หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

ทฤษฎีเกี่ยวกับการวิจัย

3.1 ทฤษฎีเกี่ยวข้องกับไฟฟ้าสถิต

3.1.1 กฎของคูลอมบ์และหลักการทรงประจุ (Coulomb 's Law and Conservation of Charge)

พิจารณาแรงไฟฟ้าระหว่างวัตถุที่มีประจุที่อยู่นิ่ง เมื่อเทียบกับผู้สังเกตผู้หนึ่งหรือมิฉะนั้นก็เป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำมาก การกระทำที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้เรียกว่าไฟฟ้าสถิต ชาลส์ เอ เดอ คูลอมบ์ (Charles A. de Coulomb) เมื่อ ค.ศ.1736 - 1806 นักวิศวกรชาวฝรั่งเศสเป็นผู้ตั้งสูตรในการคำนวนแรงไฟฟ้าสถิตระหว่าง 2 ประจุ เรียกว่า กฎของคูลอมบ์ ซึ่งกล่าวว่า แรงไฟฟ้าสถิต (Electrostatic Interaction) ระหว่างวัตถุที่มีประจุคู่หนึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนประจุของวัตถุนั้น และเป็นสัดส่วนกลับกับกำลังสองของระยะทางระหว่างประจุคู่หนึ่ง มีทิศทางอยู่ในแนวเส้นตรงที่ต่อระหว่างประจุทั้งสองเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ว่า (3)

$$\vec{F}_{kj} = (1/4\pi\epsilon_0)\,(q_j q_k / r^2_{jk})\,\hat{r}_{jk} \qquad (3.1)$$

เมื่อ q_j และ q_k เป็นขนาดของประจุทั้งสอง

F_{kj} เป็นแรงที่กระทำบนแต่ละประจุ

r_{jk} เป็นระยะทางระหว่างประจุ q_j และ q_k

$\hat{r}_{jk}$ เป็นระยะเวกเตอร์หนึ่งหน่วยมีทิศจากประจุที่ j ในระบบมายังจุด (x, y, z) ของประจุที่ k

ϵ_0 เป็นสภาพยอมให้ผ่านได้ (permittivity) ของสุญญากาศมีค่าเท่ากับ 8.85×10^{-12} คูลอมบ์^{2}/นิวตัน.เมตร^2

ฉะนั้นแรงไฟฟ้าสถิตทั้งหมดบนประจุ q_k เมื่อมีประจุมากระทำหลาย ๆ ประจุ เป็น

$$F_k = (q_k/4\pi\epsilon_0) \sum_{j=1}^{n} (q_j/r^2_{jk})\hat{r}_{jk} \qquad (3.2)$$

3.1.2 <u>ความหนาแน่นประจุ (Charge Density)</u>

เป็นการบอกถึงว่ามีประจุกระจายอยู่ต่อปริมาตรเท่าใด ให้ปริมาณความหนาแน่นของประจุเป็น ρ ฉะนั้น

$$\rho = \lim_{\substack{\Delta x\to 0\\ \Delta y\to 0\\ \Delta z\to 0}} (\Delta q/\Delta x\,\Delta y\,\Delta z) = \lim_{\Delta v\to 0} (\Delta q/\Delta v) \qquad (3.3)$$

โดย Δq เป็นประจุสุทธิ (Net Charge) ซึ่งล้อมรอบโดย $\Delta V = \Delta x\ \Delta y\ \Delta z$ และ ΔV น้อยมาก เพื่อความสะดวกในการหาความหนาแน่นของประจุเราให้ประจุกระจายทั่วพื้นที่วัตถุโดยมีความหนา Δt น้อย ๆ โดยกำหนดให้ σ เป็นความหนาแน่นตามผิวของประจุ ฉะนั้น

$$\sigma \equiv \lim_{\Delta s\to 0} (\Delta q/\Delta s) \qquad (3.4)$$

โดย Δq เป็นประจุสุทธิบนพื้นที่ Δs และ Δs ก็น้อยมาก ข้อสังเกตถ้าเราให้ $\Delta t \longrightarrow o$ และ σ สามารถกำหนดค่าที่แน่นอนได้ ฉะนั้นผลลัพธ์ในการวิเคราะห์ความหนาแน่นที่ไม่แน่นอนประจุจึงเขียนสมการ (3.3) ใหม่เป็น

$$\rho = \lim_{\substack{\Delta s \to o \\ \Delta t \to o}} \Delta q/\Delta s\,\Delta t = \lim_{\Delta t \to o} (\sigma/\Delta t) \longrightarrow \infty \qquad (3.5)$$

ค่าอนันต์ของ ρ นี้ไม่มีความหมายในทางฟิสิกส์เมื่อ Δt เข้าใกล้ศูนย์มาก ๆ บางโอกาสจำเป็นต้องใช้ความหนาแน่นตามเส้นของประจุเมื่อประจุกระจายตลอดอย่างสม่ำเสมอตลอดเส้น ถ้ากำหนดให้ λ เป็นความหนาแน่นตามเส้นของประจุ (Linear Density of Charge) ฉะนั้น

$$\lambda \equiv \lim_{\Delta l \to o} (\Delta q/\Delta l) \qquad (3.6)$$

โดย Δq เป็นประจุสุทธิในความยาว Δl ของเส้นลวด และ Δl น้อยมาก เราสามารถเขียนประจุในเทอมดิฟเฟอเรนติแอดในทั้ง 3 กรณี ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} dq &= \rho\, dV \\ &= \sigma\, dS \\ &= \lambda\, dl \end{aligned} \qquad (3.7)$$

ประจุไฟฟ้าทั้งหมดในขอบเขตที่จำกัดสามารถเขียนได้ในเทอมของอินเกรตชัน เป็น

$$q = \int_V \rho\, dV + \int_S \sigma\, dS + \int_L \lambda\, dl \qquad (3.8)$$

3.1.3 ความเข้มของสนามไฟฟ้า (Intensity of the electric field)

ถ้าให้ประจุ q วางอยู่ในบริเวณซึ่งมีประจุอื่น ๆ คือ q_1, q_2, q_3... อยู่ที่ตำแหน่งต่าง ๆ กัน เรากล่าวได้ว่ามีสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นโดยประจุ q_1, q_2, q_3... ตามลำดับ ความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่งจุดใดเท่ากับแรงต่อ 1 หน่วยประจุ ที่จุดนั้น เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{E}_{kj} \equiv \frac{\vec{F}_{kj}}{q_k} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{jk}^2}\hat{r}_{jk} \qquad (3.9)$$

ฉะนั้นค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าของกลุ่มประจุทั้งหมดเขียนได้เป็น

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{j=1}^{n}\frac{q_j}{r_{jk}^2}\hat{r}_{jk} \qquad (3.10)$$

ในกรณีที่ประจุไฟฟ้ากระจายกันอยู่อย่างสม่ำเสมอ

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\hat{r}\,dq}{r^2} \qquad (3.11)$$

3.1.4 ฟลักซ์ (Flux)

สนามไฟฟ้าถือเป็นสนามเวกเตอร์ หมายความว่า แต่ละจุดในสนามไฟฟ้าความเข้มสนามไฟฟ้าจะต้องมีทั้งขนาดและทิศทาง ฟลักซ์ (เขียนแทนด้วย Φ) เป็นสมบัติของสนามเวกเตอร์ ในการกล่าวถึงฟลักซ์นั้น จะต้องสมมติว่า มีผิวซึ่งอาจเป็นผิวปิดหรือผิวเปิดก็ได้อยู่ในสนามไฟฟ้า สนามไฟฟ้าฟลักซ์คือ จำนวนเส้นแรง (Lines of Force) ที่ตัดผ่านผิวสมมตินั้น

ลองพิจารณาสนามไฟฟ้าในที่ว่างแห่งหนึ่ง สมมติว่ามีผิวปิดรูปร่างคล้ายบอลลูนอยู่ใน

สนามไฟฟ้านี้และมีเส้นแรงแทนสนามไฟฟ้าผ่าน เมื่อแบ่งพื้นที่ผิวออกเป็นชิ้นเล็ก ๆ จนถือได้ว่าพื้นที่ผิวของแต่ละชิ้นนี้แบนและมีความเข้มสนามไฟฟ้าตลอดพื้นที่แต่ละชิ้นเท่ากัน พื้นที่ชิ้นเล็กนี้แทนด้วยเวกเตอร์มีทิศพุ่งออกตั้งฉากกับพื้นที่และมีขนาดเท่ากับพื้นที่นั้น (4)

ให้ $\vec{A}_j$ เป็นพื้นที่ผิวชิ้นที่ j

$\vec{E}_j$ เป็นความเข้มสนามไฟฟ้าตรงพื้นที่ ที่ j

ผลคูณของ $\vec{E}_j$, $\vec{A}_j$ เรียกว่า ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ A_j เมื่อรวมฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ผิวทุกชิ้นเข้าด้วยกันแล้ว จะได้ฟลักซ์ที่ผ่านพื้นที่ผิวปิดทั้งหมด

$$\phi = \sum_{\text{ทุก}j} \vec{E}_j \cdot \vec{A}_j \qquad (3.12)$$

เมื่อเขียนในรูปอินติกรัลจะได้เป็น

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \qquad (3.13)$$

เมื่อ $\oint$ คืออินติกรัลรอบผิวปิดทั้งหมด หน่วยของ ϕ ตามสมการ (3.13) คือนิวตัน เมตร^{2}ต่อคูลอมบ์

3.1.5 กฎของเกาส์ (Gauss's law)

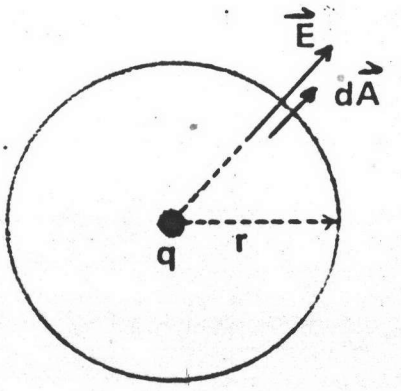
กฎของเกาส์ใช้กับผิวปิดสมมติ ซึ่งเรียกว่า ผิวเกาเซียน (gaussian Surface) กล่าวถึงความเกี่ยวข้องระหว่างฟลักซ์ไฟฟ้า ϕ สำหรับผิวปิดสมมติกับประจุไฟฟ้าทั้งหมด q ที่อยู่ภายในผิวปิดนั้น คือ

$$\epsilon_0 \phi = q \qquad (3.14)$$

หรือเมื่อใช้สมการ (3.13) จะเขียนได้ว่า

$$\epsilon_o \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \qquad (3.15)$$

ประจุ q ตามสมการ (3.14) หรือ (3.15) เป็นประจุสุทธิคือ เป็นผลรวมแบบพีชคณิตของประจุทั้งหลายที่มีอยู่ภายในผิวปิดนั้น ถ้าภายในผิวปิดมีประจุคู่หนึ่งขนาดเท่ากันแต่ตนละชนิดฟลักซ์ก็จะเท่ากับศูนย์ ประจุที่อยู่นอกผิวจะไม่มีผลใด ๆ กับ q ตามสมการ (3.14) และ (3.15) เลย ผิวปิดที่ใช้กับกฎของเกาส์นั้นไม่จำเป็นต้องเป็นผิวทรงกลมจะเป็นผิวรูปใด ๆ ก็ได้



รูปที่ 3.1 แสดงผิวเกาเซียนทรงกลมรัศมี r ประจุ q อยู่ที่จุดศูนย์กลาง

สร้างผิวเกาเซียนทรงกลมรัศมี r ล้อมรอบประจุ q ซึ่งอยู่ตรงจุดศูนย์กลางจะหาขนาดของความเข้มสนามไฟฟ้าที่ผิวของทรงกลม เนื่องจากเป็นทรงกลม $\vec{E}$ จึงตั้งฉากกับผิวและมีขนาดเท่ากัน E และ dA ขนานกันและมีทิศพุ่งออกตามสมการ (3.15) เขียนได้ว่า

$$\epsilon_o \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

เมื่อมุมระหว่าง $\vec{E}$ และ $d\vec{A}$ เท่ากับศูนย์ จึงเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\epsilon_o E \oint dA = q$$

$$\epsilon_o E (4\pi r^2) = q$$

$$E = q/4\pi\epsilon_o r^2 \qquad (3.16)$$

กฎของเกาส์ใช้สำหรับคำนวนหาความเข้มสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ เมื่อประจุกระจายกันอยู่อย่างสมมาตร (Symmetry) โดยเลือกผิวเกาเซียนให้เหมาะสม แล้วอินติกรัลรอบผิวนั้น ในทางตรงกันข้าม ถ้าทราบ $\vec{E}$ สำหรับทุกจุดรอบผิวปิดนั้น กฎของเกาส์ก็สามารถคำนวณหาประจุที่อยู่ภายในได้ ถ้า $\vec{E}$ มีทิศพุ่งออกจากผิว ประจุสุทธิภายในผิวจะเป็นประจุบวก แต่ถ้า $\vec{E}$ มีทิศพุ่งเข้าหาผิวปิดประจุไฟฟ้าสุทธิภายในผิวจะเป็นประจุลบ (5)

3.1.6 ศักย์ไฟฟ้า (Electric Pitential)

เมื่อวางวัตถุที่มีประจุในสนามไฟฟ้า จะเกิดพลังงานศักย์ เพราะเกิดการกระทำ (Interaction) กับสนาม ศักย์ไฟฟ้าที่จุดใด หมายถึงพลังงานศักย์ต่อประจุ 1 หน่วย ที่วาง ณ จุดนั้นใช้ V เป็นสัญลักษณ์แทนศักย์ไฟฟ้า และ E_p เป็นพลังงานศักย์ของประจุ q เราเขียนเป็นสมการดังนี้

$$V, = E_p/q \text{ หรือ } E_p = qV \qquad (3.17)$$

ถ้ามีประจุไฟฟ้า q อยู่ในสนามไฟฟ้า E แรงกระทำต่อประจุ q คือ $F = qE$ ประจุ q ก็จะเคลื่อนที่แล้วจะทำให้เกิดงาน (W)

$$dW = -\vec{F}.d\vec{l} = -F\cos\theta\, dl \qquad (3.18)$$

เนื่องจาก $-\vec{F} = -q\vec{E}$ ที่เป็นลบก็เพราะเป็นแรงที่ดึงประจุให้เคลื่อนจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง เพราะฉะนั้น

$$dW = -q\vec{E} \cdot dl$$

$$dW/q = -\vec{E} \cdot dl \qquad (3.19)$$

ปริมาณ dW/q เป็นดิฟเฟอเรนเชียล สกาลาร์ (Differential Scalar) จากสมการ (3.19) ตัวเราให้ประจุ q เคลื่อนจากจุด A ไปจุด B ตามแนวทาง L (เราแบ่ง L ออกเป็นระยะย่อย ๆ เรียกว่า dl) เขียนใหม่เป็น

$$W_{A\rightarrow B} = -\int_{A}^{B} qE \cdot dl \qquad (3.20)$$

เครื่องหมายลบหมายถึง การสิ้นเปลืองงานในการเคลื่อนที่ประจุ q

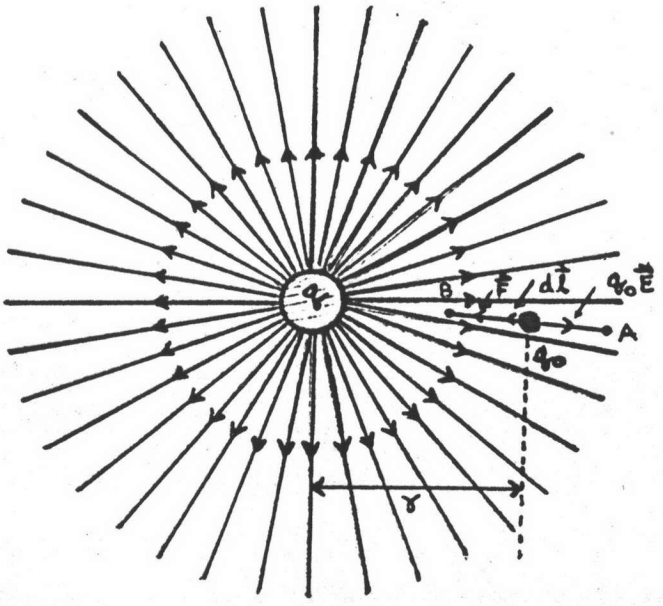
อินติกรัลตามสมการนี้ เรียกว่า อินติกรัลตามเส้น (Line Entegral) เมื่อแทน $W_{A\rightarrow B}$ นี้ใน $V_B - V_A = W_{AB}/q$ จะได้

$$V_B - V_A = -\int_{A}^{B} \vec{E} \cdot dl \qquad (3.21)$$

3.1.6.1 ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุไฟฟ้าเดี่ยว

เมื่อพิจารณาจุด A และ B ในสนามไฟฟ้าซึ่งเกิดจากประจุไฟฟ้าเดี่ยว q เพื่อให้ง่ายขึ้น จึงสมมติว่า A, B และ q อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เมื่อเคลื่อนประจุทดสอบ q_o จาก A เข้ามาช้า ๆ ตามแนวรัศมีไปยัง B ตามรูป 3.2 ทิศของ $\vec{E}$ และ $d\vec{l}$ สวนทางกัน

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cos 180^\circ \, dl = -E \cdot dl$$



รูป 3.2 ประจุ q_o เคลื่อนที่จาก A ไป B ในสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุไฟฟ้าเดี่ยว q

ขณะที่เคลื่อนประจุ q_o ไปทางซ้ายได้ระยะทาง dl ทำให้ระยะ r ลดลงเพราะเคลื่อนที่เข้าหา q และ ระยะทาง r วัดจาก q

ดังนั้น $dl = -dr$; $\vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot dr$

แทนค่า $\vec{E} \cdot d\vec{l}$ ในสมการ (3.20) และแทนค่า $E = q/4\pi\epsilon_o r^2$

ในสมการเดียวกัน

จะได้ $V_B - V_A = -\int_A^B E \, dr = (q/4\pi\epsilon_o) \int_{V_A}^{V_B} dr/r^2 = (q/4\pi\epsilon_o)(1/r_B - 1/r_A)$

เลือกจุด A ไว้ที่อนันต์ $V_A = 0$ เขียน V ที่จุด E จะได้

$$V = q/4\pi\epsilon_o r \qquad (3.22)$$

3.1.6.2 ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากกลุ่มจุดประจุ

ศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใดที่เกิดจากกลุ่มประจุไฟฟ้าเป็นจุดนั้น หาได้โดยคำนวณ V_n ของแต่ละประจุก่อน ถือว่า ประจุอื่นยังไม่มี แล้วนำ V_n แต่ละประจุมารวมกันแบบสเกลาร์

$$V = \sum_n V_n = (1/4\pi\epsilon_o) \sum_n q_n/r_n \qquad (3.23)$$

เมื่อ q_n เป็นปริมาณประจุไฟฟ้าที่ n และ r_n เป็นระยะทางจากประจุนี้ถึงจุดที่ต้องการทราบศักย์ไฟฟ้า

ถ้ากลุ่มประจุไฟฟ้ากระจายกันอยู่อย่างสม่ำเสมอแทนที่จะอยู่กันเป็นจุด ๆ สมการ (3.23) จะเขียนแทนด้วยอินติกรัล คือ

$$V = \int dV = (1/4\pi\epsilon_o) \int dq/r \qquad (3.24)$$

เมื่อ dq คือ ประจุไฟฟ้าที่ถูกแบ่งให้มีขนาดเล็ก ; r เป็นระยะจากประจุนี้ถึงจุดที่จะคำนวณหา V ; dV คือศักย์ไฟฟ้าเนื่องจาก dq

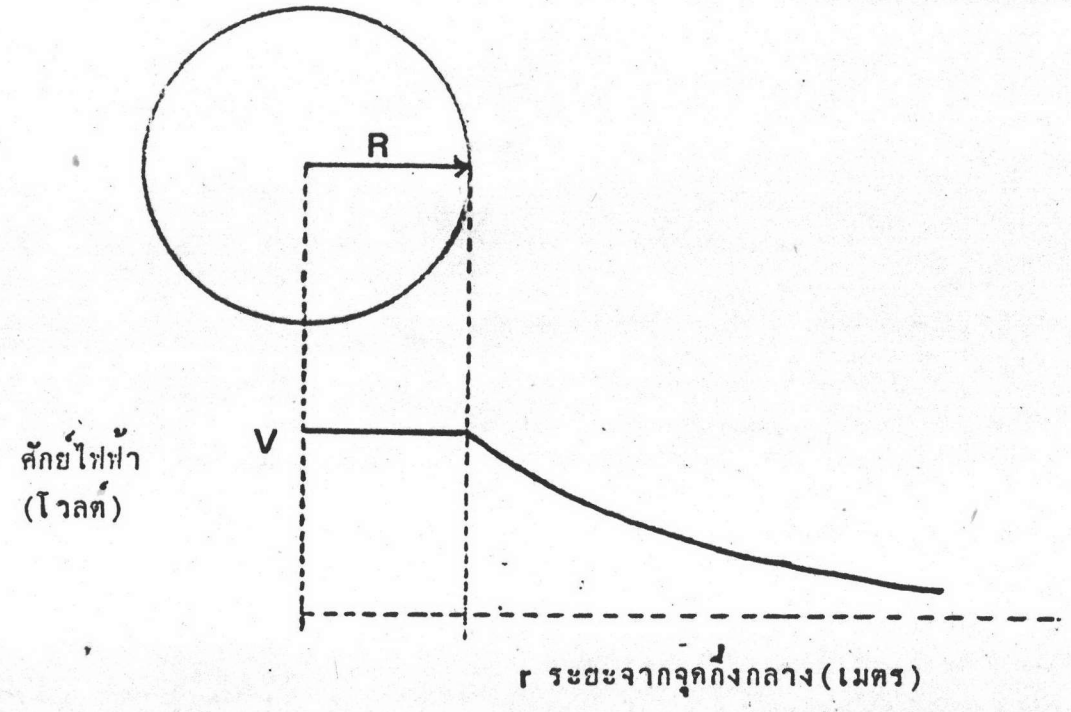
3.1.6.3 ศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าของตัวนำทรงกลม

ตัวนำไฟฟ้ารูปทรงกลมตันหรือกลวงก็ตามเมื่อมีประจุไฟฟ้าอยู่ ประจุไฟฟ้าจะกระจายอยู่

บนผิวนอกอย่างสม่ำเสมอ ศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมจะเท่ากันหมดทุกจุด ตั้งแต่ผิวนอกจนถึงข้างใน ความต่างศักย์ระหว่างจุดคู่หนึ่งบนผิว หรือภายในทรงกลมจึงมีค่าเป็นศูนย์ ถ้าเราเคลื่อนประจุไฟฟ้าไปตามผิวของทรงกลม จะไม่เสียพลังงานในการเคลื่อนที่เลย พิจารณาทรงกลมตัวนำมีรัศมี R มีประจุ q ศักย์ไฟฟ้าภายในจะเท่ากันตลอดจนถึงผิว มีค่าเท่ากับ (10)

$$V = (1/4\pi\epsilon_o)\, q/R \qquad (3.25)$$

และที่ระยะห่างผิวออกมา ศักย์ไฟฟ้าจะลดลง



รูป 3.3 แสดงศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมตัวนำที่ระยะต่าง ๆ

สำหรับสนามไฟฟ้า ภายในทรงกลมโลหะจะมีค่าเป็นศูนย์ จะมากที่สุดที่ผิวคือ

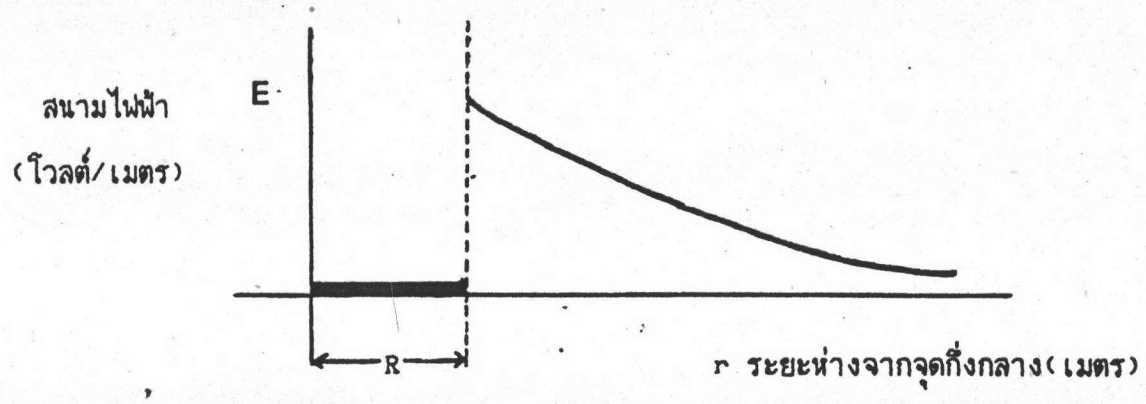
$$E = (1/4\pi\epsilon_0)\, q/R^2 \qquad (3.26)$$

แล้วจะค่อย ๆ ลดลงเมื่อห่างผิวออกมา

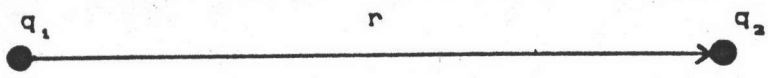
3.1.7 พลังงานศักย์ไฟฟ้า

เมื่อนำประจุ q ใส่ที่ทรงกลมโลหะ ประจุไฟฟ้าจะไหลไปมาได้อย่างอิสระ ประจุไฟฟ้าจะพยายามจัดตัวให้ระบบมีพลังงานศักย์ไฟฟ้า (Electric Potential Energy) ต่ำสุด พิจารณาจากรูป 3.4 ข เมื่อไม่มีประจุ q_2 ศักย์ไฟฟ้าอันเกิดจาก q_1 คือ (13)

$$V = (1/4\pi\epsilon_0)\, q_1/r \qquad \text{ที่ระยะห่าง } r \text{ จาก } q_1$$



รูปที่ 3.4 ก รูปแสดงสนามไฟฟ้าของทรงกลมตัวนำที่ระยะต่าง ๆ



รูปที่ 3.4 ข แสดงการเคลื่อนประจุ q_2 จาก Infinity มาสู่ระยะ r

ถ้าเราเคลื่อนที่ประจุ q_2 จาก Infinity มาสู่ระยะห่าง r จาก q_1 เราต้องทำงานทั้งสิ้น

$$W = Vq_2$$

นั้นคือ พลังงานศักย์ไฟฟ้า U ของระบบที่มี q_1 และ q_2 คือ

$$U = (1/4\pi\epsilon_0)\, q_1q_2/r$$

พลังงานศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมที่มีประจุ q จะคิดได้ดังนี้ คือทรงกลมที่มีประจุ q มีศักย์ไฟฟ้า V นั้นเดิมไม่มีประจุ V ก็จะเป็นศูนย์ เราค่อย ๆ ทำงานโดยการนำประจุมาใส่ทีละน้อย ๆ $q = ne'$ โดยนำประจุมาใส่ n ครั้ง ๆ ละ e' งานครั้งแรก = 0 งานครั้งทุกท้าย = Ve' งานรวมคือ งานเฉลี่ยคูณด้วยจำนวนครั้ง

$$W = [(0 + Ve')/2](n) = \tfrac{1}{2}(ne')V = \tfrac{1}{2}qV$$

นั้นคือ พลังงานศักย์ไฟฟ้าของทรงกลม

$$U = \tfrac{1}{2}qV \qquad (3.27)$$

3.1.8 การหาค่าความจุไฟฟ้าของทรงกลมตัวนำ

จากหัวข้อ 2.10 เราทราบมาแล้วว่า ความจุไฟฟ้าเท่ากับจำนวนประจุไฟฟ้าทั้งหมดหารด้วยศักย์ไฟฟ้า หรือ $C = Q/V$

และจากหัวข้อ 3.1.6.3 ในสมการที่ (3.25) ศักย์ไฟฟ้าบนผิวทรงกลมตัวนำมีค่าเท่ากับ ค่าคงที่คูณกับจำนวนประจุไฟฟ้าทั้งหมดหารด้วยรัศมีของทรงกลมนั้น (14)

$$V = (1/4\pi\epsilon_0)\, Q/R$$

เพราะฉะนั้นความจุไฟฟ้าของทรงกลมตัวนำมีค่าเท่ากับ

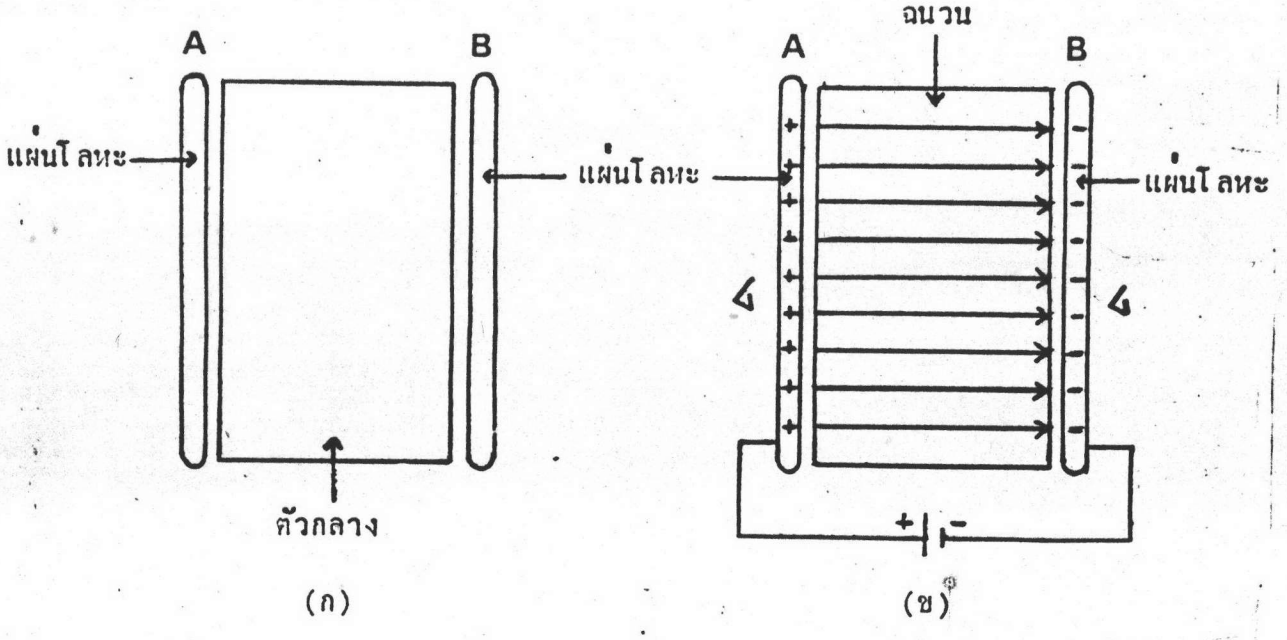
$$C = Q/[(1/4\pi\epsilon_0)(Q/R)] = 4\pi\epsilon_0 R \qquad (3.28)$$

หน่วยความจุไฟฟ้าเป็นฟารัด (F)

สิ่งที่สามารถมีความจุไฟฟ้านี้เรียกว่า คาปาซิเตอร์ (Capacitor) หรือคอนเดนเซอร์ (Condenser) ซึ่งทำหน้าที่สำคัญคือ เป็นตัวเก็บประจุไฟฟ้า เมื่อเราใช้ค่า ϵ_0 หมายความว่าทรงกลมตัวนำอยู่ในสูญญากาศ แต่ถ้าตัวกลางเป็นวัตถุอื่นที่เป็นสารไดอิเลคตริค (Dielectric) ค่า C ก็จะต่างออกไป ฉะนั้นทรงกลมตัวนำที่วางอยู่ในวิชชุมัชฌิม (Diclectric) จะมีค่าความจุไฟฟ้าเพิ่มขึ้น เมื่อวางในสูญญากาศและความจุไฟฟ้าจะลดลงเมื่อวางในอากาศปกติ ทั้งนี้เนื่องจากเกิดการเหนี่ยวนำให้เกิดประจุชนิดตรงกันข้ามที่ผิวของวิชชุมัชฌิมที่ใกล้กับตัวนำนั้นเป็นผลทำให้ไปลดประจุบนทรงกลมตัวนำ ซึ่งทำให้ค่าศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมลดลงด้วย

3.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับตัวเก็บประจุไฟฟ้า

ตัวเก็บประจุชนิดต่าง ๆ นั้นจะใช้หลักการคือใช้โลหะแผ่นที่มีความยาว ความกว้างวางห่างกันโดยมีช่องว่างตรงกลาง ซึ่งตรงกลางอาจจะเป็นช่องว่างเปล่าหรืออาจจะมีวัสดุที่เป็นฉนวนก็นอยู่ก็ได้ ดังรูปที่ 3.5 (ก) และ 3.5 (ข)



รูปที่ 3.5 แสดงลักษณะหลักโครงสร้างของตัวเก็บประจุ

จากรูป 3.5 (ก) นั้นถ้าเราต่อแผ่นโลหะ A และ B เข้ากับขั้วไฟฟ้าบวกและลบตามลำดับ แล้วจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่น A และ B ทั้งนี้เนื่องจากบนแต่ละแผ่นจะมีประจุเกิดขึ้นเป็น σ ซึ่งเป็นประจุต่อ 1 หน่วยพื้นที่ของแต่ละแผ่นจะเท่ากัน ถ้าพื้นที่ของแผ่น A และ B เท่ากัน และถ้าเอาฉนวนไปวางไว้ที่ตรงกลางระหว่างแผ่น A และ B แล้วจะทำให้เกิดการชักนำ (Induction) ประจุ σ_1 บนฉนวนนั้น ตามรูปที่ (3.5) (ข) และ จะได้

$$\vec{E} = (1/\epsilon_o)(\sigma - \sigma_1) \qquad (3.29)$$

โดยที่ E_o คือ เพอร์มิตติวิตีทางไฟฟ้า (Permittivity) ของสูญญากาศ

σ_1 คือ ประจุเหนี่ยวนำต่อพื้นที่ผิวของฉนวน

σ คือ ประจุต่อพื้นที่บนแผ่นโลหะ

และถ้าเราให้ $\sigma - \sigma_1 = \sigma/K_e$ เมื่อ $\sigma - \sigma_1 < \sigma$ โดยที่ K_e นั้นเป็นค่าคงที่ของการเป็นฉนวน (Dielectric Constant) เราจะได้

$$\vec{E} = \sigma/K_e\epsilon_o \qquad (3.30)$$

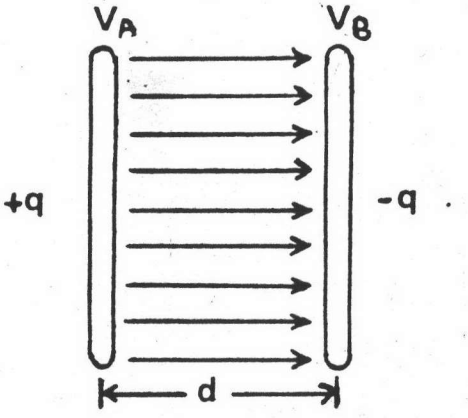
ซึ่งค่าของ $K_e\epsilon_o$ เรียกว่า เพอร์มิตติวิตีของฉนวน (Permittivity of Dielectric) ซึ่งจะแทนด้วย ϵ และ

$$\epsilon = K_e\epsilon_o \qquad (3.31)$$

ถ้าในสูญญากาศแล้ว $K_o = 1$, $\epsilon = \epsilon_o$ โดยที่ ϵ = (คูลอมบ์)^2 ต่อนิวตัน - (เมตร)^2 ($coul^2/newton\text{-}m^2$) K_e เป็นค่าคงที่ไม่มีหน่วย

ดังนั้นจากหลักการที่กล่าวมานั้น เรามาพิจารณาดูในลักษณะของตัวเก็บประจุแล้วถ้าเราให้ประจุทั้งหมดที่เกิดทั้งแผ่นคู่ขนาน A และ B มีค่าเป็น q และ -q และให้ศักย์ไฟฟ้าที่ทั้งสอง

แผ่นเป็น V_A และ V_B และให้สนามไฟฟ้าทั้งสองแผ่นเป็น $\vec{E}$ โดยมีระยะห่างระหว่างทั้งสองแผ่นเท่ากับ d ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แสดงการเกิดประจุ q และสนามไฟฟ้า E ภายในตัวเก็บประจุ

เราจะได้อัตราส่วนระหว่าง $V_{ab} = V_a - V_b$ ต่อประจุบนแผ่นใดแผ่นหนึ่งนั้นมีค่าเท่ากับความจุของประจุที่เกิดจากแผ่นโลหะคู่ขนานนี้ให้มีค่าเป็น C

จะได้ $C = q/V_{ab}$ (3.32)

และถ้าแผ่นโลหะทั้งสองแผ่นวางขนานกันในสูญญากาศแล้วจะได้

$$\vec{E} = \sigma/\epsilon_0 = (1/\epsilon_0)(q/A) \quad (3.33)$$

เมื่อ A คือ พื้นที่ของแผ่นขนานแผ่นใดแผ่นหนึ่งของโลหะ (เมตร)^2

q คือ ประจุทั้งหมดบนแผ่นใดแผ่นหนึ่งของโลหะ (คูลอมบ์)

ϵ_o คือ ค่าเพอมิตติวิตีของสูญญากาศ (คูลอมบ์^{2}/นิวตัน.เมตร^2)

และจากความสัมพันธ์ที่ว่า $V_{ab} = \vec{E}d$ เราจะได้

$$V_{ab} = (1/\epsilon_o)(qd/A) \qquad (3.34)$$

จากสมการ (3.32) เราจะได้ว่า

$$C = \epsilon_o A/d \qquad (3.35)$$

และถ้าระหว่างแผ่นโลหะทั้งสองมีฉนวนมากั้นโดยมีค่าคงที่ของการเป็นฉนวน (Diclectric Constant) เท่ากับ 1 แล้วจะทำให้ค่าของ

$$\vec{E} = (1/K_e\epsilon_o)(q/A) \qquad (3.36)$$

และ $$V_{ab} = (1/K_e\epsilon_o)(qd/A) \qquad (3.37)$$

ทำให้ได้ค่าของ $$C = K_e\epsilon_o A/d = \epsilon A/d \qquad (3.38)$$

เมื่อ $\epsilon = K_e\epsilon_o = K_e \times 8.85 \times 10^{-12}$ คูลอมบ์^{2}/นิวตัน.เมตร^2

d = ระยะห่างของแผ่นโลหะ (เมตร)

ค่าคงที่ไดอิเลคทริคของสารต่าง ๆ (Dielectric Coefficient ; K) เป็นดังนี้

ตัวกลาง	ค่าคงที่ไดอิเลคทริค
สูญญากาศ	1.00000
อากาศ	1.00054
น้ำ	78
กระดาษ	3.5
ไมคา	5.4
อำพัน	2.7
กระเบื้อง	6.5
ควอทซ์	3.8
แก้วไพเรกซ์	4.5
เบเคอไลท์	4.8
โปลีเอทีลีน	2.3
เทฟลอน	2.1
นีโอปรีน	6.9

ตารางที่ 3.1 ค่าคงที่ไดอิเลคทริคของตัวกลางบางชนิด

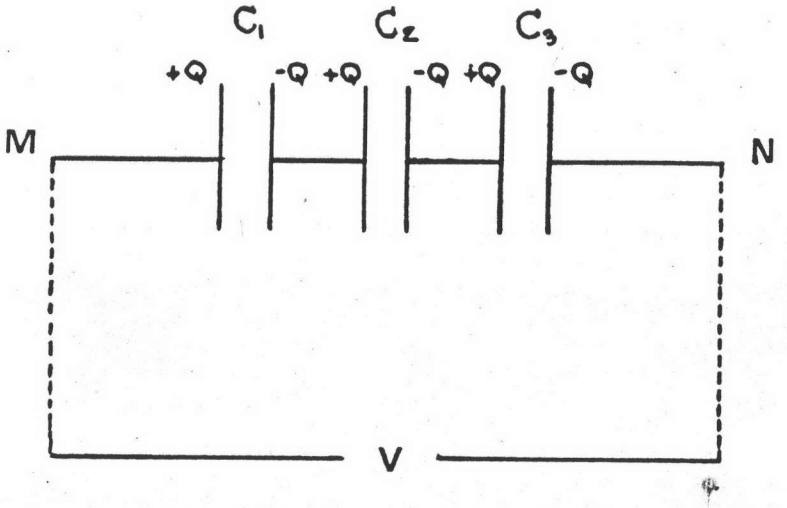
สำหรับเครื่องควบแน่นที่ประกอบด้วยแผ่นโลหะแผ่นขนานหลายๆ แผ่น โดยที่แผ่นโลหะแต่ละคู่มีระยะห่างกัน d เท่าๆกัน สมการที่ (3.38) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$C = n\epsilon A/d \qquad (3.39)$$

ในเมื่อ n = จำนวนช่องว่างทั้งหมดระหว่างแผ่นโลหะ (ซึ่ง = จำนวนแผ่นทั้งหมด - 1) ในการนำเครื่องควบแน่นหลายๆ เครื่องมาต่อกันให้เป็นหมู่นั้น วิธีการที่สำคัญมีสองวิธี คือ

3.2.1 การต่อแบบอนุกรม (Series) คือวิธีการต่อเครื่องควบแน่นให้ทุกเครื่องอยู่ในสายเดียวกัน โดยต่อแผ่นหนึ่งของเครื่องควบแน่นอันหนึ่งเข้ากับแผ่นหนึ่งของเครื่องควบแน่นอันที่สอง ต่อแผ่นที่เหลือของเครื่องควบแน่นอันที่สองกับแผ่นหนึ่งของเครื่องควบแน่นอันที่สามเป็นลำดับกันไป แล้วโยงแผ่นที่เหลือของเครื่องแรกไปยังจุด M โยงแผ่นที่เหลือของเครื่องสุดท้ายไปยังจุด N ดังรูป 3.7 เมื่อต้องการให้ประจุเครื่องควบแน่นกลุ่มนี้ ก็ทำให้จุด M และ N เกิด ความต่างศักย์ขึ้น เช่น ต่อ M และ N ไปยังขั้วทั้งสองของแบตเตอรี่เป็นต้น

รูปที่ 3.7 แสดงเครื่องควบแน่น 3 เครื่อง มีความจุไฟฟ้า C_1 ,C_2 ,C_3 ตามลำดับ และเรียงต่อกันอยู่อย่างอนุกรมระหว่างจุด M และ N ซึ่งมีความต่างศักย์ V ในที่นี้สมมติว่าเป็นผลให้แผ่นโลหะ A ของเครื่องแรกได้รับประจุไฟฟ้า +Q และแผ่นโลหะ F ของเครื่องสุดมท้ายได้รับประจุไฟฟ้า -Q เมื่อเป็นเช่นนี้การเหนี่ยวนำไฟฟ้าจะเป็นผลให้ แผ่น B มีประจุไฟฟ้า -Q , แผ่น C มีประจุ +Q , แผ่น D มีประจุไฟฟ้า -Q และแผ่น E มีประจุไฟฟ้า +Q จะเห็นได้ว่าเครื่องควบแน่นทุกเครื่องจะได้รับประจุไฟฟ้าเท่ากันหมด คือแผ่นหนึ่งได้รับประจุไฟฟ้า +Q และอีกแผ่นหนึ่งได้รับประจุไฟฟ้า -Q ในที่นี้เรากล่าวว่า ประจุไฟฟ้ารวมที่ให้แก่เครื่องมีปริมาณ Q และเครื่องควบแน่นแต่ละเครื่องได้รับประจุไฟฟ้าเป็นปริมาณ Q



รูปที่ 3.7 แสดงเครื่องควบแน่น 3 เครื่องต่ออย่างอนุกรม

สมมติว่าความต่างศักย์ระหว่างแผ่นทั้งสองของทั้งสามเครื่องมีค่า V_1 , V_2 , V_3 ตามลำดับ ค่าความต่างศักย์ของแต่ละเครื่องจะเท่ากันหรือไม่ ย่อมขึ้นอยู่กับความจุไฟฟ้าของแต่ละเครื่อง ถ้ามีความจุไฟฟ้าเท่ากัน ค่าของความต่างศักย์ก็จะเท่ากัน ถ้ามีความจุไฟฟ้าไม่เท่ากัน ค่าของความต่างศักย์ก็ไม่เท่ากัน อย่างไรก็ตามผลรวมของความต่างศักย์ของทุกเครื่องจะมีค่าเท่ากับความต่างศักย์ระหว่างจุด M และ N เสมอ จึงสรุปได้ว่า เมื่อเครื่องควบแน่นต่อกันอย่างอนุกรมระหว่างจุดสองจุดที่มีค่าความต่างศักย์ V แล้ว

1. ความจุรวมจะลดน้อยลง
2. จำนวนประจุในเครื่องควบแน่นแต่ละอันจะเท่ากันหมด และเท่ากับประจุที่ใส่เข้าไปเนื่องจากการเหนี่ยวนำ
3. ความต่างศักย์ของแต่ละอันไม่เท่ากัน ความต่างศักย์รวมทั้งกลุ่มจะเท่ากับผลบวกของความต่างศักย์แต่ละอัน

สูตรคำนวณความจุไฟฟ้ารวม ถ้าให้ C = ความจุไฟฟ้ารวมของเครื่องควบแน่นที่ต่อกันอย่างอนุกรม

ฉะนั้น $V = \text{ประจุไฟฟ้ารวม}/\text{ความจุไฟฟ้ารวม} = Q/C$ (3.40)

เครื่องควบแน่นเครื่องแรก $V_1 = \text{ประจุไฟฟ้าที่ได้รับ}/\text{ความจุไฟฟ้า} = Q/C_1$

เครื่องควบแน่นเครื่องที่สอง $V_2 = Q/C_2$

เครื่องควบแน่นเครื่องที่สาม $V_3 = Q/C_3$ (3.41)

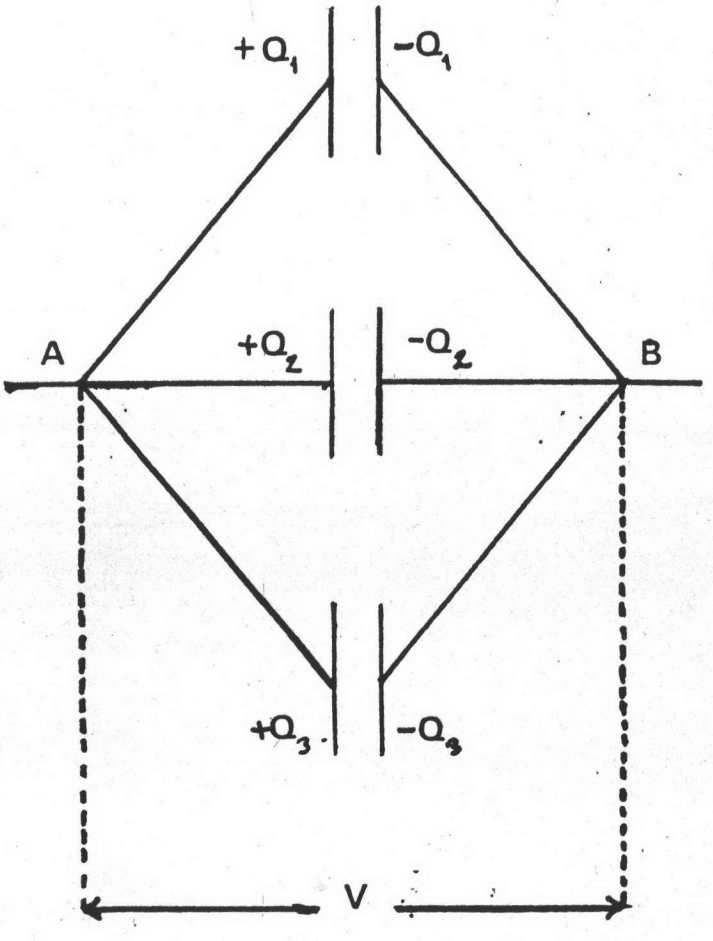
เครื่องควบแน่นเครื่องที่ n $V_n = Q/C_n$

เพราะว่า $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_n$ (3.42)

เพราะฉนั้น $Q/C = Q/C_1 + Q/C_2 + Q/C_3 + Q/C_n$ (3.43)

ย่อมได้ $1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + 1/C_n$ (3.44)

3.2.2 การต่อแบบขนาน (Parallel) คือวิธีการต่อเครื่องควบแน่นทั้งหมดโดยโยงต่อแผ่นหนึ่งของทุกเครื่องไปยังจุดหนึ่ง (เช่นจุด A) และโยงต่ออีกแผ่นหนึ่งของทุกเครื่องไปยังอีกจุดหนึ่ง (เช่นจุด B) เมื่อต้องการใส่ประจุให้กับเครื่องควบแน่นกลุ่มนี้ ก็ทำให้จุด A และ B เกิดความต่างศักย์ขึ้น เช่น ต่อ A และ B ไปยังขั้วทั้งสองของแบตเตอรี่เป็นต้น



รูปที่ 3.8 แสดงเครื่องควบแน่น 3 เครื่องต่อขนานกัน

จากรูปที่ 3.8 เครื่องควบแน่น 3 เครื่องมีความจุไฟฟ้า C_1 ,C_2 ,C_3 ตามลำดับ เรียงต่อกันอยู่อย่างขนานระหว่างจุด A และ B ซึ่งมีความต่างศักย์ V ในการนี้สมมติว่าเป็นผลให้แผ่นโลหะที่ต่อกับจุด A ของเครื่องทั้งสามได้รับประจุไฟฟ้า $+Q_1$ $+Q_2$ และ $+Q_3$ และแผ่นโลหะที่ต่อกับจุด B ของเครื่องทั้งสามได้รับประจุไฟฟ้า $-Q_1$, $-Q_2$, $-Q_3$ ตามลำดับ ในการนี้เรากล่าวว่า เครื่องที่ 1 ได้รับประจุไฟฟ้า Q_1 , เครื่องที่ 2 ได้รับประจุไฟฟ้า Q_2 และเครื่องที่ 3 ได้รับประจุไฟฟ้า Q_3 ประจุไฟฟ้าที่แต่ละเครื่องได้รับนี้จะมีปริมาณเท่ากันหรือไม่ย่อมขึ้นอยู่กับความจุไฟฟ้าของแต่ละเครื่อง ถ้ามีความจุไฟฟ้าเท่ากัน ปริมาณของประจุไฟฟ้าที่ได้รับก็จะเท่ากัน ถ้ามีความจุไฟฟ้าไม่เท่ากัน ปริมาณของประจุไฟฟ้าที่ได้รับก็จะไม่เท่ากัน ในที่นี้ประจุไฟฟ้ารวม (Q) จะมีค่าเท่ากับผลบวกของประจุไฟฟ้าที่แต่ละเครื่องได้รับ

โดยที่แผ่นโลหะทั้งสองของทุกเครื่องต่ออยู่ระหว่างจุดคู่เดียวกัน ดังนั้นความต่างศักย์ของทุกเครื่องต่างจะมีค่าเท่ากันหมดคือ เท่ากับค่าความต่างศักย์ระหว่างจุดคู่ที่ต่ออยู่นั้น จึงสรุปได้ว่าเครื่องควบแน่นต่อกันอย่างขนานอยู่ระหว่างจุดสองจุดที่มีค่าความต่างศักย์เท่ากับ V แล้ว

1. ความจุรวมเพิ่มขึ้นตามจำนวนเครื่องควบแน่น
2. จำนวนประจุในเครื่องควบแน่นแต่ละอันไม่เท่ากัน ผลรวมของประจุในแต่ละอันจะเท่ากับประจุทั้งหมดที่ใส่เข้าไป
3. ความต่างศักย์ของทุก ๆ อันเท่ากันหมด

ถ้าให้ C เท่ากับความจุไฟฟ้ารวมของหมู่เครื่องควบแน่นที่ต่อกันอย่างขนาน

เพราะฉะนั้น , ประจุไฟฟ้ารวม = ความต่างศักย์ระหว่าง AB × ความจุไฟฟ้ารวม

นี่คือ $Q = VC$

$$\left.\begin{aligned} \text{เครื่องควบแน่นเครื่องแรก} \quad Q_1 &= VC_1 \\ \text{เครื่องควบแน่นเครื่องที่สอง} \quad Q_2 &= VC_2 \\ \text{เครื่องควบแน่นเครื่องที่สาม} \quad Q_3 &= VC_3 \\ \text{เครื่องควบแน่นเครื่องที่ n} \quad Q_n &= VC_n \end{aligned}\right\} \qquad (3.45)$$

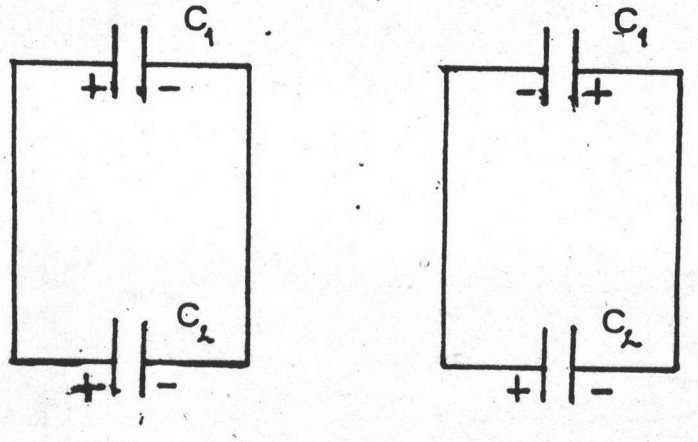
เพราะว่า $$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_n \quad (3.46)$$

เพราะฉะนั้น $$VC = VC_1 + VC_2 + VC_3 + VC_n \quad (3.47)$$

ย่อมได้ $$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_n \quad (3.48)$$

เมื่อต่อเครื่องควบแน่นเข้ากับวงจรไฟฟ้า หรือ เครื่องกลไฟฟ้าสถิต เครื่องควบแน่นนั้น หรือทั้งสองกลุ่มนั้น จะเกิดความต่างศักย์ระหว่างขั้ว + ขั้ว - เท่ากับความต่างศักย์ของวงจรตอนนั้นแต่ไม่มีกระแสไหลผ่าน หรือถ้านำไปต่อเข้าระหว่างขั้วเซล เครื่องควบแน่นเหล่านั้นจะเกิดความต่างศักย์เท่ากับขั้วเซล หรือเท่ากับแรงเคลื่อนไฟฟ้าของเซล เมื่อไม่มีความต้านทานใด ๆ ต่ออยู่ด้วย

เมื่อต่อเครื่องควบแน่นซึ่งมีประจุไฟฟ้า 2 อัน หรือหลาย ๆ อันเข้าด้วยกันเป็นวงจรโดยเอาแผ่นบวกต่อเข้ากับแผ่นบวก หรือแผ่นบวกต่อเข้ากับแผ่นลบ เครื่องควบแน่นทั้งหมดนั้นจะกลายเป็นเครื่องเดียวกัน มีความจุเพิ่มขึ้นคล้ายกับการต่อขนาน จะเกิดการถ่ายเทประจุไปหากันจนกว่าจะมีศักย์ไฟฟ้าเท่ากัน



รูปที่ 3.9 แสดงเครื่องควบแน่นซึ่งมีประจุไฟฟ้า 2 อันต่อเป็นวงจร

เราอาจจะคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าร่วมและประจุในเครื่องควบแน่นแต่ละอันเมื่อต่อกันแล้วได้ดังนี้

$$V = (Q_1 + Q_2)/(C_1 + C_2) \; ; \; q_1 = VC_1 \; ; \; q_2 = VC_2 \qquad (3.49)$$

เมื่อ V = ศักย์ไฟฟ้าร่วม (esu ; volt) ; q_1, q_2 = ประจุหลังจากต่อกันแล้ว (esu ; coulomb) อนึ่งในการถ่ายเทประจุไปหากัน เครื่องควบแน่นจะเสียพลังงานไปจำนวนหนึ่ง โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับอันที่มีศักย์ไฟฟ้าสูง ซึ่งจะคำนวณได้จาก

$$W = \tfrac{1}{2}VQ = \tfrac{1}{2}V^2C = Q^2/2C \qquad (3.50)$$

ใช้หน่วยเป็น จูล (Joule)

เมื่อเครื่องควบแน่นได้รับประจุมากขึ้น ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างแผ่นโลหะขนานของเครื่องควบแน่นและสนามไฟฟ้าจะมีค่าสูงขึ้น ถ้าสนามไฟฟ้ามีค่าสูงมากจนเกินกำลังของไดอิเล็กทริกที่คั่นอยู่ระหว่างแผ่นโลหะขนาน จะเกิดประกายไฟฟ้า (Spark) ลุกไหม้เสียหายได้

Unit	ระบบ c.g.s.	ระบบ S.I.	Conversion
ประจุ ; Q	esu; statcoulomb	Coulomb; c	1 coulomb = 3×10^{9} statcoulombs
ศักย์ไฟฟ้า ; V	esu; statvolt	Volt ; v	1 volt = 1/300 statvolts
ความจุ ; C	esu; statfarad	farad ; f	1 farad = 9×10^{11} statfarad
พลังงาน ; W	erg	joule	1 joule = 10^{7} ergs
ความเข้ม ; E	dyne/statcoulomb	Newton/Coulomb	1 N/c = $\frac{1}{3}\times10^{-4}$ Dyne/stc
แรง ; F	dyne	Newton	1 newton = 10^{5} dynes
ระยะทาง ; d	cm	m	1 m = 100 cms

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าเปรียบเทียบปริมาณหน่วยวัดระบบ S.I., c.g.s

1 โวลต์ = 1 จูลต่อคูลอมบ์ ; 1 สะแต็ทโวลต์ = 1 เออร์กต่อสะแต็ทคูลอมบ์

1 ฟารัด = 1 คูลอมบ์ต่อโวลต์ ; 1 สะแต็ทฟารัด = 1 สะแต็ทคูลอมบ์ต่อสะแต็ทโวลต์

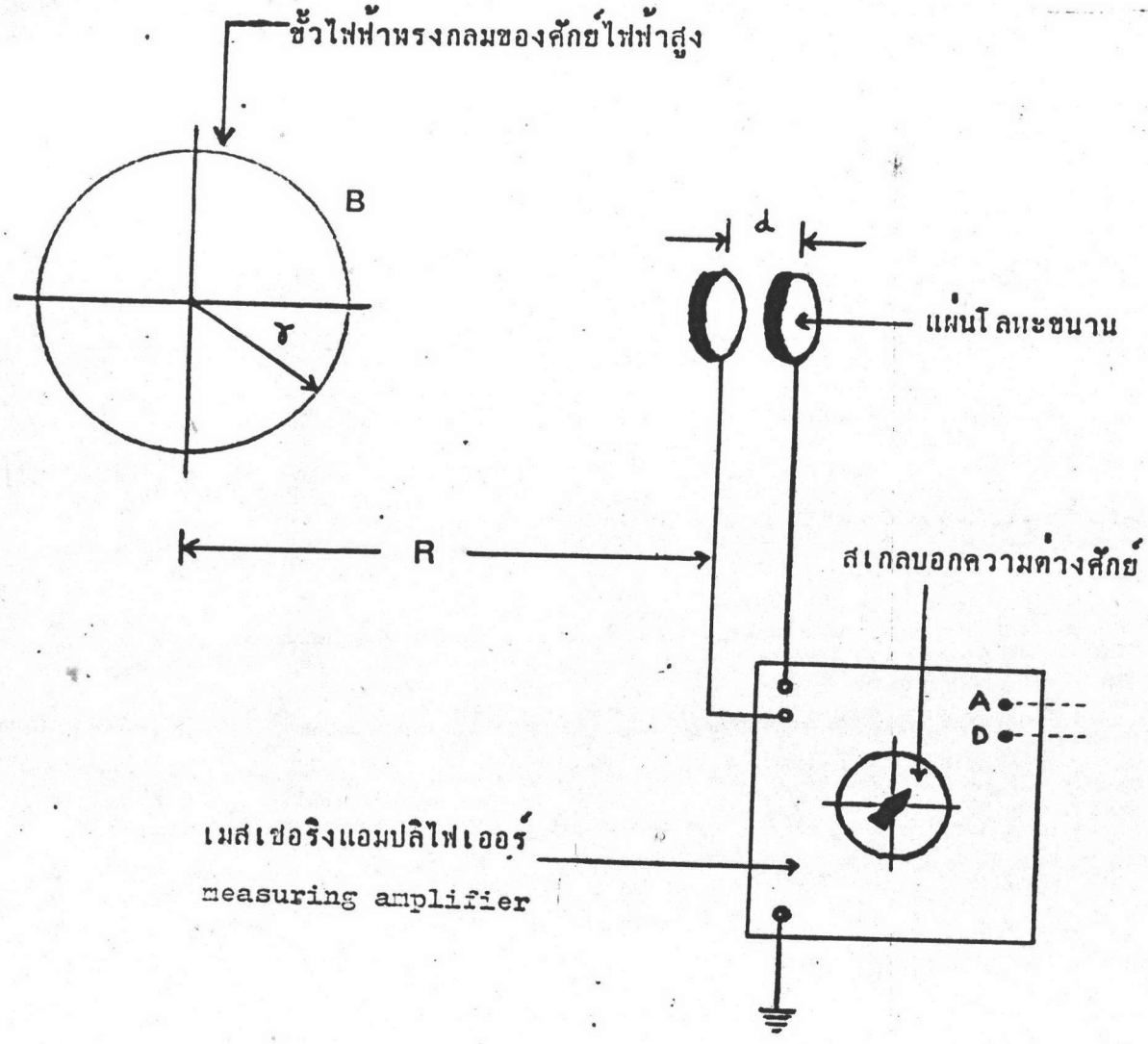
3.3 ทฤษฎีเกี่ยวกับการวัดความต่างศักย์สูงโดยอาศัยสนามไฟฟ้า

การวัดลักษณะนี้ทำโดยการจ่ายศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงเข้าขั้วไฟฟ้ารูปทรงกลมแล้วทำการวัดค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากขั้วไฟฟ้าทรงกลมที่ระยะต่าง ๆ โดยอาศัยแผ่นโลหะวงกลมขนานกันคล้ายกับตัวเก็บประจุ ซึ่งแสดงดังรูปที่ 3.10 (6)

แผ่นโลหะขนานจะต่อเข้ากับโวลมิเตอร์ที่มีอิมพีแดนซ์ (Impedance) สูงมากเรียกว่าเมสเซอริงแอมปลิไฟเออร์ (Measuring Amplifier) เป็นเครื่องวัดค่าความต่างศักย์ระหว่างแผ่นโลหะขนาน

หลักการวัดวิธีการนี้ คือ วัดระยะ R ระหว่างขั้วไฟฟ้าความต่างศักย์สูง ทรงกลม B กับโลหะแผ่นขนาน โดยให้อยู่ในแนวที่ตั้งฉากกับผิว ทรงกลม

หลักการคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงโดยวิธีการนี้ คำนวณจากหน่วย S.I. ทุกตัวแปร



รูปที่ 3.10 แสดงการวัดค่าของศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูง

ค่าความจุ (Capacitance) ที่ทรงกลม B ซึ่งเป็นศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงมีค่าประมาณเท่ากับรัศมีของทรงกลม r/k โดยที่ $k = 1/4\pi\epsilon_0$; r เท่ากับรัศมีทรงกลม และค่าของสนามไฟฟ้าที่ระยะ R มีค่าเป็น

$$E_1 = kQ/R^2 \qquad (3.51)$$

$$E_1 = kCV_1/R^2 \quad ; \quad (Q = CV_1) \qquad (3.52)$$

เพราะฉะนั้น $E_1 = rV_1/R^2$; $(C = r/k)$

โดยที่ V_1 คือ ศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงที่ต้องการหา

E_1 คือ สนามไฟฟ้าที่เกิดจากการชักนำ (Induction) ระหว่างแผ่นโลหะขนานโดยศักย์ V_1

ค่าของสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นระหว่างแผ่นโลหะขนานเมื่อคิดที่แผ่นโลหะขนานจะเป็น

$$E_1 = V_2/d \qquad (3.53)$$

โดยที่ V_2 คือ ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ถูกชักนำบนโลหะแผ่นขนาน

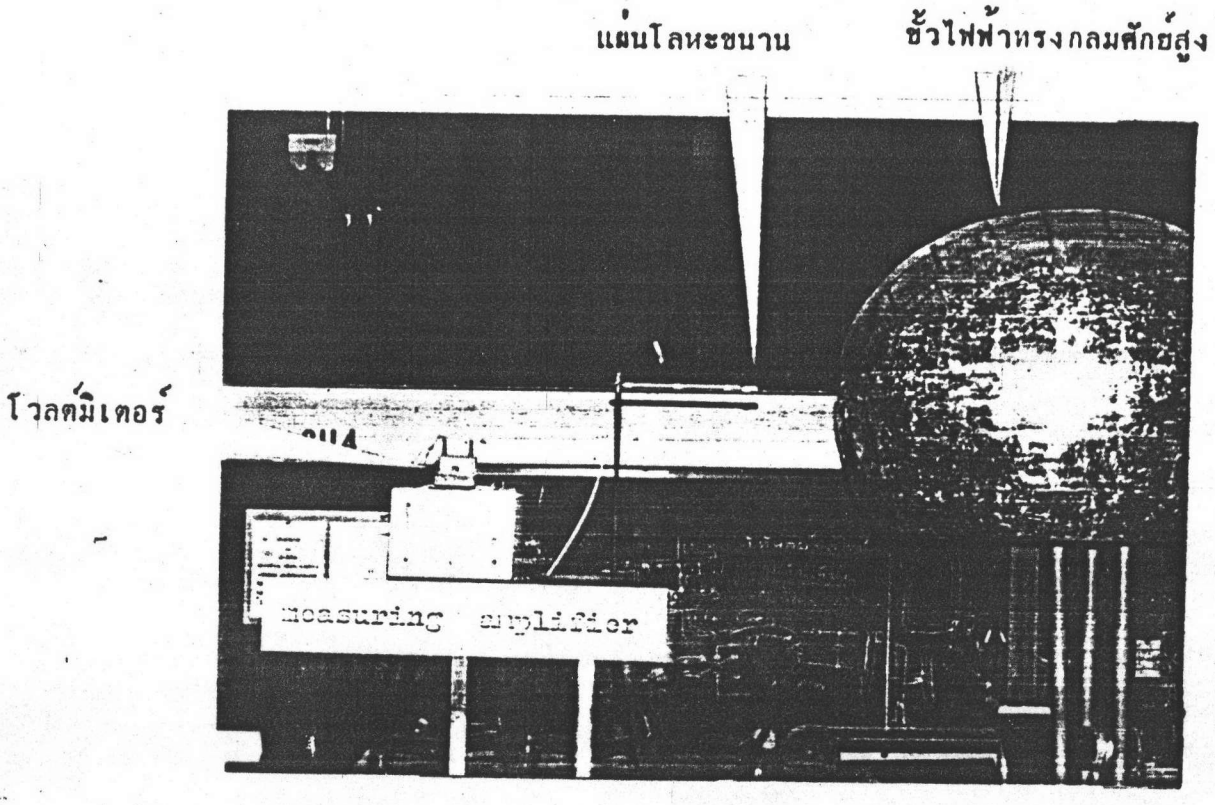
d คือ ระยะห่างระหว่างแผ่นโลหะขนาน

จากสมการ (3.52) และ (3.53) จะได้

$$rV_1/R^2 = V_2/d \qquad (3.54)$$

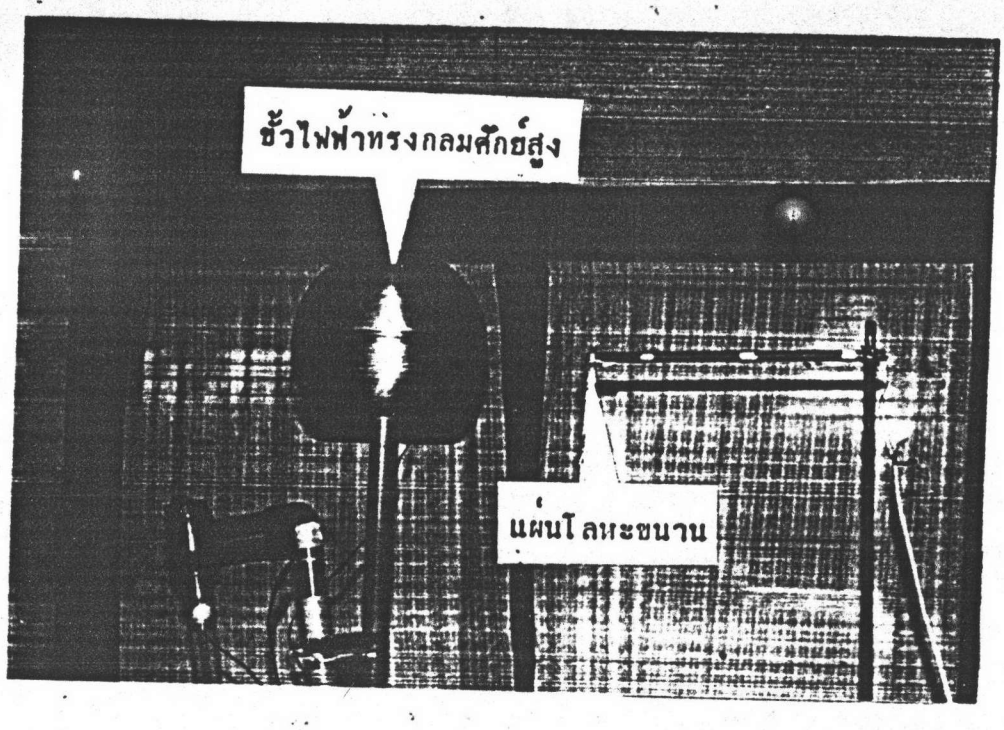
ฉะนั้นเราก็สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูง V_1 ได้

$$V_1 = V_2R^2/rd \qquad (3.55)$$



รูปที่ 3.11 แสดงลักษณะการต่อเครื่องวัดค่าความต่างศักย์สูงโดยอาศัยสนามไฟฟ้าที่ใช้งานจริงกับเครื่องระบบหอยโข่ง

ตามรูปที่ 3.11 แผ่นโลหะขนานทำจากทองแดงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1 เซนติเมตร สำหรับเครื่องมือที่ใช้วัดค่าความต่างศักย์ของโลหะขนานนั้นเรียกว่า เมสเซอริง แอมปลิไฟเออร์ (Measuring Amplifier) ซึ่งมีค่าอิมพีเดนซ์ (Impedence) สูงมากของเลย์โบล์ด (Leybold) เยอรมันนี และ โวลต์มิเตอร์ที่ต่อเข้ากับ เมสเซอริง แอมปลิไฟเออร์ นั้นเป็นเครื่องมือบอกว่าศักย์ไฟฟ้าของแผ่นโลหะมีค่าศักย์ไฟฟ้าเท่าใด



รูปที่ 3.12 แสดงลักษณะการต่อเครื่องวัดค่าความต่างศักย์สูงโดยอาศัยสนามไฟฟ้าที่ใช้งานจริงกับเครื่องระบบไซโคลน

3.4 ทฤษฎีเกี่ยวกับการดีสชาร์จบางส่วน (Partial Discharge = PD)

การดีสชาร์จบางส่วน เป็นดีสชาร์จทางไฟฟ้าเพียงบางส่วนในฉนวนระหว่างอิเล็กโตรด (Electrode) ถ้ามีความเครียดสนามไฟฟ้า โดยเกิดการสปาร์ค (Spark) หรือกระแสไหลไม่สมบูรณ์ หรือไม่เชื่อมกันระหว่างอิเลกโตรด และเมื่อตรวจจับผลทางไฟฟ้าจะมีลักษณะของดีสชาร์จเป็นกระแสอิมพัลส์ (Impulse)

ผลของการดีสชาร์จบางส่วนเหล่านี้นอกจากจะเป็นพลังงานสูญเปล่าแล้วยังมักก่อให้เกิดความเสียหายต่อระบบฉนวน (Insulation) ทำให้อายุการใช้งานของอุปกรณ์สั้นลง หรือเป็นต้น

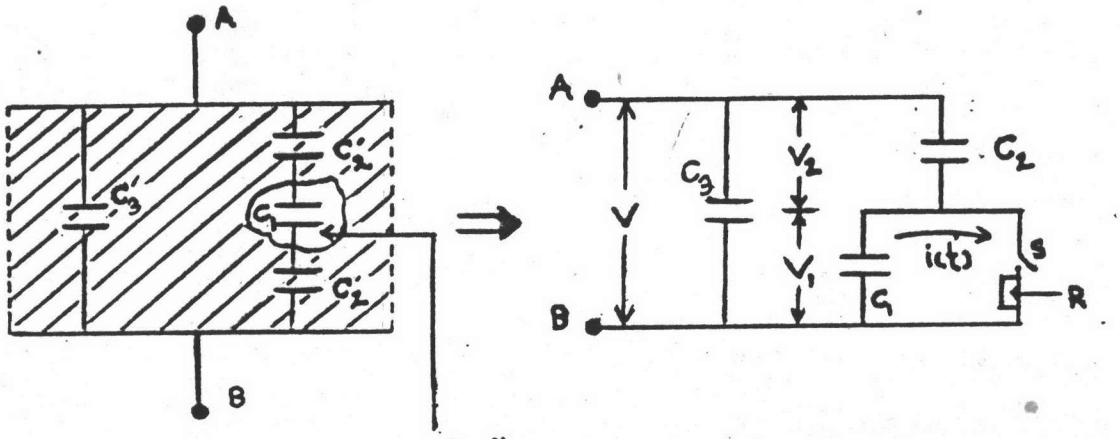
เหตุนำไปสู่การเกิดระเบิดของอุปกรณ์ได้ ดังนั้นการสร้างหรือทำอุปกรณ์ไฟฟ้าแรงสูงจึงถือเอาเรื่องการดีสชาร์จบางส่วนเป็นแฟคเตอร์ที่ชี้บอกถึงคุณภาพและอายุการใช้งานของอุปกรณ์โดยพยายามหลีกเลี่ยงมิให้เกิดดีสชาร์จบางส่วนขึ้น โดยออกแบบอิเล็กโตรดที่ปราศจากความเครียดสนามไฟฟ้าสูงกว่าขีดจำกัดและใช้เทคนิคการฉนวนที่เหมาะสมอย่างไรก็ตาม ถ้าเราทราบสาเหตุและตำแหน่งที่เกิดแน่นอนจะช่วยให้แก้ไขปรับปรุง หรือป้องกันได้ถูกต้องรวดเร็ว การเกิดของแต่ละสาเหตุนั้นจะมีรูปลักษณะทางไฟฟ้าเฉพาะแบบ

3.4.1 ลักษณะการเกิดดีสชาร์จบางส่วน

โดยทั่วไปแล้วแบ่งการดีสชาร์จบางส่วนตามลักษณะที่เกิดออกได้ 3 แบบ คือ

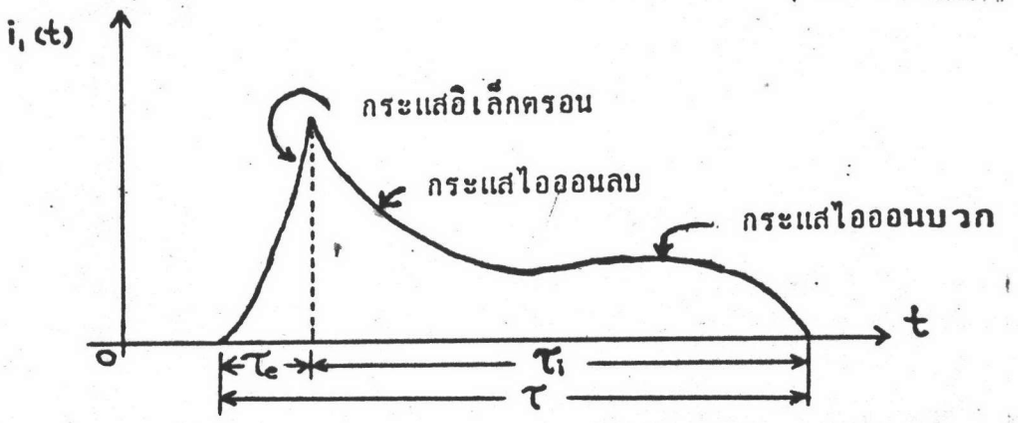
3.4.1.1 ดีสชาร์จภายใน (Internal Discharge) เกิดในเนื้อฉนวนส่วนที่มีค่าคงที่ไดอิเล็กตริกต่ำ (Low Dielectric Constant) ค่าความเครียดสนามไฟฟ้าจึงมีค่าสูงกว่าส่วนอื่น จึงทำให้เนื้อฉนวนส่วนนี้เกิดเบรคดาวน์ (Break Down) ก่อนส่วนอื่นเสมอ ดีสชาร์จภายในมีสาเหตุจากช่องว่างในเนื้อสารที่มีกาซบรรจุอยู่ สิ่งแปลกปลอมในเนื้อสาร หรือฝุ่นละออง ไอน้ำ น้ำมันในเนื้อสาร

ฉนวนที่มีดีสชาร์จภายในเกิดขึ้นอันเนื่องจากมีโพรง หรือ แกป (Gap) อาจเขียนแทนได้ด้วยวงจรสมมูลย์ความจุ (Capacitance Equivalent) ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 แสดงดีสชาร์จภายในและวงจรสมมูลย์

กระแสดีสชาร์จในโพรงกาซนี้มีลักษณะเป็นพัลส์ ซึ่งอาจหาได้ถ้าแรงดันที่ป้อนมีค่าคงที่ ดังรูปที่ 3.14 ประกอบด้วยกระแสอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ได้เร็ว ฉะนั้นช่วงหน้าของรูปคลื่นกระแสพัลส์นี้จึงมีอัตราการเพิ่มขึ้นหรือความชัน (Slope) di/dt มีค่าสูง เวลาช่วงกระแสอิเล็กตรอนเป็นนาโนวินาที (Nano Second) ตามด้วยกระแสไอออนลบและไอออนบวกตามลำดับ ซึ่งเคลื่อนที่ช้าเกือบเรียกได้ว่าอยู่กับที่เมื่อเทียบกับความเร็วของอิเล็กตรอน ช่วงเวลาของกระแสไอออนนี้เป็นร้อยนาโนวินาที



τ = drift time ; τ_e , τ_i = transit time ของอิเล็กตรอนและไอออนตามลำดับ

รูปที่ 3.14 รูปแสดงถึงกระแสดีสชาร์จกับเวลาที่เปลี่ยนไป

<u>การหาแรงดันตกคร่อมระหว่างขั้วอิเล็กโตรด A - B เนื่องจาก PD</u>

จากวงจรสมมูลย์รูปที่ 3.13 เมื่อป้อนแรงดันระหว่างขั้ว A - B จนถึงค่าหนึ่งกระแสพัลส์จะเริ่มดีสชาร์จจากคะแปซิแตนซ์ของโพรงแกป C_i เมื่อแรงดันคร่อม C_i เท่ากับ V_{ii} (เป็น discharge inception voltage) และกระแสพัลส์หายไปเมื่อแรงดันลดลงเหลือ V_{ie} (discharge ,extinction voltage) ฉะนั้นความแตกต่างของแรงดันที่เริ่มเกิดดพัลส์ดีสชาร์จกับแรงดันเมื่อพัลส์ดีสชาร์จหายไป ΔV_i หรือ กระแสพัลส์ทำให้เกิดแรงดันตกในแกป

$$V_i = V_{ii} - V_{ie} \qquad (3.56)$$

วงจรสมมูลย์ของฉนวนที่มี PD อาจคิดเสมือนไม่มีตัวจ่ายป้อนแรง ดังที่ขั้ว A - B แรงดันตกคร่อมขั้ว A - B (ΔV) อันเนื่องจากกระแสพัลส์ i, (t) ที่ทำให้เกิด ΔV_1 อาจคำนวณได้จากประจุสะสมสมมูลย์ คือ

ผลรวมประจุก่อนเกิด PD = ผลรวมประจุหลัง PD + ประจุที่สูญหายไป

นั่นคือ $$C_1V_{11} + VC_2 (V - V_{11}) + C_3V = C_1V_{1-} + C_2 (V - \Delta V - V_{1-}) + C_3 (V - \Delta V) + C_1(\Delta V_1)$$

จะได้ $$V = [C_2/(C_2+C_3)] \Delta V_1$$

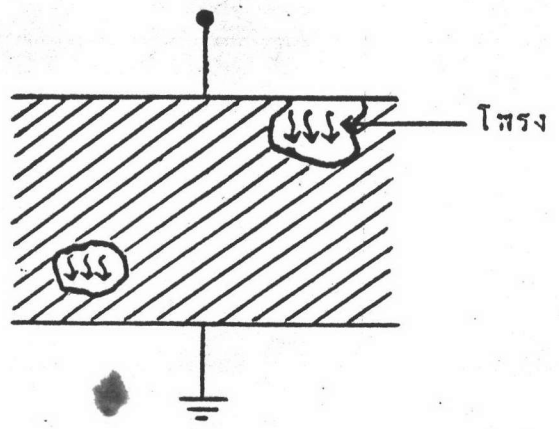
$$V = (C_2/C_3)\Delta V_1 \qquad (3.57)$$

โดยทั่วไปค่า $C_2 << C_1 << C_3$ ฉะนั้นในกรณีระบบการฉนวนมีค่าความจุสูงจะเห็นว่า ΔV จะมีค่าน้อยมาก ถ้า $(C_2/C_3) << 10^{-3}$ จะได้ $\Delta V << 1$ volt

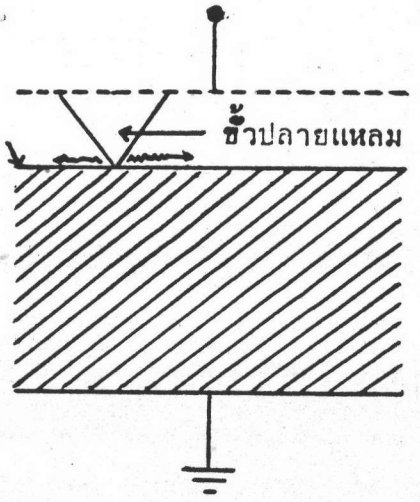
ค่าแรงดันตกคร่อมขั้วอิเล็กโตรด V มีค่าน้อย ๆ ย่อมจะทำให้การตรวจจับเป็นไปได้ยากจะต้องใช้อุปกรณ์ตรวจจับที่มีความไวสูง จึงจะวัดได้ถูกต้องเพียงพอ ตามที่ต้องการได้

3.4.1.2 ดีสชาร์จที่ผิว (Surface Discharge) เกิดขึ้นเมื่อมีสนามไฟฟ้าในแนวที่ขนานกับผิวฉนวนที่สัมผัสหรือใกล้ชิดกับอิเล็กโตรดที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูง เช่น ปลอกฉนวนนำสาย

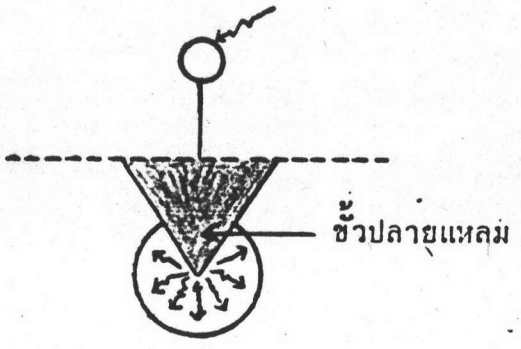
3.4.1.3 โคโรนาดีสชาร์จ (Corona Discharge) เกิดขึ้นในอากาศหรือกาซอื่นที่ยอดแหลม ขอบคมของอิเลกโตรดที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูงกว่าบริเวณอื่น ค่าความเครียดสนามไฟฟ้าจึงมีค่าสูง อากาศรอบ ๆ จึงเกิดการแตกตัว



ก . การดีสชาร์จภายใน



ข . การดีสชาร์จที่ผิว



ค . การโคโรนาดีสชาร์จ

รูปที่ 3.15 แสดงการดีสชาร์จบางส่วน

<u>องค์ประกอบในการเกิดโคโรน่า</u>

ขนาดของสนามไฟฟ้าที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์โคโรน่าขึ้นอยู่กับองค์ประกอบต่าง ๆ ดังนี้

1) สภาพของผิวตัวนำ สภาพผิวของตัวนำที่ขรุขระย่อมเกิดโคโรน่าได้ง่ายกว่าผิวตัวนำที่มีสภาพเรียบ โดยที่ชนิดของวัสดุที่ใช้ทำตัวนำจะไม่มีผลต่อการเกิดโคโรน่า

2) รัศมีของตัวนำ ถ้าตัวนำมีรัศมีใหญ่ ความเข้มของสนามไฟฟ้าที่ผิวตัวนำจะมีค่าน้อย เพราะขนาดของพื้นที่ผิวมีค่ามาก ดังนั้นโอกาสที่จะเกิดโคโรน่าก็มีน้อยลง โดยปกติแล้วลวดตัวนำที่เป็นแบบตีเกลียวจะมีค่าวิกฤตของโวลท์เตจที่จะทำให้เกิดโคโรน่าประมาณ 80 – 85 เปอร์เซ็นต์ของค่าวิกฤตของลวดตัวนำแบบผิวเรียบ

3) ระยะห่างระหว่างตัวนำ ถ้าตัวนำมีระยะห่างระหว่างกันมาก โอกาสที่จะเกิดโคโรน่าก็จะน้อยลง

4) สภาพอากาศ ถ้าสภาพอากาศเลว (มีความชื้นมาก) โอกาสนี้จะทำให้เกิดโคโรน่าดีสชาร์จได้ง่ายขึ้นกว่าสภาพอากาศปกติ

3.4.2 วิธีแก้ไขการดีสชาร์จบางส่วน

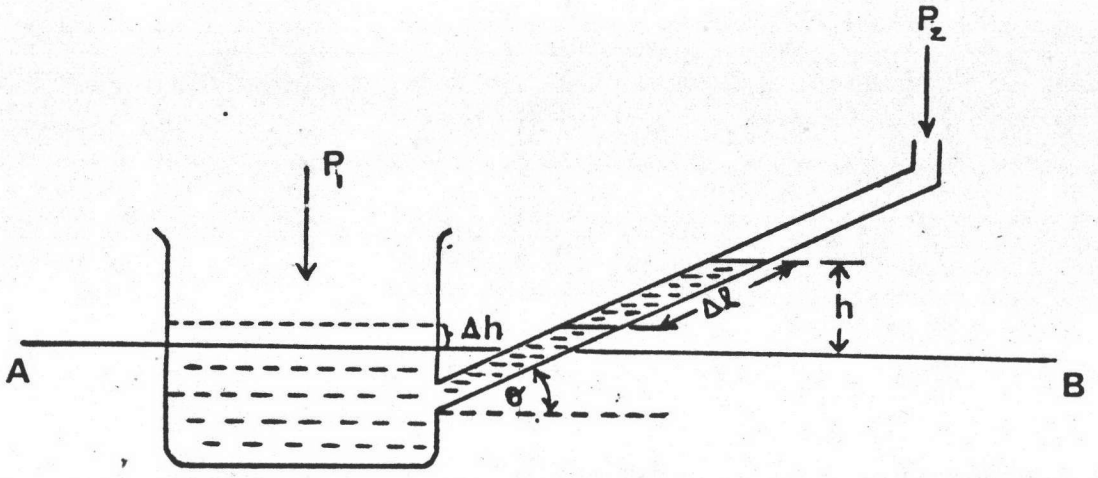
1) การดีสชาร์จภายในของวัสดุ เมื่อตรวจสอบว่าวัสดุใด ๆ ที่มีโพรงภายในแล้วเราก็ควรหลีกเลี่ยงการใช้วัสดุนั้น และพยายามหาวัสดุที่มีโพรงอากาศน้อยที่สุดมาทำเป็นอุปกรณ์ในไฟฟ้าแรงดันไฟฟ้าสูง

2) การดีสชาร์จที่ผิวของวัสดุ ควรทำความสะอกดผิวนั้นให้สะอาด และผิวนั้นต้องเกลี้ยงเป็นมันวาว และควรใช้วัสดุที่ไม่ดูดซึมไอน้ำ หรือให้ไอน้ำเกาะได้น้อยที่สุด

3) โคโรน่าดีชาร์จ ควรทำให้วัสดุนั้นให้มีมุมแหลมน้อยที่สุดถ้าหลีกเลี่ยงไม่ได้ก็ใช้โลหะหรือฉนวนที่มีผิวเกลี้ยงและกลมมาครอบบริเวณนั้นจะลดการดีสชาร์จได้มากกว่าเดิม

3.5 ทฤษฎีเกี่ยวกับการวัดความเร็วลม

ในการวัดการกระจายอัตราเร็วลมจากแหล่งกำเนิดลม เครื่องมือที่ใช้ในการวัดมีหลายแบบ แต่ที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ได้ใช้แบบมานอมิเตอร์แบบเอียง (Inclined manometer) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้วัดผลต่างของความดันที่มีความไวมากที่สุด(๗)ขาข้างหนึ่งทำเป็นกระเปาะใหญ่ และขาอีกข้างหนึ่งเป็นท่อแก้วซึ่งต่อกันอยู่กับกระเปาะใหญ่ ในลักษณะแบบเอียงแสดงได้ดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 แสดงลักษณะของมานอมิเตอร์แบบเอียง

ก่อนที่จะนำมานอมิเตอร์แบบเอียงไปใช้วัดค่าผลต่างความดันจะต้องปรับให้มานอมิเตอร์แบบเอียงนี้อยู่ในแนวระดับเสียก่อน

ให้ a_1 และ a_2 เป็นพื้นที่หน้าตัดของกระเปาะ และท่อแก้ว ตามลำดับ

ρ' เป็นความหนาแน่นของเหลวที่บรรจุ

θ เป็นมุมที่แก้วเอียงทำกับแนวระดับ

เมื่อความดัน P_1 เป็นความดันที่กระทำต่อของเหลวด้านกระเปาะใหญ่ แล้วทำให้ของเหลวในกระเปาะลดลงΔh หรือปริมาตรของของเหลวลดลง $a_1 \Delta h$ อันเป็นผลทำให้ลำของของเหลวในท่อแก้วเพิ่มขึ้น หรือปริมาตรเพิ่มขึ้น a_2

ดังนั้น
$$a_1 \Delta h = a_2 \Delta l \qquad (3.58)$$
$$h = (a_2/a_1)\, \Delta l \qquad (3.59)$$

ที่ระดับ AB ระดับของเหลวในกระเปาะและท่อแก้วเอียงต่างกันตามแนวดิ่งเป็น h และ

$$h = \Delta h + \Delta l \sin\theta \qquad (3.60)$$

จากสมการ (3.59) และ (3.60) จะได้

$$h = \Delta l\, (\sin\theta + a_2/a_1) \qquad (3.61)$$

เมื่อคิดความดันที่ระดับ AB จะได้

$$P_1 = P_2 + \rho' g \Delta l\, (\sin\theta + a_2/a_1) \qquad (3.62)$$

เนื่องจาก $a_1 >> a_2$ จะได้ $(a_2/a_1) << 1$

และถ้ามุม θ มีค่าน้อย ๆ จะได้ $\sin\theta \equiv \tan\theta$

ดังนั้น สมการ (3.62) จึงเขียนเป็น

$$P_1 \approx P_2 + \rho' g \Delta l \tan\theta \qquad (3.63)$$

$$P_1 - P_2 \approx \rho' g \Delta l \tan\theta \qquad (3.64)$$

เมื่อให้มานอมิเตอร์แบบเอียงมีความไวมากขึ้น ของเหลวที่ใช้บรรจุจะต้องมีความหนาแน่นน้อย ๆ และไม่ติดกับผิวแก้ว ในที่นี้ใช้น้ำมันก๊าด ซึ่งมีความหนาแน่น 772 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร และค่า g ประมาณ 9.8 เมตร/วินาที^{2}

ดังนั้น สมการ (3.64) จึงเขียนเป็น

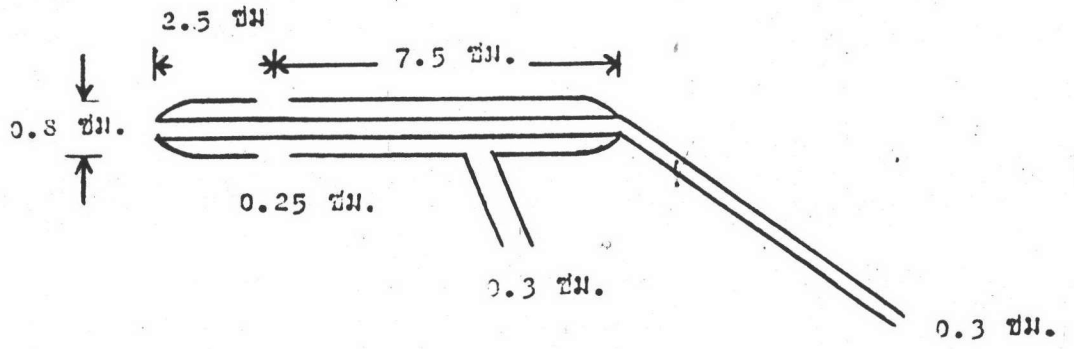
$$P_1 - P_2 = 7565.6\ \Delta l \tan\theta \qquad (3.65)$$

เมื่อ P_1และ P_2 มีหน่วยเป็น นิวตัน/ตารางเมตร

Δl มีหน่วยเป็น เมตร

ท่อปิตอต - สแตติก (Pitot - Static tube)

เป็นท่อที่สามารถวัดความดันสถิต และความดันรวมได้พร้อมกันโดยนำเอาท่อที่วัดความดันสถิต และความดันรวมมารวมอยู่ด้วยกัน มีลักษณะเป็นท่อทรงกระบอกขนาดเล็ก 2 ท่อนซ้อนกัน ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 3.17

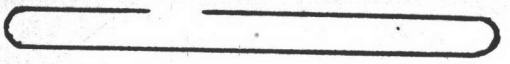


รูปที่ 3.17 แสดงขนาดของท่อปิตอต - สแตติก

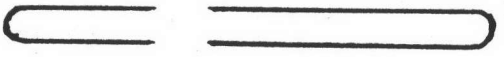
ค่าความดันที่วัดได้ แบ่งเป็น 2 ค่าคือ

3.5.1 ความดันสถิต (Static pressure)

ความดันสถิตเป็นความดันที่กระทำบนพื้นผิวในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวความาดันสถิต ณ จุด ๆ หนึ่งที่มีของไหลไหลผ่าน สามารถวัดได้โดยใช้ท่อทรงกระบอกกลวงเล็ก ๆ เจาะรูบนผิวทรงกระบอก ปลายข้างหนึ่งปิด อีกข้างหนึ่งเปิดโดยวางในทิศทางเดินของของไหลให้แนวแกนท่อขนานกับทิศของภารไหล โดยเอาด้านปิดชี้ไปทางทิศของไหลไหลเข้า ต่อปลายเปิดเข้ากับเครื่องวัดความดัน ค่าที่วัดได้ จะเป็นค่าความดันสถิต ลักษณะของท่อวัดความดันสถิตแสดงได้ดังรูปที่ 3.18



(ก)

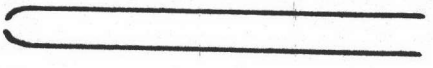


(ข)

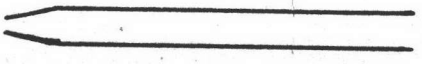
รูป 3.18 แสดงลักษณะของท่อวัดความดันสถิต (ก) เจาะรูเดียว (ข) เจาะสองรู

3.2.2 ความดันรวม (Total pressure)

ความดันรวมเป็นความดัน ณ จุดหนึ่ง ซึ่งเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าความดันนิ่ง (Stagnation pressure : Pst) ความดันรวมสามารถวัดได้โดยใช้ท่อทรงกระบอกกลวงเล็กๆ เมื่อต้องการวัดความดันให้นำท่อนี่วางในทางเดินของของไหลให้แกนท่อขนานกับทิศของการไหล โดยเอาด้านที่เจาะรูชี้ไปทางทิศที่ของไหลให้แกนท่อขนานกับทิศของการไหลโดยเอาด้านที่เจาะรูชี้ไปทางทิศที่ของไหลไหลเข้า ต่อปลายด้านเปิด เข้ากับเครื่องวัดความดันค่าที่ได้จะเป็นค่าความดันรวม ลักษณะของท่อวัดความดันรวมแสดงได้ ดังรูปที่ 3.19



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.19 แสดงลักษณะของท่อวัดความดันรวม

(ก) ปลายมน (ข) ปลายแหลม

เมื่อนำท่อปิตอต - สแตติก ต่อเข้ากับมานอมิเตอร์ แบบเอียงก็สามารถนำไปวัด และคำนวณหาอัตราเร็วลมได้ ลักษณะของท่อปิตอต - สแตติกที่ต่อกับมานอมิเตอร์แบบเอียงแสดงได้ดังรูปที่ 3.20

จากสมการ (3.65) จะได้ค่า P_1 เป็นความดันรวม และค่า P_2 เป็นความดันสถิต ดังนั้นสมการ (3.65)

$$P_{st} - P = 7565.6\ \Delta l\ \tan\theta \qquad (3.66)$$

จากสมการของเบอร์นูลี (Bernoulli's equation) สามารถหาอัตราเร็วในเส้นกระแสของไหลได้จาก

$$V = [2/\rho\ (P_{st} - p)]^{\frac{1}{2}} \qquad (3.67)$$

เมื่อ V เป็นอัตราเร็วของเส้นกระแสของของไหล หน่วยเป็นเมตร/วินาที

ρ เป็นความหนาแน่นของของไหล หน่วยเป็นกิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร

P_{st} เป็นความดันรวม หน่วยเป็น นิวตัน/ตารางเมตร

P เป็นความดันสถิต หน่วยเป็น นิวตัน/ตารางเมตร

ดังนั้น จากสมการ (3.66) และ (3,67) จะได้ว่า

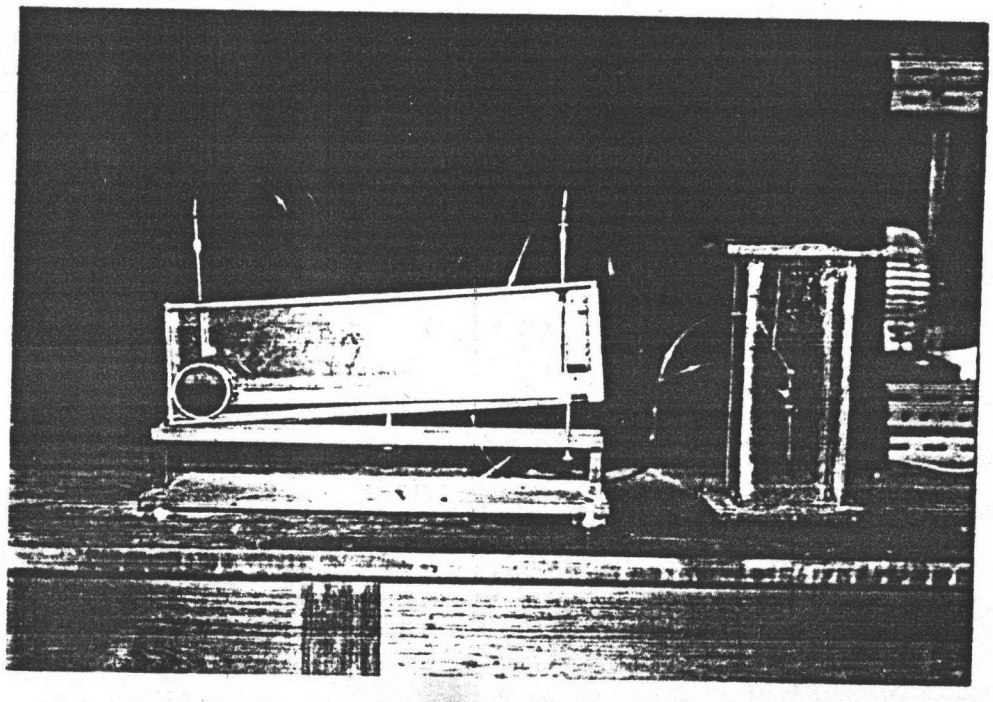
$$V = [151.3\ \Delta l\ \tan\theta/\rho]^{\frac{1}{2}} \qquad (3.68)$$

เมื่อ V มีหน่วยเป็น เมตร/วินาที

Δl มีหน่วยเป็น เซนติเมตร

และ $\rho_{\text{อากาศ}}$ มีค่า 1.16 กิโลกรัม/ลูกบาศก์เมตร ที่อุณหภูมิ 31 °C

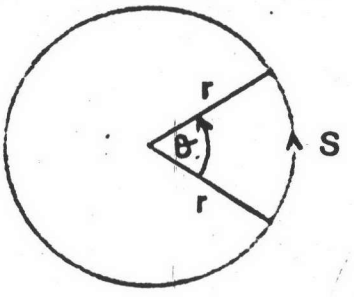
ค่า tanθ ที่ปรับไว้ในการวัด มีค่าเท่ากับ 5/34



รูป 3.20 แสดงท่อปิตอต - สแตติกและมานอมิเตอร์แบบเอียง

3.6 <u>ทฤษฎีการเปลี่ยนจำนวนรอบ</u>

การเคลื่อนที่เป็นวงกลม (circular motion) เป็นการเคลื่อนที่แบบเส้นโค้ง โดยมีเส้นทางการเคลื่อนที่หมุนกลับมาทับเส้นทางเดิมเสมอ จึงเป็นการเพิ่มค่ามุมขึ้นเรื่อย ๆ จากการกวาดไปของรัศมีวงกลม



รูปที่ 3.21 แสดงวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลม

กำหนดให้ มุมเป็นเรเดียน = เส้นทางการเคลื่อนที่/รัศมี

$$Q = S/r \qquad (3.69)$$

เมื่อหมุน 1 รอบ ; $S = 2\pi r$

ฉะนั้น $\theta = 2\pi r/r = 2\pi$ เรเดียน (3.70)

ดังนั้น 2π เรเดียน เท่ากับมุม 360 องศา

เมื่อพิจารณาอัตราการเปลี่ยนค่ามุมเทียบกับเวลา

กำหนดให้ ความเร็วเชิงมุม = การเปลี่ยนมุม/เวลา

$$W = \theta/t \text{ เรเดียน/วินาที} \qquad (3.71)$$

เมื่อหมุนครบ 1 รอบ $2\pi/T$ เท่ากับ $2\pi f$

เมื่อ T คือ เวลาครบ 1 รอบเรียกว่า คาบ มีหน่วยเป็นวินาที

f คือ จำนวนรอบต่อวินาทีเรียกว่าความถี่ มีหน่วยเป็น รอบ/วินาทีหรือเฮิร์ตซ์

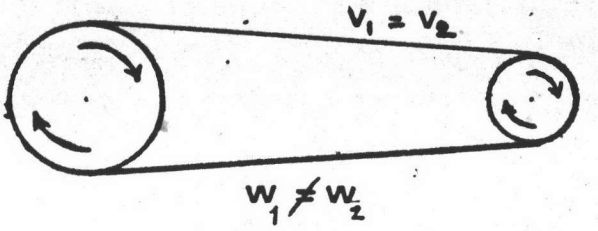
โดย $$f = 1/T \quad (3.72)$$

จาก $$\theta = S/r \quad (3.73)$$

ดังนั้น $$w = \Delta\theta/\Delta t = \Delta s/r\Delta t = V/r \quad (3.74)$$

เพราะฉะนั้น $$V = rw \quad (3.75)$$

นั่นคือ ความเร็วเชิงเส้น = รัศมีคูณความเร็วเชิงมุม



รูปที่ 3.22 แสดงเฟืองทดรอบของมอเตอร์

เนื่องจาก อัตราเร็วเชิงเส้น (linear speed) ของรอกสายพานที่ติดกับแกนมอเตอร์และแกนใบพัดมีค่าเท่ากัน ดังนั้นสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมของแกนมอเตอร์และแกนพัดลมได้ดังนี้

ให้ w เป็นอัตราเร็วเชิงมุมของแกนมอเตอร์

w' เป็นอัตราเร็วเชิงมุมของแกนใบพัด

r เป็นรัศมีของรอกสายพานที่ติดกับแกนมอเตอร์

r' เป็นรัศมีของรอกสายพานที่ติดกับแกนใบพัด

อัตราเร็วเชิงเส้นของรอกสายพานที่ติดกับแกนมอเตอร์เป็น rw

และ อัตราเร็วเชิงเส้นของรอกสายพานที่ติดกับแกนใบพัดเป็น $r'w'$

$$w'r' = wr \tag{3.76}$$

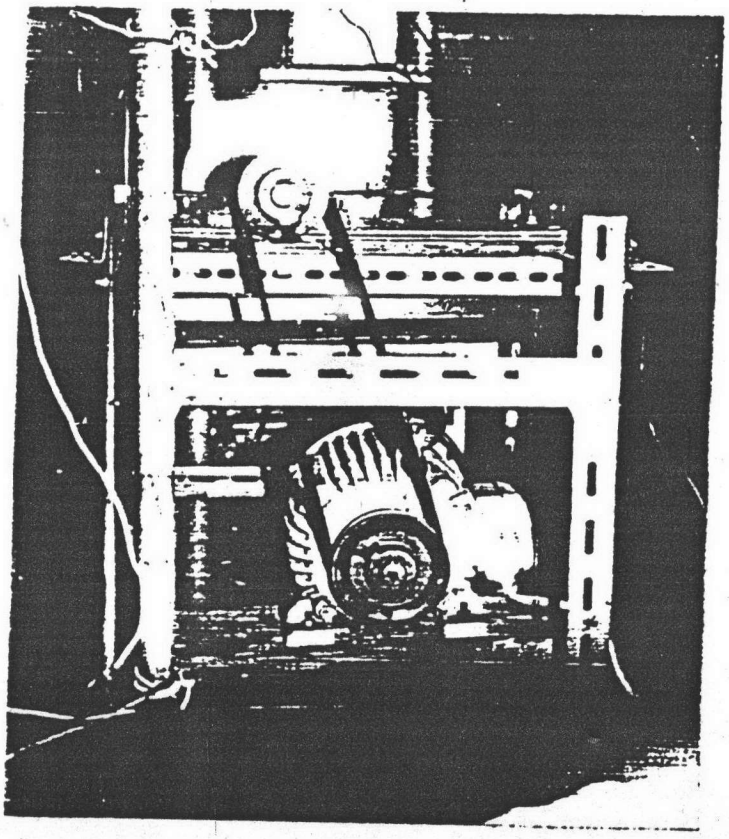
ให้ f เป็นความถี่ของแกนมอเตอร์

f' เป็นความถี่ของแกนใบพัด

จาก $w = 2\pi f$

ดังนั้น $f'r' = fr$

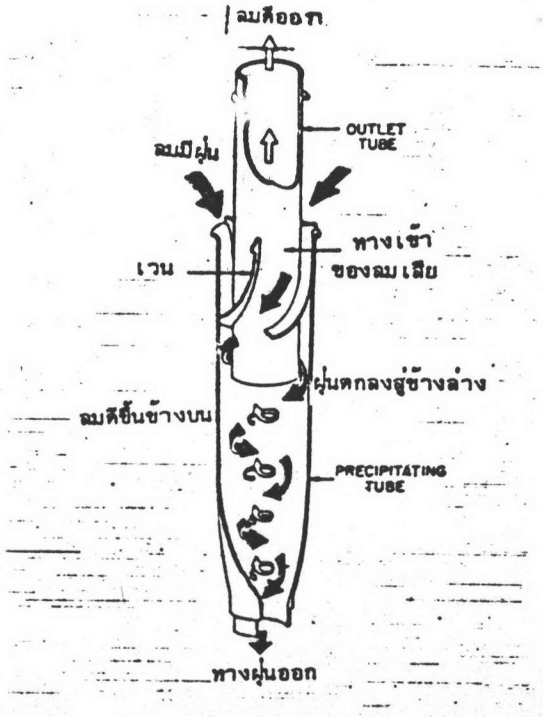
$$f' = fr/r' \tag{3.77}$$



รูปที่ 3.23 แสดงระบบเฟืองทดรอบของมอเตอร์ที่ใช้งานจริง

3.7 ทฤษฎีเกี่ยวกับไซโคลน (Cyclone)

โดยทั่วไปแล้วเป็นระบบสำหรับแยกฝุ่นออกจากลมโดยอาศัยหลักแรงหนีศูนย์กลาง (Centrifugal force) ที่กระทำต่อฝุ่นที่ถูกดูดเข้าไปในเครื่อง ซึ่งมีรูปเป็นทรงกระบอกและไหลลงสู่เบื้องล่าง ส่วนลมดีจะถูกดูดออกทางด้านบน

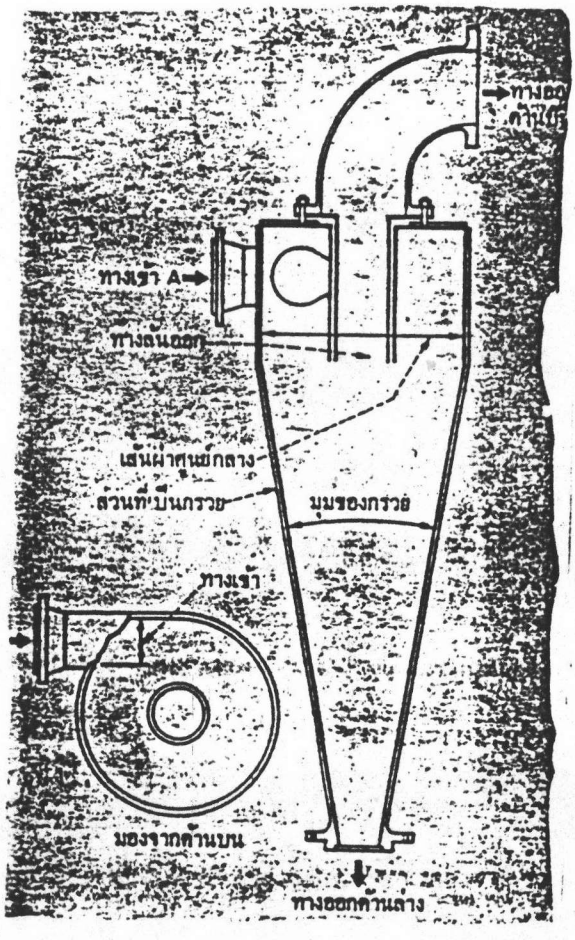


รูปที่ 3.24 แสดงระบบไซโคลน (Cyclone)

สำหรับข้อดีที่เป็นจุดเด่นของเครื่องชนิดนี้ก็คือ การสร้างทำได้ง่ายและสามารถรับฝุ่นที่มีปริมาณมาก ๆ ได้ (high inlet - grain - load) ส่วนข้อเสียก็คือ เครื่องอาจอุดตันถ้าหากฝุ่นชื้นหรือเหนียว ดังนั้นลมเสียที่เข้าจึงต้องมีอุณหภูมิสูงกว่าจุดน้ำค้าง (dew point) ตลอดเวลาที่อยู่ในเครื่อง นอกจากนี้เครื่องชนิดนี้ไม่สามารถจะจับฝุ่นที่มีขนาดเล็ก ๆ มากได้ ทำให้ฝุ่นฟุ้งกระจายออกไปด้านนอกได้

3.7.1 หลักการทำงานของระบบไซโคลน

อากาศที่มีเศษผงของแข็งปะปนอยู่ จะเข้าไซโคลนที่ทางเข้า A ทางเข้านี้จะอยู่ในแนวเส้นสัมผัสกับส่วนโค้งของเส้นรอบวง ของถังกลม อากาศที่ไหลเข้าสู่ไซโคลนด้วยความเร็วจะไหลวนไปรอบ ๆ ภายในถังกลมนี้ เนื่องจากของแข็งที่จะแยกออกมีมวลที่มีความหนาแน่นสูงกว่าอากาศ จึงถูกเหวี่ยงให้เคลื่อนตัวแยกออกไปชิดผนังของถังกลม ของแข็งที่แยกออกจะเคลื่อนที่ตกลงมาตามกรวยส่วนล่างของถัง และรวมกันไปสู่ทางออกด้านล่าง ส่วนอากาศที่แยกออกจากเศษผงแล้วจะไหลลัดขึ้นทางด้านบน



รูปที่ 3.25 แสดงระบบการทำงานของไซโคลน

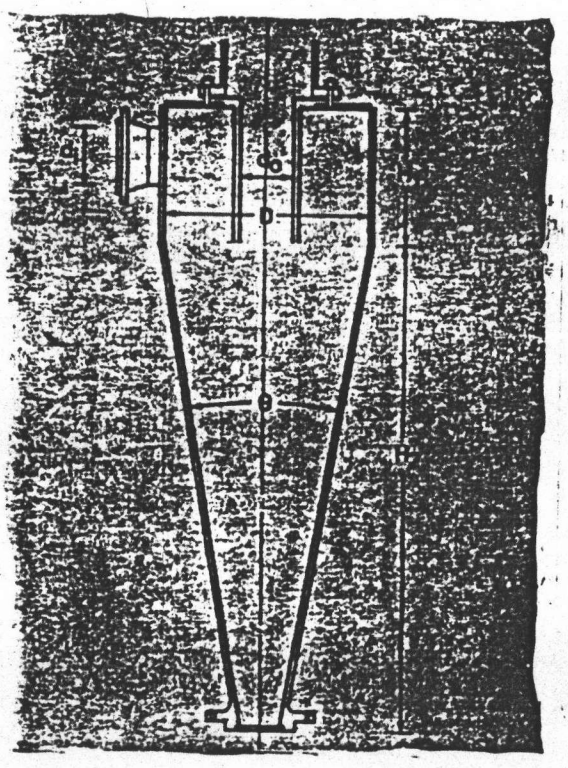
3.7.2 การออกแบบไซโคลน ซึ่งให้ประสิทธิภาพการทำงานดี มีความสัมพันธ์ของขนาดสัดส่วนต่าง ๆ ดังนี้

1) D เส้นผ่าศูนย์กลางของตัวไซโคลน

2) d_1 เส้นผ่าศูนย์กลางของทางเข้า

คำอื่น ๆ มีขนาดสัมพันธ์กับค่า D ดังนี้

d_o (1/5)D ; H_1 = (3/5)D ; Q = 20 - 25 ; H_2 2D



รูปที่ 3.26 แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ของระบบไซโคลน

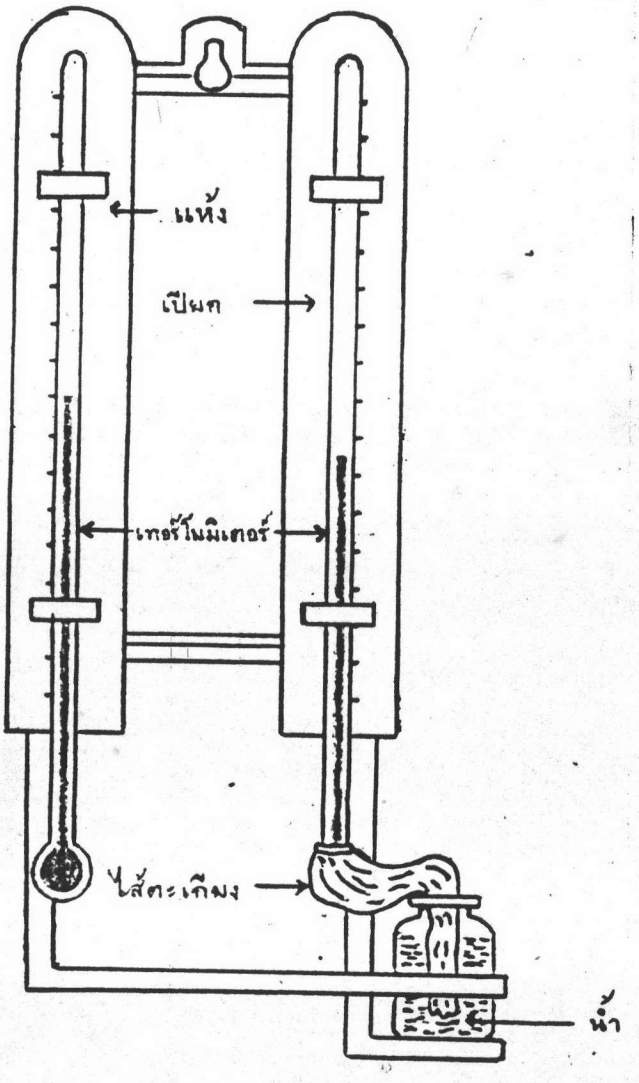
จากความสัมพันธ์ของตัวแปรข้างบนจะเห็นว่าเป็นความสัมพันธ์อย่างง่าย ๆ ซึ่งแท้จริงแล้วการออกแบบหาขนาดของไซโคลนต้องทำอย่างละเอียดมาก แต่ในการวิจัยครั้งนี้ทำระบบไซโคลนแบบง่าย ๆ ซึ่งไม่ได้คำนวณหาความสัมพันธ์ใด ๆ มุ่งแต่ให้ฝุ่นเคลื่อนที่เท่านั้นจึงไม่ต้องคำนวณหา

1) ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของตัวไซโคลน

2) ขนาดของทางเข้าไซโคลน โดยพิจารณาข้อจำกัดด้านความดันสูญเสีย

3) คำนวณตรวจสอบว่า ความเร็วหนีศูนย์กลางมีมากเพียงพอหรือไม่

3.8 ไฮโกรมิเตอร์แบบกระเปาะเปียกและแห้ง (Wet & dry bulbs hygrometer) หรือแบบของเมสัน (Mason's hygrometer)



รูป 3.27 แสดงไฮโกรมิเตอร์แบบเมสัน

เป็นเครื่องมือสำหรับตรวจความชื้นแห้งของอากาศอย่างง่าย ๆ โดยอ่านจากความต่างอุณหภูมิของเทอร์โมมิเตอร์ทั้ง 2 อันที่แขวนไว้ใกล้กัน อันหนึ่งมีไส้ตะเกียงหุ้มกระเปราะปรอทสำหรับดูดน้ำจากกระปุกขึ้นไปกลายเป็นไอที่นั่นได้ ถ้าอุณหภูมิที่ลดลงต่างกันมากก็แสดงว่าอากาศแห้ง

จุดน้ำค้าง (Dew Point) คือ อุณหภูมิขณะที่อากาศอิ่มไอน้ำ หรืออุณหภูมิขณะที่ไอน้ำในอากาศเริ่มควบแน่นเป็นหยดน้ำ หรืออุณหภูมิขณะที่อากาศมีความดันไอสูงสุด ซึ่งวิธีหาจุดน้ำค้างมีหลายแบบด้วยกัน เช่น ใช้ไฮโกรมิเตอร์แบบแดเนียล (Daniell's hygrometer), ใช้ไฮโกรมิเตอร์แบบเรกโนลต์ (Regnault's hygrometer), ใช้ไฮโกรมิเตอร์แบบของไดน์ (Dine's hygrometer) แต่ในการวิจัยวัดจำนวนไอน้ำในอากาศในขณะทำการทดลองโดยใช้ไฮโกรมิเตอร์แบบกระเปาะเปียกและแห้ง (Wet & dry bulbs hygrometer) ดังได้กล่าวแล้วข้างต้น

สำหรับ จุดน้ำค้าง นั้น เราจะต้องคำนวณหาจากบัญชีพิเศษ ดังตาราง 3.2 จำนวนเลขในบัญชีเป็น มิลลิเมตร แสดงแรงความดันไอของไอน้ำที่มีอยู่ในอากาศเมื่อรู้ว่าอุณหภูมิของเทอร์โมมิเตอร์ อันที่มีผ้าเปียกหุ้มต่างกับอันแห้งเท่าไรก็เอาจำนวนนั้นมาหาตามจำนวนเลขแถวนอนแถวบน เมื่อพบแล้วก็ไล่ตรงลงมาจนถึงแถวนอกที่ตรงกับจำนวนเลขที่บอกอุณหภูมิของอากาศเวลานั้น เราก็จะรู้แรงความดันไอของไอน้ำขณะนั้น ถ้าอยากจะรู้ จุดน้ำค้าง ต้องเอาแรงความดันไอของไอน้ำที่ค้นพบจากบัญชีนี้ไปค้นในบัญชีความดันไอสูงสุดของไอน้ำ ดังตาราง 3.4

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
15	12.7	11.3	9.9	8.6	7.4	6.1	5.0	3.8	2.7	1.6	0.5	-
16	13.5	12.1	10.7	9.3	8.0	6.8	5.5	4.3	3.2	2.1	1.0	-
17	14.4	13.0	11.5	10.1	8.7	7.4	6.2	4.9	3.7	2.6	1.5	0.4
18	15.4	13.8	12.3	10.9	9.5	8.1	6.8	5.5	4.3	3.1	2.0	0.9
19	16.4	14.7	13.2	11.7	10.3	8.9	7.5	6.2	4.9	3.7	2.5	1.4
20	17.4	15.7	14.1	12.6	11.1	9.7	8.3	6.9	5.6	4.3	3.1	1.9
21	18.5	16.8	15.1	13.5	12.0	10.5	9.0	7.6	6.3	5.0	3.7	2.5
22	19.7	17.9	16.2	14.5	12.9	11.4	9.9	8.4	7.0	5.7	4.4	3.1
23	20.9	19.0	17.3	15.6	13.9	12.4	10.8	9.2	7.8	6.4	5.1	3.8
24	22.2	20.3	18.4	16.6	14.9	13.3	11.7	10.1	8.7	7.2	5.8	4.5
25	23.6	21.6	19.7	17.8	16.0	14.3	12.7	11.1	9.5	8.0	6.6	5.2
26	25	22.9	21.0	19.0	17.2	15.4	13.7	12.1	10.5	8.9	7.4	6.0
27	26.5	24.9	22.3	20.3	18.4	16.6	14.8	13.1	11.4	9.8	8.3	6.8
28	28.1	25.9	23.7	21.7	19.7	17.6	16.0	14.2	12.5	10.8	9.8	7.7
29	29.8	27.5	25.3	23.1	22.1	19.1	17.2	15.3	13.6	11.9	10.2	8.6
30	31.6	29.2	26.9	24.9	22.9	20.5	18.5	16.6	14.7	13.0	11.2	9.6

ตาราง 3.3 แสดงจำนวนองศาที่เทอร์โมมิเตอร์ทั้งสองต่างกัน

อุณหภูมิ	P.สูงสุดของไอน้ำ	จำนวนไอน้ำ	อุณหภูมิ	P.สูงสุดของไอน้ำ	จำนวนไอน้ำ
0 °C	4.59 มม.	4.86 กรัม	18 °C	15.33 มม.	15.22 กรัม
1	4.91	5.18	19	16.32	16.15
2	5.27	5.67	20	17.36	17.12
3	5.66	5.92			
4	6.07	6.33	21	18.47	18.15
5	6.51	6.77	22	19.63	19.22
			23	20.86	20.36
6	6.97	7.22	24	22.15	21.50
7	7.45	7.69	25	23.52	22.80
8	7.99	8.21			
9	8.55	8.76	26	24.96	24.12
10	9.14	9.33	27	26.47	25.49
			28	28.07	27.04
11	9.77	9.94	29	29.74	28.45
12	10.43	10.57	30	31.51	30.04
13	11.14	11.25			
14	11.88	11.96	31	33.37	31.71
15	12.67	12.71	32	35.32	33.45
			33	37.37	35.28
16	13.51	13.51	34	39.52	37.19
17	14.40	14.35	35	41.78	39.19

ตาราง 3.4 บัญชีแสดงจำนวนไอน้ำที่มีเต็มที่ในอากาศ 1 ลูกบาศก์เมตร ขณะไอน้ำมีความดันไอสูงสุดตามอุณหภูมิต่าง ๆ

เพื่อที่จะได้เข้าใจมากขึ้นเกี่ยวกับการใช้ตาราง 3.3 และ 3.4 สมมติว่าเทอร์โมมิเตอร์อันแห้งมีอุณหภูมิ 28 °C และอันมีผ้าเปียกหุ้ม 25 °C เราจะหาจุดน้ำค้างได้จาก อุณหภูมิของเทอร์โมมิเตอร์ทั้งสองต่างกัน (28 - 25) °C = 3 °C ดูตาราง 3.3 ด้านข้างตรงหมายเลข 28 กับเลข 3 จากบนมาบรรจบกัน คือ จำนวน 21.7 แสดงว่าเวลานั้นแรงดันไอของไอน้ำที่มีอยู่จริงในอากาศเท่ากับแท่งปรอทสูง 21.7 มิลลิเมตร และนำจำนวน 21.7 มิลลิเมตร ไปเทียบกับตารางความดันไอสูงสุดของไอน้ำ ในตาราง 3.4 จะพบว่า 21.7 มิลลิเมตร อยู่ระหว่างจำนวน 20.86 (23 °C) กับ 22.15 (24 °C) ฉะนั้นจุดน้ำค้างต้องอยู่ระหว่าง 23 °C กับ 24 °C

วิธีหาจุดน้ำค้างจากความต่างอุณหภูมิระหว่างกระเปาะเปียกกับแห้งนี้ ไกเซอร์ (Glaisher) ได้คิดวิธีที่สะดวกกว่านี้ได้ โดยทำเป็นตารางไว้ เรียกว่า ไกเซอร์ แฟคเตอร์ (Glaisher's Factor) ซึ่งแปรผันตามอุณหภูมิ มีดังนี้

อุณหภูมิกระเปาะแห้ง	Factor	อุณหภูมิกระเปาะแห้ง	Factor	อุณหภูมิกระเปาะแห้ง	Factor
1	2.81	10	2.06	19	1.81
2	2.54	11	2.02	20	1.79
3	2.39	12	1.99	21	1.77
4	2.31	13	1.95	22	1.75
5	2.26	14	1.92	23	1.74
6	2.21	15	1.89	24	1.72
7	2.17	16	1.87	25	1.70
8	2.13	17	1.85	26	1.68
9	2.10	18	1.83	27	1.66
				28	1.64

ตาราง 3.5 ไกเซอร์ แฟคเตอร์ (Glaisher's Factor)

จุดน้ำค้างก็จะคำนวณได้จากสูตร

จุดน้ำค้าง = อุณหภูมิกระเปาะแห้ง - Factor x ผลต่างอุณหภูมิของกระเปาะเปียกและแห้ง

$$\text{จุดน้ำค้าง} = t' - F(t' - t) \qquad (3.78)$$

ส่วนใหญ่แล้วการบอกความชื้นในอากาศนั้นเรามักบอกเป็นความชื้นสัมพัทธ์ (Relative humidity)

ความชื้นสัมพัทธ์ คือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนไอน้ำที่มีอยู่จริง ๆ ในอากาศกับจำนวนไอน้ำที่ควรจะมีอยู่ได้เต็มที่ในเวลานั้น

หรือ ความชื้นสัมพัทธ์ = จำนวนไอน้ำที่มีอยู่จริง ๆ ในอากาศ / จำนวนไอน้ำที่อาจมีได้เป็นอย่างมากในขณะเดียวกัน

$$\text{ความชื้นสัมพัทธ์} = (m \times 100)/M \ldots\ldots \text{(คิดเป็น \%)} \qquad (3.79)$$

ในการหาความชื้นสัมพันธ์ ได้มีผู้คิดโดย คำนวนจากความดันไอ ซึ่งได้ผลใกล้เคียงกันและเร็วกว่าวิธีข้างต้น

ความชื้นสัมพัทธ์ = ความดันไอในขณะนั้น/ความดันไอสูงสุด ณ อุณหภูมิเดียวกัน

$$\text{ความชื้นสัมพันธ์} = (e \times 100)/E \ldots\ldots \text{(คิดเป็น \%)} \qquad (3.80)$$

แม้จะใช้วิธีนี้ก็ยังไม่รวดเร็วและสะดวกพอ และเพราะว่า ความดันไอในเวลาหนึ่ง ย่อมเท่ากับความดันไอสูงสุด ณ อุณหภูมิจุดน้ำค้างของเวลานั้น เราจึงได้สูตรคำนวณใหม่อีกว่า

ความชื้นสัมพันธ์ = ความดันไอสูงสุดที่จุดน้ำค้าง/ความดันไอสูงสุด ณ อุณหภูมินั้น

ความชื้นสัมพันธ์ = (ed x 100)/E ..... (คิดเป็น %) (3.81)