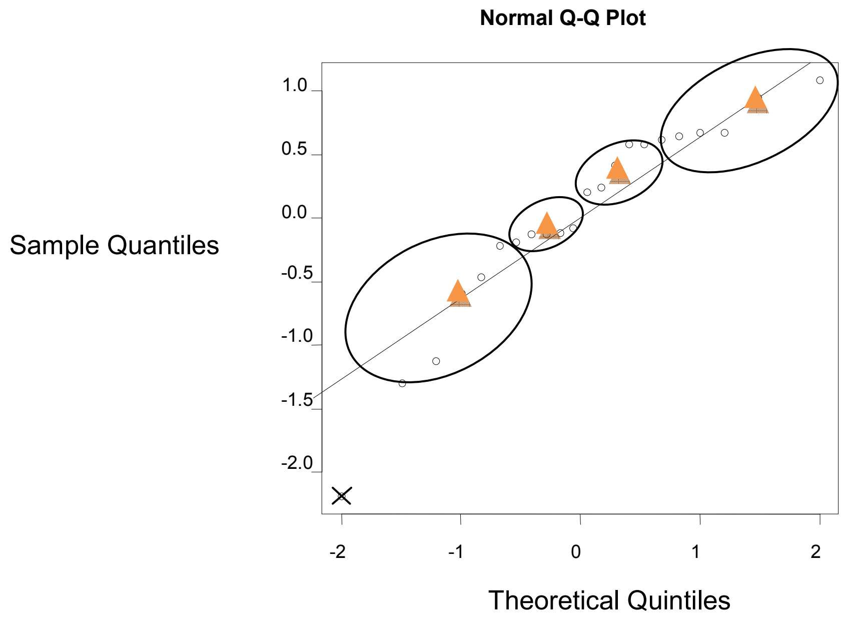
(2) วิธี K-Cluster Mean โดยกำหนดให้ K = 4, 6 และ 8 ตามลำดับ สามารถทำได้โดยการแบ่งข้อมูลออกเป็นกลุ่ม ๆ ทั้งหมด K กลุ่ม เพื่อหาตัวแทนจากค่าเฉลี่ยในแต่ละกลุ่ม เช่น ตัวอย่าง K = 4 โดยแสดงได้ดังภาพที่ 1.3

ภาพที่ 1.3 แสดงการประมาณพารามิเตอร์โดยใช้กราฟด้วยวิธี K-Cluster Mean เมื่อ K=4



(3) วิธี Trimmed q100%& K-Cluster Mean สามารถทำได้โดยการตัดข้อมูลที่มีค่ามาก ที่สุดและน้อยที่สุดออกในจำนวนเท่า ๆ กัน จากวิธีที่ (1) Trimmed q100% และทำกาแบ่งกลุ่ม ทั้งหมด K กลุ่ม โดยกำหนด K = 4, 6 และ 8 ตามลำดับ จากวิธีที่ (2) K-Cluster Mean เพื่อหาตัวแทนจากค่าเฉลี่ยในแต่ละกลุ่ม เช่น ตัวอย่าง q = 0.1 และ K = 4 โดย แสดงได้ดังภาพที่ 1.4

ภาพที่ 1.4 แสดงการประมาณพารามิเตอร์โดยใช้กราฟด้วยวิธี Trimmed 10%และK-Cluster Mean เมื่อ K = 4



14.6 ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการจำลองข้อมูลและประมวลผลโดยใช้โปรแกรม R เวอร์ชัน 2.9.2 (R Development Core Team, 2009) โดยจะทำซ้ำเหตุการณ์ละ 5000 รอบ

1.5 วิธีดำเนินการวิจัย

1.5.1 ศึกษาวิธีการประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบlocation-scaleและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณค่า

(1) ศึกษาวิธีการประมาณพารามิเตอร์ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา

(2) จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจง, ขนาดตัวอย่างและสัดส่วนการตัดปลายกำหนดเวลา ตามที่กำหนด

1.5.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE), วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (GEPD) ซึ่งวิธีนี้ประกอบไปด้วยวิธี K-Cluster Mean, Trimmed q% และ Trimmed q% & K-Cluster Mean โดย K = 4,6,8 และ q = 5,10

1.5.3 ทำซ้ำข้อ 1.5.1 – 1.5.2 จำนวน 5,000 รอบ

1.5.4 ประมาณค่าควอนไทล์ของ X ($\Phi^{-1}(p)$) ที่ p = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, และ 0.99 ตามลำดับ จากพารามิเตอร์ μ และ σ ที่ประมาณได้

1.5.5 คำนวณค่าความเอนเอียง ค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

1.5.6 สรุปผลการศึกษา

1.6 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย

ผู้ศึกษาจะนำเสนอผลประสิทธิภาพการประมาณในแต่ละวิธีด้วย ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่ได้จากการนำตัวประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ ไปใช้ประมาณค่าควอนไทล์ของ X ที่ p = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, และ 0.99 ตามลำดับ โดยจะนำเสนอในรูปแบบ ตาราง และกราฟ

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.7.1 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด, ตัวประมาณแบบกราฟและตัวประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่1 กำหนดขอบเขตจากเวลาที่จะศึกษา (Fixed Censoring Time)

1.7.2 เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้การประมาณพารามิเตอร์ที่เหมาะสมและง่ายขึ้น สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 กำหนดขอบเขตจากเวลาที่จะศึกษา สำหรับการแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิสติค การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด

1.7.3 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาและเป็นประโยชน์ในเรื่องที่เกี่ยวข้องต่อไป

บทที่ 2
ทฤษฎีและตัวสถิติที่เกี่ยวข้อง

ผู้ศึกษาจะกล่าวถึงทฤษฎีบทพื้นฐานของข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์ และวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ต่อไปนี้ 1.วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด 2.วิธีการประมาณแบบกราฟ และ3.วิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน ภายใต้การแจกแจง location-scale ที่สนใจคือ การแจกแจงปกติ การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงค่าสูงสุดขีด และการแจกแจงโลจิสติค

2.1 ทฤษฎีพื้นฐาน

ข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์ คือ ข้อมูลที่มีการตัดข้อมูลบางส่วนออกไป ทำให้ไม่ทราบค่าจริงของข้อมูลดังกล่าวหรือข้อมูลประชากร โดยแบ่งประเภทของการถูกตัด (Type of Censoring) ได้ดังนี้

2.1.1 การถูกตัดปลายแบบที่ 1 (Type I Censoring)

การตัดปลายแบบที่1 จะใช้การกำหนดเวลาศึกษาล่วงหน้า (Fixed Censoring Time : T_p) โดยข้อมูลที่เกิดผลลัทธ์หลังช่วงเวลาที่กำหนด (T_p)จะถูกตัดทิ้ง โดยการกำหนดขอบเขตการศึกษาแบบนี้อาจด้วยข้อจำกัดในเรื่องของเวลาในการทดลองหรือค่าใช้จ่ายที่สูงตัวอย่างเช่น การทดลองให้การรักษากับคนไข้ซึ่งกำหนดระยะเวลาไว้ 1 ปี ถ้าคนไข้หายหรือเสียชีวิตจากโรคนี้ภายใน 1 ปี จะถือว่าเป็นข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้งแต่ถ้าครบ 1 ปีแล้วคนไข้ไม่หายหรือเสียชีวิตหลังจากนั้น จะถือว่าเป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง โดยจะบันทึกเวลาค่าสังเกตไว้เพียง 1 ปีเท่านั้น

ให้ T_p เป็นเวลาที่กำหนดไว้ล่วงหน้า และ $T_1, T_2, ..., T_n$ เป็นข้อมูลที่ยังไม่ถูกตัดปลายโดยกำหนดให้มีแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน (Independent and identically distributed : iid) และ กำหนดให้ $X_1, X_2, ..., X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต และ i = 1, 2, 3, …, n โดยที่

$$X_i = \begin{cases} T_i & ; \ T_i \le T_p \\ T_p & ; \ T_i > T_p \end{cases}$$

จะได้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ดังนี้

$$L(x_i) = \begin{cases} f(x_i) & \text{; if data is not censored} \\ P(T_i > T_p) = S(T_p) & \text{; if data is censsored} \end{cases}$$

และ ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นรวม ดังนี้

$$L = \prod_{i \in u} f(x_i) \cdot S(T_p)^{\sum_{i=1}^{n} 1\{x_i > T_p\}}$$

$i \in u$ ซึ่ง u คือเซตของข้อมูลที่ถูกตัดปลาย โดยที่

$$\sum_{i=1}^{n} 1\{x_i > T_p\} = \begin{cases} 1 & ; \ x_i > T_p \\ 0 & ; \ x_i \le T_p \end{cases}$$

เป็น Indicator function

2.1.2 การถูกตัดแบบที่ 2 (Type II Censoring)

ในกรณีที่หน่วยตัวอย่างหาง่ายมีจำนวนมากและไม่สามารถกำหนดเวลาล่วงหน้าหรือขอบเขตของการตัดข้อมูลที่เหมาะสมได้ ดังนั้นการกำหนดจากจำนวนข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้ง หรือจากจำนวนค่าข้อมูลของเหตุการณ์ล้มเหลวที่กำหนดไว้ล่วงหน้า (Fixed Number of Uncensored Failure; m) จะเหมาะสมมากกว่าโดยผู้ทดลองจะหยุดการทดลองเมื่อได้จำนวนค่าสังเกตตามที่กำหนดไว้ โดยไม่จำเป็นต้องทำการทดลองจนครบตามขนาดตัวอย่างทั้งหมด เช่น การทดสอบอายุการใช้งานของเครื่องใช้ไฟฟ้าชนิดหนึ่ง โดยจะกำหนดจำนวนเครื่องใช้ไฟฟ้าที่เสื่อมสภาพไว้ล่วงหน้า เริ่มทดสอบการทำงานของเครื่องใช้ไฟฟ้าทั้งหมดแล้วเริ่มบันทึกเวลาและนับจำนวนเหตุการณ์ล้มเหลวหรือที่เสื่อมสภาพ โดยจะหยุดทำการทดสอบเมื่อได้จำนวนเครื่องใช้ไฟฟ้าที่เสื่อมสภาพครบตามที่กำหนด

กำหนดให้ n คือจำนวนข้อมูลทั้งหมด และ m คือจำนวนข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้ง โดยที่ $m \le n$ และให้

$$T_{(1)} \le T_{(2)} \le \ldots \le T_{(m)} \quad \text{เป็นข้อมูลที่ไม่ถูกตัดทิ้ง}$$

$$T_{(m+1)} \le T_{(m+2)} \le \ldots \le T_{(n)} \quad \text{เป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง}$$

ซึ่ง $T_{(i)} \ge T_{(m)}$ เมื่อ $i = m+1, m+2, \ldots, n$ เป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งและไม่ทราบค่าที่แท้จริงของค่าสังเกต กำหนดให้ X_i เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกต ดังนี้

$$X_i = \begin{cases} T_{(i)} & \text{เมื่อ } \ i \le m \\ T_{(m)} & \text{เมื่อ } \ i = m+1, m+2, \ldots, n \end{cases}.$$

และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นรวมได้ ดังนี้

$$L = \prod_{i=1}^{m} f(x_i) \cdot S(T_{(m)})^{n-m}$$

โดยมี ฟังก์ชันการอยู่รอด (Survival Function) ดังนี้

กำหนดให้ T เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง มีฟังก์ชันความหนาแน่นของ T (Probability density function), ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของ T (Distribution Function) และฟังก์ชันการอยู่รอดของ T (Survival Function) แทนด้วย $f(t), F(t)$, $S(t)$ ตามลำดับ โดยฟังก์ชัน $S(t)$ คือ ความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่ม T จะมีค่ามากกว่าค่าสังเกต t

$$
\begin{aligned}
S(t) &= P(T > t) \\
&= 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(u)du
\end{aligned}
$$

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัย

การแจกแจงที่สนใจศึกษาคือการแจกแจงแบบ Location-scaleโดยจะศึกษาจากข้อมูลที่มีการแจกแจงลักษณะต่างๆ ดังนี้ สมมาตร (การแจกแจงปกติ, การแจกแจงโลจิสติค) เบ้ซ้าย (การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด) และเบ้ขวา (การแจกแจงค่าสูงสุดขีด) ซึ่งมีการแจกแจงที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

2.2.1 Location-scale and log-location-scale Distributions

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงอยู่ในตระกูล Location-scale โดยมีพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) $-\infty < \mu < \infty$ และ พารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma > 0$ จะได้ว่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมจะอยู่ในรูป

$$
P(X \le x) = F(x; \mu, \sigma) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)
$$

โดยที่ Φ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ $\mu=1, \sigma=1$ และ Φ เป็นฟังก์ชันที่ทราบค่าของพารามิเตอร์ และให้ T เป็นตัวแปรสุ่ม ที่มีการแจกแจงอยู่ในตระกูล Log-location-scale ถ้า $X = \log(T)$ เป็นตัวแปรสุ่ม ที่มีการแจกแจงอยู่ในตระกูล location-scale

2.2.2 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติซึ่งมีพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) $-\infty < \mu < \infty$ และ พารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma > 0$ หรือเขียนแทนได้โดย $X \sim NOR(\mu, \sigma)$ จะได้ว่าการแจกแจงปกติเป็นการแจกแจง location-scale ที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูป

$$P\left(X \le x\right) = F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi_{nor}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ $\Phi_{nor}(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left[\frac{-x^2}{2}\right] dx$ และฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูป

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \qquad , -\infty < x < \infty.$$

และมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนดังนี้

$$E(X) = \mu \quad \text{และ} \quad Var(X) = \sigma^2$$

2.2.3 การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงโลจิสติคซึ่งมีพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) $-\infty < \mu < \infty$ และ พารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma > 0$ หรือเขียนแทนได้โดย $X \sim LOGIS\ (\mu,\sigma)$ จะได้ว่าการแจกแจงโลจิสติคเป็นการแจกแจง location-scale ที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูป

$$P\left(X \le x\right) = F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi_{\log is}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ $\Phi_{\log is}\left(Z\right) = \frac{\exp[z]}{[1+\exp(z)]^2}$ และฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูป

$$f\left(x;\mu,\sigma\right) = \frac{1}{\sigma} \frac{\exp\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]}{\left[1+\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^2} \qquad , -\infty < x < \infty$$

และมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนดังนี้

$$E(X) = \mu \quad \text{และ} \quad Var(X) = \sigma^2\pi^2/3$$

2.2.4 การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (Smallest Extreme Value Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด ซึ่งมีพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) $-\infty < \mu < \infty$ และ พารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma > 0$ หรือเขียนแทนได้โดย $X \sim SEV(\mu,\sigma)$ จะได้ว่าการแจกแจงค่าต่ำสุดขีด เป็นการแจกแจง location-scale ที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูป

$$P(X \le x) = F(x;\mu,\sigma) = \Phi_{sev}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ $\Phi_{sev}(Z) = 1-\exp\left[-\exp(Z)\right]$ และ ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูป

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[\frac{x-\mu}{\sigma} - \exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \qquad ,-\infty < x < \infty$$

และมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน ดังนี้

$$E(X) = \mu - \sigma\gamma \quad \text{และ} \quad Var(X) = \sigma^2\pi^2/6$$

และ $\gamma \approx 0.5772$ คือค่าคงที่ของออยเลอร์ (Euler's constant)

2.2.5 การแจกแจงค่าสูงสุดขีด (Largest Extreme Value Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงค่าสูงสุดขีด ซึ่งมีพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) $-\infty < \mu < \infty$ และ พารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma > 0$ หรือเขียนแทนได้โดย $X \sim LEV(\mu,\sigma)$ จะได้ว่าการแจกแจงค่าสูงสุดขีด เป็นการแจกแจง location-scale ที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูป

$$P(X \le x) = F(x;\mu,\sigma) = \Phi_{lev}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ $\Phi_{lev}(Z) = \exp\left[-\exp(-Z)\right]$ และ ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูป

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}\right] \quad ,-\infty < x < \infty$$

และมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน ดังนี้

$$E(X) = \mu + \sigma\gamma \quad \text{และ} \quad Var(X) = \sigma^2\pi^2/6$$

และ $\gamma \approx 0.5772$ คือค่าคงที่ของออยเลอร์ (Euler's constant)

2.5.6 การแจกแจงเวยบูลล์ (Weibull Distribution)

ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเวยบูลล์ซึ่งมีพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (Location parameter) $\beta > 0$ และ พารามิเตอร์แสดงขนาด $\eta > 0$

โดยที่

$$Y = \log X \sim SEV(\mu, \sigma) \text{ ซึ่ง } \sigma = \frac{1}{\beta}, \ \mu = \log(\eta)$$

และเขียนแทนได้โดย $X \sim WEIB(\mu, \sigma)$ จะได้ว่าการแจกแจงเวยบูลล์เป็นการแจกแจง Location-scale ที่มีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function; CDF) อยู่ในรูป

$$\Pr(X \leq x) = F(x; \mu, \sigma) = \Phi_{sev}\left(\frac{\log(x) - \mu}{\sigma}\right)$$

โดยที่ $\Phi_{sev}(Z) = 1 - \exp[-\exp(Z)]$ และฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability Density Function; PDF) อยู่ในรูป

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[\frac{\log(x) - \mu}{\sigma} - \exp\left(\frac{\log(x) - \mu}{\sigma}\right)\right] \qquad , 0 < x < \infty$$

$$= \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\beta}\right]$$

และมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนดังนี้

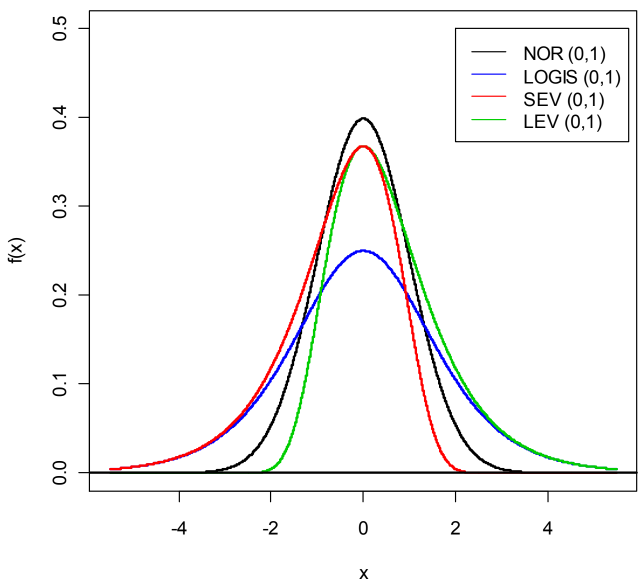
$$E(X) = \mu \quad \text{และ} \quad Var(X) = \sigma^2\pi^2/3$$

หมายเหตุ

(1) ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง SEV และ WEIB จะมีความสัมพันธ์กันดังนี้ ถ้า $X \sim WEIB(\mu, \sigma)$ แล้ว $\log(X) \sim SEV(\mu, \sigma)$

(2) ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง LEV และ SEV จะมีความสัมพันธ์กันดังนี้ ถ้า $X \sim LEV(\mu, \sigma)$ แล้ว $-X \sim SEV(-\mu, \sigma)$

ภาพที่ 2.1 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของการแจกแจง NOR, LOGIS, SEV และ LEV ที่พารามิเตอร์ μ=0 และ σ=1 (ขวัญรัตน์ 2554)



2.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์

2.3.1 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation Method; MLE Method)

ให้ $X_1,...,X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่มี $f(x;\theta)$หรือ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น โดยที่ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของตัวอย่างสุ่มแทนด้วย $L(\theta;x_1,...,x_n)$หรือ $L(\theta)$ คือฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมของ $X_1,...,X_n$ โดยถือเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ θ คือ

$$L = f(x_1 ;\theta),...,f(x_n ;\theta) \text{ โดยถือว่า } L \text{ เป็นฟังก์ชันของ} \theta$$

โดยตัวประมาณภาวะความน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์ θ คือ ตัวประมาณ ที่ทำให้ค่า $L(\hat{\theta})$ มีค่ามากที่สุด (ธีระพร 2536)

$$\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} L(\theta ; x_1,..., x_n)$$

2.3.2 วิธีการประมาณแบบกราฟ (Graphical Estimation Method; GE Method)
ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งมีฟังก์ชันการแจกแจง F เป็น

$$P\left(X \leq x\,;\,\mu\,,\sigma\right) = F\left(x\,;\,\mu\,,\sigma\right) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

โดย $\Phi(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรสุ่ม X เมื่อ $\mu=1,\sigma=1$
และ F มาจากการแจกแจงแบบ Location-scale family (Klein & Moesschberger, 1997)
ก็ต่อเมื่อ

$$F\left(x;\mu,\sigma\right) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

เมื่อ $\Phi(x) = F(x;0,1)$ โดยจะเรียก μ ว่า Location parameter เมื่อ $-\infty < \mu < \infty$ และ σ ว่า Scale parameter เมื่อ $\sigma > 0$ เนื่องจาก

$$F_{\mu,\sigma}\left(x\right) = F_{0,1}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

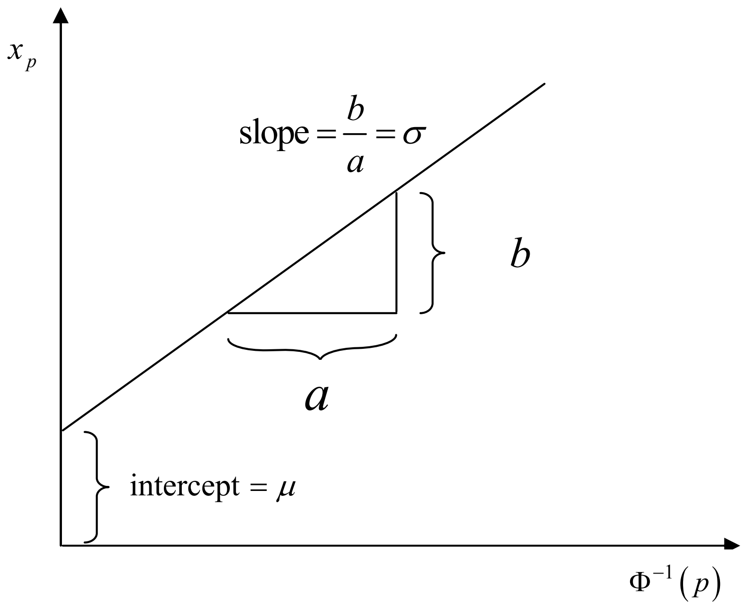
ทำให้

$$x_{p_i} = \mu + \sigma\,\Phi^{-1}\left(p_i\right) \quad \text{--------------} \ (*)$$

โดยที่ $\Phi^{-1}(p_i)$ คือ ฟังก์ชันควอนไทล์ (Quantile function) ของ Φ เมื่อ i เป็นลำดับที่ของข้อมูลเมื่อเรียงจากน้อยไปมากและ x_{p_i} คือ ควอนไทล์ตัวที่ p_i ของ X

จะพบว่า x_{p_i} จะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นกับ $\Phi^{-1}(p_i)$ ที่มีค่าจุดตัดบนแกน y (intercept) และค่าความชัน (slope) ของเส้นตรงดังกล่าว มีค่าเท่ากับ μ และ σ ตามลำดับ โดยแสดงได้ดังภาพที่ 2.2

ภาพที่ 2.2 แสดงการประมาณด้วยวิธีแบบกราฟ



จากความสัมพันธ์เชิงเส้นข้างต้นของ x_{p_i} และ $\Phi^{-1}(p_i)$ เราสามารถนำแนวคิดนี้มาใช้ในการประมาณแบบกราฟ ด้วยการพล็อตกราฟระหว่างค่าสังเกตุ $x_{(i)}$ กับ $\Phi^{-1}(p_i)$ โดยที่ p_i เป็นลำดับควอนไทล์ของค่าสังเกต $x_{(i)}$ หรือ Sample Quantile ดังนั้นการประมาณค่า μ และ σ สามารถทำได้โดยหา จุดตัดแกน y (intercept) และค่าความชัน (slope) บนกราฟเส้นตรงที่ได้ตามลำดับ (Lawless, 2003; Somboonsavatdee & Nair, 2007)

2.3.3 วิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (Graphical Estimation with Partial Data Method; GEPD Method)

วิธีนี้ใช้หลักการเดียวกันกับการประมาณแบบกราฟ คือ ใช้การพล็อตกราฟระหว่าง $x^*_{(i)}$ ซึ่งเป็นค่าสังเกตบางส่วน (Sample Quantile) กับ $\Phi^{-1}\left(p^*_{(i)}\right)$ ซึ่ง $p^*_{(i)}$ เป็นลำดับควอนไทล์ของ $x^*_{(i)}$ แต่ $x^*_{(i)}$ จะเป็นข้อมูลที่เหลือจากการปรับปรุงด้วยวิธี Trimmed q%, K-Cluster Mean,

หรือ Trimmed q% & K-Cluster Mean และใช้ จุดตัดแกน y (intercept) และค่าความชัน (slope) จากกราฟเส้นตรงที่ได้ ในการประมาณค่า μ และ σ ตามลำดับ เช่นเดียวกัน

2.3.4 เปรียบเทียบข้อดีข้อเสียของวิธีประมาณแบบกราฟ(GE) เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE)

ข้อดี วิธี GE ที่คำนวนได้ง่ายไม่ซับซ้อนกว่าวิธี MLE เนื่องจากวิธี MLE ไม่มีรูปแบบสมการตายตัว โดยเฉพาะข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

ข้อเสีย เป็นวิธีที่ใช้ได้เฉพาะการแจกแจงแบบ Location-scale

2.4 เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาประสิทธิภาพของการประมาณ

กำหนดให้ $\hat{x}_{p_i}$ แทนค่าประมาณของควอนไทล์ที่ p_i โดย p_i คือค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ i จากสมการ(*) จะได้ว่า

$$\hat{x}_{p_i} = \hat{\mu} + \hat{\sigma}\,\Phi^{-1}(\hat{p}_i)$$

ซึ่ง $\hat{\mu}$ แทนค่าประมาณพารามิเตอร์ตำแหน่ง, $\hat{\sigma}$ แทนค่าประมาณพารามิเตอร์สเกล และ $\Phi^{-1}(\hat{p}_i)$ แทนฟังก์ชันควอนไทล์ ที่ค่าเปอร์เซ็นไทล์ $\hat{p}_i$ โดย $\hat{p}_i = \frac{i-0.5}{n}$ และ n แทนจำนวนของข้อมูลทั้งหมด

2.4.1 พิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณแบบจุด

พิจารณาเปรียบเทียบประสิทธิภาพตัวประมาณจากค่าประมาณค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error; MSE) ของค่าควอนไทล์ x_{p_i} ดังนี้

$$\widehat{MSE}\left(x_{p_i}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{x}_{p_i} - x_{p_i}\right)^2}{N}$$

N = จำนวนครั้งของการทดลองในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง โดย x_{p_i} เป็นค่าควอนไทล์ที่ p_i และ $\hat{x}_{p_i}$ เป็นค่าประมาณของค่าควอนไทล์ x_{p_i} ที่เปอร์เซ็นไทล์ที่ i

โดยจะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณผกผันตามขนาดของค่า MSE โดยถ้าวิธีใดให้ค่า MSE ต่ำกว่าจะถือว่าการประมาณวิธีนั้น มีประสิทธิภาพมากกว่า โดยจะใช้ค่าความ

เอนเอียงสัมบูรณ์ (Absolute Bias; $|\mathrm{Bias}|$) และค่าความแปรปรวน (Variance) ประกอบการพิจารณาด้วย

2.4.2 ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของตัวประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ จะพิจารณาจากประสิทธิภาพในการประมาณค่าควอนไทล์จากตัวประมาณพารามิเตอร์ โดยจะเปรียบเทียบได้ 2 แบบ คือ

แบบที่ 1: ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ Variance โดยจะเปรียบเทียบกับ การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ประมาณได้ดีและเป็นที่นิยม ดังนี้

$$\mathrm{RE1(METHOD1)} = \frac{\mathrm{Var_{MLE}}}{\mathrm{Var}_{METHOD1}}$$

เมื่อ RE เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ Variance, โดยที่ Var_{MLE} เป็นค่าความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธี MLEและ $\mathrm{Var}_{METHOD1}$ เป็นค่าความแปรปรวนของตัวประมาณด้วยวิธี METHOD 1

แบบที่ 2: ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ MSE ของตัวประมาณโดยจะเปรียบเทียบกับ การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE Method) ดังนี้

$$\mathrm{RE2(METHOD1)} = \frac{\mathrm{MSE_{MLE}}}{\mathrm{MSE}_{METHOD1}}$$

เมื่อ RE2 เป็นค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่คิดจากค่าสัดส่วนของ MSE, โดยที่ $\mathrm{MSE_{MLE}}$ เป็นค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณด้วยวิธี MLE และ $\mathrm{MSE}_{METHOD1}$ เป็นค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณด้วยวิธี METHOD 1

ซึ่งถ้าพิจารณาในกรณี RE(X) มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่า ตัวประมาณ X มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณ MLE, ถ้ามีค่าน้อยกว่า 1 แสดงว่า ตัวประมาณ X มีประสิทธิภาพน้อยกว่า MLE, และถ้ามีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่า ตัวประมาณ X และ MLE มีประสิทธิภาพเท่าเทียมกัน

โดยถ้าพิจารณาในกรณีที่ RE(X) มีค่ามากกว่า RE(Y) แสดงว่า ตัวประมาณ X มีประสิทธิภาพมากกว่า ตัวประมาณ Y และในทางกลับกันถ้า RE(X) มีค่าน้อยกว่า RE(Y) แสดงว่า ตัวประมาณ X มีประสิทธิภาพน้อยกว่าตัวประมาณ Y

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้จะศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณจากค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ ค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975 และ 0.99 ด้วยค่าประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ ที่ได้จากวิธี MLE, GE และ GEPD โดยใช้วิธี MLE ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ประมาณพารามิเตอร์ได้ดีและเป็นที่นิยมในการเปรียบเทียบ

3.1 แผนการดำเนินการวิจัย

3.1.1 ศึกษาและเปรียบเทียบการประมาณข้อมูลที่ถูกตัดปลายแบบที่ 1 คือการตัดปลายจากการกำหนดเวลาคงที่ที่จะศึกษาไว้ล่วงหน้า (t_p) โดยมีสัดส่วนการตัดปลายโดยเฉลี่ยเป็น p100% โดยที่ p = 0.1, 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ

3.1.2 ศึกษาจากการแจกแจงแบบ Location-scale ต่อไปนี้ การแจกแจงปกติ การแจกแจงโลจิสติก การแจกแจงแบบค่าต่ำสุดขีด และการแจกแจงแบบค่าสูงสุดขีด โดยกำหนดให้ทุกการแจกแจงมีค่าพารามิเตอร์เป็น $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$

3.1.3 ขนาดตัวอย่าง (Sample Size; n) ที่ใช้ในการศึกษาเท่ากับ 20, 40, 80 และ 120

3.1.4 เปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์จาก 3 วิธี คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) วิธีประมาณแบบกราฟ (GE) และวิธีประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (GEPD) ซึ่งวิธีนี้จะประกอบไปด้วย 4 วิธีในการเลือกใช้ข้อมูลเพียงบางส่วนดังนี้

(1) วิธี K-Cluster Mean โดยที่ K = 4, 6, 8 สามารถทำได้โดยการแบ่งกลุ่มทั้งหมด K กลุ่ม เพื่อหาค่าเฉลี่ยและแทนข้อมูลแต่ละตัวด้วยค่าเฉลี่ยในกลุ่มโดยงานวิจัยชิ้นนี้สนใจศึกษาการแบ่ง Cluster ที่ 3 ระดับคือ 4 กลุ่ม, 6 กลุ่ม และ 8 กลุ่ม โดยมีเกณฑ์ในการแบ่งกลุ่มดังนี้

- แบ่งกลุ่มโดยให้ความสำคัญกับข้อมูลที่อยู่ตรงกลางทางซ้ายก่อนเป็นอันดับแรก

- เนื่องจากจำนวนข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (n_c)ไม่คงที่ วิธีการแบ่งกลุ่มจะพิจารณาตามจำนวนเศษเหลือ(r) จากการหารจำนวนข้อมูล หลังตัดปลาย $(n - n_c)$ ด้วยจำนวน Cluster (K) คือ $(n - n_c)\ modulo\ (K)$ ซึ่ง r = 0, 1, 2… , K-1 ซึ่งจะได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณี 4 Clusters ถ้า</u>

r = 0 วิธี 4 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m, m

r = 1 วิธี 4 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m+1, m, m

r = 2 วิธี 4 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m+1, m+1, m

r = 3 วิธี 4 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m+1, m+1, m+1, m

<u>กรณี 6 Clusters ถ้า</u>

r = 0 วิธี 6 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m, m, m, m

r = 1 วิธี 6 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m+1, m, m, m

r = 2 วิธี 6 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m+1, m+1, m, m

r = 3 วิธี 6 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m+1, m+1, m+1, m, m

r = 4 วิธี 6 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m+1, m+1, m+1, m+1, m

r = 5 วิธี 6 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m+1, m+1, m+1, m+1, m+1, m

<u>กรณี 8 Clusters ถ้า</u>

r = 0 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m, m, m, m, m, m

r = 1 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m, m+1, m, m, m, m

r = 2 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m, m+1, m+1, m, m, m

r = 3 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m+1, m+1, m+1, m, m, m

r = 4 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m, m+1, m+1, m+1, m+1, m, m

r = 5 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m+1, m+1, m+1, m+1, m+1, m, m

r = 6 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m, m+1, m+1, m+1, m+1, m+1, m+1, m

r = 7 วิธี 8 Clusters ทำได้โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น m+1, m+1, m+1, m+1, m+1, m+1, m+1, m

<u>หมายเหตุ</u> (1) m แทนจำนวนข้อมูลขั้นต่ำในแต่ละ Cluster ที่เกิดจากผลหารระหว่างจำนวนข้อมูลหลังตัดปลาย $(n - n_c)$ กับ จำนวน Cluster (K) โดยปัดเศษทิ้ง ดังนั้น r = 0, 1, 2…, K-1

(2) ไม่มีการทดลองวิธี 8 Cluster ที่ ขนาดตัวอย่าง n = 20 เนื่องจากมีกลุ่มตัวอย่างน้อยเกินไป

(3) วิธี Trimmed q100% โดยที่ q = 0.05, 0.1 สามารถทำได้โดยการตัดส่วนปลายข้อมูลมากสุดและน้อยสุดออกทั้งหมด q100% โดยจะตัดออกทั้งสองข้างในจำนวนเท่าๆ กัน โดยสนใจศึกษาการตัดข้อมูลที่ 2 ระดับคือ 5% และ 10% ตัวอย่างเช่น

<u>กรณี n = 80 และ p = 0.0 ถ้า</u>

q = 0.05 สามารถทำได้โดยตัดข้อมูลมากสุดและน้อยสุดออกทั้งหมด 4 ตัว โดยตัดปลายออกข้างละ 2 ตัว เป็น ~~2~~, 76, ~~2~~

q = 0.1 สามารถทำได้โดยตัดข้อมูลมากสุดและน้อยสุดออกทั้งหมด 8 ตัว โดยตัดปลายออกข้างละ 4 ตัว เป็น ~~4~~, 72, ~~4~~

<u>กรณี n = 80 และ p = 0.1 ถ้า</u>

q = 0.05 สามารถทำได้โดยตัดข้อมูลมากสุดและน้อยสุดออกทั้งหมด 4 ตัวโดยตัดปลายออกข้างละ 2 ตัว แต่เนื่องจากข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาไปแล้วที่สัดส่วน p = 0.1 โดยในการทดลองแต่ละครั้ง จำนวนข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่1 (n_c) จะไม่คงที่ ดังนั้น ถ้า

$n_c \geq 2$ พบว่าข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาออกไปครบแล้ว ดังนั้นจึงเหลือการตัดปลายทางซ้ายเพียงข้างเดียวจำนวน 2 ตัว เป็น ~~2~~, 78-n_c

$n_c < 2$ พบว่าข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาออกไปเพียงบางส่วน แต่การทดลองนี้เราต้องการ Trim ข้อมูลออก 5% หรือข้างละ 2 ตัว ดังนั้นต้องตัดข้อมูลทางขวาออกอีกเป็นจำนวน 2-n_c และตัดปลายทางซ้ายเป็นจำนวน 2 ตัว เป็นดังนี้ ~~2~~, 78-(2-n_c) , ~~2-~~n_c

q = 0.1 สามารถทำได้โดยตัดข้อมูลมากสุดและน้อยสุดออกทั้งหมด 8 ตัวหรือตัดปลายออกข้างละ 4 ตัว แต่เนื่องจากข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาไปแล้วที่สัดส่วน p = 0.1 โดยในการทดลองแต่ละครั้ง จำนวนข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่1 (n_c) จะไม่คงที่ ดังนั้น ถ้า

$n_c \geq 4$ พบว่าข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาออกไปครบแล้ว ดังนั้นจึงเหลือการตัดปลายทางซ้ายเพียงข้างเดียวจำนวน 2 ตัว เป็น ~~4,~~ 76-n_c

$n_c < 4$ พบว่าข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาออกไปเพียงบางส่วน แต่การทดลองนี้เราต้องการ Trim ข้อมูลออก 10% หรือข้างละ 2 ตัว ดังนั้นต้องตัดข้อมูลทางขวาออกอีกเป็นจำนวน 2-n_c และตัดปลายทางซ้ายเป็นจำนวน 2 ตัว เป็น ดังนี้ ~~4~~, 76-(4-n_c) , ~~4-~~n_c

<u>หมายเหตุ</u> (1) ไม่มีการทดลองวิธี Trimmed 5% ที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 เนื่องจากไม่สามารถกำหนดจำนวนตัดปลายทั้งสองข้างให้เท่ากันได้

(2) วิธี Trimmed q100%& K-Cluster Mean ; q = 0.05, 0.1และ K = 4, 6, 8 โดยจะตัดปลายข้อมูลซ้ายและขวาออกจำนวนเท่าๆ กันรวมทั้งหมดเป็น q100% แล้วแบ่งข้อมูลออกเป็นกลุ่มๆ เพื่อหาค่าเฉลี่ยและแทนข้อมูลแต่ละตัวด้วยค่าเฉลี่ยในกลุ่ม โดยงานวิจัยชิ้นนี้สนใจศึกษาทั้งหมด 6 แบบคือ Trimmed 5% & 4-Cluster Mean, Trimmed 5% & 6-Cluster Mean, Trimmed 5% & 8-Cluster Mean, Trimmed 10% & 4-Cluster Mean, Trimmed 10% & 6-Cluster Mean และ Trimmed10% & 8-Cluster Mean ตัวอย่างเช่น

<u>กรณี n = 40 และ p=0.0 ถ้า</u>

q = 0.05 & K = 4 ทำได้โดยการตัดปลายข้อมูลออก ทั้งหมด 2 ตัว โดยข้างละ 1 ตัว เป็น ~~1~~, 38, ~~1~~ โดยข้อมูลที่เหลือ 38 ตัวจะทำการแบ่งกลุ่มทั้ง 4 กลุ่ม โดยพบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 38 ด้วย 4 คือ r = 2 ดังนั้นสามารถแบ่งข้อมูลแบบ 4 Cluster ได้เป็น 9, 10, 10, 9

q = 0.05 & K = 6 ซึ่งขั้นตอนการตัดปลายจะเหมือนกับกรณีข้างต้นดังนั้น จะได้ ~~1~~, 38, ~~1~~ โดยข้อมูลที่เหลือ 38 ตัวจะทำการแบ่งกลุ่มทั้งหมด 6 กลุ่ม โดยพบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 38 ด้วย 6 คือ r = 2 ดังนั้นสามารถแบ่งข้อมูลแบบ 6 Cluster ได้เป็น 6, 6, 7, 7, 6, 6

q = 0.05 & K = 8 ซึ่งขั้นตอนการตัดปลายจะเหมือนกับกรณีข้างต้นจะได้ เป็น ~~1~~, 38, ~~1~~ โดยข้อมูลที่เหลือ 38 ตัวจะทำการแบ่งกลุ่มทั้ง 8 กลุ่ม โดยพบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 38 ด้วย 8 คือ r = 6 ดังนั้นสามารถแบ่งข้อมูลแบบ 8 Cluster ได้เป็น 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 4

<u>กรณี n = 40 และ p=0.1 ถ้า</u>

q = 0.1 & K = 4, 6, 8 สามารถทำได้โดยตัดข้อมูลมากสุดและน้อยสุดออกทั้งหมด 4 ตัว โดยตัดปลายออกข้างละ 2 ตัว แต่เนื่องจากข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาไปแล้วที่สัดส่วน p = 0.1 โดยในการทดลองแต่ละครั้ง จำนวนข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (n_c)จะไม่คงที่ ดังนั้น ถ้า

$n_c \geq 2$ สมมติให้ $n_c = 3$ พบว่าข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาออกไปครบแล้ว ดังนั้นจึงเหลือการตัดปลายทางซ้ายเพียงข้างเดียวจำนวน 2 ตัว เป็น ~~2~~, 35 ซึ่งข้อมูลที่เหลือ 35 ตัวจะทำการแบ่งกลุ่มทั้งหมด K กลุ่มถ้า

K = 4 พบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 35 ด้วย 4 คือ r = 3 ดังนั้น สามารถแบ่งข้อมูลแบบ 4 Cluster ได้เป็น 9, 9, 9, 8

K = 6 พบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 35 ด้วย 6 คือ r = 5ดังนั้น สามารถแบ่งข้อมูลแบบ 6 Cluster ได้เป็น 6, 6, 6, 6, 6, 5

K = 8 พบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 35 ด้วย 8 คือ r = 3ดังนั้น สามารถแบ่งข้อมูลแบบ 8 Cluster ได้เป็น 4, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 4

$n_c < 2$ สมมติให้ $n_c = 1$ พบว่าข้อมูลมีการตัดปลายทางขวาออกไปเพียงบางส่วน แต่การทดลองนี้เราต้องการ Trim ข้อมูลออก 10%จึงต้องตัดเพิ่มอีก 1 ตัว และตัดปลายทางซ้าย 2 ตัว จะได้เป็น ~~2~~, 36, ~~1~~ ซึ่งข้อมูลที่เหลือ 36 ตัวจะทำการแบ่งกลุ่มทั้งหมด K กลุ่ม ถ้า

K = 4 พบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 36 ด้วย 4 คือ r = 0 ดังนั้น สามารถแบ่งข้อมูลแบบ 4 Cluster ได้เป็น 9, 9, 9, 9

K = 6 พบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 36 ด้วย 6 คือ r = 0 ดังนั้น สามารถแบ่งข้อมูลแบบ 6 Cluster ได้เป็น 6, 6, 6, 6, 6, 6

K = 8 พบว่าเศษเหลือ (r) จากการหาร 36 ด้วย 8 คือ r = 4 ดังนั้น สามารถแบ่งข้อมูลแบบ 8 Cluster ได้เป็น 4, 4, 5, 5, 5, 5, 4, 4

<u>หมายเหตุ</u> ไม่มีการทดลองวิธี Trimmed 10% & 8-Cluster Mean เนื่องจำนวนข้อมูลน้อยเกินไป และ ไม่ใช้วิธี Trimmed 5% & K-Cluster Mean เมื่อ K = 4, 6, 8 ที่ n = 20 เนื่องจากไม่สามารถกำหนดจำนวนตัดปลายทั้งสองข้างให้เท่ากันได้

3.1.5 การจำลองข้อมูลจะกระทำซ้ำ สถานการณ์ละ 5,000 รอบ

3.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

3.2.1 จำลองข้อมูลที่การแจงแจงแบบ $NOR(0,1)$, $LOGIS(0,1)$, $SEV(0,1)$ และ $LEV(0,1)$ โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง (n) เป็น 20, 40, 80 และ 120

3.2.2 คำนวณ t_p (Fixed Censoring Time) ซึ่งคือค่าเปอร์เซ็นไทล์ ที่ (1-p) 100โดย p = 0.1, 0.2 และ 0.3 ของแต่ละการแจกแจงเพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการสร้างข้อมูลตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 โดยจะได้ข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาโดยเฉลี่ย p100%

3.2.3 สร้างข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 (Type-I Right Censoring) ในแต่ละขนาดตัวอย่างและการแจกแจง จากข้อ 3.2.1 จะตัดข้อมูลที่มีค่ามากกว่า t_p ออก โดยจำนวนข้อมูลที่ถูกตัดปลายแบบที่ 1 ออกจะไม่คงที่ แต่โดยเฉลี่ยแล้วสัดส่วนระหว่างจำนวนข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งเทียบกับจำนวนข้อมูลทั้งหมดจะเท่ากับ p ตัวอย่างเช่นต้องการสร้างข้อมูลตัดปลายแบบที่1 ด้วยสัดส่วนของการตัดปลายโดยเฉลี่ย (p) เท่ากับ 0.1 จากข้อมูลที่มีการแจกแจง $NOR(0,1)$ ที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 10 ได้ดังนี้

(1) จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ $NOR(0,1)$ ขนาดเท่ากับ 10 โดยเรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้ $T_{(1)}$ = -1.545, $T_{(2)}$ = -1.143, $T_{(3)}$ = -0.7691, $T_{(4)}$ = -0.6872, $T_{(5)}$ = -0.4624, $T_{(6)}$ = 0.1465, $T_{(7)}$ = 0.346, $T_{(8)}$ =0.4762, $T_{(9)}$ =0.6889, $T_{(10)}$ = 1.370

(2) กำหนดสัดส่วนของการตัดปลายโดยเฉลี่ย (p) เท่ากับ 0.1 จะได้ค่า $t_p = 1.282$ ดังนั้นจะตัดข้อมูลที่มีค่ามากกว่า t_p ดังนั้นจะได้ว่า

$T_{(1)} \le T_{(2)} \le \ldots \le T_{(9)}$ เป็นค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง และ

$T_{(10)}$ เป็นค่าสังเกตที่ถูกตัดทิ้ง

(3) เนื่องจากข้อมูลมีการถูกตัดทิ้งบางส่วน ในการคำนวณหาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นจะต้องกำหนดให้ X_i ; $i = 1,2,\ldots,10$ เป็นตัวแปรสุ่มของค่าสังเกตจะได้ว่า

$$X_i = \begin{cases} T_{(i)} & \text{เมื่อ } i \le 9 \\ T_{(p)} & \text{เมื่อ } i > 9 \end{cases}$$

เนื่องจาก $T_{(10)}$ ถูกตัดทิ้งจึงกำหนดให้ $X_{10} = t_p$ จะได้ X_1 = -1.545, X_2 = -1.143, X_3 =-0.7691, X_4 = -0.6872, X_5 = -0.4624, X_6 = 0.1465, X_7 = 0.346, X_8 = 0.4762, X_9 =0.6889, X_{10} = 1.282

จะได้ โดยมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ดังนี้

$$L(x_i) = \begin{cases} f(x_i) & ; \ i \le 9 \\ P(T_i > t_p) & ; \ i > 9 \end{cases}$$

และมีฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นรวมดังนี้

$$L \ = \ \prod_{i=1}^{9} \ f(x_i) \cdot P(T_{10} > t_p)$$

3.2.4 จากข้อ 3.2.1-3.2.3คำนวณค่าประมาณพารามิเตอร์ μ และ σ ด้วยวิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) วิธีการประมาณแบบกราฟ (GE) และ วิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน (GEPD)

(1) วิธี MLE โดยการหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ θ ที่ทำให้ $L(\theta\,; x_1,...,x_n)$ มีค่ามากที่สุดนั่นคือ $\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} L(\theta\,; x_1,...,x_n)$ และ $L \ = \ \prod_{i=1}^{m} f(x_i) \cdot S(T_{(m)})^{n-m}$ โดยที่ n = ขนาดตัวอย่างทั้งหมด ($i = 1,2,...,n$), m = จำนวนค่าสังเกตที่ไม่ถูกตัดทิ้ง ($m \le n$) และ $T_{(m)}$ =ค่าสังเกตตัวที่ m ที่ไม่ถูกตัดทิ้ง

(2) วิธี GE สามารถทำได้ด้วยการพล็อตกราฟระหว่าง $x_{(i)}$ กับ $\Phi^{-1}(p_i)$ บนแกน x และ แกน y ตามลำดับ โดยที่ $x_{(i)}$ เป็น Sample Quantile และ $p_{(i)}$ เป็นลำดับควอนไทล์ของค่าสังเกต $x_{(i)}$ เนื่องจาก

$$F(x\colon \mu, \sigma,) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \qquad \text{จะได้}$$

$$x_{p_i} = \ \mu + \sigma\, \Phi^{-1}(p_i)$$

โดยที่ $\Phi^{-1}(p_i)$ คือ ฟังก์ชันควอนไทล์ (Quantile function) ของ $\Phi(p_i)$ เมื่อ n คือ จำนวนข้อมูลที่หมด, i เป็นลำดับที่ของข้อมูลเมื่อเรียงจากน้อยไปมาก, x_{p_i} คือ ควอนไทล์ตัวที่ p_i ของ x, μ คือ พารามิเตอร์ตำแหน่ง เมื่อ $-\infty < \mu < \infty$, σ คือ พารามิเตอร์สเกล เมื่อ $\sigma > 0$

ดังนั้นจึงสามารถหาค่าของ จุดตัดแกน y (intercept) และค่าความชัน (slope) จากกราฟ เพื่อใช้ประมาณค่า μ และ σ ได้ตามลำดับ

(3) วิธี GEPD สามารถทำได้แบบเดียวกับวิธี GE คือ ใช้การพล็อตกราฟระหว่าง $x^*_{(i)}$ ซึ่งเป็นค่าสังเกตบางส่วน (Sample Quantile) กับ $\Phi^{-1}\left(p^*_{(i)}\right)$ ซึ่ง $p^*_{(i)}$ เป็นลำดับควอนไทล์ของ $x^*_{(i)}$ แต่ $x^*_{(i)}$ จะเป็นข้อมูลที่เหลือจากการปรับปรุงด้วยวิธี Trimmed q%, K-Cluster Mean, หรือ Trimmed q% & K-Cluster Mean และใช้การประมาณ จุดตัดแกน y (intercept) และค่าความชัน (slope) บนกราฟเส้นตรงที่ได้ ในการประมาณค่า μ และ σ ตามลำดับ เช่นเดียวกัน

3.2.5 ทำซ้ำข้อ 3.2.1-3.2.4 สถานการณ์ละ 5000 รอบ

3.2.6 นำค่า μ และ σ ที่ประมาณได้จากข้อ 3.2.1-3.2.5 ในแต่ละวิธีและแต่ละสถานการณ์ ไปใช้คำนวณหาค่าประมาณควอนไทล์ $\hat{x}_{p_i}$ ที่ p_i = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975 และ 0.99 จากสมการ

$$\hat{x}_{p_i} = \hat{\mu} + \hat{\sigma}\,\Phi^{-1}(\hat{p}_i)$$

ซึ่ง $\hat{x}_{p_i}$ แทนค่าประมาณของควอนไทล์ที่ p_i และ p_i คือค่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ i และ $\hat{\mu}$ แทนค่าประมาณพารามิเตอร์ตำแหน่ง, $\hat{\sigma}$ แทนค่าประมาณ พารามิเตอร์สเกล $\Phi^{-1}(\hat{p}_i)$ แทนฟังก์ชันควอนไทล์ ที่ค่าเปอร์เซ็นไทล์ $\hat{p}_i$ โดย $\hat{p}_i$ คือค่าประมาณเปอร์เซ็นไทล์ที่ i โดย $\hat{p}_i = \frac{i-0.5}{n}$

3.2.7 คำนวณค่าความเอนเอียง (Bias) ค่าความแปรปรวน (Variance) และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) สำหรับค่าประมาณ x_{p_i}

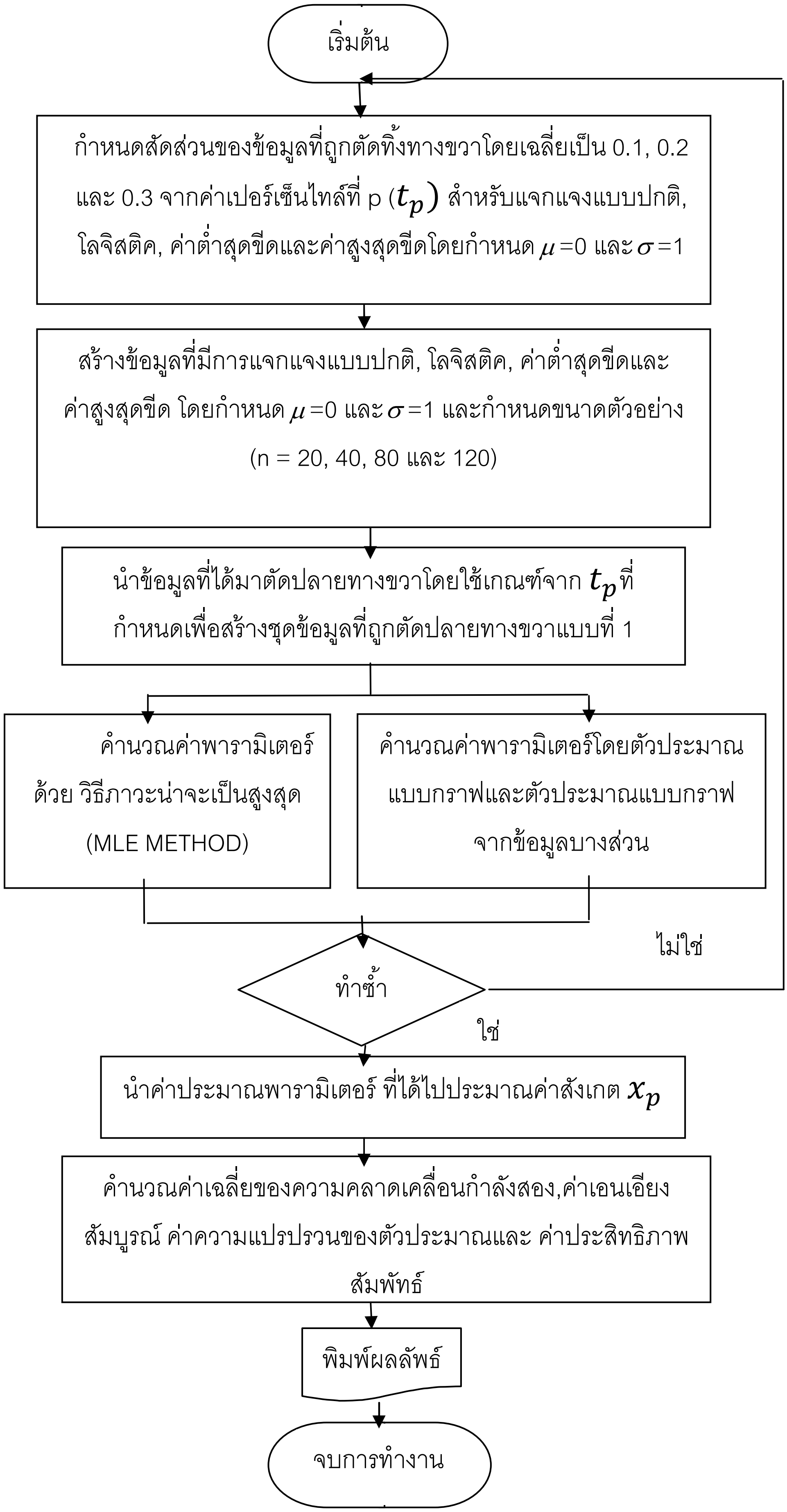
3.2.8 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณแต่ละวิธี โดยคำนวณค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของค่าประมาณ x_{p_i} โดยจะเปรียบเทียบกับวิธี MLE

3.2.9 สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์และแต่ละวิธีการประมาณ

3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

โปรแกรมที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ เขียนด้วยโปรแกรม R เวอร์ชัน 2.9.2 ซึ่งจะทดลองซ้ำ 5,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ สามารถแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมได้ดังนี

ภาพที่ 3.1 แสดงแผนผังขั้นตอนการวิจัย



บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณแบบกราฟ และวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน ของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ location-scale ที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ด้วยการแจกแจง 3 ลักษณะ คือ การการแจกแจงปกติ และ การแจกแจงโลจิสติค ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สมมาตร , การแจกแจงค่าต่ำสุดขีดซึ่งเป็นการแจกแจงเบ้ซ้าย และการแจกแจงค่าสูงสุดขีดซึ่งเป็นการแจกแจงเบ้ขวา ด้วยขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20, 40, 80 และ 120 และสัดส่วนการตัดปลายเฉลี่ยเป็น 10%, 20% และ 30% ของขนาดตัวอย่าง จากการศึกษาในครั้งนี้ใช้เกณฑ์ในการพิจารณาเปรียบเทียบคือ ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency; RE) ของค่าความแปรปรวน และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของการประมาณค่าสังเกตควอนไทล์ตัวที่ p_i ซึ่ง p_i = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.95และ 0.99 ตามลำดับ จากค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ในแต่ละวิธี นอกจากนี้แล้วยังได้นำค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ มาประกอบการพิจารณาอีกด้วย

ในงานวิจัยครั้งนี้ แบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ส่วนด้วยกัน คือ

ส่วนที่ 1 เป็นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 และ I bias I ของการประมาณค่าคลอว์ไทด์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.95 และ 0.99 ด้วยวิธีการประมาณ MLE , วิธีการประมาณ GE และ วิธีการประมาณ GEPD แบบ Trimmed q100%,K-Cluster Mean, Trimmed q100%&K-Cluster Mean โดยที่ q = 0.05, 0.1 และ K = 4, 6, 8 ตามลำดับ ภายใต้การแจกแจงแบบค่าต่ำสุดขีด, ค่าสูงสุดขีด,โลจิสติค และปกติ ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 โดยจะแสดงผลในรูปตารางเพื่อวิเคราะห์หาวิธีประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละคลอว์ไทด์

ในการวัดประสิทธิภาพของวิธีการประมาณ จะพิจารณาจากค่า RE1, RE2 โดยที่ RE1, RE2 คือสัดส่วนของค่า Var และ MSE ของวิธี MLE เทียบกับวิธีที่สนใจ ดังเช่น

$$\mathrm{RE1(METHOD\ I)} = \frac{\mathrm{Var}_{\mathrm{MLE}}}{\mathrm{Var}_{\mathrm{METHOD\ I}}} \quad \mathrm{RE2(METHOD\ I)} = \frac{\mathrm{MSE}_{\mathrm{MLE}}}{\mathrm{MSE}_{\mathrm{METHOD\ I}}}$$

โดยจะพิจารณาค่า RE2 เป็นหลัก และ จะใช้ค่า RE1, I bias I ประกอบการพิจารณาด้วย

ซึ่งถ้า RE(METHOD I) มีค่ามากกว่า 1 หมายความว่า ตัวประมาณจากวิธี METHOD I มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี MLE และถ้า RE(METHOD I) มากกว่า RE(METHOD II) แสดงว่า ตัวประมาณจากวิธี METHOD I มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี METHOD II เมื่อเทียบจากวิธี MLEด้วย

ส่วนที่ 2 เป็นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ระหว่างการประมาณค่าคลอว์ไทด์ที่ 0.01, 0.025, 0.05 และ ระหว่างการประมาณค่าคลอว์ไทด์ที่ 0.95, 0.95, 0.99 โดยจะแสดงผลในรูปกราฟ ซึ่งจะเปรียบเทียบจากวิธี GE, MLE และ วิธี GEPD ทีแต่ละแบบดังนี้ Trimmed q100% (q = 0.05, 0.1) ,K-Cluster Mean (K = 4, 6, 8) , Trimmed 5%& K-Cluster Mean (K = 4, 6, 8) และ Trimmed 10%& K-Cluster Mean (K = 4, 6, 8) ตามลำดับ เพื่อศึกษาถึงแนวโน้มและความสัมพันธ์ของการประมาณกับขนาดตัวอย่างและขนาดสัดส่วนการตัดปลายในการประมาณในแต่ละวิธีและเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์การประมาณระหว่างคลอว์ไทด์ที่หางซ้ายกับหางทางขวา

เพื่อความสะดวกในการสรุปผลจึงกำหนดสัญลักษณ์แทนความหมายต่างๆ ดังต่อไปนี้

MLE หมายถึง วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

GE หมายถึง วิธีการประมาณแบบกราฟ

GEPD หมายถึง วิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วน

GEPDkN หมายถึง การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนแบบ K-Cluster Mean ที่ K = N เช่น GEPDk4 แทน วิธี GEPD แบบ 4-Cluster Mean

GEPDtq หมายถึง การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนแบบTrimmed q% เช่น GEPDt10 แทน วิธี GEPD แบบ Trimmed 10%

GEPDtq&kN หมายถึง การประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนแบบ Trimmed q% & K-Cluster Mean ที่ K=N เช่น GEPDt10&k4 แทน วิธี GEPD แบบ Trimmed 10%& 4-Cluster Mean

VAR หมายถึง ค่าความแปรปรวน

MSE หมายถึง ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

|Bias| หมายถึง ค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์

RE1 หมายถึง ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยคิดจากสัดส่วนของ Variances ที่เปรียบเทียบด้วยวิธี MLE

RE2 หมายถึง ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยคิดจากสัดส่วนของ MSE ที่เปรียบเทียบด้วยวิธี MLE n หมายถึง ขนาดตัวอย่างทั้งหมดก่อนตัดปลายทางขวา

p หมายถึง สัดส่วนของข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา

q หมายถึง สัดส่วนของการ trim ข้อมูล

N หมายถึง จำนวนกลุ่ม Cluster ในวิธีการประมาณแบบกราฟด้วยข้อมูล

4.1 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบปกติ

4.1.1 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 และ |bias| ของการประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD

ตารางที่ 1.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9998	1	0.9996	NA	NA	NA	NA	0.9999	1.0001	NA
	40	1	0.9998	1	1	0.9995	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	1
	80	1	0.9998	1	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	1	0.9998	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9999	1	1	1	0.9998	0.9998	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9995	NA	0.9995	0.9987	0.9995	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	0.9999	1	0.9997	1.0001	1.0001	0.9997	0.9997	1	0.9998	1	0.9998	1
	80	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1	0.9999	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1
0.2	20	1	0.9994	NA	0.9992	0.9989	0.9997	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	1	1	0.9998	1.0001	1.0001	0.9997	0.9998	1.0001	0.9999	1.0001	0.9998	1
	80	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9993	NA	0.9993	0.999	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9999	NA
	40	1	1	1	0.9999	1.0001	1.0001	0.9998	0.9999	1.0001	1	1.0001	0.9997	1.0001
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9997	0.9999	1	1	1	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9997	0.9999	0.9995	NA	NA	NA	NA	0.9998	1	NA
	40	1	0.9999	1	1	0.9995	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1.0001	1.0001
	80	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9998	0.9999	0.9998	1	1	0.9997	1	0.9999
	120	1	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	1	0.9998	0.9998	1	0.9999	1	1
0.1	20	1	0.9997	NA	0.9994	0.9986	0.9997	NA	NA	NA	NA	0.999	1	NA
	40	1	1	1.0001	0.9996	1.0001	1.0001	0.9999	0.9997	1.0001	0.9998	1.0001	1	1.0001
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9996	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1
0.2	20	1	0.9996	NA	0.9991	0.9988	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9991	1	NA
	40	1	1.0001	1.0001	0.9998	1.0001	1.0001	0.9999	0.9997	1.0001	0.9999	1.0001	1	1.0001
	80	1	1	1	1.0001	1	1	1	0.9999	1	1.0001	0.9996	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9997	0.9999	1.0001	1.0001	1	0.9999	1.0001	1	1	1.0001
0.3	20	1	0.9995	NA	0.9991	0.9989	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9993	1	NA
	40	1	1.0001	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1	0.9998	1.0001	1	1.0001	0.9999	1.0002
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9996	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9996	0.9999	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.1.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

|Bias| of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.08254	0.08249	NA	0.0827	0.08264	0.08272	NA	NA	NA	NA	0.08267	0.08258	NA
	40	0.08263	0.0825	0.08255	0.08261	0.08273	0.08252	0.08262	0.08265	0.08261	0.0826	0.08267	0.08256	0.08256
	80	0.08258	0.08251	0.08255	0.08263	0.08259	0.08267	0.08252	0.08266	0.08254	0.08255	0.08268	0.08261	0.08264
	120	0.0826	0.08266	0.08267	0.08265	0.08262	0.08259	0.08258	0.08267	0.08267	0.08255	0.08263	0.08261	0.08259
0.1	20	0.11229	0.11212	NA	0.11241	0.11249	0.11211	NA	NA	NA	NA	0.11245	0.11223	NA
	40	0.11231	0.11219	0.11221	0.11238	0.11226	0.11227	0.11214	0.11238	0.11226	0.11236	0.11228	0.11216	0.11223
	80	0.11229	0.11219	0.1122	0.11226	0.11223	0.1123	0.11226	0.11231	0.11221	0.11225	0.11238	0.11229	0.11229
	120	0.11229	0.11233	0.11234	0.11234	0.11231	0.11222	0.11225	0.11231	0.11233	0.11222	0.11229	0.11232	0.11225
0.2	20	0.10739	0.1072	NA	0.10755	0.10758	0.10725	NA	NA	NA	NA	0.10755	0.10731	NA
	40	0.10742	0.10729	0.1073	0.10746	0.10736	0.10736	0.10724	0.10748	0.10737	0.10744	0.10737	0.10726	0.10732
	80	0.10739	0.1073	0.1073	0.10734	0.10732	0.10739	0.10735	0.10741	0.10731	0.10735	0.10748	0.10739	0.10739
	120	0.10739	0.10743	0.10744	0.10746	0.10741	0.10732	0.10735	0.10741	0.10743	0.10732	0.1074	0.10741	0.10735
0.3	20	0.1064	0.10619	NA	0.10657	0.1066	0.10628	NA	NA	NA	NA	0.10656	0.10632	NA
	40	0.10645	0.1063	0.10633	0.10649	0.10638	0.10638	0.10626	0.10649	0.10639	0.10646	0.1064	0.10624	0.10633
	80	0.10641	0.10633	0.10632	0.10637	0.10633	0.10642	0.10638	0.10645	0.10633	0.10637	0.10651	0.10641	0.10641
	120	0.1064	0.10644	0.10647	0.10651	0.10644	0.10635	0.10638	0.10642	0.10645	0.10634	0.10642	0.10643	0.10637

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน แต่ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ n = 20 ทุก p วิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า $|bias|$ น้อยกว่า และ ให้ค่า RE1 , RE2 มากกว่า

ตารางที่ 1.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE1 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9999	NA	0.9998	1	0.9997	NA	NA	NA	NA	1	1.0001	NA
	40	1	0.9998	1	1	0.9995	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	1
	80	1	0.9998	1	0.9999	1	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	1	0.9998	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9999	1	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	1
0.1	20	1	0.9996	NA	0.9995	0.9986	0.9996	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	0.9999	1	0.9997	1	1	0.9997	0.9997	1	0.9998	1	0.9998	1
	80	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1	0.9999	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1
0.2	20	1	0.9995	NA	0.9992	0.9988	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	0.9999	1	0.9998	1	1	0.9997	0.9998	1	0.9999	1	0.9998	1
	80	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9998	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9994	NA	0.9993	0.9988	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9993	1	NA
	40	1	0.9999	1	0.9998	1.0001	1.0001	0.9997	0.9998	1.0001	0.9999	1.0001	0.9997	1
	80	1	0.9999	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9997	0.9999	1	1	1	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE2 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9999	NA	0.9997	1	0.9996	NA	NA	NA	NA	0.9999	1.0001	NA
	40	1	0.9999	1	1	0.9994	1	1	1	1	1	0.9999	1	1
	80	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9998	0.9999	0.9998	1	1	0.9997	1	0.9999
	120	1	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	1	0.9998	0.9998	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	0.9994	0.9985	0.9997	NA	NA	NA	NA	0.999	1	NA
	40	1	1	1.0001	0.9996	1.0001	1.0001	0.9998	0.9997	1.0001	0.9998	1	0.9999	1.0001
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9996	1	1
	120	1	0.9998	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1
0.2	20	1	0.9997	NA	0.9991	0.9986	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9991	1	NA
	40	1	1	1.0001	0.9997	1.0001	1.0001	0.9999	0.9997	1.0001	0.9998	1.0001	1	1.0001
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9996	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9997	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1
0.3	20	1	0.9995	NA	0.9992	0.9987	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	1	1.0001	0.9997	1.0001	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	0.9999	1.0001	0.9999	1.0001
	80	1	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9996	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9996	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.2.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

IBiasI of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.06998	0.06995	NA	0.07013	0.07008	0.07014	NA	NA	NA	NA	0.0701	0.07004	NA
	40	0.07006	0.06995	0.07	0.07005	0.07016	0.06998	0.07006	0.07008	0.07005	0.07004	0.0701	0.07	0.07001
	80	0.07003	0.06996	0.07	0.07008	0.07003	0.0701	0.06997	0.07009	0.06999	0.07	0.07012	0.07005	0.07007
	120	0.07004	0.0701	0.07011	0.07009	0.07005	0.07003	0.07002	0.0701	0.0701	0.07	0.07006	0.07005	0.07004
0.1	20	0.09305	0.09292	NA	0.09316	0.09324	0.09291	NA	NA	NA	NA	0.0932	0.09301	NA
	40	0.09307	0.09297	0.09299	0.09314	0.09303	0.09304	0.09293	0.09313	0.09302	0.09312	0.09305	0.09295	0.093
	80	0.09305	0.09297	0.09298	0.09304	0.09301	0.09307	0.09302	0.09307	0.09299	0.09303	0.09313	0.09304	0.09306
	120	0.09305	0.09309	0.0931	0.0931	0.09307	0.09299	0.09302	0.09307	0.09309	0.09299	0.09306	0.09307	0.09302
0.2	20	0.08845	0.08831	NA	0.0886	0.08864	0.08835	NA	NA	NA	NA	0.0886	0.08841	NA
	40	0.08848	0.08838	0.08839	0.08854	0.08844	0.08844	0.08833	0.08853	0.08844	0.08852	0.08845	0.08835	0.0884
	80	0.08845	0.08839	0.08839	0.08843	0.0884	0.08847	0.08843	0.08849	0.0884	0.08843	0.08854	0.08845	0.08847
	120	0.08845	0.0885	0.08851	0.08853	0.08848	0.0884	0.08842	0.08848	0.0885	0.0884	0.08847	0.08848	0.08843
0.3	20	0.087	0.08685	NA	0.08716	0.0872	0.08691	NA	NA	NA	NA	0.08715	0.08696	NA
	40	0.08704	0.08693	0.08695	0.08709	0.08699	0.087	0.08689	0.08708	0.087	0.08707	0.08701	0.08688	0.08695
	80	0.08701	0.08695	0.08695	0.08699	0.08695	0.08703	0.08699	0.08705	0.08695	0.08699	0.0871	0.08701	0.08702
	120	0.087	0.08705	0.08708	0.0871	0.08704	0.08696	0.08699	0.08703	0.08705	0.08696	0.08702	0.08703	0.08699

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 คือ ประสิทธิภาพการประมาณระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน แต่ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้น n = 20 ทุก p วิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า $|bias|$ น้อยกว่า และ ให้ค่า RE1 , RE2 มากกว่า

ตารางที่ 1.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE1 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9999	NA	0.9998	1.0001	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	1.0001	NA
	40	1	0.9998	0.9999	1	0.9994	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	1
	80	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	1	0.9998	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9999	1	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	1
0.1	20	1	0.9997	NA	0.9995	0.9985	0.9997	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	0.9999	1	0.9996	1	1	0.9997	0.9998	1	0.9998	1	0.9998	1
	80	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9999	0.9999	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9998	1	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1
0.2	20	1	0.9996	NA	0.9993	0.9986	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	0.9999	1	0.9997	1	1	0.9997	0.9998	1	0.9998	1	0.9998	1
	80	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9999	0.9999	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9998	1	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1
0.3	20	1	0.9995	NA	0.9993	0.9987	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9993	1	NA
	40	1	0.9999	1	0.9997	1	1	0.9997	0.9998	1	0.9998	1	0.9997	1
	80	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9999	0.9998	0.9997	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE2 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9999	NA	0.9997	1	0.9996	NA	NA	NA	NA	0.9999	1.0001	NA
	40	1	0.9999	1	1	0.9993	1	1	1	1	1	0.9999	1	1
	80	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9998	0.9999	0.9999	1	1	0.9997	1	0.9999
	120	1	0.9998	0.9997	0.9999	1	1	1	0.9998	0.9998	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	0.9994	0.9983	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.999	1	NA
	40	1	1	1	0.9996	1.0001	1	0.9998	0.9997	1.0001	0.9997	1	0.9999	1.0001
	80	1	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9997	1	1
	120	1	0.9998	0.9998	0.9998	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1
0.2	20	1	0.9997	NA	0.9992	0.9985	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9991	1	NA
	40	1	1	1	0.9997	1.0001	1	0.9998	0.9998	1.0001	0.9998	1	0.9999	1
	80	1	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9996	1	1
	120	1	0.9998	0.9998	0.9997	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1
0.3	20	1	0.9996	NA	0.9992	0.9986	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9992	1	NA
	40	1	1	1	0.9997	1	1	0.9998	0.9998	1	0.9998	1	0.9998	1
	80	1	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9996	1	1
	120	1	0.9999	0.9997	0.9996	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.3.3 เปรียบเทียบค่า lBiasl ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

lBiasl of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.05918	0.05917	NA	0.05932	0.05927	0.05933	NA	NA	NA	NA	0.05928	0.05925	NA
	40	0.05926	0.05917	0.0592	0.05925	0.05935	0.05919	0.05926	0.05926	0.05925	0.05924	0.05929	0.0592	0.05922
	80	0.05924	0.05918	0.05921	0.05928	0.05922	0.0593	0.05918	0.05928	0.05919	0.05921	0.05931	0.05924	0.05927
	120	0.05924	0.05929	0.05931	0.05928	0.05925	0.05923	0.05922	0.05929	0.05929	0.0592	0.05926	0.05924	0.05924
0.1	20	0.0765	0.07641	NA	0.0766	0.07669	0.0764	NA	NA	NA	NA	0.07664	0.07648	NA
	40	0.07652	0.07644	0.07646	0.07659	0.07649	0.07651	0.0764	0.07657	0.07648	0.07657	0.07651	0.07642	0.07646
	80	0.0765	0.07645	0.07646	0.07651	0.07647	0.07653	0.07648	0.07653	0.07646	0.07649	0.07658	0.0765	0.07651
	120	0.0765	0.07655	0.07656	0.07656	0.07652	0.07645	0.07648	0.07653	0.07654	0.07646	0.07651	0.07652	0.07649
0.2	20	0.07217	0.07207	NA	0.0723	0.07235	0.07209	NA	NA	NA	NA	0.07231	0.07215	NA
	40	0.07219	0.07211	0.07213	0.07226	0.07216	0.07217	0.07207	0.07224	0.07216	0.07224	0.07217	0.07209	0.07213
	80	0.07217	0.07213	0.07213	0.07217	0.07213	0.0722	0.07216	0.07221	0.07213	0.07216	0.07225	0.07217	0.07219
	120	0.07217	0.07222	0.07224	0.07224	0.0722	0.07213	0.07215	0.0722	0.07221	0.07213	0.07219	0.07219	0.07216
0.3	20	0.07031	0.07021	NA	0.07046	0.07051	0.07025	NA	NA	NA	NA	0.07046	0.0703	NA
	40	0.07034	0.07026	0.07028	0.07041	0.07031	0.07033	0.07023	0.07039	0.07032	0.07039	0.07033	0.07023	0.07029
	80	0.07031	0.07028	0.07029	0.07033	0.07028	0.07035	0.07031	0.07037	0.07029	0.07032	0.07041	0.07033	0.07034
	120	0.07031	0.07037	0.0704	0.07041	0.07036	0.07029	0.07031	0.07035	0.07037	0.07028	0.07034	0.07035	0.07031

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 และ 0.025 คือ ประสิทธิภาพการประมาณระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน แต่ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ n = 20 ทุก p วิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า $|bias|$ น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 1.4.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9995	NA	1	1	0.9996	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9997	NA
	40	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1	0.9997	1	1	1	1.0001	1
	80	1	0.9998	1	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1	1.0002	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9997	1	1	0.9998	1
0.1	20	1	0.9993	NA	1	1.0002	0.9989	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9999	NA
	40	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	0.9997	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002
	80	1	1	1	0.9999	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001
	120	1	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1.0001	1.0001	1	1.0001
0.2	20	1	0.9994	NA	0.9998	1.0004	1	NA	NA	NA	NA	1.0002	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0005	1.0004	1.0004	1.0005	1.0001	1.0004	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0003	1.0002	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0001	1.0003
	120	1	1.0004	1.0004	1.0003	1.0002	1.0003	1.0004	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0004
0.3	20	1	0.9992	NA	1.0001	1.0004	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0004	1.0001	NA
	40	1	1.0008	1.0008	1.0009	1.0008	1.0008	1.0009	1.0006	1.0007	1.0008	1.0008	1.0006	1.0008
	80	1	1.0006	1.0006	1.0005	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006	1.0007	1.0007	1.0005	1.0005	1.0007
	120	1	1.0006	1.0006	1.0004	1.0004	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0006	1.0005	1.0005	1.0006

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD

RE2 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9997	NA	1.0001	1	0.9995	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9998	NA
	40	1	1	1	1.0001	1.0001	1	1	0.9996	1	1.0001	1	1.0001	1.0001
	80	1	0.9999	1	1	1	1.0001	1.0001	1	1.0001	1	1.0001	1	1.0001
	120	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9997	1	1	0.9998	1
0.1	20	1	0.9997	NA	1	1.0003	0.9993	NA	NA	NA	NA	1.0001	1.0001	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	0.9997	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	0.9999	0.9998	1.0002
	120	1	1.0002	1.0002	1.0002	1	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0001	1.0002	1	1.0002
0.2	20	1	0.9997	NA	0.9998	1.0005	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0003	NA
	40	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0001	1.0004	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006
	80	1	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0001	1.0001	1.0004
	120	1	1.0004	1.0005	1.0003	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0003	1.0005
0.3	20	1	0.9996	NA	1.0001	1.0006	1.0005	NA	NA	NA	NA	1.0004	1.0003	NA
	40	1	1.001	1.001	1.001	1.0009	1.001	1.001	1.0006	1.0008	1.001	1.0009	1.0008	1.001
	80	1	1.0008	1.0008	1.0007	1.0008	1.0008	1.0008	1.0007	1.0008	1.0008	1.0005	1.0005	1.0008
	120	1	1.0007	1.0007	1.0005	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0005	1.0007

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.4.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

		|Bias| of 0.95 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.05355	0.05341	NA	0.05353	0.05356	0.05362	NA	NA	NA	NA	0.05358	0.05342	NA
	40	0.05355	0.05346	0.05355	0.05347	0.05347	0.05345	0.05354	0.05361	0.05354	0.05354	0.05356	0.05352	0.05348
	80	0.05345	0.05342	0.05344	0.05346	0.05355	0.05349	0.0535	0.05355	0.0535	0.05345	0.05353	0.05355	0.05355
	120	0.05354	0.05353	0.05349	0.05351	0.05356	0.05355	0.05354	0.05355	0.0536	0.05353	0.05354	0.05358	0.0535
0.1	20	0.09625	0.09602	NA	0.09625	0.09615	0.09598	NA	NA	NA	NA	0.09624	0.09608	NA
	40	0.09626	0.09615	0.09614	0.09619	0.09621	0.09612	0.09615	0.0963	0.09622	0.09618	0.0962	0.09611	0.09617
	80	0.09624	0.09611	0.09611	0.0961	0.09618	0.09616	0.09619	0.09619	0.09614	0.09615	0.09626	0.09627	0.09619
	120	0.09624	0.09619	0.09615	0.09619	0.09624	0.09619	0.09619	0.09621	0.09625	0.09621	0.09619	0.09625	0.09617
0.2	20	0.09784	0.09752	NA	0.09786	0.09769	0.0976	NA	NA	NA	NA	0.09779	0.0976	NA
	40	0.09786	0.09769	0.09768	0.09771	0.09776	0.09766	0.09769	0.09784	0.09779	0.09771	0.09774	0.09765	0.0977
	80	0.09783	0.09767	0.09765	0.09762	0.09771	0.0977	0.09774	0.09775	0.09769	0.09769	0.09782	0.09782	0.09775
	120	0.09784	0.09773	0.0977	0.09777	0.0978	0.09775	0.09774	0.09776	0.0978	0.09775	0.09776	0.09779	0.09771
0.3	20	0.1039	0.10349	NA	0.10389	0.10372	0.10366	NA	NA	NA	NA	0.10381	0.10361	NA
	40	0.10396	0.1037	0.1037	0.10374	0.1038	0.1037	0.10373	0.10386	0.10382	0.10372	0.10379	0.10362	0.10372
	80	0.10393	0.1037	0.10368	0.10366	0.10372	0.10374	0.10377	0.1038	0.10372	0.10372	0.10385	0.10385	0.10378
	120	0.10392	0.10374	0.10375	0.10384	0.10384	0.10379	0.10378	0.10378	0.10382	0.10378	0.10379	0.10381	0.10374

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน โดยวิธี GE และ วิธี GEPD เกือบทุกวิธี จะให้ค่า RE1, RE2 มากกว่า 1 หรือมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี MLE เล็กน้อย และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ n = 20 ทุก p วิธี GEPD แบบ 4-Cluster Mean และ GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อย เนื่องจากให้ค่า $|bias|$ น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 1.5.1เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD

RE1 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9995	NA	1	1	0.9995	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9997	NA
	40	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1	0.9997	1	1	1	1.0001	1
	80	1	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1	1.0002	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9997	1	1	0.9998	1
0.1	20	1	0.9993	NA	1	1.0002	0.9989	NA	NA	NA	NA	1	0.9999	NA
	40	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	0.9997	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002
	80	1	0.9999	1	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	0.9999	1.0001
	120	1	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1.0001	1.0001	1	1.0001
0.2	20	1	0.9994	NA	0.9998	1.0004	1	NA	NA	NA	NA	1.0002	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0005	1.0004	1.0004	1.0005	1.0001	1.0004	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0001	1.0003
	120	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
0.3	20	1	0.9992	NA	1	1.0004	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008	1.0006	1.0007	1.0008	1.0008	1.0005	1.0008
	80	1	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0004	1.0004	1.0006
	120	1	1.0005	1.0005	1.0004	1.0004	1.0005	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.5.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE2 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9996	NA	1	0.9999	0.9995	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9998	NA
	40	1	1	1	1.0001	1.0001	1	1	0.9996	1	1.0001	1	1.0001	1.0001
	80	1	0.9998	1	1	1	1.0001	1.0001	1	1.0001	1	1.0001	1	1
	120	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	0.9996	1	1	0.9998	1
0.1	20	1	0.9996	NA	1	1.0003	0.9993	NA	NA	NA	NA	1	1.0001	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	0.9996	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	0.9998	0.9998	1.0002
	120	1	1.0002	1.0002	1.0002	1	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0001	1.0002	0.9999	1.0002
0.2	20	1	0.9997	NA	0.9998	1.0005	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0002	1.0002	NA
	40	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0001	1.0004	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0001	1.0001	1.0004
	120	1	1.0004	1.0005	1.0003	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0003	1.0005
0.3	20	1	0.9995	NA	1	1.0005	1.0004	NA	NA	NA	NA	1.0004	1.0003	NA
	40	1	1.001	1.001	1.001	1.0009	1.001	1.001	1.0006	1.0008	1.001	1.0009	1.0008	1.001
	80	1	1.0008	1.0007	1.0007	1.0008	1.0008	1.0007	1.0006	1.0008	1.0008	1.0004	1.0005	1.0007
	120	1	1.0007	1.0006	1.0004	1.0004	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0005	1.0007

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.5.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

IBiasI of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.06435	0.06419	NA	0.06434	0.06437	0.06444	NA	NA	NA	NA	0.0644	0.06421	NA
	40	0.06436	0.06425	0.06435	0.06427	0.06428	0.06424	0.06435	0.06442	0.06435	0.06434	0.06437	0.06432	0.06427
	80	0.06424	0.06421	0.06423	0.06425	0.06436	0.06429	0.06429	0.06436	0.06429	0.06424	0.06434	0.06436	0.06435
	120	0.06434	0.06434	0.06429	0.06432	0.06436	0.06435	0.06434	0.06436	0.06441	0.06433	0.06435	0.06439	0.0643
0.1	20	0.1128	0.11253	NA	0.11281	0.1127	0.1125	NA	NA	NA	NA	0.1128	0.11261	NA
	40	0.11281	0.11268	0.11267	0.11274	0.11275	0.11266	0.11268	0.11286	0.11276	0.11272	0.11274	0.11264	0.11271
	80	0.11278	0.11263	0.11264	0.11264	0.11271	0.1127	0.11273	0.11273	0.11267	0.11269	0.11281	0.11282	0.11274
	120	0.11278	0.11273	0.1127	0.11273	0.11279	0.11273	0.11273	0.11276	0.1128	0.11274	0.11274	0.1128	0.11271
0.2	20	0.11412	0.11377	NA	0.11416	0.11398	0.11386	NA	NA	NA	NA	0.11408	0.11386	NA
	40	0.11415	0.11395	0.11394	0.11399	0.11404	0.11392	0.11395	0.11413	0.11407	0.11399	0.11402	0.11391	0.11397
	80	0.11412	0.11393	0.11392	0.11389	0.11397	0.11397	0.11402	0.11403	0.11395	0.11396	0.11411	0.1141	0.11403
	120	0.11412	0.11401	0.11398	0.11405	0.11408	0.11403	0.11401	0.11404	0.11408	0.11402	0.11404	0.11407	0.11398
0.3	20	0.12059	0.12013	NA	0.12059	0.12041	0.12032	NA	NA	NA	NA	0.1205	0.12027	NA
	40	0.12065	0.12037	0.12037	0.12042	0.12047	0.12037	0.12039	0.12055	0.1205	0.1204	0.12046	0.12027	0.12039
	80	0.12062	0.12037	0.12034	0.12032	0.12039	0.12041	0.12044	0.12049	0.12039	0.12039	0.12054	0.12054	0.12045
	120	0.12061	0.12042	0.12043	0.12053	0.12052	0.12046	0.12046	0.12046	0.12051	0.12045	0.12047	0.1205	0.12041

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 คือ การประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPD มีประสิทธิภาพ ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน โดยวิธี GE และ วิธี GEPD เกือบทุกวิธี จะให้ค่า RE1, RE2 มากกว่า 1 หรือมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี MLE เล็กน้อย และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ n = 20 วิธี GEPD แบบ 4-Cluster Mean และ GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า $|bias|$ น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 1.6.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD

RE1 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9994	NA	1	0.9999	0.9995	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9997	NA
	40	1	0.9999	1	1	1	0.9998	1	0.9997	1	1	1	1.0001	1
	80	1	0.9998	0.9999	1.0001	1.0001	1.0002	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	0.9997	1	1	0.9998	1
0.1	20	1	0.9992	NA	0.9999	1.0002	0.9988	NA	NA	NA	NA	1	0.9999	NA
	40	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	0.9996	1.0002	1.0002	1.0002	1	1.0002
	80	1	0.9999	1	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	0.9998	0.9999	1.0001
	120	1	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1.0001	1.0001	0.9999	1.0001
0.2	20	1	0.9993	NA	0.9997	1.0003	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0005	1.0004	1.0004	1.0004	1.0001	1.0004	1.0005	1.0005	1.0003	1.0005
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1	1.0001	1.0003
	120	1	1.0003	1.0003	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
0.3	20	1	0.9991	NA	0.9999	1.0004	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008	1.0005	1.0007	1.0008	1.0008	1.0005	1.0008
	80	1	1.0006	1.0005	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0004	1.0004	1.0006
	120	1	1.0005	1.0005	1.0003	1.0003	1.0005	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.6.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE2 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9996	NA	1	0.9999	0.9994	NA	NA	NA	NA	0.9997	0.9998	NA
	40	1	1	1	1.0001	1.0001	1	1	0.9996	1	1.0001	0.9999	1.0001	1.0001
	80	1	0.9998	1	1.0001	1	1.0001	1.0001	1	1.0001	1	1	1	1
	120	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	0.9996	1	1	0.9998	1
0.1	20	1	0.9996	NA	0.9999	1.0003	0.9993	NA	NA	NA	NA	0.9999	1.0001	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	0.9996	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	0.9998	0.9998	1.0002
	120	1	1.0002	1.0002	1.0002	0.9999	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0001	1.0002	0.9999	1.0002
0.2	20	1	0.9997	NA	0.9997	1.0004	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0002	1.0002	NA
	40	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0001	1.0004	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1	1.0001	1.0003
	120	1	1.0004	1.0004	1.0003	1.0002	1.0004	1.0004	1.0003	1.0002	1.0004	1.0003	1.0002	1.0004
0.3	20	1	0.9995	NA	0.9999	1.0005	1.0004	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0003	NA
	40	1	1.0009	1.0009	1.0009	1.0008	1.0009	1.0009	1.0006	1.0008	1.0009	1.0009	1.0007	1.0009
	80	1	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006	1.0007	1.0007	1.0004	1.0004	1.0007
	120	1	1.0006	1.0006	1.0003	1.0004	1.0006	1.0006	1.0006	1.0004	1.0006	1.0005	1.0005	1.0006

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 1.6.3 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		IBiasI of 0.99 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.0769	0.07673	NA	0.07691	0.07693	0.07702	NA	NA	NA	NA	0.07697	0.07676	NA
	40	0.07692	0.07679	0.07691	0.07683	0.07684	0.07678	0.07691	0.07699	0.07691	0.0769	0.07694	0.07687	0.07683
	80	0.07679	0.07675	0.07678	0.07681	0.07692	0.07685	0.07684	0.07693	0.07684	0.07678	0.07691	0.07692	0.07692
	120	0.0769	0.0769	0.07685	0.07688	0.07693	0.07691	0.0769	0.07692	0.07698	0.07689	0.07691	0.07695	0.07685
0.1	20	0.13204	0.13174	NA	0.13206	0.13195	0.13169	NA	NA	NA	NA	0.13205	0.13183	NA
	40	0.13205	0.1319	0.13189	0.13198	0.13198	0.13188	0.1319	0.13211	0.13199	0.13196	0.13198	0.13185	0.13194
	80	0.13202	0.13185	0.13186	0.13186	0.13194	0.13193	0.13196	0.13197	0.1319	0.13191	0.13206	0.13206	0.13197
	120	0.13202	0.13197	0.13193	0.13197	0.13203	0.13196	0.13196	0.132	0.13204	0.13197	0.13197	0.13204	0.13193
0.2	20	0.13306	0.13266	NA	0.13311	0.13292	0.13276	NA	NA	NA	NA	0.13303	0.13277	NA
	40	0.13308	0.13287	0.13285	0.13292	0.13296	0.13284	0.13286	0.13307	0.13299	0.13291	0.13294	0.13282	0.13289
	80	0.13305	0.13284	0.13283	0.1328	0.13289	0.1329	0.13294	0.13296	0.13287	0.13288	0.13305	0.13304	0.13295
	120	0.13306	0.13293	0.13291	0.13299	0.13302	0.13295	0.13293	0.13297	0.13301	0.13294	0.13297	0.133	0.1329
0.3	20	0.13999	0.13947	NA	0.14	0.13982	0.13969	NA	NA	NA	NA	0.13991	0.13964	NA
	40	0.14006	0.13974	0.13974	0.13981	0.13987	0.13975	0.13977	0.13996	0.1399	0.13979	0.13986	0.13964	0.13977
	80	0.14003	0.13974	0.13972	0.1397	0.13977	0.1398	0.13983	0.13989	0.13977	0.13978	0.13995	0.13994	0.13985
	120	0.14001	0.13981	0.13982	0.13993	0.13992	0.13985	0.13985	0.13986	0.13991	0.13983	0.13986	0.13989	0.1398

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 และ 0.975 คือ การประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPD มีประสิทธิภาพ ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน โดยวิธี GE และ วิธี GEPD เกือบทุกวิธี จะให้ค่า RE1, RE2 มากกว่า 1 หรือมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี MLE เล็กน้อย และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ n = 20 วิธี GEPD แบบ 4-Cluster Mean และ GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า $|bias|$ น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

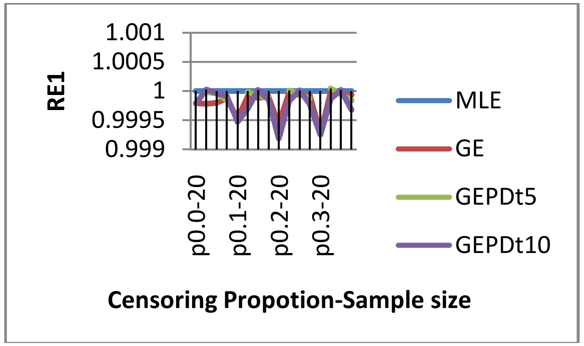
โดยจะเห็นว่าการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 วิธี GE และ GEPD จะดีกว่าวิธี MLE ชัดเจนกว่าควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05 เนื่องประสิทธิภาพการประมาณ RE1 และ RE2 จะให้ผลมากกว่า 1

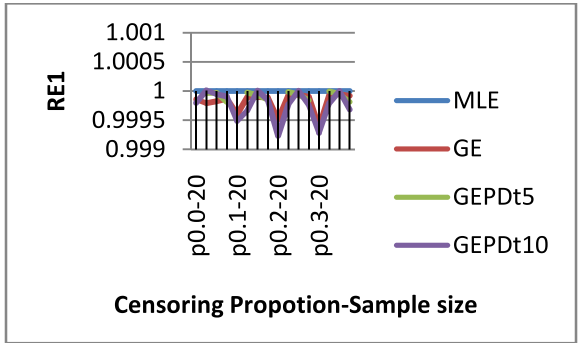
4.1.2 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 และ $|bias|$ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1)ในรูปกราฟ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ในแต่ละแบบต่อไปนี้ Trimmed q100%, K-Cluster Mean, และ Trimmed q100%& K-Cluster Mean โดยที่ q = 0.05, 0.1 และ K = 4, 6, 8 ของการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05 และค่าควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975, 0.99

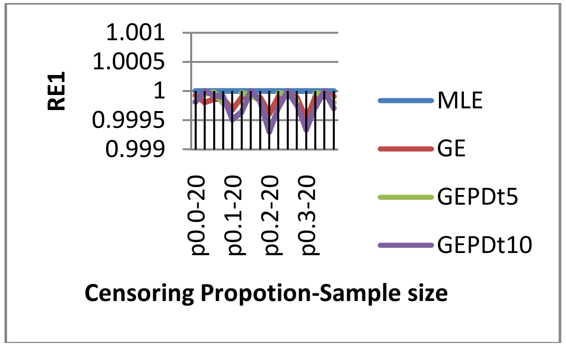
รูปที่ 1.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

<u>ควอนไทล์ ที่ 0.01</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.025</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.05</u>

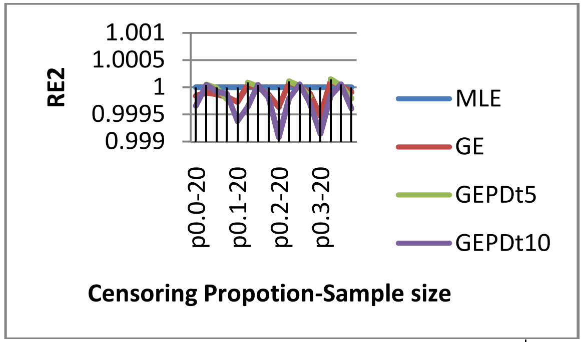
RE1

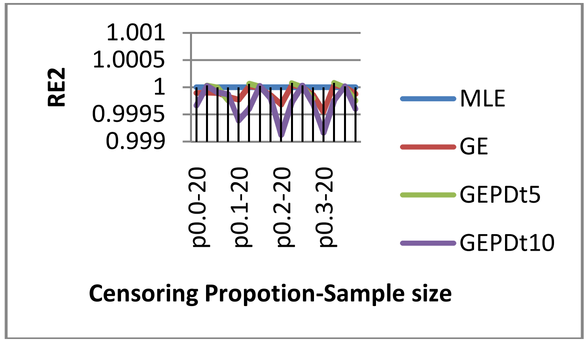


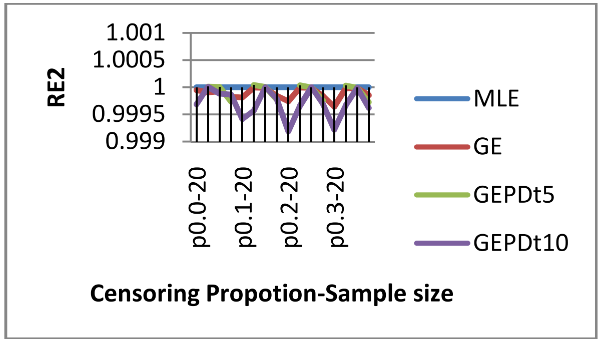




RE2





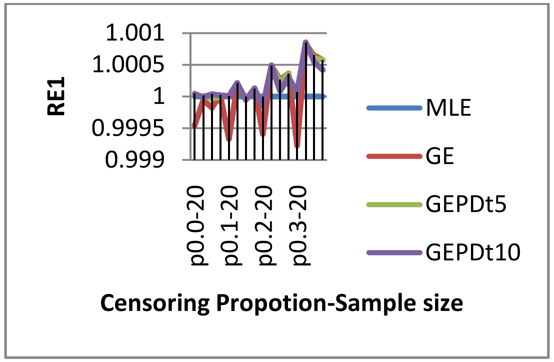


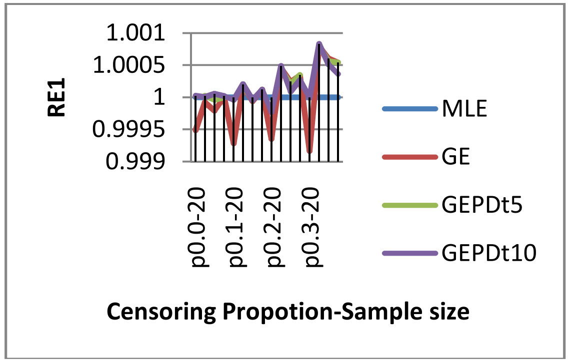
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

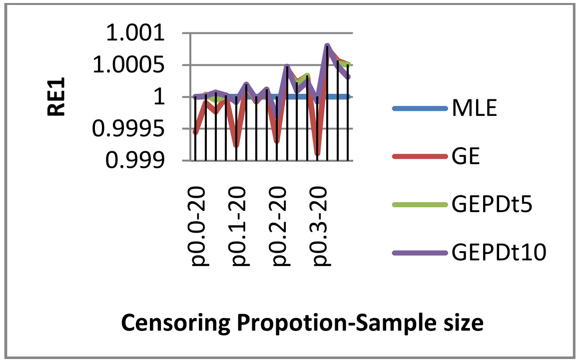
รูปที่ 1.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

<u>ควอนไทล์ ที่ 0.95</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.975</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.99</u>

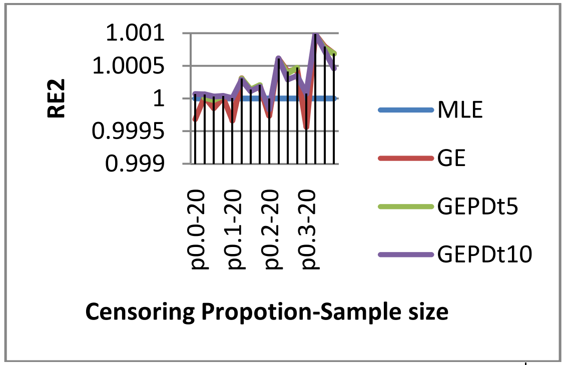
RE1

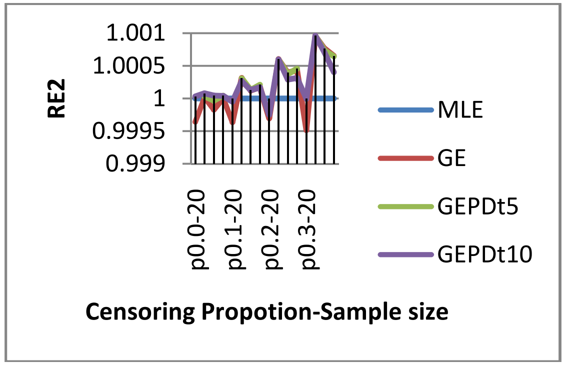


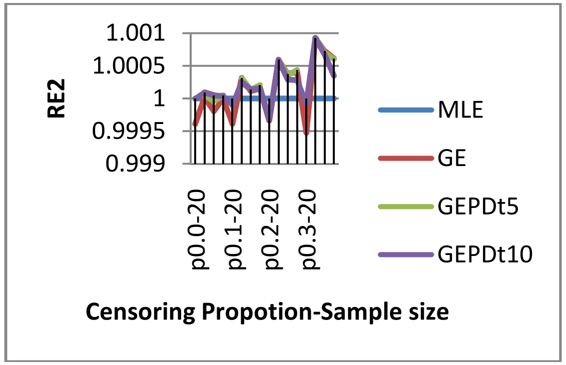




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

จากกราฟด้านบน ถ้าพิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ และสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มคงที่ ยกเว้นที่ขนาด n = 20 จะมีแนวโน้มลดลง

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q = 0.05, 0.1 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE มีแนวโน้มคงที่ และ GEPD แบบ trimmed 5% มีแนวโน้มลดลง ที่ trimmed 10% ไม่ชัดเจน

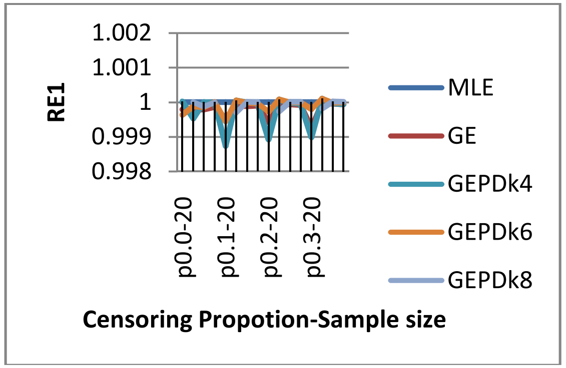
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

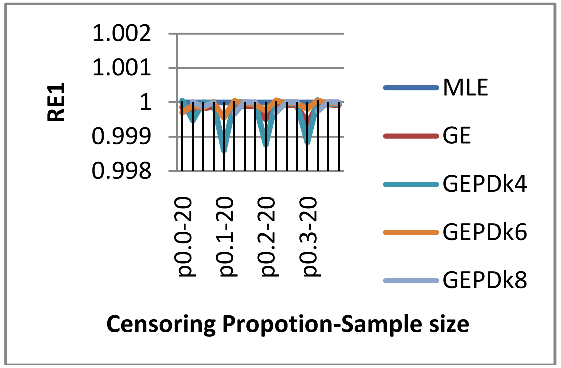
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ trimmed 5% และ trimmed 10%   มีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n =20) อาจเนื่องมาจากวิธี MLE จะมีประสิทธิภาพดีขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างมาก ๆ ทำให้ค่า RE1 และ RE2 ของวิธี GE และ GEPD ลดลง

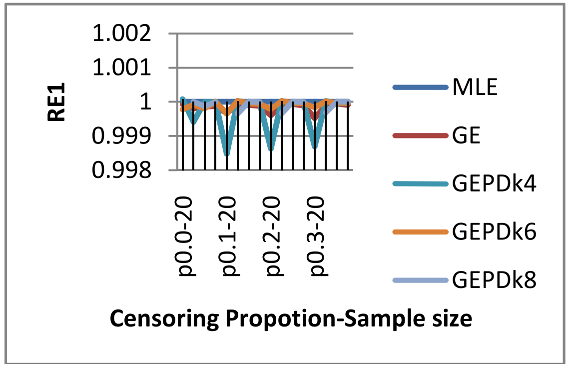
รูปที่ 1.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

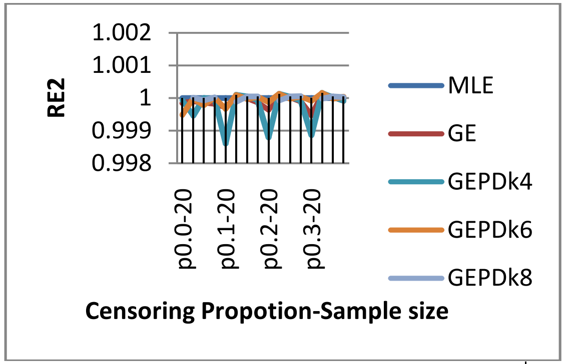
RE1

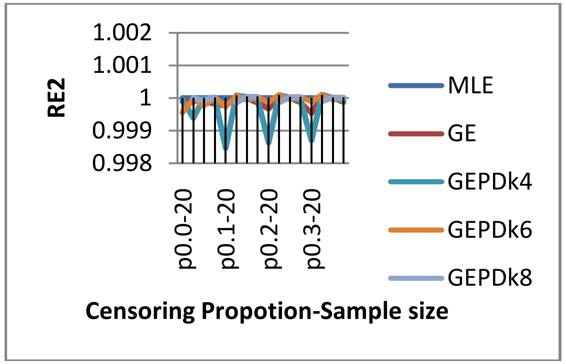


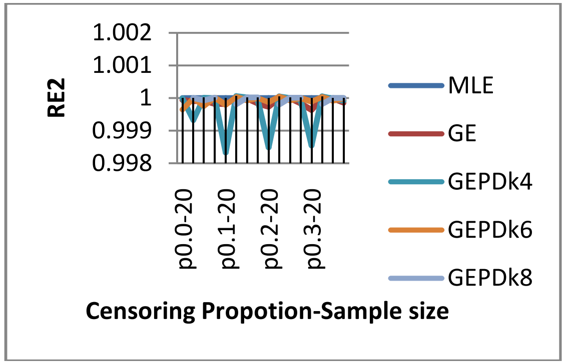




RE2





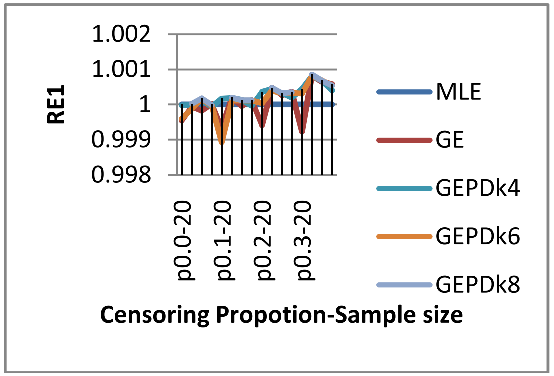


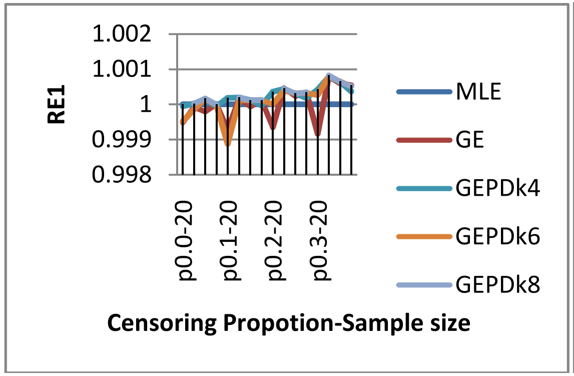
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

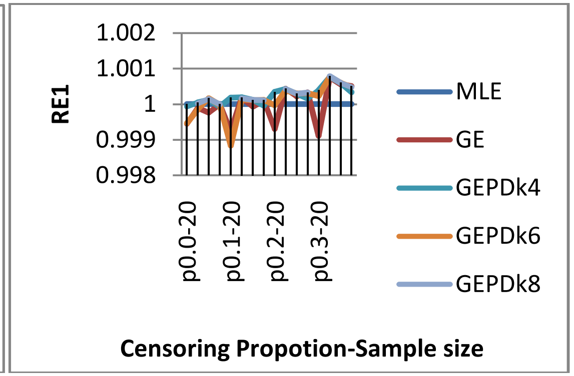
รูปที่ 1.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

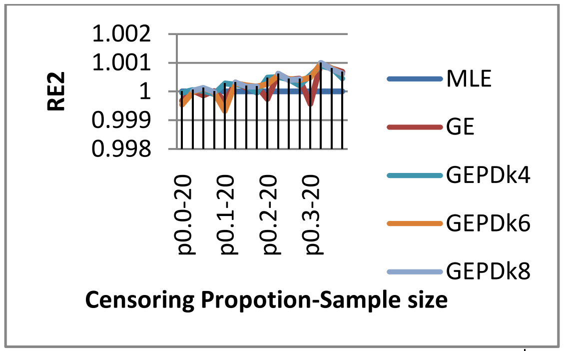
RE1

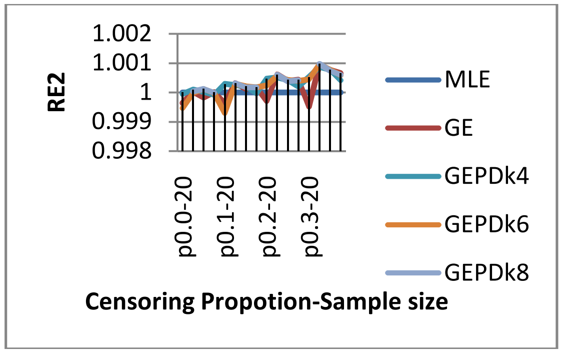


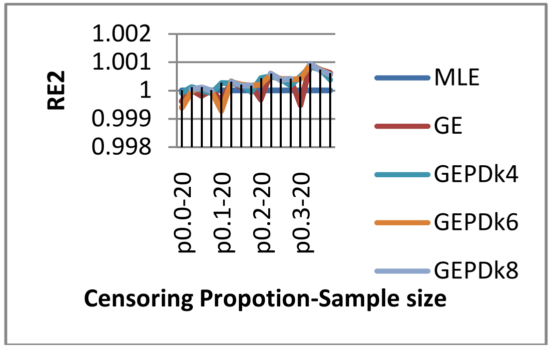




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 จะมีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPDแบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มคงที่

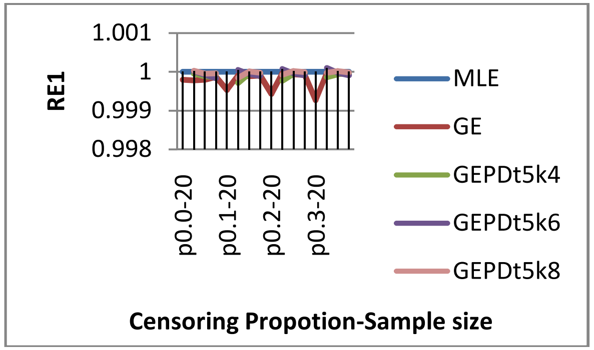
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

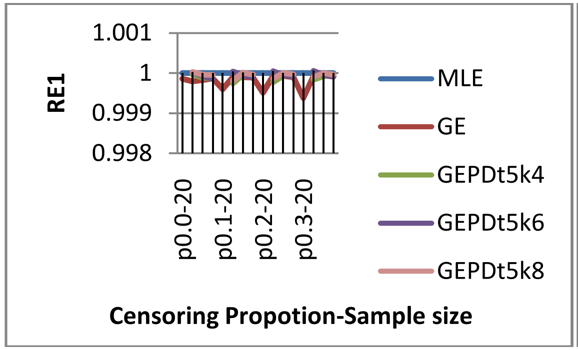
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ วิธี GEPD แบบ K-Cluster Mean โดยที่ K = 4, 6, 8 มีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n = 20 จะมีค่า RE1, RE2 ต่ำกว่าขนาดตัวอย่างอื่น ๆ)

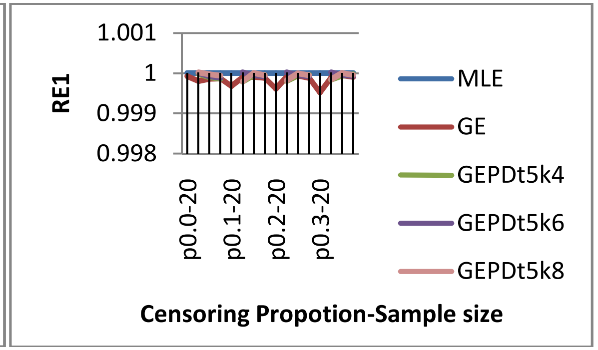
รูปที่ 1.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

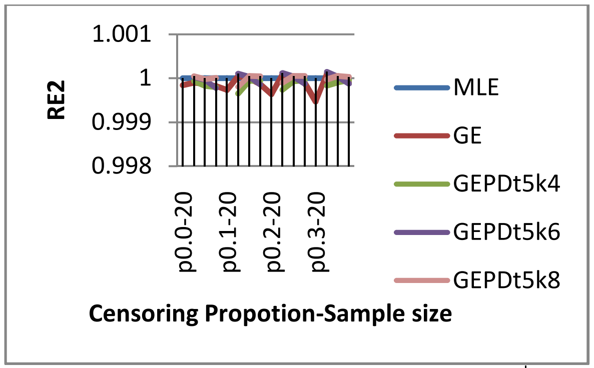
RE1

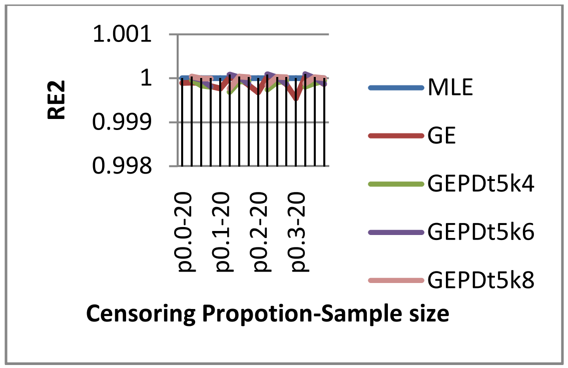


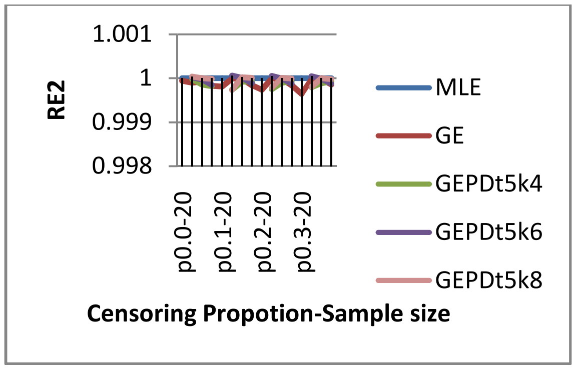




RE2





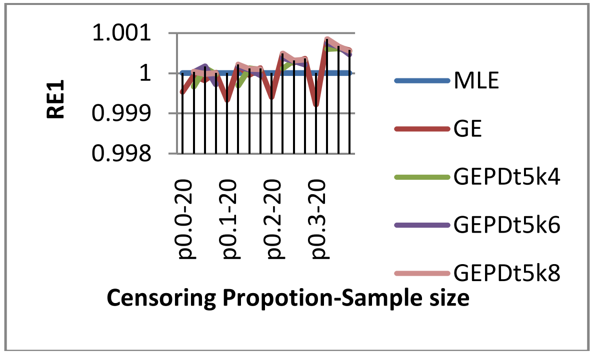


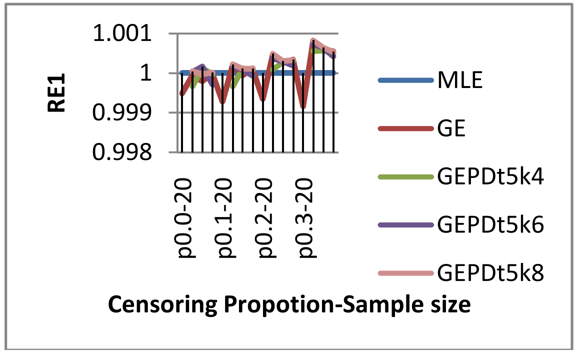
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

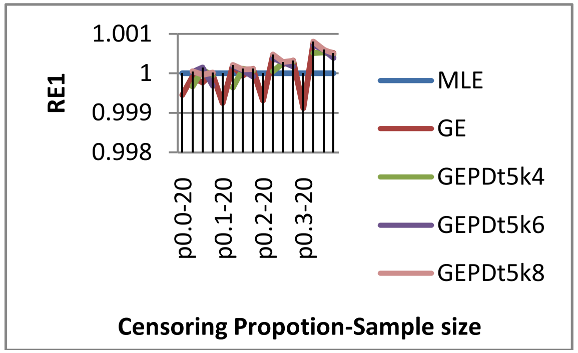
รูปที่ 1.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

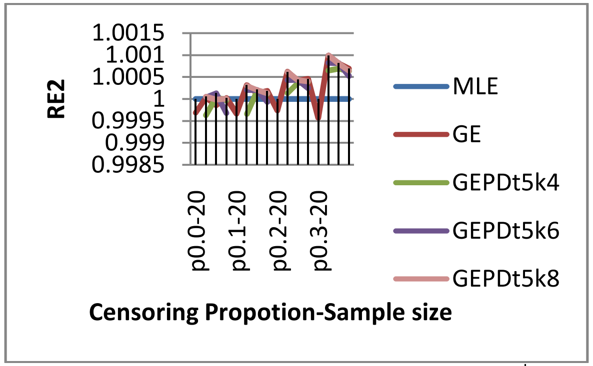
RE1

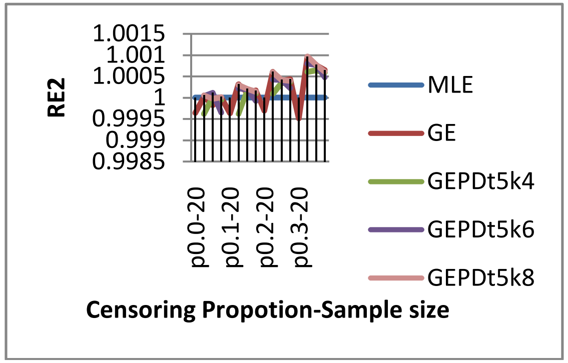


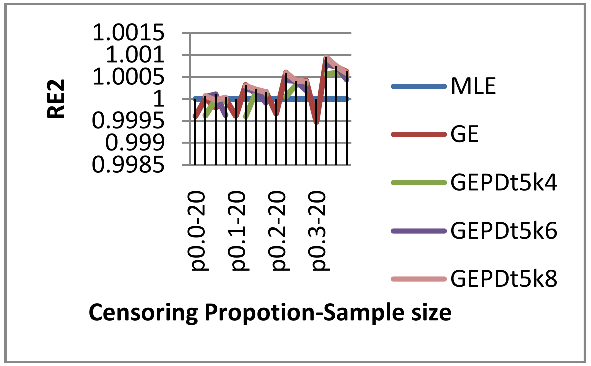




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้ม คงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มคงที่

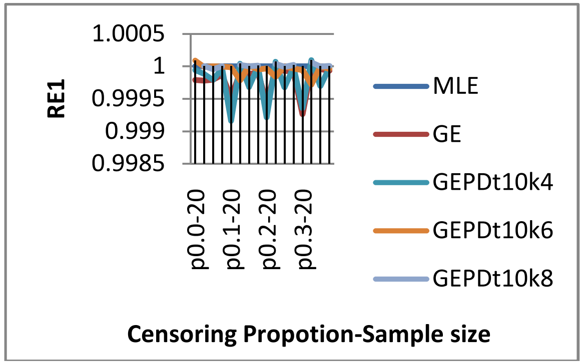
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

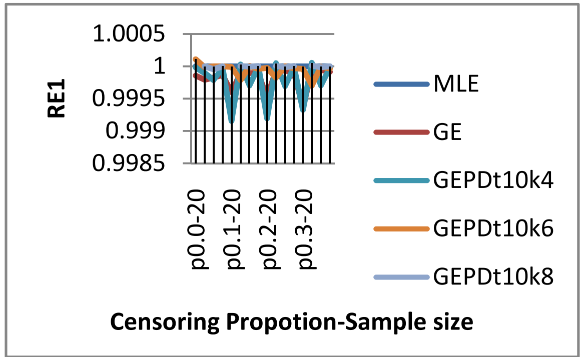
ประสิทธิภาพ RE1, RE2 ของวิธี GEและวิธี GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดยที่ K = 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มลดลง

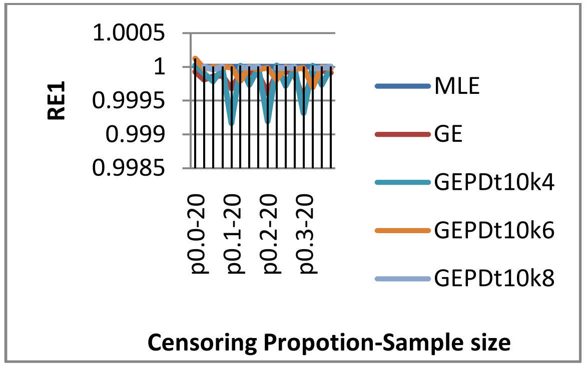
รูปที่ 1.4.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

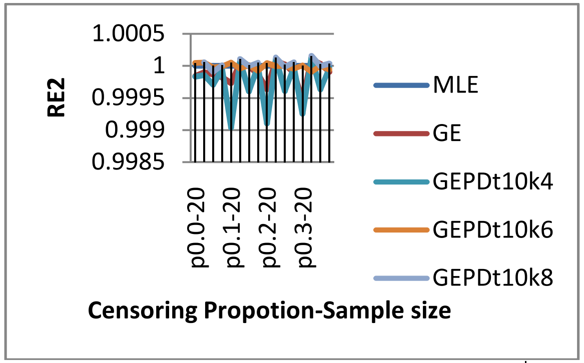
RE1

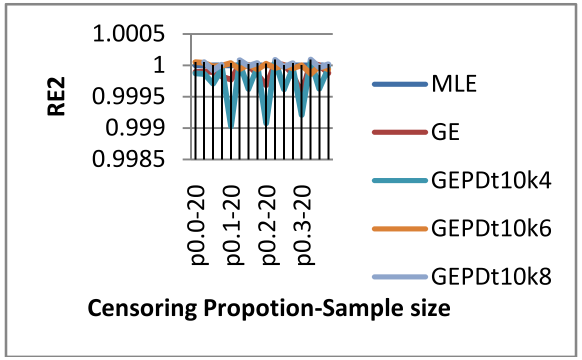


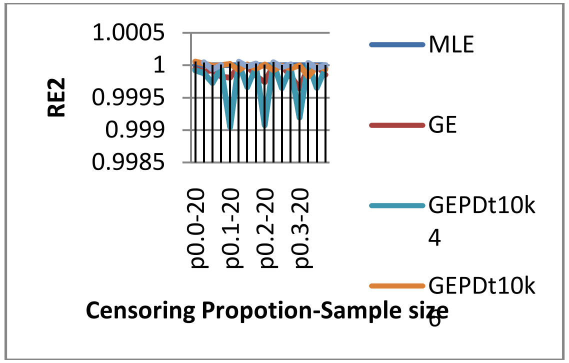




RE2





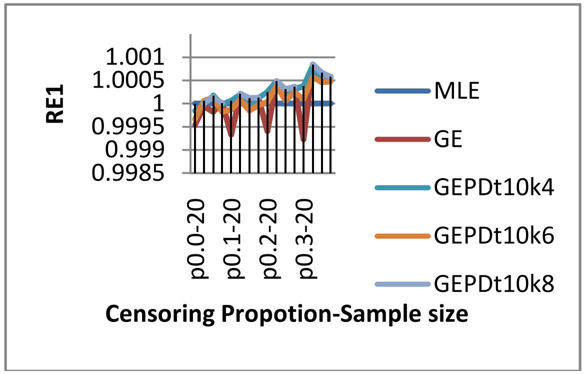


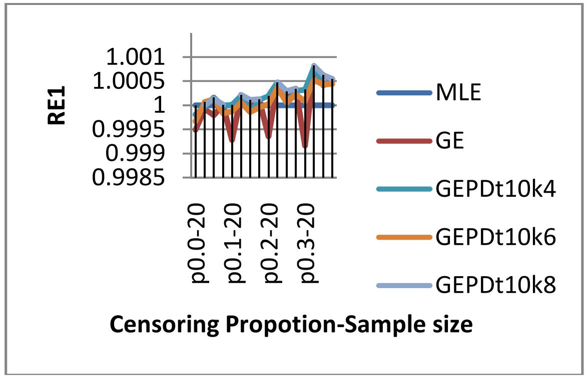
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

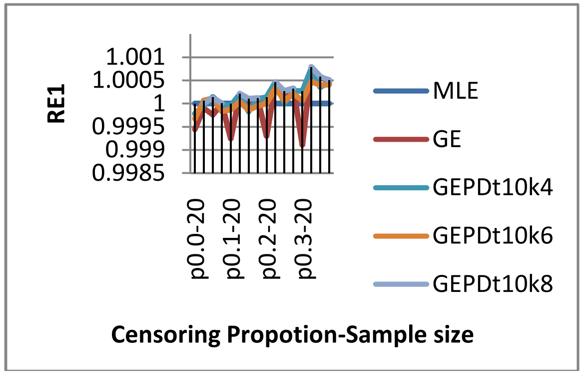
รูปที่ 1.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

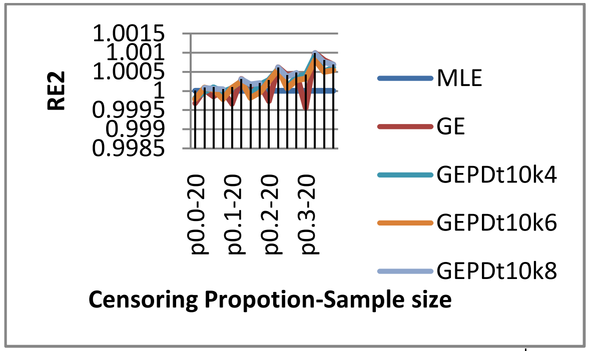
RE1

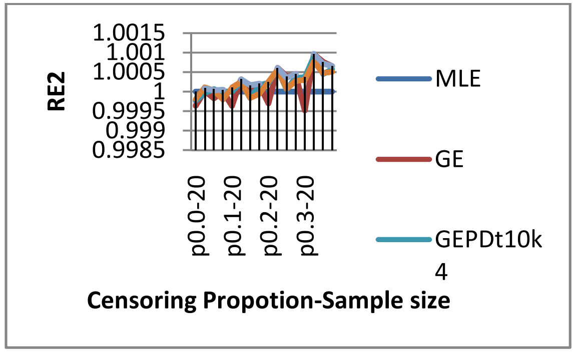


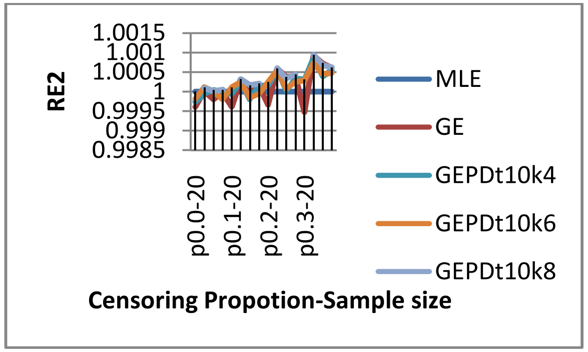




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้น n = 20)

4.2 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบค่าต่ำสุดขีด

4.2.1 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 และ $|bias|$ ของการประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD

ตารางที่ 2.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9995	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9999	1	1.0001	1	0.9998	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	1	0.9999	1.0001	1	0.9998	1	1	1	1	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1.0004	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1.0002	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9997	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	1	0.9999	1	1	0.9998	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9994	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0005	1.0005	1.0005	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1	1.0001	1.0001	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	1	0.9999	1.0001	1	0.9998	1	1.0001	1	1.0001	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9993	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	0.9999	0.9999	1.0001	1	0.9998	0.9999	1	1	1.0001	1
0.3	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9993	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	0.9999	0.9999	0.9999	1.0001	1	0.9998	0.9999	1	1	1.0001	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.1.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และGEPD

IBiasI of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1033	0.1036	NA	0.1033	0.1034	0.1036	NA	NA	NA	NA	0.1034	0.1036	NA
	40	0.1035	0.1034	0.1034	0.1035	0.1036	0.1033	0.1033	0.1035	0.1035	0.1033	0.1035	0.1036	0.1033
	80	0.1036	0.1034	0.1036	0.1036	0.1034	0.1033	0.1034	0.1035	0.1031	0.1033	0.1034	0.1035	0.1033
	120	0.1034	0.1034	0.1035	0.1035	0.1035	0.1033	0.1035	0.1035	0.1035	0.1034	0.1035	0.1034	0.1035
0.1	20	0.1331	0.1333	NA	0.133	0.1333	0.1333	NA	NA	NA	NA	0.1332	0.1335	NA
	40	0.1334	0.1331	0.1332	0.1333	0.1332	0.1329	0.133	0.1334	0.133	0.1331	0.1331	0.1333	0.1332
	80	0.1332	0.1331	0.1333	0.1333	0.1332	0.1331	0.1332	0.1334	0.1329	0.133	0.1331	0.1331	0.1331
	120	0.1332	0.1331	0.1332	0.1333	0.1333	0.1331	0.1332	0.1333	0.1333	0.1332	0.1332	0.1331	0.1332
0.2	20	0.1342	0.1344	NA	0.134	0.1344	0.1344	NA	NA	NA	NA	0.1343	0.1346	NA
	40	0.1345	0.1342	0.1342	0.1344	0.1342	0.134	0.134	0.1344	0.1341	0.1341	0.1342	0.1343	0.1342
	80	0.1343	0.1342	0.1344	0.1344	0.1343	0.1341	0.1342	0.1344	0.1339	0.134	0.1342	0.1341	0.1342
	120	0.1343	0.1342	0.1343	0.1343	0.1343	0.1341	0.1343	0.1344	0.1343	0.1342	0.1342	0.1341	0.1343
0.3	20	0.1367	0.137	NA	0.1366	0.1369	0.1369	NA	NA	NA	NA	0.1369	0.1372	NA
	40	0.137	0.1368	0.1369	0.137	0.1368	0.1366	0.1365	0.137	0.1367	0.1367	0.1367	0.1369	0.1368
	80	0.1369	0.1368	0.137	0.137	0.1368	0.1367	0.1368	0.137	0.1365	0.1366	0.1367	0.1367	0.1368
	120	0.1369	0.1368	0.1369	0.1369	0.1369	0.1367	0.1368	0.137	0.1369	0.1368	0.1368	0.1367	0.1369

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน โดยถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างน้อย n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 2.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9995	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1	1.0001	1	0.9998	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0001	1.0003	1.0002	1.0002	1	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0002
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	1	0.9999	1	1	0.9998	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002
	120	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0001	1.0004	1.0005	1.0005	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1	1.0001	1.0001	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	0.9999	0.9999	1.0001	1	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9998	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1.0002	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.2.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

		IBiasI of 0.025 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.077	0.0772	NA	0.0769	0.077	0.0772	NA	NA	NA	NA	0.0771	0.0772	NA
	40	0.0771	0.077	0.0771	0.0771	0.0772	0.077	0.077	0.0771	0.0771	0.077	0.0771	0.0772	0.0769
	80	0.0772	0.077	0.0772	0.0772	0.077	0.077	0.0771	0.0771	0.0768	0.077	0.077	0.0771	0.0769
	120	0.0771	0.077	0.0771	0.0771	0.0771	0.077	0.0771	0.0771	0.0771	0.077	0.0771	0.077	0.0771
0.1	20	0.0976	0.0978	NA	0.0976	0.0978	0.0978	NA	NA	NA	NA	0.0977	0.0979	NA
	40	0.0979	0.0976	0.0977	0.0978	0.0977	0.0975	0.0975	0.0978	0.0975	0.0976	0.0976	0.0978	0.0977
	80	0.0977	0.0976	0.0978	0.0978	0.0977	0.0976	0.0977	0.0978	0.0975	0.0975	0.0976	0.0976	0.0976
	120	0.0977	0.0977	0.0977	0.0978	0.0978	0.0976	0.0977	0.0978	0.0977	0.0977	0.0977	0.0976	0.0977
0.2	20	0.0977	0.0979	NA	0.0976	0.0979	0.0979	NA	NA	NA	NA	0.0978	0.098	NA
	40	0.098	0.0977	0.0978	0.0979	0.0977	0.0976	0.0976	0.0979	0.0976	0.0977	0.0977	0.0978	0.0978
	80	0.0978	0.0977	0.0979	0.0979	0.0978	0.0977	0.0978	0.0979	0.0975	0.0976	0.0977	0.0976	0.0977
	120	0.0978	0.0977	0.0978	0.0978	0.0978	0.0977	0.0978	0.0979	0.0978	0.0977	0.0977	0.0977	0.0978
0.3	20	0.0987	0.0989	NA	0.0987	0.0989	0.0989	NA	NA	NA	NA	0.0988	0.0991	NA
	40	0.099	0.0988	0.0988	0.0989	0.0988	0.0986	0.0986	0.099	0.0987	0.0987	0.0987	0.0989	0.0988
	80	0.0989	0.0988	0.0989	0.099	0.0988	0.0987	0.0988	0.0989	0.0986	0.0986	0.0987	0.0987	0.0987
	120	0.0988	0.0988	0.0989	0.0989	0.0989	0.0987	0.0988	0.0989	0.0989	0.0988	0.0988	0.0987	0.0988

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 คือ ประสิทธิภาพการประมาณระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างน้อย n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 2.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9999	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9995	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0002	1.0003	1.0001	1.0003	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1.0001	1	1
	120	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9995	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1.0002	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9995	NA
	40	1	1.0002	1.0002	1	1.0002	1.0001	1.0001	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002
	80	1	1	0.9999	0.9998	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0004	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1	1.0001	1	0.9998	1	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	0.9999	1	1.0001	1	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0001	1.0004	1.0002	1.0003	1.0001	1.0003	1.0004	1.0004	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9998	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1	1.0003	1.0001	1.0002	1	1.0002	1.0003	1.0003	1.0001	1.0002
	80	1	1.0001	0.9999	0.9997	1	1.0001	1	0.9999	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.3.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

|Bias| of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.0568	0.057	NA	0.0568	0.0568	0.057	NA	NA	NA	NA	0.0569	0.057	NA
	40	0.0569	0.0569	0.0569	0.057	0.057	0.0568	0.0568	0.0569	0.0569	0.0568	0.0569	0.057	0.0568
	80	0.057	0.0569	0.057	0.057	0.0569	0.0568	0.0569	0.057	0.0567	0.0568	0.0569	0.0569	0.0568
	120	0.0569	0.0569	0.057	0.0569	0.057	0.0568	0.0569	0.0569	0.0569	0.0569	0.0569	0.0569	0.0569
0.1	20	0.0705	0.0707	NA	0.0705	0.0706	0.0706	NA	NA	NA	NA	0.0706	0.0707	NA
	40	0.0707	0.0705	0.0705	0.0707	0.0705	0.0704	0.0704	0.0707	0.0704	0.0705	0.0705	0.0706	0.0706
	80	0.0706	0.0705	0.0706	0.0707	0.0706	0.0705	0.0706	0.0707	0.0704	0.0704	0.0705	0.0705	0.0705
	120	0.0706	0.0705	0.0706	0.0706	0.0706	0.0705	0.0706	0.0707	0.0706	0.0705	0.0705	0.0705	0.0706
0.2	20	0.0698	0.07	NA	0.0698	0.07	0.07	NA	NA	NA	NA	0.0699	0.0701	NA
	40	0.07	0.0698	0.0699	0.07	0.0698	0.0697	0.0697	0.07	0.0698	0.0698	0.0698	0.07	0.0699
	80	0.0699	0.0698	0.07	0.07	0.0699	0.0698	0.0699	0.07	0.0697	0.0697	0.0698	0.0698	0.0698
	120	0.0699	0.0699	0.0699	0.07	0.0699	0.0698	0.0699	0.07	0.0699	0.0699	0.0699	0.0698	0.0699
0.3	20	0.0697	0.0698	NA	0.0696	0.0698	0.0698	NA	NA	NA	NA	0.0698	0.07	NA
	40	0.0699	0.0697	0.0698	0.0699	0.0697	0.0696	0.0696	0.0699	0.0696	0.0697	0.0697	0.0698	0.0697
	80	0.0698	0.0697	0.0698	0.0699	0.0698	0.0697	0.0698	0.0699	0.0696	0.0696	0.0697	0.0697	0.0697
	120	0.0697	0.0697	0.0698	0.0698	0.0698	0.0697	0.0698	0.0698	0.0698	0.0697	0.0697	0.0697	0.0698

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 และ 0.025 คือ ประสิทธิภาพการประมาณระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างน้อย n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อย เนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 2.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1.0001	NA	0.9999	0.9998	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9993	NA
	40	1	1	1	1	0.9995	1	1	1	1	1	0.9998	1	0.9999
	80	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9997	1	1	0.9998	1	1
	120	1	1.0001	1.0001	1	0.9997	1	1.0001	0.9995	0.9999	1	0.9997	1	0.9997
0.1	20	1	1.0001	NA	1	0.9997	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9998	NA
	40	1	1.0002	1.0001	1.0002	1	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	80	1	1.0002	1	1.0002	0.9999	1.0002	1.0001	0.9998	1.0001	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001
	120	1	1.0001	1	1.0001	0.9998	1	1	0.9997	0.9998	1	0.9998	1.0001	0.9998
0.2	20	1	1.0003	NA	1.0002	1	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9999	NA
	40	1	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	80	1	1.0003	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002
	120	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0001
0.3	20	1	1.0003	NA	1.0002	1.0001	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9998	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	80	1	1.0005	1.0002	1.0004	1.0003	1.0005	1.0004	1.0002	1.0004	1.0005	1.0004	1.0005	1.0004
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0001	1.0002	1.0004	1.0002	1.0004	1.0002

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	0.9999	0.9996	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9991	NA
	40	1	1	1	1.0001	0.9995	1.0001	1	1.0001	1	1	0.9998	1	0.9999
	80	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9997	1	1	0.9998	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9996	1	1	0.9993	0.9998	0.9999	0.9996	1	0.9996
0.1	20	1	1.0002	NA	1.0001	0.9996	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9997	NA
	40	1	1.0003	1.0001	1.0003	1	1.0002	1.0002	1.0002	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	80	1	1.0002	0.9999	1.0002	0.9999	1.0002	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0001	1.0001	1.0001	0.9998	1	1.0001	0.9996	0.9997	1	0.9997	1.0001	0.9997
0.2	20	1	1.0004	NA	1.0003	1	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9998	NA
	40	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0001	1.0001	1.0002	1.0001	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	80	1	1.0004	1	1.0003	1.0001	1.0004	1.0003	1	1.0003	1.0004	1.0003	1.0004	1.0002
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0003	1.0004	1	1	1.0003	1.0001	1.0004	1.0001
0.3	20	1	1.0003	NA	1.0003	1.0001	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9998	NA
	40	1	1.0005	1.0003	1.0005	1.0004	1.0004	1.0005	1.0004	1.0003	1.0005	1.0005	1.0005	1.0004
	80	1	1.0006	1.0003	1.0005	1.0003	1.0006	1.0004	1.0002	1.0005	1.0006	1.0005	1.0006	1.0004
	120	1	1.0005	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0005	1.0002	1.0002	1.0004	1.0002	1.0005	1.0002

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.4.3 เปรียบเทียบค่า lBiasl ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

		lBiasl of 0.95 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.0592	0.0593	NA	0.0592	0.0593	0.0592	NA	NA	NA	NA	0.0593	0.0594	NA
	40	0.0592	0.0592	0.0592	0.0592	0.0593	0.0592	0.0592	0.0592	0.0593	0.0592	0.0593	0.0592	0.0593
	80	0.0592	0.0592	0.0592	0.0592	0.0593	0.0593	0.0593	0.0593	0.0592	0.0592	0.0593	0.0593	0.0592
	120	0.0592	0.0592	0.0592	0.0593	0.0593	0.0592	0.0592	0.0593	0.0593	0.0593	0.0593	0.0592	0.0593
0.1	20	0.0858	0.0857	NA	0.0856	0.0858	0.0857	NA	NA	NA	NA	0.0858	0.0858	NA
	40	0.0858	0.0857	0.0857	0.0857	0.0858	0.0857	0.0856	0.0857	0.0858	0.0857	0.0857	0.0857	0.0858
	80	0.0858	0.0857	0.0858	0.0857	0.0858	0.0857	0.0857	0.0858	0.0856	0.0857	0.0857	0.0857	0.0857
	120	0.0857	0.0857	0.0857	0.0857	0.0858	0.0857	0.0857	0.0858	0.0858	0.0857	0.0858	0.0857	0.0858
0.2	20	0.0908	0.0907	NA	0.0906	0.0908	0.0907	NA	NA	NA	NA	0.0908	0.0908	NA
	40	0.0908	0.0907	0.0907	0.0907	0.0907	0.0907	0.0906	0.0907	0.0908	0.0907	0.0907	0.0907	0.0907
	80	0.0908	0.0907	0.0908	0.0907	0.0908	0.0907	0.0907	0.0908	0.0906	0.0906	0.0907	0.0907	0.0907
	120	0.0908	0.0907	0.0907	0.0907	0.0908	0.0907	0.0907	0.0908	0.0908	0.0907	0.0908	0.0907	0.0908
0.3	20	0.0977	0.0976	NA	0.0975	0.0977	0.0976	NA	NA	NA	NA	0.0977	0.0977	NA
	40	0.0977	0.0976	0.0977	0.0976	0.0976	0.0976	0.0975	0.0976	0.0977	0.0976	0.0976	0.0976	0.0976
	80	0.0977	0.0976	0.0977	0.0976	0.0977	0.0976	0.0977	0.0977	0.0975	0.0975	0.0976	0.0976	0.0976
	120	0.0977	0.0976	0.0976	0.0976	0.0977	0.0976	0.0976	0.0977	0.0977	0.0976	0.0977	0.0976	0.0977

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่างและทุกสัดส่วนการตัดปลาย โดยถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ

ตารางที่ 2.5.1เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1.0001	NA	0.9999	0.9998	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9993	NA
	40	1	1	1	1	0.9995	1	1	1	1	1	0.9998	1	1
	80	1	1	1	1	0.9997	0.9999	0.9998	0.9997	1	1	0.9999	1	1
	120	1	1	1	1	0.9997	1	1	0.9995	0.9999	1	0.9997	1	0.9997
0.1	20	1	1.0001	NA	0.9999	0.9996	1	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9997	NA
	40	1	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	80	1	1.0002	0.9999	1.0002	0.9999	1.0002	1.0001	0.9998	1.0001	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001
	120	1	1.0001	1	1.0001	0.9998	1	1	0.9997	0.9998	1	0.9998	1.0001	0.9998
0.2	20	1	1.0003	NA	1.0001	1	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9998	NA
	40	1	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0001	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	80	1	1.0003	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002
	120	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0001
0.3	20	1	1.0002	NA	1.0001	1.0001	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9998	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0005	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	80	1	1.0005	1.0002	1.0004	1.0003	1.0005	1.0004	1.0002	1.0004	1.0005	1.0004	1.0005	1.0004
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0003	1.0004	1.0001	1.0002	1.0003	1.0002	1.0004	1.0001

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.5.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	0.9999	0.9996	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9991	NA
	40	1	1	1	1.0001	0.9995	1.0001	1	1.0001	0.9999	1	0.9998	1	0.9999
	80	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9997	1	1	0.9998	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9996	1	1	0.9993	0.9998	0.9999	0.9996	1	0.9996
0.1	20	1	1.0001	NA	1.0001	0.9996	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9997	NA
	40	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0001	1.0002	1.0003	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0003	1.0001
	80	1	1.0002	0.9999	1.0002	0.9999	1.0002	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0001	1.0001	1.0001	0.9998	1	1.0001	0.9996	0.9998	1.0001	0.9997	1.0001	0.9998
0.2	20	1	1.0003	NA	1.0003	1	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9998	NA
	40	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0003	1.0002
	80	1	1.0004	1	1.0003	1.0001	1.0004	1.0002	1	1.0003	1.0004	1.0003	1.0004	1.0002
	120	1	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0004	1	1	1.0003	1.0001	1.0004	1.0001
0.3	20	1	1.0003	NA	1.0003	1.0001	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9997	NA
	40	1	1.0005	1.0003	1.0005	1.0004	1.0005	1.0005	1.0004	1.0004	1.0005	1.0005	1.0005	1.0004
	80	1	1.0006	1.0002	1.0005	1.0003	1.0006	1.0004	1.0002	1.0005	1.0006	1.0005	1.0006	1.0004
	120	1	1.0005	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0001	1.0002	1.0004	1.0002	1.0005	1.0002

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.5.3 เปรียบเทียบค่า lBiasl ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

		IBiasI of 0.975 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.0651	0.0652	NA	0.0651	0.0653	0.0651	NA	NA	NA	NA	0.0653	0.0653	NA
	40	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0653	0.0651	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652
	80	0.0652	0.0652	0.0652	0.0651	0.0653	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652	0.0652
	120	0.0651	0.0652	0.0652	0.0652	0.0653	0.0652	0.0652	0.0653	0.0652	0.0652	0.0653	0.0652	0.0653
0.1	20	0.0938	0.0937	NA	0.0936	0.0938	0.0937	NA	NA	NA	NA	0.0938	0.0938	NA
	40	0.0938	0.0937	0.0937	0.0937	0.0938	0.0937	0.0936	0.0937	0.0938	0.0937	0.0937	0.0937	0.0937
	80	0.0938	0.0937	0.0938	0.0937	0.0938	0.0937	0.0937	0.0938	0.0936	0.0937	0.0937	0.0937	0.0937
	120	0.0937	0.0937	0.0937	0.0937	0.0938	0.0937	0.0937	0.0938	0.0938	0.0937	0.0938	0.0937	0.0938
0.2	20	0.099	0.0989	NA	0.0988	0.099	0.0989	NA	NA	NA	NA	0.099	0.0991	NA
	40	0.099	0.0989	0.099	0.0989	0.099	0.0989	0.0988	0.099	0.099	0.0989	0.0989	0.0989	0.099
	80	0.099	0.0989	0.099	0.0989	0.099	0.0989	0.0989	0.099	0.0988	0.0989	0.0989	0.0989	0.099
	120	0.099	0.0989	0.0989	0.0989	0.099	0.0989	0.0989	0.099	0.099	0.0989	0.099	0.0989	0.099
0.3	20	0.1063	0.1062	NA	0.106	0.1062	0.1062	NA	NA	NA	NA	0.1063	0.1063	NA
	40	0.1063	0.1062	0.1062	0.1061	0.1062	0.1062	0.106	0.1062	0.1062	0.1062	0.1062	0.1062	0.1062
	80	0.1063	0.1061	0.1063	0.1062	0.1063	0.1061	0.1062	0.1063	0.106	0.1061	0.1062	0.1061	0.1062
	120	0.1063	0.1061	0.1062	0.1062	0.1062	0.1062	0.1062	0.1063	0.1063	0.1062	0.1063	0.1061	0.1063

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 คือ ประสิทธิภาพการประมาณ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่างและทุกสัดส่วนการตัดปลาย โดยถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ

ตารางที่ 2.6.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1.0001	NA	0.9999	0.9998	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9993	NA
	40	1	1	1	1	0.9995	1	1	1	1	1	0.9998	1	1
	80	1	1	1	1	0.9997	0.9999	0.9999	0.9997	1	1	0.9999	1	1
	120	1	1	1	1	0.9997	1	1	0.9995	0.9999	1	0.9997	1	0.9997
0.1	20	1	1.0001	NA	0.9999	0.9996	1	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9997	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	80	1	1.0002	0.9999	1.0002	0.9999	1.0002	1.0001	0.9998	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0001	1	1.0001	0.9998	1	1	0.9997	0.9998	1	0.9998	1.0001	0.9998
0.2	20	1	1.0002	NA	1.0001	0.9999	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9997	NA
	40	1	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0001	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	80	1	1.0003	1	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002
	120	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0002	1.0003	1	1	1.0002	1.0001	1.0003	1.0001
0.3	20	1	1.0002	NA	1.0001	1.0001	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9997	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0005	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	80	1	1.0005	1.0002	1.0004	1.0003	1.0005	1.0004	1.0002	1.0003	1.0004	1.0004	1.0005	1.0004
	120	1	1.0004	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0004	1.0001	1.0002	1.0003	1.0002	1.0004	1.0001

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.6.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE2 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	0.9999	0.9997	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9997	0.9991	NA
	40	1	1	1	1.0001	0.9995	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	0.9998	1	1
	80	1	1.0001	1	1.0001	0.9997	0.9999	0.9998	0.9997	1.0001	1	0.9999	1	1.0001
	120	1	1	1	0.9999	0.9995	1	1	0.9993	0.9998	0.9999	0.9996	1	0.9996
0.1	20	1	1.0001	NA	1.0001	0.9996	1	NA	NA	NA	NA	0.9998	0.9996	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1.0002	1.0001	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002
	80	1	1.0002	0.9999	1.0002	0.9999	1.0002	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0001	1.0001	1.0001	0.9998	1.0001	1.0001	0.9996	0.9998	1.0001	0.9998	1.0001	0.9998
0.2	20	1	1.0003	NA	1.0003	0.9999	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9997	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002	1.0002	1.0003	1.0002	1.0001	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002
	80	1	1.0004	1	1.0003	1.0001	1.0004	1.0002	1	1.0003	1.0004	1.0003	1.0004	1.0002
	120	1	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1	1	1.0003	1.0001	1.0004	1.0001
0.3	20	1	1.0003	NA	1.0002	1.0001	1.0003	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9997	NA
	40	1	1.0005	1.0003	1.0005	1.0004	1.0005	1.0005	1.0004	1.0004	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005
	80	1	1.0005	1.0002	1.0004	1.0003	1.0005	1.0004	1.0002	1.0005	1.0005	1.0005	1.0005	1.0004
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0001	1.0002	1.0004	1.0002	1.0004	1.0001

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 2.6.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

IBiasI of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.0714	0.0715	NA	0.0714	0.0716	0.0715	NA	NA	NA	NA	0.0716	0.0717	NA
	40	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0716	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0716	0.0715	0.0715
	80	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0716	0.0716	0.0716	0.0716	0.0715	0.0715	0.0716	0.0715	0.0715
	120	0.0715	0.0715	0.0715	0.0715	0.0716	0.0715	0.0715	0.0716	0.0716	0.0715	0.0716	0.0715	0.0716
0.1	20	0.1023	0.1022	NA	0.1021	0.1024	0.1023	NA	NA	NA	NA	0.1023	0.1023	NA
	40	0.1023	0.1022	0.1023	0.1022	0.1023	0.1022	0.1021	0.1023	0.1023	0.1023	0.1022	0.1022	0.1023
	80	0.1023	0.1022	0.1023	0.1022	0.1023	0.1022	0.1023	0.1023	0.1021	0.1022	0.1022	0.1022	0.1023
	120	0.1023	0.1022	0.1022	0.1022	0.1023	0.1022	0.1022	0.1023	0.1023	0.1022	0.1023	0.1022	0.1023
0.2	20	0.1078	0.1077	NA	0.1075	0.1078	0.1077	NA	NA	NA	NA	0.1078	0.1078	NA
	40	0.1078	0.1076	0.1077	0.1076	0.1077	0.1077	0.1076	0.1077	0.1077	0.1077	0.1077	0.1077	0.1077
	80	0.1078	0.1076	0.1078	0.1077	0.1078	0.1076	0.1077	0.1078	0.1076	0.1076	0.1077	0.1076	0.1077
	120	0.1078	0.1076	0.1077	0.1077	0.1077	0.1077	0.1077	0.1078	0.1078	0.1077	0.1078	0.1076	0.1078
0.3	20	0.1154	0.1153	NA	0.1151	0.1154	0.1153	NA	NA	NA	NA	0.1154	0.1155	NA
	40	0.1155	0.1153	0.1154	0.1153	0.1153	0.1153	0.1151	0.1153	0.1153	0.1153	0.1153	0.1153	0.1153
	80	0.1155	0.1153	0.1154	0.1153	0.1154	0.1153	0.1153	0.1154	0.1151	0.1152	0.1153	0.1152	0.1153
	120	0.1154	0.1152	0.1153	0.1153	0.1154	0.1153	0.1153	0.1154	0.1154	0.1153	0.1154	0.1152	0.1154

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 และ 0.975 คือ ประสิทธิภาพการประมาณ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ทุกขนาดตัวอย่างและทุกสัดส่วนการตัดปลาย โดยถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ

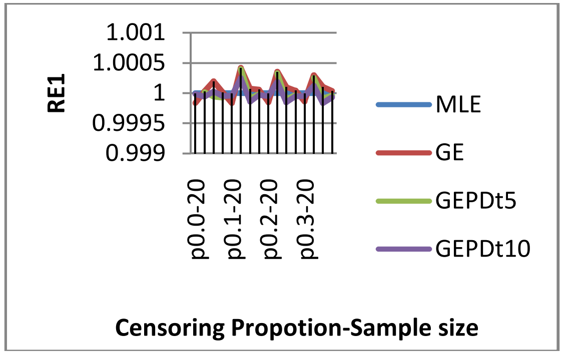
โดยจะเห็นว่าการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 วิธี GE และ GEPD จะดีกว่าวิธี MLE ชัดเจนกว่าควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05 เนื่องประสิทธิภาพการประมาณ RE1 และ RE2 จะให้ผลมากกว่า 1

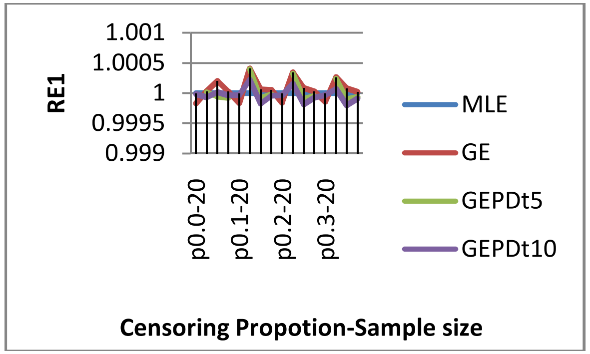
4.2.2 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 และ $|bias|$ ของการแจกแจง SEV (0,1)ในรูปกราฟ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ในแต่ละแบบต่อไปนี้ Trimmed q100%, K-Cluster Mean, และ Trimmed q100%& K-Cluster Mean โดยที่ q = 0.05, 0.1 และ K = 4, 6, 8 ของการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05 และค่าควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975, 0.99

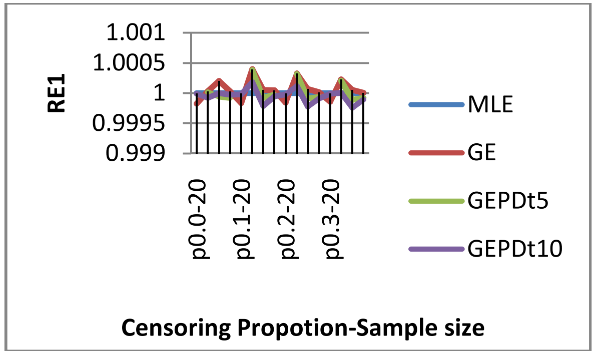
รูปที่ 2.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

ควอนไทล์ ที่ 0.01 | ควอนไทล์ ที่ 0.025 | ควอนไทล์ ที่ 0.05

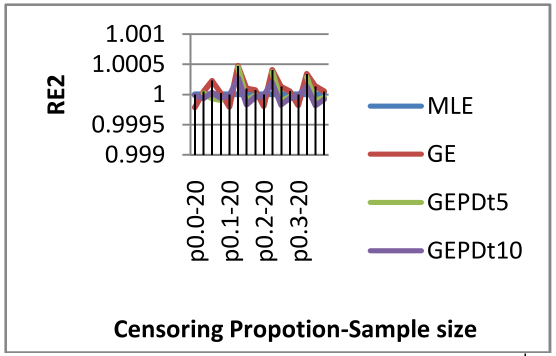
RE1

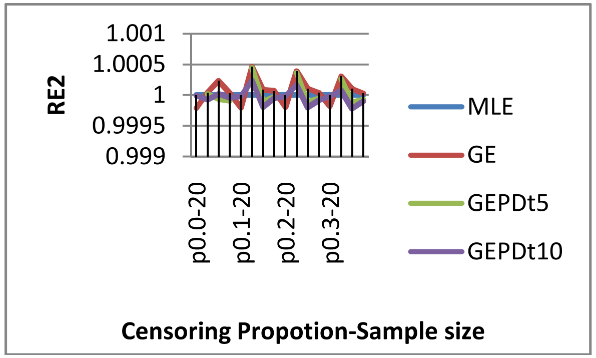


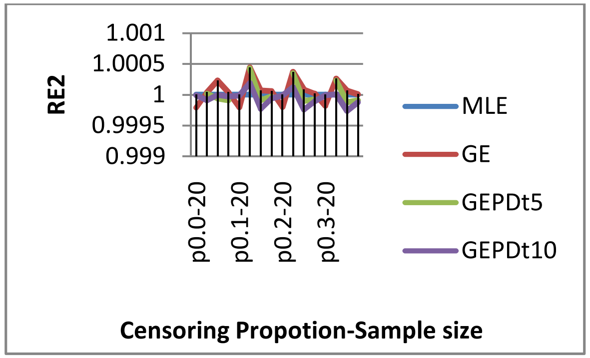




RE2





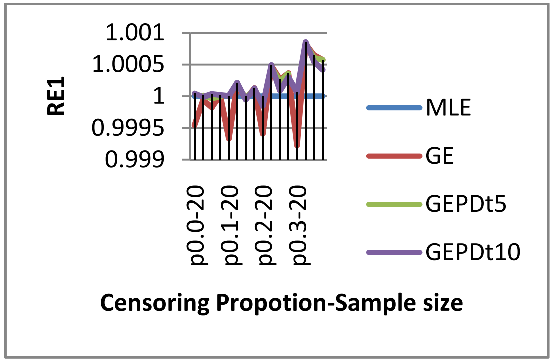


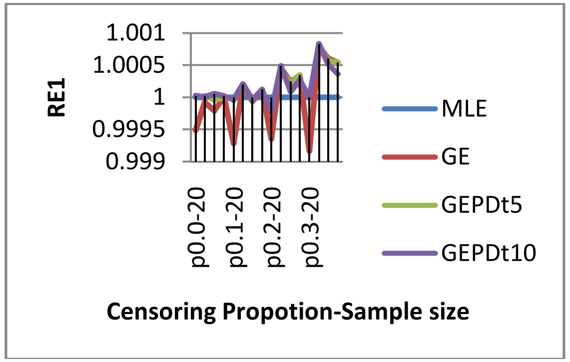
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

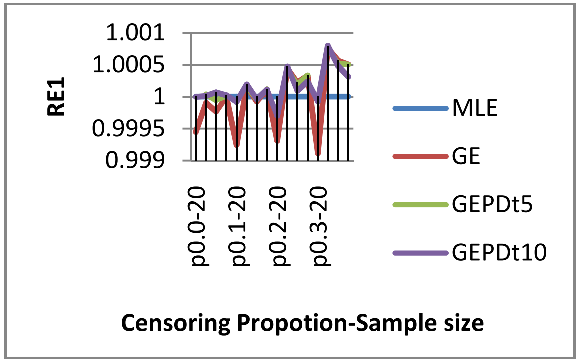
รูปที่ 2.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

<u>ควอนไทล์ ที่ 0.95</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.975</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.99</u>

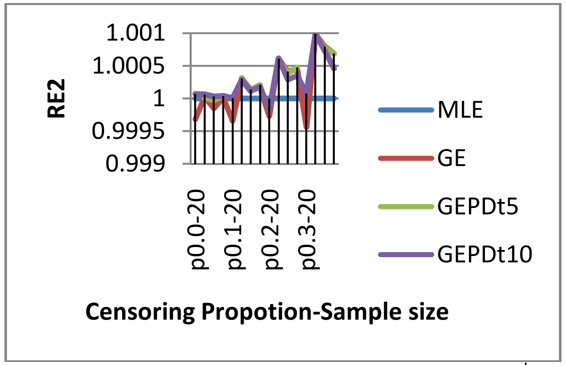
RE1

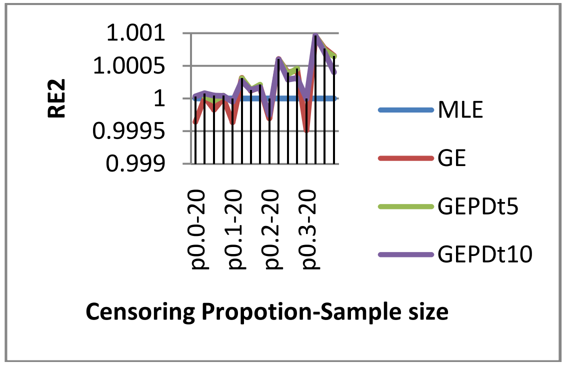


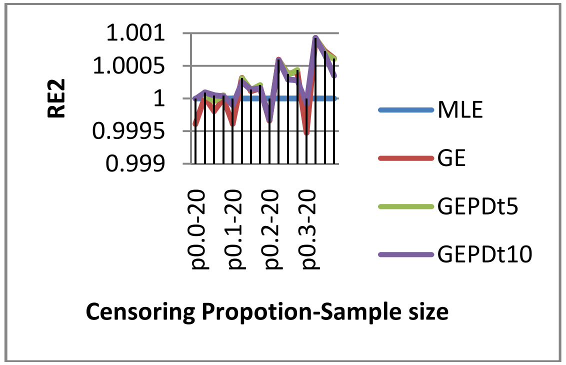




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ trimmed 5% และ trimmed10% จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n = 20)

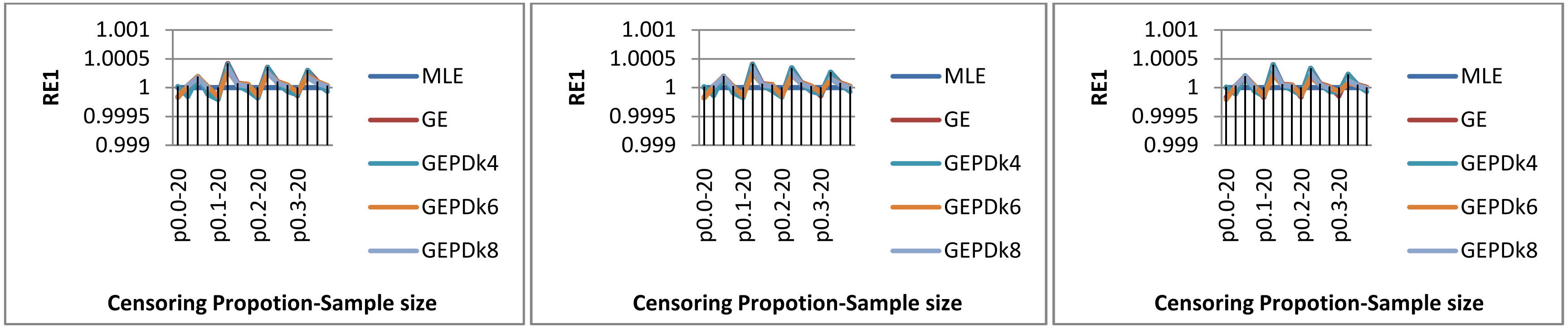
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE จะมีแนวโน้มคงที่ และ GEPD แบบ trimmed 5% และ trimmed10% จะมีแนวโน้มไม่ชัดเจน

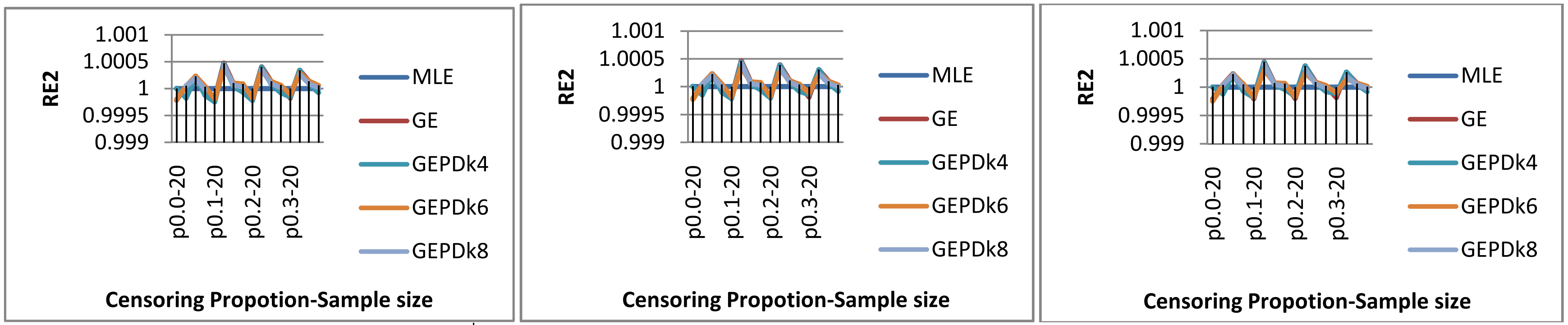
รูปที่ 2.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

RE1



RE2

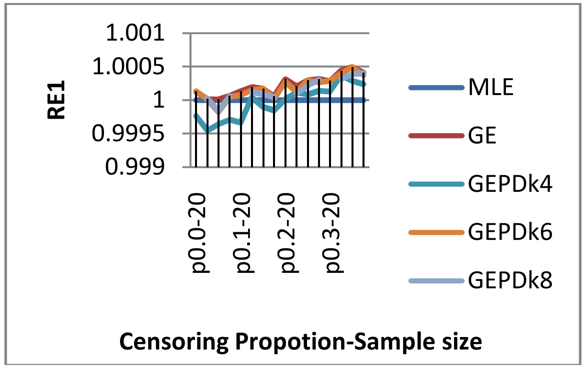


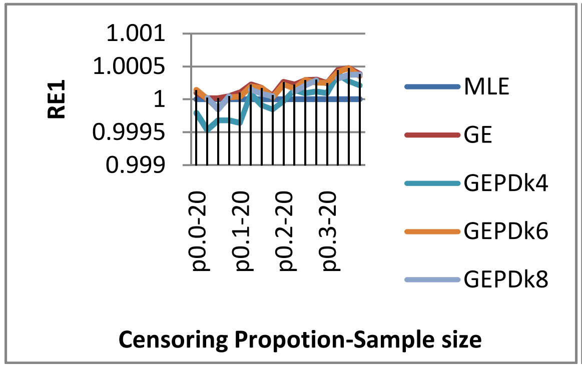
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

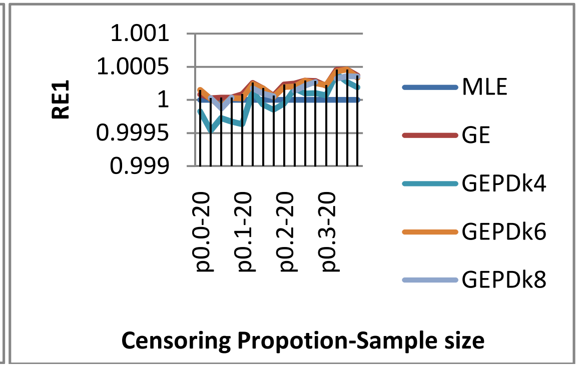
รูปที่ 2.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

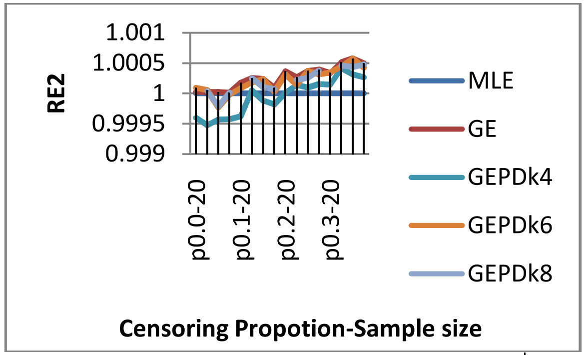
RE1

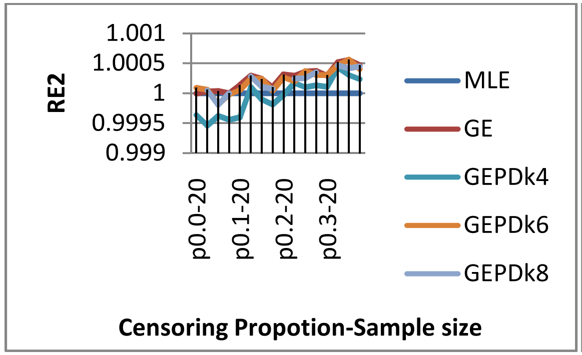


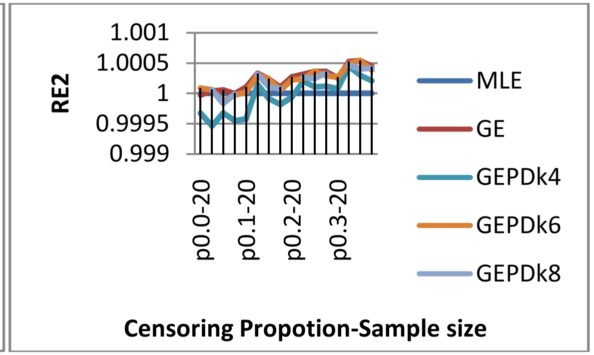




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ K-Cluster Mean โดยที่ K = 4, 6, 8 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ K-Cluster Mean โดยที่ K = 4, 6, 8 และ GE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ K-Cluster Mean โดยที่ K = 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n = 20 หรือ p = 0)

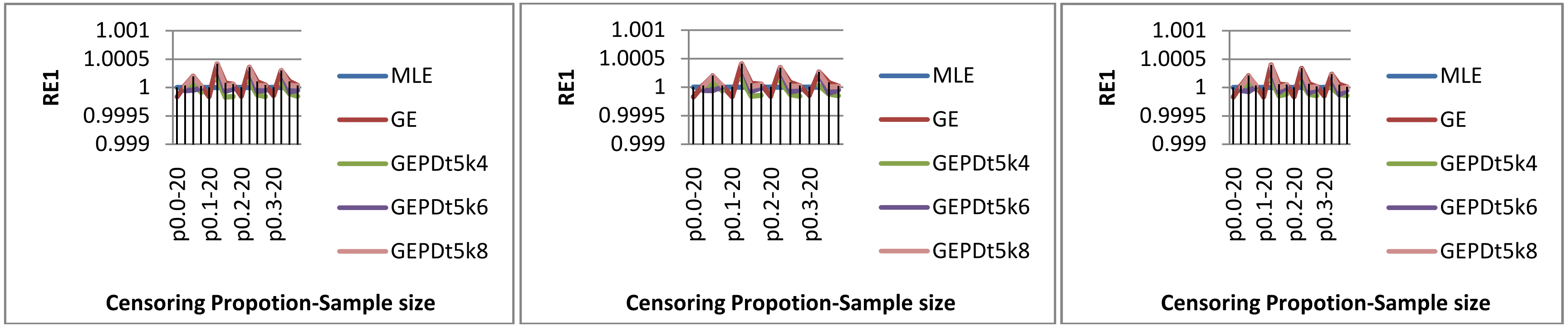
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ K-Cluster Mean โดยที่ K = 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มไม่ชัดเจน

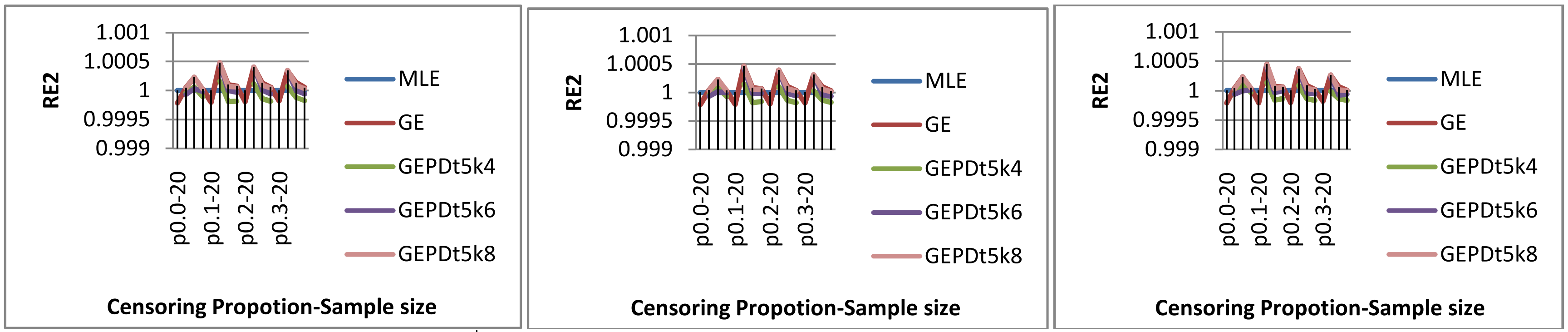
รูปที่ 2.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

RE1



RE2

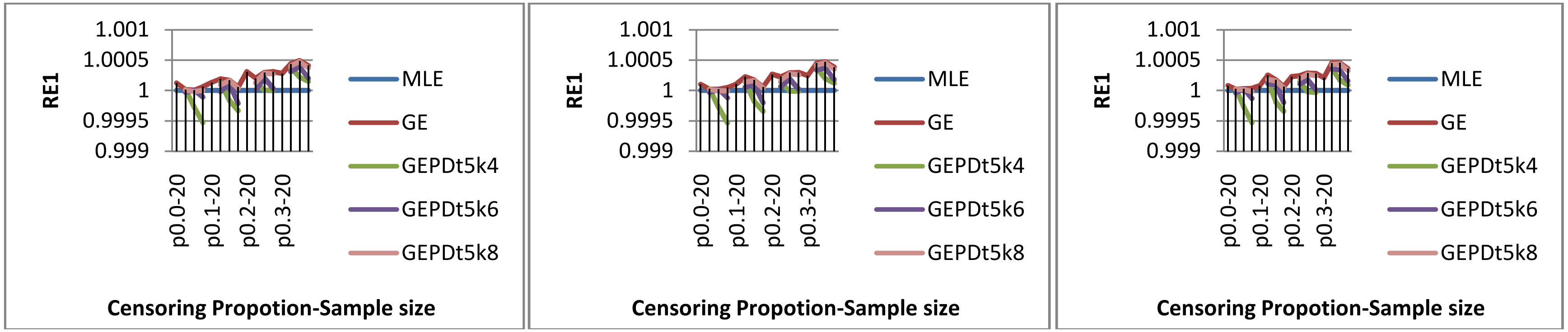


หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

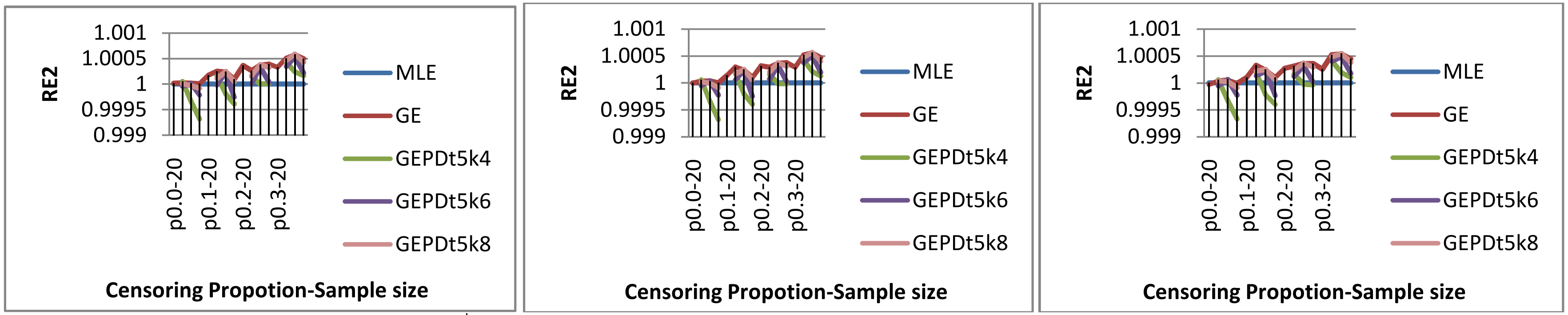
รูปที่ 2.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

RE1



RE2



หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4,6, 8 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 และ GE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n = 20 หรือ p = 0)

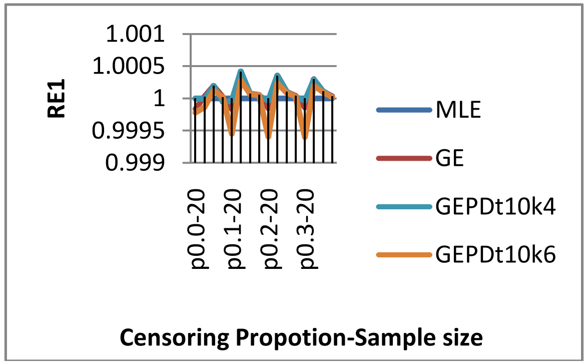
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

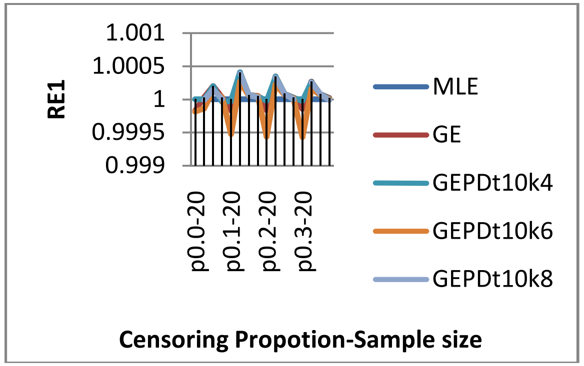
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean จะมีแนวโน้มไม่ชัดเจน ยกเว้นที่ แบบ Trimmed 5%& 4-Cluster Mean จะมีแนวโน้มลดลงชัดเจน

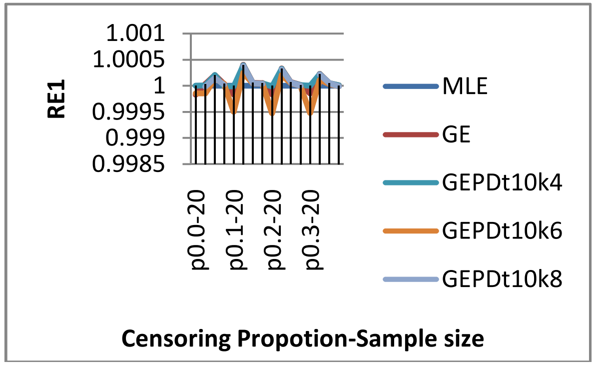
รูปที่ 2.4.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4 ,6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 | ควอนไทล์ ที่ 0.025 | ควอนไทล์ ที่ 0.05

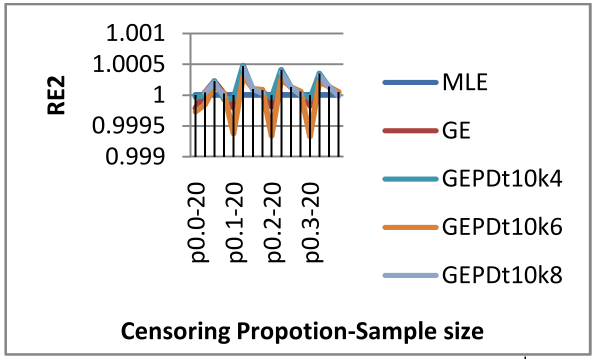
RE1

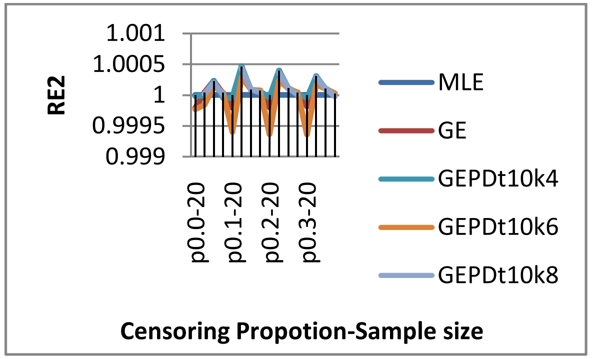


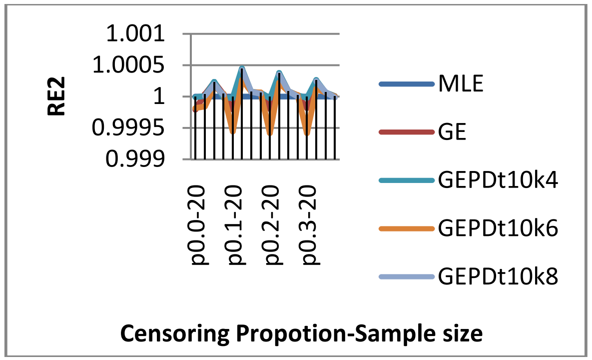




RE2





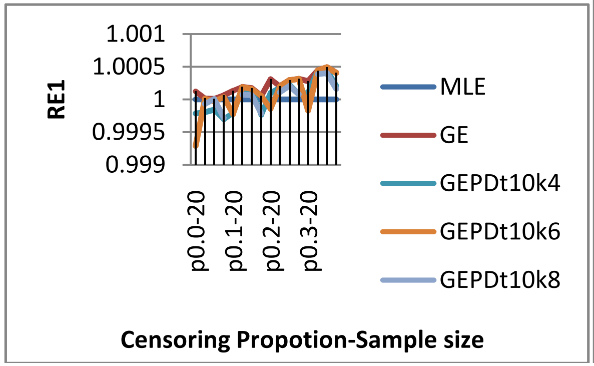


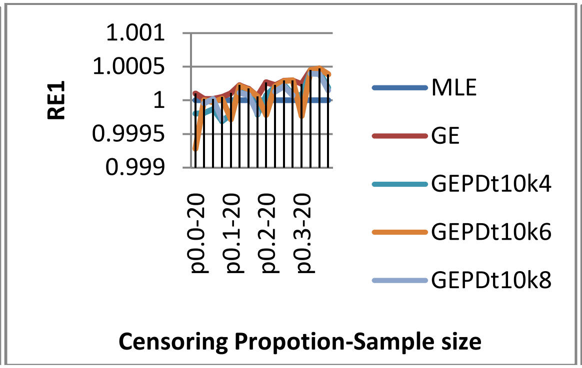
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

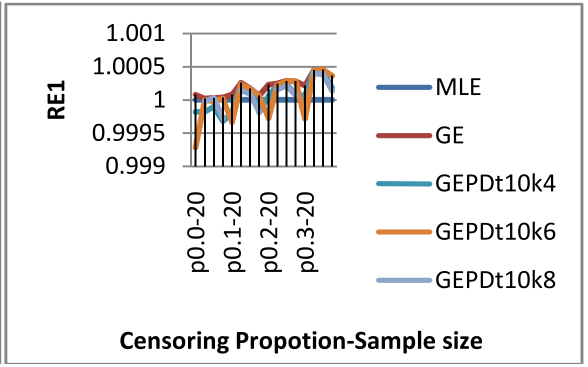
รูปที่ 2.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95　　ควอนไทล์ ที่ 0.975　　ควอนไทล์ ที่ 0.99

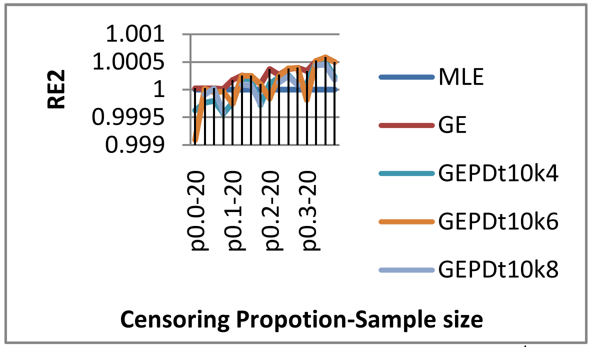
RE1

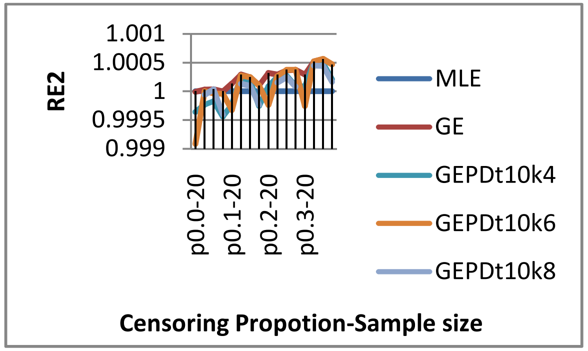


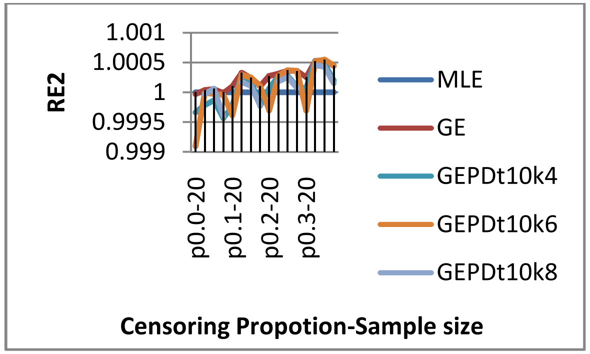




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4,6, 8 มีแนวโน้มคงที่

การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ, 0.05

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ p = 0 หรือ n = 20)

การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean จะมีแนวโน้มลดลง

4.3 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบค่าสูงสุดขีด

4.3.1 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2, VAR, MSE และ $|bias|$ ของการประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD

ตารางที่ 3.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1.0001	NA	1	0.9998	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0001	0.9993	NA
	40	1	1	1	1	0.9995	1	1	1	1	1	1	1	1
	80	1	1	1	1	0.9997	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	1	0.9997	1	1	0.9997	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9998	1	0.9998	1
	80	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9999	1
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9998	1	1	1	1	1
0.2	20	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9998	NA
	40	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1	1	0.9998	1
	80	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9999	1
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.3	20	1	1	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9997	0.9999	NA
	40	1	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9997	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	1	0.9997	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9991	NA
	40	1	1	1.0001	1.0001	0.9995	1.0001	1.0001	1	1.0001	1	1	1.0001	1.0001
	80	1	1.0001	1	1.0001	0.9997	0.9999	0.9998	0.9999	1.0001	1	1	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	1	0.9995	1	1	0.9996	0.9999	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1.0001	0.9993	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9998	NA
	40	1	1.0001	0.9999	1.0001	0.9999	1.0001	1.0001	1	1.0001	0.9997	1.0001	1	1
	80	1	1	0.9999	1	0.9998	1	0.9999	0.9998	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9997	0.9999	1	0.9999	1	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9993	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
	40	1	1.0001	0.9999	1.0001	0.9999	1.0001	1.0001	0.9999	1	1	1.0001	1	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	0.9998	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9998	1	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9999	NA
	40	1	1.0001	0.9999	1.0001	1	1.0001	1.0001	0.9999	1	1	1.0001	0.9999	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9998	1	1	1	1.0001	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.1.3 เปรียบเทียบค่า lBiasl ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

lBiasl of 0.01- th Quantile														
P	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.07143	0.07154	NA	0.07143	0.07159	0.07149	NA	NA	NA	NA	0.07155	0.07165	NA
	40	0.07153	0.07151	0.07149	0.07147	0.07161	0.07148	0.0715	0.07151	0.0715	0.07153	0.07153	0.07148	0.07148
	80	0.07153	0.0715	0.07151	0.07147	0.07159	0.07156	0.07156	0.07155	0.07147	0.07152	0.07151	0.07148	0.07148
	120	0.07147	0.07151	0.07148	0.07152	0.0716	0.07152	0.07151	0.07159	0.07153	0.0715	0.07151	0.0715	0.07151
0.1	20	0.11963	0.11965	NA	0.1196	0.11972	0.11966	NA	NA	NA	NA	0.11971	0.11967	NA
	40	0.11962	0.11959	0.11965	0.11956	0.11965	0.1196	0.11957	0.11963	0.1196	0.11967	0.11959	0.11954	0.11964
	80	0.11959	0.1196	0.11963	0.11956	0.11964	0.11957	0.11963	0.11966	0.11959	0.11956	0.11959	0.11956	0.11961
	120	0.1196	0.11961	0.11959	0.11962	0.11962	0.11961	0.1196	0.11967	0.11963	0.11958	0.11962	0.11959	0.1196
0.2	20	0.09779	0.09781	NA	0.09778	0.09787	0.09781	NA	NA	NA	NA	0.09785	0.09782	NA
	40	0.09778	0.09773	0.09779	0.09773	0.0978	0.09773	0.09773	0.09779	0.09777	0.09779	0.09774	0.09769	0.09778
	80	0.09774	0.09774	0.09775	0.09772	0.09779	0.09774	0.09778	0.09779	0.09776	0.09771	0.09774	0.09771	0.09776
	120	0.09776	0.09777	0.09776	0.09777	0.09777	0.09774	0.09776	0.09781	0.09776	0.09772	0.09777	0.09774	0.09774
0.3	20	0.09377	0.09378	NA	0.09376	0.09385	0.0938	NA	NA	NA	NA	0.09383	0.09379	NA
	40	0.09376	0.09373	0.09378	0.09373	0.09377	0.09372	0.0937	0.09378	0.09375	0.09377	0.09373	0.09365	0.09375
	80	0.09372	0.09371	0.0937	0.0937	0.09377	0.09372	0.09374	0.09376	0.09375	0.09369	0.09372	0.0937	0.09376
	120	0.09375	0.09375	0.09374	0.09375	0.09374	0.09371	0.09375	0.09379	0.09374	0.0937	0.09375	0.09372	0.09373

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าประสิทธิภาพการประมาณควอนไทล์ 0.01 ด้วยพารามิเตอร์ที่เกิดจากการประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPDให้ผลใกล้เคียงกันมาก คือทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 เนื่องจากผลที่แตกต่างกันของค่า VAR, MSE และ $|bias|$ ที่น้อยมากๆ ดังนั้นถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 3.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1.0001	NA	1.0001	0.9998	1.0001	NA	NA	NA	NA	1	0.9993	NA
	40	1	1	1	1	0.9995	1	1	1	1	1	1	1	1
	80	1	1	1	1	0.9997	0.9999	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	1	0.9997	1	1	0.9998	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9998	1	0.9998	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9999	1
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9998	1	1	1	1	1
0.2	20	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	0.9998	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1	1	0.9999	1
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9999	NA
	40	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9996	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	1	0.9996	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9991	NA
	40	1	1	1.0001	1.0001	0.9995	1.0001	1	1	1.0001	1	1	1.0001	1.0001
	80	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9996	1	1	0.9996	0.9999	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1.0001	0.9993	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9998	NA
	40	1	1	0.9998	1	0.9998	1	1	1	1	0.9997	1	1	0.9999
	80	1	1	0.9999	1	0.9998	1	0.9999	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9997	0.9999	1	0.9999	1	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9993	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9997	NA
	40	1	1	0.9999	1	0.9998	1	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9999	1
	80	1	1	1	1	0.9998	1	0.9999	0.9998	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	1	0.9993	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9999	NA
	40	1	1	0.9998	1	0.9999	1	1	0.9999	1	0.9999	1	0.9998	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.2.3 เปรียบเทียบค่า lBiasl ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

lBiasl of 0.025 th Quantile														
P	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.06511	0.0652	NA	0.06512	0.06526	0.06515	NA	NA	NA	NA	0.06522	0.06531	NA
	40	0.06519	0.06518	0.06517	0.06515	0.06527	0.06515	0.06517	0.06517	0.06516	0.0652	0.06519	0.06515	0.06516
	80	0.06519	0.06517	0.06518	0.06514	0.06525	0.06523	0.06523	0.06521	0.06515	0.06518	0.06518	0.06515	0.06515
	120	0.06513	0.06517	0.06515	0.0652	0.06526	0.06518	0.06517	0.06525	0.06519	0.06517	0.06518	0.06517	0.06518
0.1	20	0.10538	0.1054	NA	0.10536	0.10546	0.1054	NA	NA	NA	NA	0.10545	0.10542	NA
	40	0.10537	0.10535	0.1054	0.10532	0.1054	0.10536	0.10533	0.10537	0.10536	0.10542	0.10534	0.10529	0.10539
	80	0.10534	0.10535	0.10538	0.10532	0.10539	0.10533	0.10538	0.1054	0.10535	0.10532	0.10534	0.10532	0.10537
	120	0.10534	0.10536	0.10534	0.10537	0.10537	0.10536	0.10535	0.10542	0.10538	0.10534	0.10538	0.10535	0.10536
0.2	20	0.08583	0.08585	NA	0.08583	0.08591	0.08585	NA	NA	NA	NA	0.0859	0.08587	NA
	40	0.08582	0.08578	0.08584	0.08579	0.08585	0.0858	0.08578	0.08583	0.08583	0.08584	0.08579	0.08574	0.08583
	80	0.08578	0.08579	0.08581	0.08577	0.08584	0.08579	0.08583	0.08584	0.08581	0.08577	0.08579	0.08577	0.08581
	120	0.0858	0.08582	0.08581	0.08582	0.08582	0.0858	0.08581	0.08585	0.08581	0.08578	0.08582	0.0858	0.0858
0.3	20	0.0815	0.08152	NA	0.08151	0.08158	0.08153	NA	NA	NA	NA	0.08156	0.08152	NA
	40	0.08149	0.08147	0.08153	0.08147	0.08151	0.08148	0.08145	0.08151	0.0815	0.08151	0.08147	0.0814	0.0815
	80	0.08145	0.08146	0.08146	0.08145	0.08151	0.08147	0.08149	0.0815	0.08149	0.08144	0.08146	0.08145	0.0815
	120	0.08148	0.08149	0.08149	0.0815	0.08149	0.08146	0.08149	0.08153	0.08148	0.08145	0.0815	0.08147	0.08148

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 คือ ประสิทธิภาพการประมาณควอนไทล์ 0.025 ด้วยพารามิเตอร์ที่เกิดจากการประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPD ให้ผลใกล้เคียงกันมาก คือทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 เนื่องจากผลที่แตกต่างกันของค่า VAR, MSE และ$|bias|$ ที่น้อยมากๆ ดังนั้นถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 3.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	1	1	0.9995	1	1	1	1	1	1	1	1
	40	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1
	80	1	1.0001	1.0001	1	0.9997	1	1.0001	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1
	120	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
0.1	20	1	1	0.9998	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9998	1	0.9997	0.9999
	40	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9998	1	1	1	1	1
	120	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
0.2	20	1	1	0.9998	1	0.9999	1	1	1	0.9999	0.9999	1	0.9997	1
	40	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0001	1	1	1	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	0.9999	NA	0.9999	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9999	NA
0.3	20	1	1	0.9998	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	0.9996	1
	40	1	1.0001	1.0001	1	1	1.0001	1.0001	1	1.0001	1	1.0001	1	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	1.0001	0.9996	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9991	NA
	40	1	1	1	1.0001	0.9995	1.0001	1	1	1.0001	1	1	1.0001	1
	80	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9996	1	1	0.9996	0.9999	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1	0.9993	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9998	NA
	40	1	1	0.9997	1	0.9998	1	1	1	1	0.9996	1	0.9999	0.9999
	80	1	1	0.9999	1	0.9998	1	0.9999	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9997	0.9999	1	0.9999	1	1
0.2	20	1	0.9999	NA	0.9999	0.9993	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9997	NA
	40	1	1	0.9998	1	0.9998	1	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	0.9999	0.9999
	80	1	1	1	1	0.9998	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	0.9999	0.9993	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9998	NA
	40	1	1	0.9997	1	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	0.9998	0.9999
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.3.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

|Bias| of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.05917	0.05925	NA	0.05919	0.05931	0.0592	NA	NA	NA	NA	0.05928	0.05935	NA
	40	0.05925	0.05924	0.05923	0.05922	0.05932	0.05921	0.05923	0.05923	0.05922	0.05925	0.05925	0.05921	0.05923
	80	0.05924	0.05923	0.05924	0.05921	0.05931	0.05929	0.05928	0.05927	0.05922	0.05924	0.05924	0.05921	0.05922
	120	0.05919	0.05923	0.05921	0.05926	0.05931	0.05924	0.05923	0.0593	0.05925	0.05923	0.05924	0.05923	0.05924
0.1	20	0.092	0.09202	NA	0.092	0.09208	0.09203	NA	NA	NA	NA	0.09208	0.09204	NA
	40	0.09199	0.09198	0.09204	0.09195	0.09203	0.092	0.09196	0.092	0.092	0.09205	0.09198	0.09193	0.09202
	80	0.09197	0.09198	0.09202	0.09196	0.09203	0.09196	0.09202	0.09203	0.09198	0.09196	0.09198	0.09195	0.092
	120	0.09197	0.09199	0.09198	0.09201	0.09201	0.092	0.09198	0.09204	0.09201	0.09197	0.09201	0.09198	0.09199
0.2	20	0.07461	0.07463	NA	0.07462	0.07469	0.07463	NA	NA	NA	NA	0.07468	0.07465	NA
	40	0.07459	0.07458	0.07464	0.07458	0.07464	0.0746	0.07457	0.07461	0.07462	0.07463	0.07458	0.07453	0.07462
	80	0.07457	0.07459	0.0746	0.07457	0.07463	0.07458	0.07462	0.07463	0.07459	0.07457	0.07458	0.07456	0.07461
	120	0.07457	0.07461	0.0746	0.07462	0.07461	0.07459	0.0746	0.07464	0.07461	0.07457	0.07462	0.07459	0.0746
0.3	20	0.06998	0.07001	NA	0.07001	0.07007	0.07002	NA	NA	NA	NA	0.07006	0.07002	NA
	40	0.06998	0.06997	0.07003	0.06997	0.07001	0.06999	0.06995	0.07	0.07	0.07002	0.06997	0.0699	0.07
	80	0.06995	0.06996	0.06997	0.06995	0.07001	0.06997	0.06999	0.07	0.06998	0.06995	0.06997	0.06995	0.07
	120	0.06996	0.06999	0.06999	0.07	0.06999	0.06997	0.06998	0.07002	0.06999	0.06995	0.07	0.06997	0.06999

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 และ 0.025 คือ ประสิทธิภาพการประมาณควอนไทล์ 0.05 ด้วยพารามิเตอร์ที่เกิดจากการประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPDให้ผลใกล้เคียงกันมาก คือทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 เนื่องจากผลที่แตกต่างกันของค่า VAR, MSE และ$|bias|$ ที่น้อยมากๆ ดังนั้นถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่นๆ

ตารางที่ 3.4.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9992	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9998
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	1	NA	0.9999	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0004	1	1.0003	1.0003	1	1.0004	1.0003	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	1	1	1	1	1.0001	1	1.0001	0.9999	1.0001	1	1
	120	1	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002
0.2	20	1	1.0001	NA	1.0003	1.0002	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0002	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0005	1.0005	1	1.0005	1.0003	1.0004	1.0004	1.0005	1.0005	1.0005
	80	1	1.0002	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0008	1.0007	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0008	1.0008	NA
	40	1	1.0007	1.0006	1.0007	1.0007	1.0004	1.0007	1.0004	1.0005	1.0006	1.0007	1.0007	1.0006
	80	1	1.0003	0.9999	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003
	120	1	1.001	1.001	1.0009	1.001	1.0008	1.001	1.001	1.0009	1.0009	1.001	1.001	1.0009

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9993	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	1	NA	1.0001	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0002	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0005	1.0004	1.0002	1.0005	1.0003	1.0002	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
0.2	20	1	1.0001	NA	1.0004	1.0002	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0002	NA
	40	1	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0003	1.0006	1.0003	1.0005	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002
	120	1	1.0007	1.0008	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0008	1.0008	1.0008	1.0006
0.3	20	1	1.0008	NA	1.0009	1.0008	1.0007	NA	NA	NA	NA	1.0009	1.0009	NA
	40	1	1.0008	1.0007	1.0008	1.0008	1.0006	1.0008	1.0005	1.0007	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008
	80	1	1.0004	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	120	1	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.001	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.4.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

IBiasI of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.05682	0.05699	NA	0.05657	0.05684	0.057	NA	NA	NA	NA	0.05681	0.05699	NA
	40	0.05691	0.05686	0.05674	0.05673	0.05697	0.05683	0.05683	0.05701	0.05691	0.05684	0.05687	0.05694	0.05671
	80	0.057	0.05686	0.05688	0.05677	0.05685	0.05681	0.05689	0.05694	0.05666	0.05684	0.05684	0.05687	0.05675
	120	0.05692	0.05688	0.05682	0.0567	0.05695	0.05683	0.05692	0.05692	0.05687	0.05683	0.05685	0.05688	0.0568
0.1	20	0.16936	0.16937	NA	0.16909	0.16934	0.16936	NA	NA	NA	NA	0.16929	0.16935	NA
	40	0.16942	0.16919	0.16911	0.16917	0.16925	0.16904	0.16921	0.16933	0.16904	0.16924	0.16921	0.1693	0.16923
	80	0.16931	0.16921	0.16918	0.16917	0.16919	0.16917	0.16923	0.16931	0.16923	0.16913	0.16921	0.16918	0.16914
	120	0.16941	0.16925	0.16917	0.16915	0.16925	0.16918	0.16926	0.16931	0.16921	0.16921	0.16917	0.16922	0.16912
0.2	20	0.14463	0.14462	NA	0.14442	0.14458	0.14459	NA	NA	NA	NA	0.14449	0.14458	NA
	40	0.14468	0.14438	0.14431	0.14445	0.14447	0.14424	0.14444	0.14461	0.14434	0.14437	0.14444	0.1445	0.14443
	80	0.1446	0.14442	0.14432	0.1444	0.14443	0.14446	0.14444	0.1445	0.14448	0.14437	0.14444	0.14441	0.14435
	120	0.14472	0.14448	0.14443	0.14438	0.14448	0.14437	0.14451	0.14451	0.14439	0.1444	0.14441	0.14444	0.14432
0.3	20	0.15505	0.15486	NA	0.15469	0.15486	0.15488	NA	NA	NA	NA	0.15476	0.1548	NA
	40	0.15502	0.1547	0.15463	0.15475	0.15472	0.15454	0.1547	0.1549	0.15461	0.15464	0.15474	0.15473	0.15468
	80	0.15493	0.15466	0.1545	0.15467	0.15469	0.15473	0.15467	0.15475	0.15478	0.15464	0.15471	0.15472	0.15471
	120	0.15508	0.15475	0.15471	0.15465	0.15473	0.1546	0.15478	0.15479	0.15466	0.15466	0.1547	0.1547	0.15463

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่า ประสิทธิภาพสัมพัทธ์การประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 ด้วยพารามิเตอร์ที่เกิดจากการประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPD ให้ผลใกล้เคียงกันมาก คือทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 เนื่องจากผลที่แตกต่างกันของค่า VAR, MSE และ$|bias|$ ที่น้อยมากๆ ดังนั้นถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่นๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 3.5.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9992	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9998
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	1	NA	1	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1	1.0003	1.0002	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003
	80	1	1	1	1	1	1	1.0001	1	1.0001	0.9999	1	1	1
	120	1	1.0003	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002
0.2	20	1	1	NA	1.0003	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0005	1.0005	1	1.0005	1.0002	1.0004	1.0004	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0002	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0004
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0008	1.0006	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0008	1.0008	NA
	40	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0004	1.0006	1.0004	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006
	80	1	1.0003	0.9999	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003
	120	1	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0008	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.5.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9993	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9997	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1.0001	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0002	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0005	1.0003	1.0002	1.0004	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003
0.2	20	1	1.0001	NA	1.0004	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0002	NA
	40	1	1.0006	1.0005	1.0006	1.0005	1.0003	1.0006	1.0003	1.0005	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002
	120	1	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0009	1.0007	1.0007	NA	NA	NA	NA	1.0009	1.0008	NA
	40	1	1.0008	1.0007	1.0007	1.0008	1.0006	1.0008	1.0004	1.0007	1.0007	1.0008	1.0008	1.0008
	80	1	1.0004	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	120	1	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.001	1.001	1.001	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.5.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

|Bias| of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.07696	0.07717	NA	0.07666	0.07701	0.07718	NA	NA	NA	NA	0.07696	0.07719	NA
	40	0.07707	0.07702	0.07687	0.07686	0.07716	0.07697	0.07698	0.07719	0.07706	0.077	0.07703	0.0771	0.07683
	80	0.07718	0.07701	0.07704	0.0769	0.07702	0.07696	0.07706	0.07711	0.07678	0.07699	0.07699	0.07702	0.07688
	120	0.07707	0.07703	0.07696	0.07683	0.07714	0.07698	0.07708	0.0771	0.07702	0.07697	0.077	0.07703	0.07695
0.1	20	0.21473	0.21475	NA	0.21442	0.21472	0.21474	NA	NA	NA	NA	0.21466	0.21473	NA
	40	0.2148	0.21452	0.21444	0.21449	0.21461	0.21436	0.21455	0.2147	0.21436	0.21459	0.21455	0.21464	0.21458
	80	0.21467	0.21455	0.21452	0.2145	0.21454	0.2145	0.21458	0.21467	0.21458	0.21445	0.21455	0.21451	0.21447
	120	0.21478	0.2146	0.2145	0.21449	0.2146	0.21452	0.21461	0.21467	0.21456	0.21454	0.2145	0.21456	0.21445
0.2	20	0.18269	0.18268	NA	0.18244	0.18264	0.18264	NA	NA	NA	NA	0.18254	0.18263	NA
	40	0.18275	0.18239	0.18232	0.18247	0.18251	0.18223	0.18245	0.18266	0.18235	0.18239	0.18246	0.18252	0.18245
	80	0.18265	0.18244	0.18232	0.18241	0.18245	0.18248	0.18247	0.18254	0.18251	0.18237	0.18246	0.18242	0.18236
	120	0.18278	0.18251	0.18245	0.1824	0.18251	0.18238	0.18254	0.18255	0.18241	0.18242	0.18243	0.18246	0.18232
0.3	20	0.19411	0.1939	NA	0.1937	0.1939	0.19392	NA	NA	NA	NA	0.19378	0.19383	NA
	40	0.19407	0.1937	0.19362	0.19376	0.19373	0.19352	0.1937	0.19394	0.19361	0.19364	0.19375	0.19373	0.19368
	80	0.19397	0.19365	0.19347	0.19367	0.1937	0.19374	0.19367	0.19376	0.1938	0.19362	0.19371	0.19372	0.19372
	120	0.19415	0.19377	0.19372	0.19365	0.19374	0.19358	0.1938	0.19381	0.19365	0.19365	0.1937	0.19371	0.19362

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 คือ ประสิทธิภาพการประมาณควอนไทล์ 0.975 ด้วยพารามิเตอร์ที่เกิดจากการประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPDให้ผลใกล้เคียงกันมาก คือทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 เนื่องจากผลที่แตกต่างกันของค่า VAR, MSE และ$|bias|$ ที่น้อยมากๆ ดังนั้นถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่นๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 3.6.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9992	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9998
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1	1.0003	1.0002	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003
	80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1
	120	1	1.0003	1.0002	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0001
0.2	20	1	1	NA	1.0003	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	80	1	1.0002	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0001
	120	1	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0005	1.0006	1.0005	1.0005	1.0005	1.0006	1.0006	1.0004
0.3	20	1	1.0006	NA	1.0008	1.0006	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0008	1.0007	NA
	40	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0003	1.0006	1.0004	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006
	80	1	1.0002	0.9999	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003
	120	1	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0008	1.0009	1.0009	1.0009	1.0008	1.0009	1.0009	1.0008

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.6.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE2 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9993	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9997	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1.0002	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0005	1.0003	1.0002	1.0004	1.0005	1.0004	1.0004
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003
0.2	20	1	1	NA	1.0004	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0005	1.0005	1.0006	1.0005	1.0003	1.0006	1.0003	1.0005	1.0005	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006	1.0006	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0009	1.0007	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0009	1.0008	NA
	40	1	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006	1.0007	1.0004	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007
	80	1	1.0004	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004
	120	1	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.0011	1.0011	1.001

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 3.6.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

|Bias| of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1033	0.10358	NA	0.10296	0.10339	0.10357	NA	NA	NA	NA	0.10333	0.10361	NA
	40	0.10346	0.10339	0.10322	0.10319	0.10358	0.10333	0.10334	0.1036	0.10344	0.10337	0.10341	0.10348	0.10317
	80	0.10358	0.10338	0.10342	0.10325	0.1034	0.10333	0.10345	0.1035	0.1031	0.10336	0.10336	0.10338	0.10323
	120	0.10344	0.10341	0.10332	0.10317	0.10355	0.10334	0.10346	0.1035	0.1034	0.10333	0.10337	0.1034	0.10331
0.1	20	0.2741	0.27413	NA	0.27372	0.27411	0.27411	NA	NA	NA	NA	0.27403	0.2741	NA
	40	0.27418	0.27385	0.27376	0.27381	0.27396	0.27365	0.27387	0.27406	0.27365	0.27394	0.27388	0.27398	0.27392
	80	0.27402	0.27389	0.27385	0.27382	0.27388	0.27382	0.27392	0.27404	0.27391	0.27376	0.27387	0.27383	0.27379
	120	0.27415	0.27394	0.27382	0.27381	0.27394	0.27385	0.27395	0.27404	0.2739	0.27387	0.27383	0.2739	0.27376
0.2	20	0.23249	0.23248	NA	0.23219	0.23245	0.23244	NA	NA	NA	NA	0.23232	0.23243	NA
	40	0.23255	0.23212	0.23205	0.23222	0.23228	0.23193	0.2322	0.23246	0.23209	0.23213	0.23221	0.23228	0.23221
	80	0.23243	0.23219	0.23205	0.23215	0.23221	0.23223	0.23223	0.23232	0.23228	0.2321	0.23221	0.23216	0.2321
	120	0.2326	0.23227	0.2322	0.23215	0.23227	0.23211	0.23231	0.23233	0.23215	0.23216	0.23218	0.23222	0.23204
0.3	20	0.24523	0.24497	NA	0.24474	0.24499	0.245	NA	NA	NA	NA	0.24485	0.2449	NA
	40	0.24518	0.24474	0.24465	0.2448	0.24478	0.24452	0.24473	0.24503	0.24463	0.24467	0.24479	0.24476	0.24471
	80	0.24505	0.24467	0.24446	0.24469	0.24474	0.24478	0.2447	0.24481	0.24486	0.24464	0.24474	0.24476	0.24477
	120	0.24527	0.24482	0.24476	0.24468	0.24479	0.24459	0.24486	0.24488	0.24468	0.24467	0.24474	0.24474	0.24464

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 และ 0.975 คือ ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณควอนไทล์ที่ 0.99 ด้วยพารามิเตอร์ที่เกิดจากการประมาณด้วยวิธี MLE, GE และ GEPDให้ผลใกล้เคียงกันมาก คือทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 เนื่องจากผลที่แตกต่างกันของค่า VAR, MSE และ$|bias|$ ที่น้อยมากๆ ดังนั้นถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่นๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

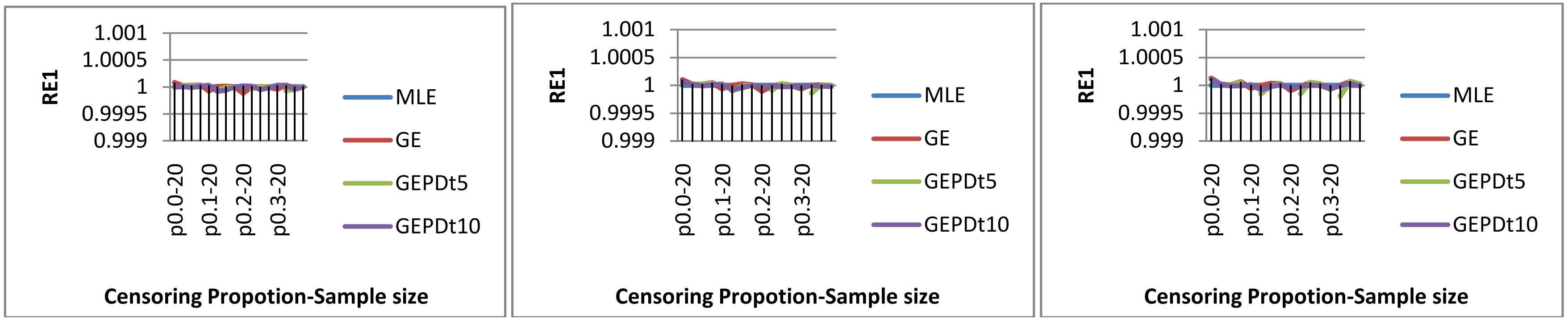
โดยจะเห็นว่าการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 วิธี GE และ GEPD จะดีกว่าวิธี MLE ชัดเจนกว่าควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05 เนื่องประสิทธิภาพสัมพัทธ์การประมาณ RE1 และ RE2 จะให้ผลมากกว่า 1

4.3.2 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการแจกแจง LEV (0,1)ในรูปกราฟ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ในแต่ละแบบต่อไปนี้ Trimmed q100%, K-Cluster Mean, และ Trimmed q100%& K-Cluster Mean โดยที่ q = 0.05, 0.1 และ K = 4, 6, 8 ของการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05 และค่าควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975, 0.99

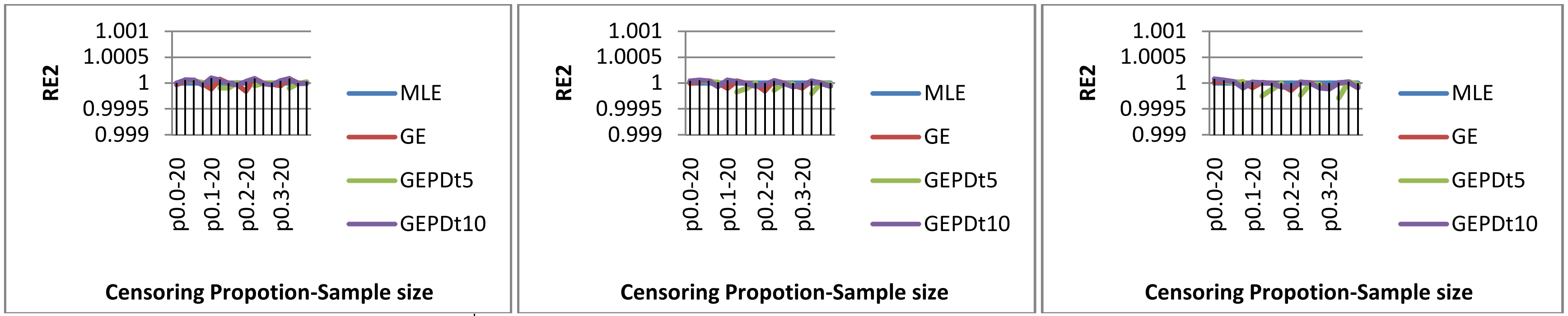
รูปที่ 3.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

<u>ควอนไทล์ ที่ 0.01</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.025</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.05</u>

RE1



RE2

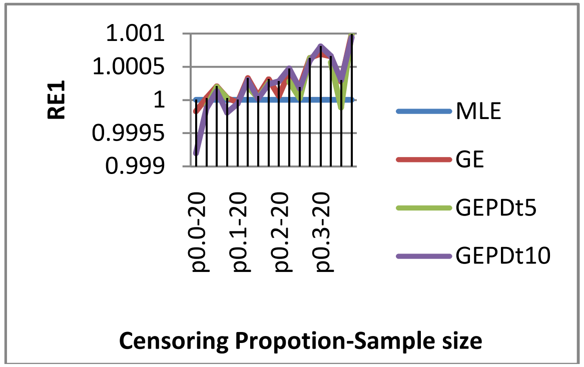


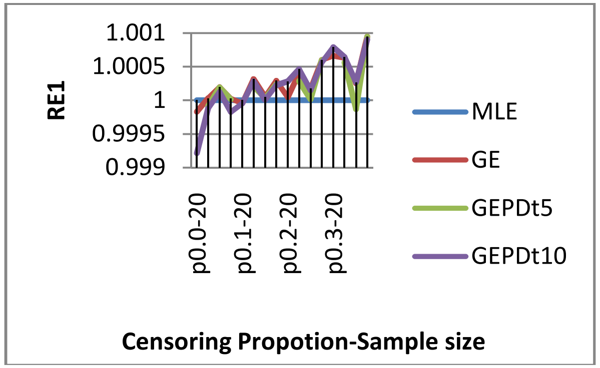
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

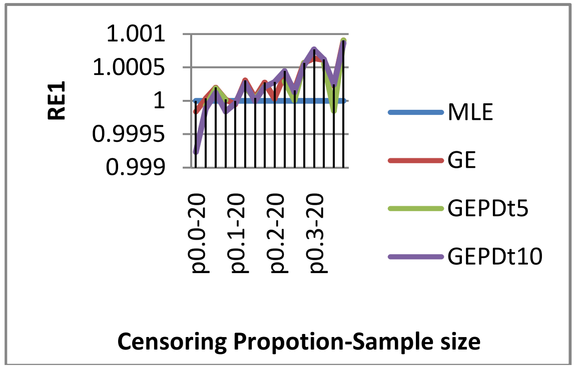
รูปที่ 3.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

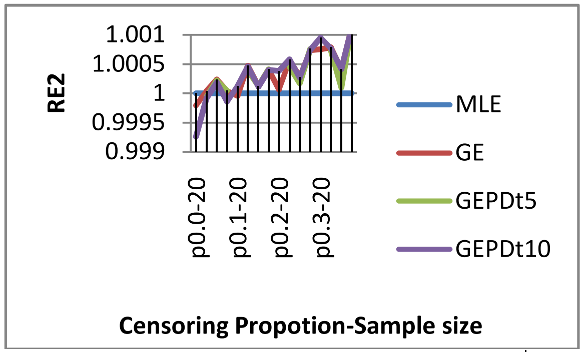
RE1

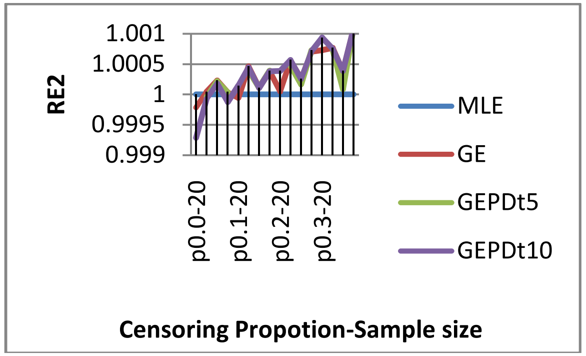


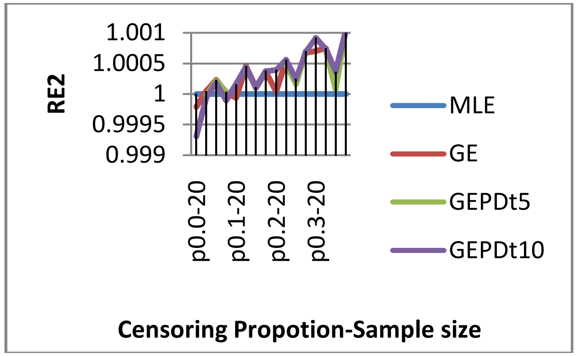




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 และ GE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มคงที่

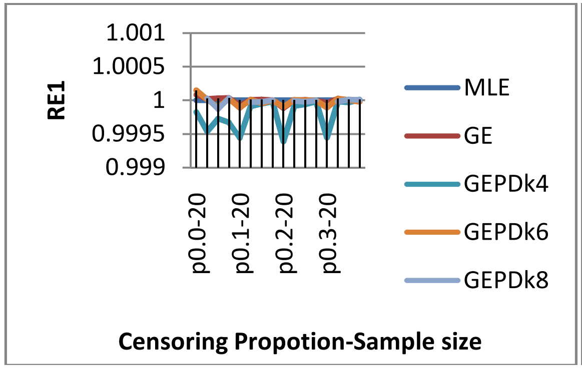
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

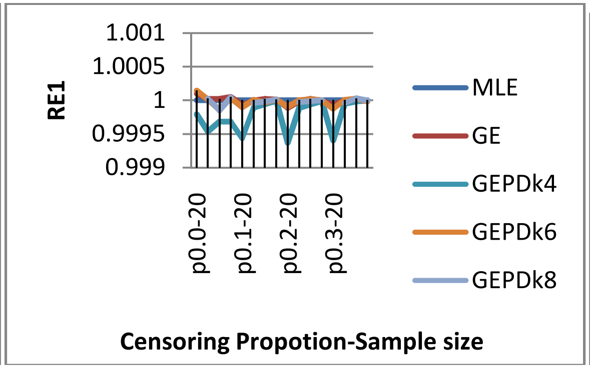
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPDแบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มไม่ชัดเจน แต่ที่ n =120 วิธี GE และ GEPD แบบ trimmed 5% และ trimmed10% จะมีประสิทธิภาพสัมพัทธ์ดีกว่าขนาดตัวอย่างอื่น ๆ

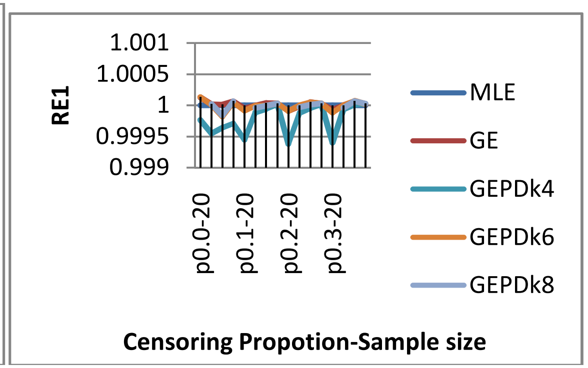
รูปที่ 3.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

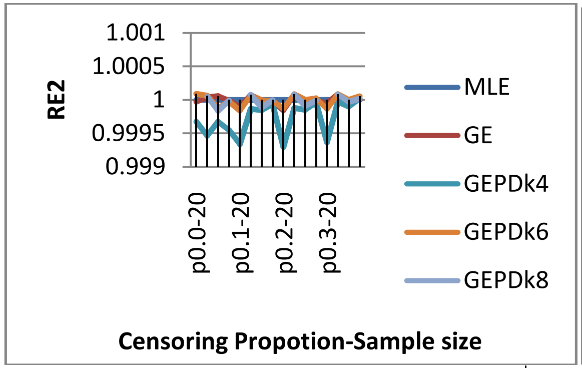
RE1

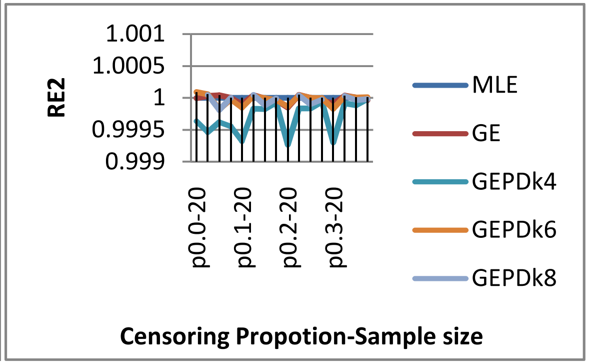


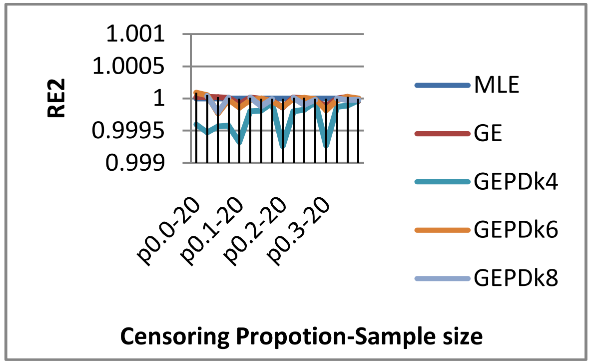




RE2





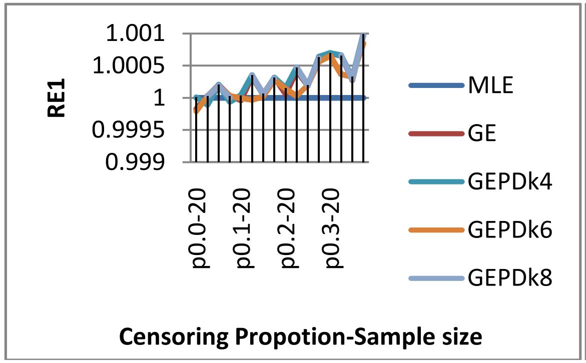


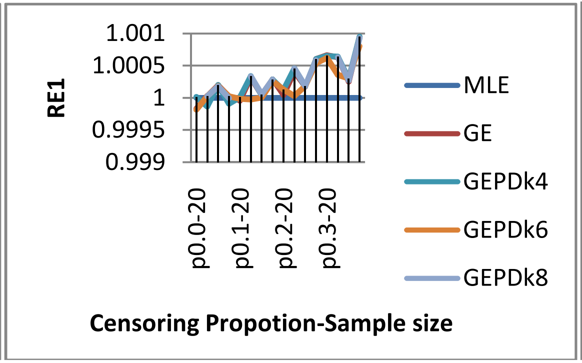
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

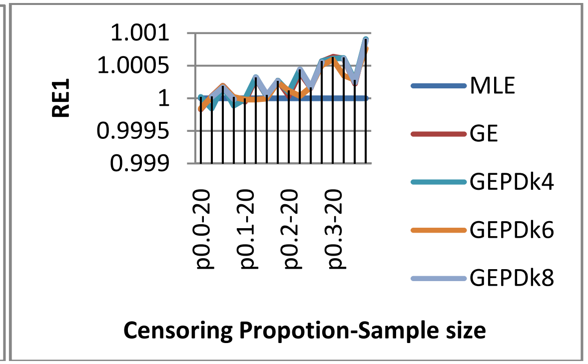
รูปที่ 3.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

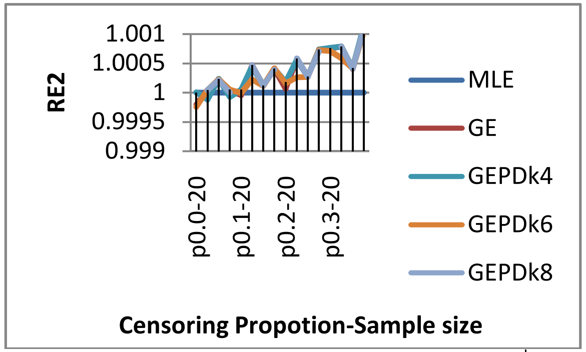
RE1

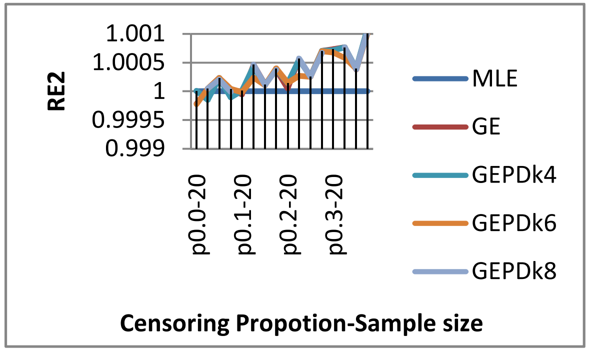


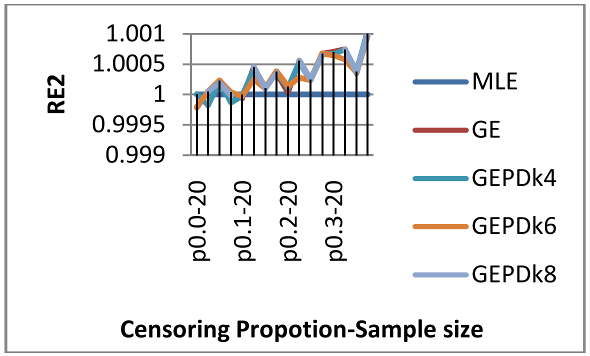




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 จะมีแนวโน้มคงที่

การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPDแบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มคงที่

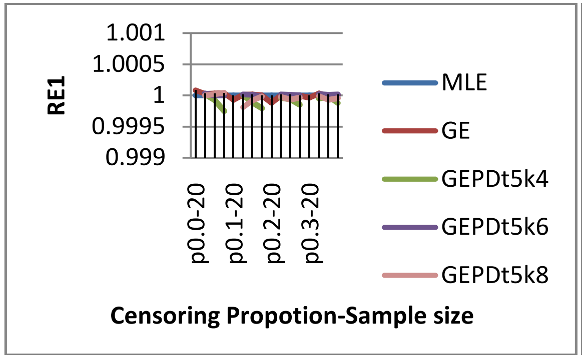
การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99

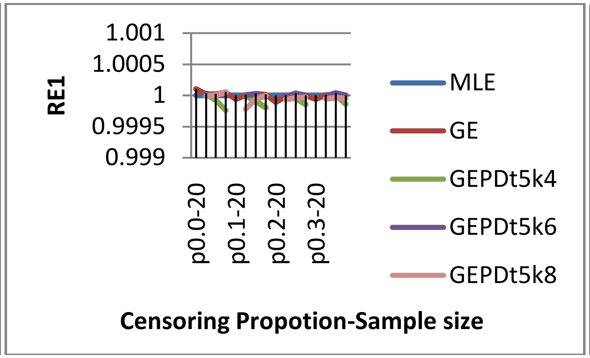
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มไม่ชัดเจน แต่ที่ n =120 วิธี GE และ GEPD จะมีประสิทธิภาพดีกว่าขนาดตัวอย่างอื่น ๆ อาจเนื่องมาจากการการแจกแจง LEV มีลักษณะเบ้ขวาและการประมาณด้วยวิธี MLE จะประมาณค่าภาวะความน่าจะเป็นของค่าที่ถูก censor ทางขวาด้วยตัวเกณฑ์การตัดปลาย (t_p) ทำให้เกิดความเอนเอียงสูงในกรณีที่เบ้ขวา โดยยิ่งจำนวนข้อมูลมากค่าที่ถูกประมาณภาวะความน่าจะเป็นมีจำนวนมากตาม ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงกว่าขนาดตัวอย่างอื่น ๆ

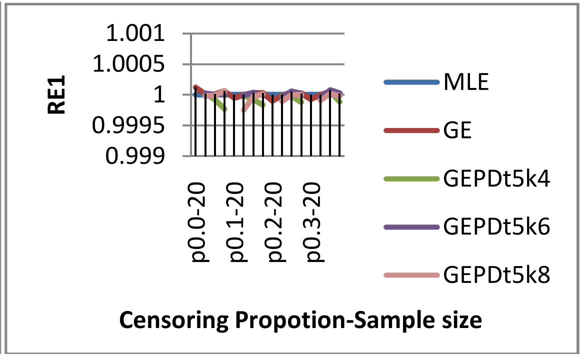
รูปที่ 3.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

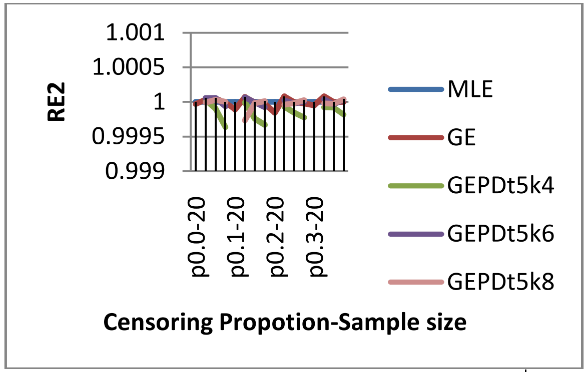
RE1

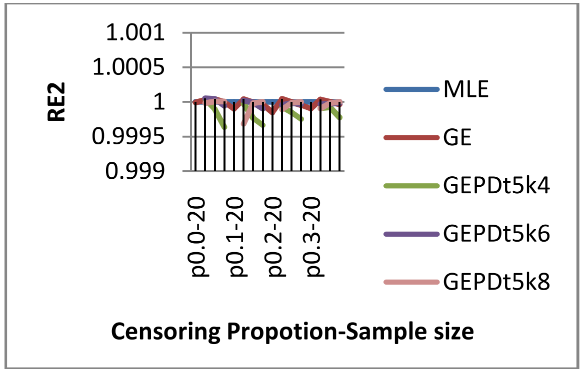


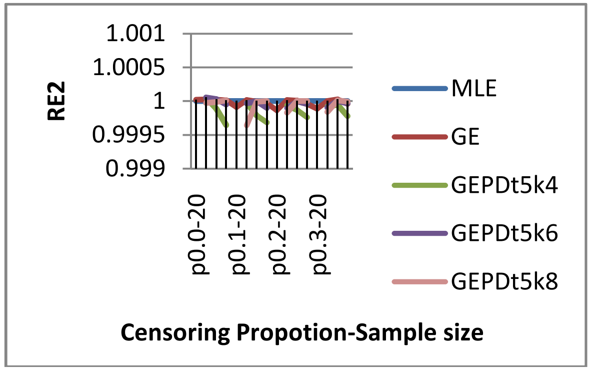




RE2





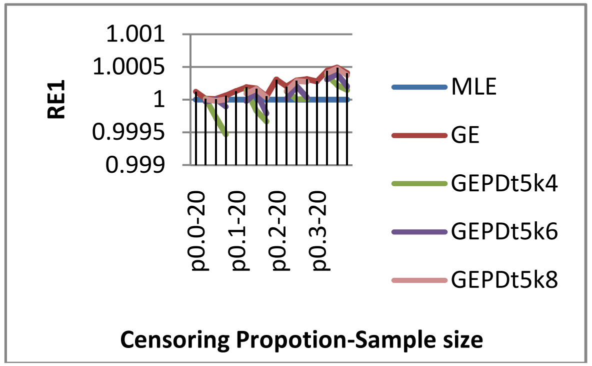


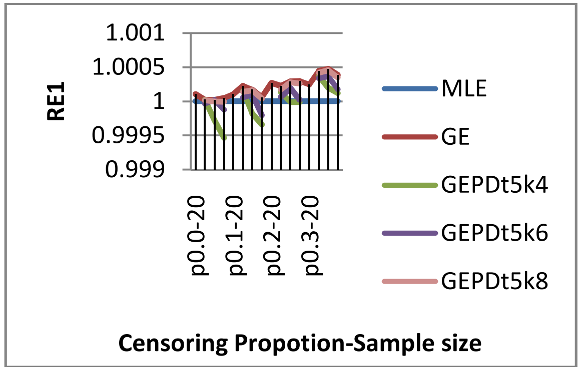
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

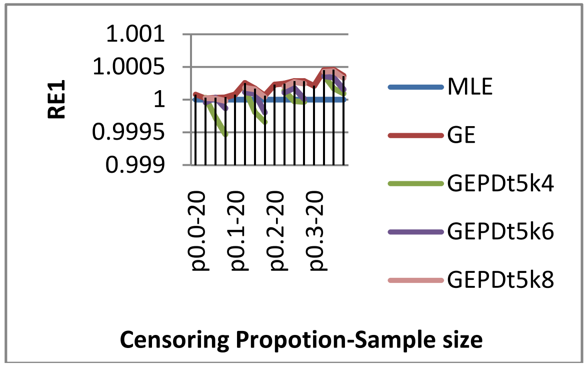
รูปที่ 3.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

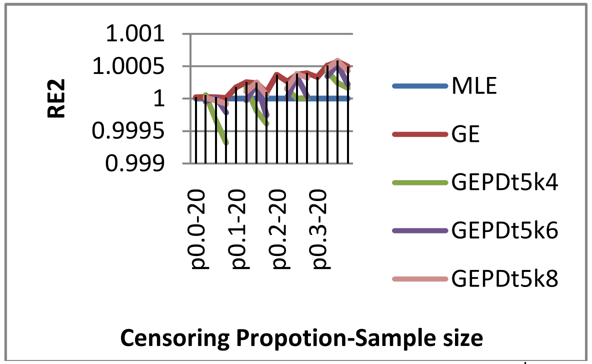
RE1

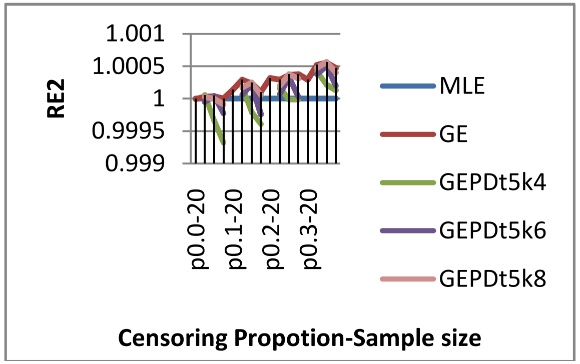


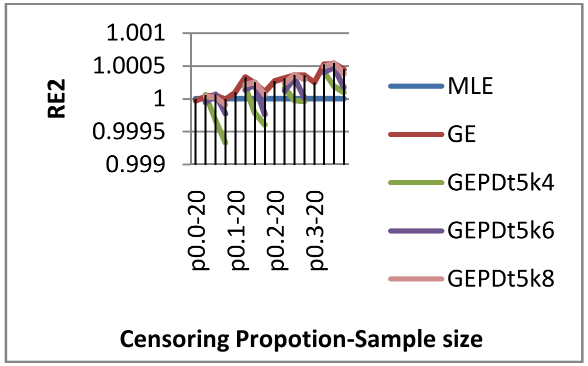




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น จะเพิ่มขึ้นชัดเจนกว่าควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มลดลง

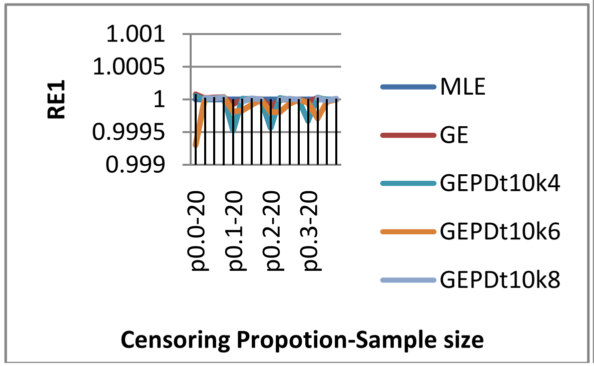
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

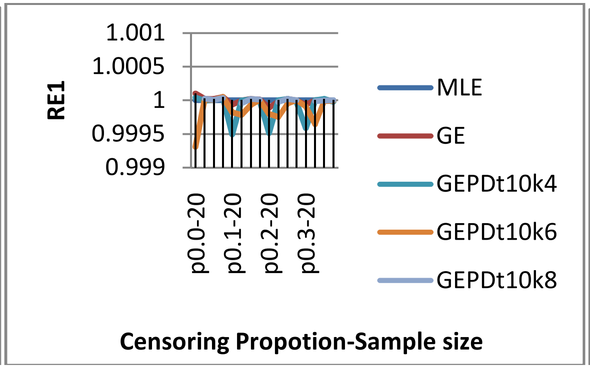
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 5%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มลดลง แต่ที่ n =120 วิธี GE และ GEPD จะมีประสิทธิภาพดีกว่าขนาดตัวอย่างอื่น ๆ

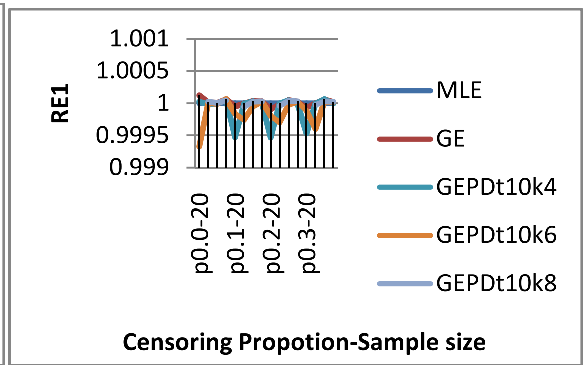
รูปที่ 3.4.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 | ควอนไทล์ ที่ 0.025 | ควอนไทล์ ที่ 0.05

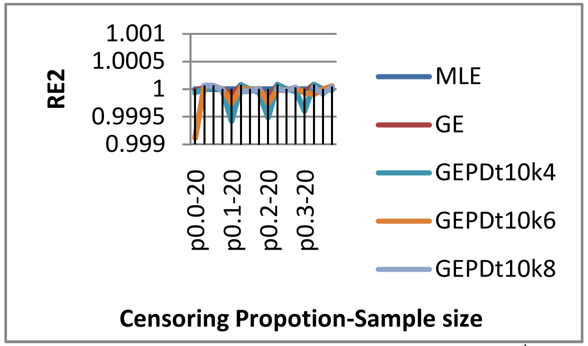
RE1

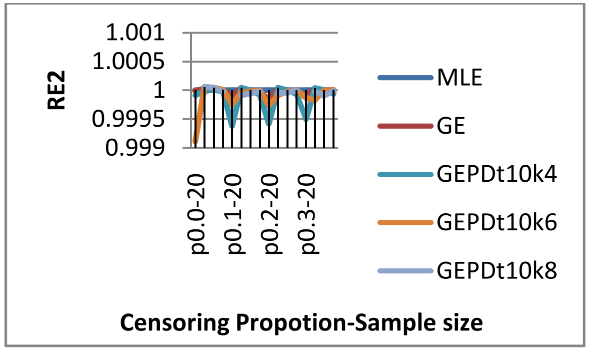


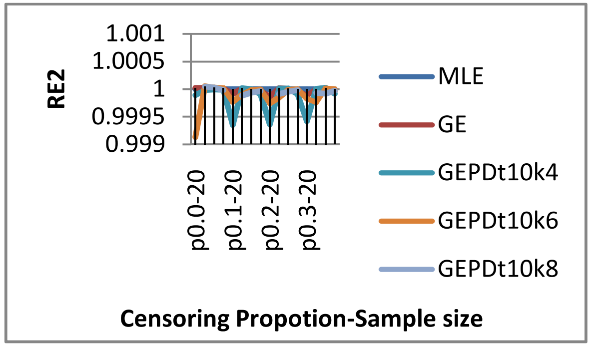




RE2





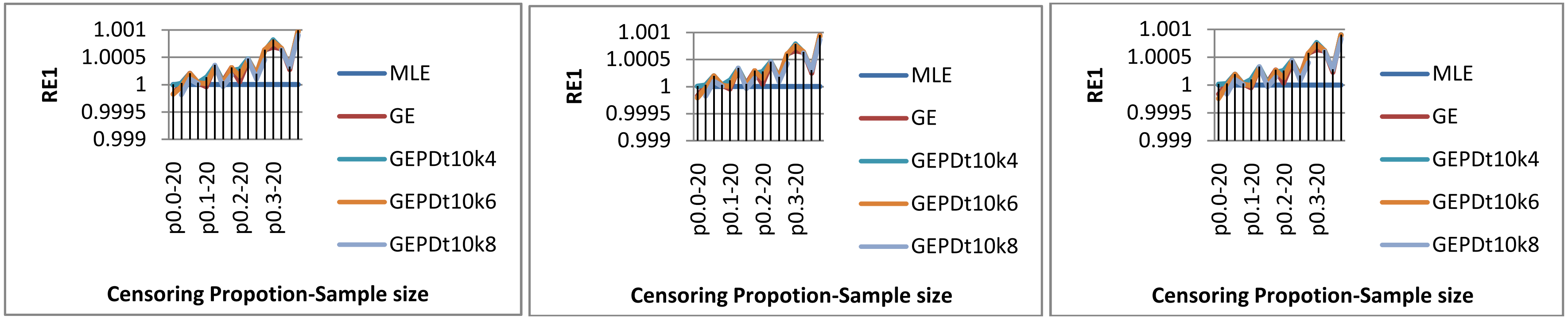


หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

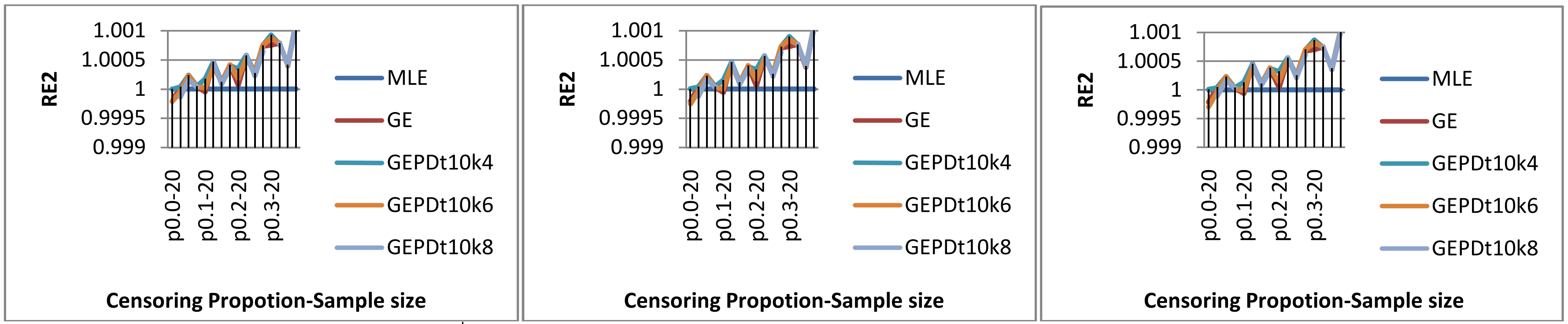
รูปที่ 3.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

RE1



RE2



หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 10%& K-Cluster Mean โดย K= 4, 6, 8 จะมีแนวโน้มไม่ชัดเจนแต่ที่ n =120 วิธี GE และ GEPD จะมีประสิทธิภาพดีกว่าขนาดตัวอย่างอื่น ๆ อาจเนื่องมาจากการการแจกแจง LEV มีลักษณะเบ้ขวาและการประมาณด้วยวิธี MLE จะประมาณค่าภาวะความน่าจะเป็นของค่าที่ถูก censor ทางขวาด้วยตัวเกณฑ์การตัดปลาย (t_p) ทำให้เกิดความเอนเอียงสูงในกรณีที่เบ้ขวา โดยยิ่งจำนวนข้อมูลมากค่าที่ถูกประมาณภาวะความน่าจะเป็นมีจำนวนมากตาม ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสูงกว่าขนาดตัวอย่างอื่น ๆ

4.4 ผลการศึกษาเมื่อข้อมูลแจกแจงแบบโลจิสติค

4.4.1 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2, VAR, MSE และ $|bias|$ ของการประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LOG(0,1) ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD

ตารางที่ 4.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.01- th Quantile

p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9999	NA	1	0.9996	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9997	0.9989	NA
	40	1	1	1	1	0.9996	1	1	1	1	1	0.9999	1	1
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	0.9999	0.9999	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	1	0.9999	0.9997	1	1	0.9996	1	1	1	1	1
0.1	20	1	1	NA	1	0.9996	1	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9998	NA
	40	1	1.0001	0.9999	1.0001	0.9999	1.0001	1	1	1	0.9999	1.0001	0.9996	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1
0.2	20	1	1	NA	0.9999	0.9996	1	NA	NA	NA	NA	0.9997	0.9999	NA
	40	1	1.0001	0.9999	1.0001	0.9999	1.0001	1.0001	1	1	1	1.0001	0.9996	1.0001
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.3	20	1	1.0001	NA	1	0.9998	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9997	1	NA
	40	1	1.0001	0.9999	1.0001	1	1.0001	1.0001	1	1.0001	1	1.0001	0.9996	1.0001
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9997	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	1	0.9999	1	1	0.9998	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9994	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0005	1.0005	1.0005	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1	1.0001	1.0001	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	1	0.9999	1.0001	1	0.9998	1	1.0001	1	1.0001	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9993	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	0.9999	0.9999	1.0001	1	0.9998	0.9999	1	1	1.0001	1
0.3	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9993	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	0.9999	0.9999	0.9999	1.0001	1	0.9998	0.9999	1	1	1.0001	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.1.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

|Bias| of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1045	0.1047	NA	0.1046	0.1048	0.1044	NA	NA	NA	NA	0.1048	0.105	NA
	40	0.1046	0.1046	0.1045	0.1046	0.1048	0.1045	0.1046	0.1047	0.1044	0.1047	0.1047	0.1045	0.1046
	80	0.1047	0.1046	0.1046	0.1046	0.1048	0.1046	0.1047	0.1047	0.1046	0.1046	0.1046	0.1046	0.1046
	120	0.1045	0.1046	0.1046	0.1047	0.1048	0.1046	0.1046	0.1048	0.1047	0.1046	0.1046	0.1046	0.1046
0.1	20	0.193	0.193	NA	0.193	0.1932	0.193	NA	NA	NA	NA	0.1932	0.1931	NA
	40	0.193	0.1929	0.1931	0.1929	0.1931	0.1929	0.1928	0.193	0.193	0.1931	0.1929	0.1926	0.193
	80	0.193	0.1928	0.1929	0.1929	0.1931	0.1928	0.193	0.193	0.1929	0.1928	0.1929	0.1928	0.193
	120	0.1929	0.1929	0.1929	0.193	0.193	0.1929	0.193	0.1931	0.193	0.1928	0.193	0.1929	0.1929
0.2	20	0.1626	0.1626	NA	0.1627	0.1628	0.1626	NA	NA	NA	NA	0.1628	0.1627	NA
	40	0.1626	0.1625	0.1627	0.1625	0.1627	0.1625	0.1624	0.1626	0.1626	0.1626	0.1625	0.1621	0.1625
	80	0.1626	0.1624	0.1625	0.1624	0.1626	0.1624	0.1626	0.1626	0.1625	0.1623	0.1625	0.1624	0.1626
	120	0.1625	0.1625	0.1625	0.1626	0.1626	0.1625	0.1625	0.1626	0.1625	0.1624	0.1626	0.1625	0.1625
0.3	20	0.1587	0.1586	NA	0.1587	0.1588	0.1586	NA	NA	NA	NA	0.1588	0.1587	NA
	40	0.1587	0.1585	0.1587	0.1585	0.1587	0.1586	0.1584	0.1587	0.1586	0.1587	0.1585	0.1581	0.1586
	80	0.1586	0.1584	0.1585	0.1585	0.1587	0.1585	0.1586	0.1586	0.1586	0.1584	0.1586	0.1585	0.1587
	120	0.1586	0.1586	0.1586	0.1587	0.1586	0.1585	0.1586	0.1587	0.1586	0.1584	0.1586	0.1585	0.1585

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01 ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน โดยถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างน้อย n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 4.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	1	0.9996	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9997	0.999	NA
	40	1	1	1	1	0.9996	1	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1
	80	1	1.0001	1	1.0001	0.9998	1	0.9999	0.9999	1.0001	1	1	1.0001	1
	120	1	1	1.0001	0.9999	0.9997	1	1	0.9997	1	1	1	1.0001	1
0.1	20	1	1	NA	1	0.9996	1	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9999	NA
	40	1	1	0.9998	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	0.9995	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1
0.2	20	1	1	NA	0.9999	0.9996	1	NA	NA	NA	NA	0.9996	0.9999	NA
	40	1	1.0001	0.9998	1.0001	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1.0001	0.9995	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1
0.3	20	1	1	NA	0.9999	0.9997	1	NA	NA	NA	NA	0.9997	0.9999	NA
	40	1	1.0001	0.9998	1.0001	0.9999	1	1	1	1	1	1.0001	0.9995	1
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	1	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	1	0.9999	1	1	0.9998	1
	80	1	1.0002	0.9999	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002
	120	1	1	0.9999	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0001	1.0004	1.0005	1.0005	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1	1.0001	1.0001	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0001	1	0.9999	0.9999	1.0001	1	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1
0.2	20	1	0.9998	NA	1	0.9998	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0003	1.0003	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1
0.3	20	1	0.9998	NA	1	0.9999	0.9999	NA	NA	NA	NA	1	0.9994	NA
	40	1	1.0003	1.0003	1.0001	1.0003	1.0002	1.0002	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003
	80	1	1.0001	0.9999	0.9998	1.0001	1.0001	1.0001	0.9999	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.2.3 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

|Bias| of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.0833	0.0835	NA	0.0834	0.0836	0.0832	NA	NA	NA	NA	0.0836	0.0837	NA
	40	0.0834	0.0834	0.0833	0.0834	0.0836	0.0833	0.0834	0.0834	0.0833	0.0834	0.0835	0.0833	0.0834
	80	0.0834	0.0833	0.0834	0.0834	0.0835	0.0834	0.0835	0.0835	0.0834	0.0834	0.0834	0.0833	0.0834
	120	0.0833	0.0834	0.0834	0.0835	0.0836	0.0834	0.0834	0.0836	0.0835	0.0834	0.0834	0.0834	0.0834
0.1	20	0.1476	0.1476	NA	0.1476	0.1478	0.1476	NA	NA	NA	NA	0.1478	0.1477	NA
	40	0.1476	0.1475	0.1477	0.1475	0.1477	0.1476	0.1474	0.1476	0.1476	0.1477	0.1475	0.1472	0.1476
	80	0.1475	0.1475	0.1476	0.1475	0.1476	0.1474	0.1476	0.1476	0.1475	0.1474	0.1475	0.1475	0.1476
	120	0.1475	0.1475	0.1475	0.1476	0.1476	0.1476	0.1475	0.1477	0.1476	0.1475	0.1476	0.1475	0.1475
0.2	20	0.1232	0.1232	NA	0.1232	0.1233	0.1232	NA	NA	NA	NA	0.1233	0.1232	NA
	40	0.1232	0.1231	0.1233	0.1231	0.1232	0.1231	0.123	0.1232	0.1232	0.1232	0.1231	0.1228	0.1231
	80	0.1231	0.123	0.1231	0.123	0.1232	0.123	0.1232	0.1232	0.1231	0.123	0.1231	0.123	0.1232
	120	0.123	0.1231	0.1231	0.1232	0.1232	0.1231	0.1231	0.1232	0.1231	0.123	0.1232	0.1231	0.1231
0.3	20	0.1184	0.1184	NA	0.1185	0.1186	0.1184	NA	NA	NA	NA	0.1186	0.1185	NA
	40	0.1184	0.1184	0.1185	0.1184	0.1185	0.1184	0.1182	0.1185	0.1184	0.1185	0.1184	0.118	0.1184
	80	0.1184	0.1183	0.1183	0.1183	0.1185	0.1183	0.1184	0.1184	0.1184	0.1182	0.1184	0.1183	0.1185
	120	0.1183	0.1184	0.1184	0.1185	0.1184	0.1184	0.1184	0.1185	0.1184	0.1183	0.1184	0.1183	0.1184

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.025 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 คือ ประสิทธิภาพการประมาณระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างน้อย n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 4.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	1	1	0.9995	1	1	1	1	1	1	1	1
	40	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1
	80	1	1.0001	1.0001	1	0.9997	1	1.0001	0.9998	1	1.0001	1.0001	1.0001	1
	120	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
0.1	20	1	1	0.9998	0.9999	0.9999	1	1	1	1	0.9998	1	0.9997	0.9999
	40	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	0.9999	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9998	1	1	1	1	1
	120	1	0.9999	NA	1	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9998	NA
0.2	20	1	1	0.9998	1	0.9999	1	1	1	0.9999	0.9999	1	0.9997	1
	40	1	1	1	1	1	1	1	1	1.0001	1	1	1	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	0.9999	NA	0.9999	0.9994	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9995	0.9999	NA
0.3	20	1	1	0.9998	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999	1	0.9996	1
	40	1	1.0001	1.0001	1	1	1.0001	1.0001	1	1.0001	1	1.0001	1	1
	80	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	1	NA	1.0001	0.9996	1.0001	NA	NA	NA	NA	0.9999	0.9991	NA
	40	1	1	1	1.0001	0.9995	1.0001	1	1	1.0001	1	1	1.0001	1
	80	1	1	1	1	0.9996	0.9998	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9996	1	1	0.9996	0.9999	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1	0.9993	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9998	NA
	40	1	1	0.9997	1	0.9998	1	1	1	1	0.9996	1	0.9999	0.9999
	80	1	1	0.9999	1	0.9998	1	0.9999	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9997	0.9999	1	0.9999	1	1
0.2	20	1	0.9999	NA	0.9999	0.9993	0.9999	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9997	NA
	40	1	1	0.9998	1	0.9998	1	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	0.9999	0.9999
	80	1	1	1	1	0.9998	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1
0.3	20	1	0.9999	NA	0.9999	0.9993	0.9998	NA	NA	NA	NA	0.9994	0.9998	NA
	40	1	1	0.9997	1	0.9999	1	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	0.9998	0.9999
	80	1	1	1	1	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	0.9999
	120	1	1	1	0.9999	1	1	1	0.9998	1	1	0.9999	1	1

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.3.5 เปรียบเทียบค่า |Bias| ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และGEPD

|Bias| of 0.05 th Quantile														
P	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.05917	0.05925	NA	0.05919	0.05931	0.0592	NA	NA	NA	NA	0.05928	0.05935	NA
	40	0.05925	0.05924	0.05923	0.05922	0.05932	0.05921	0.05923	0.05923	0.05922	0.05925	0.05925	0.05921	0.05923
	80	0.05924	0.05923	0.05924	0.05921	0.05931	0.05929	0.05928	0.05927	0.05922	0.05924	0.05924	0.05921	0.05922
	120	0.05919	0.05923	0.05921	0.05926	0.05931	0.05924	0.05923	0.0593	0.05925	0.05923	0.05924	0.05923	0.05924
0.1	20	0.092	0.09202	NA	0.092	0.09208	0.09203	NA	NA	NA	NA	0.09208	0.09204	NA
	40	0.09199	0.09198	0.09204	0.09195	0.09203	0.092	0.09196	0.092	0.092	0.09205	0.09198	0.09193	0.09202
	80	0.09197	0.09198	0.09202	0.09196	0.09203	0.09196	0.09202	0.09203	0.09198	0.09196	0.09198	0.09195	0.092
	120	0.09197	0.09199	0.09198	0.09201	0.09201	0.092	0.09198	0.09204	0.09201	0.09197	0.09201	0.09198	0.09199
0.2	20	0.07461	0.07463	NA	0.07462	0.07469	0.07463	NA	NA	NA	NA	0.07468	0.07465	NA
	40	0.07459	0.07458	0.07464	0.07458	0.07464	0.0746	0.07457	0.07461	0.07462	0.07463	0.07458	0.07453	0.07462
	80	0.07457	0.07459	0.0746	0.07457	0.07463	0.07458	0.07462	0.07463	0.07459	0.07457	0.07458	0.07456	0.07461
	120	0.07457	0.07461	0.0746	0.07462	0.07461	0.07459	0.0746	0.07464	0.07461	0.07457	0.07462	0.07459	0.0746
0.3	20	0.06998	0.07001	NA	0.07001	0.07007	0.07002	NA	NA	NA	NA	0.07006	0.07002	NA
	40	0.06998	0.06997	0.07003	0.06997	0.07001	0.06999	0.06995	0.07	0.07	0.07002	0.06997	0.0699	0.07
	80	0.06995	0.06996	0.06997	0.06995	0.07001	0.06997	0.06999	0.07	0.06998	0.06995	0.06997	0.06995	0.07
	120	0.06996	0.06999	0.06999	0.07	0.06999	0.06997	0.06998	0.07002	0.06999	0.06995	0.07	0.06997	0.06999

หมายเหตุ : ในกรณี $q = 0.05$ หรือ $K = 8$ จะไม่มีการทดลองที่ $n = 20$

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.05 ให้ผลเหมือนกับควอนไทล์ 0.01 และ 0.025 คือ ประสิทธิภาพการประมาณระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE เท่ากับ 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน และถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่างน้อย n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อย เนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 4.4.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9992	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9998
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	1	NA	0.9999	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0004	1	1.0003	1.0003	1	1.0004	1.0003	1.0003	1.0004
	80	1	1.0001	1	1	1	1	1.0001	1	1.0001	0.9999	1.0001	1	1
	120	1	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002
0.2	20	1	1.0001	NA	1.0003	1.0002	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0002	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0005	1.0005	1	1.0005	1.0003	1.0004	1.0004	1.0005	1.0005	1.0005
	80	1	1.0002	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0008	1.0007	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0008	1.0008	NA
	40	1	1.0007	1.0006	1.0007	1.0007	1.0004	1.0007	1.0004	1.0005	1.0006	1.0007	1.0007	1.0006
	80	1	1.0003	0.9999	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003
	120	1	1.001	1.001	1.0009	1.001	1.0008	1.001	1.001	1.0009	1.0009	1.001	1.001	1.0009

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9993	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	1	NA	1.0001	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0002	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0005	1.0004	1.0002	1.0005	1.0003	1.0002	1.0005	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
0.2	20	1	1.0001	NA	1.0004	1.0002	1.0002	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0002	NA
	40	1	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0003	1.0006	1.0003	1.0005	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002
	120	1	1.0007	1.0008	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0008	1.0008	1.0008	1.0006
0.3	20	1	1.0008	NA	1.0009	1.0008	1.0007	NA	NA	NA	NA	1.0009	1.0009	NA
	40	1	1.0008	1.0007	1.0008	1.0008	1.0006	1.0008	1.0005	1.0007	1.0008	1.0008	1.0008	1.0008
	80	1	1.0004	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	120	1	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.001	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.4.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

IBiasI of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.05682	0.05699	NA	0.05657	0.05684	0.057	NA	NA	NA	NA	0.05681	0.05699	NA
	40	0.05691	0.05686	0.05674	0.05673	0.05697	0.05683	0.05683	0.05701	0.05691	0.05684	0.05687	0.05694	0.05671
	80	0.057	0.05686	0.05688	0.05677	0.05685	0.05681	0.05689	0.05694	0.05666	0.05684	0.05684	0.05687	0.05675
	120	0.05692	0.05688	0.05682	0.0567	0.05695	0.05683	0.05692	0.05692	0.05687	0.05683	0.05685	0.05688	0.0568
0.1	20	0.16936	0.16937	NA	0.16909	0.16934	0.16936	NA	NA	NA	NA	0.16929	0.16935	NA
	40	0.16942	0.16919	0.16911	0.16917	0.16925	0.16904	0.16921	0.16933	0.16904	0.16924	0.16921	0.1693	0.16923
	80	0.16931	0.16921	0.16918	0.16917	0.16919	0.16917	0.16923	0.16931	0.16923	0.16913	0.16921	0.16918	0.16914
	120	0.16941	0.16925	0.16917	0.16915	0.16925	0.16918	0.16926	0.16931	0.16921	0.16921	0.16917	0.16922	0.16912
0.2	20	0.14463	0.14462	NA	0.14442	0.14458	0.14459	NA	NA	NA	NA	0.14449	0.14458	NA
	40	0.14468	0.14438	0.14431	0.14445	0.14447	0.14424	0.14444	0.14461	0.14434	0.14437	0.14444	0.1445	0.14443
	80	0.1446	0.14442	0.14432	0.1444	0.14443	0.14446	0.14444	0.1445	0.14448	0.14437	0.14444	0.14441	0.14435
	120	0.14472	0.14448	0.14443	0.14438	0.14448	0.14437	0.14451	0.14451	0.14439	0.1444	0.14441	0.14444	0.14432
0.3	20	0.15505	0.15486	NA	0.15469	0.15486	0.15488	NA	NA	NA	NA	0.15476	0.1548	NA
	40	0.15502	0.1547	0.15463	0.15475	0.15472	0.15454	0.1547	0.1549	0.15461	0.15464	0.15474	0.15473	0.15468
	80	0.15493	0.15466	0.1545	0.15467	0.15469	0.15473	0.15467	0.15475	0.15478	0.15464	0.15471	0.15472	0.15471
	120	0.15508	0.15475	0.15471	0.15465	0.15473	0.1546	0.15478	0.15479	0.15466	0.15466	0.1547	0.1547	0.15463

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95 ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 4.5.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9992	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9999	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9998
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9998	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	1	NA	1	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1	1.0003	1.0002	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003
	80	1	1	1	1	1	1	1.0001	1	1.0001	0.9999	1	1	1
	120	1	1.0003	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002
0.2	20	1	1	NA	1.0003	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0005	1.0005	1	1.0005	1.0002	1.0004	1.0004	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0002	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0004
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0008	1.0006	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0008	1.0008	NA
	40	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0004	1.0006	1.0004	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006
	80	1	1.0003	0.9999	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003
	120	1	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0008	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.5.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE2 of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9993	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9997	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1.0001	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0002	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0005	1.0003	1.0002	1.0004	1.0005	1.0004	1.0005
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003
0.2	20	1	1.0001	NA	1.0004	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0002	NA
	40	1	1.0006	1.0005	1.0006	1.0005	1.0003	1.0006	1.0003	1.0005	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003	1.0002	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002
	120	1	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0009	1.0007	1.0007	NA	NA	NA	NA	1.0009	1.0008	NA
	40	1	1.0008	1.0007	1.0007	1.0008	1.0006	1.0008	1.0004	1.0007	1.0007	1.0008	1.0008	1.0008
	80	1	1.0004	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	120	1	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.001	1.001	1.001	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011	1.0011

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.5.3 เปรียบเทียบค่า lBiasl ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

		lBiasl of 0.975 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.07696	0.07717	NA	0.07666	0.07701	0.07718	NA	NA	NA	NA	0.07696	0.07719	NA
	40	0.07707	0.07702	0.07687	0.07686	0.07716	0.07697	0.07698	0.07719	0.07706	0.077	0.07703	0.0771	0.07683
	80	0.07718	0.07701	0.07704	0.0769	0.07702	0.07696	0.07706	0.07711	0.07678	0.07699	0.07699	0.07702	0.07688
	120	0.07707	0.07703	0.07696	0.07683	0.07714	0.07698	0.07708	0.0771	0.07702	0.07697	0.077	0.07703	0.07695
0.1	20	0.21473	0.21475	NA	0.21442	0.21472	0.21474	NA	NA	NA	NA	0.21466	0.21473	NA
	40	0.2148	0.21452	0.21444	0.21449	0.21461	0.21436	0.21455	0.2147	0.21436	0.21459	0.21455	0.21464	0.21458
	80	0.21467	0.21455	0.21452	0.2145	0.21454	0.2145	0.21458	0.21467	0.21458	0.21445	0.21455	0.21451	0.21447
	120	0.21478	0.2146	0.2145	0.21449	0.2146	0.21452	0.21461	0.21467	0.21456	0.21454	0.2145	0.21456	0.21445
0.2	20	0.18269	0.18268	NA	0.18244	0.18264	0.18264	NA	NA	NA	NA	0.18254	0.18263	NA
	40	0.18275	0.18239	0.18232	0.18247	0.18251	0.18223	0.18245	0.18266	0.18235	0.18239	0.18246	0.18252	0.18245
	80	0.18265	0.18244	0.18232	0.18241	0.18245	0.18248	0.18247	0.18254	0.18251	0.18237	0.18246	0.18242	0.18236
	120	0.18278	0.18251	0.18245	0.1824	0.18251	0.18238	0.18254	0.18255	0.18241	0.18242	0.18243	0.18246	0.18232
0.3	20	0.19411	0.1939	NA	0.1937	0.1939	0.19392	NA	NA	NA	NA	0.19378	0.19383	NA
	40	0.19407	0.1937	0.19362	0.19376	0.19373	0.19352	0.1937	0.19394	0.19361	0.19364	0.19375	0.19373	0.19368
	80	0.19397	0.19365	0.19347	0.19367	0.1937	0.19374	0.19367	0.19376	0.1938	0.19362	0.19371	0.19372	0.19372
	120	0.19415	0.19377	0.19372	0.19365	0.19374	0.19358	0.1938	0.19381	0.19365	0.19365	0.1937	0.19371	0.19362

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.975 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 คือ ประสิทธิภาพการประมาณ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ๆ ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อย เนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า

ตารางที่ 4.6.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD

RE1 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9992	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9998	NA
	40	1	1	0.9999	0.9999	0.9998	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9998
	80	1	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001
	120	1	1	1	0.9998	0.9999	1	1	1	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1	1.0003	1.0002	1	1.0003	1.0003	1.0003	1.0003
	80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.9999	1	1	1
	120	1	1.0003	1.0002	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0001
0.2	20	1	1	NA	1.0003	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0004	1.0003	1.0004	1.0004	1	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004
	80	1	1.0002	1	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0002	1.0001	1.0001
	120	1	1.0006	1.0006	1.0005	1.0006	1.0005	1.0006	1.0005	1.0005	1.0005	1.0006	1.0006	1.0004
0.3	20	1	1.0006	NA	1.0008	1.0006	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0008	1.0007	NA
	40	1	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006	1.0003	1.0006	1.0004	1.0005	1.0006	1.0006	1.0006	1.0006
	80	1	1.0002	0.9999	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003
	120	1	1.0009	1.0009	1.0009	1.0009	1.0008	1.0009	1.0009	1.0009	1.0008	1.0009	1.0009	1.0008

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.6.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

RE2 of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1	0.9998	NA	0.9993	1	0.9998	NA	NA	NA	NA	1	0.9997	NA
	40	1	1	1	0.9999	0.9998	1	1	0.9998	1	1	1	1	0.9999
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0001	0.9999	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1	1	0.9999	0.9999	1	1	0.9999	1	1	1	1	1
0.1	20	1	0.9999	NA	1.0002	1	1	NA	NA	NA	NA	1.0001	1	NA
	40	1	1.0005	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0005	1.0003	1.0002	1.0004	1.0005	1.0004	1.0004
	80	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001	1.0001
	120	1	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0002	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003
0.2	20	1	1	NA	1.0004	1.0001	1.0001	NA	NA	NA	NA	1.0003	1.0001	NA
	40	1	1.0005	1.0005	1.0006	1.0005	1.0003	1.0006	1.0003	1.0005	1.0005	1.0006	1.0005	1.0006
	80	1	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002	1.0002
	120	1	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006	1.0006	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006
0.3	20	1	1.0007	NA	1.0009	1.0007	1.0006	NA	NA	NA	NA	1.0009	1.0008	NA
	40	1	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0006	1.0007	1.0004	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007	1.0007
	80	1	1.0004	1.0001	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0004	1.0003	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004
	120	1	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.001	1.0011	1.0011	1.001

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ 4.6.3 เปรียบเทียบค่า IBiasI ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

IBiasI of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1033	0.10358	NA	0.10296	0.10339	0.10357	NA	NA	NA	NA	0.10333	0.10361	NA
	40	0.10346	0.10339	0.10322	0.10319	0.10358	0.10333	0.10334	0.1036	0.10344	0.10337	0.10341	0.10348	0.10317
	80	0.10358	0.10338	0.10342	0.10325	0.1034	0.10333	0.10345	0.1035	0.1031	0.10336	0.10336	0.10338	0.10323
	120	0.10344	0.10341	0.10332	0.10317	0.10355	0.10334	0.10346	0.1035	0.1034	0.10333	0.10337	0.1034	0.10331
0.1	20	0.2741	0.27413	NA	0.27372	0.27411	0.27411	NA	NA	NA	NA	0.27403	0.2741	NA
	40	0.27418	0.27385	0.27376	0.27381	0.27396	0.27365	0.27387	0.27406	0.27365	0.27394	0.27388	0.27398	0.27392
	80	0.27402	0.27389	0.27385	0.27382	0.27388	0.27382	0.27392	0.27404	0.27391	0.27376	0.27387	0.27383	0.27379
	120	0.27415	0.27394	0.27382	0.27381	0.27394	0.27385	0.27395	0.27404	0.2739	0.27387	0.27383	0.2739	0.27376
0.2	20	0.23249	0.23248	NA	0.23219	0.23245	0.23244	NA	NA	NA	NA	0.23232	0.23243	NA
	40	0.23255	0.23212	0.23205	0.23222	0.23228	0.23193	0.2322	0.23246	0.23209	0.23213	0.23221	0.23228	0.23221
	80	0.23243	0.23219	0.23205	0.23215	0.23221	0.23223	0.23223	0.23232	0.23228	0.2321	0.23221	0.23216	0.2321
	120	0.2326	0.23227	0.2322	0.23215	0.23227	0.23211	0.23231	0.23233	0.23215	0.23216	0.23218	0.23222	0.23204
0.3	20	0.24523	0.24497	NA	0.24474	0.24499	0.245	NA	NA	NA	NA	0.24485	0.2449	NA
	40	0.24518	0.24474	0.24465	0.2448	0.24478	0.24452	0.24473	0.24503	0.24463	0.24467	0.24479	0.24476	0.24471
	80	0.24505	0.24467	0.24446	0.24469	0.24474	0.24478	0.2447	0.24481	0.24486	0.24464	0.24474	0.24476	0.24477
	120	0.24527	0.24482	0.24476	0.24468	0.24479	0.24459	0.24486	0.24488	0.24468	0.24467	0.24474	0.24474	0.24464

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากตารางข้างต้นพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.99 จะมีประสิทธิภาพเหมือนกับการประมาณควอนไทล์ที่ 0.95 และ 0.975 คือ ประสิทธิภาพการประมาณระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ใกล้เคียงกันมาก เนื่องจากทุกวิธีให้ค่า RE1, RE2 เมื่อเทียบกับวิธี MLE มากกว่า 1 หรือใกล้เคียง 1 และมีค่า $|bias|$ ใกล้เคียงกัน ถ้าเปรียบเทียบข้อดีในการประมาณจะพบว่าวิธี GE เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวกในการประมาณค่าพารามิเตอร์ มากกว่าวิธีอื่น ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 วิธี GEPD แบบ trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี GE อยู่เล็กน้อยเนื่องจากให้ค่า |bias| น้อยกว่า และ RE1, RE2 มากกว่า โดยจะพบว่าวิธี GE และ GEPD จะดีกว่าวิธี MLE ชัดเจนกว่าควอนไทล์ 0.01, 0.025,และ 0.05

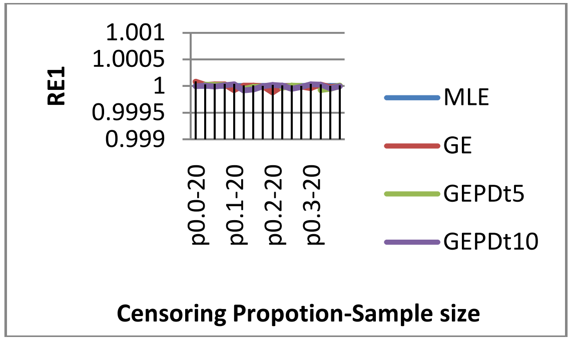
โดยจะเห็นว่าการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 วิธี GE และ GEPD จะดีกว่าวิธี MLE ชัดเจนกว่าควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05 เนื่องประสิทธิภาพการประมาณ RE1 และ RE2 จะให้ผลมากกว่า 1

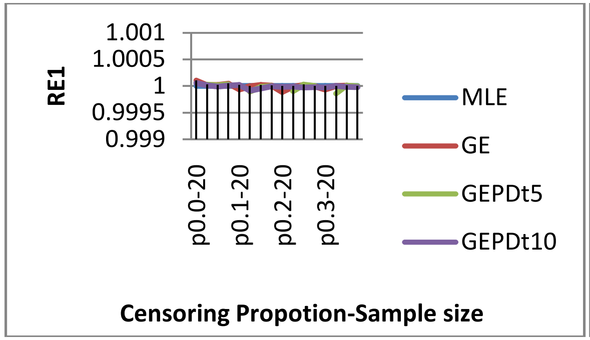
4.4.2 การเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 และ $|bias|$ ของการแจกแจง LOG(0,1)ในรูปกราฟ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD ในแต่ละแบบต่อไปนี้ Trimmed q100%, K-Cluster Mean, และ Trimmed q100%& K-Cluster Mean โดยที่ q = 0.05, 0.1 และ K = 4, 6, 8 ของการประมาณค่าควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05 และค่าควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975, 0.99

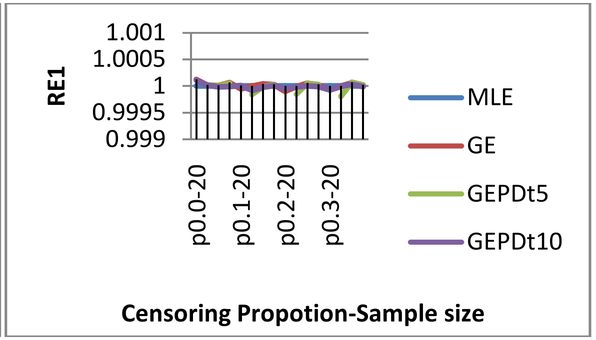
รูปที่ 4.1.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

<u>ควอนไทล์ ที่ 0.01</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.025</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.05</u>

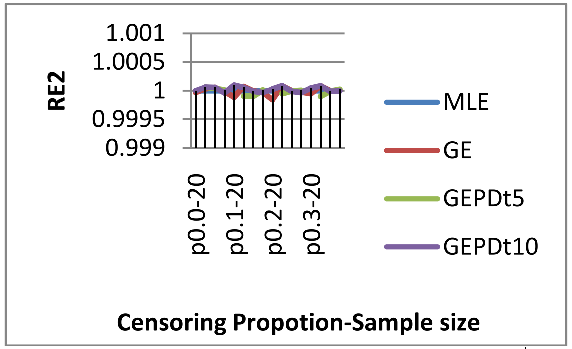
RE1

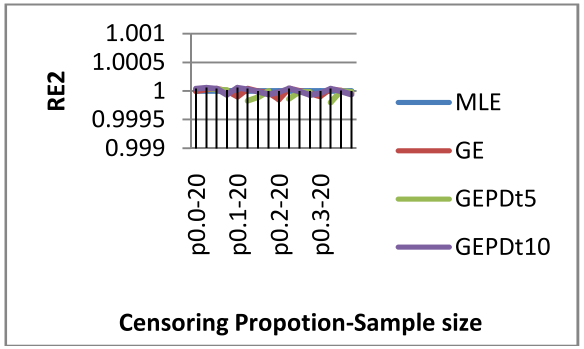


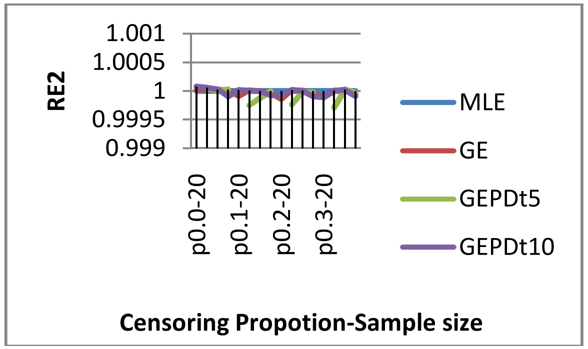




RE2





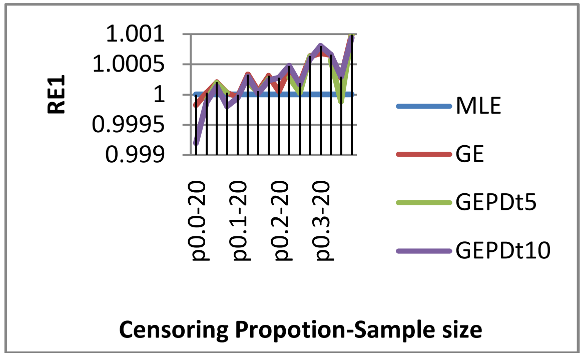


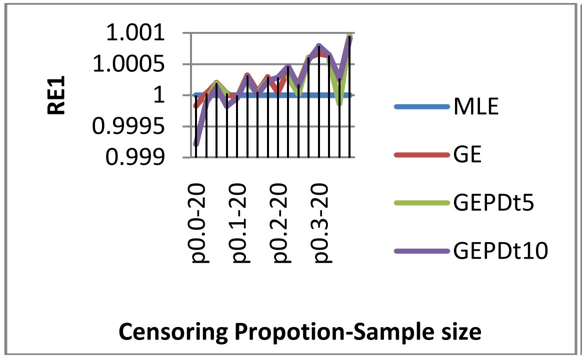
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

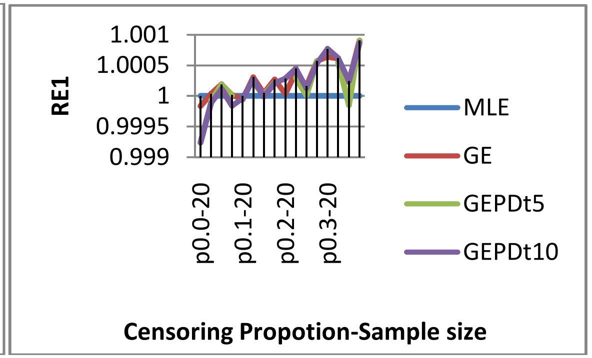
รูปที่ 4.1.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1

<u>ควอนไทล์ ที่ 0.95</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.975</u> <u>ควอนไทล์ ที่ 0.99</u>

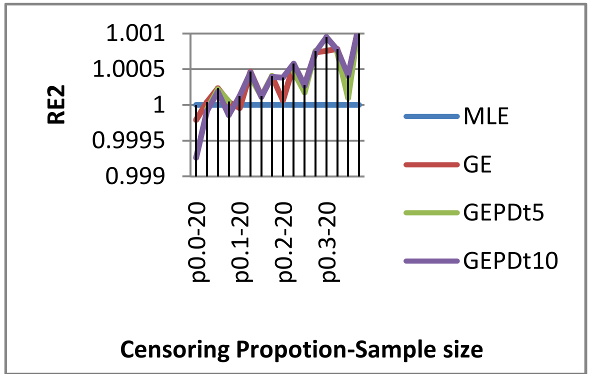
RE1

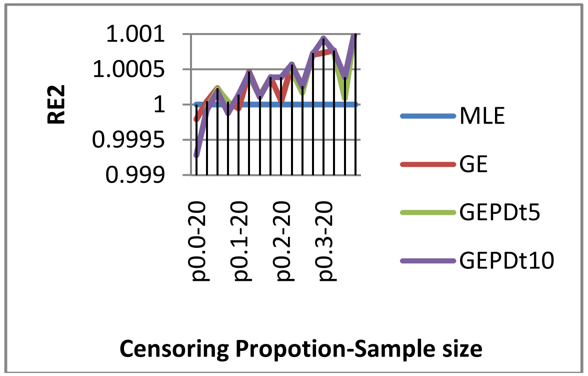


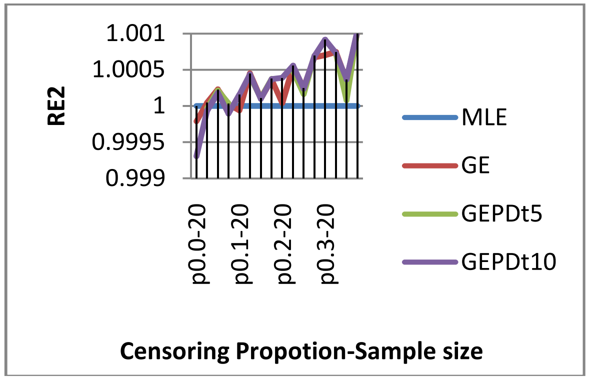




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n =20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GE และ GEPD แบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธีGE และ GEPDแบบ trimmed q100% โดย q =0.05, จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n = 20)

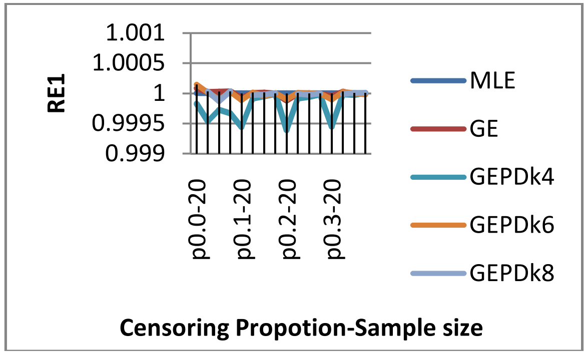
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

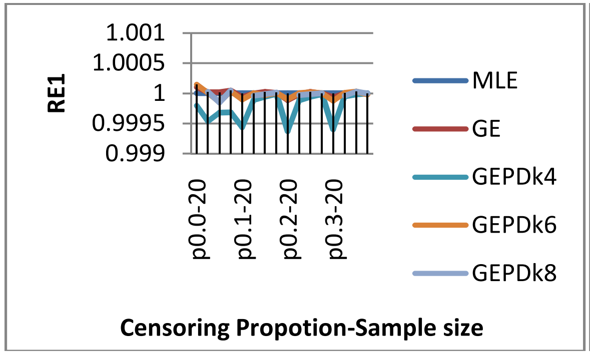
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPDแบบ trimmed q100% โดย q =0.05, 0.1 มีแนวโน้มไม่ชัดเจน

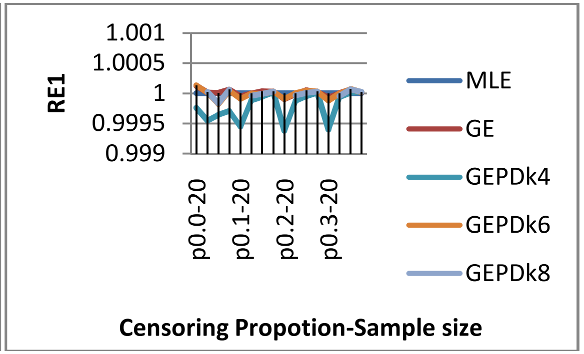
รูปที่ 4.2.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

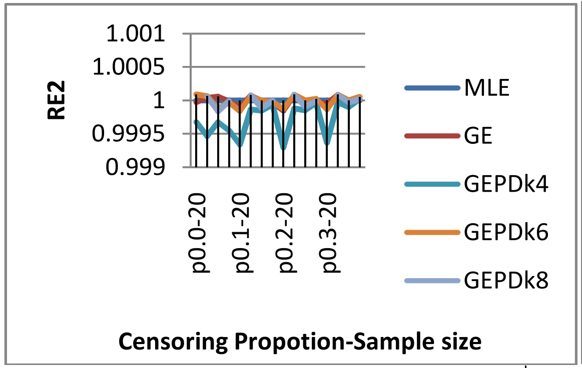
RE1

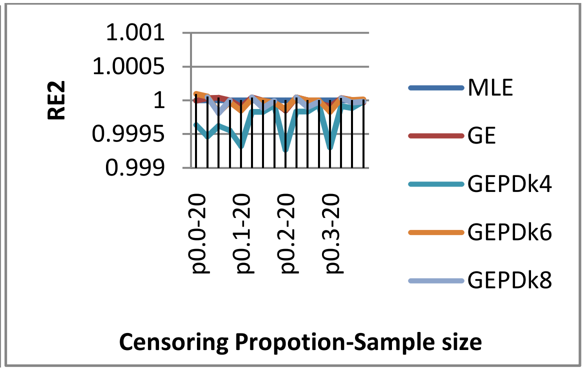


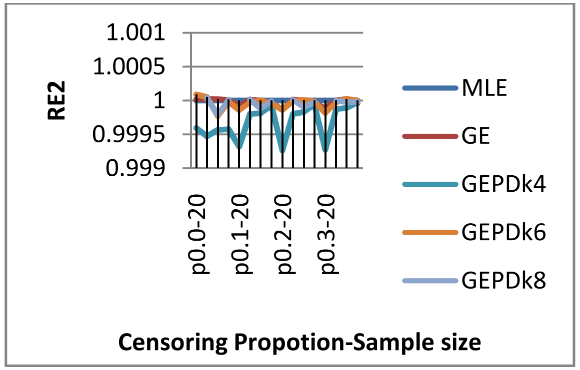




RE2





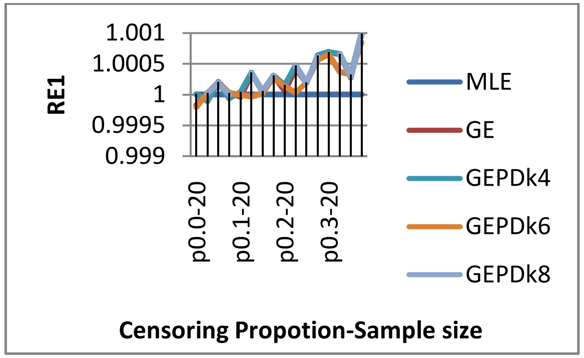


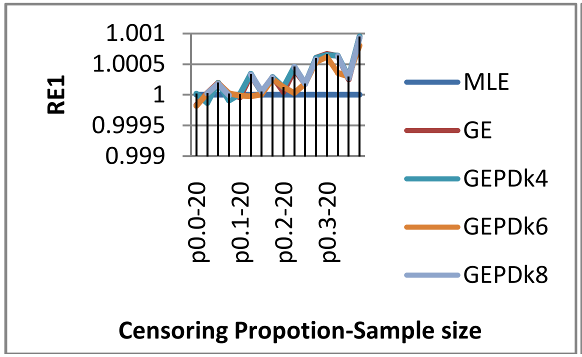
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 2

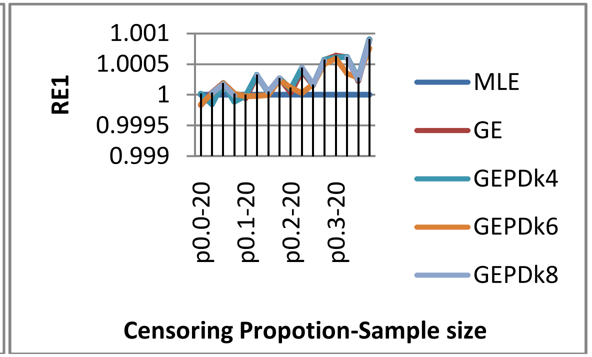
รูปที่ 4.2.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

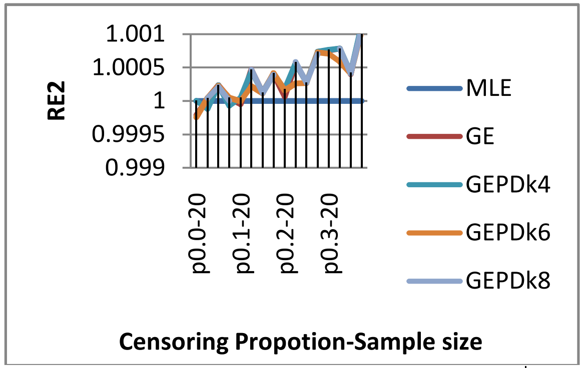
RE1

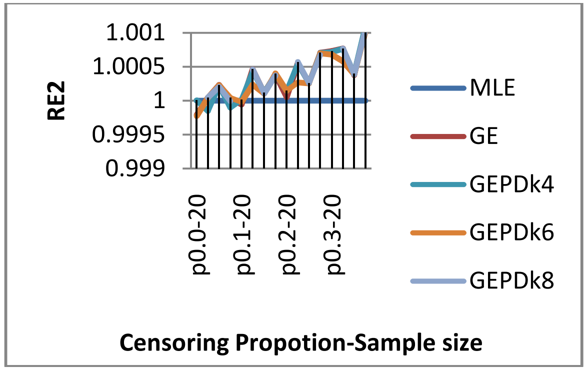


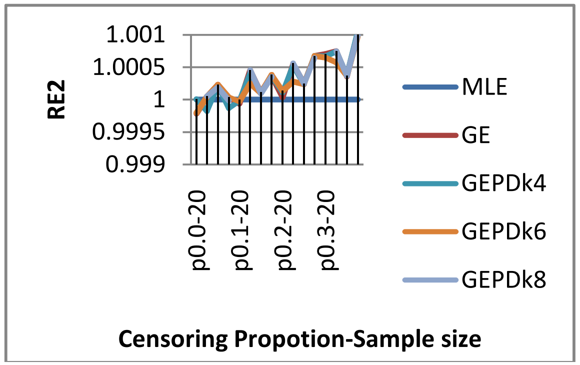




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 และ GE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n = 20)

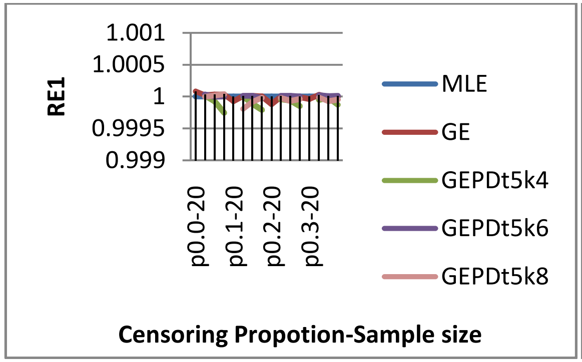
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

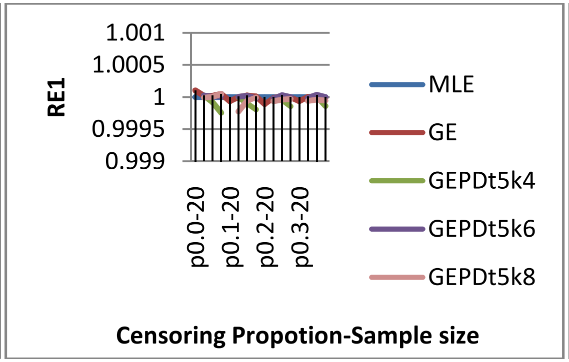
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มไม่ชัดเจน

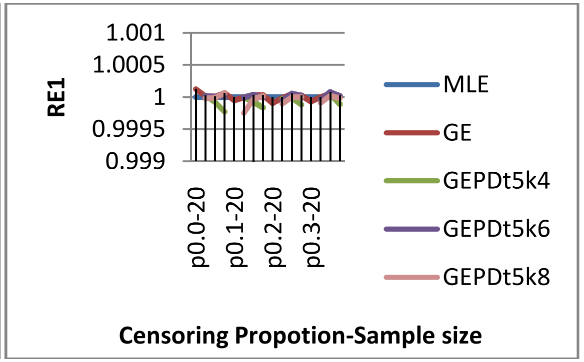
รูปที่ 4.3.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.01 ควอนไทล์ ที่ 0.025 ควอนไทล์ ที่ 0.05

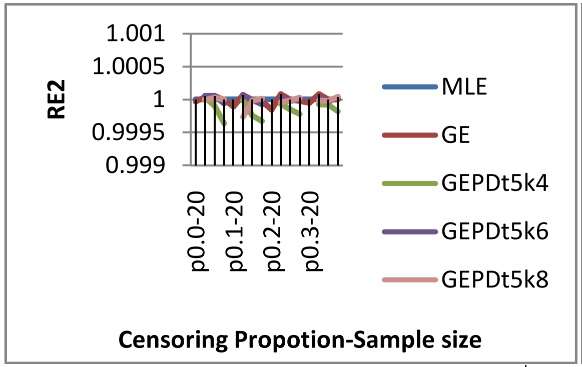
RE1

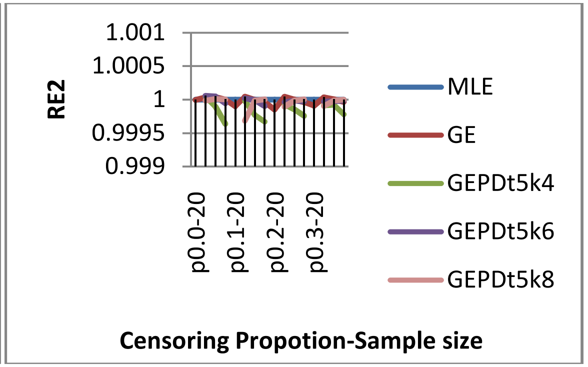


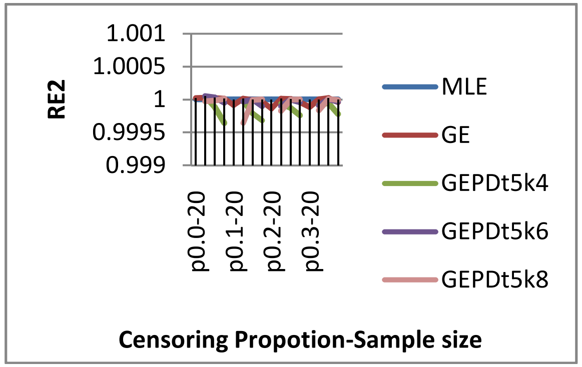




RE2





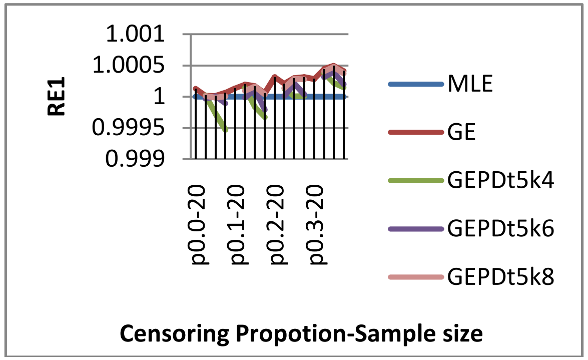


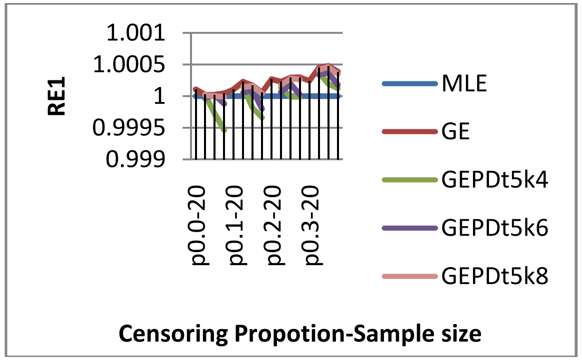
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

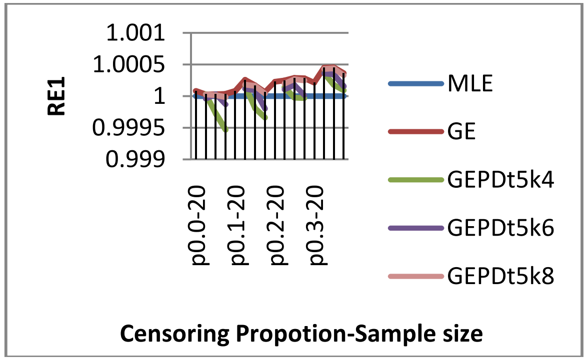
รูปที่ 4.3.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GE และ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

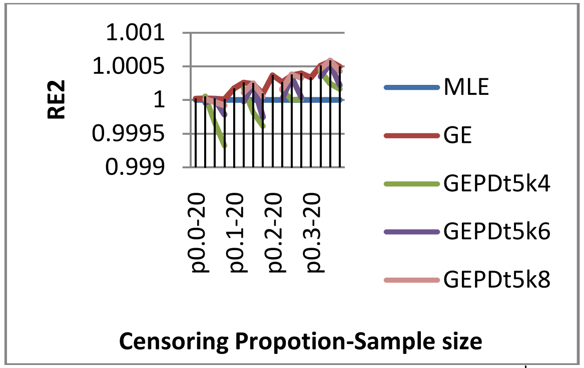
RE1

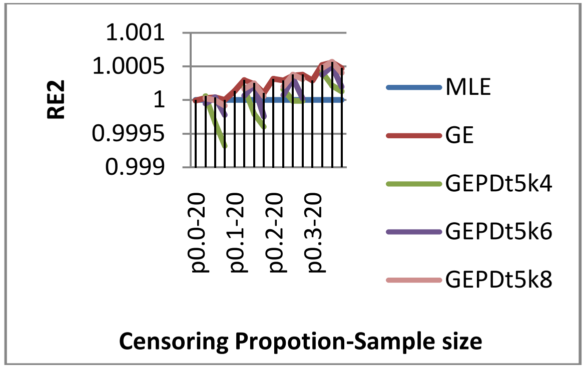


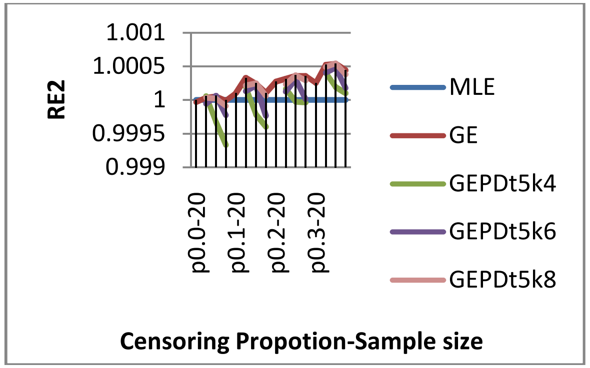




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8และ GE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธีGE และ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มลดลง

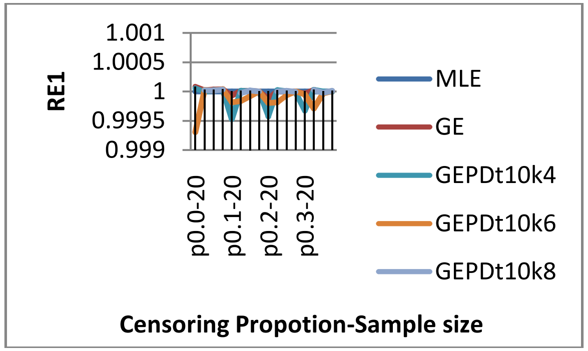
<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

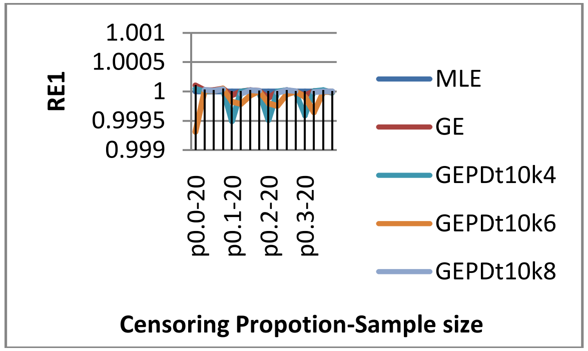
ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GE และ GEPD แบบ Trimmed 5% & K-Cluster Mean ที่ K=4, 6, 8 มีแนวโน้มไม่ชัดเจน

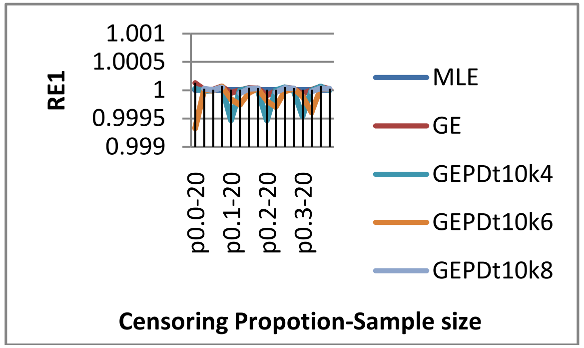
รูปที่ 4.4.1 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1และ RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025, 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8

ควอนไทล์ ที่ 0.01　　　　ควอนไทล์ ที่ 0.025　　　　ควอนไทล์ ที่ 0.05

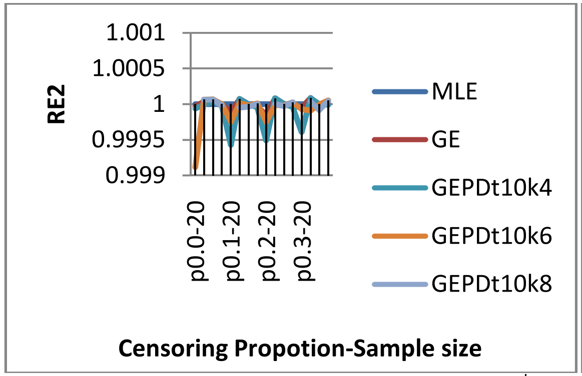
RE1

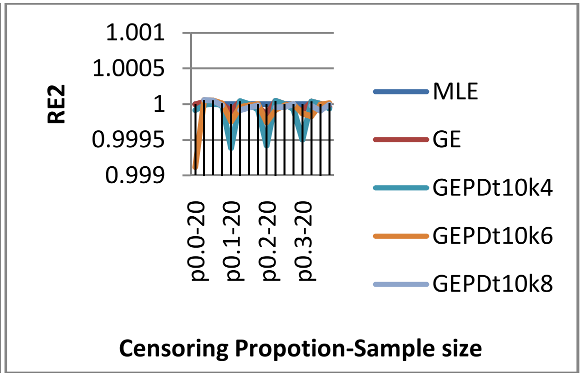


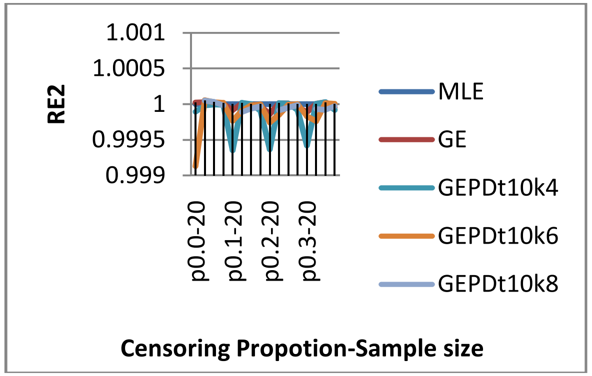




RE2





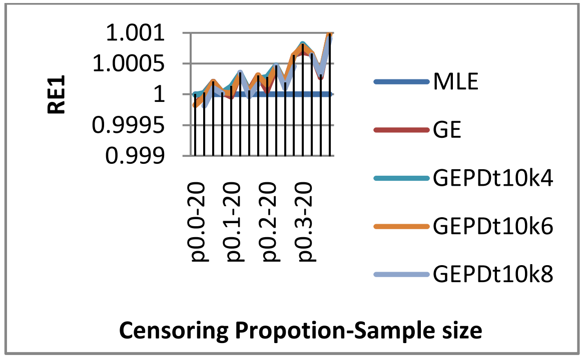


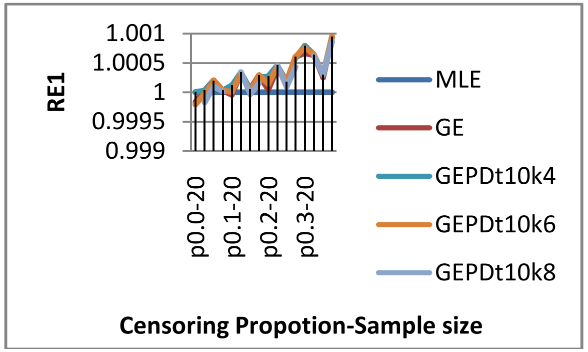
หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

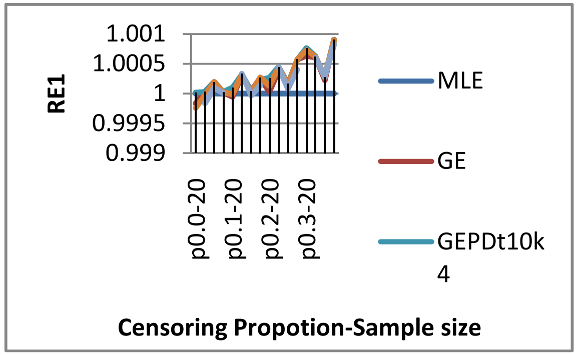
รูปที่ 4.4.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของการประมาณที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975, 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8

ควอนไทล์ ที่ 0.95 ควอนไทล์ ที่ 0.975 ควอนไทล์ ที่ 0.99

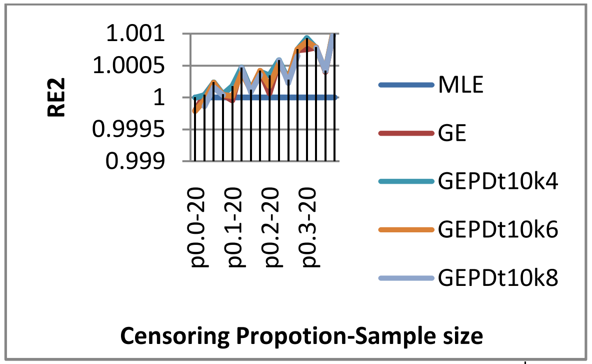
RE1

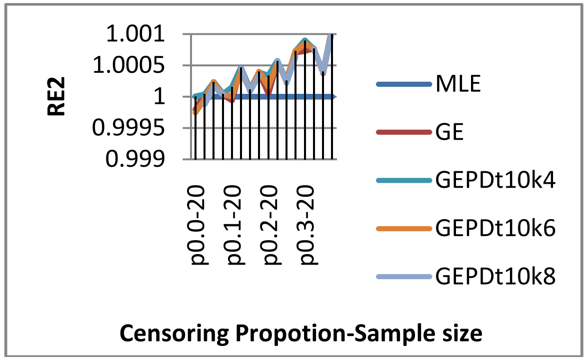


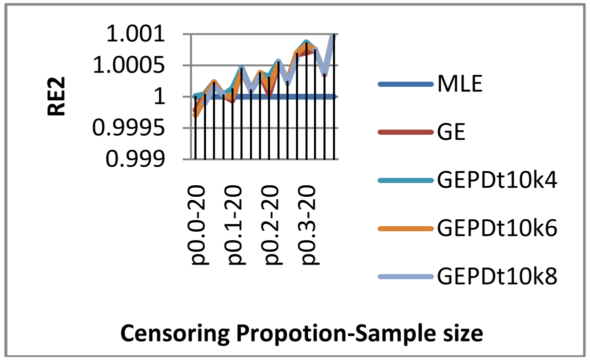




RE2







หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

จากกราฟด้านบน พิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ เมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8 มีแนวโน้มคงที่

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของ GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8 และ GE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

พิจารณาสัดส่วนการตัดปลายคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธีGEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8 จะมีแนวโน้มลดลง (ยกเว้นที่ n = 20)

<u>การประมาณควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99</u>

ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1, RE2 ของวิธี GEPD แบบ Trimmed 10% & K-Cluster Mean ที่ K=4,6,8 มีแนวโน้มไม่ชัดเจน

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาถึงประสิทธิภาพการประมาณที่ควอนไทล์ต่าง ๆ ระหว่างวิธี MLE, GE และ GEPD สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

ส่วนที่ 1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพการประมาณในแต่ละควอนไทล์

โดยถ้าพิจารณาวิธีประมาณที่ให้ค่า RE2 มากที่สุด ตามการแจกแจงของข้อมูล, สัดส่วนการตัดปลายและขนาดตัวอย่าง โดยที่ วิธีใดๆ ที่มีค่า RE2 แตกต่างกันไม่เกิน 0.01% จะถือว่ามีประสิทธิภาพในการประมาณไม่แตกต่างกัน และกำหนดสัญลักษณ์ในตารางมีความหมาย
ดังต่อไปนี้

o หมายถึงวิธีที่ให้ค่า RE2 มากที่สุด
MLE หมายถึงวิธี MLE
GE หมายถึงวิธี GE
T5 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 5%
T10 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 10%
K4 หมายถึงวิธี GEPD แบบ 4-Cluster Mean
K6 หมายถึงวิธี GEPD แบบ 6-Cluster Mean
K8 หมายถึงวิธี GEPD แบบ 8-Cluster Mean
T5K4 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 5%& 4-Cluster Mean
T5k6 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 5%& 6-Cluster Mean
T5k8 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 5%& 8-Cluster Mean
T5K4 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 4-Cluster Mean
T5k6 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean
T5k8 หมายถึงวิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 8-Cluster Mean

จะได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5.1.1 แสดงวิธีการประมาณพารามิเตอร์ที่มีค่า RE2 มากที่สุดในการประมาณค่าควอนไทล์ทางซ้าย (ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025 และ 0.05) และค่าควอนไทล์ทางขวา (ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975 และ 0.99) ระหว่างวิธี MLE , GE และวิธี GEPD ของการแจกแจง NOR(0,1) ตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

		Left-Quantile													Right- Quantile												
p	n	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8
0	20	O	x	x	x	O	x	x	x	x	x	x	O	x	O	x	x	O	O	x	x	x	x	x	x	x	x
	40	O	x	O	O	x	O	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O
	80	O	O	O	O	O	x	O	x	O	O	x	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	120	O	x	x	O	O	O	O	x	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	O
0.1	20	O	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	x	x	x
	40	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x	O	x	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O
	80	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	x	O
	120	O	O	x	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	x	O	O	O	x	O	O	x	O
0.2	20	O	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	x	x	x
	40	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x	O	x	O	O	O	O	O	O	x	x	O	O	O	O
	80	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	x	O
	120	O	x	x	x	x	O	O	O	x	O	O	O	O	x	O	O	x	x	O	O	O	x	x	O	x	O
0.3	20	O	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	O	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	x	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x	O	x	O	O	O	O	O	O	x	x	O	O	x	O
	80	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	x	O
	120	O	O	x	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	x	O	O	O	x	O	O	x	O

ตารางที่ 5.1.2 แสดงวิธีการประมาณพารามิเตอร์ที่มีค่า RE2 มากที่สุดในการประมาณค่าควอนไทล์ทางซ้าย (ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025 และ 0.05) และค่าควอนไทล์ทางขวา (ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975 และ 0.99) ระหว่างวิธี MLE, GE และวิธี GEPD ของการแจกแจง SEV(0,1) ตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

		Left-Quantile													Right- Quantile												
P	n	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8
0	20	O	X	X	O	O	X	X	X	X	X	X	X	X	O	O	x	x	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	O	O	O	O	X	O	O	O	O	O	O	X	O	O	O	O	O	x	O	O	O	x	O	x	O	x
	80	X	O	X	X	O	O	O	O	X	O	O	X	O	O	O	O	O	x	x	x	x	O	O	x	O	O
	120	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x
0.1	20	O	X	X	O	X	X	X	X	X	X	O	X	X	x	O	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	X	O	O	X	O	O	O	X	O	O	O	X	O	x	O	x	O	x	O	O	O	x	x	O	O	x
	80	O	O	X	X	O	O	O	X	O	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O
	120	O	O	O	X	X	O	O	X	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x
0.2	20	O	X	X	O	X	X	X	X	X	X	O	X	X	x	O	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	X	O	O	X	O	X	O	X	O	O	O	X	O	x	O	x	O	x	x	O	x	x	O	O	O	x
	80	O	O	X	X	O	O	O	X	O	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	x	x	O	O	O	O	x
	120	O	O	O	X	X	O	O	X	X	O	O	O	O	x	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x
0.3	20	O	X	X	O	O	O	X	X	X	X	O	X	X	x	O	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	X	O	O	X	O	O	O	X	O	O	O	O	O	x	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O
	80	O	O	X	X	O	O	O	X	O	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	x	x	O	O	O	O	x
	120	O	O	X	X	X	O	O	X	X	O	O	O	O	x	O	O	O	x	O	O	x	x	x	x	O	x

ตารางที่ 5.1.3 แสดงวิธีการประมาณพารามิเตอร์ที่มีค่า RE2 ากที่สุดในการประมาณค่าควอนไทล์ทางซ้าย (ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025 และ 0.05) และค่าควอนไทล์ทางขวา (ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975 และ 0.99) ระหว่างวิธี MLE, GE และวิธี GEPD ของการแจกแจง LEV(0,1) ตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

		Left-Quantile													Right- Quantile												
P	n	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8
0	20	O	O	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x	O	x	x	x	O	x	x	x	x	x	O	x	x
	40	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O
	80	O	O	O	O	x	x	x	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O
	120	O	O	O	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
0.1	20	O	x	x	O	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	x	O	x	x
	40	O	O	x	O	x	O	O	O	O	x	O	O	O	x	O	O	O	O	x	O	x	x	O	O	O	O
	80	O	O	O	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	120	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O
0.2	20	O	x	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	x	x	O	x	x
	40	O	O	x	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	x	O	x	O	O	O	O	O
	80	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	120	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x
0.3	20	O	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x	O	x	x	x	x	O	O	x	x	x	x	x	O	O	x
	40	O	O	x	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	x	O	O	O	O	x	O	x	O	O	O	O	O
	80	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
	120	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O

ตารางที่ 5.1.4 แสดงวิธีการประมาณพารามิเตอร์ที่มีค่า RE2 มากที่สุดในการประมาณค่าควอนไทล์ทางซ้าย (ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025 และ 0.05) และค่าควอนไทล์ทางขวา (ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975 และ 0.99) ระหว่างวิธี MLE, GE และวิธี GEPD ของการแจกแจง LOG(0,1) ตามขนาดตัวอย่าง และสัดส่วนของการตัดปลายทางขวา

		Left-Quantile													Right- Quantile												
p	n	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8	MLE	GE	T5	T10	K4	K6	K8	T5K4	T5k6	T5K8	T10K4	T10K6	T10K8
0	20	O	x	x	O	O	x	x	x	x	x	O	x	x	O	O	x	x	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	x	O	x	O	x
	80	x	O	x	x	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	x	x	x	x	O	O	x	O	O
	120	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x
0.1	20	O	x	x	O	x	x	x	x	x	x	O	x	x	x	O	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	x	O	O	x	O	O	O	x	O	O	O	x	O	x	O	x	O	x	O	O	O	x	x	O	O	x
	80	O	O	x	x	O	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	O	x	O	O	O	O	O
	120	O	O	O	x	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x
0.2	20	O	x	x	O	x	x	x	x	x	x	O	x	x	x	O	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	x	O	O	x	O	x	O	x	O	O	O	x	O	x	O	x	O	x	x	O	x	x	O	O	O	x
	80	O	O	x	x	O	O	O	x	O	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	x	x	O	O	O	O	x
	120	O	O	O	x	x	O	O	x	x	O	O	O	O	x	O	O	O	O	O	O	x	x	O	x	O	x
0.3	20	O	x	x	O	x	O	x	x	x	x	O	x	x	x	O	x	O	x	O	x	x	x	x	x	x	x
	40	x	O	O	x	O	O	O	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	O	O	O	O	x	O	O	O	O
	80	x	O	x	x	O	O	O	x	x	O	O	O	O	x	O	x	O	x	O	x	x	O	O	O	O	x
	120	O	O	x	x	x	O	O	x	x	O	O	O	O	x	O	O	O	x	O	O	x	x	O	x	O	x

1. ผลประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในการประมาณที่ควอนไทล์ 0.01, 0.025 และ 0.05 ให้ผลเหมือนกัน คือ ประสิทธิภาพการประมาณจากตัวประมาณพารามิเตอร์ตำแหน่ง (location parameter; μ) และพารามิเตอร์สเกล (scale parameter; σ) ของข้อมูลตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ที่สัดส่วน p = 0, 0.1, 0.2 และ 0.3 ที่ได้จากวิธีประมาณแบบ MLE , GE และ GEPD ให้ผลประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 , RE2 และค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ไม่แตกต่างกันมากนัก ที่ขนาดตัวอย่าง n = 40, 80 และ 120 ในทุกการแจกแจงคือ การแจกแจงปกติ (NOR), การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด (SEV), การแจกแจงค่าสูงสุดขีด (LEV) และ การแจกแจงโลจิสติค (LOG) และ โดยให้ค่า RE2 สูงที่สุดใกล้เคียงกันด้วย ดังนั้นวิธี GE ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายและสะดวก ในการประมาณมากกว่าวิธีอื่น ๆ น่าจะเป็นวิธีเหมาะสมในการประมาณมากที่สุด ยกเว้น ที่ขนาดตัวอย่างน้อย ๆ คือ n = 20 และ p > 0 วิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดจะขึ้นกับการแจกแจงของข้อมูลดังนี้

- การแจกแจง NOR ที่ n = 20 พบว่าวิธี GEPD แบบ Trimmed 10%& 6-Cluster Mean จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด
- การแจกแจง SEV ที่ n = 20 พบว่าวิธี GEPD แบบ Trimmed10% จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด
- การแจกแจงLEV ที่ n = 20 GEPD แบบ Trimmed10% จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด
- การแจกแจง LOG ที่ n = 20 พบว่าวิธี GEPD แบบ Trimmed10% จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด

โดยการที่ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 และ RE2 ของวิธี GE และ GEPD ใกล้เคียงกันกับวิธี MLE อาจเนื่องมาจาก (1) การทดลองทำเฉพาะกรณีควอนไทด์ที่หางทางซ้ายและขวาเท่านั้น ซึ่งไม่ได้ทำการทดลองครอบคลุมทุกกรณี (2) ค่าพารามิเตอร์ที่จะประมาณมีขนาดเล็กคือ $\mu = 0, \sigma = 1$ ทำให้ความแตกต่างของประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณมีขนาดเล็กด้วย

2. ผลประสิทธิภาพสัมพัทธ์การประมาณของที่ควอนไทล์ 0.95, 0.975 และ 0.99 ให้ผลเหมือนกันคือประสิทธิภาพการประมาณจากตัวประมาณพารามิเตอร์ตำแหน่ง(location parameter; μ) และพารามิเตอร์สเกล (scale parameter; σ) ของข้อมูลตัดปลายทางขวาแบบที่ 1 ที่สัดส่วน p = 0, 0.1, 0.2 และ 0.3 ที่ได้จากวิธีประมาณแบบ MLE , GE และ GEPD ให้ผลประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 , RE2 และค่าความเอนเอียงสัมบูรณ์ไม่แตกต่างกันมากนัก ที่ขนาดตัวอย่าง n = 40, 80 และ 120 ในทุกการแจกแจงคือ การแจกแจงปกติ (NOR), การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด(SEV), การแจกแจงค่าสูงสุดขีด (LEV) และ การแจกแจงโลจิสติค (LOG) และ โดยให้ค่า RE2 สูงที่สุดใกล้เคียงกันด้วย ดังนั้นวิธี GE ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายและสะดวก ในการประมาณมากกว่าวิธีอื่น ๆ น่าจะเป็นวิธีเหมาะสมในการประมาณมากที่สุด ซึ่งจะยกเว้น ที่ขนาดตัวอย่างน้อย ๆ คือ n = 20และ p > 0 วิธีการประมาณที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดจะขึ้นกับการแจกแจงของข้อมูลดังนี้

- การแจกแจงNOR ที่ n = 20 พบว่าวิธี GEPD แบบ 4-Cluster Mean จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด
- การแจกแจง SEV ที่ n = 20 พบว่าวิธี GEPD แบบ Trimmed10% จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด
- การแจกแจง LEV ที่ n = 20 พบว่าวิธี GEPD แบบ Trimmed10% จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด
- การแจกแจง LOG ที่ n = 20 พบว่าวิธี GEPD แบบ Trimmed10% จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด

โดยการที่ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ RE1 และ RE2 ของวิธี GE และ GEPD ใกล้เคียงกันกับวิธี MLE อาจเนื่องมาจาก (1) การทดลองทำเฉพาะกรณีควอนไทด์ที่หางทางซ้ายและขวาเท่านั้น ซึ่งไม่ได้ทำการทดลองครอบคลุมทุกกรณี (2) ค่าพารามิเตอร์ที่จะประมาณมีขนาดเล็กคือ $\mu = 0, \sigma = 1$ ทำให้ความแตกต่างของประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณมีขนาดเล็กด้วย

ตารางที่ 5.2 แสดงวิธีการประมาณพารามิเตอร์ที่น่าจะเหมาะสมที่สุดในการประมาณค่าควอนไทล์ทางซ้าย (ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025 และ 0.05) และค่าควอนไทล์ทางขวา (ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975 และ 0.99) ระหว่างวิธี MLE, GE และวิธี GEPD สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ โดยจำแนกตามขนาดตัวอย่างและสัดส่วนของการตัดปลายทางขวาถ้าพิจารณาความง่ายและความสะดวกรวดเร็วในการประมาณด้วย

		NOR		SEV		LEV		LOG	
p	n	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.
0	20	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	40	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	80	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	120	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
0.1	20	T5&K6	K4	T10	GE	GE	T10	T10	T10
	40	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	80	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	120	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
0.2	20	T5&K6	K4	T10	GE	GE	T10	T10	T10
	40	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	80	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	120	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
0.3	20	T5&K6	K4	T10	GE	GE	T10	T10	T10
	40	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	80	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE
	120	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE	GE

หมายเหตุ

GE แทน วิธีการประมาณทุกวิธี คือ GE

T5&K6 แทน วิธีการประมาณ GEPD แบบ trimmed 5%&6-Cluster Mean

T10 แทน วิธีการประมาณ GEPD แบบ trimmed 10%

K4 แทน วิธีการประมาณ GEPD 4-Cluster Mean

LEFT Q, แทน ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05

RIGHT Q. แทน ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975, 0.99

จากตารางที่ 5.2 สามารถสรุปได้ว่า ทุกวิธีให้ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในการประมาณที่ควอนไทล์หางทางซ้ายและทางขวาใกล้เคียงกัน โดยวิธี GE เป็นวิธีที่เหมาะสมในการประมาณ

พารามิเตอร์ตำแหน่ง (location parameter; μ) และพารามิเตอร์สเกล (scale parameter; σ) ของข้อมูลที่ถูกตัดปลายแบบที่ 1 ในทุกสัดส่วนและทุกขนาดตัวอย่างมากที่สุดเนื่องจากสามารถประมาณได้ง่ายและสะดวกกว่าวิธีอื่น ยกเว้นที่ n = 20 และที่สัดส่วนการตัดปลาย p > 0 จะให้ผลประมาณขึ้นกับการแจกแจง อาจเนื่องจากที่ขนาดตัวอย่างน้อยทำให้ลักษณะข้อมูลจะมีอิทธิพลในการประมาณ โดยเฉพาะในการประมาณแบบกราฟ โดยสรุปได้ดังนี้ การแจกแจงที่มี Outlier เช่น การแจกแจง SEV, LEV และ LOG จะพบว่าวิธี GEPD แบบ Trimmed 10% จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด อาจเนื่องจากการ trim จะเป็นการกำจัด Outlier และช่วยปรับให้การประมาณแบบกราฟมีความคลาดเคลื่อนน้อยลง โดยการแจกแจง NOR วิธี GEPD แบบ trimmed 10%& 6-Cluster Mean และ วิธี GEPD แบบ 4-Cluster Meanจะให้ประสิทธิภาพดีที่สุดโดยใช้ประมาณได้ดีทั้งควอนไทล์หางทางซ้ายและทางขวา ตามลำดับ

ส่วนที่2: แนวโน้มและความสัมพันธ์ของการประมาณกับขนาดตัวอย่างและขนาดสัดส่วนการตัดปลาย

2.1 ถ้าพิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่และสัดส่วนการตัดปลายทางขวาเพิ่มขึ้น พบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในการประมาณการคลอว์ไทด์ที่หางทางซ้าย (ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025 และ 0.05) ของการแจกแจง NOR, SEV, LEV และ LOG ทุกวิธีจะมีแนวโน้มคงที่ แต่ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในประมาณควอนไทล์ที่หางทางขวา (ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975 และ 0.99) ทุกวิธีจะมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า วิธี GE และ GEPD จะให้ประสิทธิภาพสัมพัทธ์เพิ่มขึ้นโดยเมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น แต่จะยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง n = 20 ของการแจกแจงปกติจะพบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์การประมาณควอนไทล์ที่หางทางซ้ายและทางขวาด้วยวิธี GE และ GEPD แบบ trimmed 10% จะลดลงเมื่อสัดส่วนการตัดปลายเพิ่มขึ้น

2.2 เมื่อพิจารณาที่สัดส่วนการตัดปลายคงที่และขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นพบว่าผลประสิทธิภาพการประมาณขึ้นกับการแจกแจงและควอนไทล์ดังนี้

- การแจกแจง NOR จะมีแนวโน้มของประสิทธิภาพสัมพัทธ์คงที่เมื่อประมาณควอนไทล์ที่หางซ้าย และลดลงเมื่อประมาณควอนไทล์ที่หางขวา ดังนั้นโดยรวมจะสรุปได้ว่าประสิทธิภาพการประมาณแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง
- การแจกแจง SEV จะมีแนวโน้มของประสิทธิภาพสัมพัทธ์ลดลงเมื่อประมาณควอนไทล์ที่หางซ้าย และไม่มีแนวโน้มชัดเจนเมื่อประมาณควอนไทล์ที่หางขวา
- การแจกแจง LEV จะมีแนวโน้มของประสิทธิภาพสัมพัทธ์คงที่เมื่อประมาณ

ควอนไทล์ที่หางซ้าย และไม่มีแนวโน้มชัดเจนเมื่อประมาณควอนไทล์ที่หางขวา

- การแจกแจง LOG จะมีแนวโน้มของประสิทธิภาพสัมพัทธ์ลดลงเมื่อประมาณควอนไทล์ที่หางซ้ายและไม่มีแนวโน้มชัดเจนเมื่อประมาณควอนไทล์ที่หางขวา

ซึ่งสามารถสรุปผลความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในการประมาณควอนไทล์ที่หางกับสัดส่วนการตัดปลายและขนาดตัวอย่างได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5.3 แสดงแนวโน้มการประมาณค่าควอนไทล์ระหว่างวิธี GE และวิธี GEPD ที่มีผลต่อสัดส่วนการตัดปลาย เมื่อพิจารณาที่ขนาดตัวอย่างคงที่ สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ

	NOR		SEV		LEV		LOG	
METHOD	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.
GE	คงที่*	เพิ่มขึ้น*	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T5	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T10	คงที่*	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
K4	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
K6	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
K8	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T5K4	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T5K6	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T5K8	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T10K4	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T10K6	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น
T10K8	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น	คงที่	เพิ่มขึ้น

หมายเหตุ :

คงที่ หมายถึง สัดส่วนการตัดปลายไม่มีผลต่อประสิทธิภาพการประมาณ

เพิ่มขึ้น หมายถึง ประสิทธิภาพการประมาณแปรผันตามสัดส่วนของการประมาณ

คงที่* หมายถึง หมายถึง สัดส่วนการตัดปลายไม่มีผลต่อประสิทธิภาพการประมาณแต่ยกเว้นที่ $n = 20$ จะมีแนวโน้มลดลง

เพิ่มขึ้น* หมายถึง ประสิทธิภาพการประมาณแปรผันตามสัดส่วนของการประมาณ แต่ ยกเว้นที่ $n = 20$ จะมีแนวโน้มคงที่

LEFT Q, แทน ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05

RIGHT Q. แทน ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975, 0.99

จากตารางที่ 5.3 จะพบว่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์การประมาณค่าควอนไทล์ที่หางทางซ้ายและขวาด้วยวิธี GE และ GEPD จะแปรผันตามขนาดสัดส่วนการตัดปลาย ทุกการแจกแจงที่ศึกษา คือ NOR, SEV, LEV, LOG

ตารางที่ 5.3 แสดงแนวโน้มการประมาณค่าควอนไทล์ระหว่างวิธี GE และวิธี GEPD ที่มีผลต่อขนาดตัวอย่าง เมื่อพิจารณาที่สัดส่วนการตัดปลายคงที่ สำหรับการแจกแจงแบบต่างๆ

	NOR		SEV		LEV		LOG	
METHOD	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.	LEFT Q.	RIGHT Q.
GE	คงที่	ลดลง*	ลดลง*	คงที่	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T5	ลดลง	ลดลง*	ลดลง*	ไม่ชัดเจน	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T10	ไม่ชัดเจน	ลดลง*	ลดลง*	ไม่ชัดเจน	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
K4	คงที่	ลดลง*	ลดลง*	ไม่ชัดเจน	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
K6	คงที่	ลดลง*	ลดลง*	ไม่ชัดเจน	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
K8	คงที่	ลดลง*	ลดลง*	ไม่ชัดเจน	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T5K4	คงที่	ลดลง	ลดลง*	ลดลง	ลดลง	ลดลง	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T5K6	คงที่	ลดลง	ลดลง*	ลดลง	ลดลง	ลดลง	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T5K8	คงที่	ลดลง	ลดลง*	ลดลง	ลดลง	ลดลง	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T10K4	คงที่	ลดลง	ลดลง*	ลดลง	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T10K6	คงที่	ลดลง	ลดลง*	ลดลง	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน
T10K8	คงที่	ลดลง	ลดลง*	ลดลง	คงที่	ไม่ชัดเจน	ลดลง	ไม่ชัดเจน

หมายเหตุ :

คงที่ หมายถึง ขนาดตัวอย่างไม่มีผลต่อประสิทธิภาพการประมาณ

เพิ่มขึ้น หมายถึง ประสิทธิภาพการประมาณแปรผันตามขนาดตัวอย่าง

ลดลง หมายถึง ประสิทธิภาพการประมาณแปรผกผันตามขนาดตัวอย่าง

ลดลง* หมายถึง ประสิทธิภาพการประมาณแปรผกผันตามขนาดตัวอย่างแต่ยกเว้นที่ n = 20

ไม่ชัดเจน หมายถึง ขนาดตัวอย่างไม่มีผลชัดเจนต่อประสิทธิภาพการประมาณ

LEFT Q, แทน ควอนไทล์ที่ 0.01, 0.025, 0.05

RIGHT Q. แทน ควอนไทล์ที่ 0.95, 0.975, 0.99

จากตารางที่ 5.4 จะพบว่าประสิทธิภาพการประมาณค่าควอนไทล์ด้วยวิธี GE และ GEPD ที่มีต่อขนาดตัวอย่างไม่มีแนวโน้มที่ชัดเจน ยกเว้น การแจกแจง NOR ประสิทธิภาพสัมพัทธ์จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

5.2 แนวทางการศึกษาต่อ

1. จากการศึกษาครั้งนี้จะพบว่าที่สัดส่วนการตัดปลายมีผลต่อประสิทธิภาพการประมาณ ดังนั้นจึงเป็นแนวทางให้ศึกษาต่อไปได้ถ้าเพิ่มสัดส่วนการตัดปลายจะมีผลอย่างไร

2. ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างน้อย ๆ n = 20 จะมีผลการประมาณแตกต่างจากขนาดตัวอย่างอื่นๆ โดยเมื่อข้อมูล Outlier วิธี GEPD แบบ Trimmed 10% จะมีประสิทธิภาพดี ดังนั้นจึงเป็นแนวทางในการศึกษาต่อ ถ้ามีการเพิ่มหรือลดสัดส่วนการ trimmed ลงจะมีผลอย่างไร

3. เนื่องจากในการศึกษาครั้งนี้จะศึกษา การแจกแจงแบบ Location-scale คือ การแจกแจงปกติ, การแจกแจงค่าต่ำสุดขีด, การแจกแจงค่าสูงสุดขีด และการแจกแจงโลจิสติค จึงเป็นเรื่องที่สนใจถ้าเราศึกษาในการแจกแจงอื่น ๆ

4. ศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี GE และ GEPD กับข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์ประเภทอื่นๆ เช่น ข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง ข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์ทางซ้าย เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร.(2536). **การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง: โครงสร้างและความหมาย** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ขวัญรัตน์ ตั้งพิษฐานสกุล. (2554). **การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์โดยตัวประมาณ แบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา**. วิทยานิพนธ์ ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ, คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศศิประภา โมรากุล. 2553. **การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Klein, J.P., Moesschberger, M. L. (1997). **Survival Analysis Techniques for Censored and Truncated Data.** New York: Springer.

Lawless, J.F. (2003).**Statistical Models and Methods for Lifetime Data** (Second Edition.). New York: John Wiley.

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร.(2536). **การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง: โครงสร้างและความหมาย** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุชาดา กีระนันท์.(2525) **การอนุมานเชิงสถิติ ทฤษฎีขั้นต้น**.กรุงเทพมหานคร, ภาควิชาสถิติ, คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ขวัญรัตน์ ตั้งพิษฐานสกุล. (2554). **การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์โดยตัวประมาณ แบบกราฟด้วยข้อมูลบางส่วนจากข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางขวา**. วิทยานิพนธ์ ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ, คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศศิประภา โมรากุล. 2553. **การศึกษาเปรียบเทียบการประมาณพารามิเตอร์จากข้อมูลที่ถูกเซ็นเซอร์แบบช่วง**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Klein, J.P., Moesschberger, M. L. (1997). **Survival Analysis Techniques for Censored and Truncated Data**. New York: Springer.

Lawless, J.F. (2003).**Statistical Models and Methods for Lifetime Data** (Second Edition.). New York: John Wiley.

Meeker, W.Q., Escobar, L.A. (1998).**Statistical Methods for Reliability Data**. New York: John Wiley.

Somboonsavatdee, A. and Nair, V. (2007).**Graphical Estimation from Probability Plots with Right Censored Data**.Technometrics, 19, 420 - 429.

ภาคผนวก ก

โปรแกรม R ที่ใช้ในการจำลองข้อมูล

เนื่องจากการจำลองข้อมูลมีหลายการแจกแจงและหลายขนาดตัวอย่าง ในที่นี่จะขอแสดงเฉพาะขนาดตัวอย่าง n = 40 และใช้การแจกแจง NOR ในการยกตัวอย่าง ยกเว้นกรณีที่ code มีความแตกต่างกัน

1. การแจกแจงและข้อมูลสถิติพื้นฐานของการแจกแจง LEV และ SEV ซึ่งสร้างจากการแจกแจง weibull

```
rlev<-function(n,mu=0,sigma=1){-(log(rweibull(n,1/sigma,exp(mu))))}
plev<-function(y,mu=0,sigma=1){exp(-exp(-(y-mu)/sigma))}
dlev<-function(x,mu=0,sigma=1){(1/sigma)*exp((-(x-mu)/sigma)-exp(-(x-mu)/sigma))}
qlev<-function(p,mu=0,sigma=1){-(log(qweibull(1-p,1/sigma,exp(mu))))}
sev<-function(n,mu=0,sigma=1){log(rweibull(n,1/sigma,exp(mu)))}
psev<-function(y,mu=0,sigma=1){1-exp(-exp((y-mu)/sigma))}
dsev<-function(x,mu=0,sigma=1){(1/sigma)*exp(((x-mu)/sigma)-exp((x-mu)/sigma))}
qsev<-function(p,mu=0,sigma=1){log(qweibull(p,1/sigma,exp(mu)))}
```

หมายเหตุ : การแจกแจง NOR และ LOG มีcode เฉพาะใน R อยู่แล้วเช่น rnorm หรือ rlogis แทนการสร้างข้อมูลตัวอย่างที่มีการแจกแจง NOR และ LOG ตามลำดับ

2.ข้อกำหนดหรือเวกเตอร์ พื้นฐานที่ต้องใช้ทุกการแจกแจง

```
Nsim<-5000
mu<-0
sigma<-1
Tn<-qnorm(1)
z1<-qnorm(0.99)
z2<-qnorm(0.975)
z3<-qnorm(0.95)
z7<-qnorm(0.05)
z8<-qnorm(0.025)
z9<-qnorm(0.01)
dum<-c()
int<-c()
slp<-c()
ybar1<-c()
ybar2<-c()
```

```
ybar3<-c()
ybar7<-c()
ybar8<-c()
ybar9<-c()
set.seed(101)
for(i in 1:Nsim)
```

หมายเหตุ : ในกรณีที่ สัดส่วนการตัดปลายมากกว่า 0 Tn<-qnorm(1) เปลี่ยนจาก 1 เป็น 0.9, 0.8, 0.7 ในกรณี p=0.1,0.2,0.3 ตามลำดับ

3.วิธี MLE จะมี code แตกต่างกันตามสัดส่วนการตัดปลายและการแจกแจงสามารถแยกกรณีได้ดังนี้

```
        ## NOR & p = 0 ##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
int[i]<-mean(rnn)
slp[i]<-sd(rnn)*sqrt((n-1)/n)
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.mle.1<-ybar1
        ybar40.p0.mle.2<-ybar2
        ybar40.p0.mle.3<-ybar3
        ybar40.p0.mle.7<-ybar7
        ybar40.p0.mle.8<-ybar8
        ybar40.p0.mle.9<-ybar9
        mse40.p0.mle.1<-mean((ybar1-z1)^2)
```

```
        mse40.p0.mle.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.mle.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.mle.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.mle.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.mle.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.mle.1<-var(ybar1)
        var40.p0.mle.2<-var(ybar2)
        var40.p0.mle.3<-var(ybar3)
        var40.p0.mle.7<-var(ybar7)
        var40.p0.mle.8<-var(ybar8)
        var40.p0.mle.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.mle.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.mle.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.mle.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.mle.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.mle.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.mle.9<-mean(ybar9)-z9
}
        ## SEV, LEV, LOG & p = 0 โดยจะยกตัวอย่าง เฉพาะ SEV ##
{
n<-40
rnn<-sort(rsev(n,mu,sigma))
tt<-length(rnn)
msfn<-c()
m<-seq(-1,1,0.01)
s<-seq(0.01,2,0.01)
mm<-rep(m,length(s))
ss<-sort(rep(s,length(m)))
for(k in 1:length(ss)){
msfn[k]<-prod(dsev(rnn,mm[k],ss[k]))}
int[i]<-mm[msfn==max(msfn)]
```

```
slp[i]<-ss[msfn==max(msfn)]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.mle.1<-ybar1
        ybar40.p0.mle.2<-ybar2
        ybar40.p0.mle.3<-ybar3
        ybar40.p0.mle.7<-ybar7
        ybar40.p0.mle.8<-ybar8
        ybar40.p0.mle.9<-ybar9
        mse40.p0.mle.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.mle.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.mle.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.mle.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.mle.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.mle.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.mle.1<-var(ybar1)
        var40.p0.mle.2<-var(ybar2)
        var40.p0.mle.3<-var(ybar3)
        var40.p0.mle.7<-var(ybar7)
        var40.p0.mle.8<-var(ybar8)
        var40.p0.mle.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.mle.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.mle.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.mle.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.mle.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.mle.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.mle.9<-mean(ybar9)-z9
```

```
}

    ## NOR, SEV, LEV, LOG & p > 0 โดยจะยกตัวอย่าง เฉพาะ NOR และ p = 0.1##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
msfn<-c()
m<-seq(-1,1,0.01)
s<-seq(0.01,2,0.01)
mm<-rep(m,length(s))
ss<-sort(rep(s,length(m)))
for(k in 1:length(ss)){
msfn[k]<-prod(dnorm(rnn,mm[k],ss[k]),(1-pnorm(Tn))^(n-tt))}
int[i]<-mm[msfn==max(msfn)]
slp[i]<-ss[msfn==max(msfn)]
x[i]<-max(msfn)
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p1.mle.1<-ybar1
        ybar40.p1.mle.2<-ybar2
        ybar40.p1.mle.3<-ybar3
        ybar40.p1.mle.7<-ybar7
        ybar40.p1.mle.8<-ybar8
        ybar40.p1.mle.9<-ybar9
        mse40.p1.mle.1<-mean((ybar1-z1)^2)
```

```
        mse40.p1.mle.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p1.mle.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p1.mle.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p1.mle.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p1.mle.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p1.mle.1<-var(ybar1)
        var40.p1.mle.2<-var(ybar2)
        var40.p1.mle.3<-var(ybar3)
        var40.p1.mle.7<-var(ybar7)
        var40.p1.mle.8<-var(ybar8)
        var40.p1.mle.9<-var(ybar9)
        bias40.p1.mle.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p1.mle.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p1.mle.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p1.mle.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p1.mle.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p1.mle.9<-mean(ybar9)-z9
}
```

4. วิธี GE ของการแจกแจง NOR, SEV, LEV, LOG โดยจะยกตัวอย่าง เฉพาะ NOR ##

```
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
P<-((1:tt)-0.5)/n
x<-cbind(rnn,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
```

```
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.all.1<-ybar1
        ybar40.p0.all.2<-ybar2
        ybar40.p0.all.3<-ybar3
        ybar40.p0.all.7<-ybar7
        ybar40.p0.all.8<-ybar8
        ybar40.p0.all.9<-ybar9
        mse40.p0.all.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.all.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.all.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.all.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.all.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.all.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.all.1<-var(ybar1)
        var40.p0.all.2<-var(ybar2)
        var40.p0.all.3<-var(ybar3)
        var40.p0.all.7<-var(ybar7)
        var40.p0.all.8<-var(ybar8)
        var40.p0.all.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.all.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.all.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.all.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.all.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.all.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.all.9<-mean(ybar9)-z9
}
```

5. วิธี GEPD ของการแจกแจง NOR, SEV, LEV, LOG โดยจะยกตัวอย่าง เฉพาะ NOR

```
        ## GEPD แบบ trimmed q100%##
```

```
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.1)/2

        ##q=10##
if(nt<=ttcs){rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs){
tm<-(nt-ttcs)
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}
P<-((1:length(rtm))-0.5)/n
x<-cbind(rtm,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t10.1<-ybar1
        ybar40.p0.t10.2<-ybar2
        ybar40.p0.t10.3<-ybar3
        ybar40.p0.t10.7<-ybar7
        ybar40.p0.t10.8<-ybar8
        ybar40.p0.t10.9<-ybar9
        mse40.p0.t10.1<-mean((ybar1-z1)^2)
```

```
        mse40.p0.t10.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.t10.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.t10.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.t10.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.t10.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.t10.1<-var(ybar1)
        var40.p0.t10.2<-var(ybar2)
        var40.p0.t10.3<-var(ybar3)
        var40.p0.t10.7<-var(ybar7)
        var40.p0.t10.8<-var(ybar8)
        var40.p0.t10.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.t10.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.t10.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.t10.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.t10.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.t10.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.t10.9<-mean(ybar9)-z9
}
        ##q=5##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.05)/2

if(nt<=ttcs){rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs){
tm<-(nt-ttcs)
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}
```

```
P<-((1:length(rtm))-0.5)/n
x<-cbind(rtm,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t05.1<-ybar1
        ybar40.p0.t05.2<-ybar2
        ybar40.p0.t05.3<-ybar3
        ybar40.p0.t05.7<-ybar7
        ybar40.p0.t05.8<-ybar8
        ybar40.p0.t05.9<-ybar9
        mse40.p0.t05.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.t05.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.t05.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.t05.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.t05.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.t05.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.t05.1<-var(ybar1)
        var40.p0.t05.2<-var(ybar2)
        var40.p0.t05.3<-var(ybar3)
        var40.p0.t05.7<-var(ybar7)
        var40.p0.t05.8<-var(ybar8)
        var40.p0.t05.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.t05.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.t05.2<-mean(ybar2)-z2
```

```
        bias40.p0.t05.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.t05.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.t05.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.t05.9<-mean(ybar9)-z9
}
        ## GEPD แบบ K-Cluster Mean ##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
kmr<-c()
kk<-4
nk<-floor(tt/kk)
rk<-tt%%kk
                #K=4#
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):tt])}
if(rk==1){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):tt])}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):tt])}
```

```
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):tt])}
kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4),length(km4)))
P<-((1:tt)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.k4.1<-ybar1
        ybar40.p0.k4.2<-ybar2
        ybar40.p0.k4.3<-ybar3
        ybar40.p0.k4.7<-ybar7
        ybar40.p0.k4.8<-ybar8
        ybar40.p0.k4.9<-ybar9
        mse40.p0.k4.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.k4.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.k4.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.k4.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.k4.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.k4.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.k4.1<-var(ybar1)
```

```
        var40.p0.k4.2<-var(ybar2)
        var40.p0.k4.3<-var(ybar3)
        var40.p0.k4.7<-var(ybar7)
        var40.p0.k4.8<-var(ybar8)
        var40.p0.k4.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.k4.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.k4.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.k4.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.k4.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.k4.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.k4.9<-mean(ybar9)-z9
}

                ##K=6##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
kmr<-c()
kk<-6
nk<-floor(tt/kk)
rk<-tt%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk)])
km5<-c(rnn[(4*nk+1):(5*nk)])
km6<-c(rnn[(5*nk+1):tt])}
if(rk==1){
```

```
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+1)])
km6<-c(rnn[(5*nk+2):tt])
}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+2)])
km6<-c(rnn[(5*nk+3):tt])
}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):tt])
}
if(rk==4){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):tt])
}
```

```
if(rk==5){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):(4*nk+4)])
km5<-c(rnn[(4*nk+5):(5*nk+5)])
km6<-c(rnn[(5*nk+6):tt])
}
kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4)
,length(km4)),rep(mean(km5),length(km5)),rep(mean(km6),length(km6)))
P<-((1:tt)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.k6.1<-ybar1
        ybar40.p0.k6.2<-ybar2
        ybar40.p0.k6.3<-ybar3
        ybar40.p0.k6.7<-ybar7
        ybar40.p0.k6.8<-ybar8
        ybar40.p0.k6.9<-ybar9
        mse40.p0.k6.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.k6.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.k6.3<-mean((ybar3-z3)^2)
```

```
            mse40.p0.k6.7<-mean((ybar7-z7)^2)
            mse40.p0.k6.8<-mean((ybar8-z8)^2)
            mse40.p0.k6.9<-mean((ybar9-z9)^2)
            var40.p0.k6.1<-var(ybar1)
            var40.p0.k6.2<-var(ybar2)
            var40.p0.k6.3<-var(ybar3)
            var40.p0.k6.7<-var(ybar7)
            var40.p0.k6.8<-var(ybar8)
            var40.p0.k6.9<-var(ybar9)
            bias40.p0.k6.1<-mean(ybar1)-z1
            bias40.p0.k6.2<-mean(ybar2)-z2
            bias40.p0.k6.3<-mean(ybar3)-z3
            bias40.p0.k6.7<-mean(ybar7)-z7
            bias40.p0.k6.8<-mean(ybar8)-z8
            bias40.p0.k6.9<-mean(ybar9)-z9
}
                  ##K=8##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
kmr<-c()
kk<-8
nk<-floor(tt/kk)
rk<-tt%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk)])
```

```
km5<-c(rnn[(4*nk+1):(5*nk)])
km6<-c(rnn[(5*nk+1):(6*nk)])
km7<-c(rnn[(6*nk+1):(7*nk)])
km8<-c(rnn[(7*nk+1):tt])
}
if(rk==1){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+1)])
km6<-c(rnn[(5*nk+2):(6*nk+1)])
km7<-c(rnn[(6*nk+2):(7*nk+1)])
km8<-c(rnn[(7*nk+2):tt])
}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+2)])
km6<-c(rnn[(5*nk+3):(6*nk+2)])
km7<-c(rnn[(6*nk+3):(7*nk+2)])
km8<-c(rnn[(7*nk+3):tt])
}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+3)])
```

```
km6<-c(rnn[(5*nk+4):(6*nk+3)])
km7<-c(rnn[(6*nk+4):(7*nk+3)])
km8<-c(rnn[(7*nk+4):tt])
}
if(rk==4){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):(6*nk+4)])
km7<-c(rnn[(6*nk+5):(7*nk+4)])
km8<-c(rnn[(7*nk+5):tt])
}
if(rk==5){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):(6*nk+5)])
km7<-c(rnn[(6*nk+6):(7*nk+5)])
km8<-c(rnn[(7*nk+6):tt])
}
if(rk==6){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):(6*nk+5)])
```

```
km7<-c(rnn[(6*nk+6):(7*nk+6)])
km8<-c(rnn[(7*nk+7):tt])
}
if(rk==7){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):(4*nk+4)])
km5<-c(rnn[(4*nk+5):(5*nk+5)])
km6<-c(rnn[(5*nk+6):(6*nk+6)])
km7<-c(rnn[(6*nk+7):(7*nk+7)])
km8<-c(rnn[(7*nk+8):tt])
}
kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2),length(km2))
,rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4),length(km4))
,rep(mean(km5),length(km5)),rep(mean(km6),length(km6))
,rep(mean(km7),length(km7)),rep(mean(km8),length(km8)))
P<-((1:tt)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.k8.1<-ybar1
        ybar40.p0.k8.2<-ybar2
        ybar40.p0.k8.3<-ybar3
```

```
        ybar40.p0.k8.7<-ybar7
        ybar40.p0.k8.8<-ybar8
        ybar40.p0.k8.9<-ybar9
        mse40.p0.k8.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.k8.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.k8.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.k8.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.k8.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.k8.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.k8.1<-var(ybar1)
        var40.p0.k8.2<-var(ybar2)
        var40.p0.k8.3<-var(ybar3)
        var40.p0.k8.7<-var(ybar7)
        var40.p0.k8.8<-var(ybar8)
        var40.p0.k8.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.k8.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.k8.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.k8.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.k8.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.k8.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.k8.9<-mean(ybar9)-z9
}
                ##Trimmed 10% & K=4##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.1)/2
if(nt<=ttcs)
```

```
{rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs)
{tm<-(nt-ttcs)
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}
ttm<-length(rtm)
kmr<-c()
kk<-4
nk<-floor(ttm/kk)
rk<-ttm%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):ttm])}
if(rk==1){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):ttm])}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):ttm])}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):ttm])}
kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4),length(km4)))
```

```
P<-((1:ttm)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t10.k4.1<-ybar1
        ybar40.p0.t10.k4.2<-ybar2
        ybar40.p0.t10.k4.3<-ybar3
        ybar40.p0.t10.k4.7<-ybar7
        ybar40.p0.t10.k4.8<-ybar8
        ybar40.p0.t10.k4.9<-ybar9
        mse40.p0.t10.k4.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.t10.k4.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.t10.k4.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.t10.k4.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.t10.k4.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.t10.k4.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.t10.k4.1<-var(ybar1)
        var40.p0.t10.k4.2<-var(ybar2)
        var40.p0.t10.k4.3<-var(ybar3)
        var40.p0.t10.k4.7<-var(ybar7)
        var40.p0.t10.k4.8<-var(ybar8)
        var40.p0.t10.k4.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.t10.k4.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.t10.k4.2<-mean(ybar2)-z2
```

```
            bias40.p0.t10.k4.3<-mean(ybar3)-z3
            bias40.p0.t10.k4.7<-mean(ybar7)-z7
            bias40.p0.t10.k4.8<-mean(ybar8)-z8
            bias40.p0.t10.k4.9<-mean(ybar9)-z9
}
               ##Trimmed 5% & K=4##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.05)/2
if(nt<=ttcs){rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs){
tm<-(nt-ttcs)
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}


ttm<-length(rtm)
kmr<-c()
kk<-4
nk<-floor(ttm/kk)
rk<-ttm%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):ttm])}
if(rk==1){
km1<-c(rnn[1:nk])
```

```
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):ttm])}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):ttm])}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):ttm])}


kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4),length(km4)))
P<-((1:ttm)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t05.k4.1<-ybar1
        ybar40.p0.t05.k4.2<-ybar2
        ybar40.p0.t05.k4.3<-ybar3
```

```
        ybar40.p0.t05.k4.7<-ybar7
        ybar40.p0.t05.k4.8<-ybar8
        ybar40.p0.t05.k4.9<-ybar9
        mse40.p0.t05.k4.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.t05.k4.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.t05.k4.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.t05.k4.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.t05.k4.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.t05.k4.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.t05.k4.1<-var(ybar1)
        var40.p0.t05.k4.2<-var(ybar2)
        var40.p0.t05.k4.3<-var(ybar3)
        var40.p0.t05.k4.7<-var(ybar7)
        var40.p0.t05.k4.8<-var(ybar8)
        var40.p0.t05.k4.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.t05.k4.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.t05.k4.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.t05.k4.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.t05.k4.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.t05.k4.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.t05.k4.9<-mean(ybar9)-z9

}
          ##Trimmed10%& K=6##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.1)/2
```

```
if(nt<=ttcs)
{rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs)
{tm<-(nt-ttcs)
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}
ttm<-length(rtm)
kmr<-c()
kk<-6
nk<-floor(ttm/kk)
rk<-ttm%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk)])
km5<-c(rnn[(4*nk+1):(5*nk)])
km6<-c(rnn[(5*nk+1):ttm])}
if(rk==1){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+1)])
km6<-c(rnn[(5*nk+2):ttm])
}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+2)])
```

```
km6<-c(rnn[(5*nk+3):ttm])
}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):ttm])
}

if(rk==4){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):ttm])
}
if(rk==5){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):(4*nk+4)])
km5<-c(rnn[(4*nk+5):(5*nk+5)])
km6<-c(rnn[(5*nk+6):ttm])
}
kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4)
,length(km4)),rep(mean(km5),length(km5)),rep(mean(km6),length(km6)))
P<-((1:ttm)-0.5)/n
```

```
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t10.k6.1<-ybar1
        ybar40.p0.t10.k6.2<-ybar2
        ybar40.p0.t10.k6.3<-ybar3
        ybar40.p0.t10.k6.7<-ybar7
        ybar40.p0.t10.k6.8<-ybar8
        ybar40.p0.t10.k6.9<-ybar9
        mse40.p0.t10.k6.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.t10.k6.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.t10.k6.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.t10.k6.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.t10.k6.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.t10.k6.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.t10.k6.1<-var(ybar1)
        var40.p0.t10.k6.2<-var(ybar2)
        var40.p0.t10.k6.3<-var(ybar3)
        var40.p0.t10.k6.7<-var(ybar7)
        var40.p0.t10.k6.8<-var(ybar8)
        var40.p0.t10.k6.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.t10.k6.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.t10.k6.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.t10.k6.3<-mean(ybar3)-z3
```

```
        bias40.p0.t10.k6.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.t10.k6.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.t10.k6.9<-mean(ybar9)-z9
}
          ##Trimmed5% & K=6##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.05)/2
if(nt<=ttcs){rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs){
tm<-(nt-ttcs)
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}
ttm<-length(rtm)
kmr<-c()
kk<-6
nk<-floor(ttm/kk)
rk<-ttm%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk)])
km5<-c(rnn[(4*nk+1):(5*nk)])
km6<-c(rnn[(5*nk+1):ttm])}
if(rk==1){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
```

```
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+1)])
km6<-c(rnn[(5*nk+2):ttm])
}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+2)])
km6<-c(rnn[(5*nk+3):ttm])
}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):ttm])
}
if(rk==4){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):ttm])
}
if(rk==5){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
```

```
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):(4*nk+4)])
km5<-c(rnn[(4*nk+5):(5*nk+5)])
km6<-c(rnn[(5*nk+6):ttm])
}


kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4)
,length(km4)),rep(mean(km5),length(km5)),rep(mean(km6),length(km6)))
P<-((1:ttm)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
        int40.p0.t05.k6<-int
        slp40.p0.t05.k6<-slp
        para40.p0.t05.k6<-cbind(int,slp)
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t05.k6.1<-ybar1
        ybar40.p0.t05.k6.2<-ybar2
        ybar40.p0.t05.k6.3<-ybar3
        ybar40.p0.t05.k6.7<-ybar7
        ybar40.p0.t05.k6.8<-ybar8
        ybar40.p0.t05.k6.9<-ybar9
```

```
            mse40.p0.t05.k6.1<-mean((ybar1-z1)^2)
            mse40.p0.t05.k6.2<-mean((ybar2-z2)^2)
            mse40.p0.t05.k6.3<-mean((ybar3-z3)^2)
            mse40.p0.t05.k6.7<-mean((ybar7-z7)^2)
            mse40.p0.t05.k6.8<-mean((ybar8-z8)^2)
            mse40.p0.t05.k6.9<-mean((ybar9-z9)^2)
            var40.p0.t05.k6.1<-var(ybar1)
            var40.p0.t05.k6.2<-var(ybar2)
            var40.p0.t05.k6.3<-var(ybar3)
            var40.p0.t05.k6.7<-var(ybar7)
            var40.p0.t05.k6.8<-var(ybar8)
            var40.p0.t05.k6.9<-var(ybar9)
            bias40.p0.t05.k6.1<-mean(ybar1)-z1
            bias40.p0.t05.k6.2<-mean(ybar2)-z2
            bias40.p0.t05.k6.3<-mean(ybar3)-z3
            bias40.p0.t05.k6.7<-mean(ybar7)-z7
            bias40.p0.t05.k6.8<-mean(ybar8)-z8
            bias40.p0.t05.k6.9<-mean(ybar9)-z9
}
            ##Trimmed10% & K=8###
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.1)/2
if(nt<=ttcs)
{rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs)
{tm<-(nt-ttcs)
```

```
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}
ttm<-length(rtm)
kmr<-c()
kk<-8
nk<-floor(ttm/kk)
rk<-ttm%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk)])
km5<-c(rnn[(4*nk+1):(5*nk)])
km6<-c(rnn[(5*nk+1):(6*nk)])
km7<-c(rnn[(6*nk+1):(7*nk)])
km8<-c(rnn[(7*nk+1):ttm])
}
if(rk==1){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+1)])
km6<-c(rnn[(5*nk+2):(6*nk+1)])
km7<-c(rnn[(6*nk+2):(7*nk+1)])
km8<-c(rnn[(7*nk+2):ttm])
}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk+1)])
```

```
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+2)])
km6<-c(rnn[(5*nk+3):(6*nk+2)])
km7<-c(rnn[(6*nk+3):(7*nk+2)])
km8<-c(rnn[(7*nk+3):ttm])
}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):(6*nk+3)])
km7<-c(rnn[(6*nk+4):(7*nk+3)])
km8<-c(rnn[(7*nk+4):ttm])
}
if(rk==4){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):(6*nk+4)])
km7<-c(rnn[(6*nk+5):(7*nk+4)])
km8<-c(rnn[(7*nk+5):ttm])
}
if(rk==5){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
```

```
km6<-c(rnn[(5*nk+5):(6*nk+5)])
km7<-c(rnn[(6*nk+6):(7*nk+5)])
km8<-c(rnn[(7*nk+6):ttm])
}
if(rk==6){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):(6*nk+5)])
km7<-c(rnn[(6*nk+6):(7*nk+6)])
km8<-c(rnn[(7*nk+7):ttm])
}
if(rk==7){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):(4*nk+4)])
km5<-c(rnn[(4*nk+5):(5*nk+5)])
km6<-c(rnn[(5*nk+6):(6*nk+6)])
km7<-c(rnn[(6*nk+7):(7*nk+7)])
km8<-c(rnn[(7*nk+8):ttm])
}
kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4),length(km4))
,rep(mean(km5),length(km5)),rep(mean(km6),length(km6))
,rep(mean(km7),length(km7)),rep(mean(km8),length(km8)))
P<-((1:ttm)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
```

```
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t10.k8.1<-ybar1
        ybar40.p0.t10.k8.2<-ybar2
        ybar40.p0.t10.k8.3<-ybar3
        ybar40.p0.t10.k8.7<-ybar7
        ybar40.p0.t10.k8.8<-ybar8
        ybar40.p0.t10.k8.9<-ybar9
        mse40.p0.t10.k8.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.t10.k8.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.t10.k8.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.t10.k8.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.t10.k8.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.t10.k8.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.t10.k8.1<-var(ybar1)
        var40.p0.t10.k8.2<-var(ybar2)
        var40.p0.t10.k8.3<-var(ybar3)
        var40.p0.t10.k8.7<-var(ybar7)
        var40.p0.t10.k8.8<-var(ybar8)
        var40.p0.t10.k8.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.t10.k8.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.t10.k8.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.t10.k8.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.t10.k8.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.t10.k8.8<-mean(ybar8)-z8
```

```
        bias40.p0.t10.k8.9<-mean(ybar9)-z9
}
            ##Trimmed5% & k=8##
{
n<-40
rn<-sort(rnorm(n,mu,sigma))
rnn<-rn[rn<=Tn]
tt<-length(rnn)
ttcs<-(n-tt)
nt<-(n*0.05)/2

if(nt<=ttcs){rtm<-rnn[(nt+1):(tt)]}
if(nt>ttcs){
tm<-(nt-ttcs)
rtm<-rnn[(nt+1):(tt-tm)]}
ttm<-length(rtm)
kmr<-c()
kk<-8
nk<-floor(ttm/kk)
rk<-ttm%%kk
if(rk==0){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk)])
km5<-c(rnn[(4*nk+1):(5*nk)])
km6<-c(rnn[(5*nk+1):(6*nk)])
km7<-c(rnn[(6*nk+1):(7*nk)])
km8<-c(rnn[(7*nk+1):ttm])
}
if(rk==1){
```

```
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+1)])
km6<-c(rnn[(5*nk+2):(6*nk+1)])
km7<-c(rnn[(6*nk+2):(7*nk+1)])
km8<-c(rnn[(7*nk+2):ttm])
}
if(rk==2){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk)])
km4<-c(rnn[(3*nk+1):(4*nk+1)])
km5<-c(rnn[(4*nk+2):(5*nk+2)])
km6<-c(rnn[(5*nk+3):(6*nk+2)])
km7<-c(rnn[(6*nk+3):(7*nk+2)])
km8<-c(rnn[(7*nk+3):ttm])
}
if(rk==3){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):(6*nk+3)])
km7<-c(rnn[(6*nk+4):(7*nk+3)])
km8<-c(rnn[(7*nk+4):ttm])
}
if(rk==4){
km1<-c(rnn[1:nk])
```

```
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk)])
km3<-c(rnn[(2*nk+1):(3*nk+1)])
km4<-c(rnn[(3*nk+2):(4*nk+2)])
km5<-c(rnn[(4*nk+3):(5*nk+3)])
km6<-c(rnn[(5*nk+4):(6*nk+4)])
km7<-c(rnn[(6*nk+5):(7*nk+4)])
km8<-c(rnn[(7*nk+5):ttm])
}
if(rk==5){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):(6*nk+5)])
km7<-c(rnn[(6*nk+6):(7*nk+5)])
km8<-c(rnn[(7*nk+6):ttm])
}
if(rk==6){
km1<-c(rnn[1:nk])
km2<-c(rnn[(nk+1):(2*nk+1)])
km3<-c(rnn[(2*nk+2):(3*nk+2)])
km4<-c(rnn[(3*nk+3):(4*nk+3)])
km5<-c(rnn[(4*nk+4):(5*nk+4)])
km6<-c(rnn[(5*nk+5):(6*nk+5)])
km7<-c(rnn[(6*nk+6):(7*nk+6)])
km8<-c(rnn[(7*nk+7):ttm])
}
if(rk==7){
km1<-c(rnn[1:(nk+1)])
km2<-c(rnn[(nk+2):(2*nk+2)])
```

```
km3<-c(rnn[(2*nk+3):(3*nk+3)])
km4<-c(rnn[(3*nk+4):(4*nk+4)])
km5<-c(rnn[(4*nk+5):(5*nk+5)])
km6<-c(rnn[(5*nk+6):(6*nk+6)])
km7<-c(rnn[(6*nk+7):(7*nk+7)])
km8<-c(rnn[(7*nk+8):ttm])
}
kmr<-c(rep(mean(km1),length(km1)),rep(mean(km2)
,length(km2)),rep(mean(km3),length(km3)),rep(mean(km4),length(km4))
,rep(mean(km5),length(km5)),rep(mean(km6),length(km6))
,rep(mean(km7),length(km7)),rep(mean(km8),length(km8)))
P<-((1:ttm)-0.5)/n
x<-cbind(kmr,P)
ols<-coef(lm(x[,1]~qnorm(x[,2])))
int[i]<-ols[1]
slp[i]<-ols[2]
        int40.p0.t05.k8<-int
        slp40.p0.t05.k8<-slp
        para40.p0.t05.k8<-cbind(int,slp)
ybar1[i]<-(slp[i]*z1)+int[i]
ybar2[i]<-(slp[i]*z2)+int[i]
ybar3[i]<-(slp[i]*z3)+int[i]
ybar7[i]<-(slp[i]*z7)+int[i]
ybar8[i]<-(slp[i]*z8)+int[i]
ybar9[i]<-(slp[i]*z9)+int[i]
        ybar40.p0.t05.k8.1<-ybar1
        ybar40.p0.t05.k8.2<-ybar2
        ybar40.p0.t05.k8.3<-ybar3
        ybar40.p0.t05.k8.7<-ybar7
        ybar40.p0.t05.k8.8<-ybar8
        ybar40.p0.t05.k8.9<-ybar9
```

```
        mse40.p0.t05.k8.1<-mean((ybar1-z1)^2)
        mse40.p0.t05.k8.2<-mean((ybar2-z2)^2)
        mse40.p0.t05.k8.3<-mean((ybar3-z3)^2)
        mse40.p0.t05.k8.7<-mean((ybar7-z7)^2)
        mse40.p0.t05.k8.8<-mean((ybar8-z8)^2)
        mse40.p0.t05.k8.9<-mean((ybar9-z9)^2)
        var40.p0.t05.k8.1<-var(ybar1)
        var40.p0.t05.k8.2<-var(ybar2)
        var40.p0.t05.k8.3<-var(ybar3)
        var40.p0.t05.k8.7<-var(ybar7)
        var40.p0.t05.k8.8<-var(ybar8)
        var40.p0.t05.k8.9<-var(ybar9)
        bias40.p0.t05.k8.1<-mean(ybar1)-z1
        bias40.p0.t05.k8.2<-mean(ybar2)-z2
        bias40.p0.t05.k8.3<-mean(ybar3)-z3
        bias40.p0.t05.k8.7<-mean(ybar7)-z7
        bias40.p0.t05.k8.8<-mean(ybar8)-z8
        bias40.p0.t05.k8.9<-mean(ybar9)-z9

}
```

ภาคผนวก ข

ตาราง ข.1 แสดง ค่า Variance **และ** MSE **ของการแจกแจง** NOR (0,1) **ที่การประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่** p = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 **ตามลำดับ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้**

ตารางที่ ข.1.1.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.18334	0.18337	NA	0.18337	0.18333	0.1834	NA	NA	NA	NA	0.18335	0.18332	NA
	40	0.18332	0.18337	0.18333	0.18332	0.18341	0.18335	0.18332	0.18333	0.18332	0.18332	0.18335	0.18333	0.18332
	80	0.18332	0.18336	0.18333	0.18333	0.18332	0.18335	0.18334	0.18334	0.18333	0.18333	0.18336	0.18332	0.18333
	120	0.18332	0.18334	0.18335	0.18334	0.18332	0.18332	0.18332	0.18335	0.18335	0.18333	0.18333	0.18332	0.18332
0.1	20	0.20164	0.20173	NA	0.20175	0.20189	0.20175	NA	NA	NA	NA	0.20181	0.20164	NA
	40	0.20165	0.20166	0.20165	0.20171	0.20164	0.20164	0.20171	0.2017	0.20164	0.20168	0.20164	0.20169	0.20164
	80	0.20164	0.20166	0.20165	0.20164	0.20164	0.20164	0.20164	0.20165	0.20165	0.20164	0.2017	0.20164	0.20164
	120	0.20164	0.20166	0.20166	0.20167	0.20165	0.20165	0.20164	0.20165	0.20166	0.20164	0.20164	0.20165	0.20164
0.2	20	0.2214	0.22153	NA	0.22158	0.22164	0.22146	NA	NA	NA	NA	0.22158	0.22141	NA
	40	0.22141	0.22142	0.22141	0.22145	0.2214	0.2214	0.22147	0.22146	0.2214	0.22143	0.2214	0.22145	0.22141
	80	0.2214	0.22141	0.22141	0.2214	0.22141	0.2214	0.2214	0.22141	0.22141	0.2214	0.22147	0.2214	0.2214
	120	0.2214	0.22142	0.22143	0.22145	0.22141	0.2214	0.2214	0.22141	0.22142	0.2214	0.2214	0.22141	0.2214
0.3	20	0.24462	0.2448	NA	0.2448	0.24486	0.24467	NA	NA	NA	NA	0.24477	0.24463	NA
	40	0.24464	0.24465	0.24463	0.24467	0.24462	0.24462	0.24469	0.24468	0.24462	0.24465	0.24462	0.24471	0.24463
	80	0.24462	0.24463	0.24463	0.24462	0.24463	0.24462	0.24462	0.24464	0.24463	0.24462	0.24469	0.24462	0.24462
	120	0.24462	0.24463	0.24466	0.2447	0.24463	0.24462	0.24462	0.24462	0.24464	0.24462	0.24462	0.24463	0.24462

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.1.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.19011	0.19014	NA	0.19018	0.19012	0.19021	NA	NA	NA	NA	0.19014	0.1901	NA
	40	0.19011	0.19013	0.19011	0.19011	0.19022	0.19012	0.19011	0.19013	0.19011	0.19011	0.19014	0.19011	0.1901
	80	0.1901	0.19013	0.19011	0.19012	0.1901	0.19014	0.19012	0.19014	0.19011	0.19011	0.19016	0.19011	0.19012
	120	0.19011	0.19014	0.19015	0.19013	0.19011	0.1901	0.1901	0.19014	0.19015	0.19011	0.19012	0.19011	0.1901
0.1	20	0.21421	0.21427	NA	0.21434	0.21451	0.21428	NA	NA	NA	NA	0.21441	0.2142	NA
	40	0.21422	0.21421	0.2142	0.2143	0.2142	0.2142	0.21424	0.21429	0.2142	0.21426	0.21421	0.21423	0.2142
	80	0.21421	0.21421	0.2142	0.2142	0.2142	0.21421	0.2142	0.21422	0.2142	0.2142	0.21429	0.21421	0.21421
	120	0.21421	0.21424	0.21424	0.21425	0.21422	0.2142	0.2142	0.21422	0.21424	0.2142	0.21421	0.21422	0.2142
0.2	20	0.23289	0.23297	NA	0.2331	0.23317	0.23292	NA	NA	NA	NA	0.2331	0.23288	NA
	40	0.23291	0.23289	0.23288	0.23296	0.23288	0.23288	0.23293	0.23297	0.23288	0.23293	0.23288	0.23291	0.23288
	80	0.23289	0.23288	0.23288	0.23288	0.23288	0.23289	0.23288	0.23291	0.23288	0.23288	0.23298	0.23289	0.23289
	120	0.23289	0.23292	0.23293	0.23296	0.2329	0.23288	0.23288	0.2329	0.23292	0.23288	0.23289	0.2329	0.23288
0.3	20	0.25589	0.25602	NA	0.25611	0.25618	0.25591	NA	NA	NA	NA	0.25608	0.25589	NA
	40	0.25592	0.2559	0.25589	0.25596	0.25588	0.25588	0.25593	0.25597	0.25589	0.25593	0.25589	0.25595	0.25588
	80	0.25589	0.25589	0.25589	0.25588	0.25589	0.2559	0.25588	0.25592	0.25588	0.25588	0.25599	0.25589	0.2559
	120	0.25589	0.25591	0.25594	0.25599	0.25591	0.25588	0.25588	0.2559	0.25592	0.25588	0.2559	0.25591	0.25588

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.2.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.14428	0.1443	NA	0.14431	0.14427	0.14432	NA	NA	NA	NA	0.14428	0.14426	NA
	40	0.14427	0.1443	0.14427	0.14427	0.14434	0.14428	0.14427	0.14427	0.14427	0.14426	0.14428	0.14427	0.14427
	80	0.14426	0.14429	0.14427	0.14427	0.14427	0.14429	0.14428	0.14428	0.14428	0.14427	0.1443	0.14427	0.14427
	120	0.14426	0.14428	0.14429	0.14428	0.14427	0.14426	0.14427	0.14429	0.14429	0.14427	0.14427	0.14427	0.14426
0.1	20	0.15546	0.15552	NA	0.15554	0.15568	0.15553	NA	NA	NA	NA	0.15559	0.15546	NA
	40	0.15547	0.15548	0.15547	0.15552	0.15546	0.15546	0.15552	0.15551	0.15546	0.15549	0.15546	0.1555	0.15547
	80	0.15546	0.15548	0.15547	0.15546	0.15546	0.15547	0.15546	0.15547	0.15547	0.15546	0.15551	0.15546	0.15546
	120	0.15546	0.15548	0.15548	0.15549	0.15547	0.15547	0.15546	0.15547	0.15548	0.15547	0.15546	0.15547	0.15546
0.2	20	0.16701	0.16709	NA	0.16714	0.16721	0.16705	NA	NA	NA	NA	0.16714	0.16701	NA
	40	0.16702	0.16703	0.16702	0.16705	0.16701	0.16701	0.16707	0.16705	0.16701	0.16704	0.16701	0.16705	0.16701
	80	0.16701	0.16702	0.16702	0.16701	0.16702	0.16701	0.16701	0.16702	0.16702	0.16701	0.16706	0.16701	0.16701
	120	0.16701	0.16703	0.16704	0.16705	0.16702	0.16701	0.16701	0.16702	0.16702	0.16701	0.16701	0.16701	0.16701
0.3	20	0.18016	0.18027	NA	0.18029	0.18037	0.1802	NA	NA	NA	NA	0.18028	0.18017	NA
	40	0.18017	0.18018	0.18017	0.18021	0.18016	0.18016	0.18022	0.1802	0.18016	0.18019	0.18016	0.18023	0.18017
	80	0.18016	0.18017	0.18017	0.18016	0.18017	0.18017	0.18016	0.18018	0.18017	0.18016	0.18022	0.18016	0.18016
	120	0.18016	0.18018	0.18019	0.18022	0.18017	0.18017	0.18016	0.18017	0.18018	0.18017	0.18017	0.18017	0.18016

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.2.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		MSE of 0.025 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1491	0.1492	NA	0.1492	0.1492	0.1492	NA	NA	NA	NA	0.1492	0.1491	NA
	40	0.1491	0.1492	0.1491	0.1491	0.1492	0.1492	0.1491	0.1492	0.1491	0.1491	0.1492	0.1491	0.1491
	80	0.1491	0.1492	0.1491	0.1492	0.1491	0.1492	0.1492	0.1492	0.1491	0.1491	0.1492	0.1491	0.1492
	120	0.1491	0.1492	0.1492	0.1492	0.1491	0.1491	0.1491	0.1492	0.1492	0.1491	0.1491	0.1491	0.1491
0.1	20	0.1641	0.1641	NA	0.1642	0.1643	0.1641	NA	NA	NA	NA	0.1642	0.1641	NA
	40	0.1641	0.1641	0.1641	0.1642	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641
	80	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1642	0.1641	0.1641
	120	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641	0.1641
0.2	20	0.1748	0.1749	NA	0.175	0.175	0.1748	NA	NA	NA	NA	0.175	0.1748	NA
	40	0.1748	0.1748	0.1748	0.1749	0.1748	0.1748	0.1748	0.1749	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748
	80	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1749	0.1748	0.1748
	120	0.1748	0.1748	0.1748	0.1749	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748	0.1748
0.3	20	0.1877	0.1878	NA	0.1879	0.1879	0.1877	NA	NA	NA	NA	0.1878	0.1877	NA
	40	0.1877	0.1877	0.1877	0.1878	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877
	80	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1878	0.1877	0.1877
	120	0.1877	0.1877	0.1877	0.1878	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877	0.1877

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.3.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.11602	0.11602	NA	0.11604	0.11601	0.11604	NA	NA	NA	NA	0.11601	0.116	NA
	40	0.116	0.11603	0.11601	0.116	0.11607	0.11601	0.116	0.116	0.116	0.116	0.11601	0.11601	0.116
	80	0.116	0.11602	0.116	0.11601	0.116	0.11602	0.11602	0.11601	0.11601	0.116	0.11603	0.116	0.11601
	120	0.116	0.11602	0.11603	0.11601	0.116	0.116	0.116	0.11602	0.11601	0.11601	0.116	0.116	0.116
0.1	20	0.12243	0.12247	NA	0.12249	0.12262	0.12248	NA	NA	NA	NA	0.12254	0.12244	NA
	40	0.12244	0.12245	0.12244	0.12248	0.12243	0.12244	0.12248	0.12246	0.12244	0.12246	0.12244	0.12246	0.12244
	80	0.12243	0.12245	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12243	0.12247	0.12243	0.12244
	120	0.12243	0.12245	0.12246	0.12246	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12244	0.12243
0.2	20	0.12869	0.12874	NA	0.12878	0.12887	0.12872	NA	NA	NA	NA	0.1288	0.1287	NA
	40	0.1287	0.12871	0.1287	0.12873	0.12869	0.12869	0.12874	0.12872	0.12869	0.12872	0.12869	0.12872	0.1287
	80	0.12869	0.1287	0.1287	0.12869	0.1287	0.1287	0.12869	0.1287	0.1287	0.12869	0.12873	0.12869	0.1287
	120	0.12869	0.12871	0.12872	0.12873	0.1287	0.1287	0.12869	0.1287	0.1287	0.1287	0.1287	0.1287	0.12869
0.3	20	0.13548	0.13555	NA	0.13557	0.13566	0.13551	NA	NA	NA	NA	0.13558	0.13549	NA
	40	0.13549	0.1355	0.13549	0.13552	0.13548	0.13548	0.13553	0.13551	0.13548	0.13551	0.13548	0.13553	0.13549
	80	0.13548	0.13549	0.13549	0.13548	0.13549	0.13549	0.13548	0.13549	0.13549	0.13548	0.13552	0.13548	0.13549
	120	0.13548	0.1355	0.13551	0.13552	0.13549	0.13549	0.13548	0.13549	0.13549	0.13549	0.13549	0.13549	0.13548

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.3.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		MSE of 0.05 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.11949	0.1195	NA	0.11953	0.1195	0.11954	NA	NA	NA	NA	0.1195	0.11949	NA
	40	0.11949	0.1195	0.11949	0.11949	0.11957	0.11949	0.11949	0.11949	0.11949	0.11949	0.11951	0.11949	0.11949
	80	0.11949	0.1195	0.11949	0.1195	0.11949	0.11952	0.1195	0.1195	0.11949	0.11949	0.11952	0.11949	0.1195
	120	0.11949	0.11951	0.11952	0.1195	0.11949	0.11949	0.11949	0.11951	0.11951	0.11949	0.11949	0.11949	0.11949
0.1	20	0.12826	0.12829	NA	0.12834	0.12848	0.12829	NA	NA	NA	NA	0.12839	0.12826	NA
	40	0.12827	0.12827	0.12826	0.12832	0.12826	0.12826	0.12829	0.1283	0.12826	0.1283	0.12826	0.12828	0.12826
	80	0.12826	0.12827	0.12826	0.12826	0.12826	0.12827	0.12826	0.12827	0.12826	0.12826	0.12831	0.12826	0.12827
	120	0.12826	0.12828	0.12829	0.12829	0.12827	0.12826	0.12826	0.12827	0.12828	0.12826	0.12827	0.12827	0.12826
0.2	20	0.13388	0.13391	NA	0.13399	0.13408	0.13389	NA	NA	NA	NA	0.134	0.13388	NA
	40	0.13388	0.13388	0.13388	0.13393	0.13388	0.13388	0.13391	0.13392	0.13388	0.13391	0.13388	0.13389	0.13388
	80	0.13388	0.13388	0.13388	0.13388	0.13388	0.13389	0.13388	0.13389	0.13388	0.13388	0.13392	0.13388	0.13388
	120	0.13388	0.1339	0.13391	0.13392	0.13389	0.13388	0.13388	0.13389	0.13389	0.13388	0.13388	0.13388	0.13388
0.3	20	0.1404	0.14045	NA	0.14051	0.1406	0.14042	NA	NA	NA	NA	0.14051	0.1404	NA
	40	0.14041	0.14041	0.1404	0.14046	0.1404	0.1404	0.14043	0.14044	0.1404	0.14044	0.1404	0.14043	0.1404
	80	0.1404	0.1404	0.1404	0.1404	0.1404	0.14041	0.1404	0.14042	0.1404	0.1404	0.14045	0.1404	0.14041
	120	0.1404	0.14042	0.14044	0.14045	0.14041	0.1404	0.1404	0.14041	0.14042	0.1404	0.14041	0.14041	0.1404

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.4.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.11502	0.11507	NA	0.11501	0.11502	0.11506	NA	NA	NA	NA	0.11504	0.11506	NA
	40	0.11502	0.11502	0.11502	0.11502	0.11502	0.11503	0.11502	0.11506	0.11501	0.11501	0.11502	0.11501	0.11502
	80	0.11503	0.11505	0.11504	0.11503	0.11502	0.11501	0.11501	0.11502	0.11501	0.11503	0.11501	0.11502	0.11502
	120	0.11501	0.11501	0.11501	0.11501	0.11502	0.11502	0.11501	0.11502	0.11504	0.11501	0.11502	0.11503	0.11501
0.1	20	0.14702	0.14712	NA	0.14702	0.14699	0.14718	NA	NA	NA	NA	0.14701	0.14704	NA
	40	0.14702	0.147	0.147	0.14699	0.14699	0.14701	0.14699	0.14707	0.147	0.14699	0.14699	0.14701	0.14699
	80	0.14701	0.14702	0.14701	0.14702	0.14699	0.14699	0.14699	0.14699	0.147	0.14699	0.14702	0.14703	0.14699
	120	0.14701	0.14699	0.14699	0.14699	0.14701	0.14699	0.14699	0.147	0.14702	0.14699	0.14699	0.14701	0.14699
0.2	20	0.19615	0.19627	NA	0.19618	0.19608	0.19615	NA	NA	NA	NA	0.19611	0.19615	NA
	40	0.19618	0.19608	0.19609	0.19608	0.19609	0.1961	0.19608	0.19616	0.1961	0.19608	0.19608	0.1961	0.19608
	80	0.19615	0.19609	0.1961	0.19613	0.19608	0.19608	0.19608	0.19609	0.19608	0.19608	0.19613	0.19613	0.19609
	120	0.19615	0.19608	0.19608	0.19609	0.19611	0.19609	0.19608	0.19609	0.19611	0.19609	0.19609	0.1961	0.19608
0.3	20	0.26319	0.2634	NA	0.26318	0.26308	0.26311	NA	NA	NA	NA	0.2631	0.26317	NA
	40	0.2633	0.26308	0.26309	0.26308	0.26309	0.26309	0.26308	0.26314	0.26311	0.26308	0.26309	0.26315	0.26308
	80	0.26326	0.26309	0.2631	0.26311	0.26308	0.26308	0.26308	0.26309	0.26308	0.26308	0.26313	0.26314	0.26308
	120	0.26323	0.26308	0.26308	0.26312	0.26312	0.26309	0.26308	0.26308	0.26311	0.26308	0.26309	0.2631	0.26308

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.4.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.11786	0.1179	NA	0.11785	0.11787	0.11792	NA	NA	NA	NA	0.11788	0.11789	NA
	40	0.11786	0.11786	0.11786	0.11786	0.11786	0.11787	0.11786	0.11791	0.11786	0.11786	0.11787	0.11785	0.11785
	80	0.11787	0.11788	0.11787	0.11786	0.11786	0.11785	0.11785	0.11786	0.11785	0.11787	0.11785	0.11786	0.11786
	120	0.11786	0.11785	0.11785	0.11785	0.11787	0.11786	0.11786	0.11786	0.11789	0.11786	0.11786	0.11788	0.11785
0.1	20	0.15625	0.15631	NA	0.15625	0.15621	0.15636	NA	NA	NA	NA	0.15624	0.15624	NA
	40	0.15626	0.15621	0.15621	0.15621	0.15622	0.15622	0.15621	0.15631	0.15623	0.15621	0.15622	0.15622	0.15621
	80	0.15624	0.15622	0.15622	0.15622	0.15621	0.15621	0.15621	0.15621	0.15621	0.15621	0.15626	0.15627	0.15622
	120	0.15624	0.15621	0.15621	0.15621	0.15625	0.15622	0.15622	0.15622	0.15625	0.15622	0.15622	0.15625	0.15621
0.2	20	0.20569	0.20574	NA	0.20572	0.20559	0.20563	NA	NA	NA	NA	0.20563	0.20564	NA
	40	0.20571	0.20559	0.20559	0.20559	0.20561	0.2056	0.20559	0.20569	0.20563	0.20559	0.2056	0.2056	0.20559
	80	0.20568	0.20559	0.2056	0.20562	0.20559	0.20559	0.2056	0.2056	0.20559	0.20559	0.20566	0.20566	0.2056
	120	0.20568	0.20559	0.20559	0.20561	0.20564	0.2056	0.2056	0.20561	0.20563	0.2056	0.20561	0.20563	0.20559
0.3	20	0.27394	0.27406	NA	0.27392	0.27378	0.27381	NA	NA	NA	NA	0.27382	0.27385	NA
	40	0.27406	0.27379	0.27379	0.27378	0.27381	0.27379	0.27378	0.27388	0.27383	0.27378	0.2738	0.27384	0.27378
	80	0.27401	0.27379	0.27379	0.27381	0.27378	0.27379	0.27379	0.27382	0.27378	0.27378	0.27387	0.27387	0.2738
	120	0.27397	0.27379	0.27379	0.27385	0.27385	0.27381	0.2738	0.2738	0.27383	0.2738	0.27381	0.27383	0.27379

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.5.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.14309	0.14316	NA	0.14309	0.1431	0.14316	NA	NA	NA	NA	0.14312	0.14314	NA
	40	0.14309	0.14311	0.14309	0.14309	0.14309	0.14311	0.14309	0.14314	0.14309	0.14309	0.1431	0.14308	0.14309
	80	0.14311	0.14314	0.14312	0.1431	0.14309	0.14309	0.14309	0.14309	0.14309	0.14312	0.14309	0.14309	0.14309
	120	0.14309	0.14309	0.14309	0.14308	0.1431	0.14309	0.14309	0.14309	0.14313	0.14309	0.14309	0.14311	0.14309
0.1	20	0.18476	0.18489	NA	0.18476	0.18472	0.18496	NA	NA	NA	NA	0.18475	0.18478	NA
	40	0.18476	0.18473	0.18473	0.18472	0.18473	0.18474	0.18473	0.18482	0.18473	0.18472	0.18472	0.18475	0.18472
	80	0.18474	0.18475	0.18475	0.18475	0.18472	0.18472	0.18472	0.18472	0.18473	0.18472	0.18477	0.18477	0.18472
	120	0.18474	0.18472	0.18472	0.18472	0.18475	0.18472	0.18472	0.18473	0.18476	0.18472	0.18472	0.18475	0.18472
0.2	20	0.24739	0.24755	NA	0.24745	0.2473	0.24739	NA	NA	NA	NA	0.24735	0.24739	NA
	40	0.24742	0.24731	0.24732	0.2473	0.24732	0.24733	0.24731	0.2474	0.24733	0.2473	0.24731	0.24733	0.24731
	80	0.24738	0.24732	0.24733	0.24736	0.24731	0.24731	0.24731	0.24731	0.24731	0.24731	0.24737	0.24737	0.24731
	120	0.24739	0.24731	0.2473	0.24732	0.24735	0.24731	0.24731	0.24732	0.24734	0.24731	0.24732	0.24733	0.2473
0.3	20	0.33234	0.33262	NA	0.33234	0.3322	0.33225	NA	NA	NA	NA	0.33223	0.33231	NA
	40	0.33247	0.33221	0.33221	0.3322	0.33221	0.33221	0.3322	0.33229	0.33223	0.3322	0.33221	0.3323	0.3322
	80	0.33241	0.33221	0.33222	0.33224	0.3322	0.3322	0.3322	0.33222	0.3322	0.3322	0.33228	0.33227	0.3322
	120	0.33238	0.3322	0.3322	0.33226	0.33225	0.33221	0.33221	0.33221	0.33224	0.3322	0.33221	0.33223	0.3322

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.5.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1472	0.14726	NA	0.1472	0.14721	0.14728	NA	NA	NA	NA	0.14724	0.14723	NA
	40	0.14721	0.14721	0.1472	0.1472	0.14719	0.14721	0.1472	0.14726	0.1472	0.1472	0.14721	0.14719	0.1472
	80	0.14721	0.14723	0.14721	0.1472	0.14721	0.14719	0.14719	0.14721	0.14719	0.14721	0.1472	0.14721	0.1472
	120	0.1472	0.1472	0.14719	0.14719	0.14721	0.1472	0.1472	0.14721	0.14725	0.1472	0.1472	0.14723	0.14719
0.1	20	0.19744	0.19751	NA	0.19745	0.19739	0.19758	NA	NA	NA	NA	0.19744	0.19742	NA
	40	0.19745	0.19739	0.19739	0.1974	0.1974	0.19739	0.19739	0.19752	0.19741	0.19739	0.1974	0.1974	0.19739
	80	0.19743	0.1974	0.1974	0.1974	0.19739	0.19739	0.19739	0.19739	0.19739	0.19739	0.19746	0.19746	0.19739
	120	0.19743	0.19739	0.19739	0.19739	0.19744	0.19739	0.19739	0.19741	0.19744	0.1974	0.19739	0.19744	0.19739
0.2	20	0.26037	0.26045	NA	0.26043	0.26025	0.26031	NA	NA	NA	NA	0.26031	0.2603	NA
	40	0.2604	0.26025	0.26025	0.26025	0.26027	0.26026	0.26025	0.26038	0.26029	0.26025	0.26026	0.26026	0.26025
	80	0.26036	0.26025	0.26026	0.26028	0.26025	0.26025	0.26026	0.26027	0.26025	0.26025	0.26034	0.26034	0.26026
	120	0.26036	0.26025	0.26025	0.26028	0.26031	0.26026	0.26026	0.26027	0.26031	0.26026	0.26027	0.2603	0.26025
0.3	20	0.34681	0.34698	NA	0.34681	0.34663	0.34666	NA	NA	NA	NA	0.34668	0.34671	NA
	40	0.34696	0.34663	0.34663	0.34663	0.34666	0.34663	0.34663	0.34675	0.34669	0.34663	0.34665	0.3467	0.34663
	80	0.3469	0.34663	0.34664	0.34665	0.34663	0.34663	0.34664	0.34667	0.34663	0.34663	0.34674	0.34673	0.34665
	120	0.34686	0.34663	0.34663	0.34672	0.34671	0.34665	0.34665	0.34665	0.34669	0.34664	0.34666	0.34668	0.34663

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.6.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		Variance of 0.99 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.18192	0.18202	NA	0.18192	0.18194	0.18202	NA	NA	NA	NA	0.18196	0.18198	NA
	40	0.18193	0.18195	0.18192	0.18193	0.18192	0.18196	0.18193	0.18199	0.18193	0.18192	0.18194	0.18192	0.18193
	80	0.18195	0.18199	0.18196	0.18194	0.18193	0.18192	0.18192	0.18193	0.18192	0.18196	0.18193	0.18193	0.18193
	120	0.18192	0.18192	0.18192	0.18192	0.18193	0.18193	0.18192	0.18193	0.18198	0.18192	0.18193	0.18195	0.18192
0.1	20	0.23641	0.23659	NA	0.23643	0.23637	0.23668	NA	NA	NA	NA	0.23642	0.23644	NA
	40	0.23642	0.23638	0.23638	0.23637	0.23637	0.23639	0.23638	0.2365	0.23638	0.23637	0.23637	0.23641	0.23637
	80	0.23639	0.23641	0.2364	0.2364	0.23637	0.23637	0.23637	0.23637	0.23638	0.23637	0.23643	0.23643	0.23637
	120	0.23639	0.23637	0.23637	0.23637	0.2364	0.23637	0.23637	0.23638	0.23641	0.23637	0.23637	0.23641	0.23637
0.2	20	0.31681	0.31703	NA	0.31691	0.3167	0.31682	NA	NA	NA	NA	0.31677	0.31681	NA
	40	0.31685	0.31671	0.31672	0.3167	0.31672	0.31673	0.31672	0.31684	0.31674	0.3167	0.31671	0.31675	0.31671
	80	0.3168	0.31673	0.31674	0.31677	0.31671	0.3167	0.31671	0.31672	0.31671	0.31671	0.31679	0.31678	0.31671
	120	0.31681	0.31671	0.3167	0.31673	0.31676	0.31671	0.31671	0.31672	0.31676	0.31671	0.31672	0.31674	0.3167
0.3	20	0.42524	0.42562	NA	0.42527	0.42507	0.42514	NA	NA	NA	NA	0.42513	0.42521	NA
	40	0.42541	0.42509	0.42509	0.42507	0.42509	0.42509	0.42508	0.42519	0.42511	0.42507	0.42509	0.42521	0.42508
	80	0.42533	0.42509	0.42511	0.42512	0.42508	0.42507	0.42508	0.42511	0.42508	0.42508	0.42518	0.42516	0.42508
	120	0.42529	0.42507	0.42507	0.42515	0.42514	0.42508	0.42508	0.42509	0.42512	0.42508	0.42509	0.42511	0.42507

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.1.6.2 เปรียบเทียบค่าประสิทธิสัมพัทธ์ MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจงปกติ NOR (0,1) ของวิธี MLE, GEและ GEPD

MSE of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1878	0.18788	NA	0.1878	0.18782	0.18792	NA	NA	NA	NA	0.18785	0.18784	NA
	40	0.18781	0.18781	0.1878	0.18779	0.18779	0.18782	0.18781	0.18788	0.1878	0.1878	0.18782	0.18779	0.1878
	80	0.18781	0.18785	0.18782	0.1878	0.18781	0.18779	0.18779	0.18781	0.18779	0.18782	0.1878	0.18781	0.18781
	120	0.1878	0.1878	0.18779	0.18779	0.18782	0.1878	0.1878	0.18781	0.18787	0.1878	0.18781	0.18784	0.18779
0.1	20	0.2538	0.25389	NA	0.25382	0.25373	0.25398	NA	NA	NA	NA	0.25381	0.25377	NA
	40	0.25381	0.25373	0.25373	0.25374	0.25374	0.25373	0.25373	0.25391	0.25375	0.25373	0.25374	0.25375	0.25373
	80	0.25378	0.25375	0.25374	0.25374	0.25373	0.25372	0.25373	0.25374	0.25373	0.25372	0.25383	0.25382	0.25374
	120	0.25378	0.25374	0.25373	0.25374	0.25379	0.25373	0.25373	0.25375	0.2538	0.25374	0.25374	0.25379	0.25373
0.2	20	0.33445	0.33456	NA	0.33456	0.33431	0.33438	NA	NA	NA	NA	0.3344	0.33437	NA
	40	0.3345	0.3343	0.33431	0.33431	0.33433	0.33431	0.33431	0.33448	0.33436	0.33431	0.33432	0.33432	0.3343
	80	0.33444	0.33431	0.33432	0.33434	0.3343	0.3343	0.33432	0.33433	0.3343	0.3343	0.33443	0.33442	0.33433
	120	0.33445	0.33431	0.3343	0.33436	0.33439	0.33432	0.33431	0.33434	0.33438	0.33432	0.33434	0.33437	0.3343
0.3	20	0.44475	0.44498	NA	0.44479	0.44454	0.44457	NA	NA	NA	NA	0.44461	0.44463	NA
	40	0.44494	0.44453	0.44453	0.44453	0.44457	0.44453	0.44453	0.4447	0.4446	0.44453	0.44456	0.44462	0.44453
	80	0.44485	0.44453	0.44454	0.44456	0.44453	0.44453	0.44454	0.44459	0.44453	0.44453	0.44468	0.44466	0.44455
	120	0.44481	0.44453	0.44454	0.44465	0.44464	0.44456	0.44456	0.44456	0.44461	0.44454	0.44457	0.4446	0.44453

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตาราง ข.2 แสดง ค่า Variance และ MSE ของการแจกแจง SEV (0,1) ที่การประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่ p = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 ตามลำดับ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ ข.2.1.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1.0986	1.0987	NA	1.0986	1.0985	1.0987	NA	NA	NA	NA	1.0986	1.0988	NA
	40	1.0986	1.0985	1.0986	1.0986	1.0987	1.0985	1.0985	1.0986	1.0986	1.0986	1.0986	1.0987	1.0986
	80	1.0987	1.0985	1.0988	1.0987	1.0985	1.0985	1.0986	1.0987	1.0988	1.0985	1.0985	1.0986	1.0986
	120	1.0986	1.0985	1.0986	1.0986	1.0987	1.0985	1.0986	1.0987	1.0986	1.0985	1.0986	1.0985	1.0986
0.1	20	1.2657	1.2659	NA	1.2658	1.266	1.2659	NA	NA	NA	NA	1.2658	1.2664	NA
	40	1.2662	1.2657	1.2657	1.2659	1.2657	1.2659	1.2658	1.266	1.2657	1.2657	1.2657	1.2659	1.2657
	80	1.2658	1.2657	1.2659	1.266	1.2658	1.2657	1.2657	1.266	1.2659	1.2658	1.2657	1.2657	1.2657
	120	1.2658	1.2657	1.2658	1.2658	1.2659	1.2657	1.2658	1.266	1.2658	1.2657	1.2657	1.2657	1.2658
0.2	20	1.4176	1.4178	NA	1.4177	1.4179	1.4178	NA	NA	NA	NA	1.4177	1.4185	NA
	40	1.4181	1.4176	1.4176	1.4178	1.4176	1.4178	1.4177	1.418	1.4176	1.4176	1.4176	1.4178	1.4176
	80	1.4178	1.4176	1.4179	1.418	1.4177	1.4176	1.4176	1.4179	1.4179	1.4177	1.4176	1.4176	1.4176
	120	1.4177	1.4176	1.4177	1.4178	1.4178	1.4176	1.4177	1.4179	1.4177	1.4176	1.4176	1.4176	1.4177
0.3	20	1.5764	1.5766	NA	1.5764	1.5765	1.5765	NA	NA	NA	NA	1.5764	1.5773	NA
	40	1.5768	1.5764	1.5764	1.5766	1.5764	1.5765	1.5766	1.5767	1.5764	1.5764	1.5764	1.5765	1.5764
	80	1.5765	1.5764	1.5767	1.5768	1.5764	1.5764	1.5764	1.5767	1.5767	1.5765	1.5764	1.5764	1.5764
	120	1.5764	1.5764	1.5765	1.5765	1.5765	1.5764	1.5764	1.5767	1.5765	1.5764	1.5764	1.5764	1.5764

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.1.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1.109	1.1092	NA	1.109	1.109	1.1092	NA	NA	NA	NA	1.109	1.1093	NA
	40	1.1091	1.109	1.109	1.1091	1.1092	1.109	1.109	1.1091	1.1091	1.109	1.1091	1.1092	1.109
	80	1.1093	1.109	1.1093	1.1092	1.109	1.109	1.109	1.1092	1.1092	1.109	1.109	1.1091	1.109
	120	1.109	1.109	1.1091	1.1091	1.1092	1.109	1.1091	1.1092	1.1091	1.109	1.1091	1.109	1.1091
0.1	20	1.2832	1.2834	NA	1.2832	1.2835	1.2834	NA	NA	NA	NA	1.2833	1.284	NA
	40	1.2838	1.2832	1.2832	1.2834	1.2832	1.2833	1.2832	1.2836	1.2832	1.2832	1.2832	1.2834	1.2832
	80	1.2833	1.2832	1.2834	1.2835	1.2832	1.2832	1.2832	1.2835	1.2833	1.2832	1.2832	1.2832	1.2832
	120	1.2833	1.2832	1.2833	1.2833	1.2834	1.2832	1.2832	1.2835	1.2833	1.2832	1.2832	1.2832	1.2832
0.2	20	1.4353	1.4356	NA	1.4354	1.4356	1.4356	NA	NA	NA	NA	1.4354	1.4363	NA
	40	1.4359	1.4353	1.4354	1.4356	1.4353	1.4354	1.4354	1.4357	1.4353	1.4353	1.4353	1.4355	1.4354
	80	1.4355	1.4353	1.4357	1.4358	1.4354	1.4353	1.4354	1.4357	1.4355	1.4354	1.4353	1.4353	1.4353
	120	1.4354	1.4353	1.4355	1.4355	1.4355	1.4353	1.4354	1.4357	1.4355	1.4354	1.4354	1.4353	1.4354
0.3	20	1.5947	1.595	NA	1.5948	1.595	1.5949	NA	NA	NA	NA	1.5948	1.5958	NA
	40	1.5953	1.5948	1.5948	1.5951	1.5948	1.5948	1.5949	1.5952	1.5947	1.5947	1.5947	1.5949	1.5948
	80	1.595	1.5947	1.5951	1.5952	1.5948	1.5947	1.5948	1.5952	1.595	1.5948	1.5947	1.5947	1.5947
	120	1.5948	1.5947	1.5949	1.595	1.595	1.5947	1.5948	1.5951	1.5949	1.5948	1.5948	1.5947	1.5948

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.2.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.7339	0.734	NA	0.7339	0.7339	0.734	NA	NA	NA	NA	0.7339	0.734	NA
	40	0.7339	0.7339	0.7339	0.734	0.734	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339	0.734	0.7339
	80	0.734	0.7339	0.7341	0.734	0.7339	0.7339	0.7339	0.734	0.7341	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339
	120	0.7339	0.7339	0.734	0.7339	0.734	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339	0.7339
0.1	20	0.8249	0.825	NA	0.8249	0.825	0.825	NA	NA	NA	NA	0.8249	0.8253	NA
	40	0.8252	0.8249	0.8249	0.825	0.8249	0.825	0.8249	0.8251	0.8249	0.8249	0.8249	0.825	0.8249
	80	0.8249	0.8249	0.825	0.8251	0.8249	0.8249	0.8249	0.8251	0.825	0.8249	0.8249	0.8249	0.8249
	120	0.8249	0.8249	0.8249	0.825	0.825	0.8249	0.8249	0.825	0.8249	0.8249	0.8249	0.8249	0.8249
0.2	20	0.9031	0.9032	NA	0.9031	0.9032	0.9032	NA	NA	NA	NA	0.9031	0.9036	NA
	40	0.9034	0.9031	0.9031	0.9033	0.9031	0.9032	0.9032	0.9033	0.9031	0.9031	0.9031	0.9032	0.9031
	80	0.9032	0.9031	0.9032	0.9033	0.9031	0.9031	0.9031	0.9033	0.9032	0.9031	0.9031	0.9031	0.9031
	120	0.9031	0.9031	0.9032	0.9032	0.9032	0.9031	0.9031	0.9032	0.9032	0.9031	0.9031	0.9031	0.9031
0.3	20	0.9809	0.9811	NA	0.981	0.9811	0.981	NA	NA	NA	NA	0.981	0.9815	NA
	40	0.9812	0.9809	0.981	0.9811	0.9809	0.9811	0.9811	0.9812	0.981	0.981	0.9809	0.9811	0.981
	80	0.981	0.9809	0.9811	0.9812	0.981	0.981	0.981	0.9811	0.9811	0.981	0.9809	0.981	0.9809
	120	0.981	0.9809	0.981	0.9811	0.981	0.981	0.981	0.9811	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.2.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.7397	0.7398	NA	0.7397	0.7397	0.7398	NA	NA	NA	NA	0.7397	0.7398	NA
	40	0.7397	0.7397	0.7397	0.7398	0.7398	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397	0.7398	0.7397
	80	0.7398	0.7397	0.7399	0.7398	0.7397	0.7397	0.7397	0.7398	0.7398	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397
	120	0.7397	0.7397	0.7398	0.7397	0.7398	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397	0.7397
0.1	20	0.8342	0.8344	NA	0.8343	0.8344	0.8344	NA	NA	NA	NA	0.8343	0.8347	NA
	40	0.8346	0.8343	0.8343	0.8344	0.8343	0.8343	0.8343	0.8345	0.8343	0.8342	0.8342	0.8344	0.8343
	80	0.8343	0.8343	0.8344	0.8345	0.8343	0.8342	0.8343	0.8345	0.8343	0.8343	0.8342	0.8343	0.8342
	120	0.8343	0.8343	0.8343	0.8344	0.8344	0.8342	0.8343	0.8344	0.8343	0.8343	0.8343	0.8343	0.8343
0.2	20	0.9124	0.9126	NA	0.9125	0.9126	0.9126	NA	NA	NA	NA	0.9125	0.913	NA
	40	0.9128	0.9124	0.9125	0.9127	0.9125	0.9125	0.9125	0.9127	0.9125	0.9124	0.9124	0.9126	0.9125
	80	0.9125	0.9124	0.9126	0.9127	0.9125	0.9124	0.9125	0.9127	0.9126	0.9125	0.9124	0.9124	0.9124
	120	0.9125	0.9125	0.9125	0.9126	0.9126	0.9124	0.9125	0.9126	0.9125	0.9125	0.9125	0.9124	0.9125
0.3	20	0.9905	0.9907	NA	0.9905	0.9906	0.9906	NA	NA	NA	NA	0.9905	0.9911	NA
	40	0.9908	0.9905	0.9905	0.9907	0.9905	0.9906	0.9906	0.9908	0.9905	0.9905	0.9905	0.9906	0.9905
	80	0.9906	0.9905	0.9907	0.9908	0.9905	0.9905	0.9905	0.9907	0.9906	0.9905	0.9905	0.9905	0.9905
	120	0.9905	0.9905	0.9906	0.9906	0.9906	0.9905	0.9905	0.9907	0.9906	0.9905	0.9905	0.9905	0.9905

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.3.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		Variance of 0.05 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.5079	0.508	NA	0.5079	0.5079	0.508	NA	NA	NA	NA	0.5079	0.508	NA
	40	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.508	0.5079
	80	0.508	0.5079	0.508	0.508	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.508	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079
	120	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079	0.5079
0.1	20	0.5558	0.5559	NA	0.5558	0.5559	0.5559	NA	NA	NA	NA	0.5558	0.5561	NA
	40	0.556	0.5558	0.5558	0.5559	0.5558	0.5559	0.5559	0.556	0.5559	0.5558	0.5558	0.5559	0.5558
	80	0.5558	0.5558	0.5559	0.556	0.5558	0.5558	0.5558	0.5559	0.5559	0.5559	0.5558	0.5558	0.5558
	120	0.5558	0.5558	0.5559	0.5559	0.5559	0.5558	0.5558	0.5559	0.5558	0.5558	0.5558	0.5558	0.5558
0.2	20	0.5937	0.5938	NA	0.5937	0.5938	0.5938	NA	NA	NA	NA	0.5937	0.594	NA
	40	0.5939	0.5937	0.5937	0.5938	0.5937	0.5938	0.5938	0.5938	0.5937	0.5937	0.5937	0.5938	0.5937
	80	0.5937	0.5937	0.5938	0.5939	0.5937	0.5937	0.5937	0.5938	0.5938	0.5937	0.5937	0.5937	0.5937
	120	0.5937	0.5937	0.5938	0.5938	0.5938	0.5937	0.5937	0.5938	0.5937	0.5937	0.5937	0.5937	0.5937
0.3	20	0.6285	0.6286	NA	0.6285	0.6286	0.6286	NA	NA	NA	NA	0.6285	0.6288	NA
	40	0.6287	0.6285	0.6285	0.6287	0.6285	0.6286	0.6286	0.6287	0.6285	0.6285	0.6285	0.6286	0.6285
	80	0.6285	0.6285	0.6286	0.6287	0.6285	0.6285	0.6285	0.6286	0.6286	0.6286	0.6285	0.6285	0.6285
	120	0.6285	0.6285	0.6286	0.6286	0.6286	0.6285	0.6285	0.6286	0.6285	0.6285	0.6285	0.6285	0.6285

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.3.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.511	0.5111	NA	0.511	0.511	0.5111	NA	NA	NA	NA	0.511	0.5111	NA
	40	0.511	0.511	0.511	0.5111	0.5111	0.511	0.511	0.5111	0.5111	0.511	0.511	0.5111	0.511
	80	0.5111	0.511	0.5112	0.5111	0.511	0.511	0.511	0.5111	0.5111	0.511	0.511	0.5111	0.511
	120	0.511	0.511	0.5111	0.511	0.5111	0.511	0.511	0.5111	0.511	0.511	0.511	0.511	0.511
0.1	20	0.5607	0.5608	NA	0.5607	0.5608	0.5608	NA	NA	NA	NA	0.5607	0.561	NA
	40	0.5609	0.5607	0.5607	0.5608	0.5607	0.5608	0.5607	0.5609	0.5607	0.5607	0.5607	0.5608	0.5607
	80	0.5607	0.5607	0.5608	0.5609	0.5607	0.5607	0.5607	0.5608	0.5607	0.5607	0.5607	0.5607	0.5607
	120	0.5607	0.5607	0.5607	0.5608	0.5607	0.5607	0.5607	0.5608	0.5607	0.5607	0.5607	0.5607	0.5607
0.2	20	0.5985	0.5986	NA	0.5985	0.5986	0.5986	NA	NA	NA	NA	0.5985	0.5988	NA
	40	0.5987	0.5985	0.5985	0.5986	0.5985	0.5985	0.5985	0.5986	0.5985	0.5985	0.5985	0.5986	0.5985
	80	0.5985	0.5985	0.5986	0.5987	0.5985	0.5985	0.5985	0.5986	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985
	120	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985	0.5986	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985	0.5985
0.3	20	0.6332	0.6334	NA	0.6333	0.6333	0.6333	NA	NA	NA	NA	0.6333	0.6336	NA
	40	0.6334	0.6332	0.6333	0.6334	0.6332	0.6333	0.6333	0.6334	0.6333	0.6332	0.6332	0.6333	0.6333
	80	0.6333	0.6332	0.6334	0.6335	0.6333	0.6332	0.6333	0.6334	0.6333	0.6333	0.6332	0.6332	0.6332
	120	0.6333	0.6332	0.6333	0.6333	0.6333	0.6332	0.6333	0.6334	0.6333	0.6333	0.6332	0.6332	0.6333

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.4.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		Variance of 0.95 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.0945	0.0945	NA	0.0945	0.0945	0.0945	NA	NA	NA	NA	0.0945	0.0945	NA
	40	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945
	80	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945
	120	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945	0.0945
0.1	20	0.1499	0.1499	NA	0.1499	0.15	0.1499	NA	NA	NA	NA	0.15	0.15	NA
	40	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499
	80	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.15	0.1499	0.1499	0.15	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499
	120	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.1499	0.15	0.15	0.1499	0.15	0.1499	0.15
0.2	20	0.2258	0.2258	NA	0.2258	0.2258	0.2258	NA	NA	NA	NA	0.2258	0.2259	NA
	40	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258
	80	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258
	120	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258	0.2258
0.3	20	0.329	0.3289	NA	0.329	0.329	0.3289	NA	NA	NA	NA	0.329	0.3291	NA
	40	0.3291	0.3289	0.329	0.3289	0.329	0.329	0.329	0.329	0.329	0.329	0.3289	0.3289	0.329
	80	0.3291	0.3289	0.329	0.329	0.329	0.3289	0.329	0.329	0.329	0.3289	0.329	0.3289	0.329
	120	0.3291	0.3289	0.3289	0.3289	0.329	0.329	0.3289	0.329	0.329	0.329	0.329	0.3289	0.329

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.4.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.098	0.098	NA	0.098	0.098	0.0979	NA	NA	NA	NA	0.098	0.098	NA
	40	0.0979	0.0979	0.0979	0.0979	0.098	0.0979	0.0979	0.0979	0.098	0.0979	0.098	0.0979	0.098
	80	0.0979	0.0979	0.0979	0.0979	0.098	0.098	0.098	0.098	0.0979	0.0979	0.098	0.098	0.0979
	120	0.0979	0.0979	0.0979	0.098	0.098	0.0979	0.0979	0.098	0.098	0.098	0.098	0.0979	0.098
0.1	20	0.1573	0.1572	NA	0.1572	0.1573	0.1572	NA	NA	NA	NA	0.1573	0.1573	NA
	40	0.1573	0.1572	0.1573	0.1572	0.1573	0.1572	0.1572	0.1572	0.1573	0.1572	0.1572	0.1572	0.1573
	80	0.1573	0.1572	0.1573	0.1572	0.1573	0.1572	0.1572	0.1573	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572
	120	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1573	0.1572	0.1572	0.1573	0.1573	0.1572	0.1573	0.1572	0.1573
0.2	20	0.234	0.2339	NA	0.234	0.234	0.234	NA	NA	NA	NA	0.234	0.2341	NA
	40	0.234	0.2339	0.234	0.2339	0.234	0.234	0.2339	0.234	0.234	0.234	0.2339	0.2339	0.234
	80	0.234	0.2339	0.234	0.2339	0.234	0.2339	0.234	0.234	0.2339	0.2339	0.234	0.2339	0.234
	120	0.234	0.2339	0.2339	0.2339	0.234	0.234	0.2339	0.234	0.234	0.234	0.234	0.2339	0.234
0.3	20	0.3385	0.3384	NA	0.3384	0.3385	0.3384	NA	NA	NA	NA	0.3385	0.3386	NA
	40	0.3386	0.3384	0.3385	0.3384	0.3384	0.3384	0.3384	0.3384	0.3385	0.3384	0.3384	0.3384	0.3384
	80	0.3386	0.3384	0.3385	0.3384	0.3385	0.3384	0.3384	0.3385	0.3384	0.3384	0.3384	0.3384	0.3384
	120	0.3386	0.3384	0.3384	0.3384	0.3385	0.3384	0.3384	0.3385	0.3385	0.3384	0.3385	0.3384	0.3385

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.5.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.114	0.114	NA	0.1141	0.1141	0.114	NA	NA	NA	NA	0.1141	0.1141	NA
	40	0.114	0.114	0.114	0.114	0.1141	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114
	80	0.114	0.114	0.114	0.114	0.1141	0.114	0.114	0.1141	0.114	0.114	0.114	0.114	0.114
	120	0.114	0.114	0.114	0.114	0.1141	0.114	0.114	0.1141	0.114	0.114	0.1141	0.114	0.1141
0.1	20	0.1816	0.1816	NA	0.1816	0.1817	0.1816	NA	NA	NA	NA	0.1816	0.1817	NA
	40	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816
	80	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816
	120	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1817	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816	0.1816
0.2	20	0.2718	0.2718	NA	0.2718	0.2718	0.2718	NA	NA	NA	NA	0.2718	0.2719	NA
	40	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718
	80	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718
	120	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718	0.2718
0.3	20	0.393	0.3929	NA	0.393	0.393	0.3929	NA	NA	NA	NA	0.393	0.3931	NA
	40	0.3931	0.3929	0.393	0.3929	0.393	0.393	0.393	0.393	0.393	0.393	0.3929	0.3929	0.393
	80	0.3931	0.3929	0.393	0.393	0.393	0.3929	0.393	0.393	0.393	0.3929	0.393	0.3929	0.393
	120	0.3931	0.3929	0.3929	0.3929	0.393	0.3929	0.3929	0.393	0.393	0.3929	0.393	0.3929	0.393

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.5.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1183	0.1183	NA	0.1183	0.1183	0.1182	NA	NA	NA	NA	0.1183	0.1184	NA
	40	0.1183	0.1183	0.1183	0.1182	0.1183	0.1182	0.1182	0.1182	0.1183	0.1183	0.1183	0.1183	0.1183
	80	0.1183	0.1182	0.1183	0.1182	0.1183	0.1183	0.1183	0.1183	0.1182	0.1183	0.1183	0.1183	0.1182
	120	0.1182	0.1182	0.1182	0.1183	0.1183	0.1183	0.1182	0.1183	0.1183	0.1183	0.1183	0.1183	0.1183
0.1	20	0.1904	0.1903	NA	0.1903	0.1904	0.1903	NA	NA	NA	NA	0.1904	0.1904	NA
	40	0.1904	0.1903	0.1904	0.1903	0.1904	0.1903	0.1903	0.1903	0.1904	0.1903	0.1903	0.1903	0.1904
	80	0.1904	0.1903	0.1904	0.1903	0.1904	0.1903	0.1903	0.1904	0.1903	0.1903	0.1903	0.1903	0.1903
	120	0.1903	0.1903	0.1903	0.1903	0.1904	0.1903	0.1903	0.1904	0.1904	0.1903	0.1904	0.1903	0.1904
0.2	20	0.2816	0.2815	NA	0.2815	0.2816	0.2815	NA	NA	NA	NA	0.2816	0.2817	NA
	40	0.2816	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815
	80	0.2816	0.2815	0.2816	0.2815	0.2816	0.2815	0.2815	0.2816	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815
	120	0.2816	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2815	0.2816	0.2816	0.2815	0.2816	0.2815	0.2816
0.3	20	0.4043	0.4041	NA	0.4042	0.4042	0.4041	NA	NA	NA	NA	0.4042	0.4044	NA
	40	0.4043	0.4041	0.4042	0.4041	0.4042	0.4041	0.4042	0.4042	0.4042	0.4041	0.4041	0.4041	0.4042
	80	0.4043	0.4041	0.4043	0.4042	0.4042	0.4041	0.4042	0.4043	0.4041	0.4041	0.4042	0.4041	0.4042
	120	0.4043	0.4041	0.4041	0.4041	0.4042	0.4041	0.4041	0.4043	0.4042	0.4041	0.4042	0.4041	0.4042

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.6.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1393	0.1393	NA	0.1393	0.1393	0.1393	NA	NA	NA	NA	0.1393	0.1394	NA
	40	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1392	0.1392	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393
	80	0.1393	0.1392	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1392	0.1393	0.1393	0.1393	0.1392
	120	0.1393	0.1393	0.1392	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393	0.1393
0.1	20	0.221	0.221	NA	0.221	0.2211	0.221	NA	NA	NA	NA	0.221	0.2211	NA
	40	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221
	80	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221
	120	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221	0.221
0.2	20	0.3278	0.3277	NA	0.3278	0.3278	0.3278	NA	NA	NA	NA	0.3278	0.3279	NA
	40	0.3278	0.3277	0.3278	0.3277	0.3278	0.3277	0.3278	0.3278	0.3278	0.3277	0.3277	0.3277	0.3278
	80	0.3278	0.3277	0.3278	0.3277	0.3278	0.3277	0.3278	0.3278	0.3278	0.3277	0.3277	0.3277	0.3278
	120	0.3278	0.3277	0.3277	0.3277	0.3278	0.3277	0.3277	0.3278	0.3278	0.3277	0.3278	0.3277	0.3278
0.3	20	0.4698	0.4697	NA	0.4697	0.4697	0.4697	NA	NA	NA	NA	0.4697	0.4699	NA
	40	0.4699	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697
	80	0.4699	0.4697	0.4698	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4698	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697
	120	0.4698	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4697	0.4698	0.4698	0.4697	0.4697	0.4697	0.4698

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.2.6.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจง SEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		MSE of 0.99 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.1443	0.1443	NA	0.1444	0.1444	0.1443	NA	NA	NA	NA	0.1444	0.1445	NA
	40	0.1443	0.1443	0.1443	0.1443	0.1444	0.1443	0.1443	0.1443	0.1444	0.1443	0.1444	0.1443	0.1443
	80	0.1443	0.1443	0.1443	0.1443	0.1444	0.1444	0.1444	0.1444	0.1443	0.1443	0.1444	0.1443	0.1443
	120	0.1443	0.1443	0.1443	0.1443	0.1444	0.1443	0.1443	0.1444	0.1444	0.1443	0.1444	0.1443	0.1444
0.1	20	0.2314	0.2314	NA	0.2314	0.2315	0.2314	NA	NA	NA	NA	0.2315	0.2315	NA
	40	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314
	80	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2315	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314
	120	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2315	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314	0.2314
0.2	20	0.3394	0.3393	NA	0.3393	0.3394	0.3393	NA	NA	NA	NA	0.3393	0.3395	NA
	40	0.3394	0.3393	0.3393	0.3392	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393
	80	0.3394	0.3393	0.3394	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3394	0.3393	0.3392	0.3393	0.3392	0.3393
	120	0.3394	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3393	0.3394	0.3394	0.3393	0.3393	0.3392	0.3393
0.3	20	0.483	0.4829	NA	0.4829	0.483	0.4829	NA	NA	NA	NA	0.483	0.4831	NA
	40	0.4831	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829	0.4829
	80	0.4831	0.4828	0.483	0.4829	0.483	0.4828	0.4829	0.483	0.4829	0.4828	0.4829	0.4828	0.4829
	120	0.4831	0.4828	0.4829	0.4829	0.483	0.4829	0.4829	0.483	0.483	0.4829	0.483	0.4828	0.483

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตาราง ข.3 แสดง ค่า Variance และ MSE ของการแจกแจง LEV (0,1) ที่การประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่ p = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 ตามลำดับ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ ข.3.1.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.13927	0.13926	NA	0.13927	0.13929	0.13925	NA	NA	NA	NA	0.13926	0.13937	NA
	40	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13932	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925
	80	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13929	0.13927	0.13927	0.13926	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925
	120	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.1393	0.13925	0.13925	0.13929	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925	0.13925
0.1	20	0.10612	0.10613	NA	0.10612	0.10618	0.10613	NA	NA	NA	NA	0.10617	0.10614	NA
	40	0.10612	0.10612	0.10612	0.10613	0.10613	0.10612	0.10612	0.10612	0.10612	0.10614	0.10612	0.10614	0.10612
	80	0.10612	0.10612	0.10612	0.10613	0.10612	0.10612	0.10612	0.10613	0.10612	0.10613	0.10612	0.10613	0.10612
	120	0.10612	0.10612	0.10612	0.10612	0.10612	0.10612	0.10612	0.10614	0.10612	0.10612	0.10612	0.10612	0.10612
0.2	20	0.10159	0.1016	NA	0.10159	0.10165	0.1016	NA	NA	NA	NA	0.10163	0.10161	NA
	40	0.10159	0.10159	0.10159	0.10158	0.10159	0.10158	0.10159	0.10159	0.10158	0.10159	0.10158	0.1016	0.10159
	80	0.10158	0.10158	0.10158	0.10159	0.10159	0.10158	0.10159	0.10159	0.10158	0.10159	0.10158	0.10159	0.10158
	120	0.10158	0.10158	0.10158	0.10158	0.10158	0.10158	0.10158	0.1016	0.10158	0.10159	0.10158	0.10158	0.10158
0.3	20	0.1052	0.1052	NA	0.10519	0.10525	0.10521	NA	NA	NA	NA	0.10523	0.1052	NA
	40	0.10519	0.10519	0.1052	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.1052	0.10519	0.10519	0.10519	0.10522	0.10519
	80	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.1052	0.10519	0.10519	0.10519
	120	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.1052	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519	0.10519

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.1.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.14435	0.14435	NA	0.14435	0.14439	0.14433	NA	NA	NA	NA	0.14435	0.14447	NA
	40	0.14434	0.14434	0.14433	0.14433	0.14442	0.14433	0.14433	0.14434	0.14433	0.14434	0.14434	0.14433	0.14433
	80	0.14434	0.14433	0.14434	0.14433	0.14439	0.14436	0.14437	0.14436	0.14433	0.14434	0.14434	0.14433	0.14433
	120	0.14433	0.14434	0.14433	0.14434	0.1444	0.14434	0.14434	0.14439	0.14434	0.14433	0.14434	0.14433	0.14434
0.1	20	0.12041	0.12042	NA	0.1204	0.12049	0.12043	NA	NA	NA	NA	0.12048	0.12044	NA
	40	0.12041	0.1204	0.12042	0.1204	0.12042	0.1204	0.1204	0.12041	0.1204	0.12044	0.1204	0.12041	0.12041
	80	0.1204	0.1204	0.12041	0.1204	0.12042	0.1204	0.12041	0.12043	0.1204	0.1204	0.1204	0.1204	0.1204
	120	0.1204	0.1204	0.1204	0.1204	0.12041	0.1204	0.1204	0.12044	0.12041	0.1204	0.12041	0.1204	0.1204
0.2	20	0.11113	0.11115	NA	0.11113	0.11121	0.11114	NA	NA	NA	NA	0.11119	0.11116	NA
	40	0.11112	0.11112	0.11113	0.11112	0.11114	0.11112	0.11112	0.11113	0.11112	0.11113	0.11112	0.11113	0.11112
	80	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112	0.11113	0.11112	0.11113	0.11113	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112
	120	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112	0.11114	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112	0.11112
0.3	20	0.11397	0.11397	NA	0.11396	0.11404	0.11398	NA	NA	NA	NA	0.11401	0.11398	NA
	40	0.11396	0.11395	0.11397	0.11395	0.11397	0.11395	0.11395	0.11397	0.11396	0.11396	0.11395	0.11397	0.11396
	80	0.11395	0.11395	0.11395	0.11395	0.11396	0.11395	0.11396	0.11396	0.11396	0.11395	0.11395	0.11395	0.11396
	120	0.11396	0.11396	0.11396	0.11396	0.11396	0.11395	0.11396	0.11398	0.11395	0.11395	0.11396	0.11395	0.11395

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข3.2.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.11404	0.11403	NA	0.11404	0.11407	0.11403	NA	NA	NA	NA	0.11404	0.11412	NA
	40	0.11403	0.11403	0.11402	0.11403	0.11408	0.11403	0.11402	0.11402	0.11402	0.11403	0.11403	0.11403	0.11402
	80	0.11403	0.11402	0.11403	0.11403	0.11406	0.11404	0.11404	0.11404	0.11403	0.11403	0.11403	0.11403	0.11403
	120	0.11403	0.11402	0.11403	0.11403	0.11407	0.11403	0.11402	0.11406	0.11403	0.11402	0.11403	0.11402	0.11403
0.1	20	0.08745	0.08746	NA	0.08745	0.0875	0.08746	NA	NA	NA	NA	0.0875	0.08747	NA
	40	0.08745	0.08745	0.08746	0.08746	0.08746	0.08745	0.08746	0.08745	0.08745	0.08747	0.08745	0.08747	0.08746
	80	0.08745	0.08745	0.08746	0.08746	0.08746	0.08746	0.08746	0.08746	0.08745	0.08746	0.08745	0.08746	0.08745
	120	0.08745	0.08745	0.08745	0.08745	0.08745	0.08745	0.08745	0.08747	0.08746	0.08745	0.08745	0.08745	0.08745
0.2	20	0.08297	0.08298	NA	0.08298	0.08303	0.08298	NA	NA	NA	NA	0.08302	0.08299	NA
	40	0.08297	0.08297	0.08298	0.08297	0.08298	0.08297	0.08297	0.08298	0.08297	0.08298	0.08297	0.08299	0.08297
	80	0.08297	0.08297	0.08297	0.08298	0.08298	0.08297	0.08298	0.08298	0.08297	0.08298	0.08297	0.08298	0.08297
	120	0.08297	0.08297	0.08297	0.08297	0.08297	0.08297	0.08297	0.08298	0.08297	0.08297	0.08297	0.08297	0.08297
0.3	20	0.08472	0.08472	NA	0.08472	0.08477	0.08473	NA	NA	NA	NA	0.08475	0.08473	NA
	40	0.08472	0.08472	0.08473	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08475	0.08472
	80	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472
	120	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08473	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472	0.08472

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.2.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		MSE of 0.025 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.11826	0.11826	NA	0.11825	0.1183	0.11825	NA	NA	NA	NA	0.11827	0.11836	NA
	40	0.11825	0.11825	0.11825	0.11825	0.11832	0.11825	0.11825	0.11825	0.11825	0.11826	0.11826	0.11825	0.11825
	80	0.11825	0.11825	0.11825	0.11825	0.1183	0.11827	0.11828	0.11827	0.11825	0.11825	0.11825	0.11825	0.11825
	120	0.11825	0.11825	0.11825	0.11826	0.1183	0.11825	0.11825	0.11829	0.11826	0.11825	0.11825	0.11825	0.11825
0.1	20	0.09854	0.09855	NA	0.09854	0.09861	0.09856	NA	NA	NA	NA	0.0986	0.09856	NA
	40	0.09854	0.09853	0.09855	0.09853	0.09855	0.09853	0.09853	0.09854	0.09854	0.09857	0.09853	0.09854	0.09855
	80	0.09853	0.09853	0.09854	0.09853	0.09855	0.09853	0.09854	0.09856	0.09853	0.09853	0.09853	0.09853	0.09854
	120	0.09853	0.09854	0.09853	0.09854	0.09854	0.09854	0.09853	0.09857	0.09854	0.09853	0.09854	0.09853	0.09853
0.2	20	0.09032	0.09034	NA	0.09033	0.09039	0.09034	NA	NA	NA	NA	0.09038	0.09035	NA
	40	0.09032	0.09032	0.09033	0.09032	0.09034	0.09032	0.09032	0.09033	0.09032	0.09033	0.09032	0.09033	0.09032
	80	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032	0.09033	0.09032	0.09033	0.09033	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032
	120	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032	0.09034	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032	0.09032
0.3	20	0.09134	0.09135	NA	0.09135	0.09141	0.09136	NA	NA	NA	NA	0.09139	0.09136	NA
	40	0.09134	0.09134	0.09136	0.09134	0.09135	0.09134	0.09134	0.09135	0.09134	0.09135	0.09134	0.09136	0.09134
	80	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09135	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09135
	120	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09136	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134	0.09134

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.3.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.09447	0.09446	NA	0.09446	0.09449	0.09446	NA	NA	NA	NA	0.09447	0.09453	NA
	40	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.0945	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446
	80	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09449	0.09447	0.09447	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446
	120	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09449	0.09446	0.09446	0.09448	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446
0.1	20	0.07344	0.07345	NA	0.07344	0.07348	0.07345	NA	NA	NA	NA	0.07348	0.07345	NA
	40	0.07344	0.07344	0.07345	0.07345	0.07345	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07346	0.07344	0.07346	0.07345
	80	0.07344	0.07344	0.07345	0.07345	0.07345	0.07344	0.07344	0.07345	0.07344	0.07345	0.07344	0.07345	0.07344
	120	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07346	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344
0.2	20	0.06929	0.06929	NA	0.06929	0.06933	0.06929	NA	NA	NA	NA	0.06932	0.0693	NA
	40	0.06928	0.06929	0.0693	0.06929	0.06929	0.06928	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06931	0.06929
	80	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06928	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929
	120	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06928	0.06929	0.0693	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06928
0.3	20	0.0698	0.0698	NA	0.0698	0.06984	0.06981	NA	NA	NA	NA	0.06983	0.06981	NA
	40	0.0698	0.0698	0.06981	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.06981	0.0698	0.06983	0.0698
	80	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698
	120	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.06981	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.3.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.09795	0.09795	NA	0.09795	0.09799	0.09794	NA	NA	NA	NA	0.09796	0.09804	NA
	40	0.09795	0.09795	0.09795	0.09794	0.098	0.09794	0.09795	0.09794	0.09794	0.09795	0.09795	0.09794	0.09794
	80	0.09795	0.09794	0.09795	0.09794	0.09799	0.09797	0.09797	0.09796	0.09794	0.09795	0.09795	0.09794	0.09794
	120	0.09795	0.09795	0.09794	0.09796	0.09799	0.09795	0.09795	0.09798	0.09795	0.09795	0.09795	0.09794	0.09795
0.1	20	0.08189	0.0819	NA	0.08189	0.08195	0.0819	NA	NA	NA	NA	0.08194	0.08191	NA
	40	0.08189	0.08189	0.08191	0.08189	0.0819	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08192	0.08189	0.0819	0.0819
	80	0.08189	0.08189	0.0819	0.08189	0.0819	0.08189	0.0819	0.0819	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189
	120	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08191	0.0819	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189
0.2	20	0.07484	0.07485	NA	0.07484	0.07489	0.07485	NA	NA	NA	NA	0.07489	0.07486	NA
	40	0.07484	0.07483	0.07485	0.07483	0.07485	0.07484	0.07483	0.07484	0.07484	0.07485	0.07483	0.07485	0.07484
	80	0.07484	0.07483	0.07484	0.07484	0.07485	0.07483	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07483	0.07484	0.07484
	120	0.07483	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07485	0.07484	0.07483	0.07484	0.07483	0.07484
0.3	20	0.07468	0.07469	NA	0.07469	0.07474	0.0747	NA	NA	NA	NA	0.07473	0.0747	NA
	40	0.07468	0.07468	0.0747	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07469	0.07469	0.07469	0.07468	0.0747	0.07469
	80	0.07468	0.07468	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07468	0.07468	0.07469
	120	0.07468	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07468	0.0747	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468

หมายเหตุ : ในกรณี $q = 0.05$ หรือ $K = 8$ จะไม่มีการทดลองที่ $n = 20$

ตารางที่ ข.3.4.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.50788	0.50797	NA	0.50829	0.50788	0.50799	NA	NA	NA	NA	0.50789	0.50797	NA
	40	0.50789	0.50788	0.50794	0.50796	0.50795	0.50788	0.50788	0.508	0.50789	0.50788	0.50788	0.50791	0.50799
	80	0.50798	0.50788	0.50788	0.50791	0.50788	0.50789	0.50788	0.50791	0.50806	0.50788	0.50788	0.50788	0.50793
	120	0.5079	0.50788	0.50788	0.508	0.50793	0.50788	0.5079	0.5079	0.50788	0.50788	0.50788	0.50788	0.50789
0.1	20	0.47963	0.47965	NA	0.47966	0.47962	0.47964	NA	NA	NA	NA	0.47957	0.47963	NA
	40	0.47973	0.47957	0.47964	0.47958	0.47956	0.47974	0.47956	0.47961	0.47975	0.47956	0.47956	0.47958	0.47956
	80	0.47959	0.47956	0.47957	0.47958	0.47957	0.47958	0.47956	0.47958	0.47956	0.47961	0.47956	0.47958	0.47961
	120	0.47971	0.47956	0.47958	0.47959	0.47956	0.47957	0.47956	0.47958	0.47956	0.47956	0.47958	0.47956	0.47963
0.2	20	0.53505	0.53502	NA	0.5349	0.53496	0.53497	NA	NA	NA	NA	0.53489	0.53496	NA
	40	0.53514	0.53492	0.53499	0.53489	0.53489	0.53513	0.53489	0.53501	0.53495	0.53493	0.53489	0.5349	0.53489
	80	0.535	0.53489	0.53498	0.53491	0.53489	0.53489	0.53489	0.5349	0.53489	0.53493	0.53489	0.5349	0.53494
	120	0.53523	0.53489	0.53489	0.53492	0.53489	0.53493	0.5349	0.5349	0.53491	0.5349	0.5349	0.53489	0.53499
0.3	20	0.61189	0.61147	NA	0.6114	0.61147	0.6115	NA	NA	NA	NA	0.6114	0.61142	NA
	40	0.6118	0.6114	0.61145	0.61139	0.61139	0.61157	0.6114	0.61153	0.61146	0.61144	0.61139	0.61139	0.61141
	80	0.61159	0.61142	0.61166	0.61141	0.6114	0.61139	0.61142	0.61139	0.61141	0.61144	0.6114	0.61139	0.61139
	120	0.612	0.61139	0.6114	0.61142	0.61139	0.61148	0.61141	0.61141	0.61142	0.61142	0.6114	0.6114	0.61145

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.4.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.51101	0.51112	NA	0.51139	0.51101	0.51114	NA	NA	NA	NA	0.51101	0.51112	NA
	40	0.51103	0.51101	0.51106	0.51107	0.51109	0.51101	0.51101	0.51115	0.51103	0.51101	0.51101	0.51105	0.5111
	80	0.51113	0.51101	0.51102	0.51104	0.51101	0.51101	0.51102	0.51105	0.51117	0.51101	0.51101	0.51101	0.51105
	120	0.51103	0.51101	0.51101	0.51111	0.51107	0.51101	0.51103	0.51104	0.51101	0.51101	0.51101	0.51101	0.51102
0.1	20	0.50822	0.50825	NA	0.50816	0.5082	0.50822	NA	NA	NA	NA	0.50813	0.50821	NA
	40	0.50834	0.5081	0.50814	0.50811	0.50811	0.50822	0.5081	0.50818	0.50823	0.5081	0.5081	0.50814	0.5081
	80	0.50816	0.5081	0.5081	0.5081	0.5081	0.5081	0.5081	0.50815	0.5081	0.50812	0.5081	0.5081	0.50812
	120	0.50831	0.50811	0.50811	0.50811	0.50811	0.5081	0.50811	0.50815	0.5081	0.5081	0.50811	0.5081	0.50813
0.2	20	0.55586	0.55582	NA	0.55565	0.55576	0.55577	NA	NA	NA	NA	0.55567	0.55576	NA
	40	0.55597	0.55566	0.55571	0.55565	0.55566	0.55582	0.55565	0.55581	0.55568	0.55566	0.55565	0.55567	0.55565
	80	0.5558	0.55565	0.5557	0.55565	0.55565	0.55565	0.55565	0.55568	0.55566	0.55566	0.55565	0.55565	0.55567
	120	0.55607	0.55566	0.55565	0.55566	0.55566	0.55566	0.55568	0.55568	0.55565	0.55565	0.55565	0.55565	0.55571
0.3	20	0.63581	0.63533	NA	0.63521	0.63533	0.63536	NA	NA	NA	NA	0.63522	0.63526	NA
	40	0.63571	0.63521	0.63524	0.63522	0.63521	0.63533	0.63521	0.63541	0.63525	0.63523	0.63521	0.63521	0.63521
	80	0.63547	0.63522	0.63541	0.63521	0.63521	0.63521	0.63521	0.63522	0.63524	0.63523	0.63521	0.63521	0.63521
	120	0.63593	0.63522	0.63521	0.63522	0.63521	0.63526	0.63524	0.63524	0.63522	0.63522	0.63521	0.63521	0.63523

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.5.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.73389	0.73402	NA	0.73447	0.73388	0.73403	NA	NA	NA	NA	0.73389	0.73405	NA
	40	0.7339	0.73388	0.73397	0.73399	0.734	0.73389	0.73389	0.73406	0.7339	0.73388	0.73389	0.73393	0.73403
	80	0.73403	0.73388	0.73389	0.73393	0.73388	0.73389	0.7339	0.73393	0.73414	0.73388	0.73388	0.73388	0.73395
	120	0.7339	0.73389	0.73389	0.73403	0.73397	0.73389	0.73391	0.73392	0.73388	0.73389	0.73388	0.73389	0.7339
0.1	20	0.68194	0.68197	NA	0.68197	0.68193	0.68195	NA	NA	NA	NA	0.68186	0.68193	NA
	40	0.68206	0.68185	0.68192	0.68187	0.68183	0.68208	0.68184	0.6819	0.68209	0.68183	0.68183	0.68184	0.68183
	80	0.68187	0.68183	0.68185	0.68186	0.68184	0.68186	0.68183	0.68187	0.68183	0.68191	0.68184	0.68186	0.68189
	120	0.68203	0.68183	0.68186	0.68187	0.68183	0.68185	0.68183	0.68187	0.68183	0.68184	0.68186	0.68183	0.68192
0.2	20	0.75801	0.75797	NA	0.75779	0.75791	0.75791	NA	NA	NA	NA	0.7578	0.7579	NA
	40	0.75813	0.75783	0.75792	0.75779	0.75779	0.75811	0.75779	0.75795	0.75787	0.75783	0.75779	0.7578	0.75779
	80	0.75792	0.75779	0.75791	0.75781	0.75779	0.75779	0.75779	0.75781	0.75779	0.75785	0.75779	0.7578	0.75786
	120	0.75824	0.75779	0.75779	0.75782	0.75779	0.75784	0.7578	0.75781	0.75781	0.75781	0.7578	0.75779	0.75792
0.3	20	0.86756	0.86699	NA	0.86688	0.867	0.86703	NA	NA	NA	NA	0.86688	0.86691	NA
	40	0.86743	0.86688	0.86694	0.86687	0.86687	0.86712	0.86688	0.86707	0.86696	0.86692	0.86687	0.86687	0.86689
	80	0.86713	0.86691	0.86725	0.8669	0.86688	0.86687	0.8669	0.86687	0.86689	0.86694	0.86688	0.86687	0.86687
	120	0.86769	0.86687	0.86687	0.86691	0.86687	0.867	0.86689	0.86689	0.86691	0.86692	0.86688	0.86688	0.86694

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.5.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		MSE of 0.975 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.73967	0.73983	NA	0.7402	0.73966	0.73984	NA	NA	NA	NA	0.73967	0.73986	NA
	40	0.7397	0.73967	0.73973	0.73975	0.73981	0.73966	0.73966	0.73987	0.73969	0.73966	0.73967	0.73972	0.73979
	80	0.73984	0.73967	0.73968	0.7397	0.73967	0.73967	0.73969	0.73973	0.73989	0.73966	0.73966	0.73967	0.73972
	120	0.7397	0.73967	0.73967	0.73979	0.73977	0.73966	0.7397	0.73972	0.73967	0.73966	0.73966	0.73967	0.73967
0.1	20	0.72791	0.72795	NA	0.72781	0.7279	0.72792	NA	NA	NA	NA	0.7278	0.72791	NA
	40	0.72806	0.72773	0.72777	0.72774	0.72775	0.72789	0.72773	0.72785	0.7279	0.72774	0.72773	0.72778	0.72774
	80	0.72781	0.72773	0.72773	0.72774	0.72773	0.72774	0.72774	0.72782	0.72774	0.72777	0.72773	0.72773	0.72775
	120	0.72802	0.72774	0.72774	0.72774	0.72775	0.72773	0.72775	0.72782	0.72773	0.72773	0.72774	0.72773	0.72777
0.2	20	0.79123	0.79119	NA	0.79093	0.79112	0.79112	NA	NA	NA	NA	0.79097	0.7911	NA
	40	0.79138	0.79094	0.79101	0.79093	0.79095	0.79117	0.79093	0.79117	0.79097	0.79094	0.79093	0.79096	0.79093
	80	0.79113	0.79093	0.791	0.79093	0.79093	0.79093	0.79093	0.79098	0.79095	0.79095	0.79093	0.79093	0.79096
	120	0.7915	0.79095	0.79093	0.79094	0.79095	0.79095	0.79097	0.79098	0.79093	0.79093	0.79093	0.79093	0.79101
0.3	20	0.90507	0.90441	NA	0.90423	0.90442	0.90446	NA	NA	NA	NA	0.90426	0.9043	NA
	40	0.90492	0.90423	0.90426	0.90424	0.90423	0.90439	0.90423	0.90451	0.90427	0.90425	0.90423	0.90423	0.90423
	80	0.90458	0.90424	0.9045	0.90423	0.90423	0.90423	0.90423	0.90424	0.90427	0.90426	0.90423	0.90423	0.90423
	120	0.90521	0.90424	0.90423	0.90424	0.90423	0.9043	0.90427	0.90428	0.90424	0.90424	0.90423	0.90423	0.90426

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.6.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1.09856	1.09874	NA	1.0994	1.09854	1.09873	NA	NA	NA	NA	1.09854	1.09883	NA
	40	1.09857	1.09854	1.09866	1.0987	1.09874	1.09854	1.09854	1.09878	1.09856	1.09853	1.09854	1.09859	1.09875
	80	1.09875	1.09853	1.09854	1.09861	1.09854	1.09854	1.09856	1.09862	1.09891	1.09854	1.09853	1.09853	1.09864
	120	1.09856	1.09854	1.09855	1.09873	1.09868	1.09854	1.09857	1.09861	1.09854	1.09854	1.09853	1.09854	1.09855
0.1	20	1.00554	1.0056	NA	1.00558	1.00556	1.00557	NA	NA	NA	NA	1.00544	1.00555	NA
	40	1.00572	1.00541	1.00551	1.00545	1.00539	1.00574	1.0054	1.00548	1.00575	1.00539	1.0054	1.0054	1.00539
	80	1.00543	1.00539	1.00541	1.00544	1.0054	1.00544	1.00539	1.00545	1.00539	1.00551	1.0054	1.00543	1.00547
	120	1.00566	1.00539	1.00544	1.00545	1.00539	1.00541	1.00539	1.00546	1.00539	1.0054	1.00543	1.00539	1.00552
0.2	20	1.11326	1.11322	NA	1.11295	1.11316	1.11313	NA	NA	NA	NA	1.11297	1.11312	NA
	40	1.11343	1.113	1.11311	1.11294	1.11295	1.1134	1.11294	1.11318	1.11304	1.11299	1.11294	1.11295	1.11294
	80	1.11313	1.11295	1.11311	1.11298	1.11294	1.11294	1.11294	1.11297	1.11295	1.11303	1.11294	1.11297	1.11304
	120	1.11358	1.11294	1.11294	1.11298	1.11294	1.11302	1.11296	1.11298	1.11298	1.11297	1.11295	1.11294	1.11313
0.3	20	1.27431	1.2735	NA	1.27333	1.27354	1.27356	NA	NA	NA	NA	1.27334	1.27338	NA
	40	1.27411	1.27333	1.27341	1.27332	1.27332	1.27367	1.27333	1.27362	1.27344	1.27339	1.27332	1.27332	1.27334
	80	1.27367	1.27339	1.27386	1.27336	1.27333	1.27332	1.27336	1.27332	1.27334	1.27343	1.27333	1.27332	1.27332
	120	1.27447	1.27332	1.27332	1.27337	1.27332	1.27351	1.27334	1.27336	1.27337	1.27339	1.27333	1.27333	1.27342

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.3.6.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจง LEV (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1.10901	1.10925	NA	1.10978	1.10901	1.10924	NA	NA	NA	NA	1.109	1.10934	NA
	40	1.10905	1.109	1.10909	1.10912	1.10925	1.109	1.109	1.1093	1.10904	1.109	1.10901	1.10908	1.10917
	80	1.10925	1.109	1.10902	1.10905	1.10901	1.109	1.10904	1.10911	1.10931	1.109	1.109	1.109	1.10908
	120	1.10904	1.10901	1.109	1.10916	1.10919	1.109	1.10906	1.1091	1.10901	1.109	1.109	1.10901	1.10901
0.1	20	1.08047	1.08054	NA	1.0803	1.08049	1.0805	NA	NA	NA	NA	1.08033	1.08049	NA
	40	1.08069	1.0802	1.08025	1.08022	1.08024	1.08043	1.0802	1.08039	1.08043	1.08023	1.0802	1.08026	1.08022
	80	1.08032	1.0802	1.0802	1.08022	1.0802	1.08021	1.08022	1.08035	1.08021	1.08026	1.0802	1.08021	1.08023
	120	1.08062	1.08023	1.08021	1.08022	1.08023	1.0802	1.08024	1.08035	1.08021	1.0802	1.08021	1.08021	1.08026
0.2	20	1.16709	1.16705	NA	1.16664	1.16697	1.16693	NA	NA	NA	NA	1.16672	1.16692	NA
	40	1.16729	1.16666	1.16674	1.16664	1.16668	1.16697	1.16664	1.167	1.16669	1.16666	1.16664	1.16668	1.16664
	80	1.16693	1.16664	1.16674	1.16665	1.16664	1.16665	1.16665	1.16672	1.16668	1.16668	1.16664	1.16664	1.16668
	120	1.16746	1.16667	1.16664	1.16665	1.16667	1.16667	1.16671	1.16673	1.16665	1.16665	1.16664	1.16664	1.16675
0.3	20	1.33419	1.33326	NA	1.33297	1.33331	1.33333	NA	NA	NA	NA	1.33304	1.3331	NA
	40	1.33397	1.33297	1.33301	1.33299	1.33298	1.3332	1.33297	1.3334	1.33303	1.333	1.33299	1.33297	1.33297
	80	1.33347	1.33299	1.33337	1.33298	1.33297	1.33298	1.33298	1.333	1.33304	1.33302	1.33297	1.33297	1.33298
	120	1.33437	1.333	1.33297	1.33299	1.33298	1.33308	1.33304	1.33307	1.33299	1.333	1.33297	1.33297	1.33301

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตาราง ข.4 แสดง ค่า Variance และ MSE ของการแจกแจง LOG (0,1) ที่การประมาณค่าแต่ละควอนไทล์ที่ p = 0.01, 0.025, 0.05, 0.95, 0.975, 0.99 ตามลำดับ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ ข.4.1.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.9026	0.9027	NA	0.9026	0.9029	0.9027	NA	NA	NA	NA	0.9029	0.9036	NA
	40	0.9026	0.9026	0.9026	0.9026	0.9029	0.9026	0.9026	0.9026	0.9026	0.9026	0.9027	0.9026	0.9026
	80	0.9027	0.9026	0.9026	0.9026	0.9028	0.9026	0.9027	0.9027	0.9026	0.9026	0.9026	0.9026	0.9026
	120	0.9026	0.9026	0.9026	0.9027	0.9029	0.9026	0.9026	0.9029	0.9027	0.9026	0.9026	0.9026	0.9026
0.1	20	1.0601	1.0601	NA	1.0601	1.0606	1.0602	NA	NA	NA	NA	1.0606	1.0603	NA
	40	1.0601	1.0601	1.0603	1.0601	1.0602	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0602	1.0601	1.0605	1.0601
	80	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0602	1.0601	1.0601	1.0602	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601
	120	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0603	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601	1.0601
0.2	20	1.2399	1.2399	NA	1.2399	1.2403	1.2398	NA	NA	NA	NA	1.2403	1.24	NA
	40	1.2399	1.2397	1.24	1.2397	1.2399	1.2397	1.2398	1.2399	1.2398	1.2399	1.2397	1.2403	1.2398
	80	1.2398	1.2397	1.2397	1.2397	1.2399	1.2397	1.2398	1.2398	1.2398	1.2398	1.2398	1.2397	1.2398
	120	1.2397	1.2398	1.2398	1.2399	1.2398	1.2397	1.2398	1.2399	1.2398	1.2398	1.2398	1.2397	1.2397
0.3	20	1.4372	1.4371	NA	1.4372	1.4375	1.437	NA	NA	NA	NA	1.4375	1.4372	NA
	40	1.4371	1.437	1.4373	1.437	1.4372	1.437	1.4371	1.4372	1.437	1.4371	1.437	1.4377	1.437
	80	1.437	1.437	1.437	1.437	1.4371	1.437	1.4371	1.4371	1.437	1.4371	1.437	1.437	1.4371
	120	1.437	1.437	1.437	1.4371	1.437	1.437	1.437	1.4372	1.437	1.437	1.437	1.437	1.437

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.1.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.01 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.01- th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.9133	0.9134	NA	0.9133	0.9137	0.9134	NA	NA	NA	NA	0.9137	0.9144	NA
	40	0.9134	0.9133	0.9133	0.9134	0.9138	0.9133	0.9133	0.9134	0.9134	0.9134	0.9134	0.9133	0.9133
	80	0.9134	0.9133	0.9134	0.9133	0.9136	0.9134	0.9135	0.9135	0.9133	0.9134	0.9134	0.9133	0.9133
	120	0.9134	0.9134	0.9133	0.9135	0.9137	0.9134	0.9134	0.9138	0.9134	0.9133	0.9134	0.9133	0.9133
0.1	20	1.0972	1.0972	NA	1.0972	1.0977	1.0972	NA	NA	NA	NA	1.0977	1.0974	NA
	40	1.0972	1.097	1.0973	1.097	1.0973	1.0971	1.0971	1.0972	1.0971	1.0973	1.0971	1.0974	1.0971
	80	1.0971	1.097	1.0971	1.097	1.0973	1.097	1.0972	1.0972	1.0971	1.0971	1.0971	1.097	1.0972
	120	1.097	1.0971	1.0971	1.0972	1.0971	1.0971	1.0971	1.0973	1.0971	1.097	1.0971	1.0971	1.0971
0.2	20	1.266	1.266	NA	1.2662	1.2665	1.266	NA	NA	NA	NA	1.2665	1.2662	NA
	40	1.266	1.2659	1.2662	1.2659	1.2661	1.2659	1.2659	1.2661	1.266	1.266	1.2659	1.2664	1.2659
	80	1.266	1.2659	1.2659	1.2659	1.2661	1.2659	1.266	1.266	1.2659	1.2659	1.2659	1.2659	1.266
	120	1.2659	1.2659	1.2659	1.266	1.266	1.2659	1.266	1.2661	1.2659	1.2659	1.266	1.2659	1.2659
0.3	20	1.462	1.4619	NA	1.4621	1.4624	1.4619	NA	NA	NA	NA	1.4625	1.4621	NA
	40	1.462	1.4618	1.4622	1.4618	1.4621	1.4619	1.4619	1.4621	1.4619	1.462	1.4618	1.4624	1.4619
	80	1.4619	1.4618	1.4618	1.4618	1.462	1.4618	1.4619	1.4619	1.4619	1.4619	1.4619	1.4618	1.462
	120	1.4619	1.4619	1.4619	1.462	1.4619	1.4618	1.4619	1.462	1.4619	1.4618	1.4619	1.4618	1.4618

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.2.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.6306	0.6307	NA	0.6306	0.6309	0.6307	NA	NA	NA	NA	0.6308	0.6313	NA
	40	0.6306	0.6306	0.6306	0.6306	0.6309	0.6306	0.6306	0.6306	0.6307	0.6306	0.6307	0.6306	0.6306
	80	0.6306	0.6306	0.6306	0.6306	0.6308	0.6306	0.6307	0.6307	0.6306	0.6306	0.6306	0.6306	0.6306
	120	0.6306	0.6306	0.6306	0.6307	0.6308	0.6306	0.6306	0.6309	0.6307	0.6306	0.6306	0.6306	0.6306
0.1	20	0.7268	0.7268	NA	0.7268	0.7271	0.7268	NA	NA	NA	NA	0.7271	0.7269	NA
	40	0.7267	0.7267	0.7269	0.7267	0.7268	0.7267	0.7268	0.7268	0.7268	0.7268	0.7267	0.7271	0.7268
	80	0.7267	0.7267	0.7267	0.7267	0.7268	0.7267	0.7268	0.7268	0.7267	0.7268	0.7267	0.7267	0.7268
	120	0.7267	0.7267	0.7267	0.7268	0.7268	0.7267	0.7267	0.7269	0.7268	0.7267	0.7268	0.7267	0.7267
0.2	20	0.828	0.828	NA	0.8281	0.8283	0.828	NA	NA	NA	NA	0.8283	0.8281	NA
	40	0.828	0.828	0.8282	0.828	0.8281	0.828	0.828	0.8281	0.828	0.8281	0.828	0.8284	0.828
	80	0.828	0.828	0.828	0.828	0.8281	0.828	0.828	0.828	0.828	0.828	0.828	0.828	0.828
	120	0.828	0.828	0.828	0.8281	0.828	0.828	0.828	0.8281	0.828	0.828	0.828	0.828	0.828
0.3	20	0.9331	0.933	NA	0.9331	0.9333	0.933	NA	NA	NA	NA	0.9334	0.9331	NA
	40	0.9331	0.933	0.9332	0.933	0.9331	0.933	0.933	0.9331	0.933	0.9331	0.933	0.9335	0.933
	80	0.933	0.933	0.933	0.933	0.9331	0.933	0.933	0.933	0.933	0.933	0.933	0.933	0.9331
	120	0.933	0.933	0.933	0.9331	0.933	0.933	0.933	0.9331	0.933	0.933	0.933	0.933	0.933

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.2.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.025 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.025 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.6374	0.6375	NA	0.6374	0.6377	0.6375	NA	NA	NA	NA	0.6377	0.6382	NA
	40	0.6374	0.6374	0.6374	0.6374	0.6377	0.6374	0.6374	0.6375	0.6375	0.6375	0.6375	0.6374	0.6374
	80	0.6375	0.6374	0.6374	0.6374	0.6376	0.6375	0.6375	0.6375	0.6374	0.6374	0.6375	0.6374	0.6374
	120	0.6374	0.6374	0.6374	0.6376	0.6377	0.6374	0.6374	0.6377	0.6375	0.6374	0.6374	0.6374	0.6374
0.1	20	0.7484	0.7484	NA	0.7484	0.7487	0.7484	NA	NA	NA	NA	0.7488	0.7485	NA
	40	0.7484	0.7483	0.7485	0.7483	0.7485	0.7484	0.7483	0.7484	0.7484	0.7485	0.7483	0.7486	0.7484
	80	0.7484	0.7483	0.7484	0.7483	0.7485	0.7483	0.7484	0.7484	0.7484	0.7483	0.7483	0.7483	0.7484
	120	0.7483	0.7484	0.7484	0.7484	0.7484	0.7484	0.7484	0.7485	0.7484	0.7483	0.7484	0.7483	0.7484
0.2	20	0.843	0.843	NA	0.8431	0.8434	0.843	NA	NA	NA	NA	0.8434	0.8432	NA
	40	0.843	0.843	0.8432	0.843	0.8431	0.843	0.843	0.8431	0.843	0.8431	0.843	0.8433	0.843
	80	0.843	0.8429	0.843	0.8429	0.8431	0.8429	0.843	0.843	0.843	0.843	0.843	0.8429	0.843
	120	0.8429	0.843	0.843	0.8431	0.843	0.843	0.843	0.8431	0.843	0.8429	0.843	0.843	0.843
0.3	20	0.9469	0.9469	NA	0.947	0.9472	0.9469	NA	NA	NA	NA	0.9472	0.947	NA
	40	0.9469	0.9468	0.9471	0.9468	0.947	0.9469	0.9468	0.9469	0.9469	0.9469	0.9468	0.9472	0.9468
	80	0.9468	0.9468	0.9468	0.9468	0.9469	0.9468	0.9469	0.9469	0.9468	0.9468	0.9468	0.9468	0.9469
	120	0.9468	0.9468	0.9469	0.9469	0.9469	0.9468	0.9468	0.947	0.9468	0.9468	0.9469	0.9468	0.9468

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.3.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.05 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.09447	0.09446	NA	0.09446	0.09449	0.09446	NA	NA	NA	NA	0.09447	0.09453	NA
	40	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.0945	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446
	80	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09449	0.09447	0.09447	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446
	120	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09449	0.09446	0.09446	0.09448	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446	0.09446
0.1	20	0.07344	0.07345	NA	0.07344	0.07348	0.07345	NA	NA	NA	NA	0.07348	0.07345	NA
	40	0.07344	0.07344	0.07345	0.07345	0.07345	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07346	0.07344	0.07346	0.07345
	80	0.07344	0.07344	0.07345	0.07345	0.07345	0.07344	0.07344	0.07345	0.07344	0.07345	0.07344	0.07345	0.07344
	120	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07346	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344	0.07344
0.2	20	0.06929	0.06929	NA	0.06929	0.06933	0.06929	NA	NA	NA	NA	0.06932	0.0693	NA
	40	0.06928	0.06929	0.0693	0.06929	0.06929	0.06928	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06931	0.06929
	80	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06928	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929
	120	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06928	0.06929	0.0693	0.06929	0.06929	0.06929	0.06929	0.06928
0.3	20	0.0698	0.0698	NA	0.0698	0.06984	0.06981	NA	NA	NA	NA	0.06983	0.06981	NA
	40	0.0698	0.0698	0.06981	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.06981	0.0698	0.06983	0.0698
	80	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698
	120	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.06981	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.3.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.05 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		MSE of 0.05 th Quantile												
P	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.09795	0.09795	NA	0.09795	0.09799	0.09794	NA	NA	NA	NA	0.09796	0.09804	NA
	40	0.09795	0.09795	0.09795	0.09794	0.098	0.09794	0.09795	0.09794	0.09794	0.09795	0.09795	0.09794	0.09794
	80	0.09795	0.09794	0.09795	0.09794	0.09799	0.09797	0.09797	0.09796	0.09794	0.09795	0.09795	0.09794	0.09794
	120	0.09795	0.09795	0.09794	0.09796	0.09799	0.09795	0.09795	0.09798	0.09795	0.09795	0.09795	0.09794	0.09795
0.1	20	0.08189	0.0819	NA	0.08189	0.08195	0.0819	NA	NA	NA	NA	0.08194	0.08191	NA
	40	0.08189	0.08189	0.08191	0.08189	0.0819	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08192	0.08189	0.0819	0.0819
	80	0.08189	0.08189	0.0819	0.08189	0.0819	0.08189	0.0819	0.0819	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189
	120	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189	0.08191	0.0819	0.08189	0.08189	0.08189	0.08189
0.2	20	0.07484	0.07485	NA	0.07484	0.07489	0.07485	NA	NA	NA	NA	0.07489	0.07486	NA
	40	0.07484	0.07483	0.07485	0.07483	0.07485	0.07484	0.07483	0.07484	0.07484	0.07485	0.07483	0.07485	0.07484
	80	0.07484	0.07483	0.07484	0.07484	0.07485	0.07483	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07483	0.07484	0.07484
	120	0.07483	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07484	0.07485	0.07484	0.07483	0.07484	0.07483	0.07484
0.3	20	0.07468	0.07469	NA	0.07469	0.07474	0.0747	NA	NA	NA	NA	0.07473	0.0747	NA
	40	0.07468	0.07468	0.0747	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07469	0.07469	0.07469	0.07468	0.0747	0.07469
	80	0.07468	0.07468	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07468	0.07468	0.07469
	120	0.07468	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468	0.07468	0.0747	0.07468	0.07468	0.07469	0.07468	0.07468

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.4.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

		Variance of 0.95 th Quantile												
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.50788	0.50797	NA	0.50829	0.50788	0.50799	NA	NA	NA	NA	0.50789	0.50797	NA
	40	0.50789	0.50788	0.50794	0.50796	0.50795	0.50788	0.50788	0.508	0.50789	0.50788	0.50788	0.50791	0.50799
	80	0.50798	0.50788	0.50788	0.50791	0.50788	0.50789	0.50788	0.50791	0.50806	0.50788	0.50788	0.50788	0.50793
	120	0.5079	0.50788	0.50788	0.508	0.50793	0.50788	0.5079	0.5079	0.50788	0.50788	0.50788	0.50788	0.50789
0.1	20	0.47963	0.47965	NA	0.47966	0.47962	0.47964	NA	NA	NA	NA	0.47957	0.47963	NA
	40	0.47973	0.47957	0.47964	0.47958	0.47956	0.47974	0.47956	0.47961	0.47975	0.47956	0.47956	0.47958	0.47956
	80	0.47959	0.47956	0.47957	0.47958	0.47957	0.47958	0.47956	0.47958	0.47956	0.47961	0.47956	0.47958	0.47961
	120	0.47971	0.47956	0.47958	0.47959	0.47956	0.47957	0.47956	0.47958	0.47956	0.47956	0.47958	0.47956	0.47963
0.2	20	0.53505	0.53502	NA	0.5349	0.53496	0.53497	NA	NA	NA	NA	0.53489	0.53496	NA
	40	0.53514	0.53492	0.53499	0.53489	0.53489	0.53513	0.53489	0.53501	0.53495	0.53493	0.53489	0.5349	0.53489
	80	0.535	0.53489	0.53498	0.53491	0.53489	0.53489	0.53489	0.5349	0.53489	0.53493	0.53489	0.5349	0.53494
	120	0.53523	0.53489	0.53489	0.53492	0.53489	0.53493	0.5349	0.5349	0.53491	0.5349	0.5349	0.53489	0.53499
0.3	20	0.61189	0.61147	NA	0.6114	0.61147	0.6115	NA	NA	NA	NA	0.6114	0.61142	NA
	40	0.6118	0.6114	0.61145	0.61139	0.61139	0.61157	0.6114	0.61153	0.61146	0.61144	0.61139	0.61139	0.61141
	80	0.61159	0.61142	0.61166	0.61141	0.6114	0.61139	0.61142	0.61139	0.61141	0.61144	0.6114	0.61139	0.61139
	120	0.612	0.61139	0.6114	0.61142	0.61139	0.61148	0.61141	0.61141	0.61142	0.61142	0.6114	0.6114	0.61145

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.4.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.95 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.95 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.51101	0.51112	NA	0.51139	0.51101	0.51114	NA	NA	NA	NA	0.51101	0.51112	NA
	40	0.51103	0.51101	0.51106	0.51107	0.51109	0.51101	0.51101	0.51115	0.51103	0.51101	0.51101	0.51105	0.5111
	80	0.51113	0.51101	0.51102	0.51104	0.51101	0.51101	0.51102	0.51105	0.51117	0.51101	0.51101	0.51101	0.51105
	120	0.51103	0.51101	0.51101	0.51111	0.51107	0.51101	0.51103	0.51104	0.51101	0.51101	0.51101	0.51101	0.51102
0.1	20	0.50822	0.50825	NA	0.50816	0.5082	0.50822	NA	NA	NA	NA	0.50813	0.50821	NA
	40	0.50834	0.5081	0.50814	0.50811	0.50811	0.50822	0.5081	0.50818	0.50823	0.5081	0.5081	0.50814	0.5081
	80	0.50816	0.5081	0.5081	0.5081	0.5081	0.5081	0.5081	0.50815	0.5081	0.50812	0.5081	0.5081	0.50812
	120	0.50831	0.50811	0.50811	0.50811	0.50811	0.5081	0.50811	0.50815	0.5081	0.5081	0.50811	0.5081	0.50813
0.2	20	0.55586	0.55582	NA	0.55565	0.55576	0.55577	NA	NA	NA	NA	0.55567	0.55576	NA
	40	0.55597	0.55566	0.55571	0.55565	0.55566	0.55582	0.55565	0.55581	0.55568	0.55566	0.55565	0.55567	0.55565
	80	0.5558	0.55565	0.5557	0.55565	0.55565	0.55565	0.55565	0.55568	0.55566	0.55566	0.55565	0.55565	0.55567
	120	0.55607	0.55566	0.55565	0.55566	0.55566	0.55566	0.55568	0.55568	0.55565	0.55565	0.55565	0.55565	0.55571
0.3	20	0.63581	0.63533	NA	0.63521	0.63533	0.63536	NA	NA	NA	NA	0.63522	0.63526	NA
	40	0.63571	0.63521	0.63524	0.63522	0.63521	0.63533	0.63521	0.63541	0.63525	0.63523	0.63521	0.63521	0.63521
	80	0.63547	0.63522	0.63541	0.63521	0.63521	0.63521	0.63521	0.63522	0.63524	0.63523	0.63521	0.63521	0.63521
	120	0.63593	0.63522	0.63521	0.63522	0.63521	0.63526	0.63524	0.63524	0.63522	0.63522	0.63521	0.63521	0.63523

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.5.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.73389	0.73402	NA	0.73447	0.73388	0.73403	NA	NA	NA	NA	0.73389	0.73405	NA
	40	0.7339	0.73388	0.73397	0.73399	0.734	0.73389	0.73389	0.73406	0.7339	0.73388	0.73389	0.73393	0.73403
	80	0.73403	0.73388	0.73389	0.73393	0.73388	0.73389	0.7339	0.73393	0.73414	0.73388	0.73388	0.73388	0.73395
	120	0.7339	0.73389	0.73389	0.73403	0.73397	0.73389	0.73391	0.73392	0.73388	0.73389	0.73388	0.73389	0.7339
0.1	20	0.68194	0.68197	NA	0.68197	0.68193	0.68195	NA	NA	NA	NA	0.68186	0.68193	NA
	40	0.68206	0.68185	0.68192	0.68187	0.68183	0.68208	0.68184	0.6819	0.68209	0.68183	0.68183	0.68184	0.68183
	80	0.68187	0.68183	0.68185	0.68186	0.68184	0.68186	0.68183	0.68187	0.68183	0.68191	0.68184	0.68186	0.68189
	120	0.68203	0.68183	0.68186	0.68187	0.68183	0.68185	0.68183	0.68187	0.68183	0.68184	0.68186	0.68183	0.68192
0.2	20	0.75801	0.75797	NA	0.75779	0.75791	0.75791	NA	NA	NA	NA	0.7578	0.7579	NA
	40	0.75813	0.75783	0.75792	0.75779	0.75779	0.75811	0.75779	0.75795	0.75787	0.75783	0.75779	0.7578	0.75779
	80	0.75792	0.75779	0.75791	0.75781	0.75779	0.75779	0.75779	0.75781	0.75779	0.75785	0.75779	0.7578	0.75786
	120	0.75824	0.75779	0.75779	0.75782	0.75779	0.75784	0.7578	0.75781	0.75781	0.75781	0.7578	0.75779	0.75792
0.3	20	0.86756	0.86699	NA	0.86688	0.867	0.86703	NA	NA	NA	NA	0.86688	0.86691	NA
	40	0.86743	0.86688	0.86694	0.86687	0.86687	0.86712	0.86688	0.86707	0.86696	0.86692	0.86687	0.86687	0.86689
	80	0.86713	0.86691	0.86725	0.8669	0.86688	0.86687	0.8669	0.86687	0.86689	0.86694	0.86688	0.86687	0.86687
	120	0.86769	0.86687	0.86687	0.86691	0.86687	0.867	0.86689	0.86689	0.86691	0.86692	0.86688	0.86688	0.86694

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.5.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.975 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.975 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	0.73967	0.73983	NA	0.7402	0.73966	0.73984	NA	NA	NA	NA	0.73967	0.73986	NA
	40	0.7397	0.73967	0.73973	0.73975	0.73981	0.73966	0.73966	0.73987	0.73969	0.73966	0.73967	0.73972	0.73979
	80	0.73984	0.73967	0.73968	0.7397	0.73967	0.73967	0.73969	0.73973	0.73989	0.73966	0.73966	0.73967	0.73972
	120	0.7397	0.73967	0.73967	0.73979	0.73977	0.73966	0.7397	0.73972	0.73967	0.73966	0.73966	0.73967	0.73967
0.1	20	0.72791	0.72795	NA	0.72781	0.7279	0.72792	NA	NA	NA	NA	0.7278	0.72791	NA
	40	0.72806	0.72773	0.72777	0.72774	0.72775	0.72789	0.72773	0.72785	0.7279	0.72774	0.72773	0.72778	0.72774
	80	0.72781	0.72773	0.72773	0.72774	0.72773	0.72774	0.72774	0.72782	0.72774	0.72777	0.72773	0.72773	0.72775
	120	0.72802	0.72774	0.72774	0.72774	0.72775	0.72773	0.72775	0.72782	0.72773	0.72773	0.72774	0.72773	0.72777
0.2	20	0.79123	0.79119	NA	0.79093	0.79112	0.79112	NA	NA	NA	NA	0.79097	0.7911	NA
	40	0.79138	0.79094	0.79101	0.79093	0.79095	0.79117	0.79093	0.79117	0.79097	0.79094	0.79093	0.79096	0.79093
	80	0.79113	0.79093	0.791	0.79093	0.79093	0.79093	0.79093	0.79098	0.79095	0.79095	0.79093	0.79093	0.79096
	120	0.7915	0.79095	0.79093	0.79094	0.79095	0.79095	0.79097	0.79098	0.79093	0.79093	0.79093	0.79093	0.79101
0.3	20	0.90507	0.90441	NA	0.90423	0.90442	0.90446	NA	NA	NA	NA	0.90426	0.9043	NA
	40	0.90492	0.90423	0.90426	0.90424	0.90423	0.90439	0.90423	0.90451	0.90427	0.90425	0.90423	0.90423	0.90423
	80	0.90458	0.90424	0.9045	0.90423	0.90423	0.90423	0.90423	0.90424	0.90427	0.90426	0.90423	0.90423	0.90423
	120	0.90521	0.90424	0.90423	0.90424	0.90423	0.9043	0.90427	0.90428	0.90424	0.90424	0.90423	0.90423	0.90426

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.6.1 เปรียบเทียบค่า Variance ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

Variance of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1.09856	1.09874	NA	1.0994	1.09854	1.09873	NA	NA	NA	NA	1.09854	1.09883	NA
	40	1.09857	1.09854	1.09866	1.0987	1.09874	1.09854	1.09854	1.09878	1.09856	1.09853	1.09854	1.09859	1.09875
	80	1.09875	1.09853	1.09854	1.09861	1.09854	1.09854	1.09856	1.09862	1.09891	1.09854	1.09853	1.09853	1.09864
	120	1.09856	1.09854	1.09855	1.09873	1.09868	1.09854	1.09857	1.09861	1.09854	1.09854	1.09853	1.09854	1.09855
0.1	20	1.00554	1.0056	NA	1.00558	1.00556	1.00557	NA	NA	NA	NA	1.00544	1.00555	NA
	40	1.00572	1.00541	1.00551	1.00545	1.00539	1.00574	1.0054	1.00548	1.00575	1.00539	1.0054	1.0054	1.00539
	80	1.00543	1.00539	1.00541	1.00544	1.0054	1.00544	1.00539	1.00545	1.00539	1.00551	1.0054	1.00543	1.00547
	120	1.00566	1.00539	1.00544	1.00545	1.00539	1.00541	1.00539	1.00546	1.00539	1.0054	1.00543	1.00539	1.00552
0.2	20	1.11326	1.11322	NA	1.11295	1.11316	1.11313	NA	NA	NA	NA	1.11297	1.11312	NA
	40	1.11343	1.113	1.11311	1.11294	1.11295	1.1134	1.11294	1.11318	1.11304	1.11299	1.11294	1.11295	1.11294
	80	1.11313	1.11295	1.11311	1.11298	1.11294	1.11294	1.11294	1.11297	1.11295	1.11303	1.11294	1.11297	1.11304
	120	1.11358	1.11294	1.11294	1.11298	1.11294	1.11302	1.11296	1.11298	1.11298	1.11297	1.11295	1.11294	1.11313
0.3	20	1.27431	1.2735	NA	1.27333	1.27354	1.27356	NA	NA	NA	NA	1.27334	1.27338	NA
	40	1.27411	1.27333	1.27341	1.27332	1.27332	1.27367	1.27333	1.27362	1.27344	1.27339	1.27332	1.27332	1.27334
	80	1.27367	1.27339	1.27386	1.27336	1.27333	1.27332	1.27336	1.27332	1.27334	1.27343	1.27333	1.27332	1.27332
	120	1.27447	1.27332	1.27332	1.27337	1.27332	1.27351	1.27334	1.27336	1.27337	1.27339	1.27333	1.27333	1.27342

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ตารางที่ ข.4.6.2 เปรียบเทียบค่า MSE ของการประมาณค่าควอนไทล์ ที่ 0.99 ของการแจกแจง LOG (0,1) ของวิธี MLE, GEและGEPD

MSE of 0.99 th Quantile														
p	n	MLE	GE	GEPDt5	GEPDt10	GEPDk4	GEPDk6	GEPDk8	GEPDt5k4	GEPDt5k6	GEPDt5k8	GEPDt10k4	GEPDt10k6	GEPDt10k8
0	20	1.10901	1.10925	NA	1.10978	1.10901	1.10924	NA	NA	NA	NA	1.109	1.10934	NA
	40	1.10905	1.109	1.10909	1.10912	1.10925	1.109	1.109	1.1093	1.10904	1.109	1.10901	1.10908	1.10917
	80	1.10925	1.109	1.10902	1.10905	1.10901	1.109	1.10904	1.10911	1.10931	1.109	1.109	1.109	1.10908
	120	1.10904	1.10901	1.109	1.10916	1.10919	1.109	1.10906	1.1091	1.10901	1.109	1.109	1.10901	1.10901
0.1	20	1.08047	1.08054	NA	1.0803	1.08049	1.0805	NA	NA	NA	NA	1.08033	1.08049	NA
	40	1.08069	1.0802	1.08025	1.08022	1.08024	1.08043	1.0802	1.08039	1.08043	1.08023	1.0802	1.08026	1.08022
	80	1.08032	1.0802	1.0802	1.08022	1.0802	1.08021	1.08022	1.08035	1.08021	1.08026	1.0802	1.08021	1.08023
	120	1.08062	1.08023	1.08021	1.08022	1.08023	1.0802	1.08024	1.08035	1.08021	1.0802	1.08021	1.08021	1.08026
0.2	20	1.16709	1.16705	NA	1.16664	1.16697	1.16693	NA	NA	NA	NA	1.16672	1.16692	NA
	40	1.16729	1.16666	1.16674	1.16664	1.16668	1.16697	1.16664	1.167	1.16669	1.16666	1.16664	1.16668	1.16664
	80	1.16693	1.16664	1.16674	1.16665	1.16664	1.16665	1.16665	1.16672	1.16668	1.16668	1.16664	1.16664	1.16668
	120	1.16746	1.16667	1.16664	1.16665	1.16667	1.16667	1.16671	1.16673	1.16665	1.16665	1.16664	1.16664	1.16675
0.3	20	1.33419	1.33326	NA	1.33297	1.33331	1.33333	NA	NA	NA	NA	1.33304	1.3331	NA
	40	1.33397	1.33297	1.33301	1.33299	1.33298	1.3332	1.33297	1.3334	1.33303	1.333	1.33299	1.33297	1.33297
	80	1.33347	1.33299	1.33337	1.33298	1.33297	1.33298	1.33298	1.333	1.33304	1.33302	1.33297	1.33297	1.33298
	120	1.33437	1.333	1.33297	1.33299	1.33298	1.33308	1.33304	1.33307	1.33299	1.333	1.33297	1.33297	1.33301

หมายเหตุ : ในกรณี q = 0.05 หรือ K = 8 จะไม่มีการทดลองที่ n = 20

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวประภาศิริ สุนทรศิริเวช เกิดวันที่ 23 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2526 ที่อำเภอท่ามะกา จังหวัดกาญจนบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2548 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต (สต.ม.) สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา2553