

การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงข่ายสามมิติที่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น

นายอิมรอน หะยียูโซะ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)

are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

NONLINEAR ANALYSIS OF SPACE TRUSSES CONSIDERING INITIAL IMPERFECTION

Mr. Imron Hayiyusoh

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงข่ายหมุนสามมิติที่พิจารณาความไม่สมบรูณ์ตั้งต้น
โดย	นายอิมรอน หะยีฮูไซะ
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิตถากร

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศศิริวงค์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิตถากร)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สายันต์ ศิริมนตรี)

อิมรอน หะยียูโซะ : การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงขัอมุมสามมิติที่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น. (NONLINEAR ANALYSIS OF SPACE TRUSSES CONSIDERING INITIAL IMPERFECTION.) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร. วัฒนชัย สมิทธากร 67 หน้า.

ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นในโครงสร้างเป็นสิ่งที่ไม่หลีกเลี่ยงได้ยากในการก่อสร้างจริงและไม่สามารถคาดการณ์ได้ล่วงหน้า ส่งผลให้พฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงในโครงสร้างไม่เป็นไปตามที่ได้สมมุติไว้ และอาจเกิดพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นขึ้น นั่นคือการเสียรูปที่เกิดขึ้นจะทำให้โครงสร้างเสียสมดุลได้เร็วขึ้นและกำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่มีค่าลดลง ซึ่งหมายถึงสัดส่วนความปลอดภัยนั้นลดลง ดังนั้นเพื่อที่จะสามารถวิเคราะห์พฤติกรรมดังกล่าวของโครงสร้างได้อย่างถูกต้องแม่นยำมากขึ้น วิทยานิพนธ์นี้จึงเสนอ การวิเคราะห์โครงขัอมุมสามมิติแบบไร้เชิงเส้นที่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทั้งจากความโค้งตั้งต้น (out-of-straightness) และพิคัดไม่ตรงจุด (out-of-plumbness) คุณสมบัติทางวัสดุใช้แบบเส้นตรงสองเส้น (bilinear) การวิเคราะห์จะคำนวณด้วยระเบียบวิธีการควบคุมน้ำหนักบรรทุก (load control) และระเบียบวิธีการควบคุมการเสียรูป (displacement control) ในการหาค่ากำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติของโครงสร้าง

ผลจากการวิเคราะห์โครงสร้างกรณีศึกษาด้วยวิธีการที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้พบว่าสามารถวิเคราะห์พฤติกรรมได้ใกล้เคียงงานวิจัยในอดีต ทั้งกรณีโครงสร้างสมบูรณ์และโครงสร้างมีความโค้งตั้งต้น และเมื่อทำการวิเคราะห์กรณีศึกษาโครงสร้างสะพานลอยพบว่าถ้าพิจารณาความโค้งตั้งต้นของชิ้นส่วนขนาด $L/1,000$ (ตามมาตรฐาน AISC) น้ำหนักบรรทุกวิกฤติจะลดลงร้อยละ 12.20 เทียบกับโครงสร้างสมบูรณ์ และหากพิจารณาพิคัดไม่ตรงจุดตั้งต้นด้วยการสุ่มขนาดไม่เกิน $L/500$ (ตามมาตรฐาน AISC) ร่วมด้วย น้ำหนักบรรทุกวิกฤติจะลดลงอีกร้อยละ 1.16 โดยเฉลี่ย

ภาควิชา...วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่อนิสิต.....
 สาขาวิชา...วิศวกรรมโยธา..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
 ปีการศึกษา..2555.....

5270649421: MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS : NONLINEAR ANALYSIS / SPACE TRUSSES / INITIAL IMPERFECTION /
OUT-OF-STRAIGHTNESS / OUT-OF-PLUMBNESS

IMRON HAYIYUSOH: NONLINEAR ANALYSIS OF SPACE TRUSSES
CONSIDERING INITIAL IMPERFECTION. ADVISOR : ASST.PROF.
WATANACHAI SMITTAKORN, Ph.D., 67 pp

Initial imperfections in a structure are difficult to avoid and unable to predict in the real construction. Thus, the actual structural behavior deviates from that assumed, and nonlinear behavior can occur. That is, the deformation reaches an unstable point faster and the critical load is reduced. The factor of safety is then reduced. Therefore, in order to predict an accurate behavior of such a structure, this thesis proposes a nonlinear analysis of space trusses which considers effects from initial imperfections both out-of-straightness and out-of-plumbness. Properties of materials are defined as bilinear. Numerical analysis is based on a load control method and a displacement control method in determining the critical load resistance of the structure.

Results from analyzing structures in the case studies by the method developed in this research have shown a good agreement with previous researches, both in cases of perfect structures and structures with initial out-of-straightness. Also, in the case study of a pedestrian bridge, when the initial out-of-straightness of magnitude $L/1,000$ (according to AISC) is taken into account, the critical load of the structure is reduced by 12.20% compared to the perfect structure. Furthermore, with addition of initial out-of-plumbness randomly selected within the magnitude of $L/500$ (according to AISC), the critical load of the structure is further reduced by 1.16% in average

Department : CIVIL ENGINEERING Student's Signature

Field of Study : CIVIL ENGINEERING Advisor's Signature

Academic Year : 2012

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำงานวิจัยนี้ ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิททากร ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำแนะนำ และให้ความรู้ที่เป็นประโยชน์ ตลอดระยะเวลาการทำวิทยานิพนธ์ รวมถึงการตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์ จนสำเร็จลุล่วงไปอย่างสมบูรณ์ ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ซึ่งประกอบไปด้วย ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติศรี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี และรองศาสตราจารย์ ดร.สายนต์ ศิริมนตรี ซึ่งให้คำแนะนำ ตรวจสอบ แก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบคุณนายนันท์วัฒน์ โกสุมภ์สุวรรณค์ และนายธีรภัทร สิงห์ประเสริฐ ที่ช่วยแนะนำข้อมูลต่างๆ ในงานวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และญาติพี่น้อง ที่ได้ให้โอกาสและสนับสนุนในการศึกษาเล่าเรียน ตลอดจนเพื่อนๆ ที่ได้ให้กำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูป.....	ฎ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ.....	ฏ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา.....	1
1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	2
1.2.1 การวิเคราะห์โครงข่ายหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้น.....	2
1.2.2 ความไม่สมบูรณ์ดั้งต้น.....	8
1.3 วัตถุประสงค์.....	14
1.4 ขอบเขตงานวิจัย.....	14
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	15
2.1 หลักพื้นฐานการวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงกระทำแบบสถิต.....	15
2.2 การวิเคราะห์แบบเชิงเส้นด้วยวิธีการรวมสตีเฟนสโดยตรงของโครงข่ายหมุนสามมิติ.....	15
2.3 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงข่ายหมุนสามมิติ.....	18
2.3.1 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงข่ายหมุน.....	18
2.3.2 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ.....	19
2.4 ความไม่สมบูรณ์ดั้งต้น.....	21
2.4.1 ความไม่สมบูรณ์ของชิ้นส่วนที่มีความโค้งดั้งต้น.....	21
2.4.2 สตีเฟนสที่มีผลจากความโค้งดั้งต้น.....	23
2.4.3 แรงภายในที่มีผลจากความโค้งดั้งต้น.....	25
2.4.4 ความไม่สมบูรณ์ของพิกัดไม่ตรงจุดดั้งต้น.....	26

	หน้า
2.5 ระเบียบเชิงตัวเลข.....	26
2.5.1 ระเบียบวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก.....	27
2.5.2 ระเบียบวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง.....	28
2.6 การประเมินทางสถิติ.....	29
2.6.1 การกระจายแบบสมมาตร.....	29
2.6.2 การสรุปผลทางสถิติ.....	30
บทที่ 3 ขั้นตอนการคำนวณ.....	32
3.1 โปรแกรมสำหรับการพัฒนา.....	32
3.2 ขั้นตอนทำงานของโปรแกรม.....	33
3.2.1 ระเบียบวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก.....	33
3.2.2 ระเบียบวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง.....	35
3.2.3 การหาค่าแรงภายในเมื่อขึ้นส่วนมีโค้งตั้งต้น.....	37
3.2.4 การหาสถิติสแนสเมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น.....	37
บทที่ 4 กรณีศึกษา.....	38
4.1 เสาปลายยึดหมุน (Pin-ended column).....	38
4.2 ท็อกเกิลทรัส (Toggle truss).....	39
4.3 โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชิ้น (Twelve-bar space truss system).....	40
4.4 สตาร์โดม (Star dome).....	43
4.5 สะพานลอยข้อหมุนเมื่อมีความโค้งตั้งต้น.....	46
4.6 สะพานลอยข้อหมุนเมื่อมีความโค้งตั้งต้นและพิกัดไม่ตรงจุด.....	48
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	53
5.1 สรุปผลงานวิจัย.....	53
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	54
รายการอ้างอิง.....	55
ภาคผนวก.....	58

	หน้า
ภาคผนวก ก การคำนวณสถิติเฟนสเชิงเรขาคณิต.....	59
ภาคผนวก ข ผลเฉลยสมการอนุพันธ์ของชั้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น.....	64
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	67

สารบัญญัตราสาร

	หน้า
ตารางที่ 4.1 ขนาดหน้าตัดกรณี CS1 และ CS2.....	40
ตารางที่ 4.2 ขนาดหน้าตัดแต่ละชั้นส่วนของสะพานลอยโครงข้อหมุน.....	45
ตารางที่ 4.3 ผลวิเคราะห์น้ำหนักบรรทุกวิกฤติจากการสูมตัวอย่างความไม่สมบรูณ์ตั้ง ต้น.....	48
ตารางที่ 4.4 ข้อมูลทางสถิติกำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่จำนวนการสูม 20,000 ตัวอย่าง.....	50

สารบัญรูป

		หน้า
รูปที่ 1.1	ผลการวิเคราะห์สัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำกับการโก่งตัว toggle truss	3
รูปที่ 1.2	ผลจากอัตราส่วนความขลุ้ด Toggle truss	4
รูปที่ 1.3	ตัวอย่างการทดสอบ Toggle truss(ซ้าย) ผลการทดสอบที่สภาวะต่างๆ(ขวา)..	6
รูปที่ 1.4	ตัวอย่างโครงข้อหมุนและผลการวิเคราะห์.....	7
รูปที่ 1.5	ตัวอย่างสตาร์โดม.....	8
รูปที่ 1.6	ผลการวิเคราะห์สตาร์โดม.....	8
รูปที่ 1.7	กราฟแสดงผลระหว่างขนาดความไม่สมบรูณ์กับน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ,Loading Pattern a(ซ้าย) ,Loading Pattern b(ขวา).....	9
รูปที่ 1.8	แผนภูมิแห่งของน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ STAGR(บน) , ผลการทดสอบตัวอย่าง (ล่าง).....	10
รูปที่ 1.9	แบบจำลองเสา.....	11
รูปที่ 1.10	การทดสอบ(ซ้าย) ผลวิเคราะห์เทียบผลการทดสอบ(ขวา).....	12
รูปที่ 1.11	แสดงผลผลการวิเคราะห์จุดยอด(ซ้าย) แสดงผลผลการวิเคราะห์ 7 จุดทั้งหมด (ขวา).....	13
รูปที่ 2.1	การแปลงระบบพิกัดของโครงสร้าง.....	15
รูปที่ 2.2	แบบจำลองเหล็กแบบเส้นตรงสองเส้น.....	18
รูปที่ 2.3	แบบจำลองอีลาสติกโตพลาสติก.....	19
รูปที่ 2.4	แสดงการเสียรูปของชิ้นส่วนรับแรงอัด.....	20
รูปที่ 2.5	ลักษณะการเสียรูปชิ้นส่วนรับแรงอัดโครงข้อหมุน.....	22
รูปที่ 2.6	แสดงขนาดของพิกัดไม่ตรงจุดต่อตั้งต้น.....	25
รูปที่ 2.7	การคำนวณด้วยวิธีวิธีนิวตัน-ราฟสัน.....	26
รูปที่ 2.8	การคำนวณด้วยวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง.....	27
รูปที่ 2.9	การแจกแจงความน่าจะเป็นไม่ต่อเนื่องแบบยูนิฟอร์ม	29
รูปที่ 2.10	การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่องแบบยูนิฟอร์ม.....	30
รูปที่ 3.1	โครงสร้างคลาสของโปรแกรม JSM.....	31
รูปที่ 3.2	วิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก.....	33

รูปที่ 3.3	วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง.....	35
รูปที่ 3.4	การหาค่าแรงภายในเมื่อชิ้นส่วนมีโค้งตั้งต้น.....	36
รูปที่ 3.5	การหาสถิติสแนลเมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น.....	36
รูปที่ 4.1	ผลการวิเคราะห์เสาปลายยึดหมุน.....	38
รูปที่ 4.2	ท็อกเกิลทรัส.....	38
รูปที่ 4.3	ผลการวิเคราะห์ท็อกเกิลทรัส.....	39
รูปที่ 4.4	โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชิ้น.....	39
รูปที่ 4.5	ผลการวิเคราะห์สภาวะสมบูรณที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวตั้งที่จุด B.....	40
รูปที่ 4.6	ผลการวิเคราะห์สภาวะสมบูรณที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวราบที่จุด B.....	41
รูปที่ 4.7	ผลการวิเคราะห์เมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวตั้งที่จุด B.....	42
รูปที่ 4.8	ผลการวิเคราะห์เมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวราบที่จุด B.....	42
รูปที่ 4.9	สตาร์โดม.....	43
รูปที่ 4.10	ผลการวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกทุกกระทำที่จุดกึ่งกลางของโดม.....	44
รูปที่ 4.11	ผลวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกทุกกระทำที่จุดต่อทั้ง 7 จุด.....	44
รูปที่ 4.12	สะพานลอยโครงข้อหมุน	45
รูปที่ 4.13	ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงข้อหมุนแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและแบบไร้เชิงเส้นผสมที่สภาวะสมบูรณ.....	46
รูปที่ 4.14	ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงข้อหมุนแบบไร้เชิงเส้นผสมเปรียบเทียบระหว่างโครงสร้างสมบูรณและโครงสร้างมีความโค้งตั้งต้น.....	47
รูปที่ 4.15	ชิ้นส่วนที่วิบัติโดยการโก่งเดาะของสะพานลอยโครงข้อหมุน.....	47
รูปที่ 4.16	ผลการวิเคราะห์แบบสุ่มด้วยขนาดกลุ่มจำนวนตัวอย่างต่างๆ.....	49
รูปที่ 4.17	การกระจายค่ากำลังรับน้ำหนักบรรทุกทุกวิฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง..	49
รูปที่ 4.18	ความถี่น้ำหนักบรรทุกทุกวิฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง.....	50
รูปที่ 4.19	ความถี่สะสมน้ำหนักบรรทุกทุกวิฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง.....	51

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

$[]$	สัญลักษณ์ของเมทริกซ์
$[]^{-1}$	สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ผกผัน
$[]^T$	สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ทรานสโพส
$\{ \}$	สัญลักษณ์ของเวกเตอร์
A	หน้าตัดชิ้นส่วน
$\overline{d\Delta}$	การเปลี่ยนตำแหน่งจากน้ำหนักรรทุกอ้างอิง
$\overline{\overline{d\Delta}}$	การเปลี่ยนตำแหน่งจากน้ำหนักรรทุกไม่สมดุล
E, E_1	อีลาสติกของวัสดุ
E_2	อีลาสโตพลาสติกของวัสดุ
F	แรงภายใน
FL	เฟล็กซิบิลิตี้
I	โมเมนต์อินเนอร์เชียของหน้าตัด
k_e	สติฟเนสเชิงอีลาสติกชิ้นส่วน
K_E	สติฟเนสเชิงอีลาสติกโครงสร้าง
K_G	เมทริกซ์สติฟเนสเชิงเรขาคณิตโครงสร้าง
L^0	ความยาวชิ้นส่วนตั้งต้น
L	ความยาวชิ้นส่วน
ΔL	ความยาวที่เปลี่ยน
M_{int}	โมเมนต์ต้านทานภายใน
M_{max}	โมเมนต์ต้านทานสูงสุด
N^0	การแปลงพิกัดตั้งต้น
N	การแปลงพิกัด
P	น้ำหนักรรทุกภายนอก
P_{ref}	น้ำหนักรรทุกอ้างอิง
P_e	น้ำหนักรรทุกออยเลอร์
s	ระยะตามแนวโค้ง
$ToStep$	รอบการเพิ่มค่าคำนวณ
UBF	น้ำหนักรรทุกไม่สมดุล

y_0	ความโค้งตั้งต้นระยะใดๆ ของชิ้นส่วน
y	ความโค้งที่เปลี่ยนระยะใดๆ ของชิ้นส่วน
y_{total}	ความโค้งทั้งหมดระยะใดๆ ของชิ้นส่วน
δ_0	ความโค้งตั้งต้นระยะกึ่งกลางชิ้นส่วน
Δ_0	การเปลี่ยนตำแหน่งตั้งต้น
Δ	การเปลี่ยนตำแหน่งใดๆ
ε	ความเครียด
σ_{max}	ความเค้นสูงสุด
σ_y	ความเค้นจุดคราก
$d\lambda$	ค่าพารามิเตอร์ปรับแก้ที่เปลี่ยน
λ	ค่าพารามิเตอร์ปรับแก้
δu	การเสียรูปที่ต้องการ
i	รอบของเพิ่มค่า
j	รอบของการทำซ้ำ
k	ตำแหน่งดีกรีอิสระ
v	ค่าความหนาแน่นการสุ่ม
V	ค่าตัวแปรการสุ่ม

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมา

โครงข้อหมุนเป็นโครงสร้างที่นิยมและสำคัญทางวิศวกรรม พบได้บ่อยในโครงสร้าง เช่น โครงหลังคาหรือสะพาน เป็นต้น โครงข้อหมุนเป็นโครงสร้างที่เหมาะสมกับการใช้งานที่ต้องการช่วงความยาวระหว่างจุดรองรับที่มาก เป็นโครงสร้างที่ก่อสร้างได้ง่าย สามารถสร้างโครงสร้างที่มีขนาดใหญ่ด้วยการประกอบชิ้นส่วนที่ผลิตจากโรงงาน ทำให้ก่อสร้างได้สะดวกและรวดเร็ว ตลอดจนสามารถออกแบบโครงสร้างที่มีความโดดเด่นสวยงามได้

ในกรณีที่โครงสร้างต้องแบกรับน้ำหนักบรรทุกมาก โครงสร้างอาจมีพฤติกรรมการเสียรูปมากและแรงภายในของชิ้นส่วนอาจสูงถึงจุดคราก การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงสร้างจำเป็นต้องใช้การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นเพื่อจำลองพฤติกรรมของโครงสร้างให้เหมือนจริง โดยอาศัยวิธีการเสียรูปมาก ร่วมกับการจำลองพฤติกรรมวัสดุที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดแบบไร้เชิงเส้น นอกจากนี้ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการก่อสร้างยังส่งผลต่อพฤติกรรมของโครงสร้างได้อีกด้วย

การวิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุและทางเรขาคณิต การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุจะพิจารณาความเค้นและความเครียดของหน้าตัดที่เกินจุดครากของวัสดุเหล็กหรือการแตกร้าวของวัสดุคอนกรีต ทำให้เกิดความสัมพันธ์แบบไร้เชิงเส้น คุณสมบัติของวัสดุบางชนิดอาจจำลองพฤติกรรมเป็นแบบง่าย เช่น วัสดุเหล็กอาจจำลองพฤติกรรมด้วยเส้นตรงสองเส้น (bilinear) เป็นต้น ส่วนการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต จะพิจารณาสมมูลของโครงสร้างด้วยสมมุติฐานว่าโครงสร้างมีการเคลื่อนที่มากแต่ความเครียดน้อย ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเสียรูปแบบเชิงเส้น นั่นคือความสัมพันธ์เชิงจลศาสตร์ (kinematics) แบบเชิงเส้น และพิจารณาการเสียรูปที่เกิดจากผลกระทบรอง เช่น การรับแรงอัดแนวแกนส่งผลต่อสติเฟเนสการัด มีการเสียรูปแบบโค้งเดาะ เป็นต้น การวิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นโดยตรงนั้นทำได้ยากต้องมีการคำนวณเชิงตัวเลข

วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) เป็นวิธีที่นิยม มีรูปแบบการวิเคราะห์แบบควบคุมแรงกระทำ (load control) ด้วยการเพิ่มค่าและการทำซ้ำ แต่มีข้อจำกัดคือไม่สามารถวิเคราะห์สภาวะใกล้หรือเกินจุดสูงสุด (ultimate load) และอาจเกิดข้อผิดพลาดได้ อย่างไรก็ตามยังมีเทคนิควิธีควบคุมการเสียรูป (displacement control) สามารถนำมาแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

งานวิจัยนี้นำเสนอการวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้นทั้งทางเรขาคณิตและทางวัสดุ ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีนิวตัน-ราฟสันและวิธีควบคุมการเสียรูป เพื่อหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤตก่อนวิบัติ นอกจากนี้ยังทำการสุ่มขนาดของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น และนำผลลัพธ์ที่ได้มาประเมินทางสถิติ

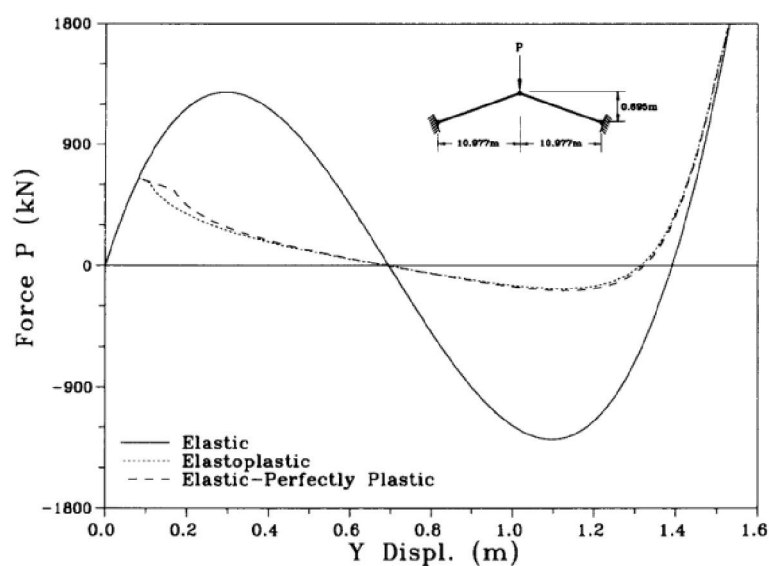
1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องสามารถแบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม คือ การวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้น และความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น ดังรายละเอียดต่อไปนี้

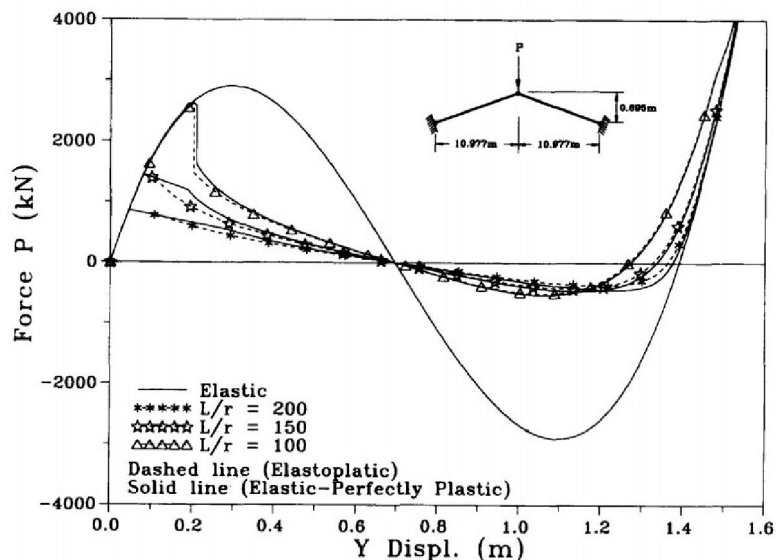
1.2.1 การวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้น

Yang และคณะ (1997) ศึกษาการโก่งเดาะแต่ละชิ้นส่วนและการครากที่ส่งผลต่อกำลังหน้าตัดประลัยของโครงข้อหมุน 3 มิติ ผู้วิจัยกล่าวว่ากำลังหน้าตัดประลัยของโครงข้อหมุนสามมิตินั้นไม่สามารถหาได้โดยตรงด้วยวิธีแบบเชิงเส้น ผู้วิจัยนำเสนอการปรับปรุงสมการลากรางจ์เจียน (Lagrangian) เพื่อแก้ปัญหาการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น และใช้กฎแห่งวัสดุ (constitutive laws) พิสูจน์สมการจากพฤติกรรมจุดต่อแบบข้อหมุนพร้อมด้วยระเบียบวิธีตัวเลขแบบการเพิ่มค่า-ทำซ้ำ กำหนดพฤติกรรมทางวัสดุโดยใช้สมมติฐานอย่างง่าย ด้วยการกระจายตัวแรงเค้นโดยแบ่งพฤติกรรมเป็น 3 สภาวะ ได้แก่ อีลาสติก อีลาสโตพลาสติก และพลาสติกสมบูรณ์ โดยในแต่ละสภาวะมีการพิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ผู้วิจัยนำสมการที่ได้นำไปวิเคราะห์ตัวอย่างโครงข้อหมุน 2 ชิ้นส่วน ในระนาบสองมิติ เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับตัวอย่างในอดีตแล้วพบว่ามีความสอดคล้องกัน ดังนั้นสมการที่พิสูจน์นั้นมีความถูกต้อง ผู้วิจัยวิเคราะห์เปรียบเทียบสภาวะต่างๆของพฤติกรรมทางวัสดุ รูปที่ 1.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง

แรงกระทำกับการโก่งตัว สังเกตว่าน้ำหนักบรรทุกทุกโครงข้อหมุนไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตแบบอินอีลาสติก (inelastic) ทั้งอีลาสโตพลาสติกและพลาสติกสมบูรณ์ลดลงอย่างมากเมื่อเทียบกับ อีลาสติก (elastic) และอีกข้อสังเกตพฤติกรรมระหว่างอีลาสโตพลาสติกกับพลาสติกสมบูรณ์ต่างกัน น้อยมาก และการวิเคราะห์ผลของการโก่งเดาะที่มีผลต่อกำลังประลัยดังรูปที่ 1.2 แสดงผลของอัตราส่วนความขรุขระที่มีผลโดยตรงต่อกำลังหน้าตัดประลัย ผลการวิจัยสามารถสรุปว่าการวิเคราะห์หาค่าการครากของหน้าตัดด้วยสมมติฐานแบบง่ายด้วยทฤษฎีการกระจายตัวหน่วยแรงเค้นอีลาสติก-พลาสติกที่สมบูรณ์ และอัตราส่วนความขรุขระที่มีผลต่อการโก่งเดาะที่เพิ่มขึ้น เมื่อนำมาวิเคราะห์แล้วทำให้กำลังหน้าตัดประลัยของโครงสร้างนั้นลดลงอย่างมาก



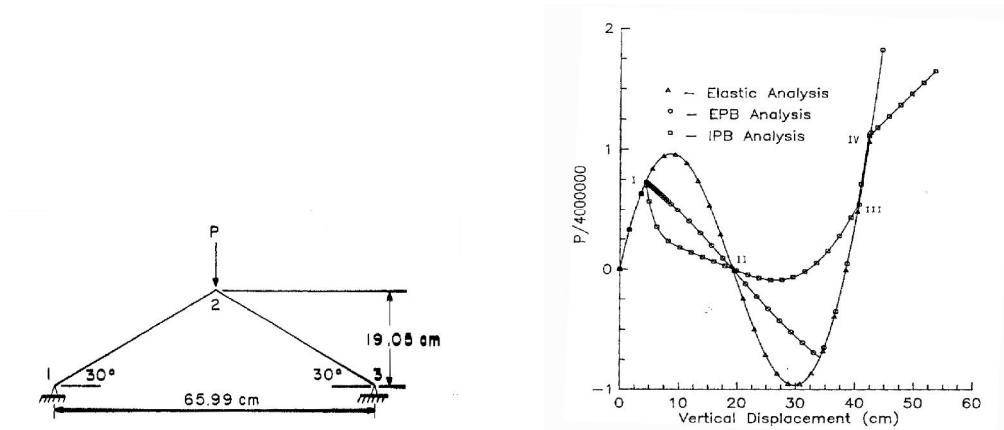
รูปที่ 1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำกับการโก่งตัวของ toggle truss (Yang, 1997)



รูปที่ 1.2 ผลจากอัตราส่วนความชลูดของ toggle truss (Yang, 1997)

Rothert และคณะ (1981) ศึกษาพฤติกรรมการโก่งเดาะแบบ snap-through สำหรับโครงข้อหมุนสามมิติ ผู้วิจัยกล่าวว่าในการปฏิบัติทางวิศวกรรมโดยทั่วไปนั้นจะไม่คำนึงถึงพฤติกรรมของความไร้เชิงเส้น การวิเคราะห์พฤติกรรมการโก่งเดาะแบบ snap-through ได้จัดรูปแบบสมการวิธีการเสียรูปมากและใช้วิธีอนุพันธ์เชิงตัวเลขด้วยเทคนิควิธีการเพิ่มค่า-การทำซ้ำ ผู้วิจัยนำเสนอสมการที่ตรงไปตรงมาและมีประโยชน์ในการวิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้างและยังสามารถนำไปเปรียบเทียบกับสมการการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นอื่นๆ ได้ การทำนายพฤติกรรมปรากฏการณ์ snap-through นั้นหนึ่งประเด็นสำคัญในการวิเคราะห์ไร้เชิงเส้นโครงข้อหมุนสามมิติและเป็นหนึ่งทางเลือกเพื่อแก้ปัญหการเกิดลักษณะเฉพาะ (singularity) ผู้วิจัยนำเสนอสมการและเทคนิคช่วยสำหรับการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น 4 รูปแบบ ได้แก่ 1) สมการควบคุม (constrain equation) มาใช้งานร่วม 2) การใช้แปลงค่าพารามิเตอร์ (parametric transformation) 3) การใช้วิธีระนาบปกติ (normal plane) 4) นวัตกรรม-กราฟเส้นร่วมกับวิธีการประมาณค่านอกช่วง (extrapolation) จากดิเทอร์มิแนนท์สัมพัทธ์ (relative determinant) ในทางปฏิบัติการวิเคราะห์ผลที่ได้ว่าวิธีนวัตกรรม-กราฟเส้นร่วมกับวิธีการประมาณค่านอกช่วงมีประสิทธิภาพสูงสุดหมายความว่าสามารถหาค่าที่จุดวิกฤติด้วยความละเอียดที่เหมาะสม การทำนายปรากฏการณ์ snap-through อาจได้ผลไม่ตามคาดหวัง โดยเฉพาะอย่างยิ่งโครงสร้างที่รับน้ำหนักบรรทุกกระจายไม่สม่ำเสมอและสติเฟเนสของโครงสร้างไม่สมมาตรกันจำเป็นต้องออกแบบด้วยความละเอียดมากขึ้นด้วยการรวมผลของความไร้เชิงเส้น

Hill และคณะ (1989) พัฒนาเครื่องมือช่วยในการวิเคราะห์พฤติกรรมการโก่งเดาะภายหลัง (post-buckling) แบบไร้เชิงเส้นของระบบโครงข้อหมุน 3 มิติ โครงสร้างนั้นถูกจำลองด้วยลักษณะตามความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด พฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นเกิดจากการโก่งเดาะและการครากของหน้าตัดจำลองโดยใช้ค่าโมดูลัสสัมผัส (tangent modulus) เพื่อหาค่าสตีเฟนสเมทริกซ์อีลาสติก พิจารณาผลกระทบที่อันดับ 1 จากผลเนื่องทางเรขาคณิตด้วยการใช้สตีเฟนสเมทริกซ์เรขาคณิต ผลกระทบอันดับ 2 ได้รวมถึงสมการการหมุนร่วม (co-rotational) ของพิกัดหลักระเบียบเชิงตัวเลขแบบเพิ่มค่า-ทำซ้ำเป็นประโยชน์ในการประยุกต์วิธี นิวตัน-ราฟสันด้วยสมการควบคุมวิธีความยาวส่วนโค้ง (arc length method) ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมการตอบสนองของน้ำหนักบรรทุกกับการโก่งตัวทั้งในช่วงก่อนและหลังจุดวิกฤตเป็นสำคัญ วิเคราะห์ตัวอย่างดังรูปที่ 1.2 (ซ้าย) โครงข้อหมุน 2 ชั้นส่วน (toggle truss) ในระนาบ 2 มิติ ด้วยโปรแกรม STAP กำหนดค่าโมดูลัสการโก่งเดาะ $E_p = \pi^2 EI / (2l^3)$ และนำวิธีการวิเคราะห์การโก่งเดาะภายหลังแบบอีลาสติกของ Kondoh และ Atluri (1985) ผลที่ได้ดังแสดงรูปที่ 1.2 (ขวา) ค่า ณ ตำแหน่งวิกฤตเท่ากับ 3.833×10^6 kg มีค่าที่แตกต่างกับผลการวิเคราะห์ของ Kondoh และ Atluri 3.5% อยู่ที่ค่า 3.76×10^6 kg ค่าของการโก่งเดาะภายหลังอีลาสติกเท่ากับ 2.927×10^6 kg ค่าความเค้นวิกฤตเท่ากับ $\sigma_{cr} = 36,808$ kg/cm² ความแตกต่างของค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่เกิดขึ้นมีผลมาจากการประมาณค่าของวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และค่าเกรเดียนต์ความเค้นในแนวแกนที่สูง (large axial strain gradient) ซึ่งเป็นส่วนที่ Kondoh และ Atluri ไม่พิจารณา ผลการวิเคราะห์โดยแสดงตัวเลขโรมันดังรูป 1.3 (ขวา) แสดงจุดเริ่มต้นของแต่ละสถานะพฤติกรรมผลการตอบสนองของแต่ละชั้นส่วนดังนี้ (I) การโก่งเดาะภายหลังแบบอีลาสติก, (II) การโก่งเดาะภายหลังแบบอีลาสติกไม่ให้น้ำหนักบรรทุก, (III) อีลาสติกเชิงเส้นให้น้ำหนักบรรทุกอีกครั้ง, (IV) การครากส่วนรับแรงดึง



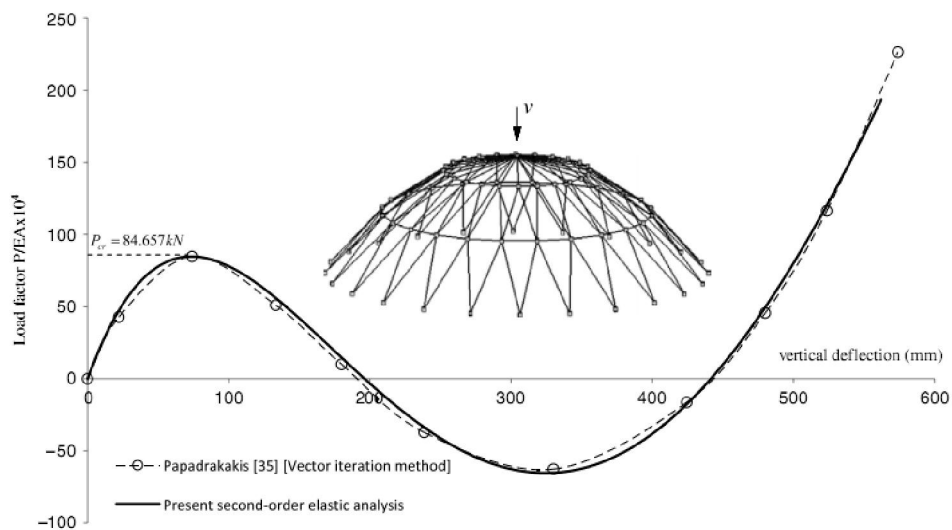
รูปที่ 1.3 ตัวอย่างการทดสอบ toggle truss(ซ้าย) ผลการทดสอบที่สภาวะต่างๆ(ขวา)

(Hill และคณะ, 1989)

ศศิธร บรรจงลิขิต และวัฒน์ชัย สมิทธากร (2010) ศึกษาการคำนวณหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุนด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น ผู้วิจัยกล่าวว่าการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นของโครงข้อหมุนสามมิติด้วยสมมุติฐานที่โครงสร้างเกิดการเสียรูปที่น้อย และสมมุติฐานวัสดุอีลาสติกเชิงเส้นนั้นมีความคลาดเคลื่อนสูง ผู้วิจัยเสนอว่าการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นนั้นช่วยลดค่าคลาดเคลื่อนได้ ซึ่งคำนึงถึงผลของการเสียรูปที่มาก พิจารณาสมการสมดุลจากลักษณะการเสียรูป และความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดไร้เชิงเส้นโดยผู้วิจัยเลือกรูปอย่างง่ายแบบความสัมพันธ์เส้นตรงสองเส้น (bilinear) งานวิจัยนี้แบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 3 กรณี คือ การวิเคราะห์ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต การวิเคราะห์ไร้เชิงเส้นทางวัสดุ และการวิเคราะห์ไร้เชิงเส้นทั้งทางเรขาคณิตและวัสดุ โดยพัฒนาโปรแกรมด้วยภาษาจาวาเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ วิธีนิวตัน-ราฟสันถูกนำมาเป็นเครื่องมือการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ผู้วิจัยเปรียบเทียบการวิเคราะห์โครงข้อหมุนรูปโดมกับ Greco และคณะ (2006) ได้ผลมีความสอดคล้องกันแสดงว่าการวิเคราะห์นี้เชื่อถือได้ และวิเคราะห์ทั้ง 3 กรณีที่ได้กำหนด ผลที่ได้สังเกตการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นเทียบกับไร้เชิงเส้นเริ่มมีความแตกต่างช่วง 80 นิวตัน และหลังจากนั้นการวิเคราะห์ทั้ง 3 กรณี จะแตกต่างกันมากขึ้น และตัวอย่างการวิเคราะห์สะพานโครงถัก 3 มิติเพื่อหาแรงค้ำยันนอกระนาบ ผลที่ได้แบบไร้เชิงเส้นกรณีแบบผสมมีความแตกต่างกันมากขึ้นเนื่องจากวัสดุเริ่มมีการคราก เกิดการโก่งตัวที่มากขึ้นกว่ากรณีอื่น สามารถสรุปการคำนวณแรงค้ำยันนอกระนาบโครงข้อหมุนมีค่าที่ประมาณ 20% ของแรงอัดแนวแกนสูงสุดซึ่งค่านี้นั้นมากกว่าค่าที่แนะนำโดย AISC ที่ 2% ของแรงอัดแนวแกนสูงสุด

Iu และ Bradford (2010) ได้นำเสนอการวิเคราะห์โครงสร้างไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่มีการเสียรูปอันดับที่สองในโครงสร้างแบบ 3 มิติ โดยกำหนดคุณสมบัติของวัสดุอยู่ในช่วงอีลาสติก

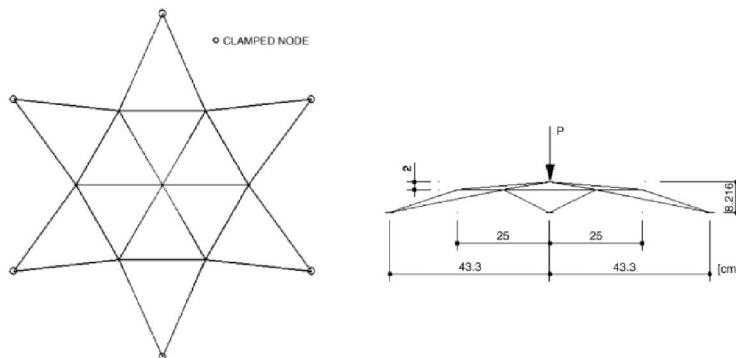
ใช้ระเบียบวิธีวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ จำลองหนึ่งอิลิเมนต์ต่อหนึ่งชั้นส่วน ผู้วิจัยได้นำเสนอสูตรด้วยวิธีปรับปรุงลากรางเจียน (Lagrangian) เพื่อแก้ปัญหาความไม่เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงสร้างซึ่งเกิดจากผลของการเปลี่ยนตำแหน่งและการหมุนที่จุดต่อโดยการสะสมค่าที่จุดต่อที่มีการเปลี่ยนแปลง อิทธิพลของแรงในแนวแกนบนชั้นส่วนที่เกิดการโก่งต่อสตีเฟนสของชั้นส่วนได้ถูกนำมาพิจารณา ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์พฤติกรรมไร้เชิงทั้งเส้นก่อนและหลังการโก่งเตาะของโครงสร้างทั้งแบบโครงข้อแข็งและแบบโครงข้อหมุน ใช้วิธีการเชิงตัวเลขควบคุมความยาวส่วนโค้ง (arc-length method) ผลการวิเคราะห์ดังรูปที่ 1.4 ที่ได้มีความใกล้เคียงเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับผลการวิจัยในอดีต



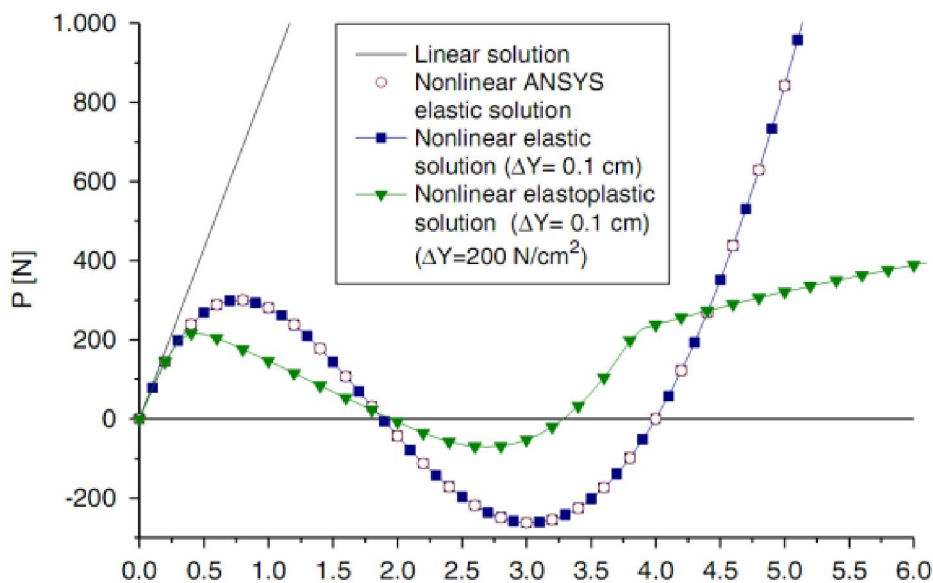
รูปที่ 1.4 ตัวอย่างโครงข้อหมุนและผลการวิเคราะห์ (Iu และ Bradford, 2010)

Greco และคณะ (2006) ได้นำเสนอสมการรูปแบบใหม่ในการวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตโดยใช้พื้นฐานของไฟไนต์อิลิเมนต์ ผู้เขียนแนะนำการพิจารณาตำแหน่งที่โหนดใดๆ ที่ดีกว่าการพิจารณาการเสียรูปที่จุดต่อใดๆ ค่าความเครียดใช้ค่าตำแหน่งที่โหนดใดๆ โดยใช้ฟังก์ชันที่เขียนในระบบพิกัดสามมิติ คุณสมบัติของวัสดุนั้นพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดเป็นเส้นสองเส้น (bilinear) จากการจำลองพฤติกรรมแบบอีลาสโตพลาสติก (elastoplastic) ผู้วิจัยได้แสดงตัวอย่างการคำนวณเปรียบเทียบระหว่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์ด้วยสมการแม่นยำตรงกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้ผลที่ใกล้เคียงมาก จากนั้นได้วิเคราะห์ตัวอย่างสตาร์โดม (Star dome) ดังรูปที่ 1.5 มีแรงกระทำที่จุดยอดโดมด้วยวิเคราะห์แบบเชิงเส้น, แบบไร้เชิงเส้นด้วยโปรแกรม ANSYS, แบบไร้เชิงเส้นของงานวิจัย, แบบไร้เชิงเส้นอีลาสโตพลาสติก โดยกำหนดการเพิ่มค่าการเสียรูปครั้งละ 0.1 cm กำลังที่จุดคราก

เท่ากับ 200 N/cm^2 ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 1.6 เปรียบเทียบผลจากงานวิจัยกับ ANSYS ใกล้เคียงมาก การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นอีลาสโตพลาสติกส่งผลกำลังรับน้ำหนักบรรทุกลดลงอย่างมาก



รูปที่ 1.5 ตัวอย่างสตาร์โดม (Greco และคณะ, 2006)

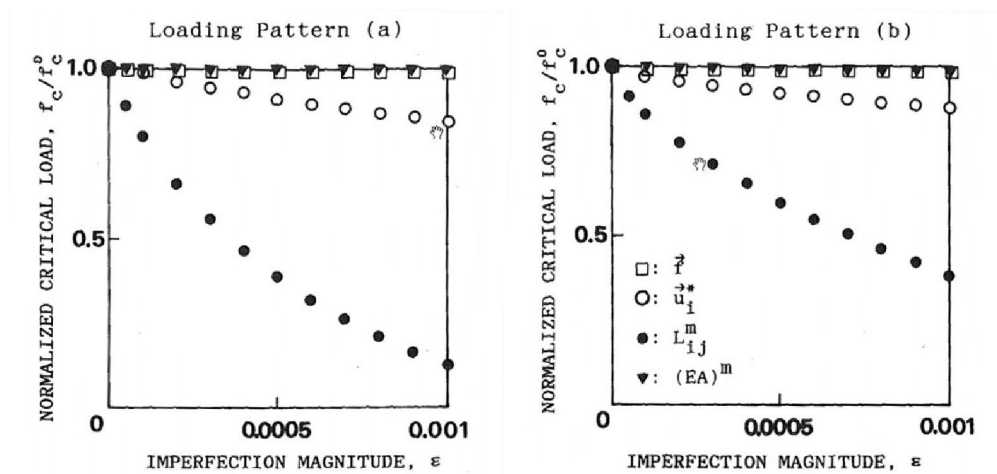


รูปที่ 1.6 ผลการวิเคราะห์ห้สตาร์โดม (Greco และคณะ, 2006)

1.2.2 ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น

Ikeda และ Murota.(1989) ศึกษาการคำนวณจุดวิกฤตของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นของโครงข้อหมุนอีลาสติก โดยความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นสามารถวิเคราะห์มาจากคุณสมบัติ 4 ประเภท ดังนี้ น้ำหนักบรรทุก, พิกัดจุดตั้งต้น, ความยาวของชิ้นส่วนตั้งต้น และค่าโมดูลัสยืดหยุ่น ผู้วิจัยได้นำเสนอมเมทริกซ์ตรวจจับต่อความไวต่อไม่สมบูรณ์ (imperfection sensitivity matrices) เพื่อการ

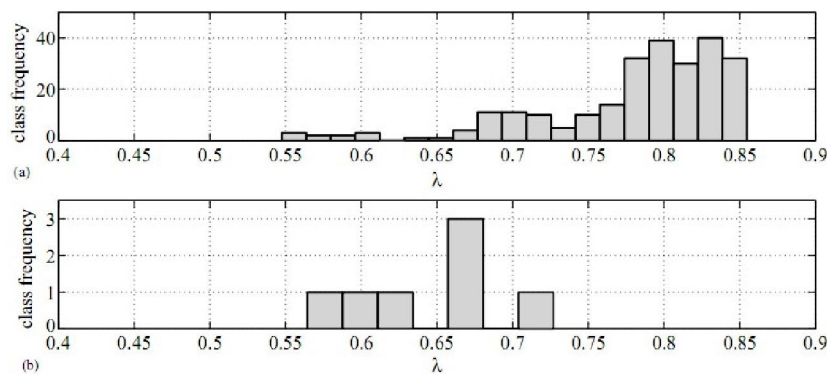
ตรวจหาความไม่สมบรูณ์วิกฤตอย่างรวดเร็ว อีกทั้งยังสามารถนำมาใช้งานร่วมกับการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ ปัญหาความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นผู้เขียนแนะนำลักษณะต่างๆ เป็นพื้นฐานดังนี้ 1) การประมาณคุณสมบัติทราบค่าที่เป็นไปได้ วิธีนี้ใช้ประสบการณ์วิเคราะห์ปัญหา แต่การวิเคราะห์นี้ใช้เชิงตัวเลขจำนวนมากและการยากลำบาก 2) โไอเกนเวคเตอร์ (eigenvector) ที่ได้จากการวิเคราะห์ปรากฏการณ์ไบเฟอเคชัน (bifurcation) แบบอิลาสติก เป็นวิธีที่ได้รับความนิยมรับและสะดวกกว่าวิธีแรก แต่มีข้อจำกัดว่าใช้ได้เฉพาะเชิงเรขาคณิตเท่านั้น ผู้เขียนได้วิเคราะห์ตัวอย่างเป็นโครงข้อหมุนโดมสามมิติให้น้ำหนักบรรทุก 2 แบบ แบบ a น้ำหนักบรรทุกเต็ม และแบบ b น้ำหนักบรรทุกเพียงครึ่งหนึ่งของแบบ a ที่จุดยอดโดม เปรียบเทียบความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นทั้ง 4 ผลการวิเคราะห์แสดงรูปที่ 1.7 สังเกตว่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นส่วนของความยาวชิ้นส่วนตั้งต้นมีผลต่อกำลังแบกทานมากที่สุด และพิกัดจุดตั้งต้นมีผลรองมา ส่วนน้ำหนักบรรทุกกับหน้าตัดยังก่โมดูลัสตั้งต้นมีผลน้อยมาก งานวิจัยนี้สรุปว่าวิธีที่น่าเสนอมีประสิทธิภาพกว่าวิธีสุ่มสามารถหาขอบเขตต่ำสุดของกำลังแบกทานของโครงสร้าง



รูปที่ 1.7 กราฟแสดงผลระหว่างขนาดความไม่สมบรูณ์กับน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ,Loading Pattern a(ซ้าย) ,Loading Pattern b(ขวา) (Ikeda และคณะ,1989)

Schenk และ Schuëller (2003) ศึกษาการวิเคราะห์ผลการโก่งเดาะด้วยการสุ่มความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นทางเรขาคณิตวิเคราะห์ตัวอย่างไอโซโทรปิก (isotropic) เช่น แผ่นเปลือกบาง(thin

walled) และแผ่นเปลือกโค้งทรงกระบอก (cylindrical shells) โดยใช้ค่าแรงอัดตามแนวแกนเป็นค่าวิกฤต วิธีนี้ส่งผลค่าของน้ำหนักบรรทุกวิกฤตมีข้อมูลมากและค่าตัวเลขนั้นมีการกระจาย ผู้วิจัยนำเสนอการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo) ใช้ร่วมกับวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ จำลองความไม่สมบูรณ์ที่ตั้งต้นทางเรขาคณิตระนาบสองมิติ กระบวนการเกาส์เซียนสโตแคสติก (Gaussian stochastic) ใช้ในการสังเกตพฤติกรรมการเกิดโมเมนต์ที่อันดับ 2 เนื่องจากแรงอัดแนวแกนที่มาจากคลังข้อมูลการวัดค่าความไม่สมบูรณ์ ใช้การกระจายของ Karhunen-Loève เนื่องจากความไม่สัมพันธ์ของการสุ่มเกาส์เซียนเพื่อการประมาณค่าแปรปรวน ผู้วิจัยนำเสนอ STAGE Code สำหรับการหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤตด้วยการวิเคราะห์ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ด้วย STAGE Code ด้วย 250 ตัวอย่างการจำลอง เปรียบเทียบกับผลการทดสอบ 7 ชิ้น ผลการทดสอบดังแสดงในรูปที่ 1.8 เปรียบเทียบด้วยสัมประสิทธิ์ค่าแปรปรวนกับค่ากลาง สัมประสิทธิ์ค่าแปรปรวน STAGE $V_{STAG}=0.0820$, การทดสอบ = 0.0870 สัมประสิทธิ์ค่ากลาง STAGE $\mu_{STAG}=0.7793$, การทดสอบ = 0.6430 ดังนั้นผู้วิจัยสรุปว่าวิธีการวิเคราะห์ดังกล่าวมีผลสอดคล้องกับผลการทดสอบ

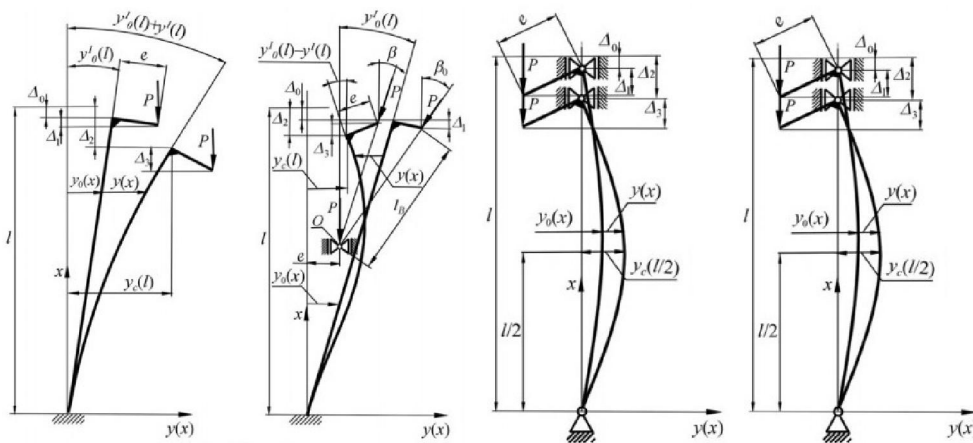


รูปที่ 1.8 แผนภูมิแท่งของน้ำหนักบรรทุกวิกฤต STAGR (บน) , ผลการทดสอบตัวอย่าง(ล่าง)

(Schenk และ Schuëller, 2003)

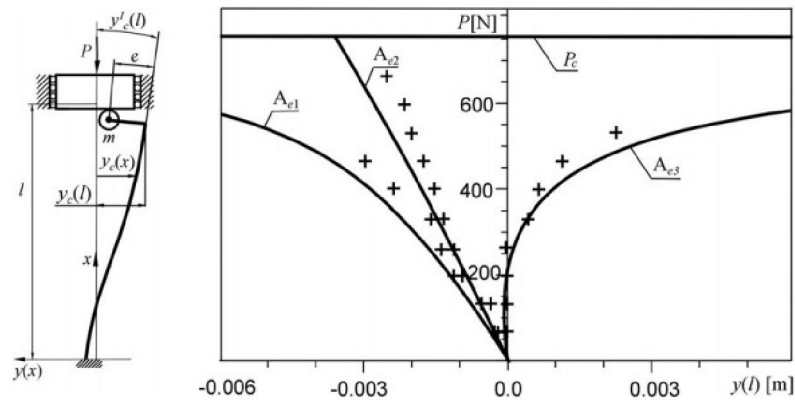
Tomski และ Podgórska (2010) นำเสนอการวิเคราะห์ปัญหาการไร้เสถียรภาพของโครงสร้างมีความชุกและผลความไม่สมบูรณ์ของโครงสร้าง ผู้วิจัยกล่าวว่าโครงสร้างในอุดมคติที่ไม่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นการวิเคราะห์เสถียรภาพนั้นจะไม่สามารถอธิบายพฤติกรรมตาม

หลักความเป็นจริงได้ ผู้วิจัยจำลองความไม่สมมาตรนี้ตั้งต้นด้วยแรงกระทำที่เยื้องศูนย์กลางและมีความโค้งตั้งต้น โดยจัดกลุ่มออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้ 1) A เสาคตรง $y_0 = \alpha x$ ถูกกระทำแรงออยเลอร์ที่เยื้องศูนย์กลาง, 2) B เสาคตรง $y_0 = \alpha x$ ถูกแรงกระทำเยื้องศูนย์กลางเข้าหาแกนกลางเสา, 3) C เสาคโค้งตั้งต้นด้วย $y_0 = a \sin(\pi x/L)$ ถูกกระทำแรงออยเลอร์ที่เยื้องศูนย์กลาง, 4) D เสาคโค้งตั้งต้นด้วย $y_0 = 4\alpha x / \{l(1 - x/l)\}$ ถูกกระทำแรงออยเลอร์ที่เยื้องศูนย์กลาง แสดงรูปที่ 1.9



รูปที่ 1.9 แบบจำลองเสา (Tomski และ Podgorska ,2010)

ผู้วิจัยวิเคราะห์โดยใช้พื้นฐานหลักการพลังงาน วิเคราะห์ปัญหาใช้การวิเคราะห์ด้วยตัวเลข เปรียบเทียบผลทดสอบ โดยผู้วิจัยเลือกตัวอย่างประเภท A ที่ความเยื้องศูนย์กลาง 3 ค่า นำไปวิเคราะห์ และทดสอบแสดงผลดัง รูปที่ 1.10 แสดงผลระหว่างแรงที่กระทำกับการโก่งตัวด้านข้าง โดยการวิเคราะห์ด้วยวิธีตัวเลขนำเสนอด้วยเส้นและผลการทดสอบนำเสนอด้วยจุด สังเกตว่าผลระหว่างวิเคราะห์เชิงตัวเลขกับทดสอบสอดคล้องในทิศทางเดียวกัน ค่าคาดเคลื่อนจากการโก่งตัวด้านข้าง $\Delta y(l)$ ต่ำสุดและสูงสุดเท่ากับ 0.23% 31.4% ตามลำดับ

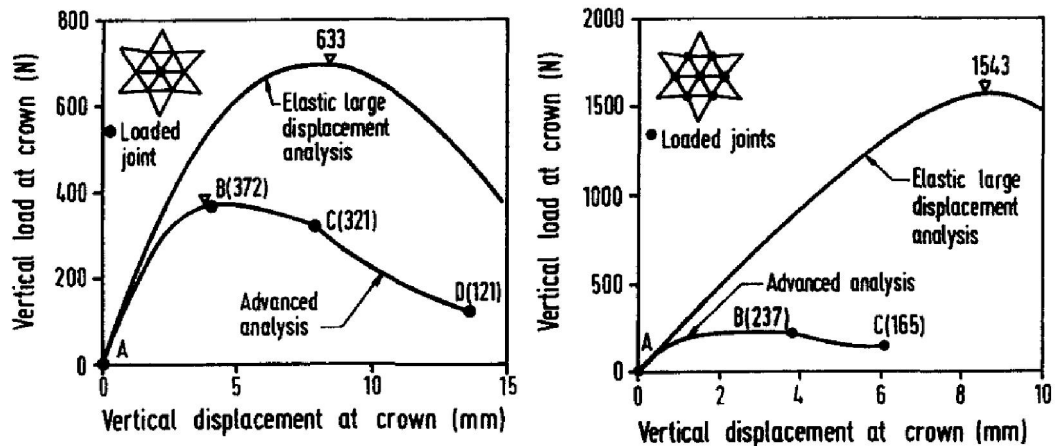


รูปที่ 1.10 การทดสอบ(ซ้าย) ผลวิเคราะห์เทียบผลการทดสอบ(ขวา) (Tomski และ Podgorska, 2010)

Náprstek (1999) ได้นำเสนอการตอบสนองแบบไร้เชิงเส้นของโครงสร้างที่ไม่สมมาตรตั้งต้นเชิงเรขาคณิตด้วยการสุ่มแบบเกาส์ภายใต้เงื่อนไขการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกที่น้อย ผู้วิจัยกล่าวว่าการเสียรูปมากจำเป็นต้องพิจารณาความไร้เชิงเส้น ผู้วิจัยนำเสนอฟังก์ชันสโตแคสติก (stochastic) วิเคราะห์ความไม่สมมาตรตั้งต้นในระบบพิกัดสามมิติ ใช้งานร่วมกับวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ กำหนดรูปแบบสโตแคสติกเป็นแบบควบคุมส่วนโค้ง (arc length) ด้วยพีชคณิตไร้เชิงเส้นที่สามารถแปลงให้สมการอย่างง่ายแบบเชิงเส้นได้ ผู้วิจัยนำทฤษฎีไปวิเคราะห์ตัวอย่างโครงข้อแข็งแบบง่าย ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยวิธีการสุ่มคุณสมบัติความไม่สมมาตรตั้งต้นต่างๆ ที่มีแนวโน้มแสดงการเกิดปรากฏการณ์ snap-through

Liew และคณะ (1997) ได้นำเสนอการวิเคราะห์หาค่าลึงรับน้ำหนักบรรทุกที่แท้จริงที่มาจากการก้ำกั้ด้านทานของโครงสร้างจากลักษณะพฤติกรรมจริงของแต่ละชั้นส่วนใดๆ ตามที่กำหนด การวิเคราะห์นี้พิจารณาแบบเสียรูปมากและคุณสมบัติทางวัสดุแบบไร้เชิงเส้นที่ส่งผลก้ำกั้ด้านทานสูงสุดของแต่ละชั้นส่วนและทั้งโครงสร้างโดยตรง พิจารณาพฤติกรรมของแต่ละชั้นส่วนแบบที่มีความโค้งตั้งต้น (out-of-straightness) เฉพาะชั้นส่วนที่รับแรงอัดแนวแกนเท่านั้น ส่วนคุณสมบัติทางวัสดุแบบไร้เชิงเส้นใช้การวิเคราะห์พฤติกรรมแบบพลาสติก สมการสมดุลแบบไร้เชิงเส้นจากผลของความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและทางวัสดุใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบเพิ่มค่า-ทำซ้ำบน ผู้วิจัยวิเคราะห์ตัวอย่างสตาร์โดม (star dome) โดยกำหนดน้ำหนักบรรทุกที่ตรงจุดยอดอย่างเดียวและทุกจุดบนจุดต่ออิสระของสตาร์โดม 7 จุด เปรียบเทียบกับการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทาง

เรขาคณิตอิลาสติก ผลที่ได้ดังแสดงดังรูปที่ 1.11 (ซ้าย) และ 1.11(ขวา) ตามลำดับ สังเกตว่า น้ำหนักบรรทุกวิกฤติลดลงอย่าง



รูปที่ 1.11 แสดงผลผลการวิเคราะห์จุดยอด(ซ้าย) แสดงผลผลการวิเคราะห์ 7 จุดทั้งหมด (ขวา)

(Liew และคณะ, 1997)

1.3 วัตถุประสงค์

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ดังต่อไปนี้

- 1.) ศึกษาทฤษฎีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทั้งทางเรขาคณิตและวัสดุ ของโครงข้อมุมสามมิติที่พิจารณาความไม่สมบรูณ์ตั้งต้น
- 2.) พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับชิ้นส่วนที่มีความโค้งตั้งต้น ร่วมกับพัฒนาโปรแกรมสำหรับการวิเคราะห์โครงข้อมุมสามมิติแบบไร้เชิงเส้นด้วยภาษาจาวา
- 3.) วิเคราะห์โครงสร้างตัวอย่างเปรียบเทียบกับจากงานวิจัยในอดีต และประเมินกำลังรับน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้างเมื่อพิจารณาความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นด้วยหลักการทางสถิติ

1.4 ขอบเขตงานวิจัย

ขอบเขตของงานวิจัยนี้ประกอบด้วย

- 1.) พิจารณาโครงสร้างที่เป็นโครงข้อมุมสามมิติรับน้ำหนักกระทำแบบสถิต และกระทำเฉพาะที่จุดต่อเท่านั้น
- 2.) วิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตพิจารณาการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดต่อและพฤติกรรมไร้เชิงเส้นทางวัสดุในแบบเส้นตรงสองเส้น (bilinear) เท่านั้น
- 3.) เมื่อกำลังรับแรงอัดขึ้นส่วนใด ๆ นั้นเท่ากับแรงออยเลอร์ (Euler's load) ชิ้นส่วนนั้นจะโก่งเดาะและสติเฟเนสจะมีค่าเท่ากับศูนย์
- 4.) ไม่พิจารณาการโก่งเดาะแบบอินอีลาสติก
- 5.) คิดผลความไม่สมบรูณ์เฉพาะความโค้งตั้งต้น (out-of-straightness) และพิกัดไม่ตรงจุดตั้งต้น (out-of-plumbness) เท่านั้น โดยความโค้งตั้งต้นไม่เกิน $L/1000$ และพิกัดไม่ตรงจุดไม่เกิน $L/500$ ตามข้อกำหนด AISC 303-10
- 6.) ค่าพิกัดไม่ตรงจุดตั้งต้นได้จากการสุ่มแบบกระจายสม่ำเสมอ (uniform distribution) ภายในขอบเขตที่กำหนดคือ $L/500$

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 หลักพื้นฐานการวิเคราะห์โครงสร้างภายใต้แรงกระทำแบบสถิต

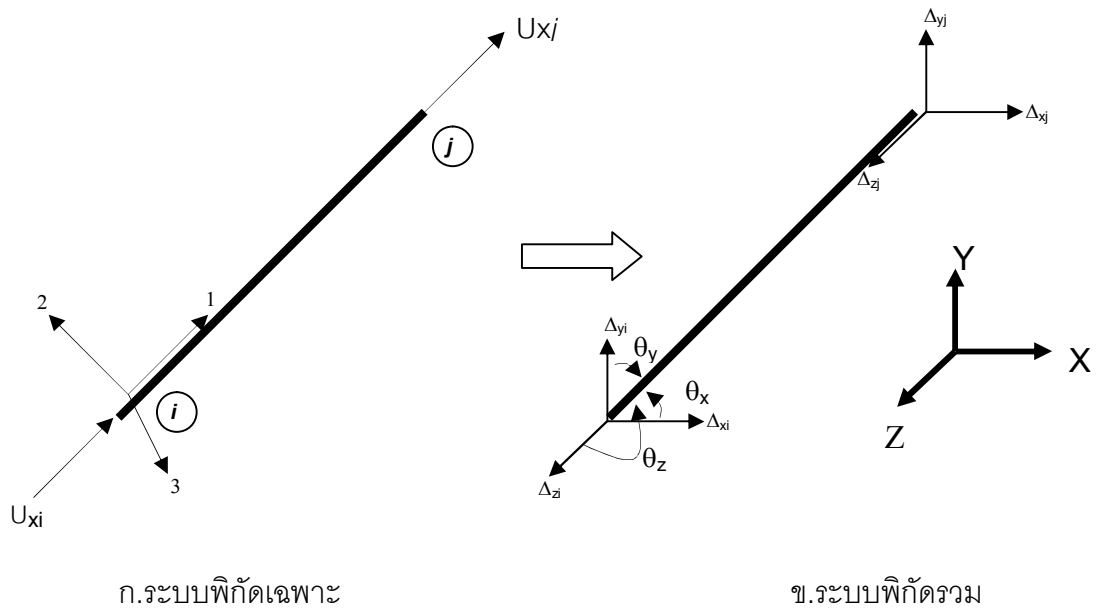
การวิเคราะห์โครงสร้างโดยทั่วไปตั้งอยู่บนเงื่อนไขต่อไปนี้ (ปณิธาน, 1994)

- 1) เงื่อนไขที่สมดุล (equilibrium condition) เมื่อโครงสร้างมีความสมดุล ผลรวมของแรงทั้งหมดหรือแรงลัพธ์ของแรงภายในและแรงภายนอกที่กระทำ ณ ตำแหน่งใดๆ ต้องเท่ากับศูนย์ หรือผลรวมแรงกระทำที่แผนภาพอิสระใดๆ (free body diagram) เท่ากับศูนย์
- 2) เงื่อนไขแห่งวัสดุ หรือกฎแห่งวัสดุ (constitutive law) คือการจำลองทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายพฤติกรรมของวัสดุภายใต้แรงกระทำหรือภายใต้การเปลี่ยนแปลงรูปร่าง เช่น การจำลองวัสดุแบบเส้นตรง 2 เส้น (bilinear material) ความเค้น (stress) กับความเครียด (strain) มีความสัมพันธ์แบบเส้นตรง 2 เส้น
- 3) เงื่อนไขของการต่อเนื่องหรือความสอดคล้อง (continuity/compatibility condition) เมื่อโครงสร้างเกิดความเครียดส่งผลให้เกิดการเสียรูปทั้งการเปลี่ยนตำแหน่งและการหมุน โดยจุดที่เชื่อมต่องานระหว่างชิ้นส่วนนั้นต้องมีความสอดคล้องกัน กล่าวคือที่ตำแหน่งเดียวกันมีการเสียรูปที่เหมือนกัน ไม่มีการแยกออกจากกันหรือมาเหลื่อมทับกันของชิ้นส่วนใดๆ ของโครงสร้าง ทั้งนี้ต้องมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตหรือฐานรองรับ

หลักการทั้งสามข้อนี้เป็นหลักพื้นฐานที่จำเป็นต้องครอบคลุมทั้งหมดในการวิเคราะห์โครงสร้างไม่ว่าการวิเคราะห์ โครงข่ายหรือข้อแข็ง สองมิติหรือสามมิติ ใช้การวิเคราะห์แบบเชิงเส้นหรือไร้เชิงเส้น

2.2 การวิเคราะห์แบบเชิงเส้นด้วยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรงของโครงข่ายสามมิติ

- 1) การแปลงระหว่างระบบพิกัดเฉพาะ (local coordinate) กับระบบพิกัดรวม (global coordinate) เนื่องจากระบบพิกัดของชิ้นส่วนต่างๆ อยู่ในทิศทางที่ต่างกัน เราไม่สามารถนำมาวิเคราะห์หาการเปลี่ยนตำแหน่งและแรงภายในได้โดยตรง เพื่อให้สามารถรวมแรงและเงื่อนไขความสอดคล้องการเสียรูปที่จุดเดียวกัน เราต้องแปลงระบบพิกัดเฉพาะ (local coordinate) เป็นระบบพิกัดรวม (global coordinate)



รูปที่ 2.1 การแปลงระบบพิกัดของโครงสร้าง

จากรูปที่ 2.1 สามารถแสดงเป็นสมการดังนี้

$$\begin{aligned}
 U_{xi} &= \Delta_{xi} \cos \theta_x^0 + \Delta_{yi} \cos \theta_y^0 + \Delta_{zi} \cos \theta_z^0 \\
 U_{xj} &= \Delta_{xj} \cos \theta_x^0 + \Delta_{yj} \cos \theta_y^0 + \Delta_{zj} \cos \theta_z^0
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

จากเมทริกซ์การแปลงพิกัด (Transformation matrix)

$$[N^0] = \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 l &= \cos \theta_x^0 = \frac{x_j^0 - x_i^0}{L_{ij}^0} \\
 m &= \cos \theta_y^0 = \frac{y_j^0 - y_i^0}{L_{ij}^0} \\
 n &= \cos \theta_z^0 = \frac{z_j^0 - z_i^0}{L_{ij}^0} \\
 L_{ij}^0 &= \sqrt{(x_j^0 - x_i^0)^2 + (y_j^0 - y_i^0)^2 + (z_j^0 - z_i^0)^2}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

โดยค่าพิกัด x^0, y^0, z^0 ที่จุดใดๆ เป็นค่า ณ ตำแหน่งเริ่มต้นทั้งหมด

2) การหาสติเฟเนสเมทริกซ์ของแต่ละชิ้นส่วนโครงข้อหมุนสามมิติ

จากระบบพิกัดเฉพาะขนาดเมทริกซ์ 2×2

$$[k_e] = \frac{AE}{L^0} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

แปลงให้เป็นระบบพิกัดรวมจากสมการ

$$[K_E] = [N^0]^T [k_e] [N^0]$$

$$[K_E] = \begin{bmatrix} l & 0 \\ m & 0 \\ n & 0 \\ 0 & l \\ 0 & m \\ 0 & n \end{bmatrix} \frac{AE}{L^0} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \end{bmatrix}$$

$$[K_E] = \frac{EA}{L^0} \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln & -l^2 & -lm & -ln \\ & m^2 & mn & -lm & -m^2 & -mn \\ & & n^2 & -ln & -mn & -n^2 \\ & & & l^2 & lm & ln \\ & sym. & & & m^2 & mn \\ & & & & & n^2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

ผลที่ได้สังเกตได้ว่าจะได้อีลาสติคสติเฟเนสเมทริกซ์ของ 1 ชิ้นส่วน ด้วยขนาดเมทริกซ์ 6×6

3) การรวมสติเฟเนสโดยตรง

$$\{P\} = [K_E] \{\Delta\} \quad (2.6)$$

เมื่อ $\{P\}$ คือเวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกทุกภายนอก, $[K_E]$ คือสติเฟเนสเมทริกซ์รวมทั้งโครงสร้าง, $\{\Delta\}$ คือเวกเตอร์การขจัดที่ตีกริความอิสระใดๆ

2.3 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นของโครงข้อมุมสามมิติ

การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่ ความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุ รายละเอียดดังนี้

2.3.1 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตของโครงข้อมุม

ในการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นนั้นเมื่อโครงสร้างมีการรับน้ำหนักบรรทุกมาก โครงสร้างจะมีการเสียรูปด้วยการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดต่อที่มาก การเปลี่ยนตำแหน่งนี้ส่งผลให้มีการเปลี่ยนแปลงพิกัด $[N]$ จากจุดตั้งต้นไปจุดใหม่ที่มาก ทำให้สมมุติฐานการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น $[N]_{ใหม่} \approx [N]_{เดิม}$ มีความคลาดเคลื่อนสูง จำเป็นต้องวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตดังนี้

จัดรูปแบบสมการสมดุลใหม่

$$\{P\} - \{N\}^T \{F\} = [[K_E] + [K_G]] \{\Delta\} \quad (2.7)$$

เมื่อ $\{P\}$ คือเวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกภายนอก

$[N]^T$ คือเมทริกซ์ฟังก์ชันพิกัด

$\{F\}$ คือเวกเตอร์แรงภายใน

$[K_E]$ คือเมทริกซ์สติฟเนสเชิงอีลาสติก (Elastic Stiffness metrics)

$[K_G]$ คือเมทริกซ์สติฟเนสเชิงเรขาคณิต (Geometric Stiffness metrics)

$\{\Delta\}$ คือค่าการเปลี่ยนตำแหน่งใดๆ

ค่าของ เมทริกซ์สติฟเนสเชิงเรขาคณิต $[K_G]$ จากวิธีของนิเวสัน-ราฟสัน ที่รอบการทำซ้ำ i ใดๆ ของโครงข้อมุมสามมิติ ดังสมการที่ 2.8 โดยรายละเอียดที่มาของสมการแสดงในภาคผนวก ก

$$[K_G]_i^A = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 1-(n_i)_x^2 & -(n_i)_x(n_i)_y & -(n_i)_x(n_i)_z & (n_i)_x^2-1 & (n_i)_x(n_i)_y & (n_i)_x(n_i)_z \\ & 1-(n_i)_y^2 & -(n_i)_y(n_i)_z & (n_i)_y(n_i)_x & (n_i)_y^2-1 & (n_i)_y(n_i)_z \\ & & 1-(n_i)_z^2 & (n_i)_z(n_i)_x & (n_i)_z(n_i)_y & (n_i)_z^2-1 \\ & & & 1-(n_i)_x^2 & -(n_i)_x(n_i)_y & -(n_i)_x(n_i)_z \\ & & & & 1-(n_i)_y^2 & -(n_i)_y(n_i)_z \\ & & & & & 1-(n_i)_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

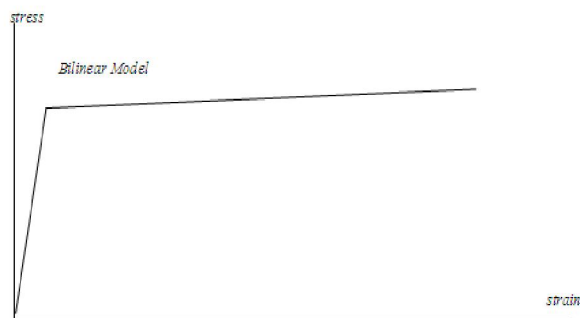
โดย

$$\begin{aligned} (n_i)_x &= \cos \theta_x = \frac{x_j - x_i}{L_{ij}} \\ (n_i)_y &= \cos \theta_y = \frac{y_j - y_i}{L_{ij}} \\ (n_i)_z &= \cos \theta_z = \frac{z_j - z_i}{L_{ij}} \\ L_{ij} &= \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

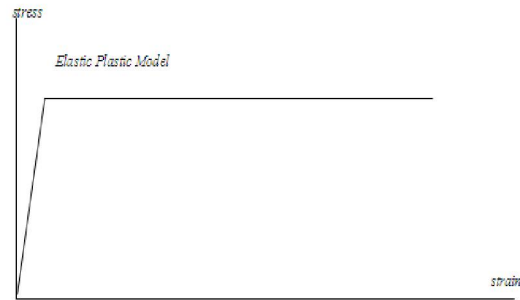
โดย x, y, z คือค่าพิกัดที่จุดใดๆ เป็นที่ปรับปรุงจากการเปลี่ยนตำแหน่งแล้ว

2.3.2 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ

ความเค้นกับความเครียดของเหล็กอาจจำลองอย่างง่ายด้วยแบบจำลองเส้นตรงสองเส้น (bilinear model) ดังรูปที่ 2.2 หรืออาจจำลองด้วยแบบจำลองอีลาสติก พลาสติกสมบูรณ์ (elastic-perfectly plastic) ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.2 แบบจำลองเหล็กแบบเส้นตรงสองเส้น



รูปที่ 2.3 แบบจำลองอีลาสติก พลาสติกสมบูรณ์

สมมูลที่จุดต่อของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุเป็นดังนี้ (Ghali, 2003)

$$\{P\} - [N_0]^T \{F\} = [K_E(\varepsilon) + K_G(\varepsilon)] \{\Delta\} \quad (2.10)$$

โดย $K^T(\varepsilon) = [K_E(\varepsilon) + K_G(\varepsilon)]$

เมื่อ $[N_0]^T$ คือ เมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่งที่สภาวะตั้งต้น

$\{F\}$ คือ เวกเตอร์ของแรงภายในที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$= AE_1 \varepsilon \quad \text{ถ้า } \varepsilon \leq \varepsilon_y \quad (2.11a)$$

$$= A [E_1 \varepsilon_y + E_2 (\varepsilon - \varepsilon_y)] \quad \text{ถ้า } \varepsilon > \varepsilon_y \quad (2.11b)$$

$[K^T(\varepsilon)]$ คือ สติเฟเนสส์สัมพัทธ์โครงสร้างที่เป็นฟังก์ชันของค่าความเครียด

$$= \frac{E_1 A}{L^0} [N^0]^T [N^0] \quad \text{ถ้า } \varepsilon \leq \varepsilon_y \quad (2.12a)$$

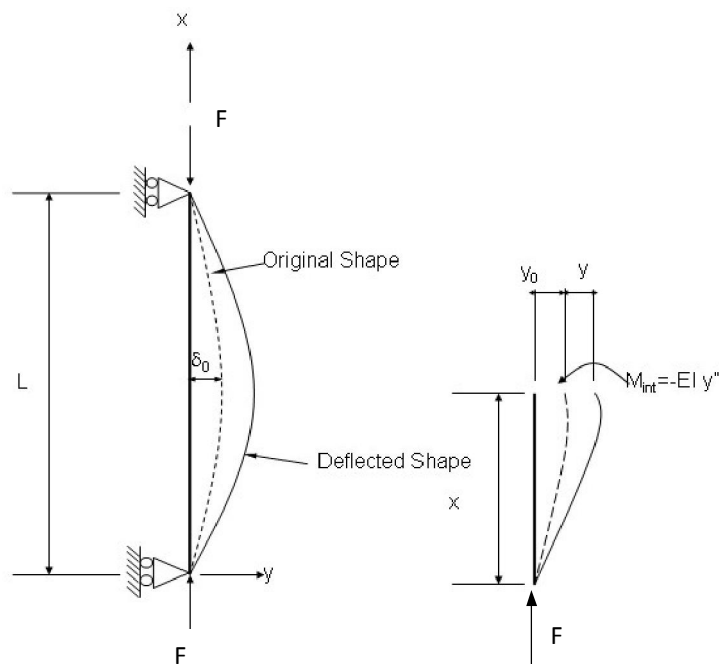
$$= \frac{E_2 A}{L^0} [N^0]^T [N^0] \quad \text{ถ้า } \varepsilon > \varepsilon_y \quad (2.12b)$$

2.4 ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น

ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นส่งผลต่อกำลังน้ำหนักบรรทุกวิกฤตมาก โดยเฉพาะโครงสร้างแบบโดมและเปลือกบางที่มีพฤติกรรมการรับน้ำหนักแบบโก่งเดาะ หรือแบบ Snap through โดยทั่วไปความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ 1) เวกเตอร์รูปแบบน้ำหนักบรรทุก 2) เวกเตอร์พิกัดตำแหน่งจุดต่อตั้งต้น 3) ความยาวของชิ้นส่วนตั้งต้น 4) คุณสมบัติทางหน้าตัดและวัสดุตั้งต้น (Ikeda และ Murota, 1989) งานวิจัยนี้พิจารณาความไม่สมบูรณ์ของชิ้นส่วนที่มีความโค้งตั้งต้น และเวกเตอร์พิกัดตำแหน่งจุดต่อตั้งต้น

2.4.1 ความไม่สมบูรณ์ของชิ้นส่วนที่มีความโค้งตั้งต้น

เนื่องมาจากปัจจัยในการก่อสร้างต่างๆ อาจทำให้ทุกชิ้นส่วนในโครงสร้างทั้งหมดมีความไม่สมบูรณ์ที่มาจากความมีความโค้งตั้งต้น (initial out-of straightness) ผลที่เกิดขึ้นมีผลโดยตรงต่อกำลังรับน้ำหนักและการแยกทวนของโครงสร้าง AISC 303-2010 แนะนำขนาดความโค้งสูงสุดที่ยอมให้ที่ชิ้นส่วนรับแรงอัดเท่ากับ $1/1000$ ของความยาว ในที่นี้จะอธิบายถึงพฤติกรรมของชิ้นส่วนรับแรงอัดเท่านั้น



รูปที่ 2.4 การเสียรูปของชิ้นส่วนรับแรงอัด (Chen และ Lui, 1987)

จากรูปที่ 2.4 แสดงความไม่สมบูรณ์เชิงเรขาคณิตที่มีความโค้งตั้งต้น สมมุติชิ้นส่วนในรูปแบบครึ่งหนึ่งของความโค้งไซน์ (half sine curve) นำเสนอโดย Chen และ Lui (1987)

$$y_0 = \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.13)$$

เมื่อ δ_0 คือขนาดของความโค้งตั้งต้นที่กลางชิ้นส่วน

พิจารณาสมการสมดุลของรูปตัดดังรูปที่ 2.4 ขวา

$$-M_{\text{int}} + F(y + y_0) = 0 \quad (2.14)$$

เมื่อ y คือการโก่งตัวทางด้านข้าง ออกจากแนวที่ความโค้งตั้งต้น

F คือแรงอัดแนวแกน

แรงต้านทานการดัดภายในคือ

$$M_{\text{int}} = -EIy'' \quad (2.15)$$

แทนค่าแรงต้านทานการดัดภายในสมการที่ 2.15 ลงในสมการที่ 2.14 จัดรูปแบบสมการใหม่เป็น

$$EIy'' + F(y + y_0) = 0 \quad (2.16)$$

แทนค่าขนาดความโค้งตั้งต้น y_0 ได้สมการอนุพันธ์

$$y'' + k^2 y = -k^2 \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (2.17)$$

เมื่อ $k^2 = F / EI$

ผลเฉลยที่ได้จากสมการ 2.17 (รายละเอียดแสดงภาคผนวก ข)

$$y = \frac{P/P_e}{1 - P/P_e} \delta_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad (2.18)$$

$$y_{\text{total}} = y_0 + y \quad (2.19)$$

$$y_{\text{total}} = \left(\frac{1}{1 - F/P_e}\right) \delta_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad (2.20)$$

สมการที่ 2.20 แสดงขนาดการเสียรูปด้านข้างทั้งหมดเนื่องจากแรงอัดแนวแกน สังเกตได้ว่าสามารถจัดในรูปเฟคเตอร์ A_F เมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นได้

$$A_F = \left(\frac{1}{1 - F/P_e} \right) \quad (2.21)$$

โมเมนต์การดัด

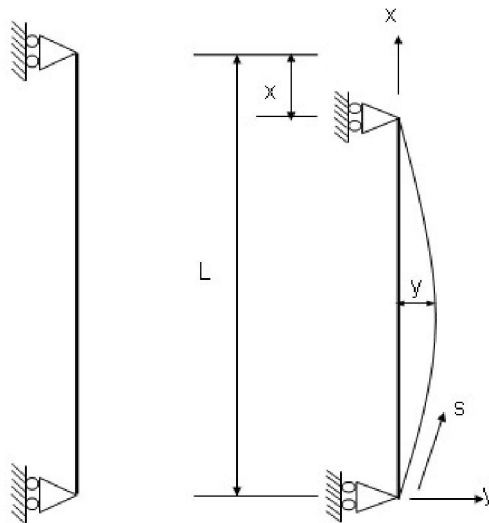
$$M = F(y + y_0) = Fy_{total} \quad (2.22)$$

หรือ

$$M = \left(\frac{1}{1 - F/P_e} \right) P\delta_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad (2.23)$$

2.4.2 สติฟเนสที่มีผลจากความโค้งตั้งต้น

เมื่อชิ้นส่วนรับแรงอัดถูกกระทำส่งผลให้ชิ้นส่วนนั้นมีความโค้ง เกิดการโก่งตัวด้านข้างตามแกน y ดังรูปที่ 2.5 ซึ่งขนาดการโก่งตัวในแนวแกน (หดตัว) มีผลเพิ่มมากขึ้น เมื่อพิจารณาการโก่งเดาะตัวด้านข้าง



รูปที่ 2.5 ลักษณะการเสียรูปชิ้นส่วนรับแรงอัด (Yang และYang, 1997)

การโก่งตัวแนวแกน (แกน x) ที่มีผลจากการโก่งเดาะ (แกน y) รวมกับการหดตัว (แกน x) สามารถประมาณ ดังสมการ Yang และYang (1997)

$$x = \frac{FL}{AE} + \int_0^L (ds - dx) \quad (2.24)$$

เมื่อ ds คือระยะตามแนวโค้ง

dx คือระยะตามแนวตั้ง

จากสมการ 2.24 แสดงผลของการแทนค่าสมการได้ดังนี้

$$x = \frac{FL}{AE} + \frac{(\pi y)^2}{4L} \quad (2.25)$$

สมการแสดงการเสียรูปเนื่องจากการโก่งเดาะทั้งหมดเนื่องจากความโค้งตั้งต้นสมการ 2.20 ที่ระยะกึ่งกลางเสา ($x=L/2$)

$$y = \frac{\delta_0}{1 - F/P_e} \quad (2.26)$$

สมการการเสียรูปแนวแกนที่รวมผลของความโค้งตั้งต้นทั้งหมด

$$x = \frac{FL}{AE} + \frac{\pi^2 \delta_0^2}{4L} \left(\frac{1}{(1 - F/P_e)^2} \right) \quad (2.27)$$

เมื่อนำสมการที่ 2.27 หาอนุพันธ์เทียบกับน้ำหนักบรรทุก P เป็นสมการเฟล็กซิบิลิตี้ (flexibility)

$$\frac{\partial x}{\partial P} = \frac{L}{AE} + \frac{\pi^2 \delta_0^2}{2LP_e} \left\{ \frac{1}{(1 - F/P_e)^3} \right\} \quad (2.28)$$

จากสมการเฟล็กซิบิลิตี้ (flexibility) จากสมการ 2.28 หาค่าสติฟเนส (stiffness) ดังสมการ

$$K = \frac{1}{\frac{L}{AE} + \frac{\pi^2 \delta_0^2}{2LP_e} \left\{ \frac{1}{(1 - F/P_e)^3} \right\}} \quad (2.29)$$

หรือจัดรูปใหม่

$$K = \frac{2EALP_e(1 - F/P_e)^3}{\left\{ 2L^2 P_e(1 - F/P_e)^3 + EA\pi^2 \delta_0^2 \right\}} \quad (2.30)$$

2.4.3 แรงภายในที่มีผลจากความโค้งตั้งต้น

ชิ้นส่วนที่มีความโค้งตั้งต้นนั้นมีการเสียรูปมากเนื่องจากการโค้งทางด้านข้างทำให้การกระจัดที่ปลายมีมากขึ้นกว่าเดิมทำให้สมการการหาแรงภายในโดยทั่วไปที่สภาวะสมบูรณที่แสดงดังสมการที่ 2.31 นั้นไม่ถูกต้อง

$$F = EA \frac{\Delta L}{L} \quad (2.31)$$

จากสมการที่ 2.27 จัดรูปสมการหาแรงภายในรูปสมการกำลังสามดังสมการ

$$F^3 \left\{ \frac{-L}{EAP_e^2} \right\} + F^2 \left\{ \frac{x}{P_e^2} + \frac{2L}{EAP_e} \right\} + F \left\{ \frac{-2x}{P_e} - \frac{L}{EA} \right\} + \left\{ x - \frac{\pi^2 \delta_0^2}{4L} \right\} = 0 \quad (2.32)$$

สมการผลเฉลยของสมการกำลังสาม (cubic polynomial) แบบแน่นอนตรงดังแสดงสมการ 2.33-2.37

สมการกำลังสาม เมื่อ a, b, c, d คือสัมประสิทธิ์ใดๆ

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (2.33)$$

ผลเฉลยของสมการกำลังสาม x_1, x_2, x_3

$$x_1 = s + t - b/(3a) \quad (2.34)$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}(s+t) - \frac{b}{3a} + \frac{\sqrt{3}}{2}(s-t)i \quad (2.35)$$

$$x_3 = -\frac{1}{2}(s+t) - \frac{b}{3a} - \frac{\sqrt{3}}{2}(s-t)i \quad (2.36)$$

เมื่อ

$$t = \sqrt[3]{q-r} \quad (2.37a)$$

$$s = \sqrt[3]{q+r} \quad (2.37b)$$

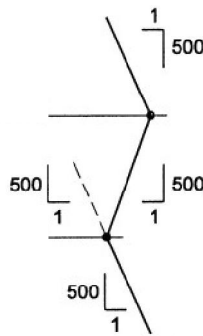
$$r = \sqrt{\left(\frac{3ac-b^2}{9a^2}\right) + q^2} \quad (2.37c)$$

$$q = \frac{9abc - 27a^2b - 2b^3}{54a^3} \quad (2.37d)$$

เมื่อ i แสดงสัญลักษณ์ของจำนวนจินตภาพ ค่าคำตอบของแรงภายในจากผลเฉลยจะใช้เฉพาะ x_1 ที่ได้ค่าเป็นจำนวนจริงเท่านั้น

2.4.4 ความไม่สมบูรณ์ของพิกัดไม่ตรงจุดตั้งต้น

เนื่องมาจากปัจจัยในการก่อสร้างต่างๆ อาจทำให้คาดเคลื่อนพิกัดไม่ตรงจุดตั้งต้น (initial out-of-plumbness) ที่ไม่ตรงตามแบบกำหนดหรืออาจเรียกว่าความไม่ตั้ง ผลที่เกิดขึ้นมีผลโดยตรงต่อกำลังรับน้ำหนักบรรทุกทุกของโครงสร้างได้ โดย AISC แนะนำขนาดความไม่สมบูรณ์ของจุดต่อที่ไม่ได้พิกัดตั้งต้นที่ยอมให้สูงสุดเท่ากับ $1/500$ ของความยาวชิ้นส่วน ดังรูป 2.6 ใน 2 ทิศทาง ทั้งแกน x, y, z



รูปที่ 2.6 แสดงขนาดของพิกัดไม่ตรงจุดตั้งต้น (AISC 303-10)

2.5 ระเบียบเชิงตัวเลข

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับปัญหาไร้เชิงเส้นโดยทั่วไปอาจจำแนกเป็น 2 แบบ วิธีไม่ทำซ้ำ เช่น วิธีการของฮอยเลอร์ เป็นต้น และวิธีการทำซ้ำ เช่น วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) หรือการควบคุมน้ำหนักบรรทุก วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง (displacement control method) เป็น มีรายละเอียดดังนี้

กำหนดสัญลักษณ์ i คือรอบของเพิ่มค่า (increment step) j คือรอบของการทำซ้ำ (iteration step) k คือตำแหน่งดีกรีอิสระ (degree of freedom) การคำนวณค่าต่างๆที่ใช้ดังต่อไปนี้

- 1) น้ำหนักบรรทุกไม่สมดุล (unbalanced load)

$$\{UBF_i^j\} = \{P_{i,ref}^{j-1}\} - \{RF_i^{j-1}\}$$

- 2) เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่การทำซ้ำที่จุดต่อ

$$\{\overline{d\Delta}_i^j\} = [K_i^{j-1}]^{-1} \{dP_{ref}\} \quad (2.38)$$

$$\{\overline{d\Delta_i^j}\} = [K_i^{j-1}]^{-1} \{UBF_i^{j-1}\} \quad (2.39)$$

โดย $\{UBF_i^0\} = 0$

3) การบวกสะสมเวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่การทำซ้ำ

$$\{d\Delta_i^j\} = d\lambda_i^j \{\overline{d\Delta_i^j}\} + \{\overline{d\Delta_i^j}\} \quad (2.40)$$

4) การบวกสะสมเวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งทั้งหมด

$$\{\Delta_i\} = \{\Delta_{i-1}\} + \sum_{j=1}^m \{d\Delta_i^j\} \quad (2.41)$$

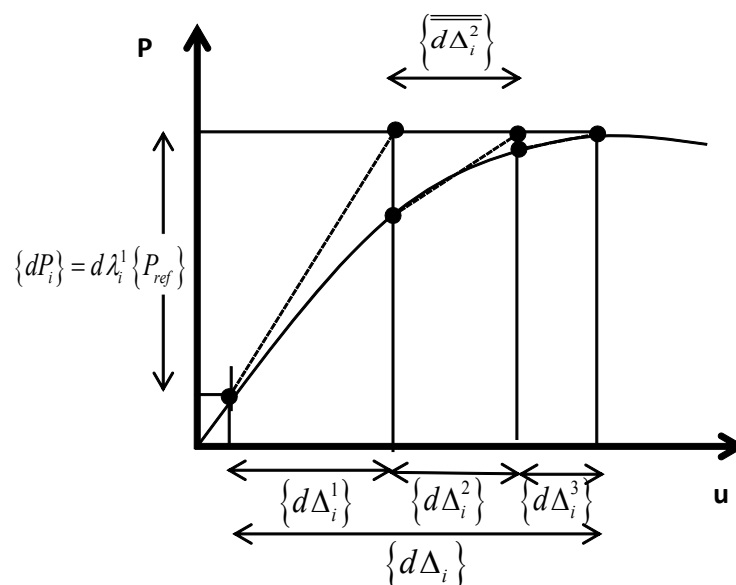
5) นำหนักบรรทุกแต่ละรอบ

$$\{dP_i^j\} = d\lambda_i^j \{P_{ref}\} \quad (2.42)$$

2.5.1 ระเบียบวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก

ระเบียบวิธีการควบคุมน้ำหนักบรรทุก จะมีการกำหนดน้ำหนักบรรทุกรอบการคำนวณที่คงที่ มีรายละเอียดการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 2.7 ค่าพารามิเตอร์ปรับแก่น้ำหนักบรรทุกในรอบการเพิ่มค่าและถูกรอบของการทำซ้ำหาจากสมการที่ 2.43 (McGuire และคณะ, 2000)

$$d\lambda_i = 1/ToStep \quad (2.43)$$



รูปที่ 2.7 การคำนวณด้วยวิธีวิธีนิวตัน-กราฟเส้น (McGuire และคณะ, 2000)

2.5.2 ระเบียบวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง

วิธีการนี้เป็นการควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่งที่ดีที่เรียกว่าเป็นอิสระเพียง 1 จุด มีรายละเอียดการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 2.8 โดยค่าพารามิเตอร์ปรับแก้หน้าหน้าบรทุกในรอบการทำซ้ำแรกหาจากสมการที่ 2.44 (McGuire และคณะ, 2000)

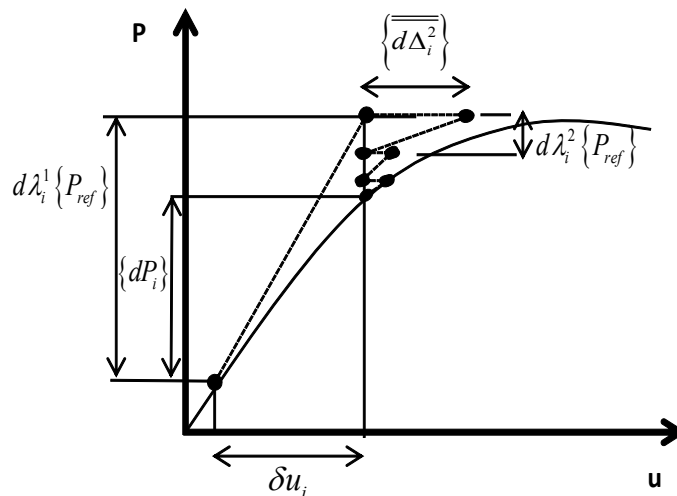
$$d\lambda_i^1 = \frac{\delta u}{[K_i^{j-1}]^{-1} \{dP_{ref}\}_k} \quad (2.44)$$

เมื่อ δu คือการเปลี่ยนตำแหน่งที่ต้องการ ณ ดีกรี k ที่ควบคุม

สำหรับค่าพารามิเตอร์ปรับแก้หน้าหน้าบรทุกในรอบการทำซ้ำที่ 2 เป็นต้นไปจากสมการที่ 2.45

$$d\lambda_i^{j+1} = -\frac{\overline{\{d\Delta_i^j\}_k}}{\{d\Delta_i^j\}_k} \quad (2.45)$$

วิธีการควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่งนี้สามารถคำนวณพฤติกรรมของโครงสร้างผ่านจุดสูงสุดของโครงสร้างหรือพฤติกรรม snap-through ได้ดี อย่างไรก็ตามวิธีการนี้ไม่สามารถคำนวณได้ถ้าหากโครงสร้างมีพฤติกรรมแบบ snap-back



รูปที่ 2.8 การคำนวณด้วยวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง (McGuire และคณะ, 2000)

2.6 การประเมินทางสถิติ

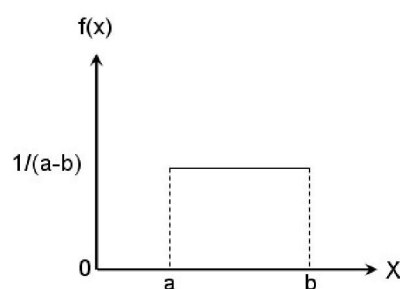
การวิเคราะห์โครงสร้างเมื่อพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่พิกัดไม่ตรงจุดนั้นการหาหน้าหนักบรรทุกฎิต่ำสุดไม่สามารถหาได้โดยตรง นั่นคือขนาดความไม่สมบูรณ์สูงสุดไม่สามารถหา กำลังรับหน้าหนักบรรทุกฎิต่ำสุดได้ โดยความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะมีรูปแบบที่แน่นอนทั้งขนาดและทิศทาง ดังนั้นการสุ่มความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่พิกัดไม่ตรงจุดทั้งขนาดและทิศทางด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte carlo) เป็นวิธีที่เหมาะสม

มอนติคาร์โลเป็นวิธีการจำลองเพื่อหาพารามิเตอร์ใดๆ และค่าความน่าจะเป็นของการกระจายตัว ซึ่งค่าของตัวแปรที่กระจายจะขึ้นกับรูปแบบที่กำหนด ตัวอย่างเช่น การกระจายแบบสม่ำเสมอ การกระจายแบบปกติ การกระจายแบบเอ็กโปเนนเชียล เป็นต้น งานวิจัยนี้จึงเสนอการสุ่มด้วยวิธีมอนติคาร์โลด้วยการสุ่มตัวแปรแบบสม่ำเสมอ (uniform distribution) เป็นการสุ่มอย่างง่ายและได้ค่าตัวแปรขนาดไม่สมบูรณ์ที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆกัน การวิเคราะห์จะได้กำลังรับหน้าหนักบรรทุกฎิต่ำกว่า (Ranganathan, 1990)

2.6.1 การกระจายแบบสม่ำเสมอ

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นตัวอย่าง $f(x)$ ของตัวแปรสุ่ม x มีค่าใดๆ ด้วยความน่าจะเป็น $P(x)$ ในสเปส โดยมีค่าเป็นไปได้ทุกค่าในช่วง $[a, b]$ โดยที่ $a < b$ มีคุณสมบัติดังสมการที่ 2.46 และแสดงในรูปที่ 2.9

- $f(x) \geq 0$
 - $\int_a^b f(x) dx = 1$
 - $P\{c < x < d\} = \int_c^d f(x) dx$ โดยที่ $a < c$ และ $d < b$
- } (2.46)



รูปที่ 2.9 การแจกแจงความน่าจะเป็นต่อเนื่องแบบยูนิฟอร์ม (กัลยา, 1998)

การแจกแจงแบบสม่ำเสมอฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x)$ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม $F(x)$ และค่าความหนาแน่นการสุ่ม v เมื่อ $0 \leq v \leq 1$ คือ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a-b} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (2.47)$$

$$F(x) = \int_a^x \left(\frac{1}{a-b} \right) dt \quad (2.48)$$

$$F(x) = \left(\frac{x-a}{a-b} \right) \quad (2.49)$$

$$v = F(x) = \left(\frac{x-a}{b-a} \right) \quad (2.50)$$

ดังนั้นค่าตัวแปรการสุ่มแบบสม่ำเสมอ V ในช่วงขอบเขต $a \leq V \leq b$

$$V = F^{-1}(v) = a + (b-a)v \quad (2.51)$$

2.6.2 การสรุปผลทางสถิติ

จากข้อมูลของตัวแปรต่างๆ ที่อยู่ในช่วงของที่กำหนดที่เป็นไปได้จากการสุ่มตัวแปร ค่าของตัวแปรมีค่าแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้อง มีความจำเป็นที่ต้องหาตัวแทนเพื่อสรุปค่าต่างๆ ด้วยตัวเลขเดียว ค่ากลางหรือค่าเฉลี่ยเป็นตัวเลขหนึ่งที่สำคัญเพื่อประมาณค่าจากการสุ่ม ดังสมการที่ 2.52

$$\mu = \sum_{i=1}^N X_i / N \quad (2.52)$$

ค่าการกระจายของข้อมูลหรือค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานนั้นจะขึ้นอยู่กับขอบเขตที่กำหนดในการสุ่มข้อมูลที่เบี่ยงเบนจากค่ากลาง โดยคำนวณได้ดังสมการ 2.53

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N} \quad (2.53)$$

ค่าความแปรปรวนจากค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานกำลังสอง ดังสมการ 2.54

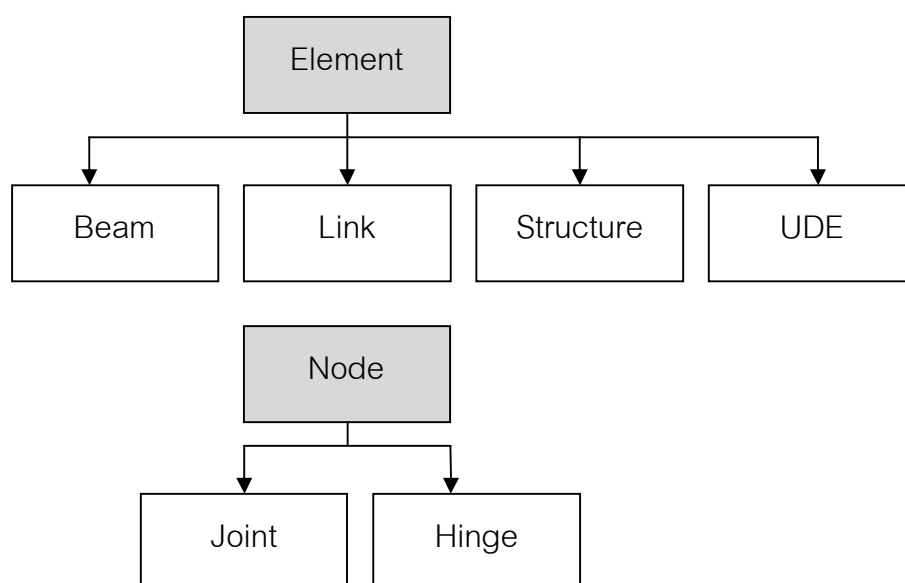
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}} \quad (2.54)$$

บทที่ 3

การพัฒนาโปรแกรมสำหรับงานวิจัย

3.1 โปรแกรมสำหรับการพัฒนา

ในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม JSM (Smittakorn, 2008) ถูกพัฒนาขึ้นด้วยภาษาจาวา โดยอาศัยหลักการสืบทอดเชิงวัตถุ (object oriented programming) ด้วยคุณสมบัติเชิงวัตถุดังกล่าว ทำให้การพัฒนาแบบจำลองโดยใช้โปรแกรม JSM สะดวกในการพัฒนาเพิ่มเติม และการปรับปรุงปฏิสัมพันธ์ระหว่างคลาส การกำหนดคลาสของโปรแกรม JSM เป็นไปตามรูปที่ 3.1 โดยมีคลาสแม่ที่สำคัญ ได้แก่ คลาส Element ที่มีคลาสย่อย เช่น Beam, Link, Structure และ UDE โดยคลาส Beam และ Link สำหรับจำลองอิเลเมนต์โครงข้อแข็งและโครงข้อหมุนตามลำดับ คลาส Structure สำหรับประกอบ อิเลเมนต์ในระบบพิกัดรวมและค่าการเสียรูป คลาส UDE สำหรับกำหนดรูปแบบอิเลเมนต์ตามผู้ใช้ และคลาสแม่ Node ที่มีคลาสลูก ได้แก่ Hinge และ Joint สำหรับกำหนดจุดต่อแบบโครงข้อหมุนและโครงข้อแข็งตามลำดับ นอกจากนี้ยังมีคลาสอื่นๆ เช่น คลาส Material สำหรับการกำหนดคุณสมบัติของวัสดุต่างๆ หรือคลาส Section สำหรับการกำหนดคุณสมบัติของหน้าตัด เป็นต้น



รูปที่ 3.1 โครงสร้างคลาสของโปรแกรม JSM (Smittakorn, 2008)

ในงานวิจัยชิ้นนี้จะเพิ่มคลาส Link3D สำหรับสร้างอิลิเมนต์ที่มีความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่มีความโค้งตั้งต้นสามมิติ คลาส Hinge3D สำหรับสร้างระบบสามมิติ โดยเป็นคลาสลูกของ Element และ Node ตามลำดับ ส่วนคลาส Structure จะพัฒนาสำหรับกรวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

3.2 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

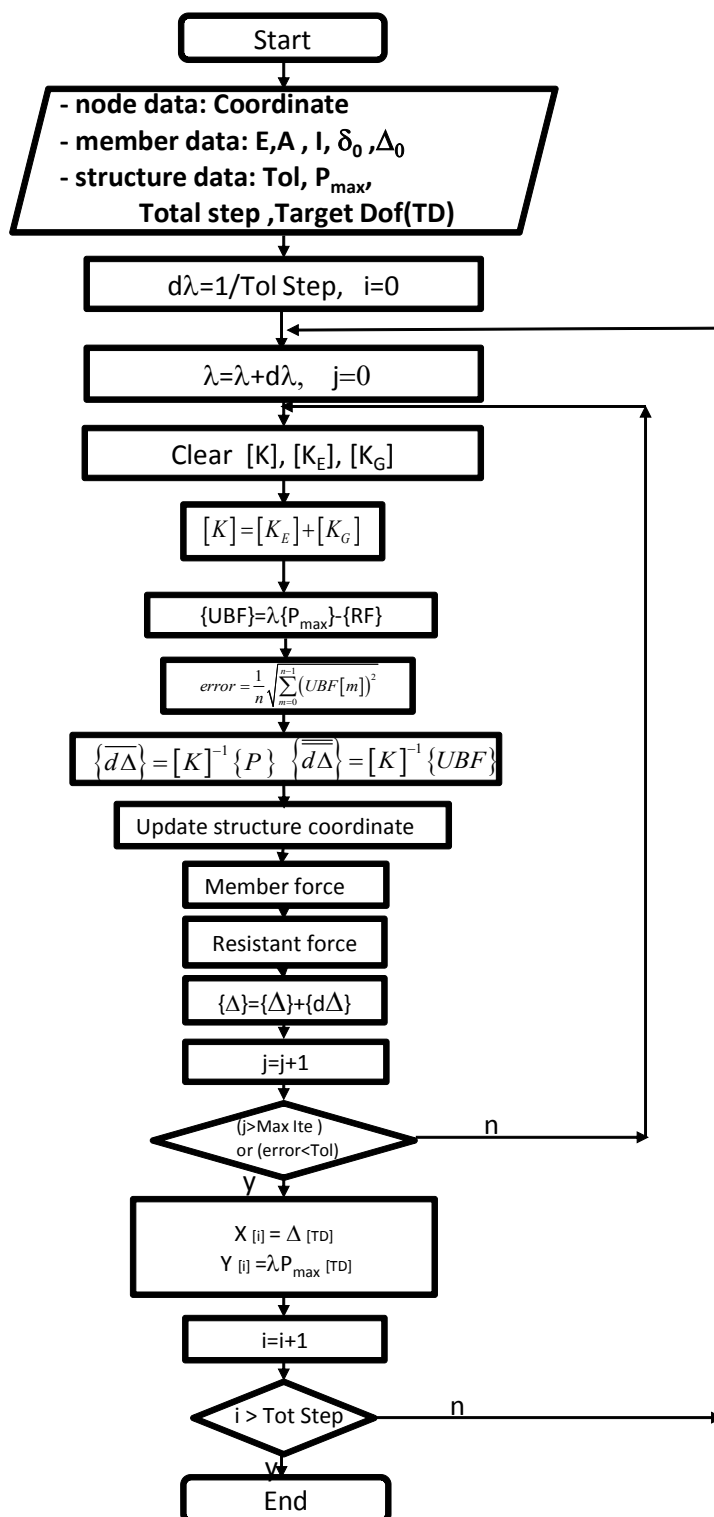
งานวิจัยนี้จะใช้รูปแบบการวิเคราะห์ 2 วิธี ได้แก่ระเบียบวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุกและระเบียบวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่งที่ตีกริความอิสระใดๆ และรายละเอียดการคำนวณแรงภายในและสติฟเนสที่ขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นแสดงรายละเอียดต่อไป

3.2.1 ระเบียบวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก

รูปที่ 3.2 แสดงแผนภูมิลำดับวิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก โดยมีรายละเอียดดังนี้

- 1) นำเข้าข้อมูลทางเรขาคณิต คุณสมบัติทางวัสดุ น้ำหนักบรรทุกสูงสุด ค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้ ขนาดความความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ความโค้งตั้งต้น δ_0 ที่ตรงจุดต่อ Δ_0 และเงื่อนไขขอบเขตอื่น
- 2) กำหนดพารามิเตอร์ $d\lambda$
- 3) หาค่าพารามิเตอร์สะสม λ จากบวกสะสมค่า $d\lambda$ (เข้าสู่ Increment Step)
- 4) ล้างค่าตัวแปรเก็บค่าสติฟเนส $[K], [K_E], [K_G]$ (เข้าสู่ Iteration Step)
- 5) สร้างสติฟเนส $[K] = [K_E] + [K_G]$
- 6) หาแรงไม่สมดุลจาก $\{UBF\} = \lambda\{P_{max}\} - \{RF\}$ เมื่อ $\{RF\}$ คือแรงต้านทาน
- 7) หาค่าคาดเคลื่อนที่ยอมรับได้
- 8) หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง $\{\overline{d\Delta}\}, \{d\Delta\}$
- 9) ปรับปรุงพิกัดจุดต่อใหม่จาก ค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง
- 10) หาค่าแรงภายใน
- 11) หาค่าแรงต้านทาน
- 12) หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสม $\{U\}$ จากการบวกสะสมค่า $\{du\}$
- 13) เพิ่มค่ารอบการทำซ้ำ (j)
- 14) ตรวจสอบค่าคาดเคลื่อนน้อยกว่าค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้เท่ากับ 0.0001 หรือรอบการทำซ้ำไม่เกินที่กำหนด ถ้าไม่ทำซ้ำใหม่ตั้งแต่ข้อ 4) ถึงข้อ 13)

- 15) บันทึกข้อมูลค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง $X_{[i]}$ และน้ำหนักบรรทุกที่ปรับแก้ด้วยพารามิเตอร์ λ ที่ $Y_{[i]}$ ณ ตำแหน่งดีกรีความอิสระที่ต้องการ
- 16) เพิ่มค่าการการคำนวณ (i) จนครบค่าที่กำหนด ถ้าไม่ทำซ้ำใหม่ตั้งแต่ข้อ 3) ถึงข้อ 15)

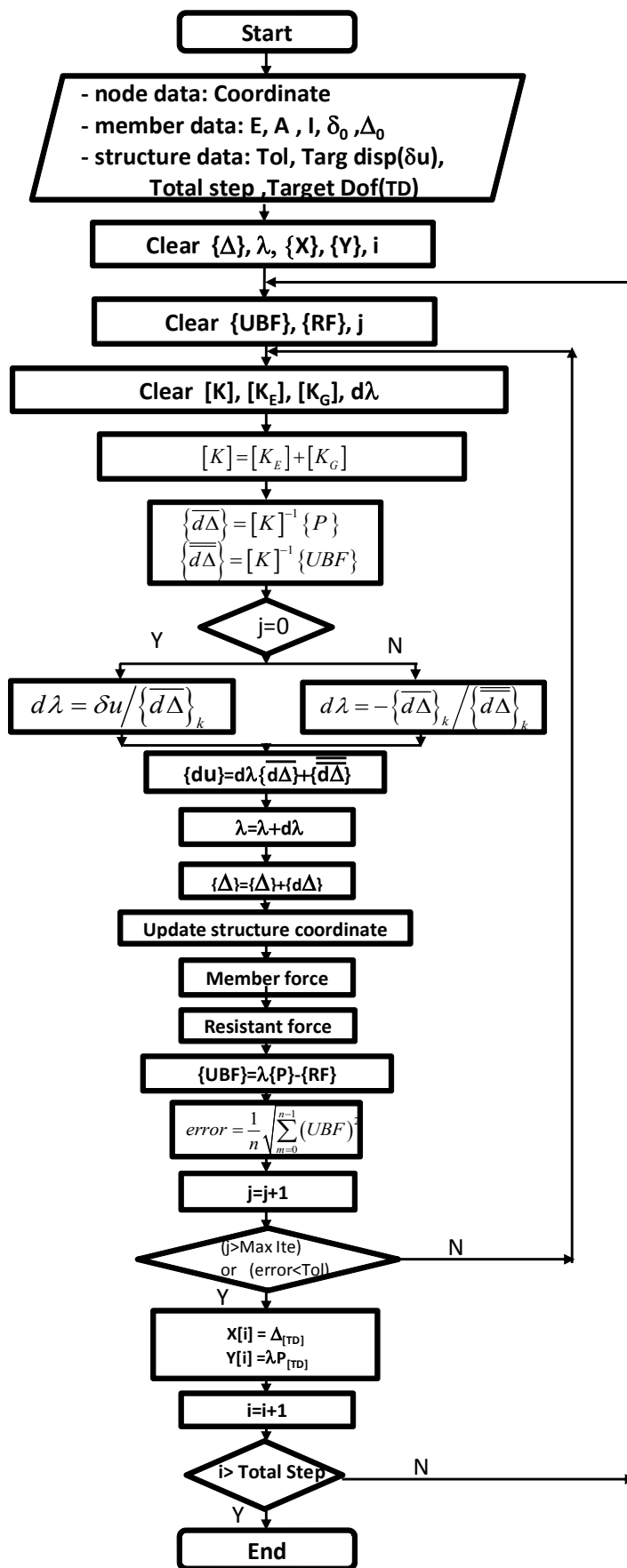


รูปที่ 3.2 วิธีควบคุมน้ำหนักบรรทุก

3.2.2 ระเบียบวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง

รูปที่ 3.3 แสดงแผนภูมิลำดับวิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง โดยมีรายละเอียดดังนี้

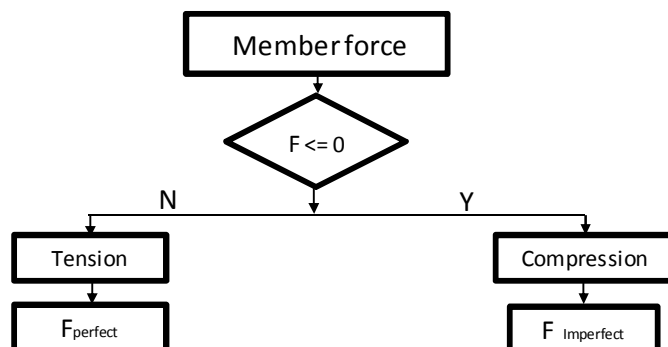
- 1) นำเข้าข้อมูลทางเรขาคณิต คุณสมบัติทางวัสดุ น้ำหนักบรรทุกสูงสุด ค่าผิดพลาดที่ยอมให้ ขนาดความความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ความโค้งตั้งต้น δ_0 ที่ตรงจุดต่อ Δ_0 และเงื่อนไขขอบเขตอื่น ขนาด ทิศทาง และดิสกรีอิสรที่ควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง
- 2) ล้างตัวแปรที่เก็บข้อมูล $\lambda, \{U\}, X, Y$ ก่อนเข้าสู่รอบการคำนวณ
- 3) ล้างตัวแปรที่เก็บข้อมูล $\{UBF\}, \{RF\}, j$ (เข้าสู่ Increment Step)
- 4) ล้างตัวแปรที่เก็บข้อมูล $[K], [K_E], [K_G], d\lambda$ (เข้าสู่ Iteration Step)
- 5) สร้างสติเฟเนส $[K] = [K_E] + [K_G]$
- 6) หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง $\{\overline{d\Delta}\}, \{d\Delta\}$
- 7) หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง $\{d\Delta\} = d\lambda \{\overline{d\Delta}\} + \{\overline{d\Delta}\}$
- 8) หาค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสม $\{\Delta\}$ จากการบวกสะสมค่า $\{d\Delta\}$
- 9) ปรับปรุงพิกัดจุดต่อใหม่จาก ค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง
- 10) หาค่าแรงภายใน
- 11) หาค่าแรงต้านทาน
- 12) หาแรงไม่สมดุลจาก $\{UBF\} = \lambda \{P_{max}\} - \{RF\}$ เมื่อ $\{RF\}$ คือแรงต้านทาน
- 13) เพิ่มค่ารอบการทำซ้ำ (j)
- 14) ตรวจสอบค่าคาดเคลื่อนน้อยกว่าค่าผิดพลาดที่ยอมให้เท่ากับ 0.0001 หรือรอบการทำซ้ำไม่เกินที่กำหนด ถ้าไม่ทำซ้ำใหม่ตั้งแต่ข้อ 4) ถึงข้อ 13)
- 15) บันทึกข้อมูลค่าการเปลี่ยนตำแหน่งและน้ำหนักบรรทุกที่ปรับแก้ด้วยพารามิเตอร์ λ ณ ตำแหน่งดิสกรีอิสรที่ต้องการ
- 16) เพิ่มค่าการคำนวณ (i) จนครบค่าที่กำหนด ถ้าไม่ทำซ้ำใหม่ตั้งแต่ข้อ 3) ถึงข้อ 15)



รูปที่ 3.3 วิธีควบคุมการเปลี่ยนตำแหน่ง

3.2.3 การหาค่าแรงภายในเมื่อชิ้นส่วนมีโค้งตั้งต้น

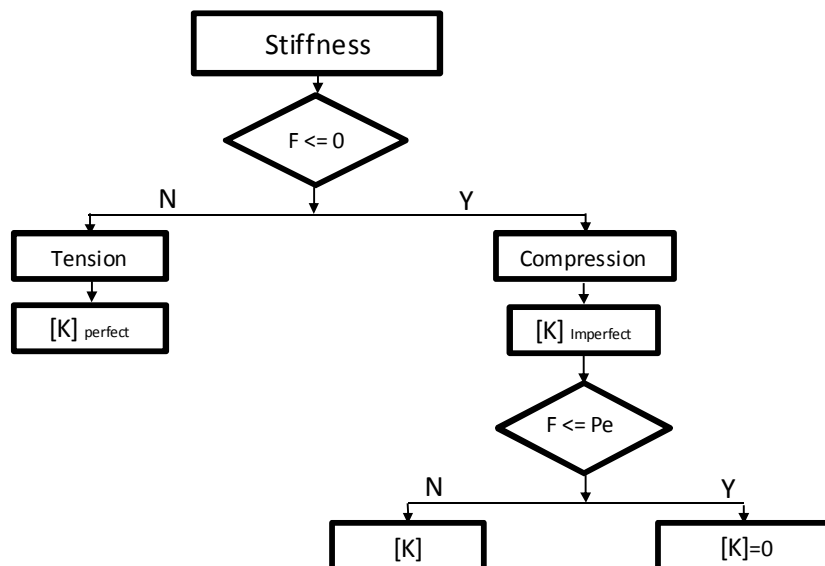
การหาค่าแรงภายในเมื่อชิ้นส่วนมีโค้งตั้งต้นจะมีรายละเอียดดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 การหาค่าแรงภายในเมื่อชิ้นส่วนมีโค้งตั้งต้น

3.2.4 การหาสติสเนสเมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น

การหาสติสเนสเมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นจะมีรายละเอียดดังรูปที่ 3.5 โดยแรงภายในที่เกิดขึ้นจะไม่เกินกำลังการโก่งเดาะของออยเลอร์ (Euler Load)



รูปที่ 3.5 การหาสติสเนสเมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น

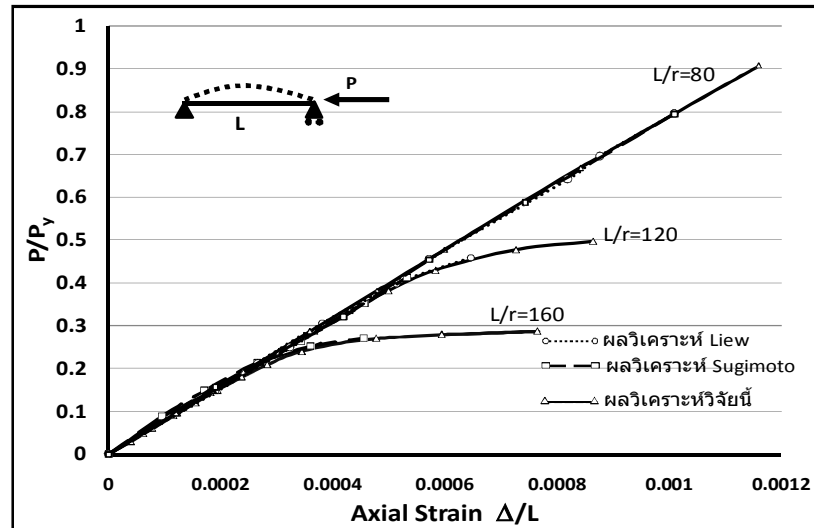
บทที่ 4 กรณีศึกษา

ในบทนี้จะประยุกต์ใช้วิธีการวิเคราะห์โครงสร้างที่พัฒนาขึ้นกับกรณีศึกษาตัวอย่างโครง
ข้อหมุนรูปแบบต่างๆ คือ เสาปลายยึดหมุน , ท่อเกลทรัส , โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชั้น , สตาร์โดม
และสะพานลอยโครงข้อหมุน การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ของงานวิจัยนี้กับตัวอย่างในอดีต
เป็นการทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองที่เลือกใช้และความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์
ที่พัฒนาขึ้น ซึ่งใช้วิธีวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุแบบเส้นตรง
สองเส้น โดยพิจารณาความไม่สมบูรณ์เนื่องจากความโค้งตั้งต้นและความไม่สมบูรณ์เนื่องจาก
พิกัดไม่ตรงจุดตามมาตรฐาน AISC 303-10

4.1 เสาปลายยึดหมุน (Pin-ended column)

ตัวอย่างนี้เป็นการวิเคราะห์โครงสร้างเปรียบเทียบกับกรณีวิเคราะห์ของ Liew และคณะ
(1997) และของ Sugimoto และ Chen (1985) เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการวิเคราะห์ที่
พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้ ทำการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตพร้อมทั้งศึกษาพฤติกรรมที่
อาจเกิดขึ้นจริงของแต่ละชิ้นส่วนด้วยการพิจารณาความไม่สมบูรณ์ที่ความโค้งตั้งต้น

ลักษณะของโครงสร้างกรณีศึกษาคือเสาท่อกลมที่มีจุดรองรับแบบจุดหมุนและล้อเลื่อน
รับน้ำหนักบรรทุกทุกอัดในแนวแกน มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 114.3 mm ความหนา 0.245 mm
โมดูลัสยืดหยุ่น 2×10^5 MPa ความเค้นที่จุดคราก 254 MPa กำหนดขนาดความโค้งตั้งต้น (δ_0)
ค่าสูงสุดที่ยอมให้เท่ากับ 0.001 เท่าของความยาว ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบควบคุมการเสียรูป
การวิเคราะห์ตัวอย่างนี้โดยการแปรผันอัตราส่วนความขลุ่ย (L/r) ทั้งหมด 3 ตัวอย่าง ได้แก่ 80, 120
และ 160 ผลการวิเคราะห์เฉพาะพฤติกรรมก่อนการโก่งเดาะเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ในอดีต
แสดงดังในรูปที่ 4.1 พบว่ามีความคลาดเคลื่อนเมื่อเทียบกับ Liew และคณะ (1997) ที่อัตราส่วน
ความขลุ่ย 80, 120 และ 160 ประมาณ 1.98% , 1.56% , 3.68% ตามลำดับ และความคลาด
เคลื่อนเมื่อเทียบกับ Sugimoto และ Chen (1985) ที่อัตราส่วนความขลุ่ย 80, 120 และ 160
ประมาณ 1.51% , 1.41% , 1.67% ตามลำดับ สรุปได้ว่าผลการวิเคราะห์มีความสอดคล้องกัน
และน่าเชื่อถือ

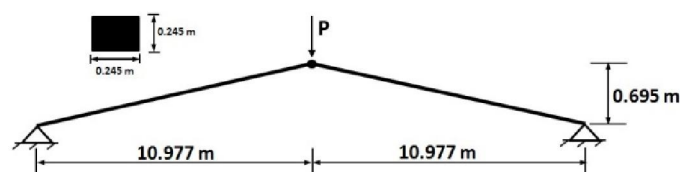


รูปที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์เสาปลายยึดหมุน

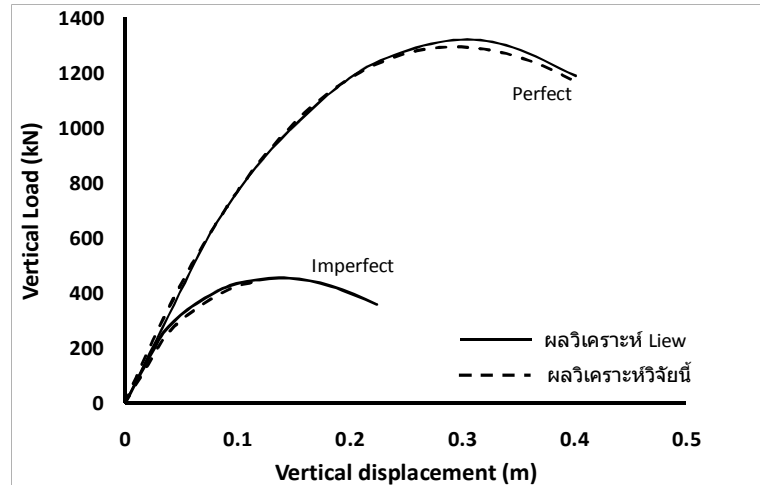
4.2 ท็อกเกิลทรัส (Toggle truss)

ตัวอย่างนี้เป็นแสดงผลการวิเคราะห์ที่เป็นโครงสร้างแบบ 2 มิติ เพื่อศึกษาผลความไม่สมบรูณ์ที่ตั้งต้นในแต่ละชั้นส่วนที่มีผลต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติของโครงสร้าง ลักษณะของโครงสร้างนี้เป็นโครงข้อมุมสองชั้นในระนาบดังแสดงในรูปที่ 4.2 มีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดต่อแนวตั้งที่ลดลง กำหนดขนาดความโค้งตั้งต้น (δ_0) เท่ากับ 0.001 เท่าของความยาว มีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมขนาด $0.245 \times 0.245 \text{ m}^2$ โมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ $2.06 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ ความเค้นที่จุดครากเท่ากับ 235 N/mm^2 อัตราส่วนความชะลูด (L/r) เท่ากับ 150 วิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่สภาวะสมบรูณ์และที่สภาวะไม่สมบรูณ์เมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบควบคุมการเสียรูป

ผลที่ได้เปรียบเทียบกัน แสดงในรูปที่ 4.3 สังเกตว่าผลวิเคราะห์ที่สภาวะสมบรูณ์มีน้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 1292.72 kN และผลวิเคราะห์เมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นมีน้ำหนักบรรทุกวิกฤติเท่ากับ 443.39 kN มีค่าลดลง 12.34 % เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ของ Liew และคณะ (1997) ความคลาดเคลื่อนสภาวะสมบรูณ์เท่ากับ 3.6% และความคลาดเคลื่อนกรณีเมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น 1.5%



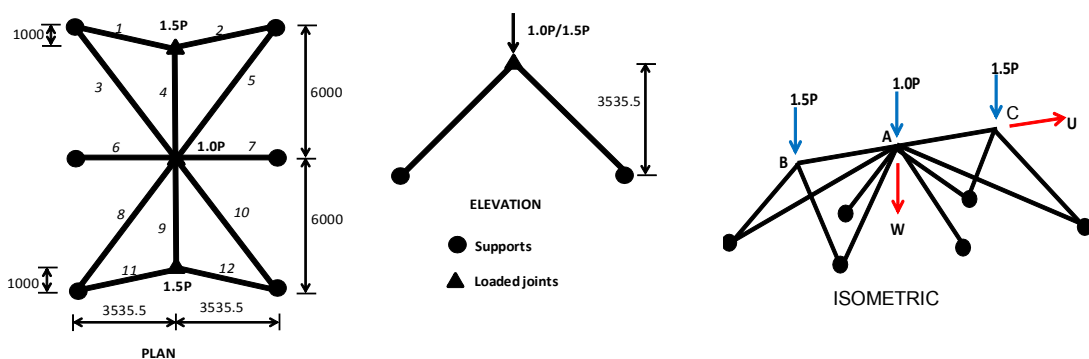
รูปที่ 4.2 ท็อกเกิลทรัส



รูปที่ 4.3 ผลการวิเคราะห์ที่ออกเกลทรัส

4.3 โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชั้น (Twelve-bar space truss system)

ตัวอย่างนี้เป็นแสดงผลการวิเคราะห์ที่เป็นโครงสร้างแบบ 3 มิติ เพื่อศึกษาผลความขลุดที่มีผลต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤติของโครงสร้าง โดยประกอบด้วย 12 ชั้นส่วน รับน้ำหนักบรรทุกในแนวตั้ง (P) ฐานรองรับทั้งหมดเป็นแบบจุดหมุน โดยมีรายละเอียดดังรูปที่ 4.4 มีหน้าตัดแต่ละชั้นส่วนแบบวงกลมมี 2 ขนาด คือ กรณี CS1 และ CS2 ดังตารางที่ 4.1 อัตราส่วนความขลุด (L/r) ชั้นส่วนติดกับจุดรองรับหมายเลข 1,2,11 และ 12 มีค่าเท่ากับ 65 กรณีหน้าตัด CS1 และ 68 กรณีหน้าตัด CS2 โมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 205 KN/mm² ความเค้นที่จุดครากเท่ากับ 275 N/mm² กำหนดขนาดความโค้งตั้งต้น (δ_0) เท่ากับ 0.001 เท่าของความยาว วิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่สภาวะสมบรูณ์และที่สภาวะไม่สมบรูณ์เมื่อชั้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบควบคุมการเสียรูป วิเคราะห์การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดต่อ B ในแนวตั้ง (W) และในแนวราบ (U) ของแต่ละกรณีหน้าตัด CS1 และ CS2

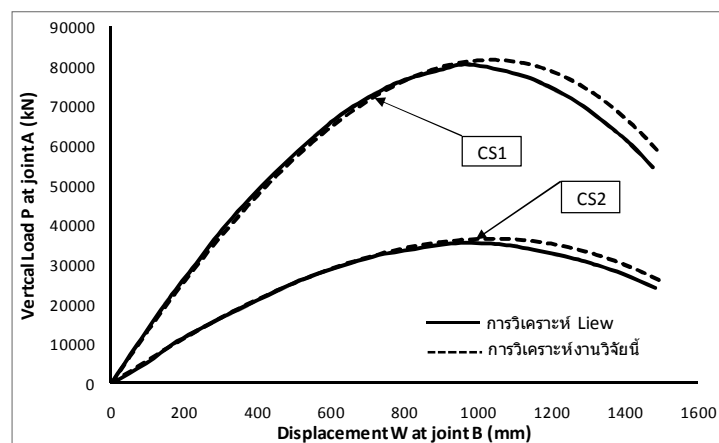


รูปที่ 4.4 โครงข้อหมุนสามมิติ 12 ชั้น

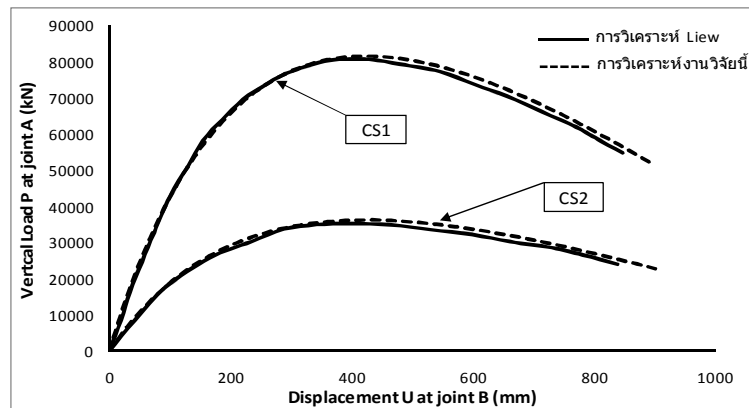
ตารางที่ 4.1. ขนาดหน้าตัดกรณี CS1 และ CS2

กรณี	CS1	CS2
เส้นผ่าศูนย์กลาง(mm)	193.7	168.3
ความหนา(mm)	10	5
พื้นที่หน้าตัด(mm ²)	5,770	2,570
โมเมนต์ความเฉื่อย(mm ⁴)	2,442x10 ⁴	856x10 ⁴

กรณีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่สภาวะสมบูรณ์ จากรูป 4.5 แสดงผลการวิเคราะห์ที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวตั้งจุด B น้ำหนักบรรทุกวิกฤตกรณี CS1 ประมาณ 80,980 kN และกรณี CS2 ประมาณ 36,030 kN สังเกตว่าน้ำหนักบรรทุกมีค่าลดลงอย่างมาก เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับผลของ Liew และคณะ(1997) มีแนวโน้มทิศทางเดียวกันมีความใกล้เคียงมากในช่วงเริ่มต้นก่อนจุดวิกฤต เริ่มแตกต่างกันเมื่อใกล้จุดวิกฤต มีความคลาดเคลื่อนกรณี CS1 เท่ากับ 4.32% กรณี CS2 เท่ากับ 2.34% และจากรูปที่ 4.6 ที่การเสียรูปแนวราบจุด B น้ำหนักบรรทุกวิกฤตใกล้เคียงกับผลการวิเคราะห์ที่เสียรูปแนวตั้ง มีความคลาดเคลื่อนกรณี CS1 เท่ากับ 1.56% และกรณี CS2 เท่ากับ 1.34%

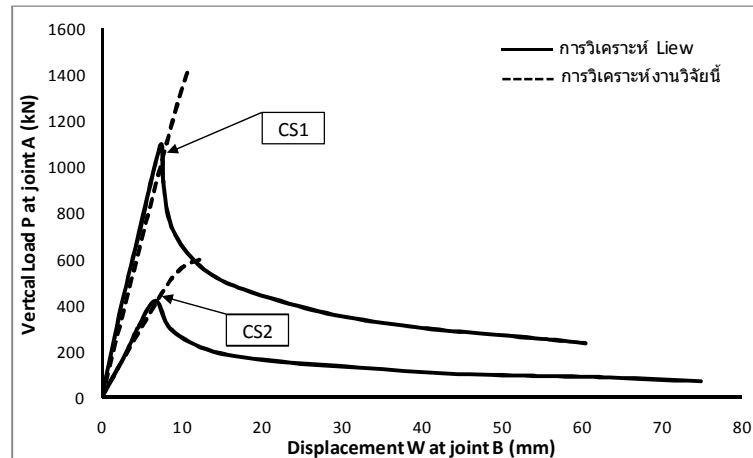


รูปที่ 4.5 ผลการวิเคราะห์สภาวะสมบูรณ์ที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวตั้งที่จุด B

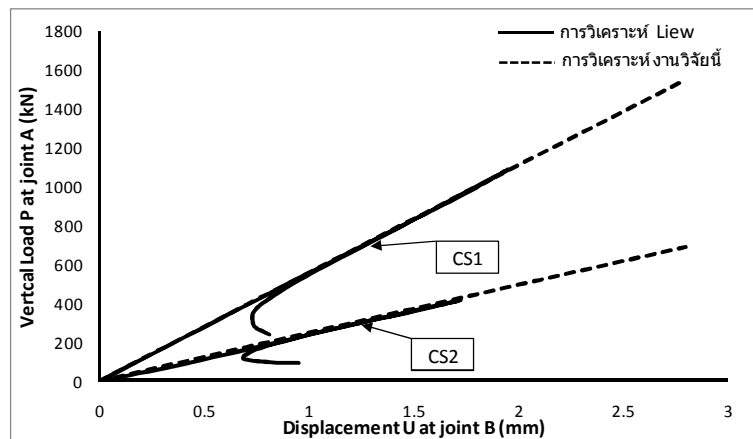


รูปที่ 4.6 ผลการวิเคราะห์สภาวะสมบูรณที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวราบที่จุด B

กรณีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่สภาวะไม่สมบูรณเมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น จากรูป 4.7 แสดงผลการวิเคราะห์ที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวตั้งจุด B น้ำหนักบรรทุกวิกฤติกรณี CS1 ประมาณ 1,439 kN และกรณี CS2 ประมาณ 601 kN เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับผลของ Liew และคณะ (1997) มีแนวโน้มทิศทางเดียวกันมีความใกล้เคียงมากในช่วงเริ่มต้นก่อนจุดวิกฤติ โดยมีน้ำหนักบรรทุกวิกฤติกรณี CS1 ประมาณ 1,096 kN และกรณี CS2 ประมาณ 419 kN สังเกตว่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติแตกต่างกันมาก สาเหตุเกิดจากจางานวิจัยของ Liew และคณะ (1997) กำหนดกำลังรับแรงอัดสูงสุดของชิ้นส่วนไม่เกินค่าที่กำหนดตามมาตรฐานของ BS5959 ซึ่งแตกต่างกับงานวิจัยนี้ที่ใช้กำลังที่เกิดขึ้นจริง ความคลาดเคลื่อนในช่วงเริ่มต้นก่อนจุดวิกฤติกรณี CS1 เท่ากับ 2.32% และกรณี CS2 เท่ากับ 1.14% และรูปที่ 4.8 แสดงผลการวิเคราะห์ที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวราบจุด B น้ำหนักบรรทุกวิกฤตินั้นใกล้เคียงกับผลการวิเคราะห์ที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวตั้งจุด มีความคลาดเคลื่อน CS1 เท่ากับ 1.36% และ CS2 เท่ากับ 1.33% จากตัวอย่างนี้สรุปได้ว่าแบบจำลองของผลของความขรุขระของโครงสร้างเพียงน้อยนิดส่งผลต่อกำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติอย่างมาก ขึ้นอยู่กับลักษณะของโครงสร้างและรูปแบบของน้ำหนักบรรทุก



รูปที่ 4.7 ผลการวิเคราะห์เมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวตั้งที่จุด B

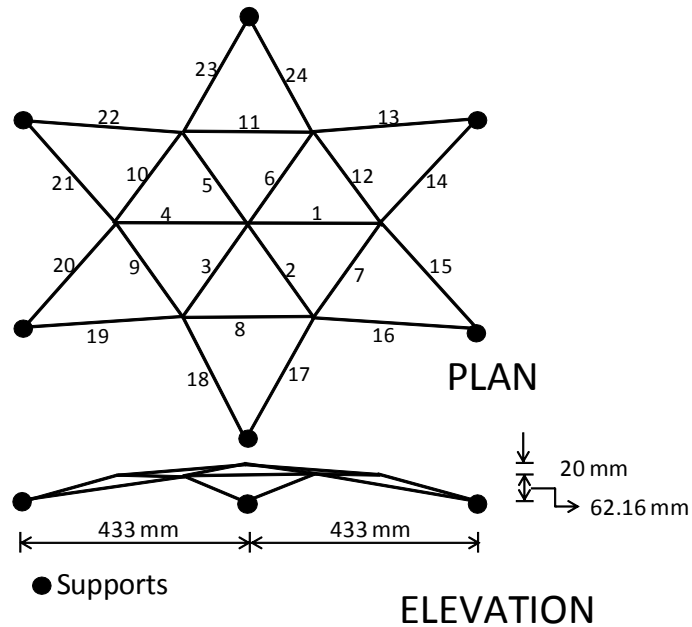


รูปที่ 4.8 ผลการวิเคราะห์เมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นที่การเปลี่ยนตำแหน่งแนวราบที่จุด B

4.4 สตาร์โดม (Star dome)

โครงสร้างนี้เป็นตัวอย่างที่ได้รับความนิยมมากในการวิเคราะห์โครงข้อหมุน 3 มิติ โดยตัวอย่างนี้แสดงผลของกำลังรับน้ำหนักบรรทุกภายนอกเมื่อชิ้นส่วนนั้นมีการรับแรงดึงและแรงอัดผสมผสานกัน ลักษณะของโครงสร้างเป็นรูปดาวที่ประกอบด้วย 24 ชิ้นส่วน รับน้ำหนักบรรทุกในแนวตั้ง รายละเอียดแสดงดังรูปที่ 4.9 มีขนาดของหน้าตัดเท่ากับ 10 mm^2 โมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ 41.7 mm^4 อีลาสติกโมดูลัสเท่ากับ $2.03 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ ความเค้นที่จุดครากเท่ากับ 400 N/mm^2 และอินอีลาสติกโมดูลัสเท่ากับ $2.03 \times 10^2 \text{ N/mm}^2$ ฐานรองรับทั้งหมดเป็นแบบจุดหมุน อัตราส่วนความชะลูดเท่ากับ 123 และ 155 สำหรับชิ้นส่วนหมายเลข 1-6 และ 13-24 ตามลำดับ กำหนดขนาดความโค้งตั้งต้น (δ_0) เท่ากับ 0.001 เท่าของความยาว และพิจารณาคุณสมบัติทาง

วัสดุแบบเส้นตรงสองเส้น (bilinear) เมื่อขึ้นส่วนรับแรงดึง วิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตที่สถานะสมบูรณ์ เปรียบเทียบกับสถานะไม่สมบูรณ์เมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบควบคุมการเสียรูป ตัวอย่างนี้ได้ศึกษาการรับน้ำหนักบรรทุกทุกของโครงสร้าง 2 กรณี คือน้ำหนักบรรทุกแนวตั้งที่จุดกึ่งกลางของโดม และน้ำหนักบรรทุกแนวตั้งทั้ง 7 ตำแหน่งที่จุดต่ออิฐระ

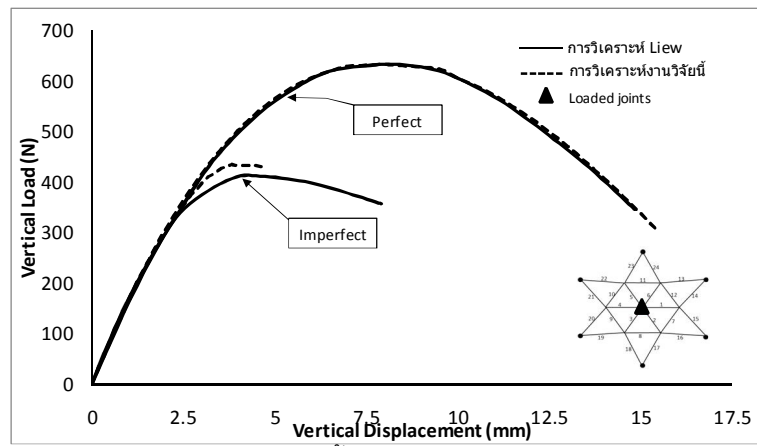


รูปที่ 4.9 สตาร์โดม

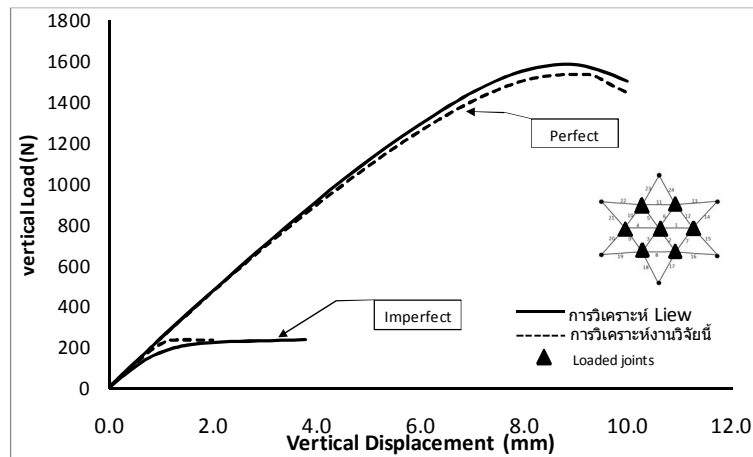
จากรูปที่ 4.10 กรณีแรกน้ำหนักบรรทุกเดี่ยว สังเกตว่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าลดลงอย่างมากเมื่อพิจารณาขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น เมื่อเปรียบเทียบกับผลของ Liew และคณะ (1997) ที่สถานะสมบูรณ์ผลการวิเคราะห์มีค่าใกล้เคียงมาก มีความคาดเคลื่อนประมาณ 1.1% และที่สถานะมีความโค้งตั้งต้น ผลการวิเคราะห์แนวโน้มใกล้เคียงช่วงแรก มีความคาดเคลื่อนที่ใกล้ๆจุดวิกฤติประมาณ 7.2% สาเหตุเกิดจากงานวิจัยของ Liew และคณะ (1997) กำหนดกำลังรับแรงอัดสูงสุดของขึ้นส่วนไม่เกินค่าที่กำหนดตามมาตรฐานของ BS5959 ซึ่งแตกต่างกับงานวิจัยนี้ที่ใช้กำลังที่เกิดขึ้นจริง และจากรูปที่ 4.11 กรณีน้ำหนักบรรทุกทั้ง 7 ที่สถานะสมบูรณ์มีความคาดเคลื่อนประมาณ 1.1% ที่สถานะมีความโค้งตั้งต้น มีความคาดเคลื่อนที่ใกล้ๆจุดวิกฤติประมาณ 4.2%

การพิจารณาขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น น้ำหนักบรรทุกวิกฤติจะลดลงอย่างมาก นั่นคือจาก 633 N ลดลงเหลือ 435 N ในกรณีรับน้ำหนักบรรทุกแนวตั้งเดี่ยว และจาก 1,543 N ลดลงเหลือ 237 N ในกรณีรับน้ำหนักบรรทุกแนวตั้งทั้ง 7 ดังนั้นการพิจารณาที่สถานะความไม่สมบูรณ์ที่ความ

โค้งตั้งต้นส่งผลน้ำหนักบรรทุกวิกฤติอย่างมาก



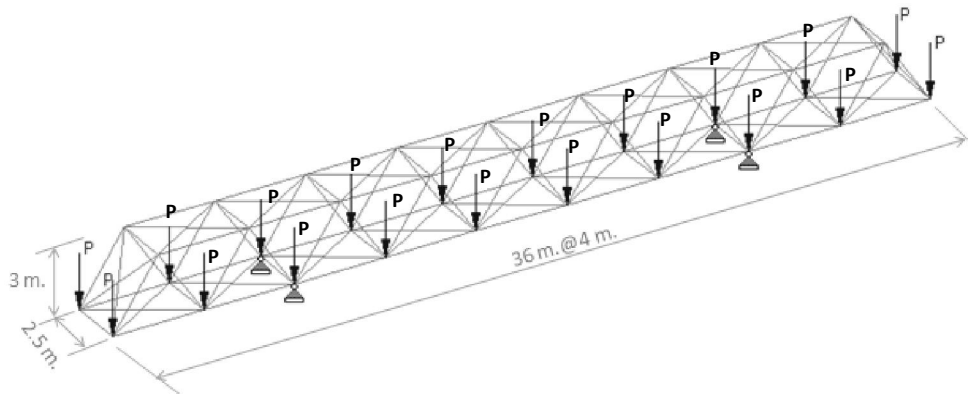
รูปที่ 4.10 ผลการวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดกึ่งกลางของโคม



รูปที่ 4.11 ผลการวิเคราะห์กรณีน้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดต่อทั้ง 7 จุด

4.5 สะพานลอยโครงข้อหมุนเมื่อมีความโค้งตั้งต้น

กรณีศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นแบบชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นที่มีต่อกำลังของโครงสร้าง สะพานลอยโครงข้อหมุนนี้มีความสูง 3 m. กว้าง 2.5 m. และมีความยาวทั้งหมด 36 m. น้ำหนักบรรทุกกระทำที่จุดต่อของคอร์ดล่าง มีจุดรองรับเป็นแบบยึดหมุน ดังแสดงในรูปที่ 4.12 โครงสร้างนี้ถูกออกแบบเพื่อรับน้ำหนักบรรทุกที่สภาวะใช้งาน $P=50,000$ N คุณสมบัติทางวัสดุสมมุติเป็นแบบเส้นตรงสองเส้น (bilinear) กำลังของวัสดุที่จุดคราก (σ_y) เท่ากับ 240 MPa อีลาสติกโมดูลัสเท่ากับ 205 GPa อีลาสติกโมดูลัสเท่ากับ 10.25 GPa ขนาดของหน้าตัดแสดงดังตารางที่ 4.2 ทำวิเคราะห์โครงสร้างที่สภาวะสมบูรณ์และที่สภาวะไม่สมบูรณ์เมื่อชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบ นิวตัน-ราฟสันหรือแบบควบคุมน้ำหนักบรรทุก



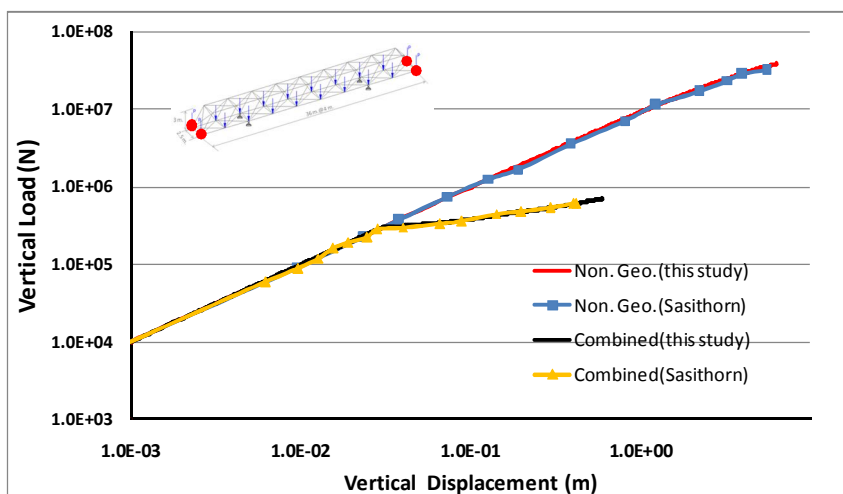
รูปที่ 4.12 สะพานลอยโครงข้อหมุน

ตารางที่ 4.2 ขนาดหน้าตัดแต่ละชิ้นส่วนของสะพานลอยโครงข้อหมุน

Member	Lower chord	Upper chord	Vertical	Cross bracing	Strut bracing
Type of section	2C	2C	H	L	H
Sectional area (m ²)	7.72×10^{-3}	7.72×10^{-3}	3.03×10^{-3}	7.53×10^{-4}	3.03×10^{-3}
Moment of inertia (m ⁴)	5.65×10^{-6}	5.65×10^{-6}	1.38×10^{-6}	3.5×10^{-7}	1.38×10^{-6}

เมื่อนำโครงขัอมุมมาวิเคราะห์โดยตรงตามแบบที่กำหนดไม่สามารถวิเคราะห์ได้ ซึ่งโปรแกรมจะแสดงผลว่าโครงสร้างไม่มีเสถียรภาพ เนื่องจากพฤติกรรมจริงของจุดต่อนั้นเป็นการผสมผสานระหว่างขัอมุมและข้อแข็ง ดังนั้นผู้วิจัยจึงเพิ่มขึ้นส่วนทแยงที่ปลายทั้งสองด้านของโครงสร้าง โดยหน้าตัดที่ใช้เลือกตามคำแนะนำของศศิธรและวัฒน์ชัย(2010) คือเท่ากับ $1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

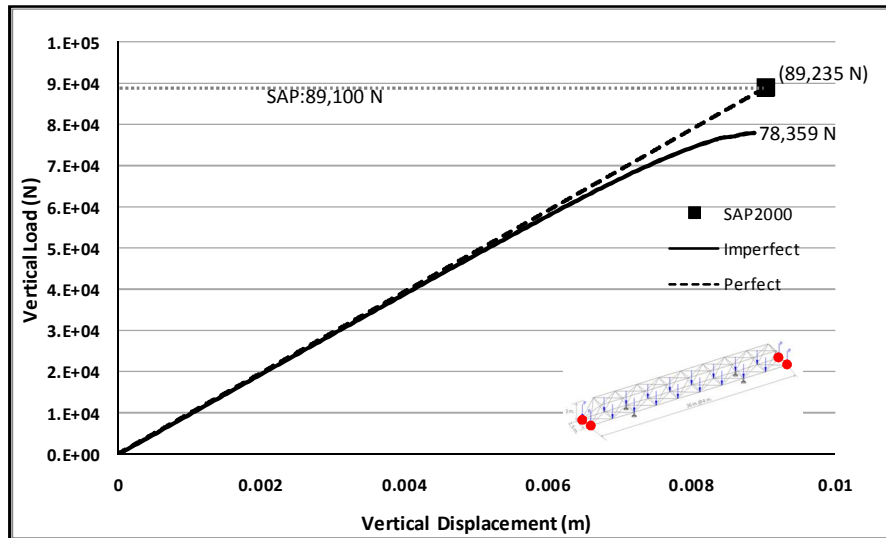
จากรูปที่ 4.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักกระทำกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดปลายของสะพานลอยโครงขัอมุมด้วยกราฟแบบลอการิทึม วิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตกับไร้เชิงเส้นผสม (พิจารณาทั้งไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและทางวัสดุ) เปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ของศศิธรและวัฒน์ชัย (2010) นั้นมีความใกล้เคียงกันมากช่วงแรก แต่จะแตกต่างกันเล็กน้อยเมื่อเข้าสู่พฤติกรรมแบบไร้เส้นทางวัสดุ น้ำหนักบรรทุกวิกฤติแบบไร้เชิงเส้นผสมประมาณ 700 kN และไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตประมาณ 500,00 kN



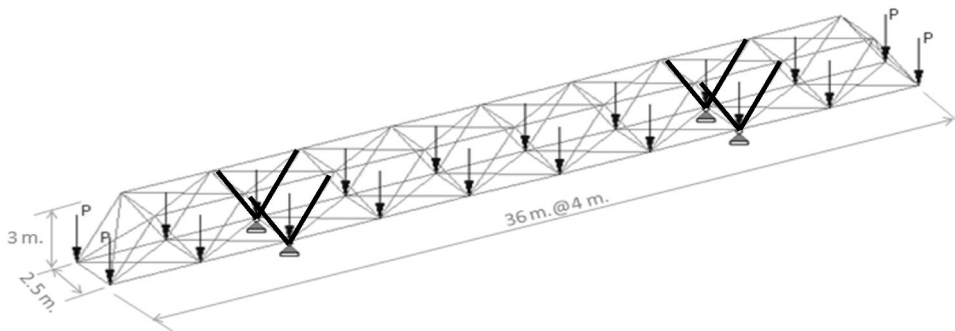
รูปที่ 4.13 ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงขัอมุมแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและแบบไร้เชิงเส้นผสมที่สภาวะสมบูรณ

จากรูปที่ 4.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดปลายของสะพานลอยโครงขัอมุมเปรียบเทียบกับสภาวะสมบูรณกับโครงสร้างมีความโค้งตั้งต้น พิจารณาการโก่งเดาะขึ้นส่วนรับแรงอัดด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นผสม ผลที่ได้คือน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่สภาวะสมบูรณเท่ากับ 89,235 N ผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SAP2000 ที่สภาวะสมบูรณเท่ากับ 89,100 N และเมื่อพิจารณาเฉพาะความโค้งตั้งต้นเท่ากับ 78,349 N มีค่าลดลง 12.20% เมื่อเทียบการวิเคราะห์ที่สภาวะสมบูรณ และจากรูปที่ 4.15 แสดงตำแหน่งของการ

วิบัติที่ขึ้นส่วนโค้งเดาะของสะพานลอยโครงข้อหมุน



รูปที่ 4.14 ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงข้อหมุนแบบไร้เชิงเส้นผสมเปรียบเทียบระหว่าง โครงสร้างสมบูรณ์และโครงสร้างมีความโค้งตั้งต้น



รูปที่ 4.15 ชิ้นส่วนที่วิบัติโดยการโค้งเดาะของสะพานลอยโครงข้อหมุน

4.6 สะพานลอยโครงข้อหมุนเมื่อมีความโค้งตั้งต้นและพิกัดไม่ตรงจุด

กรณีศึกษาที่ใช้โครงสร้างตัวอย่างเช่นเดียวกับกรณีศึกษาที่ 4.5 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษา ผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทั้งชิ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้นและพิกัดไม่ตรงจุด (out-of-plumbness) ด้วยขนาดไม่เกิน 1/500 ของความยาวขึ้นตามมาตรฐาน AISC ด้วยการเปลี่ยนตำแหน่งจุดต่อใน สามแกนทั้ง x, y, z ซึ่งนำนักบรรทุกวิฤติที่ต่ำสุดนั้นมีรูปแบบที่แน่นอนและไม่สามารถกำหนด

ได้ การสุ่มเป็นวิธีหนึ่งช่วยในการหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ต่ำสุด ด้วยการสุ่มด้วยกระจายแบบสม่ำเสมอ (uniform distribution) สะพานลอยโครงข้อหมุนจะมีการสุ่มที่อยู่ในช่วง -8 ถึง +8 mm.

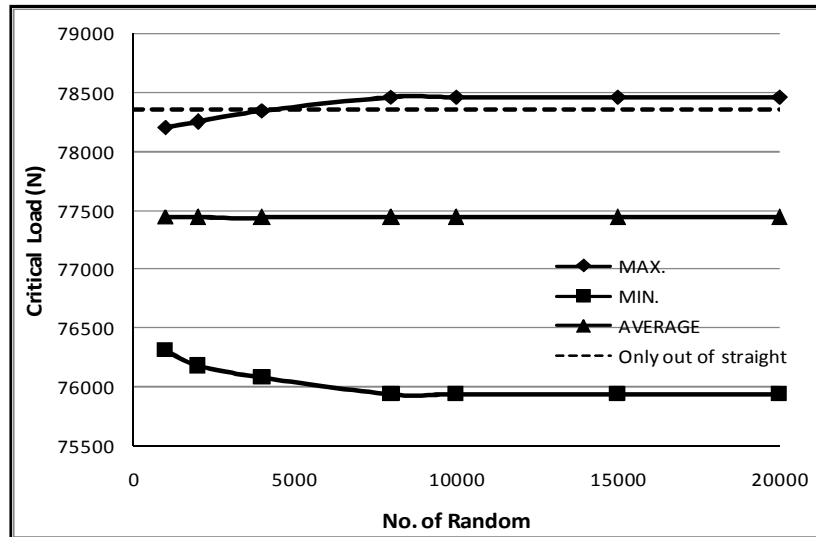
ผลการวิเคราะห์น้ำหนักบรรทุกวิกฤติเมื่อใช้จำนวนตัวอย่างตั้งแต่ 1,000 2,000 4,000 8,000 10,000 15,000 20,000 ได้ค่าน้ำหนักวิกฤติสูงสุด ค่าต่ำสุด ค่าเฉลี่ย ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าแปรปรวนของแต่ละกลุ่มตัวอย่างแสดงดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ผลวิเคราะห์น้ำหนักบรรทุกวิกฤติจากการสุ่มตัวอย่างความไม่สมมาตรตั้งต้น

จำนวนครั้งการสุ่ม	1,000	2,000	4,000	8,000	10,000	15,000	20,000
ค่าสูงสุด (N)	78,206	78,246	78,342	78,460	78,460	78,460	78,460
ค่าต่ำสุด (N)	76,319	76,179	76,082	75,939	75,939	75,939	75,939
ค่าเฉลี่ย(N)	77,443	77,439	77,436	77,440	77,438	77,438	77,438
ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (N)	308.12	302.00	320.70	319.63	317.74	317.74	317.74
ความแปรปรวน (N)	94,937.78	102,399.74	102,845.89	102,161.99	100,960.93	100,960.87	100,960.93

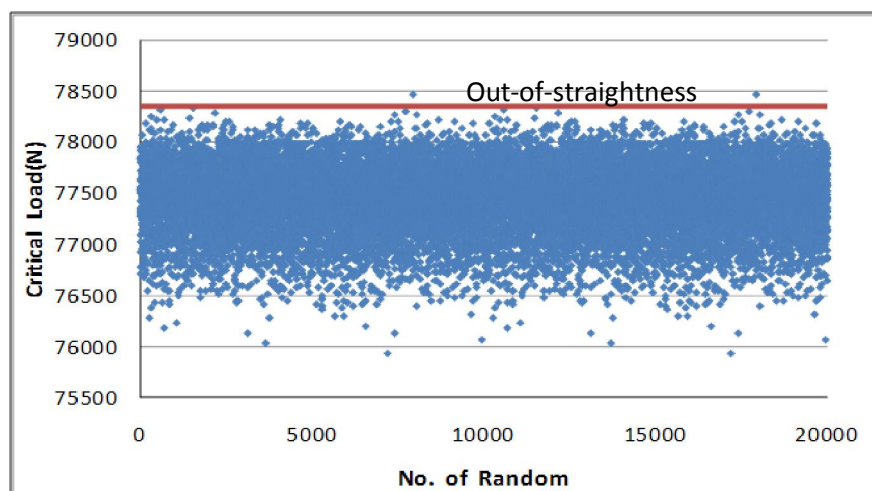
สังเกตว่าข้อมูลกลุ่มตัวอย่างตั้งแต่ 10,000 15,000 20,000 ครั้ง ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเริ่มคงที่ แตกต่าง 0.003 % เท่านั้น ดังนั้นสรุปได้ว่าการสุ่มด้วยจำนวน 20,000 ตัวอย่างเป็นจำนวนที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์กำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติ

เมื่อเปรียบเทียบน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด และค่าเฉลี่ยที่กลุ่มของจำนวนตัวอย่างต่างๆ ของผลการวิเคราะห์ทั้งความโค้งตั้งต้นกับพิกัดไม่ตรงจุดตั้งต้นเปรียบเทียบกับผลเฉพาะความโค้งตั้งต้น ดังรูปที่ 4.16 สังเกตน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ค่าสูงสุดเพิ่มขึ้นในช่วงแรกและคงที่เมื่อเข้าสู่กลุ่มตัวอย่าง 10,000 ครั้งขึ้นไป ส่วนน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่ค่าต่ำสุดมีค่าลดลงในช่วงแรกและคงที่เมื่อเข้าสู่กลุ่มตัวอย่าง 10,000 ครั้งขึ้นไปเช่นกัน ส่วนค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติเฉลี่ยนั้นคงที่ตลอดกลุ่มจำนวนตัวอย่าง และค่าลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับการวิเคราะห์เฉพาะพิจารณาความโค้งตั้งต้นอย่างเดียว



รูปที่ 4.16 ผลการวิเคราะห์แบบสุ่มด้วยขนาดกลุ่มจำนวนตัวอย่างต่างๆ

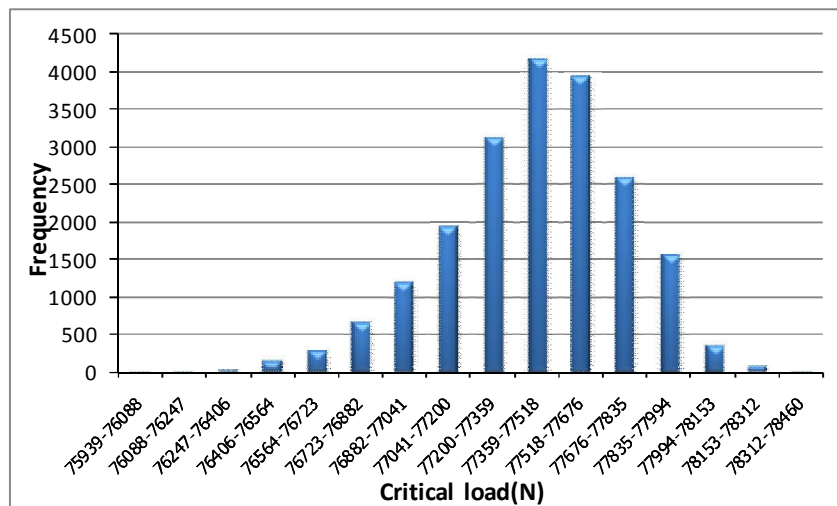
เมื่อนำผลจากการสุ่ม 20,000 ครั้ง มาสรุปข้อมูล จากรูปที่ 4.17 แสดงการกระจายข้อมูลทั้งหมด โดยส่วนใหญ่มีค่าน้อยกว่าผลการวิเคราะห์ที่มีพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นเฉพาะความโค้งตั้งต้นอย่างเดียว เมื่อจัดเรียงข้อมูลเป็นช่วงมีรายละเอียดของข้อมูลความถี่ ความถี่สะสมและความน่าจะเป็นแสดงในตารางที่ 4.4 โดยแสดงเป็นกราฟความถี่ของข้อมูลดังรูปที่ 4.18 และแสดงเป็นกราฟความถี่สะสมของข้อมูลดังรูปที่ 4.19 สังเกตว่าช่วงข้อมูล 77,359-77,518 มีความถี่สูงสุดเท่ากับ 4,184 ครั้ง ต่ำสุดช่วง 75,939-75,939 เท่ากับ 2 ครั้ง และค่าเฉลี่ยประมาณ 77,438 N



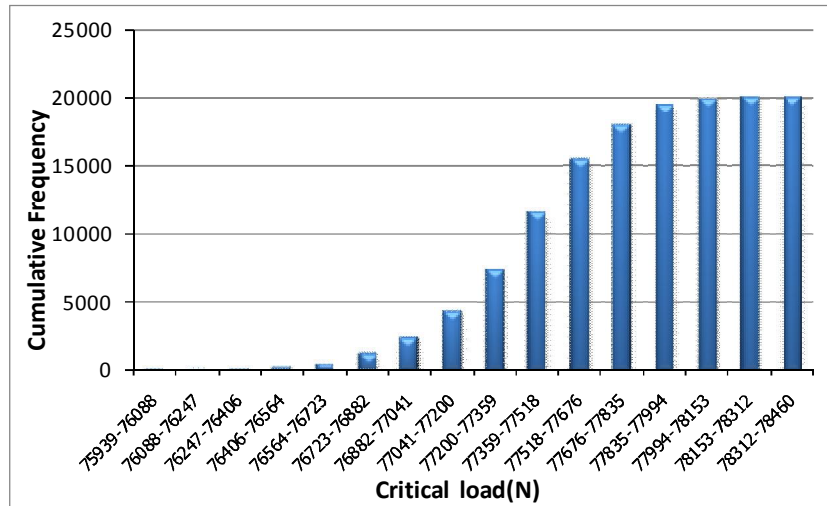
รูปที่ 4.17 การกระจายค่ากำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง

ตารางที่ 4.4 ข้อมูลทางของสถิติกำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง

freq.	Range	Prop.	Cum. Prop.	freq.	Range	Prop.	Cum. Prop.
6	75939-76088	0.0003	0.0003	3118	77200-77359	0.1559	0.3667
10	76088-76247	0.0005	0.0008	4184	77359-77518	0.2092	0.5759
22	76247-76406	0.0011	0.0019	3930	77518-77676	0.1965	0.7724
138	76406-76564	0.0069	0.0088	2580	77676-77835	0.129	0.9014
276	76564-76723	0.0138	0.0226	1562	77835-77994	0.0781	0.9795
650	76723-76882	0.0325	0.0551	340	77994-78153	0.017	0.9965
1186	76882-77041	0.0593	0.1144	64	78153-78312	0.0032	0.9997
1928	77041-77200	0.0964	0.2108	6	78312-78460	0.0003	1



รูปที่ 4.18 ความถี่น้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง



รูปที่ 4.19 ความถี่สะสมน้ำหนักบรรทุกวิกฤติที่จำนวนการสุ่ม 20,000 ตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทั้งความโค้งตั้งต้นและพิกัดไม่ตรงจุดด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 77,438 N ค่าลดลง 1.16% เมื่อเทียบการวิเคราะห์ที่พิจารณาเฉพาะความโค้งตั้งต้น

สังเกตว่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติทุกๆ กรณีการวิเคราะห์นั้นมีค่าสูงกว่าน้ำหนักบรรทุกที่ได้ออกแบบสะพานลอยโครงขัอมุมคือ 50,000 N แสดงว่าโครงสร้างยังอยู่ในเกณฑ์ความปลอดภัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้นำเสนอการวิเคราะห์โครงข่ายข้อมูลสามมิติแบบไร้เชิงเส้นที่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทั้งจากความโค้งตั้งต้น (out-of-straightness) และพิกัดไม่ตรงจุดต่อ (out-of-plumbness) ได้ผลสรุปงานวิจัยดังนี้

- 1.) การจำลองเมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น เมื่อนำไปวิเคราะห์หาค่าความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการเปลี่ยนตำแหน่งเปรียบเทียบกับงานวิจัยในอดีต ผลที่ได้ใกล้เคียงและถูกต้อง
- 2.) การเปรียบเทียบผลระหว่างการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นระหว่างสถานะสมบูรณ์กับเมื่อขึ้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น พบว่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติจะลดลงอย่างมาก
- 3.) ปัจจัยที่ทำให้น้ำหนักบรรทุกวิกฤติของโครงสร้างลดลงได้แก่ การโก่งเดาะของขึ้นส่วนที่มีความโค้งตั้งต้น และอัตราส่วนความขรุขระที่มากจะทำให้ขึ้นส่วนเกิดวิบัติเร็วขึ้น นอกจากนี้การรับแรงยังขึ้นอยู่กับของรูปร่างของโครงสร้างและรูปแบบของน้ำหนักบรรทุกอีกด้วย
- 4.) โครงสร้างจะรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติได้น้อยที่สุด เมื่อพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทั้งความโค้งตั้งต้นและพิกัดไม่ตรงจุดร่วมกัน ทั้งนี้รูปแบบของพิกัดไม่ตรงจุดไม่สามารถกำหนดได้ จึงต้องอาศัยวิธีการสุ่มด้วยจำนวนตัวอย่างที่เหมาะสม
- 5.) ในกรณีศึกษาสะพานลอยโครงข่ายข้อมูลสามมิติจะวิบัติด้วยการโก่งเดาะของขึ้นส่วนรับแรงอัด โครงสร้างที่สมบูรณ์จะรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติได้เท่ากับ 89,235 N ส่วนโครงสร้างที่มีความโค้งตั้งต้นขนาด $L/1,000$ จะรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติได้เท่ากับ 78,349 N (ลดลง 12.20% เทียบกับโครงสร้างสมบูรณ์) และหากพิจารณาพิกัดไม่ตรงจุดตั้งต้นด้วยการสุ่มขนาดไม่เกิน $L/500$ ร่วมด้วย โครงสร้างจะรับน้ำหนักบรรทุกวิกฤติได้เท่ากับ 77,438 N (ลดลงอีก 1.16%) โดยเฉลี่ย

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิเคราะห์ในงานวิจัยนี้พบว่าการวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้นที่พิจารณาความไม่สมมาตรตั้งต้นมีประสิทธิภาพเพียงพอในการประเมินพฤติกรรมที่อาจเกิดขึ้นได้จริงในโครงสร้างทั่วไป อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้นที่พิจารณาความไม่สมมาตรตั้งต้นที่นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นเพียงแนวทางหนึ่งในการวิเคราะห์ เพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่ถูกต้องแม่นยำมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อาจจะพิจารณาส่วนอื่นเพิ่มเติม ดังนี้

- 1.) พิจารณาพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของแต่ละชิ้นส่วน
- 2.) เลือกใช้แบบจำลองที่สามารถอธิบายพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุที่ใกล้เคียงพฤติกรรมจริงมากขึ้น
- 3.) พิจารณาความไม่สมมาตรตั้งต้นอื่นๆ เพิ่มเติม เช่น โมดูลัสยืดหยุ่น ขนาดหน้าตัด เป็นต้น
- 4.) พัฒนาโปรแกรมสำหรับการวิเคราะห์โครงข้อแข็งสามมิติ

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กัลยา วานิชย์บัญชา. หลักสถิติ. ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 1998.
- ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์. การวิเคราะห์โครงสร้าง. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย, 1994.
- ศศิธร บรรจงกุลลิขิต, และวัฒน์ชัย สมิตถากร. การหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุนโดยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น, การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 15 (2010).
- ศศิธร บรรจงกุลลิขิต. การหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุนโดยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2010.

ภาษาอังกฤษ

- AISC Committee 303. Code of Standard Practice for Steel Buildings and Bridges. American Institute of Steel Construction, 2010.
- BS5950, Structural use of steelwork in building. British standards Institution London ,1990
- Chen, W. F., and Lui, E. M., Structural Stability: theory and implementation. New York: Elsevier, 1987.
- Greco, M., Gesualdo, F. R., Venturini, W. S., and Coda, H. B., Nonlinear positional formulation for space truss analysis, Finite Elements in Analysis and Design 42 (2006) : 1079-1086.
- Hill, C. D., Blandford, G. E., and Wang, S. T., Post Buckling Analysis of Steel Space Truss, Journal of Structural Engineering 115 (1989) : 900-919

- Hill, C. D., Blandford, G. E., and Wang, S. T., Post Buckling Analysis of Steel Space Truss, Journal of Structural Engineering 115 (1989) : 900-919, Cited in Kondoh, K., Atluri, S. N., Influence of local buckling on global instability: Simplified, large deformation, post-buckling analysis of plane trusses, Computers & Structures 21 (1985) : 613-627.
- Ikeda, K., and Murota, K., Computation of Critical Initial Imperfection of Truss Structures, Engineering Mechanics 116 (1990) : 2101-2117.
- Levy, R., Analysis of Geometrically Nonlinear finite element, 2nd Edition: Kluwer Academic, 2003.
- Liew, R. J. Y., Punniyakotty, N. M., and Shanmugam, N. E., Advanced analysis and design of Spatial Structures, Construct Steel Res 42 (1997) : 21-48.
- Liew, R. J. Y., Punniyakotty, N. M., and Shanmugam, N. E., Advanced analysis and design of Spatial Structures, Construct Steel Res 42 (1997) : 21-48. Cited in Sugimoto, H. and Chen, W. F., Inelastic post-buckling behavior of strut member, Journal of Engineering 111 (1985) : 1965-1978.
- Iu, C. K., and Bradford, M. A., Second-order Elastic Finite Element Analysis of Steel Structures Using a Single Element per Member, Engineering Structure 32 (2010) : 2606-2616.
- McGuire, W., Gallagher, R. H., and Ziemian, R. D., Matrix Structural Analysis, 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- Náprstek, J., Strongly non-linear stochastic response of a system with random initial imperfection, Probabilistic Engineering Mechanics 14 (1999) : 141-148.
- Ranganathan, R., Reliability analysis and Design of Structures. New Delhi: Tata Mcgraw-Hill, 1990.
- Riks, E., An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems, Int. J. Solids Structures 15 (1979) : 524-551.

- Rothert, H., Dickel, T., and Renner, D., Snap Through Buckling of Reticulated Space Truss, Journal of the Structural Division 107 (Jan 1981) : 129-143.
- Schenk, C. A., and Schuëller, G. sl., Buckling analysis of cylindrical shells with Random geometric imperfections, International Journal of Non-Linear Mechanics 38 (2003) : 1119–113.
- Smittakorn, W., JSM as a Toolbox for Structural Analysis and Design Applications, Proceedings of the 13th national convention on civil engineering (2008).
- Sugimoto, H., and Chen, W. F., Inelastic post-buckling behavior of strut member, Structural Engineering 111 (1985) : 1965-1978.
- Tomski, L., and Brzdekiewicz, I. P., Global buckling and the interaction of initial imperfections of columns subjected to conservative loading, Journal of ThinWalled Struct 49 (2010) : 521-528.
- Yang, Y. B., and Yang, C. T., Effects of member buckling and yielding on ultimate strengths of space trusses, Engineering Structures 19 (1997) : 179-191.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การคำนวณสติเฟเนสเชิงเรขาคณิต

จากเงื่อนไขความสอดคล้อง จะสามารถหาค่าหน้าบรทุกที่เปลี่ยนแปลงได้จากอนุพันธ์ของสมการโดยใช้กฎลูกโซ่ ดังนี้ (Levy 2003)

$$d[N^T]\{F\} + [N^T]d\{F\} = d\{P\} \quad (ก.1)$$

โดยมีการเปลี่ยนแปลงแรงภายในชิ้นส่วนทอม $[N^T]d\{F\}$ ดังนั้น

$$[N^T]d\{F\} = [K_E]\{\Delta\} \quad (ก.2)$$

และมีการเสียรูปในทอม $d[N^T]\{F\}$ ดังนั้น

$$d[N^T]\{F\} = [K_G]\{\Delta\} \quad (ก.3)$$

จากสมการที่(ก.3) สามารถเขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์เกรเดียนดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \nabla f &= \frac{df}{dx} \\ \text{ดังนั้น} \\ f &= N^T P \\ \nabla f &= (\nabla N^T) F = K_G \end{aligned} \right\} \quad (ก.4)$$

เนื่องจาก N^T เป็นฟังก์ชันของพิกัด x_A, y_A, z_A และ x_C, y_C, z_C จากกฎของลูกโซ่จะได้ว่า

$$(dN^T)F = \left[\nabla(N^T) \cdot dx \right] F = \left[\begin{array}{l} \frac{\partial N^T}{\partial x_A}(dx_A) + \frac{\partial N^T}{\partial y_A}(dy_A) + \frac{\partial N^T}{\partial z_A}(dz_A) \\ + \frac{\partial N^T}{\partial x_C}(dx_C) + \frac{\partial N^T}{\partial y_C}(dy_C) + \frac{\partial N^T}{\partial z_C}(dz_C) \end{array} \right] F \quad (ก.5)$$

เมื่อ

$$\left. \begin{aligned} dx_A &= (\delta_A)_x; dx_C = (\delta_C)_x \\ dy_A &= (\delta_A)_y; dy_C = (\delta_C)_y \\ dz_A &= (\delta_A)_z; dz_C = (\delta_C)_z \end{aligned} \right\} \quad (ก.6)$$

เป็นการเปลี่ยนพิกัดโดยหมายถึงการเปลี่ยนตำแหน่งของจุดต่อ จะได้ว่า

$$(dN^T)F = [\nabla(N^T) \cdot (\delta)]F = \begin{bmatrix} \frac{\partial N^T}{\partial x_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial y_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial z_A}(\delta_A) \\ + \frac{\partial N^T}{\partial x_C}(\delta_C) + \frac{\partial N^T}{\partial y_C}(\delta_C) + \frac{\partial N^T}{\partial z_C}(\delta_C) \end{bmatrix} F \quad (ก.7)$$

เพราะฉะนั้นจีโอเมตริกซ์สติเฟนส สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(K_G) = \nabla(N^T F) = F \begin{bmatrix} \text{colA} & \text{colC} \\ \nabla(N^T)^{AA} & -\nabla(N^T)^{AC} \\ -\nabla(N^T)^{CA} & \nabla(N^T)^{CC} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{rowA} \\ \text{rowC} \end{matrix} \quad (ก.8)$$

โดยที่เมตริกซ์ย่อยของแต่ละเทอม เป็นการหาค่าแรงภายในของแต่ละจุดต่อ โดยการพิจารณาให้อีกจุดหนึ่งของชิ้นส่วนเดียวกันเกิดการเปลี่ยนตำแหน่งหนึ่งหน่วย ดังนั้นค่าที่ได้จากเมตริกซ์เกรเดียนท์ของสมการสมดุลของจุดต่อแต่ละจุดของสมการที่(ก.8) แสดงดังต่อไปนี้

$$\nabla(N^T)^{AA} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_A} \end{bmatrix}, \quad \nabla(N^T)^{AC} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_C} \end{bmatrix}$$

$$\nabla(N^T)^{CC} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_C} \end{bmatrix}, \nabla(N^T)^{CA} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_A} \end{bmatrix} \quad (ก.9)$$

พจน์ต่างๆในสมการที่ (ก.9) สามารถหาได้ดังนี้

พิจารณาพจน์ $(n)_x$

$$(n)_x = (x_A - x_C) / \left[(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2 \right]^{1/2} \quad (ก.10)$$

ทำการหาอนุพันธ์ย่อยของสมการที่ (ก.10) เทียบกับ x_A, y_A และ z_A ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_A} &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2} \left[(x_A - x_C) / L^2 \right] 2(x_A - x_C) \\ &= \left[1 - (n)_x^2 \right] \frac{1}{L} \end{aligned} \quad (ก.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(n)_x}{\partial y_A} &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2} \left[(x_A - x_C) / L^3 \right] 2(x_A - x_C) \\ &= \left[(n)_x (n)_y \right] \frac{1}{L} \end{aligned}$$

(ก.12)

$$\begin{aligned} \frac{\partial(n)_x}{\partial z_A} &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2} \left[(x_A - x_C) / L^3 \right] 2(x_A - x_C) \\ &= \left[(n)_x (n)_z \right] \frac{1}{L} \end{aligned} \quad (ก.13)$$

พจน์ $(n)_y$ และ $(n)_z$ ทำเหมือนกับพจน์ $(n)_x$ ดังนั้น นำสมการ (ก.9)-(ก.13) แทนลงสมการ (ก.8) จะสามารถหาค่าจีโอมेटริกซ์สติเฟเนสขององค์อาคารในระบบพิกัดหลัก ดังสมการ (ก.14) และ(ก.15)

$$[K_G] = \begin{bmatrix} [K_G]^{AA} & -[K_G]^{AA} \\ -[K_G]^{AA} & [K_G]^{AA} \end{bmatrix} \quad (\text{ก.14})$$

$$[K_G]^{AA} = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 1-(n)_x^2 & -(n)_x(n)_y & -(n)_x(n)_z \\ -(n)_y(n)_x & 1-(n)_y^2 & -(n)_y(n)_z \\ -(n)_z(n)_x & -(n)_z(n)_y & 1-(n)_z^2 \end{bmatrix} \quad (\text{ก.15})$$

เขียนรูปแบบเต็ม

$$[K_G]_i^A = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 1-(n)_x^2 & -(n)_x(n)_y & -(n)_x(n)_z & (n)_x^2-1 & (n)_x(n)_y & (n)_x(n)_z \\ & 1-(n)_y^2 & -(n)_y(n)_z & (n)_y(n)_x & (n)_y^2-1 & (n)_y(n)_z \\ & & 1-(n)_z^2 & (n)_z(n)_x & (n)_z(n)_y & (n)_z^2-1 \\ & & & 1-(n)_x^2 & -(n)_x(n)_y & -(n)_x(n)_z \\ & & & & 1-(n)_y^2 & -(n)_y(n)_z \\ & & & & & 1-(n)_z^2 \end{bmatrix} \quad (\text{ก.16})$$

sym.

ภาคผนวก ข

ผลเฉลยสมการอนุพันธ์ชั้นส่วนมีความโค้งตั้งต้น

จากสมการอนุพันธ์การเสียรูปของชิ้นส่วนรับแรงอัด (Chen และ Lui, 1987)

$$y'' + k^2 y = -k^2 \delta_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (ข.1)$$

จากนั้นกระจายสมการอนุพันธ์ สมการ (ข.1) แสดงด้วยสมการปริพันธ์ประกอบ (complementary) และปริพันธ์เฉพาะ (particular) ตามลำดับ

$$y_c = A \sin kx + B \cos kx \quad (ข.2)$$

$$y_p = C \sin \frac{\pi x}{L} + D \cos \frac{\pi x}{L}$$

เมื่อ C, D คือ สัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่า (Undetermined coefficient) หาคำตอบของ C, D โดยนำสมการ (ข.2) แทนสมการอนุพันธ์ (ข.1) จัดรูปแบบใหม่

$$\left[C \left(k^2 - \frac{\pi^2}{L^2} \right) + k^2 \delta_0 \right] \sin \frac{\pi x}{L} + \left[D \left(k^2 - \frac{\pi^2}{L^2} \right) \right] \cos \frac{\pi x}{L} = 0 \quad (ข.3)$$

สมการนั้นต้องสอดคล้องกับค่า x ใดๆ จากพจน์แรก

$$C = \frac{-k^2 \delta_0}{k^2 - \pi^2/L^2} = \frac{\delta_0 F/P_e}{1 - F/P_e} \quad (ข.4)$$

เมื่อ P_e คือน้ำหนักบรรทุกของออยเลอร์ (Euler load) สมการที่ ข.1

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad \text{และ} \quad k^2 = \frac{\pi^2}{L^2} \quad (ข.5)$$

จากสมการที่ ข.1 วงเล็บในพจน์ที่สองได้คำตอบ

$$D = 0 \quad (ข.6)$$

นำสัมประสิทธิ์ C, D แทนค่ากลับในสมการ จัดรูปแบบสมการทั่วไป

$$y = A \sin kx + B \cos kx + \frac{\delta_0 F/P_e}{1 - F/P_e} \sin \frac{\pi x}{L} \quad (ข.7)$$

เพื่อคำตอบของค่าคงที่ A, B โดยใช้เงื่อนไขขอบเขต

$$y(0) = 0 \quad (ข.8)$$

$$y(L) = 0 \quad (ข.9)$$

จากเงื่อนไขขอบเขตแรกสมการ (ข.1) ได้ค่าคงที่

$$B = 0 \quad (ข.10)$$

จากเงื่อนไขขอบเขตสองสมการ (ข.1) ได้ค่าคงที่

$$A \sin kL = 0 \quad (ข.11)$$

ดังนั้น

$$A = 0 \quad (ข.12)$$

นำค่าของสมการ (ข.10) (ข.11) แทนค่าใน (ข.7)

$$y = \frac{F/P_e}{1-F/P_e} \delta_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad (ข.13)$$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายอิมรอน หะยียูโซะ เกิดเมื่อวันที่ 1 ธันวาคม พ.ศ.2529 ที่โรงพยาบาลสมเด็จพระยุพราชสายบุรี อำเภอสายบุรี จังหวัดปัตตานี เป็นบุตรคนที่สี่ของนายมุฮัมมัดรอเซะ หะยียูโซะ และนางซาฟีนะ หะยียูโซะ

จบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาต้นจากโรงเรียนดรฺฤณศาสนวิทยา จังหวัดปัตตานี มัธยมศึกษาปลายจากโรงเรียนอัสตักียะห์อิสลามียะห์ จังหวัดนราธิวาส และระดับปริญญาตรี จากสำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา เข้ารับการศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์ มหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา แขนงวิชาวิศวกรรมโครงสร้าง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย