หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

การเปรียบเทียบ k ประชากรกับประชากรควบคุม

2.1 การแจกแจงที่เกี่ยวกับการวิจัย

การเลือกประชากรที่ดีบางประชากรจากทั้งหมด k ประชากร โดยการเปรียบเทียบ k ประชากรกับประชากรควบคุม โดยพิจารณาจากพารามิเตอร์ของประชากรที่มีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ (two-parameter exponential distribution) ด้วยพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง (location parameter) ที่ไม่ทราบค่าและพารามิเตอร์แสดงสเกล (scale parameter) ที่มีค่าเท่ากันในทุกประชากรแต่ไม่ทราบค่า จะทำการเปรียบเทียบพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งที่ไม่ทราบค่าของ k ประชากรกับประชากรควบคุมหรือประชากรมาตรฐาน โดยการหาช่วงความเชื่อมั่นร่วมของความแตกต่างระหว่างพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของ k ประชากรกับพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของประชากรควบคุม (simultaneous confidence intervale for all distances from control) ซึ่งวิธีการเลือกนี้ Dunnett (1955), Paulson (1952) ได้เสนอไว้ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ (nonmal distribution) และการแจกแจงแบบทวินาม (binamial distritution)

กำหนดให้ π_0 แทนประชากรควบคุมหรือประชากรมาตรฐานและ π_i;i=1,...,k แทนประชากร k ประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน (independent and identically distribution) ด้วยการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ มี θ_i; i= 0,1,...,k เป็นพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง ซึ่งโดยทั่วไปทราบว่าพารามิเตอร์นี้มักจะแสดงถึงอายุการใช้งาน และ σ เป็นพารามิเตอร์แสดงสเกลหรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ในการวิจัยครั้งนี้จะให้พารามิเตอร์แสดงตำแหน่งแตกต่างกันเพียงอย่างเดียว

ให้ X_{ij} เป็นตัวแปรสุ่มที่ j จากประชากร π_i ; j = 1,2,...,n, i = 0,1,...,k ซึ่งเป็นอิสระต่อกันด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็น (probability density function : pdf) ดังนี้

$$f(X_i;\theta_i,\sigma) = 1/\sigma.\exp\left[-(X-\theta_i)/\sigma\right] \quad ; \quad X>\theta_1 \; , \sigma>0 \; ;$$

$$= 0 \qquad ; \quad \text{อื่น ๆ}$$

กำหนดให้ $Y_i = \min(X_1,X_2,\ldots,X_{n_i})$; $i = 0,1,\ldots,k$

เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งซึ่ง y_i เป็นตัวสถิติอันดับหนึ่ง (first order statistics) ของการสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากร π_i ; $i = 0,1,\ldots,k$

ดังนั้น y_i จะมีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล 2 พารามิเตอร์ โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังนี้

$$g(y\;;\;\theta_i,\sigma) = n/\sigma.\exp\left[-n(y-\theta_i)/\sigma\right] \; ; \; y>\theta_i \; ,\sigma>0$$

$$= 0 \qquad ; \; \text{อื่น ๆ}$$

ให้ $\hat{\sigma}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดเสมอ (uniformly minimum variance unbiased estimators : UMVUE) ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (พารามิเตอร์แสดงสเกล) โดยที่

$$\hat{\sigma} = \sum_{i=0}^{k}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij}-y_i)/(k+1)(n-1)$$

จะมีการแจกแจงแบบแกมมา (gamma distribution) ด้วยพารามิเตอร์ $(v, \sigma/v)$ $v = (k+1)(n-1)$ และ X_{ij} เป็นค่าสังเกตที่ j จากประชากรที่ i ; $j = 1,2,\ldots,n$, $i = 0,1,\ldots,k$

ถ้าให้ $Z_i = n(y_i - \theta_i)/\sigma$; $i = 0,1,\ldots,k$

ดังนั้น Z_i เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน (independent and identically distribution) ซึ่งมีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียลมาตรฐาน (standard exponential distribution) ด้วยฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$f(Z_i) = \exp\left[- Z_i\right] \quad ; \quad Z_i > 0$$

$$= 0 \quad ; \quad \text{อื่น ๆ}$$

กำหนดให้ $t_i = Z_i - Z_o \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k$

$$t_o = Z_o$$

$$\therefore Z_i = t_i + t_o$$

ดังนั้น

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วม (joint probability function) ของ Z_i และ Z_o คือ

$$f(Z_i , Z_o) = \exp\left[-(Z_i + Z_o)\right] \quad ; \quad Z_i , Z_o > 0$$

$$= 0 \quad ; \quad \text{อื่น ๆ}$$

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วม (joint probability function) ของ t_i และ t_o คือ

$$g(t_i, t_o) = \exp\left[-(t_i + t_o) - t_o\right] \quad ; \quad -\infty < t_i < \infty ,$$

$$-t_i < t_o \text{ และ } t_o > 0$$

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปร t_i คือ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$g(t_i) = \int_{-t_i}^{\infty} e^{-(t_i+2t_o)} \, dt_o$$

$$= \frac{1}{2} e^{t_i} \qquad ; \ -\infty < t_i < o$$

$$= \int_{o}^{\infty} e^{-(t_i+2t_o)} \, dt_o$$

$$= \frac{1}{2} e^{-t_i} \qquad ; \ -o < t_i < \infty$$

$$\therefore\ g(t_i) = \frac{1}{2} e^{-|t_i|} \qquad ; \ t_i \, \varepsilon(-\infty,\infty)$$

กำหนดให้ตัวแปร $u = \hat{\sigma}/\sigma$ ซึ่งมีการแจกแจงแบบแกมมา (gamma distribution) ด้วยพารามิเตอร์ $(v,1/v)$ เมื่อ $v = (k+1)(n-1)$

ให้ $R_i = t_i/u$; $i = 1,2,\ldots,k$ เมื่อ t_i และ u เป็นอิสระต่อกัน

$s = u$

โดยวิธีการแปลง (transformation) ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม R_i คือ

$$f(R_i) = \int_{o}^{\infty} g(R_i \, . \, s).h(s) \, |s| \, ds$$

$$= \int_{o}^{\infty} \frac{1}{2} \exp\left[-\,|R_i \, . \, s|\right] . \frac{v^v}{\Gamma(v)} s^{v-1} e^{-vs} .sds$$

$$= \frac{v^v}{2\Gamma(v)} \cdot \frac{1}{(v+|R_i|)^{v+1}} \int_{o}^{\infty} A^v e^{-A} \, dA \quad ; \ A = s(v+|R_i|)$$

$$= \frac{v^v}{2\Gamma(v)} \cdot \frac{\Gamma(v+1)}{(v+|R_i|)^{v+1}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[1+\frac{|R_i|}{v}\right]^{-(v+1)} \qquad ; \quad R_i \in (-\infty, \infty)$$

2.2 การหาค่า percentage points ของ R_i

การเลือกประชากรที่ดีโดยการเปรียบเทียบกับประชากรควบคุม จะนำค่า percentage points ของตัวแปรสุ่ม R_i ซึ่งเป็นค่าคงที่ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นร่วมของความแตกต่างระหว่าง θ_i กับ θ_o เพื่อการตัดสินใจเลือกประชากรที่ดีกว่าประชากรควบคุม

การคำนวณหาค่า percentage points แบ่งได้เป็น 2 กรณีคือ

2.2.1 การหาค่า lower percentage points $c_{(n,k,p^*)}$ โดยที่ค่า $c_{(n,k,p^*)}$ เป็นค่าที่ทำให้

$$Pr\left[R_i \geq -c_{(n,k,p^*)} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right] = P^*$$

เมื่อ P^* $\left(\frac{1}{k+1} < P^* < 1\right)$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นร่วมที่กำหนดให้

วิธีทำ

$$Pr\left[R_i \geq -c_{(n,k,p^*)} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

$$Pr\left[\frac{Z_i-Z_o}{u} \geq -c_{(n,k,p^*)} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

$$Pr\left[Z_i-Z_o \geq -u.\,c_{(n,k,p^*)} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

$$Pr\left[Z_i \geq Z_o - u.c_{(n,k,p^*)} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

ให้ $c_1 = c_{(n,k,p^*)}$ ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าได้จากสมการ

$$Pr\left[Z_i \geqslant Z_o - c_1 u \quad ; i = 1,2,\ldots,k\right]$$

$$= {}_o\int^{\infty} \left\{ {}_o\int^{c_1 u} f(Z_o)\, dZ_o + \int_{c_1 u}^{\infty} \left[1 - F(Z_o - c_1 u)\right]^k f(Z_o) dZ_o \right\} h(u) du$$

............(2.1)

เมื่อ

$F(.)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม (cumulative distribution function)

$f(Z_o)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเอกซโพเนนเชียลมาตรฐาน (standard exponential random variable)

$h(u)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแกมมา

จาก (2.1)

$$\int_o^{c_1 u} f(Z_o)\, dZ_o = \int_o^{c_1 u} e^{-Z_o}\, dZ_o$$

$$= \left[1 - e^{-c_1 u}\right] \qquad \text{.......... (2.2)}$$

$$\int_{c_1 u}^{\infty} \left[1 - F(Z_o - c_1 u)\right]^k f(Z_o)\, dZ_o = \int_{c_1 u}^{\infty} e^{-k(Z_o - c_1 u)} \cdot e^{-Z_o}\, dZ_o$$

$$= - e^{-kc_1 u} \int_{c_1 u}^{\infty} e^{-Z_o(k+1)}\, d(-Z_o)$$

$$= \frac{1}{k+1} \cdot e^{-c_1 u} \qquad \text{........(2.3)}$$

แทนค่าสมการที่ (2.2), (2.3) ในสมการที่ (2.1) มีค่าเท่ากับ

$$= \int_0^\infty \{ [1 - e^{-c_1 u}] + \frac{1}{k+1} e^{-c_1 u} \} \; h(u) \, du$$

$$= \int_0^\infty [1 - \frac{k}{k+1} e^{-c_1 u}] \; h(u) \, du$$

$$= \int_0^\infty h(u) \, du - (\frac{k}{k+1}) \int_0^\infty e^{-c_1 u} \frac{v^v}{\Gamma(v)} \cdot u^{v-1} e^{-vu} \, du$$

$$= 1 - \frac{k}{k+1} \frac{v^v}{\Gamma(v)} \int_0^\infty u^{v-1} e^{-v(v+c_1)} \, du$$

$$= 1 - \frac{k}{k+1} \cdot \frac{v^v}{\Gamma(v)} \cdot \frac{1}{(v+c_1)^v} \int_0^\infty A^{v-1} e^{-A} \, dA \quad ; \quad A = u(v+c_1)$$

$$= 1 - (\frac{k}{k+1}) \cdot (1 + \frac{c_1}{v})^{-v}$$

การหาค่า c_1 ทำได้โดยการกำหนดให้

$$Pr[R_i \geqslant -c_1 \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k] \quad = \quad P^*$$

สำหรับค่า P^* ($\frac{1}{k+1} < P^* < 1$) , k และ n ที่กำหนดให้ ดังนั้น

$$c_1 \quad = \quad v \{ [\frac{k+1}{k} \; (1-P^*)]^{-1/v} - 1\} \quad ; \quad v = (k+1)(n-1)$$

2.2.2 ค่า upper percentage points $c_{(n,k,p^*)}$ โดยที่ค่า $c_{(n,k,p^*)}$ เป็นค่าที่ทำให้

$$Pr \; [R_i \leqslant c_{(n,k,p^*)} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k \;] \quad = \quad P^*$$

เมื่อ P^* ($\frac{1}{k+1} < P^* < 1$) เป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดให้

<u>วิธีทำ</u>

$$Pr\left[R_i \leq c_{(n,k,p^*)} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

$$Pr\left[\frac{Z_i - Z_o}{u} \leq c_{(n,k,p^*)} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

$$Pr\left[Z_i - Z_o \leq u.\, c_{(n,k,p^*)} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

$$Pr\left[Z_i \leq Z_o + u_i\, c_{(n,k,p^*)} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right]$$

ให้ $c_2 = c_{(n,k,p^*)}$ ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าได้จากสมการ

$$Pr\left[Z_i \leq Z_o + c_2 u \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right] = \int_o^\infty \int_o^\infty F^k(Z_o + c_2 u) f(Z_o)\, dZ_o\, h(u)\, du \qquad \ldots\ldots\ldots(2.4)$$

เมื่อ

$F(.)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม (cumulative distribution function)

$f(Z_o)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเอกซโพเนนเชียลมาตรฐาน (standard exponential random variable)

$h(u)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแกมม่า

จาก (2.4)

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$F^{k}(Z_o+c_2u) = \left[\int_o^{Z_o+c_2u} f(Z_o)\,dZ_o\right]^{k}$$

$$= \left[1 - e^{-(Z_o-c_2u)}\right]^{k}$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} (-1)^{i}\left[\frac{k!}{i!(k-i)!}\right] e^{-i(Z_o+c_2u)}$$

$$\therefore \quad = \int^{\infty} F^{k}(Z_o+c_2u)\, f(Z_o)\,dZ_o$$

$$= \int_o^{\infty}\left\{1+ \sum_{i=1}^{k} (-1)^{i} \frac{k!}{i!(k-i)!} e^{-i(Z_o+c_2u)}\right\} e^{-Z_o}\, dZ_o$$

$$= \int_o^{\infty} e^{-Z_o}\, dZ_o + \sum_{i=1}^{k} (-1)^{i} \frac{k!}{i!(k-i)!} e^{-i(Z_o+c_2u)} \int_o^{\infty} e^{-Z_o}\, dZ_o$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^{i}}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} e^{-ic_2u} \qquad \ldots\ldots.(2.5)$$

แทนค่าสมการที่ (2.5) ในสมการที่ (2.4) มีค่าเท่ากับ

$$\int_o^{\infty}\left\{1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^{i}}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} e^{-ic_2u}\right\} h(u)\, du$$

$$= \int_0^\infty h(u)du + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} \int_0^\infty e^{-ic_2 u} h(u)\, du$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} \int_0^\infty e^{-ic_2 u} \frac{v^v}{\Gamma(v)} u^{v-1} e^{-uv} du$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} \frac{v^v}{\Gamma(v)} \int_0^\infty u^{v-1} e^{-u(v+ic_2)} du$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} \frac{v^v}{\Gamma(v)} \cdot \frac{1}{(v+c_2)^v} \int_0^\infty A^{v-1} e^{-A} dA$$

$$; A = u(v+ic_2)$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} \frac{v^v}{\Gamma(v)} \frac{\Gamma(v)}{(v+ic_2)^v}$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \frac{k!}{i!(k-i)!} (1+ \frac{ic_2}{v})^{-v}$$

$$= 1 + \sum_{i=1}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \binom{k}{i} (1 + \frac{ic_2}{v})^{-v}$$

การหาค่า c_2 ทำได้โดยการกำหนดให้

$$Pr\left[R_i \le c_2 \;\; ; \;\; i = 1,2,\ldots,k\right] = P^*$$

นั่นคือ

$$\sum_{i=0}^{k} \frac{(-1)^i}{(i+1)} \binom{k}{i} (1 + \frac{ic_2}{v})^{-v} = P^*$$

ดังนั้น c_2 หาได้โดยวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) สำหรับค่า P^* ($\frac{1}{k+1} < P^* < 1$) , k และ n ที่กำหนดให้

2.3 <u>การหาช่วงความเชื่อมั่นรวมของพารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง</u> (Simultaneous confidence intervals of the location parameter)

การหาขอบเขตความเชื่อมั่นบน (upper confidence limits) และขอบเขตความเชื่อมั่นล่าง (lower confidence limits) ของ R_i ; $i = 1,2,\ldots,k$

เมื่อ $R_i \quad = n\left[(y_i - \theta_1) - (y_o - \theta_o)\right] / \hat{\sigma}$

และ $\hat{\sigma}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำสุดเสมอ (uniformly minimum variance unbiased estimators: UMVUE) ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ

2.3.1 การหาขอบเขตความเชื่อมั่นล่างของความแตกต่างระหว่าง θ_i กับ θ_o ; $i = 1,2,\ldots,k$ ที่ทำให้ความน่าจะเป็นมีค่าเท่ากับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นร่วม (P^*) กำหนด คือ

$$Pr\left[\theta_i - \theta_o \geq y_i - y_o - c_2 \frac{\hat{\sigma}}{n} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k\right] \quad = P^*$$

ซึ่งขอบเขตความเชื่อมั่นล่างของความแตกต่างระหว่าง θ_i กับ θ_o คือ

$$y_i - y_o - c_2 \cdot \frac{\hat{\sigma}}{n} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,k$$

2.3.2 การหาขอบเขตความเชื่อมั่นบนของความแตกต่างระหว่าง θ_i กับ θ_o ; $i = 1,2,\ldots,k$ ที่ทำให้ความน่าจะเป็นมีค่าเท่ากับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นร่วม (P^*) ที่กำหนดคือ

$$Pr\left[\theta_i - \theta_o \leq y_i - y_o + c_1 \cdot \frac{\hat{\sigma}}{n} \; ; \; i = 1,2,\ldots,k\right] \quad = P^*$$

ซึ่งขอบเขตความเชื่อมั่นบนของความแตกต่างระหว่าง θ_i กับ θ_o คือ

$$y_i - y_o + c_1 \cdot \frac{\hat{\sigma}}{n} \qquad ; \quad i = 1,2,\ldots,k$$

2.4 การเลือกประชากรที่ดีกว่าประชากรควบคุม (On selection population bettet than a control population)

ในการเลือกประชากรที่ดีโดยการเปรียบเทียบ k ประชากรกับประชากรควบคุม จะพิจารณาเซ็ทของความเป็นไปได้ของการตัดสินใจเลือกที่มี k+1 วิธีการซึ่งจะเป็นไปตามวิธีการ (procedure) D คือ

D_o : การเลือกประชากรควบคุม π_o เป็นประชากรที่ดี

D_i : การเลือกประชากรที่ i ; i = 1,2,...,k ถ้ามีประชากรที่ i เพียงประชากรเดียวที่ดีกว่าประชากรควบคุม

$D_{i.j}$: การเลือกประชากรที่ i และ ประชากรที่ j ; $i \neq j$ (i,j = 1,2,...,k) ถ้ามีประชากรที่ i และ ประชากรที่ j เพียง 2 ประชากรที่ดีกว่าประชากรควบคุม โดยไม่เรียงลำดับ

:

:

$D_{1,2,\ldots,k}$: การเลือกประชากรทั้งหมด k ประชากร ถ้าทุก ๆ ประชากรที่ดีกว่าประชากรควบคุม

เกณฑ์ที่นำมาใช้ในการเลือกประชากรที่ดีแบ่งเป็นดังนี้

2.4.1 การตัดสินใจเลือกประชากรที่มีค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งมากกว่าค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของประชากรควบคุม ว่าเป็นประชากรที่ดีโดยการพิจารณาจากขอบเขตความเชื่อมั่นล่างคือ

จาก $\theta_i - \theta_o \geqslant y_i - y_o - c_2 . \hat{\sigma}/n$

ซึ่ง ประชากรที่ i ; i = 1,2,...,k จะมีค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งมากกว่าค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของประชากรควบคุมคือ $\theta_i > \theta_o$ ก็ต่อเมื่อ $Y_i - y_o - c_2 . \hat{\sigma}/n \geqslant 0$

016408

ดังนั้นเกณฑ์การตัดสินใจเลือกจะเป็นดังนี้

(1) ยอมรับว่าประชากรควบคุมเป็นประชากรที่ดี (D_o) ก็ต่อเมื่อ

$y_i - y_o < c_2 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่าของ i ; $i = 1,2,...,k$

(2) ยอมรับว่าประชากรที่ i ; $i = 1,2,...,k$ เพียงประชากรเดียวที่ดีกว่าประชากรควบคุม (D_1) ก็ต่อเมื่อ $y_i - y_o \geqslant c_2 \cdot \hat{\sigma}/n$ และ $y_j - y_o < c_2 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่า $j \neq i$; $i,j = 1,2,...,k$

(3) ยอมรับว่าประชากรที่ i และประชากรที่ j ; $i \neq j$ $(i, j = 1,2,...,k)$ ดีกว่าประชากรควบคุม โดยไม่เรียงลำดับ (D_{ij}) ก็ต่อเมื่อ $y_i - y_o \geqslant c_2 \cdot \hat{\sigma}/n$, $y_j - y_o \geqslant c_2 \cdot \hat{\sigma}/n$ และ $y_l - y_o < c_2 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่า $l \neq i$ หรือ j ; $i , j, l = 1,2,...,k$

:

:

(k+1) ยอมรับว่าประชากรทั้งหมด k ประชากรดีกว่าประชากรควบคุม ($D_{1,2,...,k}$) ก็ต่อเมื่อ $y_i - y_o \geqslant c_2 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่าของ i ; i $1,2,...,k$
โดยที่ c_2 ได้จากการกำหนดให้

$$Pr\left[R_i \leq c_2 ;\ i = 1,2,...,k \right] = P^*$$

2.4.2 การตัดสินใจเลือกประชากรที่มีค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งน้อยกว่าค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของประชากรควบคุม ว่าเป็นประชากรที่ดีโดยการพิจารณาจากขอบเขตความเชื่อมั่นบนคือ

จาก $\theta_i - \theta_o \leq y_i - y_o + c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$
ซึ่ง ประชากรที่ i ; $i = 1,2,...,k$ จะมีค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งน้อยกว่าค่าพารามิเตอร์แสดงตำแหน่งของประชากรควบคุมคือ $\theta_i < \theta_o$ ก็ต่อเมื่อ $y_i - y_o + c_1 \cdot \hat{\sigma}/n \leqslant 0$

ดังนั้นเกณฑ์การตัดสินใจเลือกจะเป็นดังนี้

(1) ยอมรับว่าประชากรควบคุมเป็นประชากรที่ดี (D_o) ก็ต่อเมื่อ

$y_i - y_o > - c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่าของ i ; $i= 1,2,\ldots,k$

(2) ยอมรับว่าประชากรที่ i ; $i = 1,2,\ldots,k$ ประชากรเดียวที่ดีกว่าประชากรควบคุม (D_i) ก็ต่อเมื่อ $y_i - y_o \leqslant - c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$ และ

$y_j - y_o > - c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่า $i \neq j$; $i,j = 1,2,\ldots,k$

(3) ยอมรับว่าประชากรที่ i และประชากรที่ j ; $i \neq j$ ($i,j = 1,2,\ldots,k$) ดีกว่าประชากรควบคุม โดยไม่เรียงลำดับ (D_{ij}) ก็ต่อเมื่อ

$y_i - y_o \leqslant - c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$, $y_j - y_o \leqslant - c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$ และ

$y_l - y_o > - c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่า $l \neq i$ หรือ j ; $i, j, l = 1,2,\ldots,k$

: :

(k+1) ยอมรับว่าประชากรทั้งหมด k ประชากรดีกว่าประชากรควบคุม ($D_{1,2\ldots,k}$) ก็ต่อเมื่อ $y_i - y_o \leqslant - c_1 \cdot \hat{\sigma}/n$ สำหรับทุก ๆ ค่าของ i ; $i = 1,2,\ldots,k$

โดยที่ c_1 ได้จากการกำหนดให้

$$\Pr\left[R_i \geqslant - c_i \; ; i = 1,2,\ldots,k\right] = P^*$$